COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

PUBLIÉS,

CONFORMÉMENT A UNE DÉCISION DE L'ACADÉMIE

EN DATE DU 13 JUILLET 1835,

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME DEUX-CENT-VINGT-DEUXIÈME.

JANVIER — JUIN **1946.**

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1946

ÉTAT DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

AU 1er JANVIER 1946

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SECTION Ire. — *Géométrie*.

MM.

HADAMARD (*Jacques*-Salomon), C. ✻.
BOREL (Félix-Edouard-Justin-*Émile*), C. ✻, ✠.
CARTAN (*Élie*-Joseph), C. ✻.
JULIA (*Gaston*-Maurice), C. ✻, ✠.
MONTEL (*Paul*-Antoine), O. ✻.
DENJOY (*Arnaud*), O. ✻.

SECTION II. — *Mécanique*.

DRACH (*Jules*), O. ✻,
VILLAT (*Henri*-René-Pierre), O. ✻.
CAQUOT (*Albert*-Irénée), G. O. ✻, ✠.
PÉRÈS (*Joseph*-Jean-Camille), ✻.
VESSIOT (*Ernest*-Paulin-Joseph), C. ✻.
....

SECTION III. — *Astronomie*.

DESLANDRES (*Henri*-Alexandre), C. ✻.
ESCLANGON (*Ernest*-Benjamin), O. ✻.
MAURAIN (*Charles*), C. ✻
FAYET (*Gaston*-Jules), ✻.
CHAZY (*Jean*-François), ✻, ✠.
LYOT (*Bernard*-Ferdinand).

SECTION IV. — *Géographie et Navigation*.

PERRIER (Antoine-François-Jacques-Justin-*Georges*), G. O. ✻, ✠.
TILHO (*Jean*-Auguste-Marie), G. O. ✻, ✠.
DURAND-VIEL (*Georges*-Edmond-Just), G. C. ✻, ❀, ✠.

MM.

BARRILLON (*Émile-Georges*), C. ✻.
MARTONNE (*Emmanuel*-Louis-Eugène DE), O. ✻.
....

SECTION V. — *Physique générale.*

BRILLOUIN (Louis-*Marcel*), O. ✻.
COTTON (*Aimé*-Auguste), C. ✻.
LANGEVIN (*Paul*), G. O. ✻.
JOLIOT (*Frédéric*), O. ✻.
....
....

SCIENCES PHYSIQUES.

SECTION VI. — *Chimie.*

BERTRAND (*Gabriel*-Émile), C. ✻.
DELÉPINE (Stéphane-*Marcel*), O. ✻.
LESPIEAU (Pierre-Léon-*Robert*), O. ✻.
LEBEAU (*Paul*-Marie-Alfred), O. ✻.
JOLIBOIS (Médard-*Pierre*), O. ✻, ✠.
PASCAL (*Paul*-Victor-Henri), ✻.

SECTION VII. — *Minéralogie.*

JACOB (*Charles*-François-Étienne), O. ✻, ✠.
MAUGUIN (*Charles*-Victor), O. ✻.
GRANDJEAN (*François*-Alfred), O. ✻.
MARGERIE (*Emmanuel*-Marie-Pierre-Martin JACQUIN DE), O. ✻.
MICHEL-LÉVY (*Albert*-Victor), O. ✻.
BERTRAND (*Léon*-Louis-Théophile), O. ✻.

SECTION VIII. — *Botanique.*

DANGEARD (*Pierre-Augustin*-Clément), O. ✻.
BLARINGHEM (*Louis*-Florimond), O. ✻.
CHEVALIER (*Auguste*-Jean-Baptiste), C. ✻.
SOUÈGES (Étienne-Charles-*René*).
MAGROU (*Joseph*-Émile), ✻.
....

Section IX. — *Économie rurale.*

MM.
Leclainche (Auguste-Louis-*Emmanuel*), G. O. ✻.
Lapicque (*Louis*-Édouard), C. ✻, ✠.
Fosse (*Richard*-Jules), ✻.
Schribaux (Pierre-*Émile*-Laurent), C. ✻.
Javillier (Jean-*Maurice*), O. ✻, ✠.
. . . .

Section X. — *Anatomie et Zoologie.*

Caullery (*Maurice*-Jules-Gaston-Corneille), C. ✻.
Pérez (*Charles*), O. ✻.
Roubaud (*Émile*-Charles-Camille), O. ✻.
Wintrebert (*Paul*-Marie-Joseph), ✻.
Fage (Baptiste-*Louis*), ✻.
Courrier (Marie-Jules-Constant-*Robert*), ✻, ✠.

Section XI. — *Médecine et Chirurgie.*

Vincent (Jean-*Hyacinthe*), G. C. ✻.
Portier (*Paul*), O. ✻.
Binet (*Léon*-René), O. ✻.
Laubry (*Charles*), C. ✻.
Hartmann (*Henri*-Albert-Charles-Antoine), C. ✻.
Leriche (*René*), O. ✻.

SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

Broglie (*Louis*-Victor-Pierre-Raymond, prince de), O. ✻, pour les Sciences mathématiques.
Lacroix (François-Antoine-*Alfred*), G. O. ✻, pour les Sciences physiques.

ACADÉMICIENS LIBRES.

Broglie (Louis-César-Victor-*Maurice*, duc de), O. ✻.
Gramont (*Armand*-Antoine-Auguste-Agénor, duc de), O. ✻.
Martin (*Louis*), G. C. ✻.
Gutton (Antoine-Marie-*Camille*), C. ✻.
Duclaux (*Jacques*-Eugène), ✻, ✠.
Roussy (*Gustave*), C. ✻.

MM.
JOLLY (*Justin*-Marie-Jules), O. ✻.
PÉRARD (*Albert*-Gustave-Léon), O. ✻, ✠.
RAMON (*Gaston*-Léon), C. ✻.
HACKSPILL (*Louis*-Jean-Henri), ✻, ✠.

MEMBRES NON RÉSIDANTS.

CUÉNOT (*Lucien*-Claude-Jules-Marie), O. ✻, à Nancy.
CAMICHEL (*Charles*-Moïse), O. ✻, au Cap Dorat, par Lavaur (Tarn).
PICART (Théophile-*Luc*), O. ✻, à Floirac (Gironde).
SERGENT (Étienne-Louis-Marie-*Edmond*), C. ✻, ✠, à Alger.
COTTON (*Émile*-Clément), ✻, à Grenoble.
BOUIN (André-*Pol*), O. ✻.

APPLICATIONS DE LA SCIENCE A L'INDUSTRIE.

LUMIÈRE (*Louis*-Jean), G. C. ✻, à Bandol (Var).
GUILLET (*Léon*-Alexandre), G. O. ✻, à Paris.
ESNAULT-PELTERIE (*Robert*-Albert-Charles), O. ✻, à Boulogne-sur-Seine.
PORTEVIN (*Albert*-Marcel-Germain-René), O. ✻, à Paris.
....
....

ASSOCIÉS ÉTRANGERS.

MM.
BORDET (*Jules*-Jean-Baptiste-Vincent), G. C. ✻, à Bruxelles.
WINOGRADSKY (*Serge*), à Brie-Comte-Robert (Seine-et-Marne).
EINSTEIN (*Albert*), à Princeton (New Jersey).
FLEXNER (*Simon*), C. ✻, à New York.
MORGAN (*Thomas-Hunt*), à Pasadena (Californie).
LA VALLÉE POUSSIN (*Charles*-Jean-Gustave-Nicolas DE), O. ✻, à Uccle-Bruxelles.
LUGEON (*Maurice*), G. O. ✻, à Lausanne (Suisse).
BOHR (*Niels* Henrik David), O. ✻, à Copenhague.
SHERRINGTON (Sir *Charles* Scott), à Cambridge (Angleterre).
ADAMS (*Walter Sydney*), à Pasadena (Californie).
....
....



CORRESPONDANTS.

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SECTION Ire. — *Géométrie* (10).

DICKSON (*Leonard Eugene*), à Chicago.
NÖRLUND (*Niels Erik*), C. ✻, à Copenhague.
BERNSTEIN (*Serge*), à Léningrad.
CASTELNUOVO (*Guido*), à Rome.
DULAC (*Henri*-Claudius-Rosario), ✻, à Lyon.
HARDY (*Godfrey Harold*), à Cambridge (Angleterre).
....
....
....
....

SECTION II. — *Mécanique* (10).

ROY (*Louis*-Maurice), ✻, à Toulouse.
HAAG (*Jules*), ✻, à Besançon.
THIRY (*René*-Paul-Eugène), ✻, à Marseille.
RIABOUCHINSKY (*Dimitri* Pavlovitch), à Paris.
THULOUP (Émile-Adrien-*Albert*), O. ✻, à Grasse (Alpes-Maritimes).
BOULIGAND (*Georges*-Louis), ✻, à Paris.
ROY (Paul-Mary-Ferdinand-*Maurice*), ✻, à Paris.
TIMOSHENKO (*Stephen*), à Palo Alto (Californie).
LERAY (*Jean*), à Sceaux (Seine).
....

SECTION III. — *Astronomie* (10).

BOSLER (*Jean*), ✻, à Marseille.
BERGSTRAND (*Carl Östen* Emanuel), à Uppsala.

MM.
HERTZSPRUNG (*Einar*), à Leyde (Pays-Bas).
RUSSELL (*Henry Norris*), à Princeton (New Jersey).
....
....
....
....
....
....

SECTION IV. — *Géographie et Navigation* (10).

HEDIN (*Sven* Anders), à Stockholm.
VANSSAY DE BLAVOUS (*Pierre*-Marie-Joseph-Félix-Antoine DE), C. ✻, ✠, à Monaco.
VENING MEINESZ (*Felix Andries*), à Amersfoort (Pays-Bas).
POISSON (Victor-Marie-Augustin-*Charles*), ✻, ✠, à Tananarive.
KOCH (*Lauge*), O. ✻, à Copenhague.
LEJAY (*Pierre*), ✠, à Paris.
MARGUET (*Frédéric*-Philippe), C. ✻, à Villeneuve-Loubet (Alpes-Maritimes).
....
....
....

SECTION V. — *Physique générale* (10).

MILLIKAN (*Robert Andrews*), à Pasadena (Californie).
TOWNSEND (*John* Sealy), ✻, à Oxford.
CABANNES (*Jean*), ✻, ✠, à Paris.
HAAS (*Wander Johannes* DE), O. ✻, à Leyde (Pays-Bas).
HULUBEI (*Horia*), O. ✻, à Bucarest.
REBOUL (*Georges*-Scipion-Antoine), ✻, ✠, à Montpellier.
FORTRAT (*René*-Lucien), à Grenoble.
....
....
....

SCIENCES PHYSIQUES.

SECTION VI. — *Chimie* (10).

WALDEN (*Paul*), à Rostock (Allemagne).
HOLLEMAN (*Arnold Frederik*), ✻, à Bloemendaal (Pays-Bas).
DENIGÈS (*Georges*-Noël-Fort), O. ✻, à Bordeaux.

MM.
LOCQUIN (Émile-*René*) ✻, à Lyon.
COURTOT (*Charles*-Hippolyte), à Nancy.
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .

SECTION VII. — *Minéralogie* (10).

BIGOT (*Alexandre*-Pierre-Désiré), O. ✻, à Mathieu (Calvados).
GIGNOUX (*Maurice*-Irénée-Marie), ✻, à Grenoble.
LERICHE (*Maurice*-Henri-Charles), ✻, à Uccle-Bruxelles.
LAPPARENT (Marie-*Jacques* COCHON DE), ✻, à Paris.
FOURMARIER (*Paul*-Frédéric-Joseph), ✻, à Liége (Belgique).
BRAGG (*William Lawrence*), à Cambridge (Angleterre).
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .

SECTION VIII. — *Botanique* (10).

MAIRE (*René*-Charles-Joseph-Ernest), ✻, à Alger.
PERRIER DE LA BÂTHIE (*Henri*-Alfred-Joseph), ✻, à Saint-Pierre d'Albigny (Savoie).
DEVAUX (*Henri*-Edgard), ✻, à Bordeaux.
BLAKESLEE (*Albert Francis*), à Long Island (New York).
DE WILDEMAN (*Émile*-Auguste-Joseph), à Bruxelles.
TEODORESCO (*Emmanuel* Constantin), à Bucarest.
NICOLAS (Léon-Marie-Joseph-*Gustave*), ✻, à Toulouse.
MERRILL (*Elmer Drew*), à Cambridge (Massachusetts).
BOULY DE LESDAIN (*Maurice*-Léopold-Joseph), à Paris.
BECQUEREL (*Paul*), ✻, à Neuilly (Seine).

SECTION IX. — *Économie rurale* (10).

RUSSELL (Sir Edward *John*), à Harpenden (Angleterre).
MARCHAL (*Émile*-Jules-Joseph), à Gembloux (Belgique).
VALLÉE (*Henri*-Pierre-Michel), C. ✻, à Dijon.
TSCHERMAK-SEYSENEGG (*Erich* von), à Vienne (Autriche).
WAKSMAN (*Selman* Abraham), à New Brunswick (New Jersey).
GUINIER (Marie-Joseph-Jean-Baptiste-*Philibert*), O. ✻, à Paris.

MM.

GORINI (*Costantino*), à Milan.
HITIER (*Henri*-Joseph-Robert), C. ✻, à Revelles (Somme).
....
....

SECTION X. — *Anatomie et Zoologie* (10).

BATAILLON (Jean-*Eugène*), O. ✻, à Castelnau-le-Lez (Hérault).
LÉGER (*Louis*-Urbain-Eugène), O. ✻, à Grenoble.
GUYÉNOT (*Émile*-Louis-Charles), ✻, à Genève.
CHATTON (*Édouard*-Pierre-Léon), ✻, ✠, à Banyuls-sur-Mer.
PEYERIMHOFF DE FONTENELLE (Marie-*Paul* DE), O. ✻, à Alger.
ANCEL (*Paul*-Albert), ✻, à Paris.
BEAUCHAMP (Charles-Alfred-*Paul* MARAIS DE), ✻, à Paris.
POLICARD (*Albert*), O. ✻, ✠, à Lyon.
....
....

SECTION XI. — *Médecine et Chirurgie* (10).

WRIGHT (Sir *Almroth* Edward), à Londres.
LUMIÈRE (*Auguste*-Marie-Louis-Nicolas), G. O. ✻, à Lyon.
HOLMGREN (*Israël*), C. ✻, à Stockholm.
JEANBRAU (*Émile*-Alexis), C. ✻, à Montpellier.
REMLINGER (*Paul*-Ambroise), O. ✻, à Tanger (Maroc).
....
....
....
....
....



COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MERCREDI 2 JANVIER 1946.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE CARTAN.

M. ÉLIE CARTAN, au nom de M. MAURICE CAULLERY, Président, fait connaître à l'Académie l'état où se trouve l'impression des Recueils qu'elle publie et les changements survenus parmi les Membres, les Associés étrangers et les Correspondants pendant le cours de l'année 1945.

État de l'impression des Recueils de l'Académie au 1er janvier 1946.

Comptes rendus des séances de l'Académie. — Les fascicules de mars 1944 à octobre 1945 ont été distribués. Ceux de novembre et décembre sont composés et seront tirés incessamment. Ainsi le retard de notre Publication est sur le point d'être compensé.

Les Tables des tomes 214 (1er semestre de l'année 1942) et 215 (2e semestre de l'année 1942) sont parues et ces tomes ont été mis en distribution. Les Tables des tomes 216 à 221 sont en préparation.

Le volume des Tables générales pour la période 1926-1940, *Auteurs*, est à l'impression; celui de la période 1895-1910, *Matières*, est en préparation.

Mémoires de l'Académie. — Le tome 67 est en préparation.

Notices et discours. — Le tome 2 est en préparation.

Procès-verbaux des séances de l'Académie des Sciences, tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août 1835.

Un volume de Tables générales est en voie d'achèvement.

Annuaire de l'Académie. — L'Annuaire pour 1946 a paru; il est mis en distribution au cours de la présente séance.

Index biographique des Membres et Correspondants de l'Académie des Sciences. — Une nouvelle édition est en préparation.

Membres décédés depuis le 1er janvier 1945.

Section de Géographie et Navigation. — M. **Robert Bourgeois**, le 10 novembre, à Paris.

Section de Physique générale. — M. **Charles Fabry**, le 11 décembre, à Paris.

Section de Chimie. — M. **Marc Tiffeneau**, le 20 mai, à Paris.

Section de Botanique. — M. **Alexandre Guilliermond**, le 1er avril, à Lyon.

Section d'Économie rurale. — M. **Gustave Moussu**, le 16 octobre, à Saint-Laurent-en-Gâtine, Indre-et-Loire.

Section des Applications de la Science à l'Industrie. — M. **Georges Charpy**, le 25 novembre, à Paris.

Membres élus depuis le 1er janvier 1945.

Section de Chimie. — M. **Paul Pascal**, le 3 décembre, en remplacement de M. **Marc Tiffeneau**, décédé.

Section de Minéralogie. — M. **Albert Michel-Lévy**, le 22 janvier, en remplacement de M. **Charles Barrois**, décédé;

M. **Léon Bertrand**, le 11 juin, en remplacement de M. **Lucien Cayeux**, décédé.

Section de Botanique. — M. **Joseph Magrou**, le 7 mai, en remplacement de M. **Marin Molliard**, décédé.

Section de Médecine et Chirurgie. — M. **Charles Laubry**, le 15 janvier, en remplacement de M. **Charles Achard**, décédé;

M. **Henri Hartmann**, le 19 mars, en remplacement de M. **Antonin Gosset**, décédé;

M. **René Leriche**, le 4 juin, en remplacement de M. **Jean-Louis Faure**, décédé.

Section des Membres non résidants. — M. **Pol Bouin**, le 23 avril, en remplacement de M. **Paul Sabatier**, décédé.

Associés étrangers. — M. **Charles de La Vallée Poussin**, le 15 janvier, en remplacement de M. **Edmund Beecher Wilson**, décédé ;

M. **Maurice Lugeon**, le 15 janvier, en remplacement de M. **Waldemar Christofer Brögger**, décédé ;

M. **Niels Bohr**, le 26 février, en remplacement de Sir **Joseph John Thomson**, décédé ;

Sir **Charles Sherrington**, le 9 avril, en remplacement de M. **Vito Volterra**, décédé ;

M. **Walter Sydney Adams**, le 18 juin, en remplacement de M. **Tullio Levi-Civita**, décédé.

Membres à remplacer.

Section de Mécanique. — M. **Émile Jouguet**, mort à Montpellier, le 2 avril 1943.

Section de Géographie et Navigation. — M. **Robert Bourgeois**, mort à Paris, le 10 novembre 1945.

Section de Physique générale. — M. **Jean Perrin**, mort à New York, le 17 avril 1942.

M. **Charles Fabry**, mort à Paris, le 11 décembre 1945.

Section de Botanique. — M. **Alexandre Guilliermond**, mort à Lyon, le 1er avril 1945.

Section d'Économie rurale. — M. **Gustave Moussu**, mort à Saint-Laurent-en-Gâtine, le 16 octobre 1945.

Section des Membres non résidants. — Les six places créées par le décret du 3 novembre 1945 sont à pourvoir.

Section des Applications de la science à l'industrie. — M. **Georges Claude**, dont l'élection a été annulée par décision de l'Académie en date du 4 septembre 1944.

M. **Georges Charpy**, mort à Paris, le 25 novembre 1945.

Associés étrangers. — Sir **William Bragg**, mort à Londres, le 12 mars 1942 ;

M. **Pieter Zeeman**, mort à Amsterdam, le 9 octobre 1943.

Correspondants décédés depuis le 1er janvier 1945.

Pour la Section de Géographie et Navigation. — M. **Jules Richard**, le 24 janvier, à Monaco.

Pour la Section de Physique générale. — M. **Blas Cabrera**, le 1er août, à Mexico.

Pour la Section de Chimie. — M. **Maurice Nicloux**, le 5 janvier, à Annecy.

M. **Albert Recoura**, le 21 décembre.

Pour la Section de Minéralogie. — M. **Vladimir Vernadsky**, le 6 janvier, à Moscou.

Pour la Section d'Anatomie et Zoologie. — M. **Paul Pelseneer**, le 5 mai, à Bruxelles.

Pour la Section de Médecine et Chirurgie. — M. **Maurice Arthus**, le 24 février, à Fribourg, Suisse.

Correspondants élus depuis le 1er janvier 1945.

Pour la Section de Géométrie. — M. **Godfrey Harold Hardy**, le 5 février, à Cambridge, Angleterre, en remplacement de M. **Émile Cotton**, élu Membre non résidant.

Pour la Section de Physique générale. — M. **René Fortrat**, le 2 juillet, à Grenoble, en remplacement de M. **Charles Eugène Guye**, décédé.

Pour la Section de Chimie. — M. **Charles Courtot**, le 23 avril, à Nancy, en remplacement de Sir **William Pope**, décédé.

Pour la Section de Botanique. — M. **Elmer Drew Merrill**, le 7 mai, à Cambridge, Massachusetts, en remplacement de M. **Seiitiro Ikeno**, décédé;

M. **Maurice Bouly de Lesdain**, le 14 mai, à Paris, en remplacement de M. **Albert Maige**, décédé;

M. **Paul Becquerel**, le 29 octobre, à Neuilly-sur-Seine, en remplacement de M. **Mathieu Leclerc du Sablon**, décédé.

Correspondants à remplacer.

Pour la Section de Géométrie. — Sir **Joseph Larmor**, mort à Holywood, Irlande, le 19 mai 1942;

M. **Eugène Fabry**, mort à Mazargues, près de Marseille, le 6 octobre 1944;

M. **George Birkhoff**, mort à Cambridge, Massachusetts, le 12 novembre 1944;

M. **Charles de La Vallée Poussin**, élu Associé étranger le 15 janvier 1945.

Pour la Section de Mécanique. — M. **Augustus Edward Hough Love**, mort à Oxford, Angleterre, le 5 juin 1940.

Pour la Section d'Astronomie. — M. **Louis Fabry**, mort aux Lecques (Var), le 26 janvier 1939;

Sir **Frank Dyson**, mort en mer, au retour d'un voyage en Australie, le 25 mai 1939;

M. **Alfred Fowler**, mort à Londres, le 24 juin 1940;

M. **Edmond Rothé**, mort à Lezoux (Puy-de-Dôme), le 28 août 1942;

M. **Frank Schlesinger**, mort à Lyme, Connecticut, le 10 juillet 1943;

M. **Walter Sydney Adams**, élu Associé étranger le 18 juin 1945.

Pour la Section de Géographie et Navigation. — M. **Jules Schokalsky**, mort le 26 mars 1940;

M. **William Bowie**, mort le 28 août 1940.

M. **Jules Richard**, mort à Monaco, le 24 janvier 1945.

Pour la Section de Physique générale. — M. **Henri Buisson**, mort à Marseille, le 6 janvier 1944.

M. **Niels Bohr**, élu Associé étranger le 26 février 1945;

M. **Blas Cabrera**, mort à Mexico, le 1er août 1945.

Pour la Section de Chimie. — M. **Frédéric Swarts**, mort à Gand, Belgique, le 6 septembre 1940;

Sir **Robert Hadfield**, mort à Londres, le 30 septembre 1940;

M. **Maurice Nicloux**, mort à Annecy, le 5 janvier 1945;

M. **Paul Pascal**, élu membre de la Section le 3 décembre 1945.

M. **Albert Recoura**, mort le 21 décembre 1945.

Pour la Section de Minéralogie. — M. **Giuseppe Cesàro**, mort à Comblain-au-Pont (Belgique), le 20 janvier 1939;

M. **Ludovic Mrazec**, mort victime d'un bombardement à Bucarest, le 9 juin 1944.

M. **Vladimir Vernadsky**, mort à Moscou, le 6 janvier 1945;

M. **Maurice Lugeon**, élu Associé étranger le 15 janvier 1945.

Pour la Section d'Économie rurale. — M. **Édouard Imbeaux**, mort à Hyères, Var, le 25 juin 1943;

M. **André Paillot**, mort à Saint-Genis-Laval, Rhône, le 23 décembre 1944.

Pour la Section d'Anatomie et Zoologie. — M. **Pol Bouin**, élu Membre non résidant le 23 avril 1945;

M. **Paul Pelseneer**, mort à Bruxelles, le 5 mai 1945.

Pour la Section de Médecine et Chirurgie. — M. **Emile Forgue**, mort à Grave, Ariège, le 1er février 1943;

M. **Alexandre Yersin**, mort à Nhatrang, Annam, le 1er mars 1943;

M. **Alexis Carrel**, mort à Paris, le 5 novembre 1944.

M. **Maurice Arthus**, mort à Fribourg, Suisse, le 24 février 1945;

Sir **Charles Sherrington**, élu Associé étranger le 9 avril 1945.

Pour les Sections qui pourront être désignées par l'Académie :

A. — Le Correspondant suivant pour la Section de Mécanique : M. **Joseph Auclair**, mort à Saint-Léger-sur-Roanne, le 12 décembre 1936.

B. — Le Correspondant suivant pour la Section de Chimie : M. **Amé Pictet**, mort à Genève, le 11 mars 1937.

C. — Le Correspondant suivant pour la Section de Physique générale : M. **Camille Gutton**, élu Académicien libre, le 31 janvier 1938.

D. — Le Correspondant suivant pour la Section de Mécanique : M. **John Alexander Low Waddell**, mort à New York, le 3 mars 1938.

E. — Le Correspondant suivant pour la Section de Botanique : M. **Lucien Daniel**, mort à Rennes, le 26 décembre 1940.

F. — Le Correspondant suivant pour la Section de Géométrie : M. **David Hilbert**, mort à Göttingen, le 14 février 1943.

M. le **Secrétaire perpétuel** donne lecture de la lettre suivante du Général **de Gaulle**.

Paris, le 12 décembre 1945.

Messieurs les Secrétaires perpétuels,

Le texte du vœu émis par votre illustre Compagnie concernant l'utilisation de l'énergie atomique m'a bien été remis.

Vous pouvez être assurés que je considère, avec une grande sympathie, les principes que vos Confrères ont rappelés en des termes d'une si noble portée.

Veuillez agréer, Messieurs les Secrétaires perpétuels, les assurances de mes sentiments de haute considération.

Ch. de Gaulle.

M. le **Secrétaire perpétuel** donne lecture de la lettre suivante de M. **Maurice Caullery**, Président sortant :

Paris, le 20 décembre 1945.

Messieurs les Secrétaires perpétuels,

Retenu loin de Paris par des réunions de famille, aux premiers jours de l'année 1946, il me sera impossible d'assister à la séance où se fait la transmission des pouvoirs du Président sortant.

Je vous exprime donc ici tous mes remercîments pour le concours que

vous m'avez prêté pendant l'année 1945 et vous prie d'être mon interprête auprès de l'Académie pour lui témoigner encore ma gratitude à l'égard de l'honneur qu'elle m'a fait en me confiant la présidence et de la façon dont elle m'en a facilité l'exercice.

Veuillez aussi exprimer à mon excellent Confrère et vieil ami Cartan la satisfaction cordiale que j'éprouve à le voir me succéder.

Agréez, je vous prie, l'assurance de mes sentiments tout dévoués.

M. CAULLERY.

En prenant possession du fauteuil de la Présidence, M. **ÉLIE CARTAN** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

En prenant possession du fauteuil de la Présidence, mes premières paroles sont pour vous remercier de l'honneur que vous m'avez fait en me choisissant comme président pour l'année 1946. Je ne me dissimule pas que les considérations d'ancienneté ont joué le principal rôle dans votre choix, mais je me plais à y trouver aussi l'expression de votre sympathie qui m'est chère en même temps que de votre confiance, que je ne suis pas bien sûr de mériter complètement. Je ferai du moins tous mes efforts pour en être digne. J'y serai aidé puissamment par les enseignements que j'ai recueillis pendant mon année de vice-présidence aux côtés de notre président sortant, mon camarade et ami de plus d'un demi-siècle, Maurice Caullery. Son autorité, le haut souci qu'il n'a cessé de montrer des devoirs de sa charge, ont été pour moi un exemple précieux dont je m'inspirerai de mon mieux. Comme tous ceux qui m'ont précédé comme président, je sais aussi que je puis compter sur les conseils éclairés de nos deux Secrétaires perpétuels, que je remercie d'avance de vouloir bien me guider avec la vigilance et la sûreté que nous leur connaissons tous et dont nous leur sommes tous reconnaissants.

L'année que nous venons de terminer a été l'année de la libération et de la victoire. Non seulement toutes les parties du territoire national qui, il y a un an, étaient encore occupées par l'ennemi, sont maintenant libérées, mais la guerre s'est éteinte sur toute la surface du globe; elle laisse, il est vrai, bien des deuils, dont, en janvier dernier, nous ne pouvions soupçonner ni toute l'étendue, ni toute l'horreur. Si notre pays a été libéré par l'effort de guerre gigantesque de nos alliés, il l'a été aussi par les sacrifices, que nous voulons espérer ne pas être vains, des meilleurs de nos enfants. Maintenant, appauvrie et meurtrie, la France a commencé, au milieu des plus graves difficultés, à reconstituer sa grandeur sous la direction du gouvernement que le pays s'est donné. Dans cette tâche, notre Académie

doit jouer un rôle important, en collaboration avec les Académies des Sciences de tout le monde civilisé.

C'est au mois d'août dernier que le monde a eu la révélation brusque de la dernière conquête de la Science et de la révolution qu'elle a opérée dans l'histoire de l'humanité, je veux dire la libération de l'énergie atomique. En achevant de dominer les forces de la nature dans une mesure qu'on n'aurait osé imaginer il y a cinquante ans, on peut se demander si l'homme s'est rendu le maître ou l'esclave de la Nature ? Problème terrible, qu'il ne m'appartient pas de résoudre. Il ressortit à la fois à la Science et à la Morale, et c'est le moment de nous rappeler la parole que nous avons entendue naguère de Lord Winston Churchill quand il formulait, ici même, le vœu que l'existence simultanée à l'Institut de France de l'Académie des Sciences morales et politiques et de l'Académie des Sciences contribue à une pénétration de la morale dans la science.

Dans les recherches qui ont conduit à la libération de l'énergie atomique, il est réconfortant pour nous de penser que la France a compté de nombreux savants qui ont joué un rôle d'initiateurs. Il me suffira de citer, dans notre Compagnie, les noms de Maurice et de Louis de Broglie, de Paul Langevin et de Frédéric Joliot, sans parler, parmi les disparus, de Jean Perrin, dont il y a deux semaines notre jeune Secrétaire perpétuel retraçait l'œuvre avec une éloquence émouvante et une hauteur de vues que nous avons tous admirées. Notre gouvernement a récemment créé un Commissariat pour s'occuper des recherches concernant la libération de l'énergie atomique et ses multiples applications, celles notamment qui ont pour objet le bien de l'humanité. A côté de ceux de nos confrères dont j'ai cité les noms tout à l'heure, cette commission comprendra vraisemblablement plusieurs jeunes savants qui ont déjà donné des preuves éclatantes de leur valeur. Un jour sans doute elle pourra s'agréger dans la Commission internationale dont il était question ces jours-ci.

Comme vous le savez, notre Académie s'est ralliée récemment à une motion de l'Académie des Sciences d'Amsterdam demandant que toutes les recherches sur l'énergie atomique soient rendues publiques. Il serait très désirable qu'on pût arriver à ce résultat; puisse, dans ce cas, l'accord des savants de tout le monde civilisé nous préserver du péril mortel que pourrait être la puissance nouvelle et redoutable conquise par l'homme : c'est le souhait que nous pouvons tous former au début de cette année.

Mon éminent prédécesseur, dans son discours inaugural, nous avait dit la nécessité du rajeunissement de notre Académie en vue de son meilleur rendement. Comme vous avez pu en juger, les discussions qui ont eu lieu sur cette question et sur la question connexe du vétéranat ou de l'éméritat ont révélé des points de vue assez divergents. Il y a là un problème important auquel il faudra que nous réfléchissions et qui est, sans doute, moins

simple qu'il ne paraît à première vue. Il semble, du moins, que tout le monde soit d'accord pour limiter l'âge d'élection des membres de l'Académie en introduisant, dans l'application, des modalités donnant toutes les garanties nécessaires pour qu'un savant éminent, dont l'élection a été entravée par diverses circonstances, puisse entrer à l'Académie et y rendre tous les services qu'on peut attendre de lui. C'est un résultat qu'on peut obtenir par un simple règlement intérieur sans se heurter à des problèmes difficiles nécessitant l'intervention du gouvernement ou exigeant un accord de principe avec toutes les Académies de l'Institut. Du reste tout le problème vous sera soumis prochainement dans un Comité secret.

Vous vous attendez sans doute, mes chers Confrères, que, comme mes prédécesseurs, j'aborde le problème qui se pose toujours et ne se résout jamais, celui des conversations qui accompagnent nos séances publiques, à l'étonnement des savants étrangers qui viennent ici pour la première fois. On a imaginé différents remèdes qui se sont tous montrés inefficaces. Il est évidemment impossible de demander à l'orateur qui expose les résultats d'une Note présentée à l'Académie, d'intéresser tous les auditeurs, et cela parce que les différentes disciplines scientifiques se développent de plus en plus indépendamment les unes des autres. Mais il serait souvent possible, en passant sur les détails, de mettre en évidence ce que la Note contient d'essentiel; je me permets de soumettre cette suggestion à vos méditations.

Je me permettrai de faire une observation analogue en ce qui concerne ceux de nos Comités secrets où sont discutés les titres des candidats, soit à un fauteuil de l'Académie, soit à une chaire d'un de nos grands établissements scientifiques. On ne peut songer, naturellement, à limiter la liberté que les rapporteurs possèdent de présenter, comme ils l'entendent, les titres des candidats, mais il arrive quelquefois que l'abondance des détails masque le caractère essentiel de l'ensemble et décourage l'attention de l'auditeur. Enfin, puisque j'en suis aux suggestions, on peut souhaiter une présence plus assidue aux Commissions des prix; n'oublions pas que l'un des rôles importants de l'Académie est d'aider au développement de la Science en encourageant les auteurs des travaux les plus importants.

Le retard considérable avec lequel les *Comptes rendus* ont dû paraître depuis plusieurs années va bientôt être comblé, et nous espérons que cette année nous pourrons avoir, chaque lundi, notre fascicule hebdomadaire des *Comptes rendus*. Souhaitons, à ce propos, que la pénurie de papier et les pannes de courant qui entravent fâcheusement la publication des ouvrages scientifiques ne soient bientôt plus qu'un mauvais souvenir.

L'année qui vient de s'écouler nous a enlevé de nombreux confrères, surtout dans le courant de ces derniers mois. Je forme le vœu que l'année nouvelle nous soit plus favorable. C'est dans cet espoir que je vous invite, mes chers Confrères, à nous mettre tout de suite au travail.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie le décès de M. **Albert Recoura**, Correspondant pour la Section de Chimie, survenu le 21 décembre 1945.

Notice nécrologique sur Alfred Fowler,
par M. **Bernard Lyot**.

Alfred Fowler naquit dans le Yorkshire en 1868. Il ne possédait aucune fortune; il avait bien peu d'ambition mais il était doué, par contre, d'un caractère résolu et d'une très grande persévérance qui lui ont permis de supporter avec calme les déceptions, de triompher des difficultés et de se classer bientôt au premier rang des astronomes spectroscopistes.

Sa carrière scientifique commença de bonne heure, en 1888, lorsque, âgé de 20 ans, il reçut un emploi de démonstrateur en Astrophysique, à l'Observatoire et au Laboratoire de South Kensington, où il travailla d'abord sous la direction de Sir Norman Lockyer.

Le maître et l'élève étaient également passionnés pour l'Astronomie et leur association fut fructueuse; ils avaient des caractères opposés qui se complétaient heureusement sans se heurter. Lockyer était un chef impérieux, doué d'un esprit intuitif et d'une imagination audacieuse, Fowler était un assistant dévoué, doué d'une grande patience et d'un sens profond de l'expérimentation. Le premier trouvait une extension de nos laboratoires de Physique dans les étoiles, le second considérait surtout la Physique comme un outil que l'on devait mettre au service de l'Astronomie stellaire; ayant vu bien des théories naître pour être ensuite abandonnées, il leur accordait un crédit limité, tandis qu'il considérait les mesures faites avec soin et précision comme inattaquables et douées d'une valeur permanente.

Pendant son association avec Lockyer, Fowler effectua ses premiers travaux, un ensemble de recherches important concernant la classification et l'interprétation des raies renforcées. S'intéressant vivement aux éclipses de Soleil, il prit une part importante à six expéditions; l'une d'elles, dans l'Ouest africain, en 1893 et une autre aux Indes, en 1898, fournirent les premiers enregistrements du spectre de la chromosphère et les premières mesures précises de la longueur d'onde de la raie verte coronale.

En 1901, Lockyer prit sa retraite et Fowler fut nommé professeur au Collège qui devint plus tard l'*Imperial College of Sience and Technology*. Malheureusement on ne laissa pas à sa disposition les instruments

astronomiques rassemblés du temps de son prédécesseur; il en conçut un vif chagrin, mais, sans se décourager, il fonda un nouveau laboratoire de spectroscopie et d'Astrophysique et, avec des moyens modestes, il obtint des résultats de tout premier ordre.

La partie principale de l'œuvre de Fowler, celle qui contribua le plus à sa célébrité, consista à compléter les travaux de Kirchhoff et de ses successeurs sur la composition chimique des corps célestes.

Les radiations identifiées jusqu'alors dans le Soleil et les étoiles appartenaient à des spectres de lignes; l'origine des bandes, dont quelques-unes sont intenses, était encore inconnue. Fowler annonça, que les magnifiques bandes caractéristiques des étoiles du type M, telles que Antarès, sont dues à l'oxyde de titane; dans le spectre des taches solaires il retrouva les mêmes bandes, ainsi que celles de l'hydrure de magnésium. Il reconnut également, dans le Soleil, la présence des bandes d'émission ultraviolettes de la vapeur d'eau et de l'ammoniac et celle des bandes d'absorption de l'ozone. Tous ces faits montrèrent l'existence de corps composés dans l'atmosphère solaire.

Un spectre nouveau fut découvert dans les queues des comètes; Fowler l'obtint, au laboratoire, par l'illumination électrique de l'oxyde de carbone à basse pression.

Fowler porta une grande partie de ses efforts sur les spectres atomiques et leurs relations en séries. La série de Pickering, observée seulement dans quelques rares étoiles très chaudes telles que ζ Puppis, avait été attribuée à l'hydrogène par Rydberg. Fowler en avait obtenu la première raie dans le spectre de la chromosphère, en 1898; avec un tube à hélium contenant des traces d'hydrogène, soumis à de fortes décharges, il reproduisit cette raie, puis, en 1912, il obtint non seulement la série cherchée, mais aussi une série secondaire. Il hésitait pourtant à considérer ces spectres comme dus à l'hydrogène, car, dans la première expérience, ce gaz était présent en très petites quantités et, dans la deuxième, les longueurs d'onde mesurées différaient systématiquement des valeurs prévues; néanmoins il se laissa influencer par l'opinion généralement admise et il n'osa pas la combattre.

Quelques années plus tard, la théorie de Bohr des séries de Balmer prévoyait l'existence de séries correspondantes de l'hélium ionisé et mettait ainsi en lumière la véritable identification des spectres obtenus par Fowler. Les expériences de Fowler ont fourni des données numériques très utiles pour l'édification de la théorie atomique; elles ont permis, entre autres, de calculer avec précision la constante de Rydberg et le rapport des masses de l'électron et du proton.

En 1926, Fowler édifia, à l'aide des nouvelles statistiques quantiques, une théorie mathématique des étoiles naines blanches mettant en évidence les propriétés singulières de leur matière.

L'unité remarquable de l'œuvre de Fowler apparaît dans deux *Bakerian lecture* qu'il fit en 1914 et en 1924. La première donna la preuve expérimentale que les raies renforcées correspondent aux radiations émises par les atomes dans leurs différents états d'ionisation; la deuxième apporta la plus belle illustration du phénomène avec les quatre premiers états d'ionisation du silicium retrouvés dans les groupes de Lockyer I, II, III et IV de raies reconnues au laboratoire et dans les étoiles.

Fowler fut nommé professeur d'Astrophysique en 1920 et fut un des premiers à recevoir, en 1923, le titre de *Jarrow professor* de la Royal Society. La clarté de son enseignement attira des jeunes chercheurs qui venaient de toutes parts; son exemple était contagieux et inspirait des vocations.

D'autre part, en 1920, Fowler accepta d'assumer la charge de secrétaire de l'Union Astronomique Internationale; l'expérience qu'il avait acquise à l'Union Solaire, de 1904 à 1914, l'avait parfaitement préparé à cette délicate fonction. Il prit une part importante à l'organisation de la nouvelle union, qu'il aida à traverser les premières années critiques. Il participa aussi très activement aux travaux de la Commission des étalons de longueurs d'onde.

Fowler fut élu membre de la Royal Astronomical Society en 1889, membre du conseil de cette société en 1904, secrétaire en 1912 et président de 1919 à 1921. N'étant pas rééligible, il servit à nouveau la société comme secrétaire pour l'étranger, de 1931 à 1936.

Les services que Fowler a rendus à la Science furent reconnus par de nombreuses distinctions honorifiques :

Il fut docteur *honoris causa* de quatre universités anglaises : Cambridge, Durham, Bristol et Leeds, Correspondant de l'Académie des Sciences de Paris et Associé étranger de l'Académie nationale des Sciences de Washington. Il reçut la médaille d'or de la Royal Astronominal Society, la médaille Bruce de la A. S. P., la médaille d'or Henry Draper pour l'Astrophysique et le prix Valz de l'Académie des Sciences de Paris.

Ces récompenses, justement méritées, n'ont pas altéré la simplicité et la modestie du professeur Fowler; sa dévotion à toutes les causes scientifiques lui a fait de nombreux amis, tant à l'étranger que dans son pays.

Notice sur les travaux scientifiques de sir Robert Abbott Hadfield, par M. Albert Portevin.

Sir Robert Hadfield, décédé le 30 septembre 1940, en sa maison de Kingston Hill, à l'âge de 82 ans, était en Angleterre le dernier représentant de cette période héroïque de la métallographie inaugurée par Henry Clifton Sorby, tout en appartenant à cette lignée de grands maîtres

de forges qui, comme Sir Lowthian Bell, estimaient devoir consacrer une part notable de leur activité industrielle à l'étude scientifique des problèmes métallurgiques.

Son père, Robert Hadfield, ayant créé une usine spécialement destinée à la production de moulages d'acier, ce qui était alors une nouveauté en Angleterre, il y monta, à l'âge de 17 ans, un laboratoire où il commença l'étude des alliages qui devait être l'objet de sa vie scientifique et prit la direction de l'usine sept ans plus tard.

A la suite de mauvais résultats fournis par des pignons en acier moulés et dont l'analyse révéla un excès de silicium, Hadfield fut orienté vers l'étude de l'influence de cet élément et du manganèse. Ce fut alors que, visitant l'Exposition Universelle de Paris, en 1878, il fut frappé par la série remarquable des ferro-alliages et des aciers produits par l'usine de Terrenoire, près Saint-Étienne, où le grand métallurgiste français que fut Alexandre Pourcel venait de réaliser, pour la première fois au haut-fourneau, la production industrielle de ferro-manganèse tenant jusqu'à 80 % M/m avec seulement une faible teneur en carbone ainsi que du silico-spiegel (fonte à teneur élevée en Si et Mn). Il traduisit la notice établie par Pourcel et commença de préparer des aciers à teneurs élevées en manganèse qui donnèrent des résultats tout à fait inattendus et qui apparurent comme extraordinaires, comme l'adoucissement par trempe à température élevée.

Ce fut le point de départ d'une longue étude dont l'exposé complet fit l'objet, en février 1888, d'une Note présentée à l'Institution of Civil Engineers donnant la description des essais effectués sur une grande série d'aciers contenant 0,1 % jusqu'à 36 % Mn. Alors que les teneurs de 2,5 à 7,5 % fournissaient des produits très fragiles, en augmentant le manganèse la fragilité disparaissait; les meilleurs résultats étaient obtenus pour 12 à 14 % Mn avec environ 1 % de carbone; c'est le métal connu depuis universellement sous le nom d'*acier au manganèse Hadfield*.

Comme le dit Cecil H. Desch dans l'article nécrologique qu'il a rédigé pour la Royal Society : « Cette note constitue le type des investigations métallurgiques de Hadfield. Pour étudier l'influence d'un élément donné, sa méthode consistait à établir une longue série d'alliages de teneurs croissantes en métal d'addition et de soumettre les échantillons à des essais systématiques pour en déterminer les propriétés mécaniques, électriques et magnétiques. Des études de ce genre n'ont pas donné lieu à de nouvelles théories, mais elles ont fourni une grande masse de renseignements industriels d'importance, fertiles en suggestions pour les recherches métallurgiques ultérieures. »

C'est ainsi que furent examinées systématiquement les additions aux aciers de silicium (1889), d'aluminium (1890), de chrome (1892), de nickel (1899) et de tungstène (1903); mais aucun de ces derniers ne présenta

un intérêt scientifique ou technique comparable à ceux du manganèse et du silicium auxquels le nom de Hadfield demeure attaché. Il est vrai de dire que ces métaux étaient incorporés sous forme de ferro-alliages qui, à l'époque, contenaient, en quantités notables, d'autres éléments ou impuretés et, notamment, de carbone.

L'acier au manganèse fut lent à pénétrer dans la pratique industrielle, précisément en raison de ses difficultés d'usinage qui constituaient une de ses caractéristiques liée à son durcissement considérable par déformation : sa dureté, à l'essai Brinell, est presque triplée, ce qui lui confère sa résistance à l'usure; cet acier trouve, par suite, de précieuses utilisations pour les broyeurs, les dragueuses, les croisements de voies de chemins de fer, les casques des soldats britanniques etc.

L'explication de ce durcissement a été une source de discussions de même que ses propriétés anormales (absence de recalescence, effet de la trempe qui l'adoucit, le rend tenace et magnétique alors qu'il perd ces propriétés si on le réchauffe vers 450-500°) qui jouèrent un rôle de premier plan dans la célèbre controverse des carbonistes et des allotropistes en vue d'expliquer le durcissement de l'acier par trempe. A l'heure actuelle, on peut dire que chaque explication, par l'influence du carbone et par celle de l'allotropie du fer, renfermait une part de vérité, ce qui n'est pas rare dans l'histoire des discussions scientifiques.

L'étude de l'influence du silicium apporte une série d'alliages qui, cette fois, manifestera de précieuses qualités électriques et magnétiques lorsqu'en collaboration avec les physiciens Barrett et Brown, ces propriétés furent examinées d'une manière très complète. On découvrit ainsi que les alliages fer-silicium contenant très peu de carbure étaient exempts de vieillissement magnétique, tout en présentant une perte par hystérésis remarquablement faible et qui fut progressivement réduite par les soins apportés en fabrication. Ces travaux ont eu une importance fondamentale pour l'étude du magnétisme, tout en apportant un progrès technique considérable dans la construction des transformateurs. La perte qui, à 50 périodes, était, en 1903, de 1,73 W/kg, fut réduite, en 1925, à 1,23 et même 0,97.

Mais en outre, par ces résultats, Hadfield se trouve à l'origine des deux catégories d'alliages ferreux dépourvus de transformations allotropiques, qu'il est, par suite, un peu impropre d'appeler aciers : les austénitiques demeurant à l'état γ comme son acier au manganèse et les ferritiques demeurant à l'état α comme ceux au silicium.

D'autres problèmes que celui des aciers alliés retinrent l'attention de Hadfield, notamment ceux de retassure des lingots et de corrosion des aciers.

Pour étudier la progression de la solidification d'un lingot d'acier, il eut recours au cuivre fondu qui, plus dense que l'acier, pénètre partout où ce dernier est encore liquide, de sorte que, sur une coupe du lingot froid,

on reconnaissait facilement, à sa couleur, la répartition du cuivre.

Cette solidification est accompagnée de contraction qui détermine la formation de la cavité de retassure qu'il s'efforça de réduire par réchauffage de la partie supérieure du lingot en cours de solidification au moyen de la combustion, sous insufflation d'air, d'une couche de charbon de bois.

Frappé de l'importance de la perte d'acier par la rouille et des fortes dépenses de protection par la peinture, il provoqua de longues et très nombreuses déterminations de la corrosion d'aciers variés par l'eau de mer et les atmosphères marines en des stations très diverses du globe. De même, il encouragea fortement les perfectionnements de construction des microscopes et des méthodes de détermination des duretés élevées.

Mais un sujet de prédilection pour lui était l'étude des échantillons de fer anciens et les problèmes de l'histoire des métaux. Au visiteur qui était accueilli pour la première fois en sa demeure de Carlton House Terrace, sir Robert ne manquait pas de présenter une réduction du *pillar of Delhi* et un canif en miniature exécuté avec les aciers de Faraday.

La fameuse colonne en fer de Delhi préoccupait archéologues et métallurgistes en raison de ses dimensions et de sa conservation; on imaginait difficilement comment, vers l'an 300, avait été forgée, en l'absence de toute machine, une colonne de $7^{m},2$ de haut, et comment elle n'avait, depuis, supporté aucune corrosion par son exposition aux intempéries; en réalité, elle fut fabriquée par soudages successifs de galettes de fer et l'absence de corrosion est, sans aucun doute, due à la pellicule de scorie qui en revet la surface; un fragment de ce fer à l'air se rouille normalement.

Faraday se préoccupant de reproduire l'acier indien, le *Wootz* ou damas oriental, réputé pour son tranchant, entreprit la préparation, en 1818, avec Stodart, d'une série d'aciers contenant les éléments les plus divers et qui constitue, en réalité, la première tentative de préparation d'aciers alliés ou spéciaux. Une caisse contenant 79 échantillons de ces alliages, mais ne pesant, au total, que $3^{kg},572$, étant restée à la Royal Institution; Hadfield obtient de faire un examen métallographique complet du contenu de cette caisse et en communiqua les résultats à la Royal Society; sur un échantillon contenant du platine, un prélèvement fut forgé en lames pour une série de 20 canifs en miniature que Hadfield offrit à de hautes personnalités et à ses collègues.

Grand travailleur, Hadfield avait organisé, systématiquement et matériellement, son existence pour obtenir le meilleur rendement intellectuel; grand industriel, il fit profiter de sa générosité et de sa sollicitude, non seulement ses collaborateurs et l'Université de Sheffield, mais des Sociétés savantes comme la Faraday Society, l'Iron and Steel Institute et la Royal Society of Arts; en 1914, il fonda un hôpital à Wimereux.

De nombreuses distinctions honorifiques, qu'il appréciait particuliè-

rement, lui furent décernées : Correspondant de notre Académie, Membre de la Royal Society, Membre étranger des Académies des Sciences de Suède, de Norvège et de Russie, Docteur *honoris causa* des Universités d'Oxford, de Sheffield et de Leeds, il fut fait baronnet en 1917 et reçut, en 1944, la Médaille d'Or Bessemer de l'Iron and Steel Institute dont il fut président.

Sa figure demeurera au premier plan dans la rénovation de la sidérurgie et parmi les pionniers de la métallographie.

GÉOMÉTRIE DES ENSEMBLES. — *Topologie des espaces cartésiens.* Note de M. ARNAUD DENJOY.

J'ai proposé de qualifier de *décomposition normale* de l'espace cartésien U_r à r dimensions, la division de U_r en éléments disjoints dont chacun est soit un point, soit un continu (nécessairement borné, au sens que j'adopte toujours), et de façon en outre que toute suite convergente d'éléments a pour ensemble limite (nécessairement continu) un élément ou une partie d'un élément de la décomposition.

Rappelons quelques définitions et résultats de la théorie des ensembles cartésiens. E étant un ensemble quelconque situé dans U_r et α un nombre positif, nous notons par $c(E, \alpha)$ l'ensemble (ouvert) des points de U_r dont la distance à E est inférieure à α. Si E est un point, $c(E, \alpha)$ est une sphère ouverte.

Étant donnée une famille f d'ensembles E situés dans U_r, on dit que le point M de U est *point d'accumulation* de la famille f si la sphère $c(M, \alpha)$ est jointe à une infinité d'ensembles E de f, quel que soit α. L'*ensemble d'accumulation* de la famille f est par définition l'ensemble des points d'accumulation de f.

On dit que la famille f (infinie dénombrable) admet le point N pour *point de convergence* si, quel que soit α, la sphère $c(N, \alpha)$ est jointe à tout ensemble E de f, sauf à un nombre fini (ou nul) d'entre eux. L'*ensemble de convergence* de la famille f est l'ensemble de ses points de convergence. La famille f est dite *convergente* et avoir l'ensemble H pour *ensemble limite*, si tout point d'accumulation de f en est aussi point de convergence, H étant à la fois l'ensemble d'accumulation et l'ensemble de convergence de f.

Dans toute famille f qui n'est pas une suite infinie d'ensembles dont la distance à un point fixe de U_r croît indéfiniment, on peut trouver une suite convergente.

H et K étant deux ensembles de U_r, appelons *écart de* H *à* K le minimum des nombres δ tels que $c(H, \delta)$ contient K, et *écart mutuel de* H *et de* K le plus grand des deux écarts de l'un à l'autre.

L'écart de l'ensemble variable E de la famille f à l'ensemble d'accumulation I de f n'a pas d'autre valeur limite que o (les E dont l'écart à I est positif forment une suite dénombrable dont l'écart à I tend vers o).

Si la famille f converge et a pour limite l'ensemble J, l'écart mutuel de E et de J tend vers o.

Étudions les propriétés générales d'une décomposition normale Δ de U_r.

LEMME. — *Si une suite f d'éléments γ_i de Δ admet deux points de convergence* N *et* N' *distincts,* N *et* N' *appartiennent au même élément γ de Δ.*

Car dans f nous pouvons trouver une suite convergente. L'élément limite de cette suite contient N et N'. Ceux-ci sont sur un même élément γ de Δ, puisque Δ est une décomposition normale.

Corollaire I. — *Si les points* $N_1, N_2, \ldots, N_i, \ldots$ *de* U_r *ont leur ensemble d'accumulation dans l'élément* γ *de* Δ *et si* γ_i *est l'élément de* Δ *contenant* N_i, *l'ensemble d'accumulation des* γ_i *est dans* γ.

Car si M est un point d'accumulation de la suite γ_i, il existe dans celle-ci une suite partielle convergeant au point M, et dont les N_i aussi convergent. Donc M est sur γ.

Corollaire II. — *Si* γ *est un élément de la décomposition normale* Δ *de* U_r *et si la distance de l'élément* γ' *à* γ *tend vers* o, *l'écart de* γ' *à* γ *tend aussi vers* o.

Car, d'après le corollaire I, γ contient l'ensemble d'accumulation des γ'.

Théorème I. — ε *étant un nombre positif donné, et* γ *un élément quelconque de la décomposition normale* Δ *de* U_r, *l'ensemble* $\omega(\gamma, \varepsilon)$ *formé par les éléments* γ' *de* Δ *dont l'écart à* γ *est inférieur à* ε, *est ouvert dans* U_r.

$\omega(\gamma, \varepsilon)$ est par définition l'ensemble des γ' contenus dans $c(\gamma, \varepsilon)$.

Soit ε' l'écart d'un élément γ' de $\omega(\gamma, \varepsilon)$ à γ; ε' est inférieur à ε. D'après le corollaire II, il existe un nombre positif η' tel que, si γ'' est un élément quelconque de Δ joint à $c(\gamma', \eta')$, l'écart de γ'' à γ' est inférieur à $\varepsilon - \varepsilon'$. Donc l'écart de γ'' à γ est inférieur à ε et γ'' est dans $\omega(\gamma, \varepsilon)$. Celui-ci contient donc $c(\gamma', \eta')$; γ' est inférieur à $\omega(\gamma, \varepsilon)$. Celui-ci est donc ouvert.

Tout élément continu de Δ ayant un point dans $\omega(\gamma, \varepsilon)$ y est contenu tout entier.

Éléments singuliers. — Nous dirons qu'un élément γ de la décomposition normale Δ est *régulier* s'il existe une suite d'éléments de Δ convergeant vers γ. Dans le cas contraire, nous dirons que γ est un élément *singulier* de Δ. Tout élément-point de Δ est évidemment régulier.

Donc, si γ est un élément singulier de Δ (γ est un continu), et si γ contient l'ensemble limite g d'une suite convergente d'éléments γ_i, l'écart de γ à g est positif, quelle que soit la suite considérée. Je dis que *le minimum d de cet écart est atteint pour une suite particulière* γ_i.

En effet, soit ε_n une suite numérique tendant vers zéro. Il existe dans γ un continu g_n dont γ s'écarte de moins de $d + \varepsilon_n$ et qui est la limite d'une suite convergente γ_n^i (i croissant) d'éléments de Δ. L'écart mutuel de γ_n^i et de g_n tend vers zéro (i croissant). On peut trouver un γ_n^i, désignons-le par γ'_n, tel que l'écart de g_n à γ'_n est inférieur à ε_n. L'écart de γ à γ'_n sera inférieur à $d + 2\varepsilon_n$. Toute suite partielle convergente formée avec les γ'_n aura son ensemble limite g' tel que γ ne s'en écarte pas de plus de d. Comme d est le minimum d'un tel écart, l'écart de γ à g' est exactement d.

Le minimum d sera appelé l'*oscillation de* Δ *au voisinage de l'élément singulier* γ.

Un raisonnement analogue au précédent montre que :

A tout nombre ε *inférieur à l'oscillation* d *de la décomposition normale* Δ *au voisinage de l'élément singulier* γ, *il correspond un nombre* η *tel que si* γ' *est joint à* $c(\gamma, \eta)$, *l'écart de* γ *à* γ' *surpasse* $d - \varepsilon$.

f étant un ensemble d'éléments constituants de la décomposition normale Δ de U_r, l'élément γ' de Δ sera dit *accumulatif pour f* si $c(\gamma', \varepsilon)$ est joint à une infinité d'éléments γ de f; γ' contient l'ensemble d'accumulation de toute suite d'éléments γ de f dont la distance à γ' tend vers o (corollaire II). Un élément de f non accumulatif pour f sera dit *isolé dans f*.

L'ensemble f_1 des éléments de f accumulatifs pour f est appelé le premier *dérivé intrinsèque de f*. Si λ est un nombre ordinal, le dérivé intrinsèque d'ordre λ de f est par définition le dérivé intrinsèque de $f_{\lambda-1}$ si λ est de première espèce, l'ensemble commun aux f_μ pour $\mu < \lambda$ si λ est de seconde espèce. L'ensemble f sera dit *dense en lui-même* s'il est identique à son dérivé intrinsèque. Il est dit *clairsemé* s'il ne contient aucun ensemble d'éléments de Δ dense en lui-même. Il possède alors un dérivé intrinsèque nul. Les constituants d'un ensemble f clairsemé sont en nombre fini ou en infinité dénombrable.

Voici un théorème dont nous donnerons des énoncés de plus en plus précis et dont chacun entraîne le précédent.

THÉORÈME II. — *L'ensemble des éléments singuliers d'une décomposition normale Δ de U_r est dénombrable.*

THÉORÈME II *a*. — *L'ensemble $f(3\alpha)$ des éléments singuliers de Δ où l'oscillation de Δ surpasse un même nombre positif 3α est clairsemé.*

THÉORÈME II *b*. — *Le dérivé intrinsèque $f_\omega(3\alpha)$ de $f(3\alpha)$ n'existe pas.*

THÉORÈME II *c*. — *Si, le continu γ étant un élément de $f(3\alpha)$, q est le nombre maximum de sphères disjointes de rayon α ayant simultanément leurs centres sur la frontière de γ, le continu γ ne peut pas appartenir à un dérivé intrinsèque $f_p(3\alpha)$ de rang p supérieur à q.*

D'après la définition de q, il est possible de trouver un nombre positif θ assez petit pour que le nombre des sphères de rayon α ayant simultanément leurs centres dans $c(\gamma, \theta)$ non intérieurs à γ, et situées à distance positive les unes des autres soit au plus égal à q.

η_0 existe tel que tout élément γ' de Δ joint à $c(\gamma, \eta_0)$ laisse γ écarté de lui de plus de 2α. Soit θ_0 inférieur à θ et à η_0. Formons l'ensemble ouvert $\omega(\gamma, \theta_0)$. Cet ensemble est dans $c(\gamma, \theta_0)$, donc dans $c(\gamma, \theta)$ et dans $c(\gamma, \eta_0)$. Tout élément γ' de Δ joint à $\omega(\gamma, \theta_0)$ reste en totalité dans $\omega(\gamma, \eta_0)$; γ' est dans $c(\gamma, \theta)$ et l'écart de γ à γ' surpasse 2α.

Puisque γ est dans $f_p(3\alpha)$, donc accumulatif pour $f_{p-1}(3\alpha)$, il y a un γ_1 appartenant à $f_{p-1}(3\alpha)$ et joint à $\omega(\gamma, \theta_0)$; γ_1 est donc totalement inclus dans $\omega(\gamma, \theta_0)$. Il est dans $c(\gamma, \theta)$. L'écart de γ à γ_1 surpasse 2α, et il y a donc sur γ un point frontière M_0 tel que la sphère $c(M_0, 2\alpha)$ soit à distance positive de γ_1.

Soit η_1 tel que, si l'élément γ' de Δ est joint à $c(\gamma_1, \eta_1)$, l'écart de γ_1 à γ' surpasse 2α. Prenons θ_1 positif, inférieur à la fois à la distance de γ_1 à la frontière de $\omega(\gamma, \theta_0)$, à la distance de γ_1 à $c(M_0, 2\alpha)$, enfin à η_1. Formons $\omega(\gamma_1, \theta_1)$. Cet ensemble est dans $c(\gamma_1, \theta_1)$, donc dans $\omega(\gamma, \theta_0)$, à distance positive de $c(M_0, 2\alpha)$, et inclus dans $c(\gamma_1, \eta_1)$.

Puisque γ_1 est dans $f_{p-1}(3\alpha)$, il est accumulatif pour $f_{p-2}(3\alpha)$. Donc f_{p-2} a un élément γ_2 joint à $\omega(\gamma_1, \theta_1)$; γ_2 est entièrement inclus dans $\omega(\gamma_1, \theta_1)$. Donc γ_2 est dans $\omega(\gamma, \theta_0)$; γ_2 est à distance positive de $c(M_0, 2\alpha)$; enfin γ_2 est dans $c(\gamma_1, \eta_1)$, par suite l'écart de γ_1 à γ_2 surpasse 2α, et il existe un point M_1 de γ_1 tel que la sphère $c(M_1, 2\alpha)$ soit à distance positive de γ_2.

Tant que $n \leqq p$, on met en évidence un continu γ_n appartenant à $f_{p-n}(3\alpha)$, γ_{n+1} étant dans $\omega(\gamma_n, \theta_n)$, ensemble ouvert décroissant. γ_n contient un point M_n tel que $c(M_n, 2\alpha)$ est disjoint de γ_m si $n < m \leqq p$. Dès lors les sphères $c(M_n, \alpha)$ sont disjointes. Les M_n étant tous dans $c(\gamma, \theta)$ et non intérieurs à γ, l'inégalité $p > q$ est impossible.

L'énoncé reste exact si $f(2\alpha)$ y remplace $f(3\alpha)$; p peut alors égaler q.

Si les $U_r - \gamma$ possèdent la $(r-1)^e$ connexité (la même que si γ est un point), pour procéder à l'application quasi continue, vraisemblablement réalisable, de Δ sur Δ_0 dont tous les éléments sont des points, peut-être serait-il utile d'appliquer d'abord les ensembles $f(3\alpha)$ sur des ensembles clairsemés de Δ_0 ayant la même structure. On change des $\omega(\gamma, \varepsilon)$ en sphères.

MOTEURS THERMIQUES. — *Propulsion par statoréacteur à détonation.* Note de M. **Maurice Roy**.

Aux vitesses *supersoniques*, le statoréacteur (ou tuyère thermopropulsive) imaginé par Lorin vers 1910 est susceptible de fournir un bon rendement global de propulsion.

Pour une partie de la compression préalable de l'air à assurer par le diffuseur constituant la partie antérieure du statoréacteur, on est amené à envisager l'utilisation avantageuse d'une onde de choc.

On peut concevoir un appareil de ce genre dans lequel une telle onde serait à la fois de choc et de combustion, en fait l'*onde explosive* proprement dite. La distribution uniforme du combustible dans le flux d'air capté serait réalisée à l'amont immédiat, de manière à former un flux homogène de mélange explosif et le statoréacteur en question fonctionnerait *par détonation stationnaire*.

Comme, sur la face aval de l'onde explosive, les gaz brûlés auraient la vitesse même du son et que diffuseur et chambre de combustion seraient remplacés par une courte tuyère quasi cylindrique (réalisant captation, carburation et détonation), le statoréacteur envisagé ne se composerait que d'un *divergent* faisant suite audit tronçon, qui en formerait à la fois l'entrée et le *col*. L'appareil serait donc considérablement raccourci et extrêmement simplifié.

L'évolution thermodynamique du flux actif, qui se réduirait à une combustion, sans compression préalable, mais avec accroissement de pression et réduction de vitesse, et à une simple détente subséquente, offrirait quelque analogie avec le *cycle* du moteur primitif à gaz de Lenoir.

Pour la plupart des mélanges explosifs gazeux, les célérités d'onde explosive sont de l'ordre de 1700 à 3000 m/sec. Pour envisager des vitesses de propulsion notablement inférieures encore que très grandes, il faudrait découvrir des produits (liquides de préférence, pour faciliter leur pulvérisation) formant, avec l'air, un mélange où l'onde explosive ne se propagerait qu'à des vitesses de l'ordre de 500 à 1000 m/sec par exemple. Il faudrait également savoir jusqu'où la dilution par excès d'air permettrait d'aller dans cette voie.

Toutes réserves faites sur ce point, qui offre matière à des recherches

d'un intérêt nouveau, voici les résultats d'un calcul destiné à fixer les idées.

On considère un mélange d'hydrogène et d'air stratosphérique (T = 216°,5 K.), auquel on applique les hypothèses et données de Jouguet pour le calcul approché de l'onde explosive [1], et l'on admet la compatibilité de cette onde (à combustion complète) avec un excès d'air de 200 % [2]. La célérité de cette onde s'abaisserait alors à 1277 m/sec, permettant ainsi la propulsion à 4600 km/h dans la stratosphère. Cette onde explosive donnerait un rapport de pressions de 10,64, une température de 1439° K. et une vitesse des gaz de 752 m/sec à son aval. Le flux détendu à la pression ambiante, par une tuyère en métal ou matière réfractaire et de rendement 0,96, serait éjecté à 1450 m/sec et à 830° K.

Le rendement thermique de ce statoréacteur à détonation serait de 26 %, son rendement de propulsion [3] de 94 % et son rendement global de 24,4 %, dépassant celui (20 à 22 %) des groupes motopropulseurs usuels d'aviation pour la propulsion à moins de 800 km/h.

Par comparaison, un statoréacteur normal, à combustion isobare et complète, avec diffuseur de rendement 0,85 et tuyère de rendement 0,94, fournirait, dans les mêmes conditions, un rapport de pressions de 91,7 et des gaz chauds à 1545° K., qu'il éjecterait à 570° K. et à 1575 m/sec. Son rendement thermique atteindrait 46,9 % et son rendement global 41,8 %, mais son encombrement serait considérablement supérieur à celui de l'appareil précédent et la stabilité des écoulements y serait probablement beaucoup plus aléatoire.

Le phénomène de la détonation, si longtemps tenu pour indésirable dans les moteurs classiques, pourrait devenir, semble-t-il, la base du fonctionnement d'un type spécial de statoréacteurs se déplaçant à la vitesse même de l'onde explosive et où, quant à l'adaptation et à la stabilité de la marche, pourrait être mise à profit la remarquable propriété de cette onde de se propager, selon une image empruntée à E. Jouguet, avec une indifférence impressionnante à ce qui se passe en avant comme en arrière d'elle.

Le jour n'est peut-être plus éloigné où l'homme naviguera dans l'atmosphère, ou y fera naviguer des mobiles, à la vitesse même d'une onde explosive et grâce à celle-ci.

M. Auguste Chevalier fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée *Les améliorations scientifiques et techniques réalisées par la France en Indochine.*

---

(1) Cf. E. Jouguet, *Mécanique des explosifs*, 1917, pp. 328-333.

(2) Ceci nécessiterait probablement un artifice approprié.

(3) Sans tenir compte de la résistance extérieure de la carène du statoréacteur.

M. **Charles Maurain** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage de M. Raymond Jouaust intitulé *L'Ionosphère*, dont il a écrit la *Préface*.

M. **Maurice de Broglie** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage de M. Louis Leprince-Ringuet intitulé *Les Rayons cosmiques. Les mésotons*, dont il a écrit la *Préface*.

NOMINATIONS.

Par l'unanimité des suffrages exprimés MM. **Paul Lebeau** et **Marcel Delépine** sont réélus membres de la Commission de contrôle de la circulation monétaire.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de candidats à la *Chaire de Photogrammétrie* du Conservatoire National des Arts et Métiers, pour la première ligne, M. *Georges Poivilliers* obtient 36 suffrages contre 1 à M. *Raymond Martin*. Il y a 1 bulletin nul.

Pour la seconde ligne, M. *Raymond Martin* obtient 32 suffrages. Il y a 2 bulletins nuls.

En conséquence la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation Nationale comprendra :

En première ligne............ M. **Georges Poivilliers**.
En seconde ligne............ M. **Raymond Martin**.

PLIS CACHETÉS.

M. **Xavier Séjourné** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 12 mars 1945 et enregistré sous le n° 12.047.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note intitulée *Sur la mesure de la fraction de lumière réfléchie par l'anneau de Saturne, dans ses rapports avec la constitution de cet anneau*.

(Renvoi à la Section d'Astronomie.)

CORRESPONDANCE.

M. **H. H. Dale**, Président de la *Royal Society*, invite l'Académie à se faire représenter aux cérémonies qui auront lieu à Londres et à Cambridge, les 15 juillet 1946 et jours suivants, en commémoration du *trois-centième anniversaire* de la naissance de Isaac Newton.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Roger Simonet. *Les derniers progrès de la physique. — Les derniers progrès de la chimie. — Les produits de remplacement. — Le froid.*

2° Harold Burrows. *Biological actions of sex hormones.*

3° Charles Brenajzyn. *Autorelief (Le relief par l'éducation de la vue).* Préface de Jean Painlevé (présenté par M. Joseph Pérès).

Il signale également un Ouvrage polycopié :

Charles Platrier. *Initiation aux Mécaniques relativistes.*

M. **Louis Breguet** prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats à l'une des places vacantes dans la Section des Applications de la Science à l'Industrie.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Détermination commune des constantes dans les distributions des plus grandes valeurs.* Note (1) de M. **Émile-J. Gumbel**, présentée par M. Émile Borel.

MM. M. Fréchet (2) et R. A. Fisher (3) ont établi deux distributions stables et asymptotiques de la plus grande valeur. Les deux probabilités $F_1(z)$ et $F_2(x)$ pour qu'une plus grande valeur soit inférieure ou égale à z (ou à x) peuvent être écrites d'une manière uniforme

$$F_1(z) = \exp\left[\left(-\frac{v}{z}\right)^k\right], \qquad (1a)$$

$$F_2(x) = \exp[-e^{-\alpha(x-u)}], \qquad (1b)$$

où exp désigne la fonction exponentielle. Les paramètres v (et u) sont des plus grandes valeurs telles que leur probabilité est la réciproque du nombre e. La variable z est positive. Les paramètres k et α sont inversement proportionnels aux mesures de la dispersion, donc positifs. La première distribution ne possède pas de moments d'ordre supérieur ou égal à k. Pour la deuxième distribution, tous les moments existent.

Une estimation des constantes v et k peut être faite à l'aide de moments inverses m_{-l} d'ordre l définis par

$$m_{-l} = \int_0^\infty z^{-l}\, dF(z).$$

Le calcul conduit à

$$m_{-l} = v^{-l}\Gamma\left(1 + \frac{l}{k}\right),$$

(1) Séance du 3 décembre 1945.

(2) *Annales de la Société Polonaise de Mathématique*, 6, 1927, p. 93.

(3) *Proc. Cambridge Philos. Soc.*, 24, Part 2, 1928, p. 180.

dont résulte, pour $l=1$,

$$m_{-1} = v^{-1}\Gamma\left(1+\frac{1}{k}\right) \tag{2}$$

et, pour $l=2$,

$$\frac{m_{-2}}{(m_{-1})^2} = \frac{\Gamma\left(1+\frac{2}{k}\right)}{\Gamma^2\left(1+\frac{1}{k}\right)}. \tag{3}$$

Nous substituons aux premiers membres des équations (2) et (3) les valeurs numériques tirées des observations; alors l'équation (3) conduit à la connaissance du paramètre k et l'équation (2) donne v. Ces formules peuvent servir à la comparaison entre une distribution observée des plus grandes valeurs et la formule (1 a).

Il est usuel de déterminer les constantes α et u de la formule (1 b) par la méthode des moments, ce qui conduit à

$$\bar{x} = u + \frac{\gamma}{\alpha}, \qquad \alpha^2\sigma^2 = \frac{\pi^2}{6}, \tag{4}$$

où $\bar{x}$ désigne la moyenne arithmétique, σ l'écart type, et γ la constante d'Euler. Une méthode analogue peut être employée pour la formule (1 a). Notons d'abord que les deux formules sont liées par une transformation logarithmique. Posons en effet $x = \log z$ dans (1 b) et nous obtenons

$$F(z) = \exp\left[\left(-\frac{e^u}{z}\right)^{\alpha}\right], \tag{5}$$

c'est-à-dire la formule (1 a), v étant remplacé par e^u et k par α. Voilà pourquoi nous calculons les moments géométriques pour la première distribution. La moyenne géométrique $\bar{g}$ et la moyenne géométrique des carrés $\overline{g^2}$ sont définies par

$$n \log_e \bar{g} = \sum_1^n \log_e x_\nu, \qquad n \log_e \overline{g^2} = \sum_1^n \log_e^2 x_\nu, \tag{6}$$

où n est le nombre d'observations. Puisque les dérivées $f_1(z)$ et $f_2(x)$ des probabilités (1 a) et (1 b) sont liées par

$$f_1(z)\,dz = f_2(x)\,dx,$$

les moments géométriques d'ordre l de la première distribution

$$\log_e \overline{g^l} = \int_0^{\infty} \log_e^l z\, f_1(z)\,dz \tag{7}$$

sont égaux aux moments ordinaires $\overline{x^l}$ de la seconde distribution

$$\overline{x^l} = \int_{-\infty}^{+\infty} x^l f_2(x)\,dx.$$

Il en résulte, pour $l = 1, 2$,

$$(8) \qquad \overline{\log_e g} = \log_e v + \frac{\gamma}{k} \qquad \overline{\log_e g^2} = \frac{\pi^2}{6k^2} + (\overline{\log_e g})^2.$$

La dispersion géométrique σ_g^2, définie par

$$\sigma_g^2 = \overline{\log_e ge} - (\overline{\log_e g})^2,$$

donne

$$(9) \qquad k^2 \sigma_g^2 = \frac{\pi^2}{6}.$$

En remplaçant les premiers membres des équations (8) et (9) par les valeurs observées tirées de (6), on obtient une estimation des constantes dans la formule (10) et cette méthode est tout à fait analogue aux équations (4) valables pour la formule (1 *b*).

THÉORIE DES GROUPES. — *Sur les partitions finies des fonctions de type positif.* Note de M. **Roger Godement**, présentée par M. Élie Cartan.

1. G étant un groupe localement compact, une *structure unitaire* sur G est l'ensemble $\{\mathcal{H}, U_x\}$ d'un espace hilbertien $\mathcal{H}$ et d'une représentation unitaire continue U_x de G dans $\mathcal{H}$. $\{\mathcal{H}, U_x\}$ et $\{\mathcal{H}', U'_x\}$ seront *isomorphes* (notation : $\sim$) s'il existe une application biunivoque $X \to X'$ de $\mathcal{H}$ sur $\mathcal{H}'$ telle que l'on ait

$$(X, U_x Y) \equiv (X', U'_x Y').$$

Le *produit* $\{\mathcal{H}^1, U_x^1\} \times \ldots \times \{\mathcal{H}^n, U_x^n\}$ sera formé par le produit habituel $\mathcal{H}^1 \times \ldots \times \mathcal{H}^n$ des espaces hilbertiens donnés et la représentation

$$U_x[X^1, \ldots, X^n] = [U_x^1 X^1, \ldots, U_x^n X^n]$$

de G dans ce produit. Enfin la structure $\{\mathcal{H}, U_x\}$ sera *contenue* (notation : $<$) dans $\{\mathcal{H}', U'_x\}$ si $\{\mathcal{H}, U_x\} \sim \{\mathcal{H}'', U''_x\}$ où $\mathcal{H}''$ est un sous-espace fermé de $\mathcal{H}'$, invariant par les U'_x, et U''_x la restriction de U'_x à $\mathcal{H}''$. Bien entendu, $\times$ et $<$ sont des notions invariantes par isomorphisme.

2. Une *structure unitaire simple* $\{\mathcal{H}, U_x, X\}$ sera constituée par une structure unitaire $\{\mathcal{H}, U_x\}$ et un élément $X \in \mathcal{H}$ tel que les $U_x X$ engendrent $\mathcal{H}$. On écrira $\{\mathcal{H}, U_x, X\} \sim \{\mathcal{H}', U'_x, X'\}$ si $\{\mathcal{H}, U_x\} \sim \{\mathcal{H}', U'_x\}$ et si en outre l'isomorphisme amène X sur X'. Enfin, $\{\mathcal{H}, U_x, X\} < \{\mathcal{H}', U'_x, X'\}$ signifiera $\{\mathcal{H}, U_x, X\} \sim \{\mathcal{H}'', U''_x, X''\}$ où $\mathcal{H}''$ est un sous-espace invariant fermé de $\mathcal{H}'$, U''_x la restriction de U'_x à $\mathcal{H}''$ et X'' la projection orthogonale de X' sur $\mathcal{H}''$ (laquelle *engendre* nécessairement $\mathcal{H}''$ puisque X' engendre $\mathcal{H}'$).

$f(x)$ étant de type positif sur G, on notera H_f le sous-espace vectoriel de C associé [1], muni de la topologie C-forte; et $\mathcal{H}_f$ l'espace obtenu en munissant H_f de la topologie H-forte définie précédemment.

---

(1) R. Godement, *Comptes rendus*, 221, 1945, pp. 694, 734 et 686, où sont explicitées les notations.

On voit alors que f définit une structure unitaire simple $\{\mathcal{H}_f, U_x, f\}$ sur G. Réciproquement, toute structure unitaire simple $\{\mathcal{H}, U_x, X\}$ peut être définie, à un isomorphisme près, par la donnée de $f(x) = (X, U_x X)$.

3. Dans $\mathfrak{T}$, une *partition* sera une équation de la forme $f = f_1 + \ldots + f_n$; elle sera *essentielle* si $H_{f_1}, \ldots, H_{f_n}$ sont linéairement indépendants dans C; on écrira $f < g$ pour $g - f \in \mathfrak{T}$; enfin, f sera *irréductible* si $\mathcal{H}_f$ ne contient aucun sous-espace invariant fermé non trivial. On a les résultats suivants :

THÉORÈME 1. — $f = f_1 + \ldots + f_n$ *entraîne*

$$\{\mathcal{H}_f, U_x\} < \{\mathcal{H}_{f_1}, U_x\} \times \ldots \times \{\mathcal{H}_{f_n}, U_x\};$$

de plus, on a, dans C,

$$H_f = H_{f_1} + \ldots + H_{f_n}.$$

THÉORÈME 2. — $f < g$ *entraîne* $H_f \subset H_g$ (²).

THÉORÈME 3. — *Si* $f = f_1 + \ldots + f_n$ *est une partition essentielle, on a*

$$\{\mathcal{H}_f, U_x\} \sim \{\mathcal{H}_{f_1}, U_x\} \times \ldots \times \{\mathcal{H}_{f_n}, U_x\};$$

de plus, le produit des structures unitaires $\{\mathcal{H}_{f_k}, U_x\}$ *et l'élément*

$$[f_1, \ldots, f_n] \in \mathcal{H}_{f_1} \times \ldots \times \mathcal{H}_{f_n}$$

constituent une structure unitaire simple isomorphe à $\{\mathcal{H}_f, U_x, f\}$, *et l'on a*

$$\{\mathcal{H}_{f_k}, U_x, f_k\} < \{\mathcal{H}_f, U_x, f\} \qquad (k = 1, \ldots, n).$$

Réciproquement, toute partition vérifiant ces propriétés est essentielle.

THÉORÈME 4. — *Pour que f soit irréductible, il faut et il suffit qu'elle n'admette aucune partition essentielle* (³).

THÉORÈME 5. — *Pour que* O *soit la seule fonction de* $\mathfrak{T}$ minorant *à la fois f et g* (⁴), *il faut et il suffit que* $H_f \cap H_g = \{0\}$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Essai d'une théorie des fonctions analytiques dans les corps valués complets : séries de Taylor et de Laurent issues de ces corps.* Note (¹) de M. **MARC KRASNER**, présentée par M. Jacques Hadamard.

n parcourant l'ensemble des entiers rationnels, soit M un ensemble de points Q_n d'un plan réel $O\xi\eta$ de coordonnées $\xi(Q_n) = n$, $\eta(Q_n)$. Si ν est un nombre

---

(²) Si G est abélien, le théorème de Bochner permet de ramener ce résultat au théorème de Lebesgue-Nikodym.

(³) Je signale que f n'admet alors que les partitions triviales

$$f = \Sigma\lambda_i f \qquad (\lambda_i \geq 0, \Sigma\lambda_i = 1).$$

(⁴) C'est-à-dire pour que $\inf(f, g) = 0$, inf étant relatif à la relation d'ordre $f < g$ définie plus haut. Il est à noter que $\mathfrak{T}$ est *réticulé* si G est abélien; et ne l'est pas si G est compact et non abélien.

(¹) Séance du 3 décembre 1945.

réel (fini ou non), toute droite d'appui de coefficient angulaire $-v$ du système des demi-droites parallèles à la direction positive de $O\eta$ et issues des Q_n sera appelée une *v-tangente de* M; elle sera orientée de manière que M soit à sa gauche. Pour une ∞-tangente, on pose $v=+\infty$ ou $-\infty$ suivant qu'elle est dirigée dans le sens des η négatifs ou positifs. La v-tangente $(-\infty \leqq v \leqq +\infty)$ de M est unique quand elle existe. L'enveloppe $\Pi=\Pi(M)$ des v-tangentes de M, ou *polygone de Newton de* M, est aussi l'enveloppe convexe inférieure de M. Les sommets de Π ayant tous leur abscisse entière, la partie de Π comprise dans la bande $n<\xi<n+1$ (n-entier) est un segment de droite, dont le coefficient angulaire sera noté $-v(n)$. Soient, à partir de ξ nul, P_1, $P_2, \ldots, P_{s^*}$ les sommets de Π vers les ξ positifs [on pose (²) $s^*=+\infty^-$, s'il y en a une infinité]; $P_{-1}, P_{-2}, \ldots, P_{-s'+1}$ ses sommets successifs vers les ξ négatifs ($s'=+\infty^-$, s'il y en a une infinité); P_0, l'intersection de Π avec $O\eta$ si une telle intersection existe; $L_i=P_iP_{i+1}$ ou, si un des points P_i, P_{i+1} n'existe pas, le côté de longueur infinie de Π qui passe par l'autre; l_i, la longueur de la projection de L_i sur $O\xi$; $-v_i$, le coefficient angulaire de L_i; $P_i=P_{i,0}, P_{i,1}, \ldots,$ $P_{i,m(i)}=P_{i+1}$ tous les points de M qui se trouvent sur L_i;

$$\bar{v}'=\text{borne sup}\, v_{-i}(0<i\leqq s'),\qquad \bar{v}^*=\text{borne inf}\, v_i(0\leqq i\leqq s^*)$$

[ces bornes étant prises sur l'ensemble des nombres semi-réels (¹)]. Si s' (ou s^*) est fini, la droite $L'=L_{s'}$ (ou $L^*=L_{s^*}$) est dite *régulière* si, $\eta=-v\xi+a$ étant son équation, on a (¹) $\liminf[\eta(Q_n)+vn-a]=+\infty^-$ quand n parcourt les nombres entiers. Si à la fois s' [ou s^*] est finie et L' [ou L^*] n'est pas régulière, on posera (¹) $v'=(\bar{v}')^-$ [ou $v^*=(\bar{v}^*)^+$]; sinon, on posera $v'=\bar{v}'$ [ou $v^*=\bar{v}^*$]. La v-tangente de M [qui sera notée $L(\Pi; v)$, car elle ne dépend que des Π, v] existe si, et seulement si $\bar{v}^*\leqq v\leqq \bar{v}'$. L'ordonnée $\varphi(\Pi; v)$ de l'intersection de $L(\Pi; v)$ avec $O\eta$ est une fonction continue de v, linéaire par segments et convexe, croissante, constante ou décroissante suivant que $v\leqq v_0$, $v_0\leqq v\leqq v_{-1}$, $v_{-1}\leqq v$. Si $v_{i-1}<v<v_i$, la dérivée de $\varphi(\Pi; v)$ est $\xi(P_i)$. Si P_0 existe, on a, suivant que $v\leqq$ ou $>v_0$, $\varphi(\Pi; v)=\eta(P_0)+\Sigma l_i(v-v_i)=\eta(P_0)+\Sigma[v-v(n)]$ ou $=\eta(P_0)+\Sigma l_i(v_i-v)=\eta(P_0)+\Sigma[v(n)-v]$, où ces sommes sont étendues à tous les i ou n tels que v_i ou $v(n)$ se trouvent dans l'intervalle $[v_0, v]$, et l'inverse de $\varphi(\Pi, v)$ est constituée par deux branches $v'(\Pi; \varphi)$ et $v^*(\Pi; \varphi)$, la première décroissante, définie dans l'intervalle $[\varphi_0=\eta(P_0), \bar{\varphi}'=\varphi(\Pi; \bar{v}')]$, la seconde croissante, définie dans $[\varphi_0, \varphi^*=\varphi(\Pi; \bar{v}^*)]$. Si P_0 n'existe pas, une de ces branches n'existe pas, et l'on doit poser $\varphi_0=-\infty$ ou $+\infty$.

Soient k un corps valué complet (³) et K un surcorps valué (sous-entendu : de manière à prolonger la valuation de k) de k, non localement compact (telle est, par exemple, la fermeture algébrique valuée $\mathfrak{K}$ de k) et tel que K contienne

---

(²) Krasner, *Comptes rendus*, 219, 1944, pp. 433-435.
(³) Ostrowski, *Math. Z.*, 39, 1945, pp. 269-320.

le complété ([4]) de toute sous-extension simple de K/k [en vertu d'un théorème de M. Ostrowski ([3]), K possède cette dernière propriété si K/k est une extension algébrique]. On ajoutera à K un élément ∞_K, auquel on donnera, comme famille de voisinages, la famille des ensembles $|x| > r$, r étant un nombre réel quelconque. Une fonction $f(x)$ définie dans ([4]) K et à valeurs dans ([4]) K sera dite une *série de Laurent* [pour les notions générales de l'analyse, dans les corps valués complets, *voir* le travail cité ([3]) d'Ostrowski] *de* k *en* $x - \alpha$ si elle est de la forme $\Sigma a_n x'^n = \Sigma a_n(x - \alpha)^n$, α étant $\in K$, n parcourant les entiers rationnels et les a_n étant $\in k$. Elle est dite une *série de Taylor de* k *en* $x - \alpha$, si $a_n = 0$ pour $n < 0$. On définit, comme pour les fonctions analytiques de variable complexe, les notions de partie principale et de partie entière d'une série de Laurent, d'holomorphie en un point, de point ordinaire, de singularité isolée, de point singulier essentiel, de pôle et de zéro d'une série de Laurent, ainsi que celle de multiplicité d'un pôle ou d'un zéro, on étend, à la manière habituelle, ces notions au cas où le point considéré est ∞_K et l'on pose $f(\alpha) = \infty_K$ si α est un pôle. Une fonction $f(x)$ dans K est dite *holomorphe* sur un ensemble ouvert $\mathcal{O}$ de K s'il existe une série de Laurent de K qui converge vers $f(x)$ partout sur $\mathcal{O}$; elle est dite *entière*, si elle est holomorphe sur K (∞_K exclu).

$f(x) = \Sigma a_n(x - \alpha)^n$ étant une suite de Laurent de k et $|\ldots|$ et $\omega|\ldots| = -\text{Log}|\ldots|$ désignant la valuation et l'ordre dans K, soit $M(f)$ l'ensemble des points Q_n de coordonnées $\xi(Q_n) = n$, $\eta(Q_n) = \omega(a_n)$. Le polygone de Newton Π de $M(f)$ sera dit le *polygone de Newton de* $f(x)$. Si $\omega(x - \alpha) = v$, $\omega(a_n x'^n) = \omega(a_n) + nv = \eta(Q_n) + v\xi(Q_n)$ est l'ordonnée de l'intersection avec $O\eta$ de la v-droite de coefficient angulaire $-v$ qui passe par Q_n, $f(x)$ converge si, et seulement si ([1]) $\lim\inf[\eta(Q_n) + v\xi(Q_n)] = +\infty^-$, ce qui arrive si, et seulement si $\bar{v}' < v < \bar{v}^\star$ ou, quand L' (ou $L^\star$) est régulière, si $v = \bar{v}'$ (ou $v = \bar{v}^\star$). Ainsi, le domaine de convergence de $f(x)$ est la *couronne circulaire* $r' \leqq |x - \alpha| \leqq r^\star$, où ([2]) $\text{Log}\, r' = -v'$ et $\text{Log}\, r^\star = -v^\star$, ce qui donne, pour les fonctions holomorphes, la *formule de Cauchy-Hadamard* pour le rayon de convergence. — $\text{Log}|f(x)| = \omega(f(x)) \geqq \text{Min}\,\omega(a_n x'^n)$, *égal à* $\varphi(\Pi; v)$, *et le signe est celui de l'égalité*, si ce minimum est atteint pour un seul terme $a_n x'^n$, ce qui arrive *si* v *n'est pas parmi les* v_i [auquel cas, si $v_{i-1} < v < v_i$, l'exposant n du terme en question est $\xi(P_i)$], ou, plus généralement, $\bar{\beta}$ désignant l'élément du squelette ([5]) S de K auquel appartient un $\beta \in K$, *si et seulement si la somme des* $\overline{a_n x'^n} = \bar{a}_n(\overline{x - \alpha})^n$, *prise pour tous les* n *tels que* $\omega(a_n x'^n)$ *atteint son minimum, n'est pas nulle;* or, si $v = v_i$, la somme précédente est, posant $\zeta = \overline{x - \alpha}$, de la forme $\zeta^{\lambda_i} f_i(\zeta) = \Sigma a_n \zeta^n$, où $\lambda_i = \xi(P_i)$, où $f_i(\zeta)$ est un

([4]) N. Bourbaki, *Éléments de Mathématiques*, Livre I, fascicule des résultats et Livre III, Chap. II.

([5]) Krasner, *Comptes rendus*, 219, 1944, pp. 345-347.

polynome en ζ (dont le degré est l_i, si $i \neq s'$ et $\neq s^*$) à coefficients $\overline{a}_n$ dans le squelette ([5]) s de k, défini pour les $\zeta \in S$ appartenant à l'élément v_i du module de valuation ([5]) $\mathfrak{M}$ de K, et où la somme du second membre est étendue aux abscisses $n = \xi_{i,j} = \xi(P_{i,j})$ des $P_{i,j}[j = 0, 1, \ldots, m(i)]$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur certaines fonctions méromorphes.* Note ([1]) de M. **Hubert Delange**, présentée par M. Paul Montel.

Nous considérons une fonction de la forme

$$f(z) = e^{A_0 + A_1 z + \ldots + A_p z^p} \frac{\prod \left(1 + \frac{z}{\alpha_j}\right) e^{-\frac{z}{\alpha_j} + \ldots + (-1)^p \frac{z^p}{p \alpha_j^p}}}{\prod \left(1 + \frac{z}{\beta_j}\right) e^{-\frac{z}{\beta_j} + \ldots + (-1)^p \frac{z^p}{p \beta_j^p}}},$$

où $A_0, A_1, \ldots, A_p$ sont réels et les α_j et β_j réels et positifs.

Nous appelons $\nu(t)$ le nombre de zéros de $f(z)$ de module $\leqq t$ diminué du nombre de pôles de modules $\leqq t$, et *nous supposons que l'on ait constamment* $\nu(t) \geqq 0$ *ou constamment* $\nu(t) \leqq 0$.

On conviendra que $\log f(z)$ représente, dans le plan coupé suivant Ox, la détermination réelle pour z réel positif de $\log f(z)$. On supposera $|\theta| < \pi$.

Nous partons de la remarque simple suivante :

Soit $\rho(x)$ une fonction réelle définie pour x réel positif assez grand, bornée, dérivable et telle que pour x infini $\rho'(x).x \log(x)$ tende vers zéro, et soit $\varphi(u)$ une fonction réelle ou complexe définie pour les valeurs prises par $\rho(x)$, jamais nulle, et continue dans un intervalle contenant les $\underline{\lim}$ et $\overline{\lim}$ de $\rho(x)$. Si $g(x)$ est une fonction réelle ou complexe définie pour x réel positif, la relation $g(x) \sim x^{\rho(x)} \varphi[\rho(x)]$ pour x infini positif équivaut au fait que, si λ_n réel positif tend vers $+\infty$ de façon que $\rho(\lambda_n)$ ait une limite ρ_0, $[1/\lambda_n^{\rho(x_n)}]\, g(\lambda_n x)$ tend vers $x^{\rho_0} \varphi(\rho_0)$.

En appliquant les résultats d'une Note précédente ([2]), on obtient les suivants :

I. 1° $\rho(x)$ étant une fonction du type indiqué, si, pour une valeur de θ, on a pour r infini

$$\operatorname{Log} f(re^{i\theta}) \sim A r^{\rho(r)} e^{i\theta\rho(r)}, \tag{1}$$

on a la même relation pour toutes les valeurs de θ.

2° On a encore (1) pour tout θ si, pour un θ tel que $|\theta| < \pi/2(p+1)$,

$$\log |f(r e^{i\theta})| \sim A r^{\rho(x)} \cos \theta\rho(r).$$

([1]) Séance du 12 décembre 1945.
([2]) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 741.

3° La relation (1) ne peut avoir lieu que si

$$h \leqq \varliminf_{x \to +\infty} \rho(x) \leqq \varlimsup_{x \to +\infty} \rho(x) \leqq h+1, \quad \text{avec } h \text{ entier et } -1 \leqq h \leqq p.$$

4° Si $h < \varliminf_{x \to +\infty} \rho(x) \leqq \varlimsup_{x \to +\infty} \rho(x) < h+1$, pour que l'on ait (1) pour tout θ, il faut et il suffit que, pour x infini,

$$\int_0^x \nu(t)\,dt \sim \frac{A}{\pi} x^{\rho(x)+1} \frac{\sin \pi\rho(x)}{\rho(x)+1},$$

et, pour $q \geqq h+1$,

$$A_q = (-1)^{q+1} \int_0^{+\infty} \frac{\nu(t)\,dt}{t^{q+1}}. \tag{3}$$

Dans le cas où $h = -1$, on peut remplacer $h < \varliminf \rho(x)$ par $h \leqq \varliminf \rho(x)$; il faut admettre alors que, pour $\rho = -1$, $(\sin \pi\rho/\rho+1) = -\pi$.

5° Si $\rho(x)$ tend pour x infini vers s entier, on pourra écrire $x^{\rho(x)} = x^s \omega(x)$, où $\omega(x)$ sera une fonction positive, dérivable et telle que, pour x infini positif, $x\omega'(x)/\omega(x)$ tende vers zéro. Les relations (1) et (2) deviendront

$$\operatorname{Log} f(re^{i\theta}) \sim A r^s \omega(r) e^{si\theta} \tag{1'}$$

et

$$\log |f(re^{i\theta})| \sim A r^s \omega(r) \cos s\theta. \tag{2'}$$

Si $0 \leqq h \leqq p$, on ne peut avoir (1′) que si, pour x infini,

ou bien $\omega(x)$ tend vers $+\infty$, avec $\operatorname{Inf}_{x' \geqq x} \omega(x') \sim \omega(x)$ (α),

» a une limite finie non nulle $\frac{C}{A}$, (β),

» tend vers zéro, avec $\operatorname{Sup}_{x' \geqq x} \omega(x') \sim \omega(x)$ (γ).

(1′) n'est possible que dans le cas (γ) si $h = p+1$ et dans les cas (α) et (β) si $h = -1$.

Les conditions nécessaires et suffisantes pour que l'on ait (1′) pour tout θ sont :

dans le cas (α), $\int_0^x \frac{\nu(t)\,dt}{t^{s+1}} \sim (-1)^s A\omega(x)$, avec (3) pour $q \geqq s+1$;

» (β), $A_s + (-1)^s \int_x^{+\infty} \frac{\nu(t)\,dt}{t^{s+1}} = C$, » $q \geqq s+1$;

» (γ), $\int_x^{+\infty} \frac{\nu(t)\,dt}{t^{s+1}} \sim (-1)^{s+1} A\omega(x)$, » $q \geqq s$.

II. Supposons maintenant $A_0 = 0$, c'est-à-dire $f(0) = 1$.

1° $\rho(x)$ étant toujours du type indiqué, si, pour une valeur de θ, on a

pour r infini

$$(4) \qquad f(re^{i\theta}) \sim r^{\rho(r)} e^{i\theta\rho(r)},$$

on a la même relation pour toutes les valeurs de θ.

2° On a encore (4) si, pour un θ tel que $|\theta| < \pi/2(\rho+1)$, on a

$$|f(re^{i\theta})| \sim r^{\rho(r)}.$$

3° Pour que l'on ait (4), il faut et il suffit que, pour x infini,

$$e^{\int_0^x \frac{\nu(t)\,dt}{t}} \sim x^{\rho(x)}$$

et, pour $q = 1, 2, \ldots, p$,

$$A_q = (-1)^{q+1} \int_0^{+\infty} \frac{\nu(t)\,dt}{t^{q+1}}.$$

Un artifice simple permet de montrer que ces trois derniers résultats valent encore si l'on remplace l'hypothèse du début par celle que $\nu(t)$ reste bornée supérieurement ou inférieurement.

Notons d'autre part que (5) entraîne $\int_0^x \nu(t)\,dt = x\rho(x) + o[x]$.

MATÉRIAUX DE CONSTRUCTION. — *Sur la fabrication rationnelle des bétons à très haute résistance.* Note [1] de M. **Jean Villey**, présentée par M. Albert Caquot.

La notion de béton à ossature, définie dans une Note récente [2], conduit immédiatement à quelques observations *a priori* essentielles lorsque l'on se propose de réaliser un béton à très haute résistance mécanique, c'est-à-dire d'atteindre une valeur élevée du rapport C/E des masses de ciment et d'eau.

Il faut d'abord réaliser une surcharge k de pâte de ciment au moins égale à une certaine valeur k_1 convenable, pour obtenir un gâteau de pâte pure imperméable enrobant complètement chacun des éléments inertes pour éviter des cheminements continus de moindre résistance.

Il est à noter que, lorsque l'on élève la limite inférieure de l'ossature, la surcharge relative k_1 nécessaire pour obtenir une certaine valeur ε de l'écartement moyen entre les surfaces voisines des grains inertes diminue. En effet, si S est la surface totale des grains inertes contenus dans 1^{m^3} d'ossature, le volume de pâte utilisé pour les transformer en *grains fictifs* comportant une surépaisseur $\varepsilon/2$ est approximativement égal à $S(\varepsilon/2)$. Si nous admettons, à titre d'approximation, que le vide $\mathcal{V}'_1$ de ces grains fictifs ne diffère pas nota-

(1) Séance du 3 décembre 1945.

(2) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 689.

blement du vide $\mathcal{V}_1$ (³) des grains réels, nous écrirons alors, puisque le volume de pâte est

$$\mathcal{V} = (1 + k_1)\mathcal{V}_2, \quad (1 + k_1)\mathcal{V}_2 = \mathcal{V}_1 + S\frac{\varepsilon}{2}$$

ou

$$1 + k_1 = \frac{\mathcal{V}_1}{\mathcal{V}_2} + \frac{S\varepsilon}{2\mathcal{V}_2}.$$

Mais $\mathcal{V}_1/\mathcal{V}_2$, un peu inférieur à 1, reste très voisin de 1, par conséquent k_1 est un peu inférieur à la valeur de première approximation

$$(4) \qquad k_1 = \frac{S\varepsilon}{2\mathcal{V}_2}.$$

Or, quand on supprime des éléments fins à la limite inférieure de l'ossature, S diminue et $\mathcal{V}_2$ augmente.

On se propose d'élever le rapport C/E jusqu'à la valeur maximum y compatible avec la maniabilité nécessaire.

La formule (1) de la Note précédente montre que les augmentations de y obtenues en élevant k sont lentes et par conséquent coûteuses. Cela conduit à cette conclusion que, pour obtenir un rapport C/E élevé, il faut prendre une ossature dans laquelle le rapport maximum $y_0 = C_0/E_0$ réalisable par remplissage exact soit déjà élevé.

On l'augmente, par le jeu simultané de ses deux termes, en élevant la limite inférieure de l'ossature, ce qui augmente le volume $\mathcal{V}_2$ de la pâte et par conséquent C_0, en même temps que cela diminue la surface totale S des grains et par conséquent l'eau adsorbée qui intervient dans E_0.

On sera arrêté dans cette voie lorsque le dosage en ciment, donné par la formule (3) de la Note précédente, deviendra trop coûteux.

Dans ce processus rationnel d'amélioration du béton, on se contentera de donner à la surcharge k la valeur k_1 nécessaire pour réaliser l'écartement moyen ε jugé suffisant. Alors, en prenant la valeur approximative (4), cette formule (3) devient, si $(\mathcal{V}_2 - \mathcal{V}_0)$ est négligeable,

$$(5) \qquad C = \frac{y\delta}{y+\delta}\,\frac{2\mathcal{V}_2 + \varepsilon S}{2 + \varepsilon S},$$

où δ est la densité du ciment, voisine de 3.

Pour comparer l'augmentation relative dC/C de la dépense de ciment à l'amélioration relative dy/y du rapport qui règle la résistance du béton, on tirera de (5), par dérivation logarithmique, la relation

$$(6) \qquad \frac{dC}{C} = \frac{dy}{y} - \frac{dy}{y+\delta} + \frac{2\,d\mathcal{V}_2 + \varepsilon\,dS}{2\mathcal{V}_2 + \varepsilon S} - \frac{\varepsilon\,dS}{2 + \varepsilon S}.$$

(³) Nous avons appelé $\mathcal{V}_1$ le plus petit volume d'eau et $\mathcal{V}_2$ le plus petit volume de pâte de ciment que l'on puisse loger dans 1^{m^3} d'ossature (mesurée sèche) sans y laisser de bulles d'air.

A chaque nouvelle élimination faite à la limite inférieure de l'ossature correspond une augmentation du vide $d\mathcal{V}_2 > 0$, déterminée par une nouvelle mesure de compacité, et une diminution de la surface spécifique $dS < 0$, calculable si l'on connaît la courbe granulométrique de l'ossature initiale. Elles entraînent une augmentation déterminée $dy_0 > 0$ du rapport y_0 réalisable sans surcharge, que l'on peut évaluer à partir de $d\mathcal{V}_2$ et de dS (diminution de l'eau de mouillage). L'augmentation correspondante dy du rapport de qualité est calculable à partir de l'équation (1) de la Note précédente, où l'on fait

$$k = \frac{\varepsilon S}{2\mathcal{V}_2}, \qquad \text{d'où } dk = \frac{2\mathcal{V}_2 \varepsilon\, dS - 2\varepsilon S\, d\mathcal{V}_2}{4\mathcal{V}_2^2}.$$

La dépense supplémentaire de ciment est déterminée par (6).

HYDRODYNAMIQUE. — *Du rôle éventuel des sillages dans le phénomène de la poussée sur l'obstacle dans un courant de liquide visqueux.* Note (¹) de M. **Henry du Boscq de Beaumont.**

Nous considérons un courant plan indéfini de liquide visqueux incompressible, troublé par la présence d'obstacles cylindriques, de génératrices perpendiculaires au plan du courant. Nous nous bornerons à l'usage des équations linéarisées dites de Stokes et au mouvement permanent.

On sait que, ψ étant la fonction de courant, en sorte que les composantes u, v de la vitesse, par rapport aux axes ox, oy, soient $u = -\partial\psi/\partial y$, $v = \partial\psi/\partial x$, les équations se réduisent à

$$\text{(1)} \qquad \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \frac{\partial}{\partial y}\Delta\psi = 0, \qquad \frac{\partial p}{\partial y} - \eta \frac{\partial}{\partial x}\Delta\psi = 0,$$

où p est la pression, η le coefficient de viscosité et Δ le laplacien.

De ce système on tire immédiatement

$$\text{(2)} \qquad \Delta p = 0, \qquad \Delta\Delta\psi = 0,$$

le tourbillon étant représenté par $t = 1/2\,\Delta\psi$, W étant la vitesse du courant à l'infini et parallèle à ox, on démontre que, pour chaque système d'obstacles, il existe une infinité de solutions analytiques de (2) exprimables, extérieurement à une circonférence γ entourant les obstacles, par

$$\text{(3)} \qquad \frac{\partial\psi}{\partial y} = -W + \frac{g(x, y)}{r^2}, \qquad \frac{\partial\psi}{\partial x} = \frac{f(x, y)}{r^2},$$

r étant le rayon vecteur tiré du centre de γ et f, g deux fonctions convenablement choisies, régulières et bornées, dans tout le plan extérieur à γ.

Ceci peut éclairer en particulier le paradoxe de Stokes, qui constate une

(¹) Séance du 26 novembre 1945.

incompatibilité entre l'hypothèse de la vitesse relative nulle sur une circonférence obstacle et la condition d'une vitesse bornée et déterminée à l'infini du plan.

Acceptant donc comme évidente l'existence du mouvement, nous éviterons toute hypothèse relative au comportement du fluide aux limites de l'obstacle, ce qui fait évanouir le paradoxe, et nous maintiendrons provisoirement l'hypothèse de l'analycité des solutions cherchées.

Dans ces conditions on établit d'une part, au moyen de (3), que le flux de tourbillon est borné extérieurement à γ et déterminé par

$$(4)\qquad \Phi = \int_{\gamma} \frac{\partial\psi}{\partial y}\,dx - \frac{\partial\psi}{\partial x}\,dy.$$

D'autre part le tourbillon est aussi borné et admet en vertu de (2) et extérieurement à γ le développement

$$(5)\qquad t = \frac{1}{2}\Delta\psi = \sum_{0}^{\infty} c_n r^{-n}\cos n(\theta - \theta_n),$$

où θ est l'angle polaire, c_n, θ_n des constantes et que, par suite, on a encore

$$(6)\qquad \Phi = \iint \sum_{0}^{\infty} {}_n\, c_n r^{1-n}\cos n(\theta - \theta_n)\,dv\,d\theta,$$

l'intégrale étant étendue à tout le plan extérieur à γ.

Par comparaison de (4) et (6), on déduit que c_0, c_1, c_2 doivent être nuls. Ce dont nons allons tirer une conséquence capitale.

Désignant en effet par X et Y les composantes de la poussée sur une portion de courbe pouvant épouser le contour de l'obstacle en tout ou partie, on démontre que les composantes sont des intégrales de différentielles totales exprimables comme suit :

$$(7)\qquad X = U + yp + 2\eta\frac{\partial\psi}{\partial x},\qquad Y = V - xp + 2\eta\frac{\partial\psi}{\partial y},$$

où U et V satisfont aux équations

$$(8)\qquad \Delta U - \frac{2}{y}\frac{\partial U}{\partial y} = 2,\qquad \Delta V - \frac{2}{x}\frac{\partial V}{\partial x} = 0,$$

U et V étant également reliées de façon biunivoque et réciproque au tourbillon; soit par exemple pour U, tenant compte de (1),

$$(9)\quad dU = \eta y^2\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\Delta\psi}{y}\right)dx - \eta y^2\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\Delta\psi}{y}\right)dy,\qquad \eta\,d\left(\frac{\Delta\psi}{y}\right) = -\frac{1}{y^2}\frac{\partial U}{\partial y}dx + \frac{1}{y^2}\frac{\partial U}{\partial x}dy.$$

Ces différentielles, qui se déduisent réciproquement l'une de l'autre, sont bien des différentielles totales en vertu de (8) et de $\Delta\Delta\psi = 0$. Et de façon semblable pour V.

Pour calculer la poussée sur l'obstacle, il suffira donc de la calculer sur la circonférence enveloppante γ.

S'agissant d'une courbe fermée, en l'hypothèse de l'analycité et d'après (7), U et V devront y figurer des fonctions non uniformes pour que X et Y ne soient pas nuls.

La partie non uniforme d'une solution de (8), pour U et V, sera de la forme $U_1 = C_1(\theta - \sin\theta\cos\theta)$, à laquelle correspondra par (9) le terme suivant du développement de $\eta\,\Delta\psi$, soit $n(\Delta\psi) = C_1/r\cos\theta$, qui créerait donc pour X la poussée $2\pi C_1$. Semblablement $(\eta\,\Delta\psi) = C'_1\sin\theta/r$ créerait pour Y la poussée $2\pi C'_1$. Les autres termes du développement et pour l'axe correspondant étant *sans effet*.

Mais il résulte de (6) que C_1 et C'_1 sont nuls.

Les solutions analytiques ne peuvent donc engendrer de poussée. Ce dont on déduira, au moyen de (1), (7) et (9), que les composantes seraient causées par les discontinuités analytiques de $\partial\psi/\partial x$ et $\partial\psi/\partial y$, c'est-à-dire des vitesses u et v.

A moins que la pression ne soit discontinue, des lignes de sillages doivent donc se détacher de l'obstacle pour se prolonger dans le fluide. Ceci n'a rien de surprenant si l'on considère que déjà dans le cas des fluides parfaits, on rencontre le paradoxe de d'Alembert, qui ne se peut interpréter que de cette façon.

De ce point de vue le paradoxe de Stokes, dans son ensemble, se rattache à une extension du précédent aux liquides visqueux, avec les enrichissements que comportent des circonstances évidemment beaucoup plus complexes.

DYNAMIQUE DES FLUIDES. — *Sur la structure des ondes explosives dites hélicoïdales dans les mélanges gazeux.* Note [1] de M. **Numa Manson**, présentée par M. Aimé Cotton.

Certains enregistrements de l'onde explosive dans les mélanges gazeux contenus dans des tubes présentent un aspect particulier, caractérisé par 1° l'existence dans les gaz brûlés de stries lumineuses parallèles à l'axe du tube; 2° une apparence ondulée du front de l'onde dont l'intensité lumineuse varie périodiquement avec une fréquence N inversement proportionnelle au rayon R du tube [2], [3]. Pour expliquer ces particularités plusieurs théories ont été proposées [2], [3], [4], [5], mais elles se révèlent toutes plus ou moins

---

[1] Séance du 12 décembre 1945.

[2] C. Campbell et A. C. Finch, *J. Chem. Soc.*, 1927, p. 1572; 1928, p. 2094.

[3] W. Bone, R. P. Fraser et W. H. Wheeler, *Phil. Trans. London*, A, 235, 1935, p. 39; R. P. Fraser, *Congr. Chim. Ind.*, Nancy, 1938.

[4] R. Becker, *Zeits. Elektrochem.*, 42, 1936, p. 457.

[5] W. Jost, *Zeits. physik. Chem.*, B, 42, 1939, p. 136.

incomplètes ou en contradiction avec la théorie classique ([6]), dont les principales conclusions sont cependant confirmées.

Si nous admettons que l'onde explosive est le siège de phénomènes vibratoires, produits et entretenus par la réaction chimique, nous pouvons expliquer les particularités citées sans entrer en contradiction avec la théorie classique des ondes explosives.

Étant donné que la célérité absolue D_1 de l'onde explosive est supérieure à la célérité du son dans les gaz frais et que sa célérité D_2 par rapport aux gaz brûlés est égale à la célérité du son a_2 dans ces gaz ([7]), les manifestations des phénomènes vibratoires ne sauraient être stationnaires que dans des plans parallèles à l'onde.

La solution, dans un système de coordonnées polaires (r, θ) entraîné avec la vitesse D_1, de l'équation aux dérivées partielles d'un mouvement vibratoire de faible amplitude dans le plan de l'onde, peut s'écrire ([8])

$$(a)\qquad \Phi = \sum_n \sum_\beta A_\beta J_n(\beta r)\cos(n\theta - \alpha_n)\, e^{i2\pi N t},$$

où Φ est le potentiel des vitesses, $J_n(\beta r)$ la fonction de Bessel de 1re espèce et d'ordre n (entier, positif), et où β et N sont respectivement définis par

$$(b)\qquad \left[\frac{d\,J_n(\beta r)}{dr}\right]_{r=R} = 0$$

et

$$(c)\qquad N = a_2 \frac{\beta}{2\pi}.$$

Les tableaux I et II donnent les valeurs de la fréquence N observée et calculée au moyen de l'expression (c) avec $n = 1$, $\beta R = 1{,}841$ (une nodale diamétrale). Dans nos calculs nous avons admis conformément à la théorie classique ([6]), $a_2 = D_1/\mu$, D_1 et μ étant calculés compte tenu des réactions de dissociation ([9]). L'analyse du mouvement d'une particule située dans le plan de l'onde montre que la trajectoire absolue de cette particule est formée d'arcs d'hélice ([10]), de pas $h = D_1/N$. D'après les observations ([2]), ([3]), le rapport $h/2R$ est une constante caractéristique du mélange. La théorie montre que $h/2R = \mu\pi/(\beta R)$ et fournit un moyen pour la détermination expérimentale de μ.

([6]) JOUGUET, *Mécanique des explosifs*, Paris, 1917.

([7]) Tout se passe comme si les ébranlements émis par l'onde dans les gaz brûlés se propageaient dans un milieu de longueur infinie. Les enregistrements révèlent l'existence de ces ébranlements, et leur fréquence, la même que celle des stries horizontales, est indépendante de la longueur de la colonne des gaz brûlés.

([8]) *Voir* par exemple RAYLEIGH, *Theory of Sound*, 2, 1929.

([9]) N. MANSON, *Comptes rendus*, 218, 1944, p. 29.

([10]) Ceci concorde avec les observations, *voir* ([2]) et ([3]).

On remarquera que : 1° en accord avec les observations (³), la théorie permet de prévoir la coexistence de plusieurs modes vibratoires (tableau III); 2° elle permet également d'interpréter de la même manière les phénomènes dans des tubes de section quelconque; 3° le fait que, dans certains mélanges, on n'a jamais observé de stries n'exclut pas l'existence de phénomènes vibratoires qui, dans ces cas, peuvent être soit symétriques (n nul ou pair : nodales circulaires), soit à fréquence N très élevée [de l'ordre de 10^6 (³)]; 4° en tout point du plan de l'onde explosive on a $a_2 = D_1/\mu$, mais comme il est probable que a_2 est une fonction de r, il n'est pas contradictoire avec la théorie classique d'observer des valeurs de D_1 variables avec le rayon du tube.

TABLEAU I. — *Onde explosive dans* $CO + 0,5 O_2$
($D_1 = 1750$ m/s $a_2 = 1040$ m/s calculées).

2R (cm).....	0,362.	0,415.	1,21.	1,28.	1,3.		1,52.	2,54.
D_1 obs. (m/s)..	1 760	1 760	1 750	1 720	1 750	1 760	1 750	1 795
N obs.........	148 000	132 000	47 500	44 800	44 400	45 600	39 800	23 900
N calc.........	168 500	147 000	50 300	47 600	46 800	46 800	40 000	24 000

TABLEAU II.

Mélange......	$H_2 + 0,5 O_2$.	$CO + 0,5 O_2$.	$H_2 + 0,5 O_2 + 2,5 O_2$.	$H_2 + 0,5 O_2 + 3 H_2$.	$C_2H_2 + O_2$.	C_2H_2
2R (cm)......	1,2	1,3	1,3	1,3	1,55	2,55
D_1 obs. (m/s).	2 810	1 750	–	–	2 850	2 135
D_1 calc. (m/s).	2 806[a]	1 760	1 735[a]	3 760[a]	2 960	2 070
$a^2 \nu$ calc. (m/s).	1 575[a]	1 040	983[a]	2 160[a]	1 585	1 075
N obs.........	70 000[b]	45 600	44 400	90 000	53 000[b]	21 350
N calc.........	76 700	46 800	44 200	97 000	62 000	24 800
$h/2$R obs......	3,35	2,97	–	–	3,81	3,92
$h/2$R calc.....	3,05	2,86	3,92	3,86	3,2	3,3

[a] D'après la note (¹¹). — [b] Visibles pendant un temps court. — [c] Il ne s'agit pas ici d'une véritable onde explosive.

TABLEAU III.

Mélanges.	2R (cm).	D_1 (m/s) obs.	D_1 (m/s) calc.	a_2 (m/s). calc.	N obs.	N calculée avec BR = 1,841. $n=1$.	5,332. $n=1$.	3,02. $n=2$.	6,75. $n=2$.
		2540	2540[a]	1380[a]	68 000	62 200	–	–	–
$CH^4 + O^2$.....	1,3	2510	–	–	110 000	–	–	102 000	–
					221 000	–	–	–	228 000
					227 000	–	–	–	
$CO + 0,5 O^2$..	4,1	1825	1750	1040	19 500	14 300	–	–	–
					40 500	–	43 000	–	–

[a] D'après la note (⁶).

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Théorie des liaisons en Mécanique ondulatoire.* Note de M. **Jean-Louis Destouches**.

I. Les corpuscules d'un système obéissant aux lois de la Mécanique ondulatoire non relativiste peuvent se déplacer librement dans l'espace

(¹¹) B. Lewis et Friauf, *J. Am. Chem. Soc.*, 52, 1930, p. 3905.

et à première vue il semblerait que la notion de liaison, si importante en mécanique classique ne peut intervenir en Mécanique ondulatoire; mais elle s'introduit dans les cas suivants et joue un rôle essentiel :

1° *Systèmes admettant une séparation des variables.* — Si l'hamiltonien $\mathbf{H}(q_1, \ldots, q_n, t)$ se sépare en la somme $\mathbf{H}_1(q_1, \ldots, q_k, t) + \mathbf{H}_2(q_{k+1}, \ldots, q_n, t)$, le système est complètement équivalent à la réunion de deux systèmes S_1 et S_2 sans interaction (deux systèmes sont dits *complètement équivalents* si, par un changement de paramètres, on peut transformer l'hamiltonien de l'un en celui de l'autre et toute fonction d'ondes de l'un en une fonction d'ondes de l'autre). Dans l'espace de configuration de S, le point figuratif de S_1 apparaît comme un point assujetti à demeurer sur une multiplicité $\mathfrak{M}_1$ et celui de S_2 sur une multiplicité $\mathfrak{M}_2$. Cet assujettissement constitue une liaison au sens classique.

2° *Systèmes admettant une intégrale première quadratique indépendante du temps.* — Si l'opérateur $\mathbf{A}$ est un polynome du second degré par rapport aux $\mathbf{p}_i$, qui est intégrale première, il peut être regardé comme l'hamiltonien d'un certain système soumis à des liaisons; si l'on pose $\mathbf{A} = \mathbf{B} + \mathbf{C} + \mathbf{D}$, $\mathbf{B}$ étant à un facteur près l'expressoin d'un laplacien à k variables en coordonnées curvilignes, $\mathbf{C}$ une fonction numérique des variables figurant dans $\mathbf{A}$, et $\mathbf{D}$ un terme complémentaire linéaire en les $\mathbf{p}_i$, on peut regarder $\mathbf{B}$ comme l'opérateur énergie cinétique d'un système fictif figuré par un point assujetti à demeurer sur une multiplicité $\mathfrak{M}$ de l'espace de configuration, en étant soumis aux actions $\mathbf{C} + \mathbf{D}$. Cet assujettissement constitue une liaison.

3° *Système limite défini par la limite d'une suite de potentiels.* — Si l'on considère un système de n corpuscules soumis à une suite $U_1, U_2, \ldots, U_n, \ldots$ de potentiels tels que le long de toute normale à une certaine multiplicité $\mathfrak{M}$ de l'espace de configuration, le potentiel croît de plus en plus rapidement lorsque n augmente, les fonctions d'ondes correspondantes tendent de plus en plus rapidement vers zéro quand n augmente lorsqu'on parcourt une normale à $\mathfrak{M}$ en s'écartant de $\mathfrak{M}$. Le système limite est équivalent à un système figuré par un point assujetti à demeurer sur la multiplicité $\mathfrak{M}$. Ici encore apparaît une liaison, mais elle a une signification physique toute différente de celle des deux premiers cas.

4° *Représentation sommaire d'un système.* — Pour une étude sommaire dans certaines conditions, on peut souvent remplacer un système compliqué par un système plus simple assujetti à des liaisons. Exemple : représentation d'une molécule adsorbée par une paroi, au moyen d'un corps rigide obéissant à la Mécanique ondulatoire et ayant un point fixe.

5° *Intervention de mouvements relatifs quantiques.* — On a souvent à faire intervenir, lors de l'étude d'un système de corpuscules, des trièdres auxiliaires dont les coordonnées et paramètres directeurs sont liés aux

coordonnées des corpuscules; on fait alors intervenir des liaisons pour exprimer les conditions qui lient les paramètres des trièdres auxiliaires aux coordonnées relatives des corpuscules (jouant le rôle de variables surabondantes).

6° *Intervention de variables ou de paramètres surabondants.* — Des liaisons apparaissent encore quand on introduit des variables ou des paramètres surabondants. Elles sont exprimées par les relations existant entre les paramètres surabondants ou les conditions imposées aux variables surabondantes. Exemple : intervention dans un système des coordonnées du centre de gravité et des coordonnées relatives, liaisons entre ces coordonnées relatives. Le cas 5° est un cas particulier du cas 6°.

La considération de corps rigides en Mécanique ondulatoire (cas 5°) conduit à des liaisons non holonomes, mais de telles liaisons ne se sont pas encore présentées dans les problèmes pratiques jusqu'ici rencontrés. On peut cependant imaginer facilement des exemples de telles liaisons : corps rigide soumis aux lois de la Mécanique ondulatoire tel qu'une surface fermée qui lui est liée roule sans glisser sur un plan donné.

Enfin on peut considérer des *liaisons au sens large* consistant à assujettir des corpuscules à demeurer dans un domaine (enceinte) fixé qui peut éventuellement se déplacer et même se déformer au cours du temps.

II. On voit donc qu'en Mécanique ondulatoire il intervient des liaisons dans des cas très divers. On constate assez facilement, par des démonstrations faites dans chaque cas, que les conditions de liaisons doivent s'exprimer par :

1° *une condition géométrique*, constituée par des relations entre les variables, exprimant que le point figuratif du système demeure sur la multiplicité $\mathcal{M}$ de l'espace de configuration;

2° *une condition cinétique* exprimant que la composante $\mathbf{p}_N$ normale à $\mathcal{M}$ de l'opérateur vectoriel quantité de mouvement est nulle.

Cependant cette seconde condition peut être remplacée par une plus large dans le cas 6° d'intervention de paramètres surabondants [1]; on doit poser que la composante normale $\mathbf{p}_N$ prend une valeur arbitrairement fixée (valeur prise dans l'anneau d'opérateurs considéré).

Ces conditions 1° et 2° paraissent en contradiction avec les relations d'incertitudes de Heisenberg, mais il faut remarquer que les liaisons n'ont pas une signification physique directe, ne correspondent pas à des résultats de mesures directement, et n'interviennent qu'à la suite de raisonnements mathématiques; de ce fait il résulte que les conditions 1° et 2° ne sont pas contradictoires avec les principes de la Mécanique ondulatoire et

(1) J.-L. DESTOUCHES, *la Cinétique opérationnelle* (*Actual. Sc.*, 425, 1936, pp. 53 à 66).

résument les énoncés de différents théorèmes. Au contraire, les liaisons au sens large s'expriment, comme l'on sait, par la condition que les fonctions d'ondes s'annulent aux frontières du domaine.

ASTROPHYSIQUE. — *Sur le spectre des comètes dans la région visible.* Note de M. **Jean Dufay**, transmise par M. Aimé Cotton.

Le spectre des comètes est beaucoup moins bien connu dans la région visible que dans le bleu et le violet. Swings, Mc Kellar et Minkowski [1] ont publié une liste des radiations observées de 4800 à 7000 Å dans le spectre de plusieurs comètes avec des spectrographes à fente. Ils ont proposé d'attribuer un grand nombre de radiations à la bande α de l'ammoniac, c'est-à-dire à la molécule NH_2.

J'ai établi une liste analogue, de 4780 à 6600 Å, à partir des clichés suivants, faits sur plaques panchromatiques à l'Observatoire de Lyon : 2 clichés de la comète 1936 *a*, un cliché faible de la comète 1937 *h*, 3 bons clichés de la comète 1937 *f*, tous obtenus avec le même prisme-objectif (415 Å par millimètre à 6000 Å), 1 cliché de la comète 1942 *g* obtenu avec un autre prisme-objectif (350 Å par millimètre à 6000 Å) et un très bon cliché de la comète 1939 *d* provenant d'un spectrographe sans fente plus dispersif (185 Å par millimètre à 6000 Å). De 4780 à 5000 Å j'ai utilisé en outre une vingtaine de clichés des mêmes comètes faits sur plaques *Superfulgur*.

Dans le tableau ci-après, d'où sont exclues les radiations sûrement attribuables aux bandes du carbone, toujours prépondérantes, les longueurs d'onde en caractères gras sont celles des radiations observées dans 4 comètes au moins. Celles qui figurent entre parenthèses n'ont été vues que dans une seule comète, généralement 1939 *d*. La lettre S signale les radiations qui se trouvent aussi dans la liste plus riche de Swings, Mc Kellar et Minkowski. Pour les 37 radiations sûrement communes aux deux listes, l'écart quadratique moyen est inférieur à 1 Å et, pour 18 d'entre elles, la différence n'excède pas ± 0,4 Å. Enfin les rapprochements possibles avec la bande α de NH_2 sont indiqués soit d'après les mesures des fortes raies individuelles de Rimmer [2], soit d'après les observations de Mc Kellar [1], faites avec une dispersion plus petite, comparable à celles usitées dans le cas des comètes (nombres en caractères gras).

Mes mesures confirment l'attribution à NH_2 d'un certain nombre de radiations caractéristiques, telles 6299 et 5977 Å, les plus intenses après les bandes du carbone, dans les 5 comètes observées. Il est difficile d'identifier avec certitude les bandes rouges du cyanogène, nombreuses et généralement faibles [3].

---

[1] *Astrophysical Journal*, 98, 1943, p. 142.

[2] *Proceedings of the Royal Society of London*, A, 103, 1923, p. 696.

[3] Il n'y a pas lieu de retenir l'identification, proposée par Gauzit (*Comptes rendus*, 201, 1938, pp. 169 et 492), de nombreuses bandes du système rouge de CN et du premier système positif de N_2 dans le spectre de la comète 1937 f.

Les rapprochements les plus intéressants concernent les bandes 2-5 (6479,2-6494,7-6503,0) et 4-1 (6432,8-6447,5-6455,5) partiellement superposées à NH_2. La bande 7-3 (5993,6-6006,7-6013,5) serait en outre superposée à la bande 3-5 de C_2 (6004,9), mais la bande 6-2 paraît manquer.

Comète.			NH_2.	
4785,2	1+		85,5	2
4794,6	1,5			
4838,8	2—	S	38,2	3
			65,4	2
4868,2	1,5	S	66,8	2
			69,9	3
4875,3	2—	S	75,6	2
4885,0	2—	S		
4925,9	2—	S	25,6	3
(4936,7)?	1—	S		
4952,0	1,5	S		
4962,9	1,5	S	62,3	3
(4971,8)	1,5	S	71,4	2
4982,1?	1,5			
5007,1?	2—	S		
5243,1	2—	S	43,6	3
5258,9	2,5	S	58,9	2
5319,2	2,5	S		
5331,0	2+			
5354,4	1,5	S		
5374,4	2			
			84,6	5
(5385,9)?	2—	S	85,3	2
			87,2	3
5418,2	3,5	S	17,1	2
			18.5	2
5427,7	4—	S	29,1	3
5449,7	4	S?		
5688?	2	S		
(5696,3)?	1,5	S	96,9	1,5
(5708,2)	2		8,5	1
5713,5	2,5	S	13,8	3

Comète.			NH_2.		
(5742,7)	2—	S	41,4	0,5	
(5763,3)	3	S			
(5769,4)		S			
(5804)	4	S			
5892,5	2,5	S	91,7	0,5d	(1)
5977,4	5	S	77,3	5	
5993,4	3	S	78,6	4	
6005,4	2+	S	4,5	3	
6019,8	3	S	21,2	1+s	
6027,9					
(6031,4)?	2—		31,4	2	
6071,3	2+				
6099,4	3	S	97,5	0,5	
6172,5	3—	S	68,3	0,5dd	
(6224,8)	2—	S			
6254,9?	2+	S			
6277,3	3,5	S			
6298,8	5	S	99,5	8	
6329,4	1+	S?	32,6	4	
(6345,4)?	3+	S?			
6354	2+	S	56	1+	
6397,7	1	S			
(6416)	4	S?			
6451,1	3				
(6478,5)	2		78,6	1d	
(6493,0)	2				
6501,5	4—	S			
(6528,8)	1,5	S	29,4	1—s	
6539,7?	3,5				
6559,5	1,5		60,3	1s	
6579,8	3	S			

Bien des radiations qui n'appartiennent certainement pas à la molécule CN ne peuvent être attribuées actuellement à NH_2. Il est donc fort possible que d'autres constituants restent à trouver. Des rapprochements, dont la signification demeure douteuse, peuvent être tentés avec les bandes atmosphériques

(1) Il ne s'agit très probablement pas du doublet du sodium, qui n'apparaît dans les comètes que lorsque leur distance au Soleil devient inférieure à 0,5 U. A.

de l'oxygène (6277 et peut-être 5804 Å) et de la vapeur d'eau (5892 Å). Mais, pour rechercher utilement la présence, par ailleurs vraisemblable, de ces systèmes, il conviendrait de disposer de spectrogrammes s'étendant plus loin vers l'infrarouge.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Emploi des intégrales premières en Mécanique ondulatoire des systèmes. Propriétés du moment cinétique d'un système de corpuscules*. Note [1] de Mlle **Jeannine Viard**.

1. La connaissance d'intégrales premières fournit une aide à l'intégration, mais cette aide n'est vraiment effective que si l'on peut mettre l'opérateur associé à la grandeur intégrale première sous une forme permettant de déterminer facilement les solutions de l'équation aux valeurs propres correspondantes.

Un cas particulier simple est celui d'un opérateur **A** pouvant se mettre sous la forme $i\hbar(\partial/\partial q_k)$. En effet, dans ce cas, les fonctions propres sont de la forme $Ce^{-(ia/\hbar)q_k}$. *L'expression la plus générale* (en fonction des anciennes variables x_i) *d'un opérateur pouvant se mettre, par un changement de variables convenable sous cette forme, est*

$$\mathbf{A} = \Sigma_i K_i \mathbf{p}_{x_i};$$

le changement de variables qui permet de passer des n anciennes variables x, aux n nouvelles q_j par $x_i = g_i(q_1, \ldots, q_n)$ pour $i = 1, 2, \ldots, n$ est défini par $K_i = \partial g_i/\partial q_k$. Si les K_i sont des fonctions de x_i continues et dérivables, on a un système différentiel qui détermine les fonctions g_i du changement de variables.

On remarque que le changement de variables n'est pas entièrement déterminé, il subsiste en effet un certain arbitraire, puisque la façon dont les x_i dépendent des q_j n'est pas fixé pour $j \neq k$.

Ce cas s'applique à la composante du moment cinétique d'un corpuscule; pour qu'une composante $\mathcal{M}_z = x\mathbf{p}_y - y\mathbf{p}_x$ se mette sous la forme $i\hbar(\partial/\partial q_1)$, q_1 étant une des nouvelles variables, il suffit de faire le changement de variables

$$x = C(q_2)\cos q_1, \qquad y = C(q_2)\sin q_1$$

faisant passer des anciennes variables x, y aux nouvelles q_1 et q_2.

On peut en particulier prendre des coordonnées polaires dans le plan comme on le fait habituellement en posant $C(q_2) = r$ et $q_1 = \varphi$. Mais ceci n'est pas nécessaire car la fonction $C(q_2)$ reste arbitraire.

Une autre application concerne la composante du moment cinétique d'un système constitué de n corpuscules. On a alors avec les notations précédentes $\sigma_z = \Sigma_i \mathcal{M}_{z,i} = \Sigma \varpi_{\varphi,i}$; on ne peut pas résoudre immédiatement l'équation aux valeurs propres qui dépend de n variables φ_i. Mais si, passant des n variables φ_i,

[1] Séance du 26 novembre 1945.

aux n nouvelles α_j on fait le changement

$$\varphi_l = \alpha_k + \beta_l(\alpha_1, \ldots, \alpha_{k-1}, \alpha_{k+1}, \ldots, \alpha_n),$$

la composante σ_z du moment cinétique du système se met alors sous la forme

$$\sigma_z = i\hbar \frac{\partial}{\partial \alpha_k} = \varpi_{\alpha,k}.$$

2. Une autre forme simple pour un opérateur permet encore de résoudre facilement l'équation aux valeurs propres; c'est celle qui conduit à une équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants, c'est-à-dire à un opérateur de la forme

$$\mathbf{J} = t\varpi_{q,k}^2 + s\varpi_{q,k},$$

où t et s sont des constantes. L'expression la plus générale de l'opérateur qui peut se mettre sous cette forme est, exprimée avec les anciennes variables,

$$\mathbf{J} = \Sigma_{j,l} \mathbf{M}_{j,l} \mathbf{p}_{x,j} \mathbf{p}_{x,l} + \Sigma_n \mathbf{M}_n \mathbf{p}_{x,n}.$$

Le changement de variables qui permet de passer des n anciennes variables x_i aux n nouvelles q_j par les formules

$$q_j = f_j(x_1, \ldots, x_n); \qquad x_l = g_l(q_1, \ldots, q_n)$$

est défini par

$$\mathbf{M}_{j,l} = t \frac{\partial g_j}{\partial q_k} \frac{\partial g_l}{\partial q_k},$$

$$\mathbf{M}_n = s \frac{\partial g_n}{\partial q_k} + i\hbar t \sum_r \frac{\partial g_r}{\partial q_k} \frac{\partial}{\partial x_r} \left(\frac{\partial g_n}{\partial q_k} \right).$$

3. Le carré du moment cinétique d'un système de corpuscules est très souvent intégrale première et est, en outre, simultanément utilisable avec une composante du moment cinétique lorsque celle-ci est également intégrale première. C'est pourquoi il est très utile de pouvoir résoudre l'équation aux valeurs propres du carré du moment cinétique d'un système. *Les composantes du moment cinétique d'un système de n corpuscules étant exprimées en coordonnées polaires r_i, θ_i, φ_i, il suffit de faire un changement de variables convenable sur les φ_i et θ_i pour que le carré du moment cinétique du système se mette sous la forme du carré du moment cinétique d'un corps rigide, et que, de plus, les composantes σ_x, σ_y, σ_z du moment cinétique se mettent sous la forme des composantes du moment cinétique d'un corps rigide. Le changement de variables qui fait passer des $2n$ variables θ_i, φ_i aux $2n$ nouvelles variables q_j est fixé par les formules suivantes :*

$$\theta_j = \arccos(\mathrm{A}_j \cos q_2 + \mathrm{K}_j \cos q_3 \sin q_2 + \mathrm{L}_j \sin q_3 \sin q_2),$$

$$\varphi_j = q_1 + \arcsin \frac{\mathrm{A}_j \sin q_2 - \mathrm{K}_j \cos q_3 \cos q_2 - \mathrm{L}_j \sin q_3 \cos q_2}{[1 - (\mathrm{A}_j \cos q_2 + \mathrm{K}_j \cos q_3 \sin q_2 + \mathrm{L}_j \sin q_3 \sin q_2)^2]^{\frac{1}{2}}},$$

où les A_j, K_j, L_j *sont des fonctions des nouvelles variables* $q_4, \ldots, q_{2n}$ *indépendantes des variables* q_1, q_2, q_3 *qui demeurent arbitraires.*

Avec les nouvelles variables q_j ainsi définies, le carré du moment cinétique d'un système quelconque se met sous la même forme que celle valable pour un corps rigide; soit, avec nos notations,

$$\sigma^2 = -\hbar^2 \left\{ \frac{\partial^2}{\partial q_2^2} + \cot q_1 \frac{\partial}{\partial q_2} + \frac{1}{\sin^2 q_2} \left(\frac{\partial^2}{\partial q_3^2} - 2 \cos q_2 \frac{\partial^2}{\partial q_3 \partial q_1} + \frac{\partial^2}{\partial q_1^2} \right) \right\},$$

opérateur dont on sait déterminer les fonctions propres et les valeurs propres (²).

Les trois variables q_1, q_2, q_3 peuvent être interprétées comme les trois angles d'Euler qui déterminent la position d'un trièdre trirectangle lié au corps rigide.

PHYSIQUE. — *Comment rendre plus sûre la formulation mathématique d'une loi expérimentale.* Note (¹) de M. **Pierre Vernotte**, présentée par M. Aimé Cotton.

Il est devenu banal pour nous, physiciens, de tracer un trait continu au milieu de points expérimentaux; et peut-être ne réalisons-nous plus l'extraordinaire audace d'une telle induction. Nous remplaçons en effet ce qui, du fait du nombre limité des mesures et de leur imprécision inévitable, n'est qu'un ensemble discontinu et incohérent, par une loi dont non seulement nous affirmons l'existence, mais dont nous prétendons en outre posséder les particularités les plus profondes.

L'expérience montre que nous n'avons pas toujours tort; encore faut-il de la circonspection; nous ne devons pas hasarder un tracé passant par le point théorique M, si nous ne possédons pas à droite comme à gauche de M, une étendue suffisante semée de points expérimentaux : c'est déjà extrapoler que de tracer une courbe jusqu'aux extrémités de l'intervalle.

On aura donc tracé une courbe, et l'on aura fait choix, pour la représentation, d'une certaine formule. Ce sera, par exemple, un pylonome du second degré dont on aura déterminé les coefficients par la méthode (²) de l'identification des valeurs moyennes théorique et expérimentale.

Or, on remarque aussitôt que, sauf en des cas exceptionnels connus d'ordinaire *a priori*, il n'y a aucune raison pour qu'une telle représentation à trois termes ait une signification physique. La courbe choisie peut donc être caricaturale, surtout à ses extrémités, et l'on court en particulier le risque d'exagérer la variation de la pente; et l'interprétation peut conduire à une description des choses tellement déformée

---

(²) Sommerfeld, *Atombau und Spektrallinien*, 1939, p. 849.

(¹) Séance du 26 novembre 1945

(²) *Comptes rendus*, 210, 1940, p. 329.

qu'on peut croire à l'intervention effective d'un phénomène nouveau qu'infirmera un examen ultérieur plus approfondi.

Quelque type de représentation qu'on ait choisi, normalement il faudrait une suite infinie de termes d'importance décroissante. Trois termes, c'est trop peu si l'on a besoin de connaître l'allure de la courbe. On pensera donc améliorer en déterminant, d'après l'expérience, un quatrième terme. Mais si l'on ne dispose pas d'un document expérimental extrêmement riche et précis, le calcul de ce terme supplémentaire devient fantaisiste [3].

Nous avons adopté l'idée hardie de nous donner *a priori* ce quatrième terme, en fixant son signe d'après les signes des premiers, et son ordre de grandeur, d'après l'allure de leur décroissance. Pour éprouver cette méthode, nous l'avons appliquée à la loi de refroidissement spontané d'un corps chaud, très bien connue parce que relevée en des instants très rapprochés, sur un intervalle de temps très long, débordant très largement l'intervalle utilisé pour le calcul d'une formule représentative.

En identifiant [2] les ordonnées moyennes respectivement entre o et 1, 1 et 3, 3 et 4, nous obtenons le développement considéré comme insuffisant

$$V = 26,1040 - 2,7962t + 0,1306t^2. \tag{1}$$

Si nous posons que le développement doit être de la forme

$$V = a - bt + ct^2 - dt^3, \tag{2}$$

et que nous nous donnions la valeur de d, le coefficient a, par rapport à (1), est augmenté de $3d$, le coefficient b, de $9,5d$, le coefficient c de $6d$.

On peut, d'après cela, apprécier l'influence de la retouche $-dt^3$ sur les valeurs de V (la variation maximum est $3d$), mais, comme nous l'expliquions, le but essentiel est d'améliorer l'allure de V, en particulier de permettre un calcul plus sain de la dérivée : aux extrémités (c'est là que l'effet est le plus important) la dérivée calculée varie de $-9,5d$.

Nous aurons, ici, un contrôle facile du choix judicieux de d, puisque la dérivée réelle, calculée directement [4] à partir des données expérimentales très abondantes qui débordent l'intervalle (1 — 4), est très bien connue.

Observons bien que les ordonnées expérimentales ne nous fixent pas la valeur à donner à d. Nous ne la déduirons, et avec un certain flottement, que de ce que nous savons sur les phénomènes physiques en général et sur le phénomène à étudier en particulier. On peut se rendre compte si la retouche résultant du terme $-dt^3$, à savoir une expression $(3 - 9,5t + 6t^2 - t^3)d$, semble améliorer, et dans le sens d'une tension

---

[3] *Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air*, **36**, Appendice II.

[4] *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 379.

plus grande de la courbe, l'accord de la courbe théorique et des points expérimentaux. On peut aussi tirer parti de ce que l'on sait sur l'importance relative du terme en t^3 dans une expérience analogue plus précise ou simplement plus étendue. En l'absence de tout renseignement on peut prendre pour d la moyenne $\sqrt{bc}$. De toutes façons, le coefficient d à introduire est limité par la condition que la retouche ne dépasse pas l'incertitude expérimentale, qui se détermine assez bien en divisant par 4 l'irrégularité de la différence seconde, laquelle se réduit à l'ampleur maximum desdites différences calculées sur des ordonnées très rapprochées.

En adoptant pour d la valeur 0,006, voisine de $\sqrt{bc}$, on obtient pour les dérivées extrêmes, respectivement $-2,853$ et $-1,808$, au lieu des valeurs exactes $-2,90$ et $-1,81$, ce qui est beaucoup mieux que les valeurs $-2,796$ et $-1,751$ tirées de (1). L'introduction du terme $-dt^3$, faite *a priori*, a donc très nettement amélioré la représentation.

Si l'on avait voulu tirer d des données expérimentales en identifiant, par la loi (2), les ordonnées moyennes, dans les intervalles (0 — 1), (1 — 2), (2 — 3), (3 — 4), on aurait trouvé $d = 0,024$, valeur énormément trop forte.

Il n'y a pas à dissimuler que tout cela ne présente pas les calculs scientifiques sous un jour très objectif [5], mais généralement c'est bien par une heureuse ignorance que l'on tire d'une expérience des conclusions précises. Il est en tous cas nécessaire, pour interpréter de disposer, le long d'un grand intervalle, d'un nombre considérable de mesures serrées.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Interprétation de la relation d'Eötvös-Ramsay.* Note [1] de M. **Roger Mérigoux**, présentée par M. Henri Villat.

J'ai montré [2] que l'on pouvait exprimer la pression interne p_i, la chaleur de dispersion JD et la tension superficielle γ en fonction de la force d'interaction $f(r)$ et du domaine r_1 d'impénétrabilité moléculaire; l'énergie potentielle de deux particules en présence étant $\mathcal{F}(r)$. Ces diverses grandeurs s'expriment au moyen des intégrales

$$\mathfrak{X}(r_1) = \int_{r_1}^{\infty} \frac{r^3}{3} f(r)\,dr, \qquad \mathfrak{W}(r_1) = \int_{r_1}^{\infty} \frac{r^4}{8} f(r)\,dr,$$

dont les variations en fonction de r_1 sont représentées à la figure 1; les échelles employées pour les ordonnées étant différentes pour les diverses courbes.

On peut admettre que la relation

$$\Phi\left(r_1, \frac{3RT}{2N}, p\right) = 0,$$

---

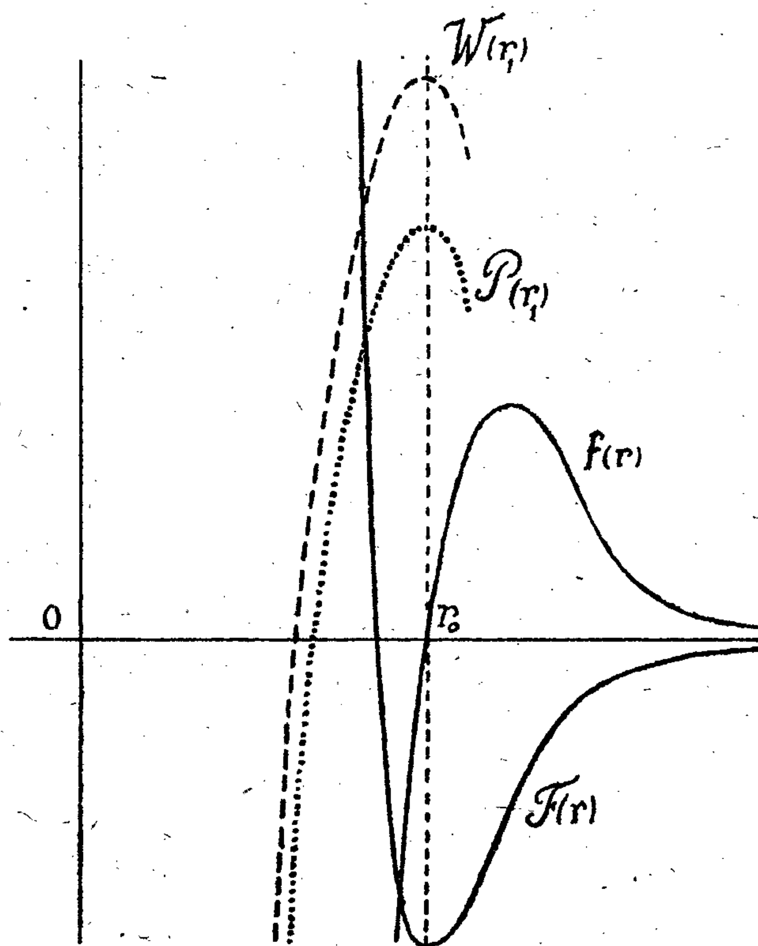
(5) *Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air*, 192.

(1) Séance du 12 décembre 1945.

(2) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 611.

ou *équation d'état interne,* est de la forme

$$\mathcal{F}(r_1) = \alpha \frac{3RT}{2N} + \varphi(p). \tag{1}$$



Elle exprime que si la température T augmente, les particules, au cours des chocs, auront tendance à remonter de plus en plus haut contre la barrière de potentiel engendrée par les forces de répulsion. Dans le cas d'un liquide, les forces répulsives ont à s'opposer non seulement aux chocs individuels, mais aussi à de fréquents coïncements moléculaires, et il faut s'attendre à ce que le coefficient α soit grand : les applications numériques conduisent à prendre pour α la valeur 12.

Dans le cas d'un liquide en présence de sa vapeur saturante, de poids spécifique μ_v, l'expression de la tension superficielle devient

$$\gamma = \frac{\pi}{\beta}\left(\mu_l \frac{N}{M}\right)^2 \frac{(\mu_l - \mu_v)^2}{\mu_l^2} W(r_1); \tag{2}$$

elle est nulle au point critique.

Loin du point critique, si l'on néglige μ_v, la principale cause de variation de γ en fonction de T reste la variation de r_1. Si V est le volume moléculaire, on a, en négligeant les variations de V,

$$-K_M = \frac{d\gamma_M}{dT} = V^{\frac{2}{3}} \frac{d\gamma}{dT} = V^{\frac{2}{3}} \frac{d\gamma}{dr_1} \frac{dr_1}{dT}.$$

Les relations (1) et (2) donnent

$$\frac{d\gamma}{dr_1} = -\frac{\pi}{\beta}\left(\mu \frac{N}{M}\right)^2 \frac{r_1^4}{8} f(r_1), \qquad \frac{dr_1}{dT} = \alpha \frac{3R}{2N} \frac{1}{f(r_1)},$$

d'où

$$(3) \qquad -K_M = -1{,}8.10^{32}\left(\frac{\mu}{M}\right)^{\frac{4}{3}} r_1^4.$$

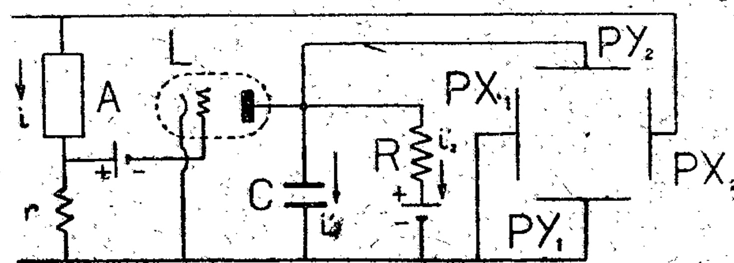
Le coefficient K_M de la relation d'Eötvös-Ramsay, étudié déjà par d'autres auteurs ([3]), ([4]), trouve donc ici très naturellement une expression peu variable avec la température (une petite variation de r_1, suffisant à provoquer une grande variation de γ). Il dépend de M, donc de l'association ou de la dissociation des particules; mais il est surtout grandement influencé par r_1, c'est-à-dire par l'encombrement moléculaire. Il n'est donc pas nécessaire de toujours invoquer la dissociation pour expliquer les écarts de K_M avec la valeur souvent rencontrée 2,1.

Lorsque μ_φ n'est plus négligeable, près du point critique, l'expression (2) indique que γ tend vers zéro ainsi que sa dérivée, et rend compte de l'allure générale bien connue de la variation de la tension superficielle.

MESURES ÉLECTRIQUES. — *Montage oscillographique pour la mesure des faibles puissances*. Note ([1]) de M. **Jean Benoit**, présentée par M. Aimé Cotton.

Le montage décrit plus loin a pour objet de suppléer les wattmètres de type courant dans les cas où leur emploi est difficile ou prohibé (par exemple, cas où le facteur de puissance est très faible, mesure des très faibles puissances, mesure des puissances dépensées dans une décharge dans un gaz etc.). Il est utilisable en courant alternatif sinusoïdal ou non.

Soit à mesurer l'énergie électrique W consommée par un appareil A. On sait qu'on peut, dans ce but, insérer une capacité C en série avec A et transmettre d'une part la différence de potentiel V_x (aux bornes de A) à une paire de plaques d'un oscillographe cathodique, d'autre part la différence de potentiel V_y aux bornes de C à l'autre paire de plaques de l'oscillographe. Si A est parcouru par un courant alternatif, on trouve que la puissance moyenne W est $W = k.\ C.\ S.$ (où k est une constante qui dépend en particulier de la sensibilité du tube cathodique et S est l'aire limitée par la courbe fermée décrite par



le spot). Mais l'insertion de C peut perturber le fonctionnement de l'appareil étudié (cas d'un tube à décharge dans un gaz).

Le montage représenté sur la figure évite cet inconvénient. Cette fois, A est

([3]) L. Brillouin, *Comptes rendus*, 180, 1925, pp. 12-48.

([4]) Y. Rocard, *Journ. de Phys.*, 7e série, 14, 1933, p. 533.

([1]) Séance du 12 décembre 1945.

en effet placé en série avec une très faible résistance r. La différence de potentiel aux bornes de r est transmise à la grille d'une lampe L (de coefficient d'amplification K et de résistance interne ρ). Le circuit de plaque de L contient une capacité C. On trouve que

$$(1) \qquad i'_1 = \frac{K}{\rho} ri,$$

si

$$(2) \qquad \frac{1}{C\omega}\left(\frac{1}{\rho} + \frac{1}{R}\right) \ll 1.$$

La relation (1) sera évidemment vérifiée lorsque i a une forme quelconque pourvu que la condition (2) soit déjà satisfaite pour la fréquence f la plus basse de la décomposition de i en série de Fourier. L'aire de la courbe fermée décrite sur l'écran de l'oscillographe est alors, quelle que soit la forme du courant et de la tension,

$$(3) \qquad S = p\frac{K}{\rho}\frac{1}{fC}W.$$

Pour déterminer p, on remplace A par une résistance pure B, et l'on branche entre les bornes F_1 et F_2 une source sinusoïdale, de fréquence f_0. On mesure les grands axes D_X, D_Y de l'ellipse obtenue sur l'écran, ainsi que la différence de potentiel V aux bornes de B et le courant I qui traverse B. Finalement, on trouve que

$$p = \frac{\pi}{4}\frac{D_X D_Y}{VI}\frac{\rho}{K}f_0 C.$$

Donc, pour la mesure de W consommé par A, on obtient

$$W = \frac{4}{\pi}\frac{f}{f_0}\frac{VI}{D_X D_Y}S.$$

Ainsi le problème est résolu à condition de savoir réaliser l'inégalité (2). Cela est possible en choisissant pour lampe L *une tétrode fonctionnant dans la région où sa caractéristique a une pente négative, de sorte qu'on puisse théoriquement prendre* $R = -\rho$. En pratique, des nécessités expérimentales dont la description sortirait du cadre de cette Note conduisent, par exemple, à choisir $R = 70000\ \Omega$ pour une tétrode E 442 pour laquelle $\rho = -100000\ \Omega$. Dans l'appareil réalisé, on a pris $C = 1$ MF. La tension aux bornes de C doit être amplifiée par un amplificateur à résistances, sans distorsion de fréquence ni de phase, avant d'être transmise aux plaques de l'oscillographe.

Le montage final (tétrode + amplificateur) a permis de mesurer les puissances dépensées dans des lampes à décharge dans un gaz et dans leurs accessoires de stabilisation avec une précision de 2 à 4 % pour des puissances allant de 20 à 6 watts, quelle que soit la valeur du facteur de puissance.

Nous nous proposons d'étendre ce montage à la mesure de la puissance consommée par un arc de haute fréquence.

ÉLECTROCHIMIE. — *Étude de la surtension présentée par les cathodes de mercure en solution de nitrate.* Note (1) de M. **Maurice Bonnemay**, présentée par M. Frédéric Joliot.

La surtension présentée par une électrode est donnée par la relation

$$\text{(I)}\qquad V_i - V_0 = \eta,$$

dans laquelle V_i indique le potentiel de l'électrode par rapport au liquide adjacent pour la densité de courant i et V_0 le même potentiel à courant nul. R. Audubert a proposé la formule suivante reliant la densité du courant à la surtension

$$\text{(II)}\qquad \mathcal{J} = K(\overset{+}{M})e^{-\frac{W}{RT}}e^{\frac{\nu\alpha FV}{RT}}\left[1 - e^{-\frac{\nu(\alpha+\beta)F\eta}{RT}}\right],$$

où $\mathcal{J}$ est la densité de courant, ν la valence, K une constante, $(\overset{+}{M})$ l'activité des ions au voisinage de l'électrode, F le Faraday, R la constante des gaz parfaits, T la température absolue, W l'énergie d'activation du processus de décharge, α et β les coefficients de transfert d'énergie caractérisant l'ion qui se décharge, V le potentiel de l'électrode.

Cette formule a déjà reçu un assez grand nombre de vérifications expérimentales spécialement dans le cas des ions $(\bar{N}_3)$, $(\bar{OH})$, $(Ni)^{++}$, $(CO)^{++}$.

Des recherches faites dans le cas du cuivre ont permis de se rendre compte que la formule (I) était correctement vérifiée dans le cas d'une cathode de cuivre solide, à condition que la concentration de l'électrolyte reste assez grande, mais que, pour expliquer le phénomène aux grandes dilutions on était conduit à admettre une intervention de la structure de l'électrode. De manière à éliminer cet inconvénient en utilisant des surfaces bien reproductibles, on a opéré avec une cathode de mercure plongeant dans une solution de nitrate de mercure.

Les expériences ont été faites sur le nitrate mercureux et le nitrate mercurique en fonction de la concentration et en fonction de la température. Les concentrations étudiées ont été

0,75 N/5, N/10, 0,75 N/10, N/20, N/100.

Pour vérifier l'application de la formule (I), on a avantage à se placer en coordonnées logarithmiques et à tracer les courbes $\operatorname{Log} i = f(\eta)$; dans ce cas l'expression (II), tirée de (I) en prenant les logarithmes

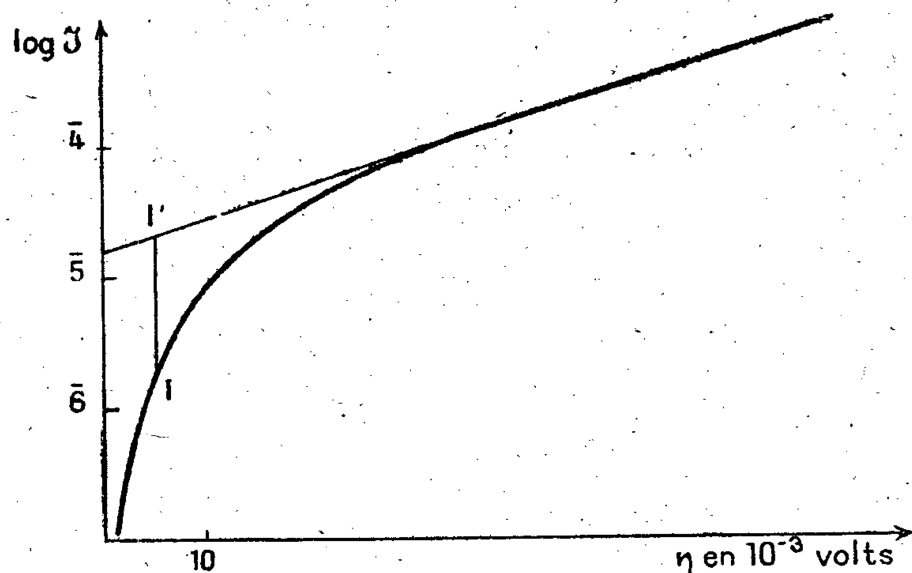
$$\text{(III)}\qquad \log\mathcal{J} = \text{const.} + \frac{\nu\alpha F\eta}{RT} - \frac{W}{RT} + \log\left[1 - e^{-\frac{\nu(\alpha+\beta)F\eta}{RT}}\right]\quad (2),$$

montre que pour η assez grand on doit obtenir une droite de pente $\alpha F\eta/RT$.

(1) Séance du 12 novembre 1945.

(2) Car on a $V = V_0 + \eta$ d'après (I).

Par contre, pour les faibles valeurs de η, on peut, en mesurant le segment II'



(*fig.* 1), déterminer la grandeur $Z = -[\nu(\alpha + \beta)F\eta/RT]$.

Si la théorie s'applique, cette grandeur doit varier linéairement avec η et l'on peut en tirer $(\alpha + \beta)$; c'est effectivement ce que l'on trouve et les valeurs obtenues pour le $(NO_3)_2Hg_2$ sont les suivantes :

C	0,75 N/5.	N/10.	0,75 N/10.	N/20.	N/100.
α	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12
$\alpha + \beta$	0,350	0,4	0,350	0,50	0,40

Dans le cas du mercure mercurique les valeurs de α sont les mêmes, tandis que celles de β sont régulièrement plus grandes; toutefois la somme $(\alpha + \beta)$ ne dépasse jamais 0,8.

Avec la température on n'observe pas de variation des coefficients de transfert ainsi que l'on peut s'en rendre compte dans le tableau suivant :

T	289.	303.	323.
α	0,12	0,12	0,12
$\alpha + \beta$	0,6	0,8	0,8

Ceci conduit à penser que l'état énergétique des ions ne se trouve pas sensiblement modifié par des variations de température dans le domaine étudié et justifie par suite le calcul de l'énergie d'activation W que nous avons fait à partir de ces expériences. Le tableau suivant donne pour le mercure mercurique la valeur W en fonction de T :

T	239.	303.	313.	323.
W cal	5900	6600	4800	5000

On peut conclure, à la précision de la méthode près, que W est constant. Dans le cas de $(NO_3)_2Hg$ il en est de même, toutefois la valeur de W a été trouvée égale à 12 000 calories.

En résumé :

1° ces recherches montrent que la formule (III) se trouve correctement

vérifiée dans le cas du mercure, le phénomène perturbateur qui apparaissait aux faibles concentrations dans le cas du cuivre se trouvant éliminé;

2° les valeurs expérimentales de α sont les mêmes pour le mercure mercureux et le mercure mercurique;

3° on observe toujours des valeurs de la somme $\alpha + \beta$ nettement inférieures à l'unité; ceci conduit à penser que le processus de décharge n'est pas exactement l'inverse du processus d'ionisation.

4° dans le domaine étudié α et β ne dépendent pas de la concentration.

RADIOÉLECTRICITÉ. — *Composition apériodique d'une antenne et d'un cadre. Application en radiogoniométrie à un montage apériodique de lever de doute.* Note de M. **Fernand Carbenay**, présentée par M. Camille Gutton.

L'enregistrement statistique des atmosphériques nous a conduit, en vue de comparer directement les hauteurs effectives d'une antenne et d'un cadre, à opposer la différence de potentiel aux bornes d'une résistance intercalée dans le circuit (et à la base) d'une antenne verticale, soumise à un champ électromagnétique, à la force électromotrice induite par le même champ dans un cadre convenablement orienté.

Si, pour le champ considéré, la résistance et l'inductance sont assez petites pour ne pas affecter l'intensité i du courant circulant dans l'antenne, c'est-à-dire si Ri et $L\,di/dt$ sont négligeables devant $1/C\int i\,dt$, la différence de potentiel u aux bornes de la résistance est

$$u = RCh\frac{dF}{dt},$$

en désignant par C la capacité de l'antenne par rapport à la terre, F l'intensité du vecteur électrique vertical du champ, h la hauteur effective correspondante de l'antenne.

La force électromotrice induite e dans un cadre, de N spires de surface S, convenablement orienté est, au signe près,

$$e = NS\frac{dH}{dt},$$

en désignant par H l'intensité du vecteur magnétique horizontal du champ.

Pour une onde plane, de vitesse de propagation c, la résultante des deux tensions u et e, montées en série dans le circuit grille d'un tube à vide, s'annule ou passe par un maximum pour

$$RChc = NS,$$

expression indépendante de la fréquence de l'onde, pourvu que cette fréquence soit assez petite devant les fréquences propres de l'antenne et du cadre.

Cette relation, qui permet de déterminer la hauteur effective de l'antenne,

peut se mettre sous la forme

$$\tau hc = NS,$$

en introduisant la constante de temps τ du circuit antenne-résistance.

La constante de temps du circuit antenne-résistance compensant un cadre donné est donc inversement proportionnelle à la hauteur effective de l'antenne.

L'ensemble du circuit antenne-résistance associé au cadre constitue un montage apériodique de lever de doute applicable aux radiogoniomètres fonctionnant sur ondes amorties ou entretenues.

L'application de cette composition apériodique d'une antenne et d'un cadre a été faite notamment, depuis quelques années, sur plusieurs radiogoniomètres à secteur étroit de R. Bureau destinés à la localisation des sources d'atmosphériques.

ÉLECTRONIQUE. — *Sur un phénomène statistique de décharges entre électrodes dans le vide.* Note de M. **François Bertein**, présentée par M. Camille Gutton.

On considère, dans ce qui suit, deux électrodes métalliques, planes, polies et nettoyées sans être toutefois dégazées, placées dans le vide en regard l'une de l'autre et parallèlement, leur distance étant de quelques millimètres. Si on les soumet à une tension continue progressivement croissante de plusieurs kilovolts, à travers une résistance de protection de quelques dizaines de mégohms, on sait qu'on observe un phénomène de formation : il apparaît entre les électrodes de faibles courants se traduisant par de petites étincelles brusques; ces courants, issus par émission froide des irrégularités microscopiques de la cathode, font progressivement disparaître ces irrégularités (1). Le système d'électrodes paraît, par la suite, présenter, dans le domaine des tensions envisagées, un comportement statique au cours duquel aucune étincelle n'est plus perceptible, le courant résiduel dans le vide étant inférieur au microampère. Toutefois, si l'on cherche à atteindre ainsi des tensions suffisamment élevées, l'émission de champ devient plus importante et tend à se fixer de façon permanente à des valeurs dépassant notablement le microampère avec phénomènes lumineux; les ions positifs, que les électrons arrachent à l'anode, dégradent la surface cathodique et détruisent la formation.

J'ai utilisé deux électrodes en acier inoxydable, les surfaces en regard étant de l'ordre de 10^{cm^2}, la distance 2^{mm}. La formation ayant été obtenue pour 60 kV, j'ai intercalé, sur le circuit, un oscillographe cathodique pour étudier cet état apparemment statique présenté par le système. L'appareil montre, qu'en fait, l'intervalle entre électrodes est le siège de très faibles décharges, au nombre de plusieurs par seconde, réparties

(1) Millikan, *Phys. Rev.*, 27, 1926, p. 51.

statistiquement dans le temps. Ce fait s'explique si l'on considère que les courants résiduels entre électrodes formées ont, comme les courants plus forts observés aux tensions plus élevées, la propriété d'accentuer, lentement dans le cas actuel, le relief de la cathode, du fait des ions métalliques qu'ils lui apportent. Chaque fois qu'une aspérité y devient suffisamment marquée, elle devient le point de départ d'une décharge qui la fait disparaître et le phénomène continue indéfiniment. Les décharges, qui se manifestent ainsi, sont de même nature que celles intervenant dans la formation, mais d'un ordre de grandeur bien moindre : les aspérités les provoquent en effet, dès qu'elles dépassent une configuration limite.

Sous les effets antagonistes des décharges et de l'arrivée des ions métalliques, la structure de la cathode C, sous la tension V, se maintient ainsi en quelque sorte voisine d'une forme critique K; on peut chercher à en rendre compte en disant que les courbures de ses aspérités se maintiennent toutes au-dessous d'une certaine valeur.

L'existence de ces phénomènes se retrouve dans toute une zone de tensions, inférieures à la valeur envisagée $V = 60$ kV, mais, du moins, assez grandes pour que les courants d'électrons et d'ions subsistent encore de façon suffisante.

La structure critique K' correspondant à la tension $V' < V$ sera définie par une certaine courbure limite supérieure à celle de K : son relief est plus accentué. Effectivement, si l'on abaisse la tension de $V = 60$ kV à $V' = 56$ kV par exemple, les décharges disparaissent pendant un temps t de l'ordre d'une minute, puis se déclenchent à nouveau. On conçoit en effet que la structure de C, qui est initialement K, doive s'accentuer progressivement jusqu'à devenir du type K' caractéristique de V', avant que ne se déclenche, sous la tension V', le phénomène statistique décrit pour V.

Inversement, si l'on relève brusquement la tension de V' à V, on observe, pendant une fraction de seconde, une accumulation de décharges pouvant donner lieu à un effet lumineux net, puis le comportement statistique. Dans ce passage en effet, la structure de C évolue de K' à K, d'où les nombreuses étincelles que nécessite la fusion des pointes de courbure trop grande.

PHOTOÉLECTRICITÉ. — *Théorie du comportement d'une cellule photoélectrique soumise à une différence de potentiel alternative de très haute fréquence.* Note de M. **Daniel Charles**, présentée par M. Camille Gutton.

I. Pour expliquer les apparences décrites dans une Note précédente [1], on peut mettre en cause plusieurs phénomènes :

---

(1) *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 495.

1° multiplication des électrons par émission secondaire dans le bombardement du cylindre et de la tige centrale;

2° multiplication des électrons par émission secondaire dans le bombardement du cylindre seul.

II. Pour trancher entre ces deux hypothèses nous avons déterminé la forme des trajectoires en effectuant l'intégration numérique complète des équations différentielles du mouvement. L'étude de l'émission secondaire fixe les vitesses initiales (2) : les plus probables sont de l'ordre de 1,5 volt et 85 % des électrons ont des vitesses de 0 à 3 volts.

A partir de ces conditions initiales le calcul montre que :

1° Parmi tous les électrons, seule une infime minorité, ceux dont la vitesse initiale est voisine de la normale, atteignent la tige centrale.

2° Les temps de transit d'aller et de retour sont très différents en général; on obtient par exemple, pour une vitesse initiale $v_0 = 3$ eV :

Sens du mouvement.	Tension H. F. en volts........	50.	100.	150.	200.
Cathode → anode.	Fréquence de résonance en Mc....	57	70	79	87,5
Anode → cathode.	» » »	85	118	146,5	167

Ces résultats montrent que la multiplication à deux plaques ne peut avoir lieu, puisque le temps de transit de retour est de 1,5 à 2 fois plus bref que celui d'aller.

III. L'étude et le calcul du mouvement et des trajectoires montrent que, pour une tension H. F. fixe, seule une classe d'électrons de vitesse initiale assez étroitement définie participe à la résonance. Le tableau suivant permet d'en juger pour $V_{HF} = 100$ volts :

Vitesse initiale en eV...	1.	2.	3.	4.
0° (1)............	80 Mc	> 95 Mc	–	–
20	78	86	91 Mc	94 Mc
45	76	81	86	90
70	72	75	80	87

(1) Angle de la vitesse initiale et de la normale.

Nous appellerons cette catégorie d'électrons, définie pour chaque tension et pour chaque fréquence, *les électrons de résonance*.

Un tableau analogue à ce dernier, mais plus complet, permet d'expliquer toutes les apparences expérimentales dans l'hypothèse d'une multiplication sur la cathode seule.

Il permet en particulier de prévoir les propriétés suivantes :

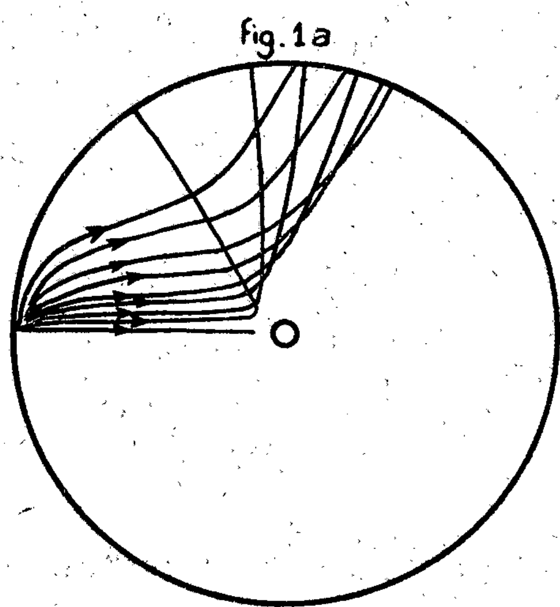
1° pour des tensions H. F. de 50 à 200 volts, on trouve que les fréquences

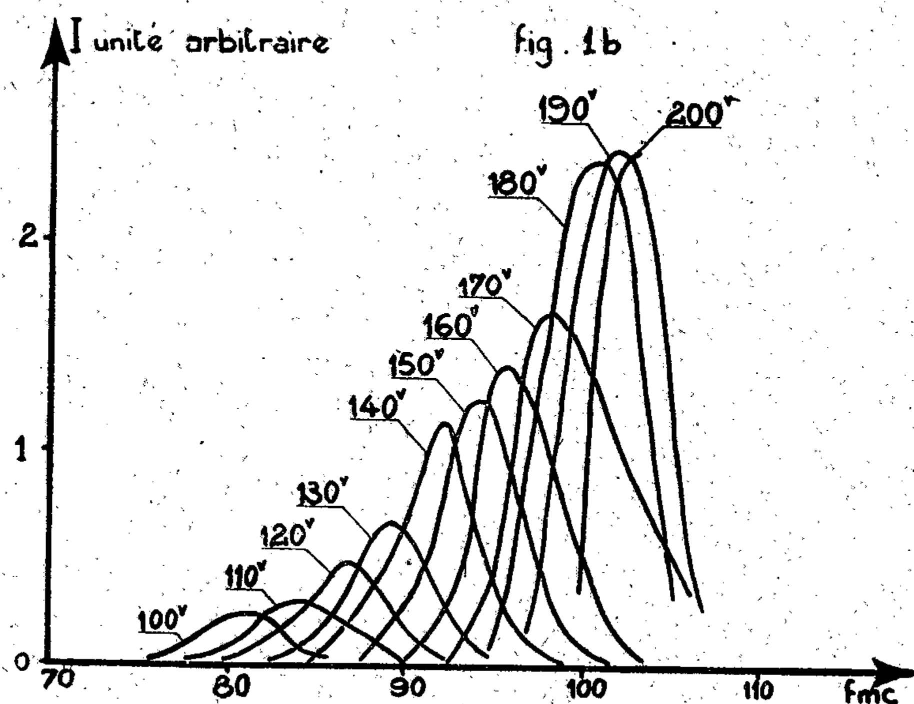
(2) ZWORGKIN, MORTON et MALTER, *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, **24**, 1936, pp. 351-375.

de résonance, pour des électrons dont la vitesse initiale est comprise entre 0 et 5 volts, sont comprises entre 60 et 120 mégahertz, en excellent accord avec l'expérience;

2° pour une fréquence donnée, à mesure que la tension H. F. croît, la vitesse initiale des électrons de résonance décroît de 5 volts à 0.

Comme la courbe de probabilité des vitesses présente un maximum, les courbes de réponse doivent en présenter un aussi, et comme ce maximum est voisin de 0 (1,5 volt), au delà du maximum le courant de sortie doit décroître très rapidement.





Les courbes de réponse doivent présenter la même dissymétrie que la courbe de probabilité des vitesses. C'est exactement ce que l'on trouve expérimentalement;

3° à mesure que la tension H. F. est plus élevée, les fréquences de résonance pour les électrons les plus probables sont plus élevées, conformément à l'expérience.

IV. Des calculs complets seront donnés autre part, mais on peut déjà apprécier la validité de la théorie sur les deux exemples suivants :

1° le tracé des trajectoires des électrons de résonance pour $f = 95$ mégacycles et $V_{HF} = 150$ volts (*fig.* 1 *a*) montre bien que celles-ci n'atteignent pas l'anode;

2° le calcul complet des courbes de réponse en fonction de la fréquence pour différentes valeurs de la tension H. F., pour la cellule au césium, conduit au réseau de courbes de la figure 1 *b* en bon accord avec les résultats expérimentaux.

V. L'insensibilité à l'action de la lumière s'explique par la limitation du nombre des multiplications par l'effet de la charge d'espace.

VI. Nos expériences de refroidissement montrent que le courant obtenu à la température ordinaire ne peut avoir pour origine l'émission thermique.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Calcul complet du rayonnement de l'oscillateur linéaire sinusoïdal.* Note de M. **Émile Durand**.

Considérons une charge électrique unité qui oscille sur une droite d'une manière rigoureusement sinusoïdale; les coordonnées ξ^u de la charge en fonction du temps, ou mieux de $x^4 = ct$, sont donc

$$\xi^u = \xi_0^u \cos 2\pi \frac{\nu}{c} x_4 \qquad (u = 1, 2, 3).$$

Nous allons montrer que dans le champ de rayonnement on trouve tous les harmoniques de la fréquence ν; les amplitudes font intervenir les fonctions de Bessel. On se bornera au calcul des potentiels A^u et A^4, car on en déduit aisément les champs par les formules habituelles.

Partons de la formule

$$(1) \qquad A^u = R^{-1} \sum_{l=0}^{l=\infty} \frac{1}{l!} (\partial_4)^l \{ (\alpha_\nu \xi^\nu)^l \xi^u \}_{(x_4 - R)} \qquad (\nu = 1, 2, 3),$$

que nous avons donnée dans une précédente Note (¹); posons

$$\varphi = 2\pi \frac{\nu}{c} [x_4 - R] \neq 2\pi \frac{\nu}{c} [x_4 - \alpha_u x^u] + \text{const.}; \qquad \mathfrak{A}^u = -2\pi \frac{\nu}{c} \xi_0^u R^{-1};$$

les α^u étant les cosinus directeurs de la droite qui joint l'origine des coordonnées au point d'observation x_0^u.

Après avoir séparé les termes pairs et impairs dans (1) et compte tenu des expressions de $(\cos\varphi)^{2l}$ et $(\cos\varphi)^{2l+1}$, il vient (²)

$$(2) \qquad A^u = \mathfrak{A}^u \sum_{l=0}^{l=\infty} \frac{(\alpha_\nu \xi_0^\nu)^{2l}}{(2l)!} (\partial_4)^{2l} \left\{ \left[\frac{C_{2l}^l}{2^{2l}} + \frac{1}{2^{2l-1}} \sum_{k=1}^{k=l} C_{2l}^{l-k} \cos 2k\varphi \right] \sin\varphi \right\}$$
$$+ \mathfrak{A}^u \sum_{l=0}^{l=\infty} \frac{(\alpha_\nu \xi_0^\nu)^{2l+1}}{(2l+1)!} (\partial_4)^{2l+1} \left\{ \frac{1}{2^{2l}} \sum_{k=0}^{k=l} C_{2l+1}^{l-k} \cos(2k+1)\varphi \sin\varphi \right\}.$$

En utilisant la formule $\cos x \sin y = (1/2)[\sin(x+y) - \sin(x-y)]$, après arrangement et modification des limites de sommations, il vient

$$(3) \qquad A^u = \mathfrak{A}^u \sum_{l=0}^{l=\infty} \left(\frac{\alpha_\nu \xi_0^\nu}{2} \right)^{2l} \frac{1}{(2l)!} (\partial_4)^{2l} \sum_{k=1}^{k=l+1} C_{2l}^{l-k+1} \sin(2k-1)\varphi$$
$$- \mathfrak{A}^u \sum_{l=1}^{l=\infty} \left(\frac{\alpha_\nu \xi_0^\nu}{2} \right)^{2l} \frac{1}{(2l)!} (\partial_4)^{2l} \sum_{k=1}^{k=l} C_{2l}^{l-k} \sin(2k-1)\varphi$$
$$+ \mathfrak{A}^u \sum_{l=0}^{l=\infty} \left(\frac{\alpha_\nu \xi_0^\nu}{2} \right)^{2l+1} \frac{1}{(2l+1)!} (\partial_4)^{2l+1} \sum_{k=1}^{k=l+1} C_{2l+1}^{l-k+1} \sin 2k\varphi$$
$$- \mathfrak{A}^u \sum_{l=1}^{l=\infty} \left(\frac{\alpha_\nu \xi_0^\nu}{2} \right)^{2l+1} \frac{1}{(2l+1)!} (\partial_4)^{2l+1} \sum_{k=1}^{k=l} C_{2l+1}^{l-k} \sin 2k\varphi,$$

(¹) *Comptes rendus*, **219**, 1944, pp. 584-586.

(²) Les C_n^m sont les nombres $n!/m!(n-m)!$.

Pour le calcul des dérivées, on se rappellera que l'on a

$$(\partial_x)^{2l}(\sin ax) = (-1)^l a^{2l} \sin ax; \qquad (\partial_x)^{2l+1}(\sin ax) = (-1)^l a^{2l+1} \cos ax.$$

On inversera ensuite les sommations sur l et sur k et l'on en modifiera les limites en conséquence; on obtiendra ainsi

$$(4) \qquad A^u = \mathcal{A}^u \sum_{k=1}^{k=\infty} \sin(2k-1)\varphi \left\{ \sum_{l=0}^{l=\infty} \frac{(-1)^{l+k-1}}{l!(l+2k-2)!} \left[\frac{(2k-1)B}{2}\right]^{2l+2k-2} - \sum_{l=0}^{l=\infty} \frac{(-1)^{l+k}}{l!(l+2k)!} \left[\frac{(2k-1)B}{2}\right]^{2l2+k} \right\}$$
$$+ \mathcal{A}^u \sum_{k=1}^{k=\infty} \cos 2k\varphi \left\{ \sum_{l=0}^{l=\infty} \frac{(-1)^{l+k-1}}{l!(l+2k-1)!} \left[\frac{2kB}{2}\right]^{2l+2k-1} - \sum_{l=0}^{l=\infty} \frac{(-1)^{l+k}}{l!(l+2k+1)!} \left[\frac{2kB}{2}\right]^{2l+2k+1} \right\}.$$

Dans cette dernière formule on a posé $B = 2\pi(\nu/c)\alpha_\nu \xi_0^\nu = (|v_m|/c)\cos\theta$ (v_m, vitesse maximum de la charge; θ, angle de la vibration avec la direction d'observation). En se rapportant maintenant à la définition de la fonction de Bessel d'ordre n

$$J_n(x) = \sum_{l=0}^{l=\infty} \frac{(-1)^l}{l!(l+n)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2l+n},$$

on voit que (4) peut s'écrire

$$(5) \qquad A^u = \mathcal{A}^u \sum_{k=1}^{k=\infty} (-1)^{k-1} [J_{2k-2} + J_{2k}]_{(2k-1)B} \sin(2k-1)\varphi,$$
$$+ \mathcal{A}^u \sum_{k=1}^{k=\infty} (-1)^{k-1} [J_{2k-1} + J_{2k+1}]_{2kB} \cos 2k\varphi.$$

(5) peut se condenser sous la forme

$$(6) \qquad A^u = \mathcal{A}^u \sum_{n=1}^{n=\infty} [J_{n-1} + J_{n+1}]_{(nB)} \sin\left[n\varphi + (n-1)\frac{\pi}{2}\right].$$

Enfin en utilisant la relation bien connue $J_{n-1} - (2/B) J_n + J_{n+1} = 0$, entre les fonctions de Bessel de l'argument nB, on arrive à la formule définitive

$$(7) \qquad A^u = \mathcal{A}^u \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{2}{B} J_n[nB] \sin\left[n\varphi + (n-1)\frac{\pi}{2}\right].$$

Pour le potentiel scalaire A^4, le calcul est plus simple; on trouve

$$A^4 = R^{-1}\left\{1 - 2\sum_{n=1}^{n=\infty} J_n[nB] \sin\left[n\varphi + (n-1)\frac{\pi}{2}\right]\right\}.$$

On vérifie aisément que l'on a $\partial_u A^u + \partial_4 A^4 = 0$, car $-\alpha_u \mathcal{A}^u = BR^{-1}$.

Si l'on avait deux charges oscillantes de signes contraires et occupant toujours des positions symétriques par rapport à l'origine, quand on formerait $A = A_{(1)} + A_{(2)}$ il ne subsisterait plus que les fréquences impaires.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *La loi des transformatians lentes de Boltzmann et la théorie des cavités électromagnétiques.* Note [1] de M. **Théo Kahan.**

La chaleur totale δQ fournie à un système périodique de période T pendant une transformation lente, est d'après la loi de L. Boltzmann (*Vorlesungen über die Prinzipe des Mechanik*, 1, p. 182 ss.)

$$\delta Q = \frac{2}{T}\delta(TW_c), \tag{1}$$

W_c étant l'énergie cinétique du système. Or, pour certains systèmes oscillants subissant une variation lente, on a à chaque instant

$$W_c = W_c = \frac{\overline{W}}{2}, \tag{2}$$

W_p étant l'énergie potentielle et $\overline{W}$ l'énergie totale.

On a donc

$$\delta Q = \delta(T\overline{W})T. \tag{3}$$

Appliquons cette formule à l'étude d'une cavité électromagnétique à parois conductrices, à l'intérieur de laquelle on aura introduit un fragment de substance diélectrique ou magnétique siège d'un dégagement de chaleur δQ (pertes diélectriques ou magnétiques). Si l'on définit un facteur de surtension par l'expression

$$S = \frac{W}{\delta Q} = \frac{1}{\left(\frac{\delta W}{W} + \frac{\delta T}{T}\right)}, \tag{4}$$

on aura, avec $\omega = 2\pi/T$,

$$\frac{1}{S} = \frac{\delta(TW)}{TW} = \frac{\delta\left(\frac{W}{\omega}\right)}{\left(\frac{W}{\omega}\right)}. \tag{5}$$

Or

$$W = \int_V \varepsilon E^2\, dV + \int_V \mu H^2\, dV, \tag{6}$$

V étant le volume de la cavité, E et H les champs électrique et magnétique, ε la constante diélectrique et μ la perméabilité. Par conséquent

$$\delta W = \int_V \varepsilon\, \delta E^2\, dV + \int_V \delta\varepsilon\, E^2\, dV + \int_V \mu\, \delta H^2\, dV + \int_V \delta\mu\, H^2\, dV + \int_{\delta V} (\varepsilon E^2 + \mu H^2)\, dV, \tag{7}$$

[1] Séance du 19 novembre 1945.

où δV est la variation du volume de la cavité au cours de la transformation. Il viendra donc

$$(9)\quad \frac{1}{S}=\frac{\omega}{W}\left[\frac{\delta W}{\omega}-W\frac{\delta\omega}{\omega^2}\right]=\frac{1}{W}\left[\int_V \varepsilon\,\delta E^2\,dV+\int_V \delta\varepsilon\,E^2\,dV+\int_V \mu\,\delta H^2\,dV+\int_V \delta\mu\,H^2\,dV+\int_{\delta V}(\varepsilon E^2+\mu H^2)\,dV\right]-\frac{\delta\omega}{\omega}.$$

Je montrerai ailleurs que cette formule, d'une très grande généralité, conduit à des nouvelles méthodes de détermination des constantes diélectriques, des facteurs de surtension et des perméabilités magnétiques aux hyperfréquences (microondes hertziennes).

En particulier, si la transformation lente est adiabatique, c'est-à-dire si les parois et les diélectriques sont dépourvus de pertes, on a

$$\delta Q=0,\qquad \frac{1}{S}=0,\qquad S=\infty.$$

Le produit TW est alors un invariant adiabatique

$$\delta(TW)=0,$$

d'où l'on tire

$$\frac{1}{\omega}\delta W-\frac{W}{\omega^2}\delta\omega=0.$$

Si, pendant la transformation adiabatique, le volume de la cavité ainsi que les amplitudes des champs E, H restent constants ($\delta V=0$, $\delta E=\delta H=0$), j'obtiens

$$\frac{\delta\omega}{\omega}=\frac{\int \delta\varepsilon\,E^2\,dV+\int \delta\mu\,H^2\,dV}{2\int \varepsilon E^2\,dV}$$

pour la variation de la fréquence propre de la cavité correspondant à une faible variation $\delta\varepsilon$ et $\delta\mu$.

MAGNÉTISME. — *Propriétés magnétiques des azotures de manganèse.* Note [1] de MM. **Charles Guillaud** et **Jean Wyart**, présentée par M. Aimé Cotton.

Pour préparer les azotures [2], le manganèse réduit en poudre très fine (tamis 350) était chauffé sous pression d'azote privé d'oxygène et de vapeur d'eau. Le four était équipé pour pouvoir maintenir une pression constante d'azote pendant le temps nécessaire à la préparation. Cette pression pouvait atteindre 200 kg/cm² et descendre à quelques centimètres de mercure. Toutes

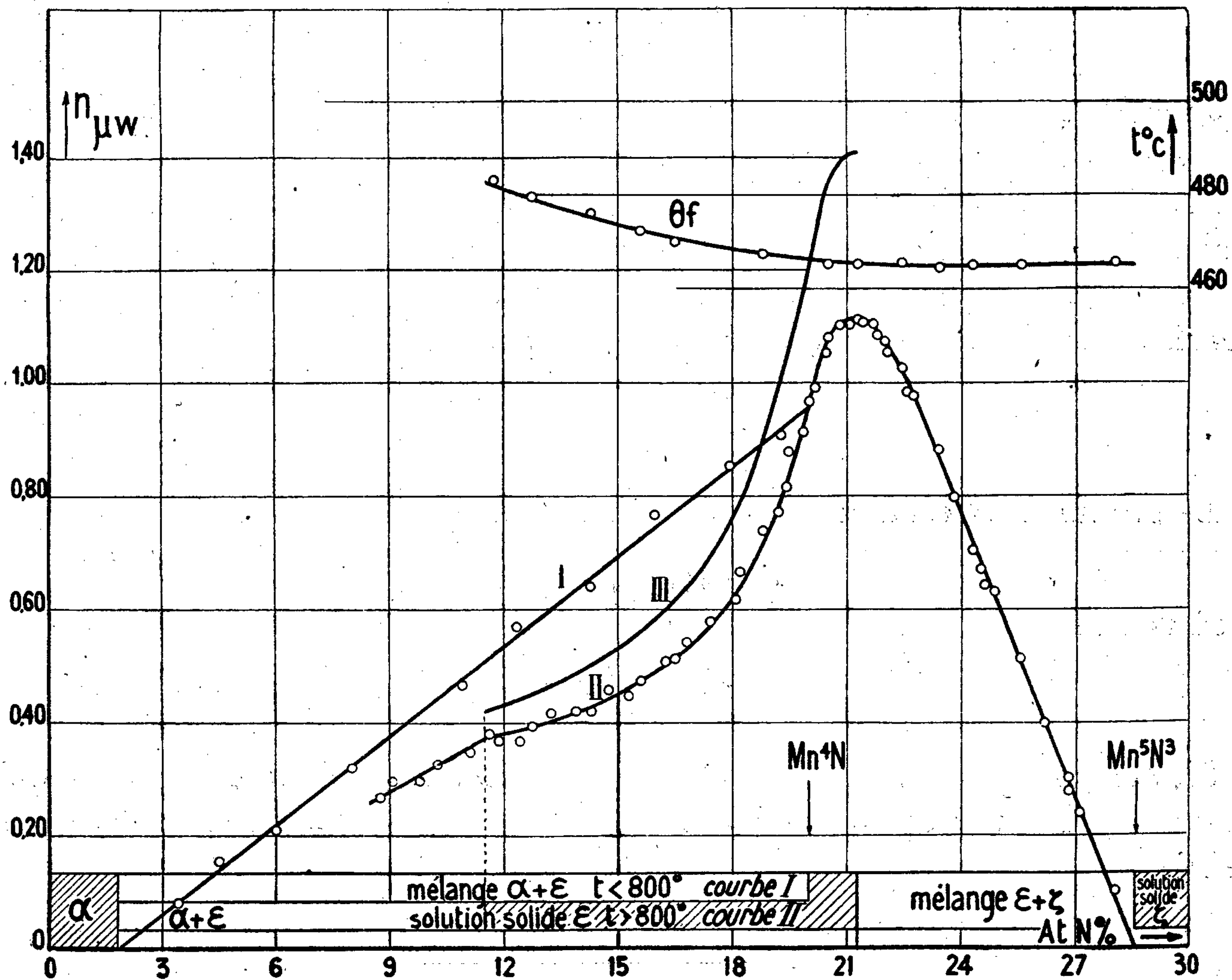
---

(1) Séance du 26 novembre 1945.

(2) *Comptes rendus*, **219**, 1944, pp. 203-205.

les précautions avaient été prises pour obtenir une étanchéité absolue. Le temps de chauffage nécessaire à l'obtention d'un alliage homogène est de 10 heures environ.

La quantité d'azote absorbée dépendant de la température et de la pression,



en agissant sur ces deux variables, nous avons obtenu des azotures dont les titres atomiques en azote (τ) s'échelonnaient entre 1,20 et 32 %.

On peut préparer des alliages de même titre τ, à des températures et des pressions différentes; mais la phase ferromagnétique ε, pour une teneur donnée en azote, possède les mêmes propriétés magnétiques quelles que soient les conditions de formation (température, pression). Nous nous trouvons donc bien en présence d'une phase définie dont les propriétés ne sont fonction que du titre en azote.

Propriétés magnétiques. — Les courbes I et II, qui se rapportent à des phases différentes, traduisent le moment atomique moyen en fonction du titre. Le nombre n est obtenu en divisant σ_{at} par le magnéton de Weiss (1125,6 c. g. s.). On calcule σ_{at}, qui est la saturation absolue de l'atome-gramme, en divisant la saturation spécifique absolue $\sigma_{H=\infty, 0^\circ K}$ par le nombre d'atomes (manganèse et azote) contenus dans l'unité de masse. La courbe III donne le moment ato-

mique n en fonction de τ, mais seuls les atomes de manganèse sont considérés ici comme ferromagnétiques.

Nous n'avons tracé la courbe III qu'entre les limites extrêmes de la phase ferromagnétique; au delà de ces limites, le moment de l'atome de manganèse reste constant.

La loi d'approche de la forme $\sigma'_H = \sigma_\infty(1 - a/H)$ est valable pour tous ces alliages depuis des champs de 1500 Oe. La dureté magnétique dépend du temps de préparation, elle tend vers une limite qui est de 150 environ. Depuis la température ordinaire, jusqu'à 200° K., la variation de l'aimantation est linéaire en $T^{3/2}$. Au-dessous de cette température, la loi $\sigma_T = \sigma_0(1 - AT^2 \ldots)$ est valable; des mesures ont été effectuées jusqu'à 20° K. Les températures de disparition et de réapparition de l'aimantation spontanée sont réversibles, il s'agit donc bien d'un point de Curie. La courbe θ_f donne la variation des points de Curie en fonction de τ.

La connaissance des propriétés magnétiques et une étude aux rayons X nous ont permis de préciser les limites du diagramme :

1° Alliages de $\tau = 8,5$ % à $\tau = 11,50$ %, préparés à des températures supérieures à 800° C. La variation du moment est linéaire (courbe III). De plus, on observe sur les diagrammes X de ces azotures des raies appartenant à la phase ε et au Mnα. Nous conclurons donc à un mélange de la phase ε et de Mnα.

2° Alliages de $\tau = 11,50$ % à $\tau = 21,50$ %, préparés au-dessus de 800° C. La variation du moment n'est plus linéaire (courbe II) et l'on observe des raies n'appartenant qu'à une seule phase. Il s'agit de la solution solide ε de l'azote dans le manganèse, seule phase ferromagnétique du système manganèse-azote.

3° Alliages de $\tau = 21,50$ % à $\tau = 28,50$ %, après un coude, la variation du moment est linéaire (courbe II). Les diagrammes montrent des raies appartenant aux phases ε et ξ, de plus, les points de Curie restent fixes. Nous concluons à un mélange des phases ε et ξ. A partir du composé Mn^5N^2 ($\tau = 28,50$ %) les azotures ne sont plus ferromagnétiques.

4° Alliages de $\tau = 2,80$ % à $\tau = 20$ %, préparés à $t < 800°$ C. La courbe I montre qu'il s'agit d'un mélange de Mnα et de solution solide à 20 % (Mn^4N). Les diagrammes X conduisent à la même conclusion.

La température de 800° C. donnée pour la formation des alliages n'est qu'approximative et peut varier de $\pm 50°$.

Ces résultats sont également valables pour le manganèse distillé très pur (99,98 %). Mais les températures d'obtention des différentes phases changent si l'on utilise du manganèse également très pur obtenu par électrolyse et distillation de l'amalgame et qui se présente sous une forme très divisée.

SPECTROSCOPIE. — *Essai d'interprétation des spectres d'absorption infrarouges du thiophène et de quelques-uns de ses dérivés. Symétries moléculaires du thiophène, du furane et du pyrrol.* Note (¹) de MM. **Jean Garach** et **Jean Lecomte**, présentée par M. Aimé Cotton.

Au moyen de trois spectromètres enregistreurs, nous avons obtenu pour la première fois, entre 525 et 1700 cm^{-1} environ, les spectres d'absorption infrarouges des composés suivants : méthyl-2, méthyl-3, bromo-2, iodo-2, diméthyl-3.4, diméthyl-2.5 thiophène. En ce qui concerne le thiophène, le furane, le pyrrol et le cyclopentadiène, nous avons repris, avec un appareil plus dispersif, entre 1300 et 1700 cm^{-1}, des déterminations antérieures [2].

Par suite des circonstances, ce travail, très avancé en 1938, n'a pu être publié que maintenant. Mais, entre temps, des recherches d'autres auteurs [3] sont venues compléter, pour le thiophène, le furane et le pyrrol, les renseignements plus anciens que l'on ne possédait que pour le thiophène [4]. Aussi nos déterminations sur ces trois substances et leur interprétation ne présentent plus le même intérêt qu'il y a quelques années. Néanmoins, une discussion concernant l'attribution des fréquences observées à des modes de vibration, qui sera donnée dans un autre Recueil, montre que l'on peut compléter et modifier sur certains points les conclusions indiquées par d'autres auteurs [3] et [4]. Nous avons pu, en particulier, en ce qui concerne les vibrations gauches γ (CH), et les vibrations de déformation planes δ (CH), arriver à des précisions plus grandes que nos prédécesseurs.

Les spectres infrarouges et Raman du thiophène et du furane s'accordent avec une symétrie moléculaire faible, telle qu'elle ressort d'une formule pentagonale, analogue à celle que l'on écrit ordinairement, soit entièrement plane (symétrie C_{2v}), soit avec un noyau hétérocyclique plan et les atomes d'hydrogène en dehors de ce plan (symétrie C_s). La considération des vibrations gauches γ(CH) conduit à choisir le premier terme de cette alternative (deux vibrations gauches étant interdites en absorption avec la symétrie C_{2v} et permises avec la symétrie C_s) [5].

(¹) Séance du 12 décembre 1945.

(²) R. Manzoni-Ansidei et M. Rolla, *Atti Accad. Lincei*, **27**, 1938, p. 410; *Ricerca scientifica*, **9**, 1938, p. 363; J. Lecomte et P. Lambert, *Public. sci. et techn. Ministère de l'Air*, **142**, 1939; *Ann. de Phys.*, **10**, 1939, p. 503.

(³) L. Pickett, *J. Chem. Phys.*, **10**, 1942, p. 660; R. C. Lord Jr et F. A. Miller, *J. Chem. Phys.*, **10**, 1942, p. 328; H. W. Thompson et R. B. Temple, *Trans. Farad, Soc.*, **41**, 1942, p. 27.

(⁴) W. W. Coblentz, *Public. Carnegie Inst.*, **38**, 1905; R. B. Barnes et R. R. Brattain, *J. Chem. Phys.*, **3**, 1938, p. 448.

(⁵) Dans le cas du pyrrol, les atomes d'hydrogène, reliés aux atomes de carbone, semblent bien aussi être dans le plan formé par ces derniers, mais nos mesures ne permettent pas de définir la direction de la liaison N-H.

Dans cette hypothèse, *s'il n'existe pas toutes les concordances que l'on peut attendre entre les bandes d'absorption infrarouges et les raies Raman, il faut en rechercher l'explication, non pas dans l'inactivité de certaines vibrations, mais dans le fait que la variation du moment électrique ou de la polarisabilité peut rester trop faible pour qu'il en résulte une absorption ou une diffusion mesurables.* Il ne semble pas nécessaire, comme l'avait proposé Bonino ([6]), de supposer la coexistence de deux formes moléculaires, l'une à symétrie faible (C_{2v} ou C_s) et l'autre à symétrie élevée (C_{4v} avec une pyramide à base carrée, D_{4h} ou D_{2h} avec un modèle plan; carré ou rectangulaire présentant l'atome hétérocyclique au centre) ou la formation de liaisons entre deux molécules pour donner un édifice possédant une symétrie plus élevée que les molécules isolées. En effet, dans cette hypothèse, on devrait trouver de notables différences entre les spectres des substances à l'état liquide et à l'état de vapeur, ce qui ne ressort pas de nos expériences. D'autre part, comme l'avait déjà montré A. W. Reitz ([7]), le nombre des fréquences observées dans notre région spectrale apparaît trop faible pour s'accorder avec l'existence de deux formes moléculaires.

La vibration gauche, dans laquelle le plan du noyau hétérocyclique effectue une translation d'ensemble vis-à-vis du plan des atomes d'hydrogène, correspond à des bandes infrarouges très fortes (cyclopentadiène 761, pyrrol 728, furane 740, thiophène 716, méthyl-2 thiophène 697, méthyl-3 thiophène 685, bromo-2 thiophène 683, iodo-2 thiophène 684 cm^{-1}), dont aucune ne se retrouve dans les six spectres Raman connus, bien qu'il n'existe aucune interdiction relativement à la diffusion. (Pour le benzène, une vibration gauche analogue, interdite dans la diffusion, donnait une bande infrarouge très forte vers 675 cm^{-1}.) D'une manière analogue, les raies Raman intenses et polarisées à 911 (cyclopentadiène), 724 (furane), 604 cm^{-1} (thiophène) proviennent d'un mouvement symétrique de la molécule : celui qui lui correspond pour le benzène est inactif dans l'absorption, et la bande des dérivés hétérocycliques manque, quoique l'oscillation ne soit plus interdite.

Dans le proche infrarouge, l'un de nous a montré ([8]) que les *doubles liaisons* du thiophène ne donnaient pas les mêmes bandes que le sulfure d'allyle par exemple. Ce résultat se retrouve dans notre région pour le cyclopentadiène, le pyrrol, le furane, le thiophène (et ses dérivés) : absence de bandes d'absorption ou de raies Raman vers 1600-1650 cm^{-1}, région qui caractérise, avec la série aliphatique, la vibration de deux atomes de carbone *doublement liés*, et présence de bandes d'absorption entre 1530 et 1580 cm^{-1}. C'est qu'avec un

---

([6]) *Atti Accad. Lincei*, **24**, 1936, pp. 288 et 374; *ibid.*, **25**, 1937, p. 502; *Atti Congr. intern. Chim. Roma*, **2**, 1938, p. 141; *Ricerca scientifica*, **7**, 1936, pp. 227 et 315.

([7]) *Z. Phys. Chem.*, B, **33**, 1936, p. 179; *ibid.*, **38**, 1938, p. 276.

([8]) P. Barchewitz et J. Garach, *Comptes rendus*, **208**, 1939, p. 2071.

noyau (pentagonal, hexagonal etc.), on ne peut pas isoler de l'ensemble de la molécule les vibrations d'une ou plusieurs paires d'atomes de carbone, comme il était permis de le faire en première approximation avec des dérivés acycliques.

SPECTROSCOPIE. — *Spectres d'absorption infrarouges de quelques dérivés benzéniques chlorés et bromés.* Note de MM. **Roger Pajeau** et **Jean Lecomte**, transmise par M. Aimé Cotton.

Avec la technique habituelle, nous avons obtenu pour la première fois, entre 500 et 1350 cm^{-1} environ, les spectres d'absorption infrarouges d'une douzaine de dérivés benzéniques chlorés ou bromés, préparés spécialement par l'un de nous. Les buts de ce travail étaient les suivants :

1° déterminer la variation des spectres d'absorption avec le poids des substituants et avec leurs positions relatives ;

2° comparer les fréquences des bandes d'absorption avec celles des raies Raman, déterminées par l'un de nous ou en dehors de nous ;

3° fournir des termes de comparaison pour l'étude des vibrations du noyau benzénique polysubstitué.

Nous nous bornerons aux deux premiers points, le dernier devant faire l'objet d'un travail beaucoup plus complet, entrepris par l'un de nous.

I. Il existe un parallélisme remarquable entre les spectres des diméthyl-1.3 chloro-4 benzène (*a*) et diméthyl-1.3 bromo-4 benzène (*b*).

a.....	549 (F)	592 (F)	628 (f)	648 (f)	681 (f)	699 (f)	718 (F)	768 (F)	806 (m)	cm^{-1}
b.....	533 (F)	590 (F)	619 (f)	655 (f)	664 (f)	689 (f)	718 (F)	766 (f)	805 (F)	

Même remarque pour les méthyl-1 dichloro-3.5 benzène (*c*), méthyl-1 chloro-3 bromo-3 benzène (*d*), méthyl-1 dibromo-2.5 benzène (*e*), dans la même région 500-900 cm^{-1}, alors que, pour des fréquences plus élevées, les spectres apparaissent nettement comme différents.

c.............	665 (F)	794 (F)	846 (F)	891 (f)	cm^{-1}
d.............	617 (F)	764 (F)	845 (F)	882 (f)	
e.............	681 (F)	804 (F)	857 (F)	?	

Les dérivés tribromés du toluène, 2.4.5 (*f*), 2.4.6 (*g*), 2.3.5 (*h*), 3.4.5 (*i*) possèdent une symétrie moléculaire faible (la plus élevée se présente avec (*g*) et (*i*) : axe de symétrie binaire, compris dans le plan de la molécule). Néanmoins, pour (*f*), on observe un nombre de bandes inférieur à celui des autres isomères. Tout se passe comme s'il existait un centre de symétrie, par exemple dans le cas du dérivé tétrabromé 1.2.4.5. En dehors des concordances suivantes, les spectres de (*f*), (*g*), (*h*) et (*i*) se présentent comme peu semblables :

f................	-	-	870 (F)	-	-	cm^{-1}
g................	722 (F)	813 (F)	853 (F)	985 (F)	-	
h................	757 (F)	-	863 (F)	-	1028	
i................	738 (F)	-	849 (F)	-	-	

Quant aux tétrabromoxylènes 3.4.5.6 (*i*), 2.4.5.6 (*k*), 2.3.5.6 (*l*), ils donnent lieu surtout à un petit nombre de bandes fortes et à des bandes faibles, qui représentent probablement des harmoniques. On sait qu'à mesure que le nombre des substituants augmente, les vibrations se déplacent vers de plus basses fréquences, de sorte que, dans notre zone spectrale, s'observent, pour ces composés hexasubstitués, moins de vibrations fondamentales que pour les dérivés di- ou trisubstitués par exemple. Il existe d'ailleurs relativement peu de différences entre les spectres des trois isomères.

II. Les spectres Raman, donnés d'abord par Kohlrausch ([1]), puis redéterminés par l'un de nous pour (*a*) et (*b*), présentent certaines concordances de fréquences avec les nombres que nous avons obtenus par absorption. Mais les spectres infrarouges apparaissent comme sensiblement plus riches en bandes que les spectres de diffusion.

Pour (*f*), (*g*), (*h*), (*i*), les nombres obtenus par l'un de nous dans le spectre de diffusion ([2]) se retrouvent assez rarement dans l'infrarouge. Avec (*f*), il existe une véritable alternance entre les deux phénomènes ; ce qui confirme l'interprétation précédente relative au pseudo-centre de symétrie.

Avec (*j*), (*k*), (*l*), il n'existe que vraiment peu de nombres d'onde communs au Raman et à l'infrarouge, quoique pour les deux premiers la symétrie faible des molécules ne puisse pas faire prévoir ce résultat. Avec (*l*), au contraire, nous rencontrons un centre de symétrie, qui interdit toute concordance entre la diffusion et l'absorption. Aussi la coïncidence entre la bande infrarouge à 858 cm^{-1} et la raie Raman à 856 cm^{-1} doit-elle être considérée comme fortuite, car il s'agit de vibrations différentes de la molécule.

Les 12 composés substitués du benzène, étudiés ici, confirment donc que l'on ne saurait arriver, dans le cas de dérivés benzéniques, à une vue complète des vibrations moléculaires, si l'on n'étudie pas *à la fois* les spectres d'absorption et de diffusion, même dans les cas où la symétrie des molécules se présente comme trop faible pour amener des interdictions dans l'un ou l'autre de ces phénomènes.

OPTIQUE. — *La dépolarisation par un champ magnétique du rayonnement diffusé au voisinage immédiat de la résonance optique.* Note de M. **Robert Lennuier**.

On sait que les variations de la polarisation du rayonnement de résonance observé à angle droit du faisceau primaire, en fonction d'un champ magnétique H appliqué parallèlement à la direction d'observation, sont données par

$$P = \frac{P_0}{1 + [(e/m)\,g\tau H]^2}, \tag{1}$$

([1]) K. W. F. Kohlrausch et A. Pongratz, *Sitz. Wiener Akad.*, II *b*, **143**, 1934, p. 275.
([2]) R. Pajeau, *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 487.

où τ est la durée de vie moyenne du niveau de résonance et où P_0 permet de tenir compte de la fraction qui, dans le rayonnement reçu, se trouve pour des raisons diverses déjà dépolarisée en champ nul.

Nous avons indiqué ([1]) que, si l'on écarte légèrement la fréquence excitatrice de la fréquence de résonance, la décroissance de P lorsqu'on fait croître H est considérablement plus lente (par exemple 200 fois). A défaut d'une théorie précise de ce phénomène, nous avions utilisé, pour interpréter nos courbes expérimentales, la relation (1) où nous substituions à τ la durée de passage beaucoup plus courte τ' de l'atome par son état excité, ainsi mise en évidence.

Nous avons proposé depuis une théorie de ce phénomène, par laquelle τ' se trouve rattachée à la période des battements qui peuvent apparaître, grâce à la cohérence qui existe entre elles, entre l'onde incidente et l'onde diffusée ([2]). Il nous restait à établir quelle relation précise entre P et H doit alors être substituée à (1). Nous nous proposons de le faire ici.

Dans le champ H il y a décomposition par effet Zeeman de ceux des niveaux quantifiés de l'atome dont le nombre quantique interne n'est pas nul (compte tenu du spin nucléaire). Les composantes π sont inactives dans la direction de l'observation. Les composantes σ sont ou bien cohérentes entre elles deux à deux, par couples de vibrations circulaires inverses (lorsque le niveau d'arrivée à l'émission coïncide avec le niveau de départ à l'absorption) ([3]), ou bien incohérentes (autres cas). Seules les premières interviennent en *diffusion cohérente*, et elles peuvent seules être responsables des phénomènes de battements que nous avons observés. Il y a donc interférence des vibrations circulaires inverses au sein de chaque couple cohérent, ce qui, en champ nul, reconstitue un rayonnement totalement polarisé ($P=1$) dans le plan défini par les faisceaux incident et observé.

Nous expliquons ainsi une particularité que nous avaient permis de déceler nos expériences ([4]) : *La fraction du rayonnement total observé qui ne se dépolarise que lentement dans le champ* H *présente nécessairement, à la différence du rayonnement de résonance pure, une polarisation totale en champ nul*, parce que seule la partie cohérente de l'émission intervient dans cette fraction.

Si le champ H, tout en restant petit, n'est plus nul, l'interférence des deux composantes σ d'un couple cohérent conduit à l'émission, entre les instants t et $t+dt$, des intensités

$$(2)\qquad \begin{cases} dI_Z = \mathfrak{L}(t)\cos^2 2\pi\,\Delta\nu_H t\,dt \\ dI_X = \mathfrak{L}(t)\sin^2 2\pi\,\Delta\nu_H t\,dt \end{cases} \qquad \left(\Delta\nu_H = \frac{e}{4\pi m} g H\right),$$

([1]) *Comptes rendus*, 218, 1944, pp. 153, 617 et 665.

([2]) *Annales de Physique*, 20, 1945, p. 91.

([3]) G. Breit, *Reviews of Modern Physics*, 5, 1933, p. 106; P. Soleillet, *Journal de Physique*, 7, 1936, p. 77.

([4]) *Comptes rendus*, 218, 1944, p. 618.

(I_Z et I_X, intensités observées après décomposition du rayonnement émis en vibrations verticales [OZ] et horizontales [OX].)

La probabilité $\mathfrak{T}(t)\,dt$ est le produit de la probabilité de retour à son niveau fondamental, entre les instants t et $t+dt$, de l'atome supposé sur son niveau excité, soit $\tau^{-1}\,dt$, par la probabilité de trouver cet atome sur ce niveau à l'instant t. Dans le cas de la résonance pure, l'atome peut être observé sur ce niveau à tout instant t avec une probabilité décroissante $e^{-t/\tau}$, l'instant $t=0$ étant celui du début de la mesure. La valeur de $\mathfrak{T}(t)$ est alors $e^{-t/\tau}.\tau^{-1}$ et l'intégration de (2) conduit à (1) ([5]).

Si l'on s'écarte de la résonance et si l'on distingue la fréquence ν_I du rayonnement primaire de la fréquence propre ν_{II} des atomes éclairés, la probabilité de trouver à l'instant t l'atome à l'état excité prend une forme plus compliquée ([6]). Lorsque les durées de vie moyenne τ du niveau de résonance sont sensiblement les mêmes pour les atomes de la source du rayonnement primaire et pour les atomes diffusants, les phénomènes de battements doivent avoir leur maximum de netteté et la probabilité cherchée s'écrit

$$(3)\qquad |\mathcal{C}_{II}|^2 = \frac{4|K|^2}{(\nu_I-\nu_{II})^2}\, e^{-\frac{t}{\tau}} \sin^2\pi(\nu_I-\nu_{II})t \qquad (|K|^2 = \text{const.}),$$

et nous avons montré ([2]) qu'elle limite nécessairement les instants où l'atome peut être observé sur son niveau excité à ceux d'un intervalle unique de durée précisément égale à la période d'un battement.

La valeur de $\mathfrak{T}(t)$ devient dans ces conditions $|\mathcal{C}_{II}|^2.\tau^{-1}$, et il faut intégrer (2) entre 0 et $1/|\nu_I-\nu_{II}|$. Nous devrons en outre nous limiter aux valeurs de H assez faibles pour que $\Delta\nu_H/|\nu_I-\nu_{II}|$ reste assez petit, et nous tiendrons compte de ce que $|\nu_I-\nu_{II}| \gg (4\pi\tau)^{-1}$ (sinon on retombe dans le cas de la résonance). L'intégration de (2) donne alors

$$(4)\qquad P = \frac{\sin[(e/m)gH/(\nu_I-\nu_{II})]}{(e/m)gH/(\nu_I-\nu_{II})}\left(1+\frac{1}{4\pi^2}\left[\frac{(e/m)gH}{\nu_I-\nu_{II}}\right]^2\right).$$

Telle est l'expression correcte que nous devons substituer à (1) dans le cas d'une diffusion cohérente excitée et observée dans les conditions indiquées. C'est elle que nous devons confronter avec nos résultats expérimentaux; d'autre part la détermination des écarts $|\nu_I-\nu_{II}|$ ne laisse aucun terme indéterminé, de sorte que la confrontation est particulièrement intéressante. Nous pouvons dès maintenant préciser que les résultats sont excellents.

([5]) P. SOLEILLET, *La polarisation des radiations de résonance du cadmium et du zinc*, Paris, 1939, p. 47.

([6]) G. BREIT, *loc. cit.*, p. 99.

FLUORESCENCE. — *De l'effet inhibiteur exercé par l'oxygène sur la fluorescence des solutions.* Note de M. **Charles Chéchan**, transmise par M. Aimé Cotton.

On sait, depuis les travaux de M. Privault [1] et de F. Perrin [2], que certaines substances ont la propriété d'atténuer la fluorescence des solutions auxquelles on les ajoute. Ces « inhibiteurs incolores » sont tous des antioxygènes.

Au cours d'expériences sur la photolyse de la vitamine A nous avons observé que la fluorescence d'une solution saturée d'oxygène était beaucoup plus faible que celle de la même préparation purgée de ce gaz. H. Sobotka, S. Kann et W. Winternitz [3] firent déjà une constatation analogue, mais ne paraissent pas avoir soupçonné la généralité du phénomène.

Aucun travail systématique, à notre connaissance, n'a été tenté pour déterminer si cette propriété de l'oxygène est limitée à quelques cas particuliers ou si, au contraire, elle se manifeste de façon constante [4].

C'est ce que nous avons essayé de faire en examinant, dans divers solvants, une série de substances dont les spectres de fluorescence s'échelonnent, le long du spectre visible, depuis le violet extrême jusque dans le rouge, vers 6500 Å.

La lumière d'une lampe à vapeur de mercure, filtrée par un écran de Wood, fut uniformément utilisée comme rayonnement excitateur.

L'intensité de fluorescence, Φ_{O_2}, d'une solution saturée d'oxygène était comparée, au moyen d'un photomètre graduel de Pulfrich, à celle, Φ_{N_2}, de la même solution privée d'oxygène par un courant d'azote. Le pouvoir extincteur de fluorescence de l'oxygène était mesuré, dans chaque cas, par le rapport Φ_{O_2}/Φ_{N_2}.

Les résultats de nos expériences sont résumés dans le tableau ci-après :

---

(1) *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 1120.

(2) *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 1121.

(3) *J. Biol. Chem.*, **152**, 1934, p. 635.

(4) Récemment, J. A. Miller et C. A. Baumann (*J. Am. Chem. Soc.*, **65**, 1943, pp. 1540-1546 in *Bull. analytique du C. N. R. S.*, 6, 1945, p. 1514) ont signalé l'action de l'oxygène sur la fluorescence de divers hydrocarbures. Les circonstances actuelles ne nous ayant pas permis de nous procurer la documentation complète sur les travaux étrangers récents, nous n'avons eu connaissance des recherches de ces auteurs qu'au moment où nous rédigions cette Communication.

Abaissement du pouvoir fluorescent des solutions sous l'influence de l'oxygène.

Substance fluorescente.	Solvant.	Concentration en g/1000 cm³.	Φ_{O_2}/Φ_{N_2}.
Anthracène.	Alcool absolu.....	0,100	0,44
	Acide acétique....	0,100	0,52
	Chloroforme......	0,100	0,64
	Benzène..........	0,010	0,56
	»	0,025	0,53
	»	0,050	0,50
	»	0,100	0,50
	»	0,200	0,53
	»	0,600	0,54
	Cyclohexane......	0,100	0,41
Ombelliférone.	Eau (pH 10)......	0,00025	0,89
	Acétone..........	0,00025	0,38
	Alcool à 95°......	0,00025	0,38
Esculine.	Eau..............	0,002	0,84
	Alcool à 95°......	0,002	0,67
Salicylate de sodium.	Eau..............	1,00	0,94
	Alcool à 95°......	0,200	0,56
Uranine.	Eau..............	0,020	0,98
	Alcool à 60°......	0,010	0,93
	Acétone..........	0,010	0,79
Rhodamine N6J (Kuhlmann).	Eau..............	0,010	1,00
	Alcool à 96°......	0,010	0,96
	Alcool absolu.....	0,010	0,92
	Acide acétique....	0,010	0,94
	Acétone..........	0,010	0,94
Rhodamine NB (Kuhlmann).	Eau..............	0,010	1,00
	Alcool absolu.....	0,010	0,96
	Acide acétique....	0,010	0,95
Rhodamine B (Poulenc).	Eau..............	0,010	1,00
	Alcool absolu.....	0,010	0,90
	Acétone..........	0,010	0,91
Hypéricine.	Acétone..........	0,010	0,80
	Benzène..........	0,003	0,96
Hématoporphyrine.	HCl 0,1N.........	0,004	0,99
	Acide acétique....	0,004	0,72
	Acétone..........	0,006	0,58
	Benzène..........	0,001	0,51

Des expériences de contrôle nous ont montré que l'hydrogène peut être substitué à l'azote, sans modification des résultats; de même le gaz carbonique, sauf quand la substance fluorescente est sensible aux variations de la concentration en ions hydrogène.

On voit que la présence de l'oxygène dissous dans le milieu entraîne presque constamment une diminution du pouvoir fluorescent. L'intensité

de cette chute dépend de la nature de la substance et du solvant utilisé. Importante en général avec les solvants organiques, elle est toujours faible dans le cas des solutions aqueuses, parfois à peine mesurable. De fortes, variations de concentration de la substance fluorescente n'entraînent que de minimes modifications du pouvoir extincteur de l'oxygène.

La diminution de pouvoir fluorescent ne saurait être attribuée à l'oxydation de la substance fluorescente, car il suffit de chasser l'oxygène intentionnellement dissous pour la faire disparaître. D'ailleurs le spectre d'absorption de la solution n'est pas modifié par la présence d'oxygène, non plus que l'aspect de son spectre de fluorescence.

Il est curieux de constater que l'oxygène possède le pouvoir extincteur de fluorescence, tout comme les antioxygènes. Cette similitude n'implique pas l'identité des mécanismes d'action. Ainsi J. Bouchard [5], étudiant l'effet Privault-Perrin, a montré que le pouvoir extincteur des inhibiteurs antioxygènes était d'autant plus marqué que la constante diélectrique du solvant était plus élevée; or, en première analyse, les résultats de nos expériences indiquent une augmentation du pouvoir inhibiteur de l'oxygène quand décroît la constante diélectrique du solvant. D'autres facteurs interviennent sans doute et devront être précisés, tels que la solubilité de l'oxygène dans les divers solvants.

En résumé, l'oxygène atténue la fluorescence des solutions dans lesquelles on l'introduit. L'intensité du pouvoir inhibiteur dépend de la nature du corps fluorescent; elle est particulièrement élevée avec les solvants possédant une faible constante diélectrique.

COLLOÏDES. — *Viscosité des solutions colloïdales de gluten.* Note de M. **Augustin Boutaric** et Mlle **Simone Fabry**, présentée par M. Léon Binet.

On peut préparer une solution colloïdale de gluten en délayant, par petites portions et à l'aide d'un mortier d'agate, 30^g de farine de blé dans 100$^{cm^3}$ d'eau distillée, mettant la suspension à agiter pendant 7 heures à l'aide d'un agitateur rotatif, l'abandonnant au repos pendant 12 heures dans une chambre froide à 0° et centrifugeant, à 3000 t : min la liqueur décantée de manière à provoquer le dépôt des grains d'amidon et des débris cellulosiques restés en suspension. La concentration des suspensions colloïdales de gluten ainsi obtenues varie notablement avec la température à laquelle la préparation a été réalisée, avec l'âge et le mode de conservation des farines. Pour une farine de blé tendre fraîchement sortie du moulin, elle est de l'ordre de 20 g : l à 15° et elle augmente légèrement avec la température. Par dilution dans l'eau distillée, on obtient des suspensions de concentrations plus faibles.

---

(5) *J. Chim. Phys.*, 33, 1935, p. 117.

Le tableau ci-dessous donne les viscosités relatives η/η_0 par rapport à l'eau, mesurée à 26° au viscosimètre d'Ostwald pour diverses concentrations c (en grammes par cm³).

$c.10^3$...........	5.	7,5.	10.	12,5.	15.	20.
η/η_0.............	1,120	1,185	1,275	1,360	1,460	1,700
$(1/c)\log_e(\eta/\eta_0)$...	22,5	23	24,2	24,5	25,8	26

La courbe représentant les valeurs de η/η_0 en fonction de c s'élève rapidement comme pour la plupart des colloïdes hydrophiles. Les valeurs de $(1/c)\log_e(\eta/\eta_0)$ en fonction de c se disposent sensiblement sur une droite peu inclinée par rapport à l'axe des abscisses qui, prolongée jusqu'à l'axe des ordonnées, fournit la valeur limite A de l'expression $(1/c)\log_e(\eta/\eta_0)$ pour $c = 0$. Avec les nombres précédents on obtient A = 22,2. On a ainsi

$$(1)\qquad \lim \frac{\eta - \eta_0}{\eta_0 c} = \mathrm{A}.$$

Diverses formules ont été proposées pour relier la viscosité d'une suspension au volume φ des particules contenues dans l'unité de volume de la suspension. Pour des suspensions infiniment diluées on a

$$(2)\qquad \lim \frac{\eta - \eta_0}{\eta_0 \varphi} = a,$$

le coefficient a variant avec la nature des suspensions (d'après Einstein elle serait égale à 2,5 et d'après Kunitz à 4,5).

De la comparaison des relations (1) et (2) on tire

$$(3)\qquad \varphi = \mathrm{A}\frac{c}{a}.$$

En désignant par δ la densité à l'état sec de la matière dispersée, on voit que le volume φ_0 qu'occuperait à l'état sec la matière dispersée dans l'unité de volume de la suspension a pour valeur

$$(4)\qquad \varphi_0 = \frac{c}{\delta}.$$

Des relations (3) et (4) on tire

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} = \frac{\mathrm{A}\delta}{a}.$$

Le produit Aδ renseigne sur le gonflement φ/φ_0 des particules de gluten dans la suspension.

La valeur de δ, déduite de la densité de la suspension et de celle du milieu de dispersion, en supposant que le volume de la suspension est égal à la somme du volume des granules et du liquide intergranulaire, est voisine de 1,4, ce qui fournit avec la valeur de a indiquée par la formule d'Einstein, un coefficient de gonflement $\varphi/\varphi_0 \sim 12,4$

A titre de comparaison voici les valeurs de φ/φ_0 obtenues de la même manière par M[me] Anglade-Thévenet pour divers colloïdes :

Substance...	Sérum-globuline dans OHNa N/10.	Colloïdes humiques.	Argile colloïdale.	Sérum-albumine dans OHNa N/10.	Bentonite.
φ/φ_0..........	10	11,5	12,6	17,4	47

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude calorimétrique de la gélatinisation des nitrocelluloses par le mélange alcool-éther.* Note de M. **Édouard Calvet** et M[lle] **Georgette Sébille**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Le but de ce travail est de contribuer à expliquer le mécanisme de la dissolution des nitrocelluloses par les *mélanges-solvants* du type alcool-éther. Les mélanges alcool-éther, dans des proportions convenables, ont en effet la propriété remarquable de dissoudre les nitrocelluloses dont le taux de nitration est compris entre certaines limites, alors qu'elles sont insolubles dans chacun des constituants du mélange pris isolément.

Nous avons effectué les mesures calorimétriques suivantes :

1° chaleurs de mélange alcool-éther;

2° chaleurs d'absorption de l'alcool pur et de l'éther pur par les nitrocelluloses;

3° chaleurs dégagées pendant l'immersion prolongée des nitrocelluloses dans l'alcool et l'éther purs et dans les mélanges de ces deux liquides.

I. *Chaleurs de mélange alcool-éther.* — Cette étude a déjà été réalisée par Hirobe (1) à 25° C. et par Desmaroux (2) à 0° C. Nous avons repris ces mesures à 17° C. avec le microcalorimètre à compensation de A. Tian, en utilisant un dispositif qui réalisait le mélange dans un petit tube plein de mercure à l'abri de toute atmosphère, de manière à éviter les vaporisations ou condensations des constituants du mélange pendant la mesure calorimétrique.

Nos résultats, en bon accord avec ceux de Desmaroux, sont donnés par le tableau suivant dans lequel N_2 est le rapport molaire de l'alcool dans le mélange, q_a est la *chaleur intégrale* de dissolution de l'alcool en cal-g (3), q_e celle de l'éther et Q la quantité de chaleur dégagée par molécule du mélange.

N_2...	0,95.	0,92.	0,85.	0,60.	0,54.	0,42.	0,376.	0,35.	0,29.	0,207.	0,190.	0,101.
q_a...	−15	−25	−50	−157	−195	−285	−320	−352	−425	−530	−560	−740
q_e...	−300	−290	−283	−236	−228	−207	−196	−190	−174	−134	−131	−82,5
Q...	−14,2	−23	−42,5	−94,3	−105	−120	−122	−123	−123	−106,5	−106	−74

On retrouve les résultats déjà signalés par Desmaroux : les mélanges se font toujours avec refroidissement; celui-ci est maximum pour $N_2 = 0,3$. Ces

(1) *J. Fac. Sciences*, Tokio, I, IV, 1926, pp. 155-222.

(2) *Mémorial des poudres*, 23, 1928, pp. 198-229.

(3) Suivant la terminologie de Darmois (*J. Chim. phys.*, 4, 1943, p. 129).

résultats donnent une mauvaise vérification des formules de Hirobe ([1]) relatives à l'évaluation de la chaleur de mélange.

II. *Chaleurs d'adsorption de l'alcool et de l'éther purs par des nitroramies à 14,0 % d'azote* (CP_1) *et à* 11,5 % *d'azote* (CP_2). — Nous avons adopté le dispositif habituel d'adsorption au sein du microcalorimètre employé dans nos précédentes mesures ([4]), et nous avons mesuré les quantités de chaleur Q dégagées au cours de la fixation progressive de n molécules d'alcool pur ou d'éther pur sur un chaînon C^6 de nitrocellulose. La pente à l'origine des courbes $Q = f(n)$, que nous désignerons par $E_0 = (dQ/dn)_{n=0}$, mesure l'affinité du solvant pour le corps à dissoudre comme nous l'avons déjà montré. On trouve :

	Alcool-CP_1.	Alcool-CP_2.	Éther-CP_1.	Éther-CP_2.
E_0 (cal-g)........	1300	1800	2500	3370

On constate que la chaleur dégagée par l'adsorption de ces liquides purs, qui ne sont pas des solvants, est beaucoup plus faible que dans le cas des bons gélatinisants tels que l'acétone pour laquelle on trouve $E_0 = 5000$ cal.

III. *Chaleurs d'immersion des nitrocelluloses dans les mélanges alcool-éther.* — On adopte le dispositif habituel : un faisceau de fibres de nitroramies fixé au bout d'un fil de nickel est plongé dans du mercure placé dans la cellule du calorimètre et amené au sein du solvant en tirant le fil. On observe un échauffement immédiat et intense, notamment avec le CP_2.

Les tableaux suivants donnent les chaleurs d'immersion Q dans une grande quantité du mélange alcool-éther (de rapport molaire N_2 en alcool) des nitroramies à 14,0 % d'azote (CP_1) et à 11,5 % d'azote (CP_2) rapportées au poids moléculaire du chaînon C^6.

Nitroramies à 11,5 % *d'azote* (CP_2)

N_2...	0,00	0,05	0,12	0,20	0,25	0,33	0,50	0,66	0,75	0,88	0,90	1
Q....	800	1500	2500	3000	3750	4450	4950 Max.	4500	3800	2750	2600	800

Nitroramies à 14,0 % *d'azote* (CP_1)

N_2...	0,00	0,125	0,166	0,200	0,250	0,333	0,500	0,666	0,750	0,800	0,875	1
Q....	1000	1430	1500	1545	1600	1640	1660 Max.	1650	1500	1400	1300	600

Les courbes correspondantes $Q = f(N_2)$ ont une allure continue (aucune anomalie aux valeurs de N_2 pour lesquelles le mélange alcool-éther devient un solvant ou cesse de l'être). Elles présentent un maximum pour $N_1 = N_2 = 0,5$. Celui-ci est très accusé dans le cas du CP_2 (4950 cal.) et très peu marqué dans le cas du CP_1 (1660 cal.).

([4]) Édouard Calvet, *J. Chim. Phys.*, **35**, 1938, p. 69; *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 542; **213**, 1941, p. 126; **214**, 1942, p. 716; **215**, 1942, p. 138; **216**, 1943, p. 51; **217**, 1943, p. 482; *Ann. Fac. Sciences*, Marseille, 1941 et 1942.

CHIMIE THÉORIQUE. — *A propos de la diène-synthèse.* Note (¹) de M. **Raymond Daudel** et Mme **Alberte Pullman**.

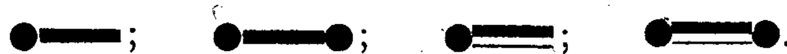
Le 5.6-dihydrobenzène, dont nous avons donné récemment le diagramme, fournit un exemple de diène. *Il possède en 1 et 4 deux sommets particulièrement chargés et en 2.3 un embryon de liaison éthylénique.*

Tous les diènes présentent une structure semblable.

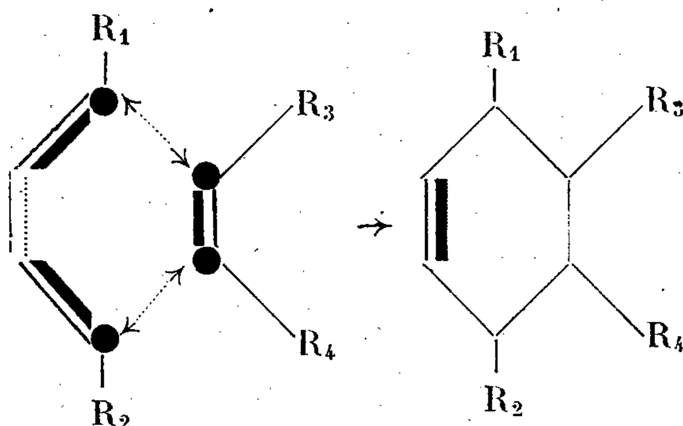
On comprend alors aisément la grande tendance de ces corps à fixer des groupements en 1 et 4, que ce soient des molécules, ou des atomes libres comme ceux de l'hydrogène naissant.

C'est pourquoi, par exemple, le butadiène fixe l'hydrogène atomique en 1.4 en donnant le 2.3-butène. Ce corps ne possédant plus de sommets chargés n'est plus, en effet, hydrogéné par l'hydrogène naissant.

Les philodiènes sont des corps qui renferment des liaisons activées d'un des types suivants :

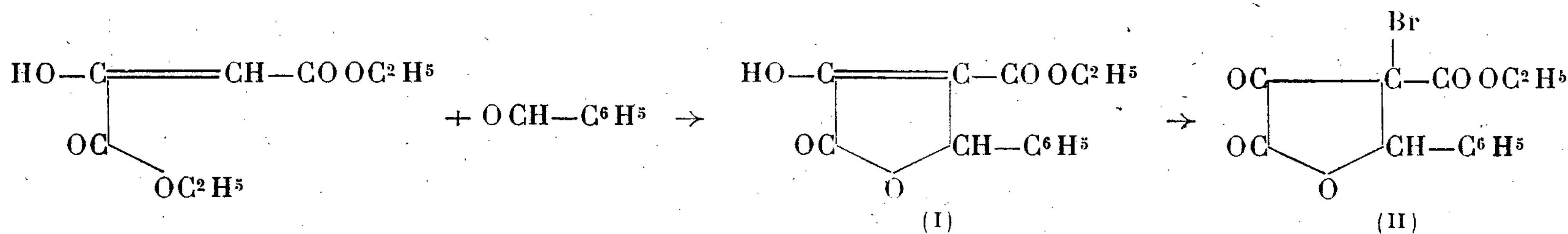


Le schéma suivant interprète alors immédiatement la diène-synthèse (addition en 1.4 sur le diène des sommets actifs du philodiène suivie d'une transformation de l'embryon de liaison éthylénique 2.3 en une véritable double liaison).



CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les esters cétobutyrolactone-carboxyliques (esters cétoparaconiques). L'ester phénylcétoparaconique.* Note (¹) de MM. **Henry Gault** et **Jean Suprin**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'ester phénylcétoparaconique (I) se forme par condensation du benzaldéhyde avec l'ester oxalacétique sous l'action, soit de l'acide chlorhydrique (²), soit des amines secondaires (³) :



(¹) Séance du 9 juillet 1945.

(¹) Séance du 6 août 1945.

(²) Wislicenus, *Ber. d. chem. Ges.*, 25, 1892, p. 3448; 26, 1893, pp. 2144-2146.

(³) H. Gault, *Bull. Soc. chim.*, 3e série, 35, 1906, p. 1266.

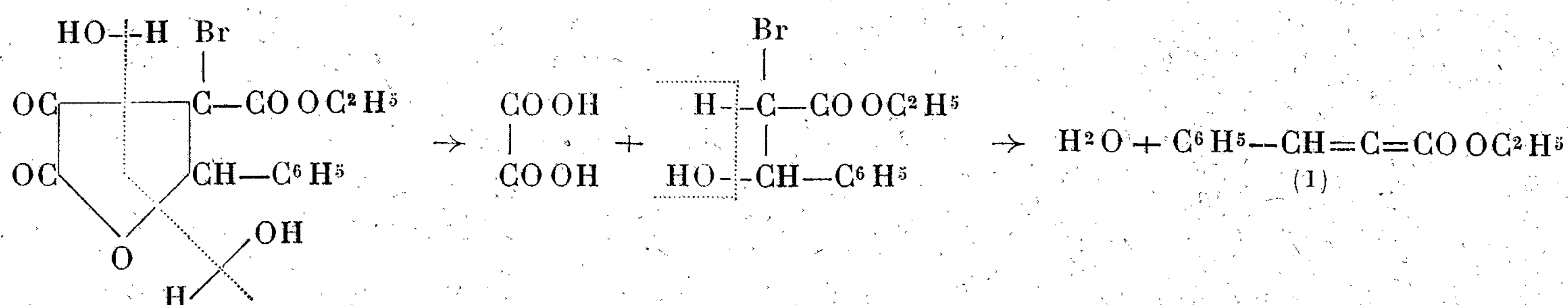
Nous avons cherché à appliquer à l'obtention de cet ester la méthode précédemment décrite pour la préparation du premier terme de la série des esters cétoparaconiques ([4]), en fixant directement le benzaldéhyde en milieu aqueux, sur l'énolate alcalin, par exemple l'énolate de potassium, de l'ester oxalacétique, en l'absence de tout catalyseur additionnel. Nous avons obtenu de bons résultats en opérant dans les conditions suivantes :

On ajoute, par fractions, à la température ordinaire, le benzaldéhyde ($1^{mol},1$) à une suspension aqueuse d'énolate oxalacétique (1^{mol}), agite pendant 3 heures, puis acidifie par l'acide sulfurique à 20 %. On essore l'ester phénylcétoparaconique formé, lave à l'éther, à l'eau, sèche et recristallise dans l'alcool (F 104°-105°) (Rendement, 80-90 %).

Ester phényl-bromocétoparaconique. — Contrairement aux indications de Wislicenus, l'ester phénylcétoparaconique peut être bromé, dans le cycle lactonique, par action directe du brome, *en milieu aqueux*. L'ester bromé correspondant (II), liquide, peut être séparé de l'ester phénylcétoparaconique non entré en réaction, par agitation de sa solution éthérée avec une solution d'acétate de cuivre et filtration consécutive de l'énolate cuprique de l'ester phénylcétoparaconique. L'ester phényl-bromocétoparaconique obtenu (Rendement, 60 à 70 %) ne donne aucune coloration avec le chlorure ferrique, ce qui fixe la position de l'atome de brome dans la molécule.

On note, au cours de la bromuration à température ordinaire, la formation d'une petite quantité d'acide oxalique, indice d'une coupure partielle acide, avec ouverture du cycle lactonique.

Action des agents d'hydrolyse sur l'ester phényl-bromocétoparaconique. — 1. *Action d'une solution saturée de bicarbonate de potassium.* — L'action du bicarbonate de potassium détermine une ouverture du cycle lactonique en même temps qu'une coupure acide du complexe β-cétonique, avec formation d'acide oxalique et d'ester α-bromocinnamique ;



On agite pendant une demi-heure, à la température ordinaire, une solution d'ester phényl-bromocétoparaconique (1^{mol}) avec une solution aqueuse saturée de bicarbonate de potassium ($2^{mol},5$). La solution éthérée neutre abandonne, par évaporation, un produit liquide qui distille à 183° sous 30^{mm} et se saponifie,

([4]) H. Gault et R. Durand, *Comptes rendus*, **216**, 1943, p. 848.

sous l'action de la soude 33 % à 0°, en acide α-bromocinnamique (F 131°); c'est donc l'*ester α-bromocinnamique* (I).

La solution aqueuse renferme de l'acide oxalique en proportion correspondant à la quantité d'ester α-bromocinnamique obtenue.

2. *Action de la soude caustique à* 33 %, *à* 0°. — L'action de la soude caustique, à 0°, sur l'ester phényl-bromocétoparaconique, conduit, par le mécanisme qui vient d'être exposé, directement à l'*acide α-bromocinnamique*.

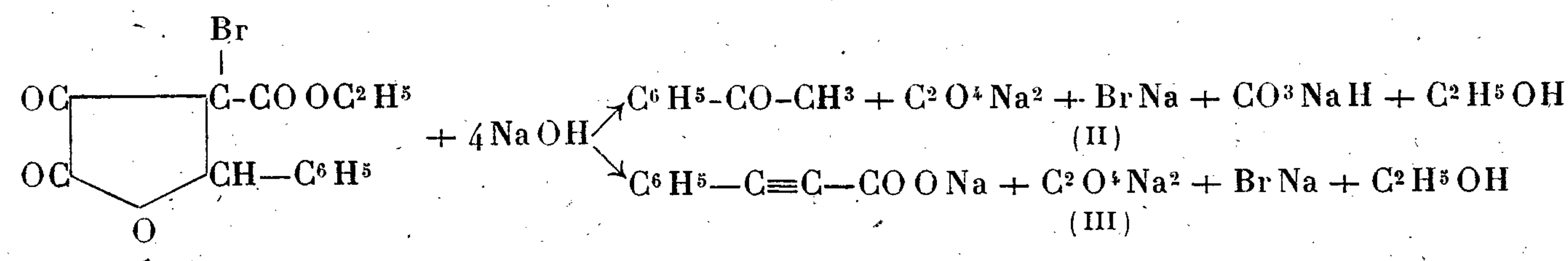
3. *Action de la soude caustique à* 10 %, *à chaud.* — On chauffe au bain-marie, pendant 3 heures, en agitant, un mélange d'ester phényl-bromocétoparaconique (1^{mol}) avec une lessive de soude à 10 % (NaOH, 5^{mol}). La couche huileuse d'ester bromé disparaît progressivement. On extrait à l'éther, lave la solution éthérée à l'eau et à l'acide sulfurique étendu, sèche et distille l'éther. On recueille une faible quantité d'un liquide à odeur caractéristique d'acétophénone qui, après distillation ($É_{760}$, 200°), cristallise par refroidissement dans la glace (F 19°). Le mélange de la phénylhydrazone correspondante (F. 106°) avec la phénylhydrazone préparée à partir de l'acétophénone pure, fond à 105°. Le produit obtenu est donc bien l'*acétophénone* (II).

Par acidification des eaux alcalines, il se sépare un produit solide, blanc, acide, qui, recristallisé dans l'eau, fond à 136° et que nous avons identifié avec l'*acide phénylpropiolique* (III) (Rendement 90 %).

Les eaux mères résiduaires renferment une quantité notable d'acide oxalique.

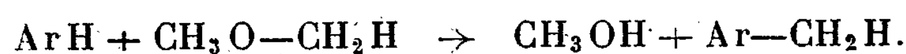
Action de la soude 20 % *à chaud.* — Dans des conditions opératoires analogues aux précédentes, on recueille à peu près uniquement, à côté d'acide oxalique, de l'acide phénylpropiolique (Rendement 95 %).

Ces deux dernières réactions, dont il nous reste à exposer le mécanisme détaillé, peuvent être mises sous la forme



CHIMIE ORGANIQUE. — *Condensation du dibromo*-1.2 *éthoxyéthane sur le noyau benzénique; synthèse de dérivés α.β-dibromoéthylés des éthers-oxydes phénoliques.* Note de MM. **Raymond Quelet** et **Lucien Calcagni**, présentée par M. Marcel Delépine.

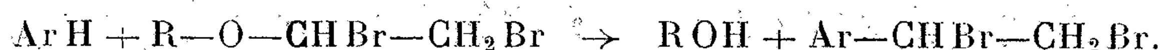
On sait que les éthers chlorométhylique et bromométhylique se condensent sur les noyaux aromatiques d'après la réaction [1]



$$ArH + CH_3O—CH_2H \rightarrow CH_3OH + Ar—CH_2H.$$

[1] Sommelet, *Comptes rendus*, 157, 1913, p. 1443; Vavon et Bolle, *ibid.*, 203, 1939, p. 1826; Vavon, Bolle et Calin, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 6, 1939, p. 1025.

Par le même mécanisme, nous avons cherché à substituer le radical dibromo-éthyle sur le noyau benzénique en utilisant les éthers dibromo-éthyliques



$$ArH + R{-}O{-}CHBr{-}CH_2Br \rightarrow ROH + Ar{-}CHBr{-}CH_2Br.$$

Les résultats de cette étude sont les suivants : l'oxyde d'éthyle dibromé-1.2 possède une activité beaucoup plus faible que l'éther chlorométhylique; étant, d'autre part, moins stable, il ne supporte pas l'action de catalyseurs énergiques. On ne peut donc opérer qu'en utilisant la technique de Vavon, c'est-à-dire sans catalyseur, en solution acétique.

Dans ces conditions, les carbures benzéniques ne réagissent qu'avec une vitesse très faible et ne se prêtent pratiquement pas à la condensation envisagée.

Par contre, avec les éthers-oxydes phénoliques, la réaction s'effectue en général facilement; elle permet, dans certains cas, de préparer d'une façon très avantageuse les dérivés dibromoéthylés correspondants.

Les dérivés obtenus se décomposent à la distillation en perdant BrH et en donnant surtout des produits de condensation élevée. Ils ne peuvent, par suite, être isolés à l'état pur que dans les cas où ils se séparent spontanément par cristallisation au sein du mélange réactionnel.

En étudiant comparativement, vis-à-vis de l'anisole divers éthers de l'alcool dibromoéthylique, on constate que la vitesse de la réaction diminue au fur et à mesure qu'augmente la masse du radical alcoxy. L'oxyde de méthyle et de dibromoéthyle réagit ainsi plus vite que l'oxyde d'éthyle dibromé. Néanmoins, au point de vue pratique et en ce qui concerne l'anisole, il est plus avantageux d'opérer avec le dernier de ces éthers, en raison d'une pureté plus grande et d'une séparation plus facile du produit brut de la réaction.

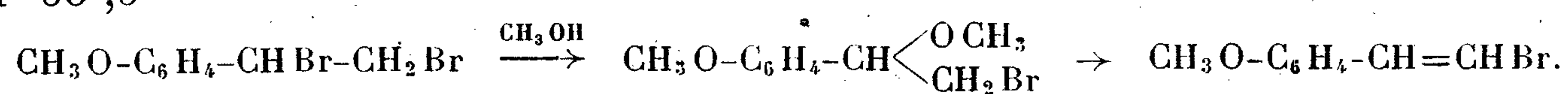
Partant de l'anisole on obtient le para-méthoxy $\alpha.\beta$-dibromoéthylbenzène $C_9H_{10}OBr_2$. Un mélange de 240^g d'oxyde d'éthyle dibromé brut [obtenu par bromuration de l'oxyde d'éthyle α-chloré ([2])], 105^g d'anisole et 150^g d'acide acétique cristallisable, placé dans une fiole conique bouchée, est abandonné à l'abri de la lumière à la température de 20°. Au bout de 48 heures, on observe en général une prise en masse du mélange et la réaction est terminée au bout de 5 jours. Par filtration et essorage, on obtient 195^g de dérivé dibromé très blanc et bien cristallisé. Après recristallisation dans le mélange éther-éther de pétrole ou dans CCl_4, le produit fond à 77° ([3]). L'analyse et l'oxydation confirment la constitution envisagée.

Traité par l'alcool méthylique il donne l'(α-méthoxy β-bromoéthyl)-1

([2]) Schwallen et Bord, *J. Am. Chem. Soc.* 52, 1930, p. 654.

([3]) Tiffeneau, *Ann. Phys. Chim.*, 8e série, 10, 1907, p. 349.

méthoxy-4 benzène. $C_{10}H_{13}O_2Br$, F 34° qui, par distillation, perd CH_3OH en donnant le β-bromo para-méthoxy styrolène C_9H_9OBr, aiguilles (alcool), F 50°,5



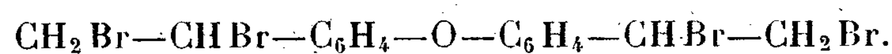
A partir du vératrol, en opérant à 0°, on obtient le diméthoxy-3.4 α-β-dibromoéthylbenzène $C_{10}H_{12}O_2Br_2$, F 98° (4) (rendement 80 %) qui réagit sur l'alcool méthylique en donnant le diméthoxy-3.4 (α-méthoxy β-bromoéthyl) benzène (huile) qui, par distillation, conduit au diméthoxy-3.4 β-bromostyrolène $C_{10}H_{11}O_2Br$, aiguilles (alcool) F. 65° (5).

L'acide phénoxyacétique a conduit (après 4 jours de contact à 20°) à l'acide para- (dibromoéthyl) phénoxyacétique $C_{10}H_{10}O_3Br_2$



fondant avec décomposition vers 144° (rendement 50 %).

Enfin l'oxyde de phényle, qui réagit plus difficilement, nous a fourni avec un rendement de 30 % le 4-4′ *bis* (α-β-dibromoéthyl) phénoxybenzène $C_{16}H_{14}OBr_4$, F 101-102°.



CHIMIE ORGANIQUE. — *Hydrogénation catalytique au moyen du nickel Raney platiné et en milieu sodique.* Note de M. **Jean Décombe**, présentée par M. Marcel Delépine.

Parmi les nombreuses hydrogénations catalytiques que nous avons eu l'occasion d'effectuer, il en est deux que nous n'avons jamais pu réaliser par les méthodes ordinaires, aussi bien en présence de platine que de nickel. Ce sont celles du triphénylacétonitrile et de la diméthylbutylacétophénoxime. Il semble bien que l'encombrement stérique soit pour ces deux molécules un facteur important de l'inertie du groupement fonctionnel.

En ce qui concerne le nitrile en question, Biltz (1) a montré que l'action de l'hydrogène naissant obtenu au moyen du sodium et de l'alcool conduit au triphénylméthane, avec départ d'ammoniac. Elbs (2) obtint le même résultat avec le zinc et l'acide chlorhydrique, mais isola néanmoins une petite quantité d'amine à l'état solide fondant à 116°.

(4) Barger et Jowettt, *J. Chem. Soc.*, **87**, 1905, p. 972; Mannich, *Arch. d. Pharm.*, **248**, 1910, p. 142.

(5) Mannich, *loc. cit.*, p. 148.

(1) *Ann. der Chem.*, **296**, 1887, p. 253.

(2) *Ber. d. chem. Ges.*, **17**, 1884, p. 700.

Mais, en utilisant le nickel Raney, suivant une technique particulière proposée par MM. Delépine et Horeau ([3]), nous avons réussi à fixer catalytiquement de l'hydrogène sur les deux corps précédents. Cette technique consiste à platiner le nickel Raney et à l'employer en milieu légèrement sodique. En suivant exactement les indications de ces auteurs, la transformation en amine primaire pure est quantitative; il ne se forme pas traces d'amine secondaire, et même tertiaire, comme cela se produit souvent dans l'hydrogénation des nitriles et des oximes. Toutefois, l'opération est très lente ou, plus exactement, se ralentit très rapidement. On a généralement intérêt, lorsque la moitié du volume théorique est absorbé, à décanter la solution sur un catalyseur neuf pour continuer l'hydrogénation.

Avec 5^g de nitrile, en présence de 5^g de catalyseur, il faut 1 heure 30 minutes pour absorber 250^{cm^3}. Après changement de catalyseur, il faut 1 heure 15 minutes pour absorber les 200^{cm^3} restants. L'opération dure de 6 à 7 heures si on l'effectue en une seule fois.

L'hydrogénation de l'oxime exige des temps du même ordre.

La technique s'applique heureusement aussi au diphénylacétonitrile dont l'hydrogénation par le platine ou le nickel seuls est très laborieuse

Au cours de ces expériences nous avons vérifié que l'addition de soude seule dans la liqueur à hydrogéner est inopérante. Par contre le platinage seul permet à la réaction de démarrer, mais celle-ci se ralentit beaucoup plus vite qu'en présence de soude. De ces deux actions c'est donc le platinage qui est la plus importante. Cette observation rentre mal dans le cadre de l'hypothèse formulée par MM. Delépine et Horeau, d'après laquelle la soude, dans le cas des aldéhydes et des cétones, agirait pour donner avec le corps mis en œuvre un dérivé sodique transitoire dont l'hydrogénation serait plus facile. De même elle ne satisfait qu'incomplètement au point de vue de M. Paty ([4]), qui attribue à la soude un pouvoir activant dû à son action dissolvante vis-à-vis de l'oxyde d'aluminium retenu dans le catalyseur.

Quoi qu'il en soit, le fait initial observé par les auteurs de cette technique demeure : le nickel de Raney se trouve activé dans les conditions qu'ils ont précisées. Dans tous les cas où une hydrogénation s'avère paresseuse, il y aura intérêt à essayer cette méthode.

Ces essais ont permis de préparer à l'état pur trois amines primaires, dont deux n'avaient déjà été obtenues que dans un état de pureté très relative. Ce sont :

La β.β.β-triphényléthylamine $(C_6H_5)_3C.CH_2.NH_2$, solide incolore cristallisé, fondant

---

([3]) *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 1301; *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, **4**, 1937, p. 3.
([4]) *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 827.

à 130-131° (et non à 116° comme l'indique Elbs) et donnant un chlorhydrate dont le point de fusion est assez mal défini vers 245°.

	Trouvé %	Calculé pour	
Analyse. — 1° Amine	N 5,20	$C_{20}H_{19}N$	5,13
2° Chlorhydrate	Cl 11,49	$C_{20}H_{20}NCl$	11,47

La β.β-diphényléthylamine $(C_6H_5)_2CH.CH_2.NH_2$, cristaux incolores, fondant à 71-72° et bouillant à 208-210° sous 25^mm^. Son chlorhydrate fond mal vers 250° [Freund et Immerwahr ([5]) la décrivent comme une huile incristallisable].

	Trouvé %	Calculé pour	
Analyse. — 1° Amine	N 7,22	$C_{14}H_{15}N$	7,10
2° Chlorhydrate	Cl 15,05	$C_{14}H_{16}NCl$	15,20

L'α-phényl-β.β-diméthyl-β-butyléthylamine $C_6H_5.CH(NH_2).C(CH_3)_2(C_4H_8)$, huile bouillant à 157-158° sous 25^mm^, dont le dérivé acétylé est cristallisé et fond à 96-97°.

	Trouvé %	Calculé pour	
Analyse. — 1° Amine	N 6,85	$C_{14}H_{23}N$	6,82
2° Chlorhydrate	Cl 14,63	$C_{14}H_{24}NCl$	14,69
3° Dérivé acétylé	N 5,9	$C_{16}H_{25}ON$	5,7

CHIMIE APPLIQUÉE. — *Sur le mécanisme de la plastification de l'acétate de cellulose par le phosphate triphénylique.* Note de MM. **Georges Champetier** et **Pierre Clément**, présentée par M. Louis Hackspill.

De nombreuses hypothèses ont été formulées pour élucider le mécanisme général de la plastification. Le problème est difficile à résoudre car les procédés d'investigation sont assez restreints. D'autre part le terme *plastifiant* est souvent mal choisi ou mal interprété, les distinctions entre *plastifiants-gélatinisants* et *assouplissants* étant insuffisamment définies.

Nous avons pensé pouvoir aborder l'étude de la plastification de l'acétate de cellulose par le phosphate triphénylique, en cherchant si l'action de celui-ci est due à une combinaison proprement dite avec l'ester cellulosique au même titre que le camphre avec la nitrocellulose. La méthode des restes, déjà utilisée par l'un de nous ([1]), met en évidence avec une grande simplicité l'existence possible d'une telle solvatation. La nécessité de faire agir le phosphate triphénylique lui-même en solution suggère que son action peut dépendre essentiellement de la structure physico-chimique de l'ester cellulosique, modifiée par ce solvant auxiliaire qui peut être inerte vis-à-vis de l'acétate ou, au contraire, le gélatiniser.

Dans une première étude, nous avons appliqué la méthode aux différents systèmes ternaires comportant l'acétate de cellulose, le phosphate triphé-

---

([5]) *Ber. d. chem. Ges.*, **23**, 1890, p. 2845.

([1]) G. Champetier, *Comptes rendus*, **195**, 1932, p. 419; *Ann. Chim.*, **20**, 1933, p. 5.

nylique et un solvant sans action solvante apparente sur l'acétate, tel que le tétrachlorure de carbone, le benzène, le toluène, le xylène ou le méthanol. Le procédé graphique, consistant à porter sur deux axes de coordonnées les compositions plastifiant/acétate et solvant/acétate de l'ester cellulosique soumis à des degrés de pressage ou d'essorage variables et à rechercher les zones de convergence des droites ainsi obtenues, n'accuse aucune variation de concentration de la solution après absorption du plastifiant à la température de 15°. Les non-solvants ne semblent pas former eux-mêmes des complexes avec l'acétate, car une telle combinaison devrait être mise en évidence par la méthode graphique, sauf toutefois pour le méthanol en raison de son faible poids moléculaire. En conclusion, le phosphate triphénylique, à cette température, ne possède pas une réactivité suffisante pour pénétrer dans le réseau pseudo-cristallin de l'acétate, lorsque ce dernier est soumis à un simple gonflement intermoléculaire par des composés sans action solvante marquée.

Nous avons cherché à faciliter l'introduction du phosphate triphénylique en faisant disparaître dans une large mesure les liaisons secondaires entre les chaînes cellulosiques par un phénomène de gélatinisation ou de coacervation grâce aux composés suivants : chloroforme, chlorure de méthylène, tétrachloréthane. La méthode des restes peut s'appliquer à nouveau aux gelées incompressibles ainsi obtenues, en remarquant que la pente de chaque droite du graphique est déterminée par la composition du système gélatinisé et par la composition du système global acétate-plastifiant-solvant avant la gélatinisation.

a. Dans de telles conditions expérimentales, on n'observe pas de composés d'addition mixtes faisant intervenir le phosphate triphénylique; l'inexistence d'un tel solvate semble certaine au degré de précision près de la méthode d'analyse.

b. Par contre des composés d'addition entre l'acétate et les composés chlorés apparaissent avec une grande netteté au seuil de la gélatinisation et correspondent sensiblement à la fixation d'une molécule de solvant chloré par reste acétique CH_3—CO—O.

	CH_2Cl_2.	$CHCl_3$.	$C_2H_4Cl_2$.
Molécules	1,18	1,00	1,15

Pour des concentrations plus élevées en gélatinisant, il semble, en outre, exister des solvates plus complexes (contenant entre 3 et 7 molécules de solvant par chaînon C_6).

En conséquence, il faut que la configuration de l'ester cellulosique se prête à la pénétration intramoléculaire du phosphate triphénylique. Ces résultats sont en accord avec les travaux récents de J. Desmaroux et

T. Petitpas ([2]) au sujet de la combinaison nitrocellulose-camphre; cependant, même après une dispersion partielle des chaînes cellulosiques, il ne semble pas exister de solvatation proprement dite, mais ce que l'on peut appeler une *plastification par insertion moléculaire* à la faveur d'un écartement préalable des molécules cellulosiques. Cette condition est réalisée, *a priori*, au cours de la fabrication d'un film à partir d'une solution elle-même plastifiée.

MINÉRALOGIE. — *Sur les spectres de rayons X des argiles extraites de sols méditerranéens.* Note ([1]) de MM. **Roger Michaud, Raoul Cerighelli** et **Georges Drouineau**, présentée par M. Charles Mauguin.

Ainsi que l'a montré récemment l'un de nous ([2]) les diagrammes X de poudre (rayonnement Kα du cuivre filtré par le nickel) peuvent être incomplets et ne pas présenter les raies de grands espacements réticulaires nécessaires à la caractérisation des minéraux argileux. C'est le cas d'un grand nombre d'argiles extraites de sols méditerranéens. Les déterminations ci-dessous ont donc été effectuées après orientation, celle-ci ayant été obtenue par sédimentation et séchage. Nous avons utilisé comme élément diffractant une lamelle d'argile, fixée sur bâtonnet oscillant comme pour les cristaux. Dans le cas où les fractions argileuses formées de particules de taille inférieure à 2^{μ}, suivant les normes de l'Association Internationale pour l'Étude du sol, renfermaient du carbonate de chaux, celui-ci a été dissous par un traitement acide modéré pour éliminer les raies parasites de la calcite.

Nous avons tout d'abord étudié l'influence possible, sur les diagrammes, des techniques de séparation des particules argileuses. Les deux techniques en usage sont : d'une part la Méthode Internationale avec décalcification préalable par ClH et peptisation à la soude, d'autre part la Méthode de Demolon et Bastisse sans traitement acide. Les deux méthodes donnent des diagrammes identiques.

Nous avons ensuite comparé les diagrammes fournis par les fractions inférieures à 2^{μ} et les fractions inférieures à 1^{μ}. Les raies du quartz, que l'on peut considérer comme des raies parasites gênantes pour l'examen de la partie moyenne des diagrammes, persistent dans les fractions inférieures à 1^{μ}. Il est d'ailleurs possible de les distinguer avec des chambres de grand diamètre et en laissant le bâtonnet fixe; les raies d'argile sont alors continues, tandis que celles du quartz sont composées de taches distinctes. Nous avons constaté que la teneur en quartz des fractions

([2]) *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 785.

([1]) Séance du 3 décembre 1945.

([2]) R. Michaud, *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 56.

argileuses extraites de sols lessivés varie régulièrement avec la profondeur des horizons en diminuant avec celle-ci.

Les sols méditerranéens du Sud-Est de la France qui ont été examinés appartiennent à des types et à des sous-types très divers, podzols exceptés. Dans la plupart des cas, la fraction cristalline de leur complexe absorbant minéral renferme des kaolinites et des attapulgites. La présence de phyllites du groupe des Attapulgites qui n'a pas encore été signalée dans les argiles extraites des sols est indiquée par la raie caractéristique (001) $d = 10,7$ Å (3). La présence d'attapulgites nous paraît très générale dans les argiles extraites des sols considérés. Elle se manifeste non seulement dans les sols squelettiques formés sur diverses roches mères y compris les *terra rossa*, les rendzines rouges, les sols rendziniformes, enfin les sols jeunes alluvionnaires, et les sols salés de Camargue. Nous n'avons rencontré de Montmorillonite dans aucun cas.

GÉOLOGIE. — *Sur le forage profond de Bagneux et le rôle de l'axe de Meudon au cours du Crétacé.* Note de M. **Robert Soyer**, présentée par M. Charles Jacob.

La plupart des grands sondages de la région parisienne sont exécutés dans les vallées recouvrant les fosses synclinales de Saint-Denis et de Juvisy ou sur le flanc de celles-ci. Entre ces deux régions, par contre, les puits partant du faîte de l'Anticlinal de Meudon sont fort rares. Hormis le forage déjà lointain de Chèvreloup (1), on ne connaît, au voisinage immédiat de Paris, que le puits d'Ivry-sur-Seine (2) et le nouveau forage de Bagneux, exécuté en 1942-1944. Dans ce sondage, poussé jusqu'au Crétacé inférieur, le carottage n'a pu être exécuté et la coupe suivante a été dressée à l'aide des échantillons adhérents au fish-tail et d'après le journal des sondeurs.

Cote du sol, + 74.

	m		
Remblais et terre végétale	4,00	de + 74	à + 70
Sables de Beauchamp	1,40	70	68,60
Lutétien	31,10	68,60	37,50
Sparnacien	14,30	37,50	23,20
Montien	8,40	23,20	14,80
Sénonien	309,04	14,80	−294,24
Turonien	105,01	−294,24	−399,25
Cénomanien-Vraconnien	66,75	−399,25	−466,00
Albien (Gault)	30,00	−466,00	−496,00
» (Sables verts)	55,52	−496,00	−551,52
Aptien	40,65	−551,52	−592,17
Barrémien	19,47	−592,17	−611,64
Néocomien-Wealdien	10,00	−611,64	−622,64

(3) De Lapparent, *Ann. Off. Combustibles liquides*, 5, 1936, pp. 863-943.

(1) P. Lemoine, R. Humery et R. Soyer, *Mém. du Muséum*, 1re série, 11, 1939, p. 29.

(2) *Comptes rendus*, 199, 1934, pp. 1633-1635.

Dans son ensemble, la série stratigraphique à Bagneux est identique à celle d'Ivry-sur-Seine. Par contre, des différences importantes apparaissent avec celles des puits du centre et des bords de la fosse de Saint-Denis, et le tableau suivant les fait ressortir, au moins quant aux variations d'épaisseur dans le Crétacé.

	Fosse de Saint-Denis (Nord)				Bord de la fosse. Paris	Axe de Meudon.		Fosse de Juvisy (Sud).
	La Plaine St-Denis.	Pantin C.G.E.	Ville-momble.	Aulnay-s.-Bois.	B.-aux-Cailles.	Bagneux.	Ivry.	Orsay.
Sénonien	347^m	345^m	346^m	330^m	298^m	309^m	307^m	254^m
Turonien	147	159	124	139	109	105	109	94
Cénomanien	54	60	79	71	62	67	71	61
Albien (Gault)	47	39	41	53	37	30	35	44
— (Sables verts)	60	56	82	69	70	56	73	56
Aptien	s.6	47	s.2	s.4	42	41	41	33
Barrémien	—	23	—	—	s.1	19	19	s.o.30
Néocomien-Waeldien	—	s.17	—	—	—	s.10	s.40	—

Le pendage ne dépassant pas 2 % entre Bagneux et Aulnay-sous-Bois, l'épaisseur des couches est peu influencée par l'obliquité relative des forages; les variations correspondent à des écarts de subsidence, c'est-à-dire à la mobilité du fond.

Pour le Crétacé inférieur, on ne possède que des indications succinctes. Dès l'Aptien cependant, la comparaison est possible; elle indique un maximum dans la fosse de Saint-Denis : l'étage atteint 47^m à Pantin, soit 1/8 de plus que sur l'axe de Meudon, où il n'a que 41^m.

La puissance des Sables verts varie notablement dans la zone synclinale. Si le maximum d'affaissement se situe à Villemomble où les sables atteignent 82^m, par contre, plus à l'Ouest, les épaisseurs observées s'équilibrent dans des régions à cheval sur l'anticlinal et sur les fosses. Un premier groupe comprend les forages d'Ivry, 73^m; la Butte-aux-Cailles, 70^m et Aulnay-sous-Bois, 69^m. A l'Ouest vient le groupe des forages de la Plaine Saint-Denis, 60^m; Pantin, 56^m; Bagneux, 56^m; Orsay, 56^m.

Lors du Gault les conditions changent : maximum d'épaisseur à Aulnay-sous-Bois, 53^m. Les argiles albiennes, nettement plus épaisses dans la fosse de Saint-Denis, atteignent 47^m à la Plaine, 41^m à Villemomble, 39^m à Pantin, 37^m à la Butte-aux-Cailles; sur l'axe de Meudon elles n'ont plus que 35^m à Ivry et 30^m à Bagneux. Dans la fosse méridionale, leur épaisseur se relève à 44^m à Orsay.

Les aires de sédimentation se déplacent de nouveau au Cénomanien, où l'on retrouve les conditions des Sables verts : maximum de puissance à Villemomble, 79^m, suivi par un groupe occidental, comprenant Aulnay-sous-Bois, 71^m; Ivry, 71^m; Bagneux, 67^m. L'étage se réduit encore vers l'Ouest : la Plaine, 54^m; Pantin, 60^m; la Butte-aux-Cailles, 62^m; ainsi que dans la fosse de Juvisy, 61^m.

Au Turonien l'individualité des axes apparaît et l'étage atteint sa plus grande puissance sur la ligne axiale de la fosse : 159^m à Pantin, 147^m à la Plaine, 139^m à Aulnay, mais le fond témoigne d'une mobilité plus faible à Villemomble, où la Craie grise n'a que 124^m. Sur l'axe et ses bords l'épaisseur du Turonien se réduit et tombe à 109^m à la Butte-aux-Cailles et à Ivry, et à 105^m à Bagneux. Il en est de même au Sénonien, pour lequel il faut tenir compte de l'érosion post-campanienne plus intense sur l'axe que dans les synclinaux. Le maximum de mobilité suit le thalweg de la fosse de Saint-Denis : 347^m à la Plaine,

345^{m} à Pantin, 346^{m} à Villemomble, tandis que, sur la crête, la puissance s'abaisse à 309^{m} à Bagneux et 307^{m} à Ivry. Dans la fosse de Juvisy, le Sénonien, réduit à 254^{m}, indique un autre régime sédimentaire.

Si l'on admet un affaissement continu du fond dans le Synclinal de la Seine pendant toute la durée du Crétacé (aucun signe d'émersion locale, poudingue ou surface d'érosion n'y ayant été signalé), il est possible de reconstituer le rôle joué par l'emplacement de l'axe de Meudon, qui s'individualisera au Nummulitique. Une légère résistance s'est sans doute manifestée vers la fin du Crétacé supérieur, toutefois celle-ci ne s'exerce plus lors du dépôt des Sables albiens. La sédimentation marque un ralentissement au Gault, mais reprend au Cénomanien au même rythme que dans la fosse. Au Turonien, la région manifeste déjà des signes de stabilité qui s'accuseront au Sénonien; elle constitue un haut fond où le groupe Turonien-Sénonien n'atteint que 416^{m} contre 500 dans la fosse septentrionale.

En résumé, au Crétacé, l'affaissement du fond de la mer a marqué des temps d'arrêt dans la zone où s'individualisera au Tertiaire l'axe anticlinal de Meudon. L'un d'eux se place vers le sommet de l'Albien (Gault), mais la phase principale s'étend sur le Turonien-Sénonien, préludant ainsi à l'émersion générale de la région à la fin du Campanien. Il est intéressant de constater qu'au cours de la transgression cénomanienne, les conditions de subsidence étaient identiques dans la fosse de Saint-Denis et sur l'axe de Meudon.

MÉTÉOROLOGIE. — *Étude de la distribution des pluies orageuses autour du maximum central.* Note de M. **Henri Grisollet**, présentée par M. Charles Maurain.

D'après des observations effectuées à Breslau, en Allemagne, Frühling a établi que l'intensité des précipitations orageuses décroissait en fonction de la distance au centre de l'orage selon une loi parabolique à laquelle l'auteur a donné la forme

$$K = 1 - 0{,}009\sqrt{D},$$

K représentant le rapport de l'intensité de la précipitation observée à une distance D mètres du centre de l'orage à l'intensité mesurée en ce même centre; il résulte de cette formule que l'intensité se trouve réduite à la moitié de sa valeur maxima à une distance de 3^{km} et qu'elle s'annule à 12^{km} du centre (¹).

(¹) Cette formule fournit un des éléments du calcul des *pointes* des eaux de ruissellement que les ouvrages d'assainissement urbain ont pour fonction d'évacuer.

La présente Note a pour objet de faire connaître dans quelle mesure la relation de Frühling est applicable à la distribution des pluies orageuses dans la Région parisienne, compte tenu de l'examen systématique de 240 cartes de pluies relatives à la période 1919-1945.

Il ressort, en premier lieu, de cet examen que 54 % des pluies orageuses offrent des courbes isohyètes dépourvues de toute organisation apparente; ces pluies ne se prêtent, de ce fait, à aucune détermination significative. Les autres cas (qui seuls ont été retenus) présentent le plus généralement, soit des isohyètes en bandes à bords à peu près parallèles, soit de vastes ovales très allongés (le rapport des axes atteignant parfois six), soit encore un alignement de petits ovales; assez rarement (une fois sur dix-sept en moyenne) le tracé revêt une forme quasi circulaire ou en ovales peu allongés.

D'ailleurs, quel que soit l'aspect général du tracé, on n'observe que très exceptionnellement une symétrie véritable des isohyètes autour de la ligne ou du point de cote maxima. Il est donc indispensable de préciser que nous avons toujours déterminé la décroissance dans l'espace de la quantité d'eau reçue selon la ligne de plus grande pente du relief pluviométrique.

Les pluies retenues ont été partagées en deux catégories; la première comprend les cas d'averses qui paraissent provenir d'un orgage unique et qui traduisent en quelque sorte le phénomène étudié à l'état pur; la seconde réunit les précipitations globales issues de plusieurs orages successifs ou de pluies orageuses précédées ou suivies de pluies prolongées dont l'intensité est restée faible ou modérée.

Sur les cartes, dans la seconde catégorie, on constate à la fois un étalement des isohyètes et une tendance à l'uniformisation du relief; la décroissance, en fonction de la distance, des quantités d'eau recueillie est ainsi moins rapide que pour les pluies appartenant à la première catégorie.

Voici quels sont les résultats numériques :

a. *Pluies classées dans la première catégorie.* — Éloignement du maximum (selon la ligne de plus grande pente du relief pluviométrique) correspondant à :

Distance	minima.	maxima.	moyenne.
	km	km	km
une réduction de moitié de la quantité d'eau maxima	1	5	3
une quantité de pluie nulle	5	30	20

b. *Ensemble des pluies classées dans l'une ou l'autre des deux catégories.* — La distance moyenne à laquelle l'importance de la précipitation est réduite de moitié est portée à 4^{km} environ, et celle qui correspond à la disparition de la pluie, à plus de 30^{km}.

En résumé, on constate que la formule de Frühling n'est guère utilisable

pratiquement que dans la moitié des cas; elle est assez satisfaisante en ce qui concerne la distance à laquelle l'importance de la précipitation, à partir du centre de l'orage, est réduite à la moitié de sa valeur; par contre, elle prévoit une décroissance beaucoup trop rapide au delà de cette proportion, même dans le cas où l'on considère systématiquement, ainsi que nous l'avons fait, la ligne de plus grande pente du relief pluviométrique.

OPTIQUE ATMOSPHÉRIQUE. — *Renforcements d'intensité de la raie jaune du Ciel nocturne.* Note de MM. **Paul Ababie, Étienne Vassy** et Mme **Étienne Vassy**, présentée par M. Charles Maurain.

Nous avons signalé [1], au cours de nos précédentes mesures sur la lumière du ciel nocturne effectuées au Pic du Midi, le renforcement, dans une aire limitée du ciel de l'émission de la raie verte ou de la raie rouge; ces renforcements d'intensité étaient quelquefois visibles à l'œil nu, l'aire caractérisée par une émission plus forte étant plus ou moins apparente dans le ciel sous forme d'une plage lumineuse (la brillance a atteint un jour celle de la Voie Lactée), mais cependant trop pâle pour qu'on puisse lui attribuer une couleur. Bien qu'ils n'aient pas l'ampleur des aurores polaires, nous avons assimilé ces phénomènes à des manifestations aurorales.

Nous avons poursuivi ces mesures au même observatoire au début du mois d'octobre 1945. Le 2 octobre, vers 22^h, nous faisions une semblable observation : une bande claire était visible à l'horizon Nord, s'étalant sur une trentaine de degrés en azimut, avec une brillance suffisante pour distinguer un contour approximatif, mais sans coloration; cette plage s'est déplacée au cours de la nuit en direction de l'Est.

Or, au cours du dépouillement des résultats, nous avons eu la surprise de constater que, de toute la nuit, ni la raie verte ni la raie rouge n'ont présenté d'anomalie.

Mais, depuis 1943, nous avons complété notre matériel expérimental au moyen de filtres qui nous permettent d'isoler, par différence, plusieurs bandes spectrales; en particulier les deux filtres Orange 7 (des verreries de Bagneaux) et OG 3 (de Schott) permettent d'isoler, avec un bon facteur de pureté, la région 5700-5950 Å qui contient la raie jaune 5893 Å. Et, en dépouillant les résultats pour cette région, nous avons constaté un renforcement notable de la brillance entre 60 et 87° de distance zénithale; alors que, pour les courbes moyennes des autres jours, pour 85°, le rapport $I/I_{zénith}$ est compris entre 2 et 3, pour le 2 octobre à $21^h 52$ (heure T. M. G.), ce rapport atteint 21, l'intensité au zénith étant normale. Il s'agit donc, non d'un renforcement général, mais bien d'une région

(1) *Comptes rendus*, **217**, 1943, p. 610.

anormalement lumineuse. Signalons qu'à l'époque des mesures, l'intensité de la raie jaune dans le spectre du ciel nocturne n'était pas encore très grande.

Nous pensons pouvoir rapprocher ce résultat d'une observation d'Elvey, Swings et Linke ([2]) qui ont eu l'occasion de photographier le spectre d'une aire lumineuse diffuse et ont constaté un remarquable accroissement de l'intensité relative de la raie jaune. Comme le font remarquer ces auteurs, il s'agissait, soit d'un nuage d'atomes de Na, soit d'une région où les conditions d'excitation sont plus favorables.

Le phénomène dont nous venons de confirmer l'existence n'est pas le seul cas d'exaltation de la raie jaune dans le ciel nocturne. Nous ne voulons pas parler de la variation saisonnière déjà mise en évidence par divers auteurs, ni de la variation diurne. D'un jour à l'autre, l'intensité de la raie jaune par rapport aux autres régions du spectre est très variable. En particulier, le 1er octobre, dans la direction du Sud, depuis le zénith jusqu'à l'horizon, la part de la région jaune dans l'émission totale du ciel atteint une valeur double de sa valeur habituelle.

Remarquons qu'en toute rigueur il ne nous est pas possible de préciser s'il s'agit d'un accroissement de la raie 5893 Å, ou de la partie du fond continu comprise entre 5700 et 5950 Å. Cette dernière hypothèse paraît toutefois peu vraisemblable, car le fond continu est normalement faible dans cette région, et son renforcement dans de telles proportions devrait s'apercevoir dans les régions spectrales voisines.

Bricard et Kastler avaient montré que l'origine de la raie D du ciel nocturne était double ([3]). L'observation du déplacement vers l'Est de ce nuage brillant semble confirmer qu'il existe bien, en dehors de la rediffusion de l'effet crépusculaire, une autre cause d'excitation qui n'est pas liée à l'énergie lumineuse solaire. Il nous semble intéressant de remarquer que ces observations d'aires lumineuses, aussi bien en 1943 qu'en 1945, ne sont pas accompagnées de phénomènes ionosphériques ou magnétiques remarquables.

CRYPTOGAMIE. — *Démonstration expérimentale du rôle du* Trentepohlia umbrina *(Kg.) Born. dans la synthèse des Graphidées corticoles.* Note ([1]) de M. **Armand Hérisset**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Le *Trentepohlia umbrina* présente une grande importance dans la constitution des Lichens de la famille des Graphidacées, dont il fournit les gonidies.

([2]) *Astro. Journ.*, 93, 1941, p. 337.

([3]) *Ann. Géophysique*, 1, 1944, p. 17

([1]) Séance du 12 décembre 1945.

A l'occasion de recherches effectuées sur cette Algue, nous avons pensé qu'il serait intéressant de procéder à des essais de synthèse expérimentale, car ces Lichens se rangeant parmi les plus simples et les plus primitifs, nous avons pensé qu'il serait facile de suivre leur formation et leur évolution. On ignore encore, en effet, dans quelles conditions précises débute l'association lichénique.

Nos observations nous ont permis d'assister à la formation du plectenchyme de l'Ascomycète et à la production de ses suçoirs entourant l'Algue pour en extraire les hydrates de carbone : nous avons par conséquent suivi la première phase de l'association. Nous n'avons pas encore vu se former les apothécies, ce que nous espérons obtenir dans d'autres essais en cours.

Nous avons utilisé la méthode expérimentale, basée sur la culture pure des deux espèces entrant dans la constitution du Lichen. Nous avons donc mis en contact, sur milieu minéralisé, gélosé, glucosé de Becquerel, des spores germantes des apothécies de *Arthonia astroidea* Ach., *Opegrapha astra* Pers., *Graphis scripta* Ach., et des cultures pures de l'Algue *T. umbrina* : les spores ont été récoltées par projection, en nous inspirant de la technique de Werner. Les Algues nous ont été fournies par des cultures pures de *T. umbrina* (voir notre *Thèse*), provenant de colonies voisines des Graphidées utilisées pour la récolte des spores; de cette manière, nous avons pensé que les souches utilisées avaient toutes chances d'être de races voisines de celles qui constituent les Lichens.

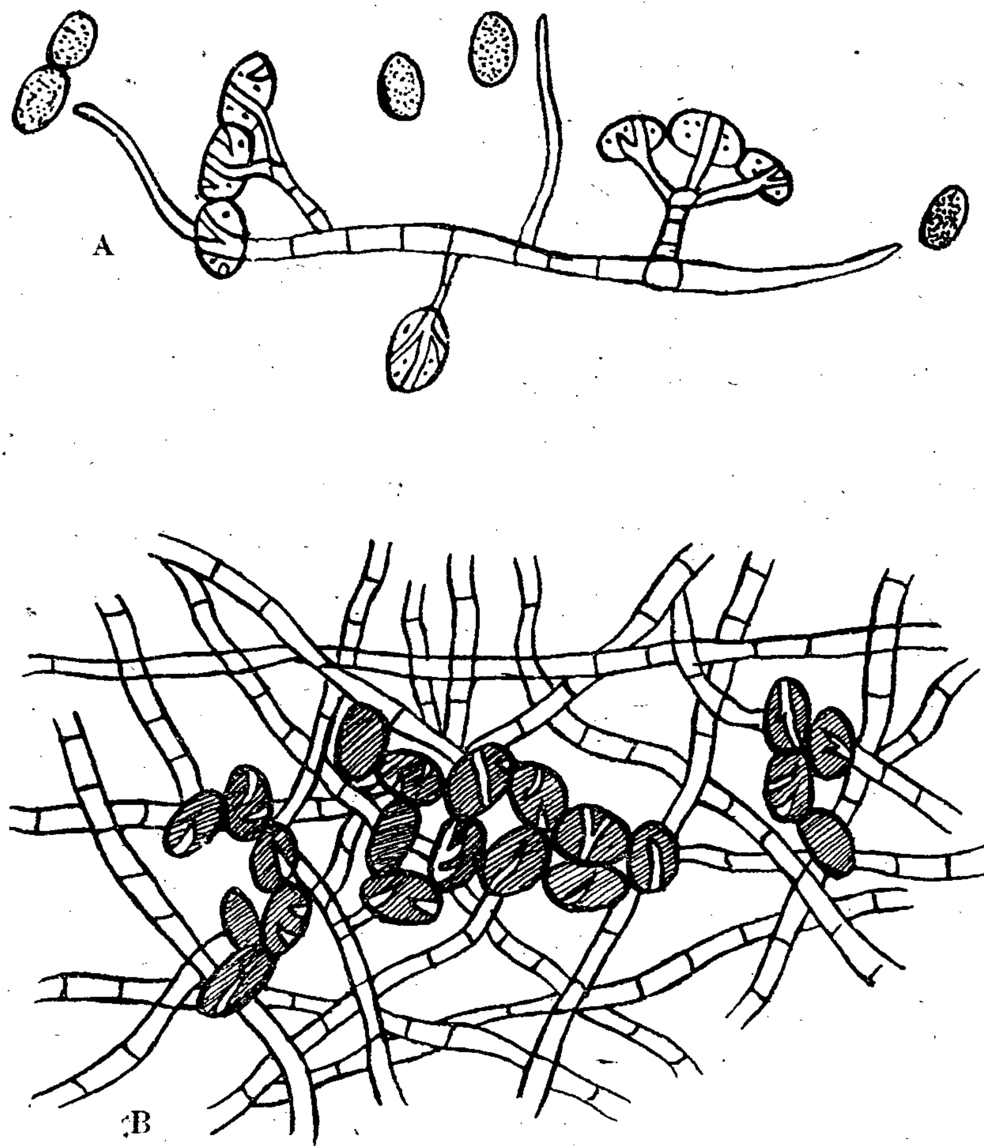
Nous avons disposé d'autre part des tubes témoins contenant les uns des spores du Champignon, les autres des cellules d'Algue.

Les spores germent, en général, en un ou deux jours, en émettant deux à trois tubes germinatifs.

Examen des cultures pures au bout de 3 semaines : on distingue le mycélium sous forme d'un petit point visible à la loupe, la teinte orangée de l'Algue est perceptible. Au microscope, quelle que soit l'origine du Champignon, l'aspect est analogue : les filaments mycéliens, incolores, provenant des spores, se sont cloisonnés. Ceux qui arrivent au contact d'une cellule algale, l'enlacent et s'appliquent contre elle sans y pénétrer. On distingue aussi les longs filaments minces décrits par les auteurs, et qui semblent jouer un rôle dans la captation des Algues : hyphes aériennes de Werner; filaments chercheurs de Bonnier. L'hématochrome est moins dense dans les cellules algales entourées de filaments. Le premier stade du parasitisme est donc réalisé; le Champignon est entré en contact avec l'Algue, le métabolisme de celle-ci est modifié, puisqu'elle a perdu une partie de son pigment caroténoïde (*fig.* A).

Examen des cultures pures au bout de six semaines : le mycélium est visible à l'œil nu sous forme d'un point de la grosseur d'une tête d'épingle; par contre, la teinte orangée de l'Algue est presque complètement disparue. A l'examen microscopique, toutes les cultures présentent un aspect analogue : on observe des filaments mycéliens plus ou moins entrecroisés en tous sens; entre

ceux-ci se trouvent les gonidies qui sont disséminées dans le plectenchyme. Elles ne contiennent plus d'hématochrome, les chloroplastes sont très chargés de chlorophylle, les cellules sont, en général, plutôt volumineuses (18^{μ}). L'asso-



A. Aspect d'une culture au bout de 3 semaines. B. Aspect d'une culture au bout de 6 semaines. G = 300 (environ).

ciation s'est précisée : le plectenchyme s'est constitué, les cellules algales ont perdu leur pigment et sont plus chargées de chlorophylle; ce sont les caractères définitifs des gonidies.

Examen des cultures pures au bout de trois mois : l'aspect est sensiblement identique à celui que nous venons de décrire : le thalle se présente sous forme d'un petit cercle de 2^{mm} de diamètre, la teinte orangée de l'Algue n'est plus perceptible. L'examen microscopique montre, au milieu d'un plectenchyme à peu près indifférencié, des gonidies vert foncé, de 18^{μ}, et qui semblent réparties sans ordre au milieu du feutrage mycélien.

Examen des cultures pures au bout de cinq mois : le thalle se présente sous forme d'un disque de 3^{mm} de diamètre; l'examen microscopique nous montre une constitution analogue à celle que nous venons de décrire.

Les tubes-témoins produisent un début de culture d'Algue ou de Champignon, à l'exclusion de tout début de lichénisation.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur le dosage et l'identification de l'essence de graines de Moutarde noire*, Brassica nigra *Koch*. Note de M. **Émile André** et Mme **Madeleine Kogane-Charles**, présentée par M. Marcel Delépine.

Dix méthodes au moins de dosage de l'allylsénevol dans les graines de Moutarde noire ont été préconisées. Elles sont d'inégale valeur. La plus couramment utilisée est une méthode volumétrique; elle consiste à faire agir le nitrate d'argent sur la combinaison ammoniacale de l'allylsénevol ou thiosinamine (allylthiourée) C_3H_5—NH—CS—NH_2. Le soufre contenu dans la molécule passe tout entier à l'état de sulfure d'argent. Le nitrate d'argent qui n'a pas réagi est dosé par le procédé volumétrique de Charpentier-Volhard ([1]). Les résultats obtenus sont universellement considérés comme exacts; le procédé est devenu officiel dans la plupart des pays. Il est excellent lorsqu'il s'agit d'apprécier la teneur en allylsénevol dans les graines de Moutarde noire exemptes de tout mélange avec d'autres graines de crucifères.

La réaction du nitrate d'argent sur les thiourées est générale et peut être appliquée à tous les composés de formule R.NH—CS—NH_2. Affirmer que tout le sulfure d'argent qui s'est formé au cours du dosage provient de l'allylsénevol c'est supposer qu'aucun autre sénevol n'existait dans l'essence que l'on a obtenue. Or, on a trouvé dans le commerce des poudres de Moutarde qui étaient additionnées de quantités importantes d'autres graines de crucifères dont l'essence n'a pas la composition de l'essence de Moutarde noire ([2]).

Un autre procédé de dosage a été indiqué en 1923 par Morvillez et Meesmaeker ([3]). Il repose sur les propriétés de composé non saturé de l'allylthiourée; en solution aqueuse, acidifiée par un acide minéral, elle fixe deux atomes d'iode par molécule, ce qui permet d'en pratiquer le dosage par iodométrie. Ce procédé donne de bons résultats; la *Pharmacopée helvétique* (5e édition, 1934) l'a adopté comme procédé officiel.

Tous les sénevols R—N=C=S ne dérivent pas d'un alcool non saturé, le procédé iodométrique est donc plus spécifique que le procédé argentimétrique; malheureusement, un autre sénevol non saturé, le crotonylsénevol existe dans diverses essences de graines de Crucifères, Moutarde de Russie (*Brassica juncea*), Colza, Navette etc. Ce sont justement ces graines qui servent à falsifier la poudre de moutarde noire.

Un procédé de dosage gravimétrique a été préconisé en 1909 par

---

([1]) Gadamer, *Archiv. d. Pharm.*, 237, 1899, p. 120.

([2]) Brioux, *Ann. Science agron.*, 3e série, 6, 1911, p. 267.

([3]) *Journ. Pharm. et Chim.*, 7e série, 28, 1923, p. 442.

Jörgensen ([4]); il consiste à évaporer au bain-marie la solution de thiosinamine obtenue par action de l'ammoniaque sur l'allylsénevol. Il permet de connaître le poids de substance sur lequel on a déterminé soit l'indice d'argent (méthode Gadamer), soit l'indice d'iode (méthode Morvillez et Meesmaeker).

En combinant ce dosage gravimétrique avec l'un ou l'autre des dosages volumétriques, il devient possible de tirer des conclusions fermes à la fois sur la quantité et la qualité du sénevol analysé.

Nous avons eu la curiosité de soumettre au triple examen que nous venons de décrire divers échantillons de graines de Moutarde noire du commerce; les résultats obtenus figurent dans le Tableau ci-dessous.

	Allylsénevol %.		
	Méthodes volumétriques.		Méthode gravimétrique.
Échantillons analysés.	par le nitrate d'argent.	par l'iode.	Évaporation au B.-M. à 100°.
Moutarde noire d'Alsace 1.......	1,19	1,12	1,05
» » 2.......	1,25	1,25	1,25
» » (farine déshuilée) 3................	1,79	1,78	1,67
Moutarde noire du Loiret.......	0,60	0,59	0,59

Comme on peut en juger, la concordance entre les trois méthodes est bonne. Dans la pratique, on pourra se contenter de comparer le dosage gravimétrique avec l'un ou l'autre des deux dosages volumétriques. Notons cependant que le dosage par pesée comporte une cause d'erreur qu'il faut savoir éviter. Il convient d'opérer la pesée dès que le liquide ammoniacal dans lequel la thiourée était dissoute est évaporé. Nous avons reconnu en effet, qu'un chauffage prolongé de cette dernière entraîne des pertes par sublimation et décomposition partielle.

Disons en terminant que, pour identifier plus complètement encore l'allyl-thiourée, nous en avons déterminé le point de fusion après l'avoir fait recristalliser dans l'alcool. Nous avons constaté qu'elle fond à 70-71°, chiffre indiqué en 1833 par Dumas et Pelouze ([5]), qui la préparèrent pour la première fois à partir de l'essence de graines de Moutarde noire. L'allylsénevol vendu actuellement dans le commerce est obtenu par voie synthétique. La thiourée qu'il fournit fond à 76° (*Pharm. française*, 1937). Divers auteurs ont donné comme point de fusion 78° et ont affirmé l'existence de deux formes cristallines de points de fusion différents. L'essence naturelle contient un peu de cyanure d'allyle et des traces de sulfure de carbone;

([4]) *Ann. Falsif. et Fraudes*, 2, 1909, p. 372.
([5]) *Ann. Chim. et Phys.*, 2e série, 53, 1833, p. 181.

elle est moins pure que le produit de synthèse, sa teneur en allylsénevol ne dépasse guère 92 à 93 % ; ces impuretés orienteraient-elles la thiosinamine vers la forme à bas point de fusion ?

Pour conclure, nous croyons pouvoir dire dès maintenant que la concordance des trois dosages exposés dans la présente Note paraît être un caractère de la graine de moutarde noire; nous avons reconnu qu'elle n'existe pas pour les graines de navette et les graines de colza.

CHIMIE AGRICOLE. — *Rapports physiologiques* N, P_2O_5, K_2O *et* K_2O, CaO, MgO *remarquablement distincts entre Graminées et Légumineuses de prairies dans un même milieu.* Note (1) de M. **Louis Maume**, présentée par M. Maurice Javillier.

Les études relatives au diagnostic foliaire et celles portant sur l'analyse de la plante entière nous ont conduit à admettre que les conditions de milieu déterminent une large variabilité des rapports physiologiques entre les constituants minéraux d'une même espèce; autrement dit, la plante cultivée dans des milieux différents ne peut être ramenée à un type défini de machine à synthèse (2). Pour les plantes fourragères, nos recherches précisent que tout végétal observé, graminée ou légumineuse de prairie, réagit aux variations du milieu par un chimisme différent, tant au point de vue de la proportion des éléments minéraux pour cent de matière sèche qu'à celui des rapports de ces éléments entre eux. Les écarts entre les compositions chimiques d'une même espèce sont parfois considérables (3).

Les faits révélés par l'analyse immédiate et élémentaire devaient à notre avis limiter les conclusions trop absolues de l'analyse botanique, lorsqu'il s'agit d'apprécier des fourrages de diverses origines.

Ceci admis, nous avons désiré savoir ce que sont, au début de la floraison, les compositions chimiques et notamment certains équilibres minéraux dans des plantes de prairies *se développant cette fois dans le même milieu.*

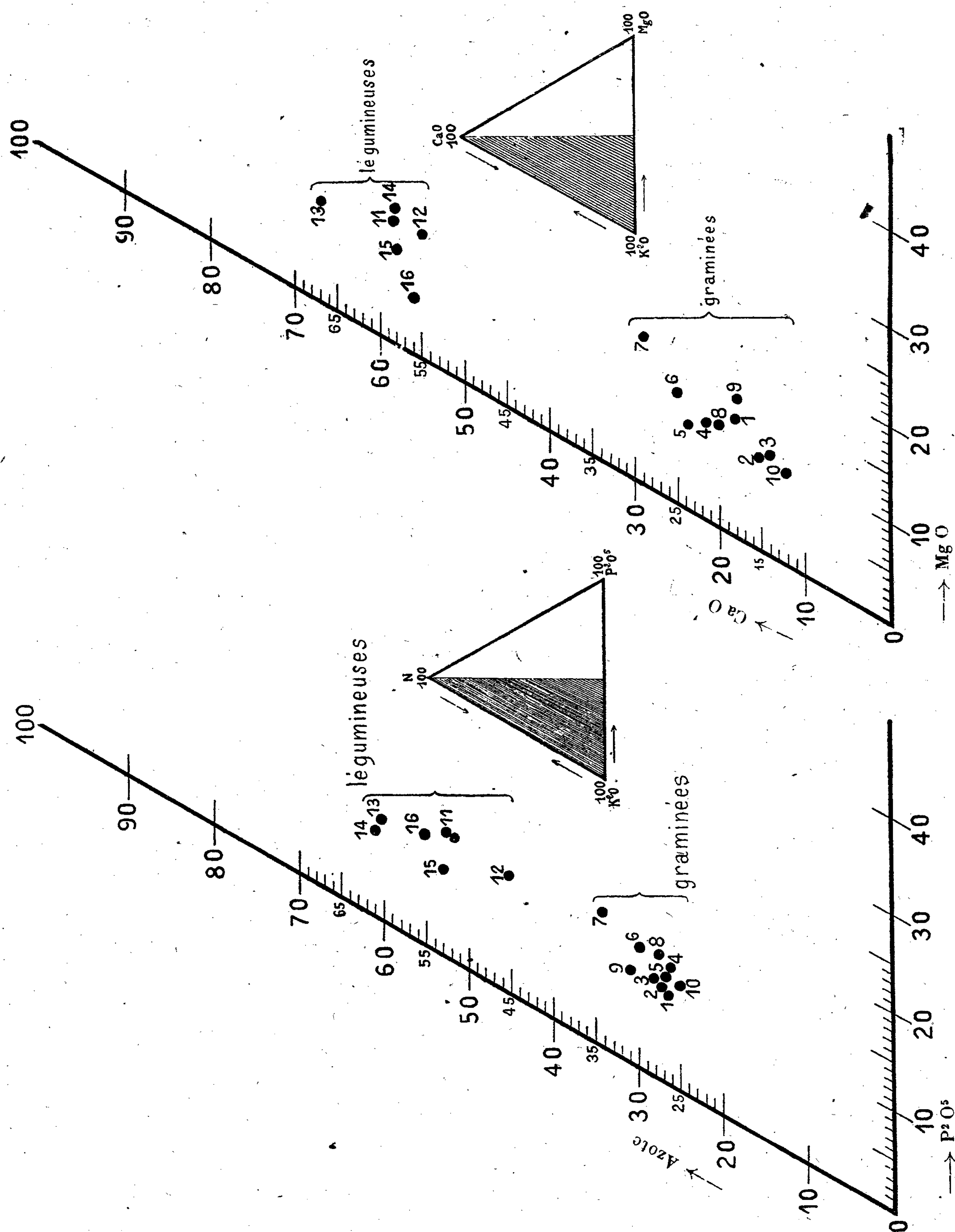
Des échantillons furent prélevés, tant sur des végétaux de collection (graminées et légumineuses ensemencées sur le même terrain) que sur des prairies normales où les plantes appartenant à ces deux familles vivent côte à côte. Nous avons fait de nombreuses observations dans des régions très diverses comme sol et climat (Crau, Montagne Noire, Sidobre, vallées de l'Agout et affluents, Combrailles). Dans chaque lieu, les rapports physiologiques N, P_2O_5, K_2O, calculés pour cent de leur

(1) Séance du 25 novembre 1945.

(2) *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 1245; *C. R. Acad. Agric.*, **21**, 1935, p. 120; *ibid.*, **23**, 1937, p. 89.

(3) *C. R. Acad. Agric.*, **25**, 1939, p. 396; *ibid.*, **26**, 1940, p. 97.

somme et ceux des trois bases K_2O, CaO, MgO également exprimés en



pour cent de leur somme, se sont montrés nettement distincts lorsqu'on passe d'une famille à l'autre ([1]).

([1]) Les travaux de G. Bertrand et Ghitescu nous avaient déjà révélé combien, pour un même milieu, les différences peuvent être sensibles dans les proportions des éléments chimiques, chez diverses espèces cultivées (*Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 1272).

Ce graphique, relatif à une prairie établie sur sol argilo-calcaire, nous permet de voir de quelle façon remarquable chacune des espèces des deux familles étudiées se place dans une zone relativement peu étendue. Les zones sont plus ou moins haut placées dans le triangle de référence suivant la nature du milieu, mais elles ne s'interpénètrent jamais, contrairement à ce qui se produit en comparant des végétaux récoltés dans des milieux nettement différents.

Nous remarquons que les légumineuses sont toujours plus riches en azote et en chaux que les graminées vivant en concurrence avec elles.

Graminées.		*Légumineuses.*
1. Dactyle aggloméré.	6. Flouve odorante.	11. Lotier.
2. Paturin des prés.	7. Houlque laineuse.	12. Trèfle violet.
3. Fromental.	8. Fétuque des prés.	13. Luzerne.
4. Ray Grass anglais.	9. Fléole »	14. Lupin.
5. » d'Italie.	10. Vulpin »	15. Vesce.

Nous établissons ce fait agronomique encore non formellement démontré que, toutes choses égales par ailleurs et pour les cinq principes étudiés, on ne peut confondre la composition chimique de l'ensemble des graminées et des légumineuses vivant en association. C'est dans ce cas, et dans ce cas seulement, que l'analyse botanique des fourrages en vue de déterminer leur richesse garde sa véritable signification.

ZOOLOGIE. — *Pénétration et dispersion des spermatozoïdes dans l'organisme des femelles de certains Hémiptères.* Note de M. **Jacques Carayon**, présentée par M. Louis Fage.

Les travaux de Berlese, Cragg, Abraham et d'autres auteurs ont montré les caractères très singuliers que présentent, chez les Hémiptères Cimicidés, la fécondation et le comportement des spermatozoïdes. Ceux-ci sont déposés par le mâle, lors de l'accouplement, dans une invagination tégumentaire de la femelle complètement isolée du tractus génital : l'organe de Ribaga; ils franchissent ensuite la paroi interne de cet organe et migrent vers les ovaires en traversant la cavité générale.

Chez les Polycténidés, Hémiptères vivipares ectoparasites de Chauve-Souris exotiques, et voisins des Cimicidés, H. R. Hagan ([1]) a constaté que les femelles fécondées présentent de nombreux spermatozoïdes, non seulement dans les voies génitales, mais aussi dans l'hémocœle de toute la région abdominale, où ils sont disposés en paquets. En l'absence d'organe de Ribaga chez ces Hémiptères, il semble, sans que l'observation

([1]) *J. Morph.*, 51, 1931, pp. 1-117.

ait pu confirmer cette hypothèse, que les spermatozoïdes traversent les parois du vagin pour parvenir dans l'hémocœle.

J'ai rencontré des faits comparables chez un Hémiptère Nabidé : *Prostemma guttula* (Fab.). L'étude histologique d'un exemplaire femelle qui avait été fixé en fin septembre [2] m'a permis de constater une dispersion considérable des spermatozoïdes dans l'organisme, jusque dans la tête et l'extrémité des pattes. Ce singulier envahissement paraît se produire uniquement parmi les lacunes sanguines.

Dans la région postérieure de l'abdomen, au-dessus du rectum, une importante masse irrégulière et assez mal délimitée est presque complètement constituée par une grande quantité de spermatozoïdes. De là partent, dans différentes directions, au milieu du tissu adipeux, des diverticules plus ou moins ramifiés et bourrés eux-mêmes de spermatozoïdes souvent disposés en faisceaux parallèles.

Les difficultés de confection des coupes sériées dans ce matériel ne m'ont pas permis d'examiner les rapports possibles de cette masse abdominale avec les voies génitales et particulièrement avec la poche vaginale. Les oviductes, comme les ovaires, en diapause génitale à cette période, ne contiennent aucun spermatozoïde. Mais on en trouve autour de la membrane conjonctive péri-ovarienne. L'hémocœle des régions plus antérieures du corps en renferme aussi, bien qu'en moindre abondance. Dans la tête, sous les masses nerveuses et à la base du rostre, ils sont peu nombreux mais toujours bien reconnaissables à leur forme de filaments flexueux avec une longue région antérieure fortement colorée par l'hématéine.

Dans les pattes, les spermatozoïdes enchevêtrés constituent des paquets assez denses situés principalement vers l'extrémité des tibias, entre les muscles et l'hypoderme. Ils occupent notamment les lacunes sanguines au-dessus de l'organe tibial des pattes antérieures.

Comme pour les Polycténidés, l'origine des spermatozoïdes répandus dans l'hémocœle de *Prostemma* demeure encore énigmatique. Des indices, recueillis au cours de l'étude d'autres Nabidés, permettent toutefois de penser que, chez ces Hémiptères, les spermatozoïdes sont capables, comme chez les Cimicidés, de pénétration dans certains tissus somatiques. Chez les représentants des Nabidés, sous-famille distincte des Prostemminés, la fécondation des femelles n'est pas suivie d'une dispersion des spermatozoïdes, mais ces derniers pénètrent en nombre dans l'endocuticule très épaissie de la paroi vaginale. On les trouve disposés dans le sens des lamelles de la chitine molle et très modifiée qui compose cette endocuticule.

De tels phénomènes ne sont peut-être pas sans rapport avec les quantités

---

(2) Cet exemplaire a été recueilli à Saint-Béat (Haute-Garonne) par M. H. Ribault.

considérables de sperme que reçoivent les femelles, en pleine diapause génitale, au cours des accouplements qui se produisent au début de la période d'hibernation. Cette abondance, déjà connue chez les Cimicidés, s'observe également chez les Anthocoridés et certains Nabidés. Elle peut être considérée comme excessive, au moins à cette période; en effet, la plus grande partie, sinon la totalité des spermatozoïdes est en quelque sorte emmagasinée puis résorbée dans l'organisme femelle avant de participer, après l'hivernage, à la fertilisation des œufs qui résulte souvent d'une nouvelle fécondation. Le rôle de cet excès a été discuté; s'il existe, il demeure encore obscur.

Quoi qu'il en soit, les caractères particuliers du comportement des spermatozoïdes peuvent conduire à rapprocher les groupes où on les observe. Ils viennent s'ajouter d'ailleurs à bien des ressemblances morphologiques et anatomiques entre les Nabidés, les Anthocoridés et les Cimicidés. L'idée d'un tel rapprochement des Nabidés avec les Hémiptères du groupe des *Cimicoidea* a déjà été soutenue par Reuter en 1908 (3). Elle paraît cependant avoir été abandonnée dans les classifications phylogéniques récentes où l'on persiste à ranger les Nabidés parmi les *Reduvioidea* (4).

PHARMACOLOGIE. — *Contribution à l'étude pharmacodynamique du thymol et de ses éthers.* Note de MM. **Georges Andrieu**, **Fernand Caujolle** et **Claude Franck**, présentée par M. Léon Binet.

L'étude des propriétés pharmacodynamiques du thymol et de ses éthers, dont nous avons précédemment indiqué la toxicité (1), (2), nous a conduit aux résultats suivants :

1° *Action sur la pression sanguine.* — L'administration du thymol (en solution dans l'huile d'olive) et de ses éthers par voie intraveineuse chez le chien chloralosé détermine une chute de la pression sanguine se réalisant soit progressivement, soit par paliers successifs.

2° *Action sur les mouvements respiratoires.* — Le thymol provoque une apnée définitive ainsi que Busquet et Vischniac (3) l'ont signalé. Les éthers de thymyle, après une courte apnée transitoire, déterminent régulièrement l'accélération des mouvements respiratoires et souvent une augmentation de leur amplitude. Cette hyperventilation pulmonaire reconnaît

(3) *Mém. Soc. ent. belge*, **15**, 1908, pp. 87-130.
(4) Voir R. L. Usinger, *Ann. Soc. entom. America*, **36**, 1943, pp. 602-618.

(1) F. Caujolle, C. Franck et L. Girard, *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 571.
(2) F. Caujolle et C. Franck, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, **26**, 1944, p. 334.
(3) H. Busquet et C. Vischniac, *C. R. Soc. Biol.*, **83**, 1920, p. 1149.

pour cause principale une action directe des éthers sur le centre respiratoire. En effet la section des nerfs de Héring et des nerfs pneumogastriques ne l'abolit pas; elle se borne à la diminuer légèrement.

Dans toute la série des éthers de thymyle, l'éthérification supprime l'effet toxique sur la respiration, ainsi que Busquet et Vischniac l'ont indiqué dans le cas particulier des éthers thymoliques de méthyle et d'éthyle.

3° *Action sur le système nerveux.* — Busquet et Vischniac ([3]) ont signalé des convulsions après administration des éthers-oxydes thymoliques de méthyle et d'éthyle. Après administration des éthers très purs que nous avons employés, nous n'avons jamais observé de mouvements convulsifs.

4° *Activité bactéricide.* — A 10^{cm^3} de bouillon nutritif nous avons ajouté des solutions dans l'alcool à 70° de thymol et de ses éthers en quantité telle que chaque milieu reçoive respectivement : 0,1, 0,05, 0,02, 0,01, 0,005, 0,002, 0,001, $0,0005^g$ du produit étudié; parfois des essais supplémentaires ont été effectués avec des dilutions intermédiaires. Immédiatement après, l'ensemencement est réalisé à partir des souches de 24 heures en bouillon, sauf dans le cas particulier du bacille para-tuberculeux de Milde-Mœller où l'on disposait en surface du fragment de voile d'une culture de 8 jours en Pommes de terre. Des milieux témoins sont ensemencés les uns directement, les autres après addition de la quantité maxima d'alcool à 70° utilisé pour les dilutions. Les milieux ont été maintenus à l'étuve à 37° de 8 à 10 jours. Le contrôle du pouvoir bactéricide a été effectué non seulement par examen direct, mais surtout par des repiquages en bouillon. Chacune de ces expériences a été reproduite trois fois; s'il y a eu de légères discordances, le chiffre donné représente la quantité en poids la plus élevée ayant déterminée la mort de la Bactérie.

Les tableaux suivants résument nos résultats.

Pouvoir bactéricide (en grammes pour 10^{cm^3} de bouillon nutritif).

	Staphylocoque doré.	*Proteus vulgaris.*	Bacille d'Eberth.	Bacille Flexner V.
Thymol	0,001	0,001	0,001	0,001
Oxyde de thymyle et de méthyle	0,005	0,02	0,02	0,05
» » d'éthyle	0,01	0,02	0,05	0,05
» » de propyle	0,10	0,20	0,20	0,10
» » d'isopropyle	0,10	0,20	0,20	0,10
» » de butyle	0,15	0,15	0,15	0,15
» » d'isobutyle	0,05	0,05	0,10	0,05
» » d'isoamyle	0,15	0,10	0,10	0,15
» » de benzyle	0,15	0,15	0,15	0,15

	Streptocoque hémolytique.	Bacille diphtérique.	Bacille para-tuberc.	Bacille subtilis.
Thymol	0,001	0,002	0,001	0,005
Oxyde de thymyle et de méthyle	0,005	0,020	0,005	0,050
» » d'éthyle	0,050	0,020	0,010	0,050
» » de propyle	0,100	0,050	0,010	0,100
» » d'isopropyle	0,100	0,050	0,005	0,100
» » de butyle	0,100	0,100	pousse à 0,1	0,100
» » d'isobutyle	0,010	0,010	0,020	0,300
» » d'isoamyle	0,100	0,100	pousse à 0,1	0,100
» » de benzyle	0,100	0,050	pousse à 0,1	pousse à 0,5

Afin d'apprécier la vitesse avec laquelle s'exerce l'activité bactéricide de ces éthers, nous nous sommes attachés à déterminer la durée d'action minima nécessaire pour obtenir la stérilisation des milieux.

Le tableau ci-dessous résume nos résultats.

	Dose employée (en g pour 10cm³).	Temps de contact nécessaire pour la stérilisation: Staphylo.	Eberth.	Flexner.	Löffler.	Coli.
Oxyde de thymyle et de méthyle	0,005	1h	1h	1h	5′	1h
» » d'éthyle	0,010	1h	1h	1h	5′	1h
» » de propyle	0,100	15′	5′	1h	5′	30′
» » d'isopropyle	0,100	5′	5′	5h	5′	5′
» » de butyle	0,150	30′	1h	1h	5′	5′
» » d'isobutyle	0,050	5′	5′	15′	5′	30′
» » d'isoamyle	0,150	5′	5′	5′	5′	5′
» » de benzyle	0,150	1h	1h	1h	1h	1h

Nos recherches établissent donc que l'éthérification de la fonction phénol n'abolit point le pouvoir antiseptique, l'oxyde de thymyle et de méthyle et l'oxyde de thymyle et d'éthyle sont des bactéricides polyvalents de grande valeur.

EMBRYOGÉNIE. — *Disparition et réapparition du vitellus au cours de l'ontogénèse chez l'Oursin* (Paracentrotus lividus *Lk.*). Note (¹) de M. **Christian Mettetal**, transmise par M. Paul Wintrebert.

En 1926 E. B. Wilson colore dans l'œuf indivis d'*Arbacia*, grâce à la thionine et au bleu de toluidine, des sphères vitellines de petite taille. J'ai

(¹) Séance du 30 avril 1945.

suivi ce vitellus dans son évolution chez *Paracentrotus lividus* Lk.; il peut y être facilement mis en évidence, après fixation au Champy et enrobage à la paraffine, par des colorants divers, tels que le noir Soudan B et le bleu B. Z. L. de Ciba, qui révèlent la présence de lipides résistant à l'alcool et aux solvants de la paraffine.

Dans l'œuf indivis, le vitellus est constitué par des grains dont les dimensions varient de 0,5 à 1,5 μ et qui sont le plus souvent de forme irrégulière et parfois sphériques. Ces grains, serrés les uns contre les autres, sont également répartis dans tout l'œuf, sauf au voisinage immédiat du noyau. Pendant tout le début du développement, jusqu'aux approches de la gastrulation, le vitellus ne subit aucune modification notable; ainsi, chez la blastula âgée, dont le mésenchyme primaire a déjà émigré dans le blastocœle, toutes les cellules sont encore bourrées de grains vitellins (*fig.* 1) et l'on ne constate, à ce point de vue, aucune différence entre les diverses régions du germe.

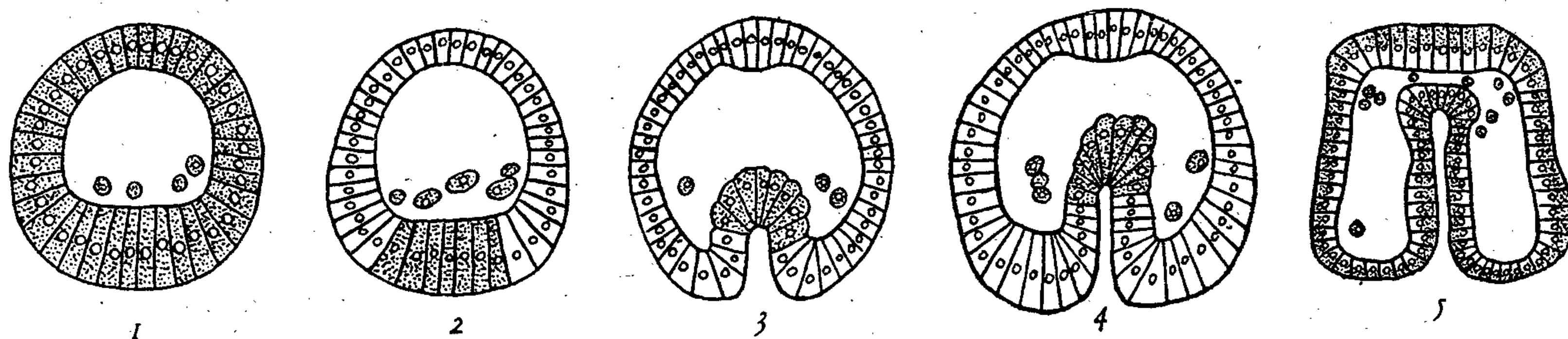


Fig. 1-5. — Coupes méridiennes de germes de *Paracentrotus lividus* Lk. Les cellules chargées de vitellus sont pointillées.

Mais, brusquement, 1 heure environ avant la gastrulation (à 23° C.), une différence très nette se manifeste dans l'ectoblaste présumé d'une part, l'entoblaste présumé et le mésenchyme primaire d'autre part (*fig.* 2). Dans l'ectoblaste présumé, la presque totalité du vitellus disparaît en moins de 15 minutes et le protoplasme montre des lacunes de forme irrégulière; mais, contrairement au cas habituel, la disparition du vitellus ne laisse pas de vacuoles colorables vitalement par le rouge neutre, et celui-ci, comme chez les germes plus jeunes, ne s'accumule à ce stade que sur de très petites sphérules, localisées à la périphérie des cellules. La disparition des grains ne semble donc pas précédée d'une hydratation, mais résulter plutôt d'un passage, opéré par diffusion dans le protoplasme, des substances vitellines transformées. En effet, il arrive parfois que certaines cellules de l'ectoblaste présumé soient en retard dans leur évolution et renferment encore des grains de vitellus, alors que les autres n'en présentent plus; elles ont, en outre, leur protoplasme coloré de manière diffuse par les colorants du vitellus. Ces cellules sont généralement situées dans la région du toupet apical, plus rarement dans les régions latérales. Il n'y a donc pas de diminution progressive d'un pôle vers l'autre et l'on doit considérer que la disparition du vitellus s'opère également dans tout l'ectoblaste présumé.

Tandis que ce dernier subit cette modification profonde, les cellules ento-

blastiques présumées, voisines du pôle végétatif, et le mésenchyme primaire sont encore bourrés de grains vitellins (*fig.* 2).

L'entoblaste de la gastrula jeune (*fig.* 3) comprend deux zones distinctes : l'une profonde où les cellules sont chargées de vitellus, l'autre superficielle constituant la charnière d'invagination dont les cellules sont dépourvues de vitellus comme les cellules ectoblastiques. Sur les gastrulas âgées, les mêmes zones ont pris une extension plus grande en accord avec l'approfondissement de l'archenteron; les cellules voisines du blastopore ont toujours l'aspect de cellules ectoblastiques; celles qui sont plus profondes et dont une partie émigre dans le blastocœle, pour former le mésenchyme secondaire, sont toujours riches en vitellus (*fig.* 4).

Une fois la gastrulation achevée, toutes les cellules du germe renferment de nouveau des grains vitellins (*fig.* 5). Ils sont semblables à ceux qui existaient dans la blastula et présentent seulement une localisation intracellulaire différente : tandis que le vitellus remplissait précédemment la cellule tout entière, on ne le trouve maintenant que dans la moitié externe des cellules qui sont ainsi nettement polarisées.

A. Thomas (1935) a découvert, dans les cultures d'entoblaste vitellin du poulet, la reprise possible de la fonction vitelline après sa disparition. L'observation actuelle montre, après l'ovogénèse, au cours du développement normal, chez la blastula âgée, la fonte des grains vitellins dans l'ectoblaste présumé et leur reconstitution à l'achèvement de la gastrulation. Il est intéressant de constater que les régions où le vitellus se maintient, sont justement celles qui sont considérées comme les plus actives pendant la période gastrulaire (Child, 1936).

HYDROBIOLOGIE. — *Membrane biologique d'automne d'un filtre à sable submergé.* Note (1) de M. **Jacques Wautier**, présentée par M. Maurice Caullery.

Des échantillons de membrane biologique ont été prélevés dans le filtre n° 12 d'Ivry-sur-Seine, le 12 octobre 1944, après 30 jours de développement.

Cette membrane présentait les deux zones caractéristiques, déjà décrites au printemps et à l'été (2).

1° La zone superficielle, beaucoup plus réduite, ne mesurait plus que 3 à 5 cm d'épaisseur. Elle était ainsi constituée :

		%
Chlorococcales,	*Hydrodictyon reticulatum* (L.) Lag.	35
Siphonales,	*Vaucheria geminata* O. C.	8
Bacillariales,	*Melosira varians* Ag.	41
	Fragilaria capucina var. *constricta* Gr.	10,5
	Amphora ovalis Kütz.	3,5
	Synedra ulna Ehr.	2

(1) Séance du 3 décembre 1945.

(2) *Comptes rendus*, **220**, 1945, pp. 371, 478 et 971; **221**, 1945, p. 715.

La faune présente dans la zone superficielle comportait, pour 220 *Melosira varians* :

Ciliés,	*Carchesium* Ehr. species	9
	Euplotes patella Ehr	5
	Lionotus fasciola Ehr	2
Rotifères,	*Dinocharis pocillum* O. F. Müller	2
	Colurella uncinata O. F. Müller	2
Ostracodes,	*Cypris* O. F. Müller species	5
Cladocères,	*Chydorus sphœricus* O. F. Müller	2
	Daphnia pulex Leyd	3
Copépodes,	*Cyclops strenuus* Fish	1

2° La zone profonde avait sensiblement la même épaisseur qu'en été. De couleur vert olive, elle était particulièrement onctueuse au toucher.

Les espèces végétales représentées étaient les suivantes :

Chlorococcales,	*Chlorella* B. species	19,5
	Scenedesmus quadricauda var. *typicus* Kirch	0,8
	» *carinatus* Chod	0,4
	Pediastrum sturmii Rein	0,1
Desmidiales,	*Cosmarium reniforme* (Ralfs) Arch	0,3
Bacillariales,	*Amphora ovalis* Kütz	9,5
	Melosira varians Ag	6,7
	Navicula radiosa Kütz	6,7
	Fragilaria capucina var. *constricta* Gr	4,5
	Navicula sphærophora Kütz	3,3
	Synedra acus Kütz	3,3
	Fragilaria virescens Ralfs	2,2
	Navicula lanceolata Kütz	1,1
	Synedra capitata Ehr	0,6
Chroococcales,	*Chroococcus giganteus* West	7
	Merismopedia glauca (Ehr) Naeg	4,3
	Cœlosphærium kutzingianum Näg	0,8
Hormogonéales,	*Oscillataria ornata* Kütz	28,9

La population animale se composait, pour 90 *Melosira*, de :

Rhizopodes,	*Actinophrys sol* Ehr	7
	Amœba guttula Duj	4
Flagellés,	*Bodo species* Ehr	16
	Cercobodo Krass species	5
	Bicœca lacustris Clark	6
	Scytomonas Stein species	1
	Trepomonas rotans Klebs	1
Ciliés,	*Chilodonella cucullulus* O. F. Müller	1
	Coleps viridis Perty	2
	Colpidium colpoda Stein	3
	Dileptus anser O. F. Müller	1
	Pleuronema crassum Duj	1
	Stylonychia mytilus Ehr	3
Rotifères,	*Colurella uncinata* O. F. Müller	2
	Dinocharis pocillum O. F. Müller	1
	Anurea cochlearis Gos	1
Oligochètes,	*Stylaria lacustris* L	3
	Æolosoma Hemprichi Ehr	2
Nématodes,	*Dorylaimus stagnalis* Duj	1
Ostracodes,	*Cypris* O. F. Müller species	3
Cladocères,	*Chydorus sphœricus* O. F. Müller	4
Copépodes,	*Cyclops strenuus* Fish	3

On retrouve donc encore, dans cette membrane d'automne, une zone superficielle et une zone profonde. Mais la première est beaucoup plus réduite que précédemment.

On note un développement rapide des Cyanophycées, qui passent, de 2,2 % le 13 septembre, à 41 % le 12 octobre.

IMMUNOLOGIE. — *Méthode d'analyse immunochimique par précipitation spécifique en milieu gélifié.* Note de M. **Jacques Oudin**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Lorsqu'on superpose dans un tube une couche assez haute d'une solution assez concentrée d'un antigène unique à une couche d'immunsérum homologue de lapin ([1]) préalablement gélifiée au moyen de gélatine ou mieux de gélose, et qu'on laisse ce tube à température constante, il apparaît dans la couche d'immunsérum une zone opaque progressivement dégradée vers le haut (inhibition par excès d'antigène) ([2]); dans le cas de l'ovalbumine, et probablement dans le cas des antigènes ou haptènes monodispersés, cette zone est limitée vers le bas d'une manière nette; dans le cas du polyoside du pneumocoque (type VIII), et probablement dans le cas des antigènes ou haptènes polydispersés, la limite inférieure est progressivement dégradée.

Cette zone opaque, dont l'opacité est fonction de la richesse de la couche inférieure en anticorps, se déplace, et le rapport de ce déplacement h (aisément mesurable quand la limite inférieure est nette) à la racine carrée du temps t se montre constant d'une manière assez satisfaisante, conformément à la loi de Fick. Le rapport $h/\sqrt{t}$ croît si, sans modifier les autres conditions de l'expérience, on augmente la concentration de l'antigène ou si l'on dilue les anticorps ([3]). Ces phénomènes permettront, par comparaison avec des étalons, un dosage soit des anticorps, soit de l'antigène d'un système précipitant.

Si l'on étudie dans un même tube les deux systèmes précipitants simples pris comme exemples, en mélangeant l'ovalbumine et le polyoside dans la couche supérieure, et les deux immunsérums homologues respectifs dans la couche inférieure gélifiée, les deux zones opaques évoluent chacune pour son propre compte et le tube mixte apparaît, en ce qui les concerne, comme la superposition des deux témoins simples.

Réciproquement, lorsqu'on emploie, comme antigène dans la couche supérieure, un liquide biologique antigénique et, dans la couche inférieure gélifiée, l'antisérum obtenu en immunisant l'animal contre le même liquide biologique, si l'on observe dans la couche inférieure plusieurs zones opaques, on est en droit de conclure que le liquide étudié contient au moins autant de substances antigéniques différentes que l'on observe de zones opaques différentes n'existant pas dans les témoins. En étudiant

---

([1]) Nous prenons pour exemple dans cet exposé l'immunsérum de lapin, parce que sa précipitation n'est pas inhibée par l'excès d'anticorps, contrairement à ce qui se passe avec les antiprotéides de cheval.

([2]) Nous n'exposerons ici que la première des trois techniques que nous avons envisagées, les deux autres étant : *a*, antigène gélifié surmonté d'une couche d'immunsérum; *b*, antigène et immunsérum placés de part et d'autre d'une colonne de gel.

([3]) Il nous faudra préciser les lois de ces phénomènes. La méthode apportera peut-être alors des renseignements quantitatifs sur le coefficient de diffusion des antigènes étudiés.

ainsi la réaction d'un sérum de cheval normal avec un mélange de sérums de lapins longuement immunisés par voie intraveineuse contre du sérum de cheval, nous avons observé, dans la couche inférieure d'antisérum gélifié, cinq zones opaques ou, pour mieux dire, cinq régions nettement différentes, dont on peut fixer l'image sur une plaque sensible à condition d'employer, au lieu d'un tube, une cuve à faces parallèles, et que nous dénommerons provisoirement de la plus rapide à la plus lente : A, B, C, D, E; un examen attentif, à des temps différents, des tubes dans lesquels on fait varier la concentration de l'antisérum, permet de remarquer que plusieurs de ces régions opaques ne sont pas simples, mais résultent de la superposition ou de la juxtaposition de zones plus simples. Ces cinq régions opaques se subdivisent ainsi en : A, B_1, B_2, C_1, C_2, C_3, D, E. Le sérum de cheval étudié contient donc au moins huit substances antigéniques distinctes (dont cinq au moins ont des spécificités plus ou moins différentes). Ces chiffres sont des minimums, non pas tant à cause de la possibilité pour deux zones opaques de se masquer mutuellement, que parce que les substances trop rares dans le sérum étudié ou trop faiblement antigéniques ne peuvent se manifester; ils s'accroîtront probablement grâce à certaines modifications de la technique ou à l'emploi d'immunsérums provenant d'autres animaux.

Cette méthode d'analyse permet encore d'identifier l'antigène responsable d'une zone donnée avec un antigène contenu à l'état plus ou moins pur dans une fraction du même liquide biologique : 1° si l'on épuise l'imunsérum par un antigène contenu dans la fraction, la zone opaque due à cet antigène n'apparaît plus; 2° si l'on enrichit le liquide biologique en lui ajoutant la fraction en quantité suffisante, toute zone opaque dont la vitesse de progression est augmentée par rapport au témoin correspond à un antigène contenu dans cette fraction. Les résultats concordants de ces deux techniques nous ont montré par exemple que, dans le système précipitant multiple ci-dessus, la zone A correspond à un antigène contenu dans la sérumalbumine cristallisée.

Les résultats du dénombrement obtenu par cette méthode, en ne mettant en œuvre que des réactifs biologiques extrêmement doux, devront être confrontés avec ceux des méthodes déjà existantes, telles que le relargage, l'ultracentrifugation, l'ultrafiltration, l'électrophorèse, qui fournissent, par des moyens totalement différents, un dénombrement des substances à grosses molécules contenues dans un mélange.

A 16h20m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h30m.

L. B.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 7 JANVIER 1946.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE CARTAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la théorie générale des courbes algébriques.* Note (¹) de M. **Jules Drach**.

1. Dans une Note récente (²) j'ai indiqué un moyen d'étudier les courbes algébriques planes en partant de *courbes types,* C_n, qui n'ont que trois points multiples *ordinaires,* aux sommets A, B, C d'un triangle de référence. Les multiplicités α, β, γ satisfont aux inégalités

$$\alpha \geqq \beta \geqq \gamma, \qquad \alpha \leqq n-1, \qquad \alpha+\beta \leqq n, \qquad \alpha+\beta+\gamma \leqq \frac{3n}{2}$$

et

$$p = t_{n-2} - d \geqq 0 \qquad \text{où} \qquad d = t_{\alpha-1} + t_{\beta-1} + t_{\gamma-1}$$

est *l'équivalent en points doubles* des trois points multiples, t_n est le *triangulaire* $(1/2)n(n+1)$. Ce sont là des conditions nécessaires et suffisantes de l'existence d'une $C_n(n;\ \alpha,\ \beta,\ \gamma)$ *indécomposable,* $f(x, y, z) = 0$; f est la courbe générale d'une série complète où ne figurent que les termes $x^i y^j z^k$, $i \leqq n-\alpha$, $j \leqq n-\beta$, $k \leqq n-\gamma$ avec des coefficients *arbitraires*; elle n'a pas de rebroussements. On prend pour d la suite naturelle des nombres que l'on décompose en trois triangulaires *de toutes les manières,* et l'on choisit d'abord les décompositions où α est le plus grand, puis celles où $\alpha+\beta$ est le plus grand. *Les types propres* correspondent à la valeur minimum de n; ils donnent pour la série la dimension δ où $1+\delta = p+3n-\Sigma_1$ avec $\Sigma_1 = \alpha+\beta+\gamma$. *Les types impropres,* $C_{n+k}(n+k;\ \alpha,\ \beta,\ \gamma)$ ont les éléments

$$p_{n+k} = p + \frac{1}{2}k(k+2n-3); \qquad \delta_{n+k} = \delta + \frac{1}{2}k(k+2n+3).$$

Un premier classement des courbes types se fait par *ordre croissant* des C_n. Il donne le tableau suivant, où d est le nombre qui précède le type. On n'y a indiqué que les types propres. Un certain nombre correspondent aux valeurs de d, telles que $t_{n-3} < d \leqq t_{n-2}$, mais d'autres se présentent comme *singuliers* pour des valeurs plus faibles.

Pour la simplicité, on a supprimé dans le tableau les courbes *générales* C_n qu'on étudie

---

(¹) Séance du 2 janvier 1946.

(²) *Comptes rendus,* 221, 1945, p. 729.

plus loin et les courbes de *genre zéro*, du type (n; $n-1$), qui existent quel que soit n. On a écarté aussi les courbes H_n où $\alpha = n-2$, qui sont *hyperelliptiques*, dont le *genre* et la *dimension* s'obtiennent aisément : x figure au second degré.

Tableau T_1 : $n=4$, $p=3-d$: rien — $n=5$, $p=6-d$: rien — $n=6$, $p=10-d$: 9(6; 3, 3, 3) — $n=7$, $p=15-d$: 9(7; 4, 3); 10(7; 4, 3, 2) — $n=8$, $p=21-d$: 12(8; 4, 4); 13(8; 4, 4, 2); 14(8; 5, 3, 2) — $n=9$, $p=28-d$: 18(9; 6, 3); 19(9; 6, 3, 2) — $n=10$, $p=36-d$: 20(10; 5, 5); 22(10; 6, 4, 2); 24(10; 7, 3) — $n=11$, $p=45-d$: 25(11; 6, 5); 26(11; 6, 5, 2); 27(11; 7, 4); 32(11; 8, 3, 2) — $n=12$, $p=55-d$: 34(12; 8, 4); 35(12; 8, 4, 2); 39(12; 9, 3); 40(12; 9, 3, 2); 41(12; 7, 5, 5) — $n=13$, $p=66-d$: 41(13; 8, 5, 3); 48(13; 10, 3) et (13; 8, 5, 5); 49(13; 10, 3, 2) — $n=14$, $p=78-d$: 42(14; 7, 7); 43(14; 7, 7, 2); 44(14; 8, 6, 2); 51(14; 10, 4); 52(14; 10, 4, 2); 53(14; 8, 6, 5); 54(14; 10, 4, 3); 56(14; 9, 5, 5); 58(14; 11, 3); 59(14; 11, 3, 2) — $n=15$, $p=91-d$: 49(15; 8, 7); 50(15; 8, 7, 2); 51(15; 9, 6); 53(15; 9, 6, 2); 55(15; 8, 7, 4); 61(15; 11, 4); 62(15; 11, 4, 2); 67(15; 11, 4, 4); 69(15; 12, 3); 70(15; 12, 3, 2) — $n=16$, $p=105-d$: 56(16; 8, 8); 57(16; 8, 8, 2); 63(16; 10, 6, 4) et (16; 9, 7, 6); 65(16; 11, 5), 66(16; 11, 5, 2); 68(16; 11, 5, 3); 72(16; 12, 4); 73(16; 12, 4, 2); 75(16; 12, 4, 3) et (16; 11, 5, 5); 78(16; 12, 4, 4); 81(16; 13, 3); 82(16; 13, 3, 2).

2. Il est important de classer les types obtenus suivant leur *genre*. C'est ce qui est fait dans le Tableau T_2; nous y avons rétabli les courbes générales C_n et le nombre d précède toujours le type.

Tableau T_2 : $p=1$; C_3 et 9(6; 3, 3, 3); $p=2$: rien; $p=3$; C_4 seul; $p=4$: 11(7; 5, 2); $p=5$: rien; $p=6$: C_5; 9(7; 4, 3); $p=7$: 14(8; 5, 3, 2); $p=8$: 13(8; 5, 3) et (8; 4, 4, 2); $p=9$: 12(8; 4, 4); 19(9; 6, 3, 2) et (9; 5, 4, 3); $p=10$: C_6; 18(9; 6, 3); $p=11$: rien; $p=12$; 24(10; 7, 3); $p=13$: 32(11; 8, 3, 2); $p=14$: 22(10; 6, 4, 2); 41(12; 7, 5, 5); 91(20; 10, 10, 2); $p=15$: C_7; 40(12; 9, 3, 2); $p=16$: 20(10, 5, 5); 39(12; 9, 3); $p=17$: 49(13; 10, 3, 2); $p=18$: 48(13; 10, 3) et (13; 8, 5, 5); 27(11; 7, 4); $p=19$: 26(11; 6, 5, 2); 59(14; 11, 3, 2); $p=20$: 25(11; 6, 5); 35(12; 8, 4, 2); 58(14; 11, 3); $p=21$: C_8; 34(12; 8, 4); 70(15; 12, 3, 2); $p=22$: 56(14; 9, 5, 5); 69(15; 12, 3); $p=23$: 82(16; 13, 3, 2); $p=24$: 54(14; 10, 4, 3); 67(15; 11, 4, 4); 81(16; 13, 3); $p=25$: 41(13; 8, 5, 3); 53(14; 8, 6, 5); $p=26$: 52(14; 10, 4, 2); $p=27$: 51(14; 10, 4); 78(16; 12, 4, 4); $p=28$: [77(17; 12, 5, 2)]; $p=29$: 62(15; 11, 4, 2); $p=30$: 61(15; 11, 4); 75(16; 12, 4, 3) et (16; 11, 5, 5); $p=33$: 72(16; 12, 4); 73(16; 12, 4, 2); $p=34$: 44(14; 8, 6, 2); $p=35$: 43(14; 7, 7, 2); $p=36$: 42(14; 7, 7); 55(15; 8, 7, 4); $p=37$: 68(16; 11, 5, 3); $p=38$: 53(15; 9, 6, 2); $p=39$: 66(16; 11, 5, 2); $p=40$: 51(15; 9, 6); 65(16; 11, 5); $p=41$: 50(15; 8, 7, 2); $p=42$: 49(15; 8, 7); 63(16; 10, 6, 4) et (16; 9, 7, 6); $p=48$: 57(16; 8, 8, 2); $p=49$: 56(16; 8, 8); ....

Un tel tableau ne fait état que des courbes d'ordre $\leqq 16$. Il est ***toujours*** **incomplet.** L'examen des valeurs de $d \leqq 105$ donne en effet des courbes d'ordre 17, 18, 19, 20, 21, mais non toutes ces courbes.

La première case vide, $p=28$, qui exige $n=17$, a été indiquée. Nous verrons jusqu'à quel point il est définitif, en fixant un maximum D à d.

3. *Types limites.* — $\alpha = n-1$ donne des courbes de genre zéro. Pour $\alpha+\beta=n$, γ peut varier de 0 à $n/2$ et $2d = n^2-(2\alpha+1)n+2\alpha^2+\gamma(\gamma-1)$. La plus grande valeur de α est $n-1$, d'où $\beta=1$ et $\gamma=0$ ou 1. Les point B, C d'ordre 0 et 1 ne modifient que δ et non p, qui est nul. Si $\alpha=n-2$, on a des courbes hyperelliptiques.

Si $\alpha > n/2$, on a

$$f(x, y, z) = x^{n-\alpha}A_\alpha + x^{n-\alpha-1}B_{\alpha+1} + \ldots + xL_{n-1} + M_n$$

où les coefficients A_α, ..., M_n ne renferment que y^j avec $j \leqq \alpha$ et où les γ derniers sont

dépourvus des puissances de z supérieures à $n-\gamma$. Le genre

$$p = n(\alpha - 1) - \alpha^2 + 1 - \frac{\gamma(\gamma - 1)}{2} \quad \text{et} \quad 1 + \delta = p + 2n - \gamma.$$

Le dernier cas limite $\gamma = n/2$ exige $\alpha = \beta = \gamma = n/2$, d'où $n = 2\nu$ et $p = (\nu - 1)(\nu - 2)/2$. L'expression de δ est à modifier. L'examen des cas $\nu = 2$, $\nu = 3$ montre comment : pour $\nu = 2$, C_4 devient par la transformation quadratique $x = \eta\zeta$, ... une *conique* quelconque et $1 + \delta = 6$; pour $\nu = 3$, on trouve $1 + \delta = 10$ et la même transformation donne une C_3 quelconque en ξ, η, ζ. *Ceci est général* : on a $1 + \delta = t_{\nu+1}$ et la transformation $x = \eta\zeta$, ... change $C_{2\nu}$ en une courbe *générale* d'ordre ν.

4. *Remarque essentielle.* — On est frappé en consultant T_1 du grand nombre de *cas d'exception.* Il y a là une raison arithmétique profonde. On a vu que pour C_7 on ne peut avoir $d = 13$ ou $d = 14$. Ces valeurs exigent $n = 8$ et donnent pour $d = 13$ le type 13(8; 5, 3) *oublié* dans T_1.

Si l'on considère T_1 et le nombre *maximum* D de points doubles des courbes C_n, on trouve pour C_4, C_5, C_6, C_7, C_8, ... la suite 3, 3 + 2, 5 + 3, 8 + 4, 12 + 5, ... où l'on voit qu'*en passant* de C_{n-1} à C_n *ce nombre* D *augmente de* $(n-3)$. Sa valeur est donc $D = 2 + 1 + 2 + \ldots + (n-3)$, c'est-à-dire $D = 2 + t_{n-3} = 5 + (1/2)n(n-5)$, valable pour $n \geqq 5$. Pour *établir* la formule on observe que n étant fixé, le maximum de $t_{\alpha-1} + t_{\beta-1} + t_{\gamma-1}$ est $t_{n-3} + t_1 + t_1$, ce qui correspond à une H_n (hyperelliptique). On passe de n à $(n+1)$ en remplaçant les deux t_1 par un t_2, ce qui donne une $C_{n+1}(n+1; n-2, 3)$ *non hyperelliptique*, mais d ne croît que d'une unité ou bien en remplaçant t_{n-3} par t_{n-2}, ce qui augmente d de $(n-2)$ unités et conduit à $H_{n+1}(n+1; n-1, 2, 2)$.

Le nombre des points doubles d d'une courbe type C_n, *non décomposable, de genre* $\geqq 1$ *ne peut donc dépasser* $D = 2 + t_{n-3} = 5 + (1/2)n(n-5)$. Cette limite était assez cachée. Une démonstration directe (non nécessaire d'après le théorème de Bertini) montrerait que l'absence des rebroussements n'impose aucune restriction à l'étude des C_n, pour les bornes de d. Nos tableaux sont *définitifs* pour $n - 3 < 14$, c'est-à-dire $n < 17$.

Courbes réciproques. — Les éléments tangentiels : *classe*, $c = n(n-1) - 2d$; *points d'inflexion*, $i = 3n(n-2) - 6d$ et *tangentes doubles*, $6t = 3c(c-2) - 8i$ donnent les éléments ponctuels des *dualistiques* Γ_c des C_n, qui sont *sans inflexions.* Comme les coordonnées de la polaire $ux + vy + wz = 0$ du point x, y, z, pour la conique $x^2 + y^2 + z^2 = 0$, sont x, y, z, *il suffit de regarder* x, y, z *comme des coordonnées tangentielles pour avoir l'équation des* Γ_c. Former les équations ponctuelles est un problème d'élimination difficile. Rappelons que p se conserve et que, d'après Plücker,

$$2p - 2 = c - 2n = n + i - 2c = n(n-3) - 2d = c(c-3) - 2t - 3i.$$

Courbes générales. — Soit une C_4; on la fait passer en A, B, C, ce qui fait disparaître x^4, y^4, z^4, puis on prend pour A, B, C trois points *déterminés* de la courbe, par exemple trois des 24 points d'inflexion; enfin en remplaçant x par λx, ..., on fixe les valeurs numériques de trois coefficients, soient ceux de x^3z, y^3x, z^3y égalés à 1.

L'équation de C_4 est alors, en n'écrivant que le premier groupe d'une permutation $(xyz)\ldots : x^3(z + cy) + x^2y^2c_1 + x^2yzc_2 + \ldots = 0$; les conditions d'inflexion déduites de $f_{x^2}(f_y)^2 - f_{xy}f_xf_y + f_{y^2}(f_x)^2 = 0$ sont alors $c_2 = 2[b_1c + (c_1/c)]$, ... Nous avons donc l'équation de C_4 avec ses six *modules* de Riemann, a, b, c, a_1, b_1, c_1. La méthode s'applique à une C_n, *les conditions d'inflexion étant de même nature* et donne une *réduite* avec $\delta - 9$ coefficients, de type $(n; 1, 1, 1)$.

6. *Courbes normales. Modules; réduction de leur nombre.* — A l'aide d'un *réseau* d'adjointes A_{n-3}, $\lambda_1\varphi_1 + \lambda_2\varphi_2 + \lambda_3\varphi_3 = 0$, Riemann a montré que la transformation *bira-*

tionnelle $\xi/\varphi_1 = \eta/\varphi_2 = \zeta/\varphi_3$ change une C_n en une courbe de même genre p et d'ordre $p+1$, c'est une *courbe normale* Γ_p. La condition pour Γ_p est $d = p(p-3)/2$; notre limite D est $[p(p-3)/2] + 3$. Donc les *courbes types normales existent si les inégalités sont satisfaites*. On les obtient avec $(1+\delta)$ coefficients homogènes que l'on réduira par une transformation linéaire : Si α, β, γ sont différents avec $\gamma > 1$, la réduction de δ sera de 3; elle sera plus grande si β ou β, γ sont 1 ou si $\alpha = \beta$.

Nous avons donc, en fait, *les modules de Riemann, pour les courbes types normales*, sous forme rationnelle. Dans le tableau T_1, on constate parfois une réduction plus grande de l'ordre : $n = p$, $p-1$, ...; cela correspond à l'existence de *groupes spéciaux* ou de *propriétés arithmétiques* de n. Clebsch a tenté d'abaisser la limite $n = p+1$ par un choix du réseau d'adjointes A_{n-3}. Pour $p = 3\varpi$, $3\varpi+1$, $3\varpi+2$ on peut prendre $n = 2\varpi+2$, $2\varpi+3$, $2\varpi+4$. Le calcul de d donne $d = 2\varpi^2 - 2\varpi$, $2\varpi^2$ et $2\varpi^2 + 2\varpi - 1$ et ces trois expressions sont inférieures aux D correspondants. *Il existe donc des courbes types normales* C_n, *de ces genres, les inégalités satisfaites*.

La démonstration de Brill et Nœther prêtait, d'après Appell, à des objections : la nôtre confirme l'assertion de Clebsch mais *la réduit aux petites valeurs de* ϖ.

Une dernière remarque : Les C_n types sont indécomposables; il n'en est pas de même des A_{n-3} si $\alpha + \beta > (n-1)$. Elles renferment la droite $z = 0$; après suppression, on a une A'_{n-4}, non adjointe, *qui découpe sur* C_n *la série canonique*.

Les tableaux T donnent aisément de nombreux exemples, où les $3p-3$ modules de Riemann sont réduits à un nombre moindre : ils sont coefficients d'une série linéaire.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Recherche opératoire de courbes et surfaces rectifiables*. Note de M. Georges Bouligand.

1. Cherchons d'abord, dans le plan xOy (axes rectangulaires) les courbes rectifiables issues de O, telles qu'en chaque point l'abscisse curviligne s soit égale à $f(x)$, fonction donnée, continue, croissante, de pentes bornées > 1. Une telle courbe admet une représentation univoque $y = y(x)$. Sauf sur un ensemble de mesure nulle, il existe pour $f(x)$ et $y(x)$ des dérivées liées par

$$y'(x) = \varepsilon(x)\sqrt{f'^2(x) - 1} \qquad \text{avec} \quad \varepsilon = \pm 1;$$

$y'(x)$ et le radical étant mesurables, il en est de même de ε. Donc on obtient toutes les solutions par l'intégrale de Lebesgue

$$y(x) = \int_0^x \varepsilon(x)\sqrt{f'^2(x) - 1}\, dx,$$

où, hormis un ensemble de mesure nulle, la fonction $\varepsilon(x)$ *mesurable* ne prend que les valeurs ± 1.

2. On retrouve les circonstances précédentes dans d'autres problèmes différentiels, notamment la recherche dans un espace à 3 dimensions, euclidien ou même riemannien pour certains choix des g^{ij}, de surfaces ayant un ds^2 donné dont les coefficients ont le type NG (noyaux de Goursat), les coordonnées ayant aussi, en u, v, le type NG. La question générale ainsi posée est ardue, mais on en connaît des solutions très classiques dont l'obtention revient

à la recherche d'une ou plusieurs courbes rectifiables. Cela permet de découper des problèmes restreints d'isométrie, *complètement résolubles dans le champ des surfaces rectifiables*, au sens de Lebesgue.

Exemple I. — Soit $ds^2 = (u_1^2 + u_2^2)\,du^2 + 2u_1 v_1\,du\,dv + (v_1^2 + v_2^2)\,dv^2$, où u_1, u_2 sont fonctions données de u, et v_1, v_2 fonctions données de v (toutes continues, à pentes bornées). Appelant m une constante, trouver une fonction $\mathrm{U}(u)$ et une fonction $\mathrm{V}(v)$ telle que la surface

$$x = m\mathrm{U}_1 + m^{-1}\mathrm{V}_1, \qquad y = \mathrm{U}, \qquad z = \mathrm{V}$$

(où U_1, V_1 sont resp. des primitives de u_1, v_1) ait le ds^2 précédent. Cela correspond à la recherche de 2 courbes rectifiables $y(u)$ et $z(v)$. A une translation près, en supposant remplies toutes conditions de réalité, on est conduit à prendre

$$y \int_0^u \varepsilon_1(u)\sqrt{(1-m^2)u_1^2 + u_2^2}\,du, \qquad z = \int_0^v \varepsilon_2(v)\sqrt{\left(1 - \frac{1}{m^2}\right)v_1^2 + v_2^2}\,dv,$$

les deux ε étant mesurables et égalant presque partout ± 1. C'est la solution complète.

Exemple II. — Soit donné, dans des conditions analogues, $ds^2 = du^2 + (\mathrm{U} - \mathrm{V})^2\,dv^2$. On cherche des solutions

$$x = \mathrm{U}_1 \cos m v + \mathrm{V}_1, \qquad y = \mathrm{U}_1 \sin m v + \mathrm{W}_1, \qquad z = \mathrm{U}_2 \qquad (m = \text{const. donnée}),$$

U_1, U_2 dépendant de u seul, V_1, W_1 de v seul. Cela répond à la recherche de 2 courbes rectifiables $(x = \mathrm{V}_1, y = \mathrm{W}_1)$ et $(z = \mathrm{U}_2,\ r = \mathrm{U}_1)$. Une fonction du type ε s'introduit pour la seconde.

Exemple III. — $ds^2 = \mathrm{A}^2(\mathrm{T} + \mathrm{B})^2\,dv^2 + 2\mathrm{C}\mathrm{C}'\mathrm{T}'(\mathrm{T} + \mathrm{B})\,dt\,dv + (1 + \mathrm{C}^2\mathrm{T}'^2)\,dt^2$, où A, B, C dépendent de v seul et T de t seul. On cherche des solutions

$$x = \mathrm{V} + \mathrm{T}\sqrt{\mathrm{C}^2 - m}\cos\varphi, \qquad y = \mathrm{W} + \mathrm{T}\sqrt{\mathrm{C}^2 - m}\sin\varphi \qquad (m = \text{const. donnée}),$$

où V, W, φ dépendent de v seul et z de t seul. On est conduit notamment à prendre

$$\varphi = \int \varepsilon_1(v)\frac{\sqrt{\mathrm{A}^2(\mathrm{C}^2 - m) - \mathrm{C}^2\mathrm{C}'^2}}{\mathrm{C}^2 - m}\,dv, \qquad z = \int \varepsilon_2(t)\sqrt{1 + m\mathrm{T}'^2}\,dt.$$

Cela répond à la recherche des courbes rectifiables $[\varphi(v), \mathrm{V}(v), \mathrm{W}(v)]$ et $z(t)$.

3. L'exemple III se rattache au problème de Goursat : *recherche des surfaces isométriques telles qu'à toute ligne de niveau de l'une corresponde une ligne de niveau de l'autre* (1). Toutefois, notre énoncé (rendu artificiel par le souci de retrouver directement le type de questions rencontré au n° 1) n'atteint pas le problème de Goursat dans sa généralité ; car d'une solution de ce dernier il en découle une infinité d'autres par une transformation

$$x_1 = \Phi(x, y), \qquad y_1 = \Psi(x, y), \qquad z_1 = z,$$

où les deux premières équations définissent *la transformation isométrique la plus générale du plan*, laquelle ne peut s'obtenir par des opérations contenant, à

---

(1) *Cf.* B. Gambier, *Mémorial Sc. Math.*, **31**, 1928, n° **4**, p. 10 et n° **8**, p. 23.

l'exemple de celles rencontrées ci-dessus, un nombre fini de fonctions du type ε. Notons que l'intervention de ces dernières, dans les exemples précédents, se ramène à celle de transformations isométriques de Lebesgue, soit par exemple $x_1 = x$, $y_1 = y$, $z_1 = f(z)$, et, en coordonnées cylindriques, s, $r_1 = r$, $z_1 = z$, $\theta_1 = g(\theta)$, où sur chaque intervalle décrit par la variable indépendante, la variation totale des fonctions f, g est égale à la longueur de cet intervalle.

4. Terminons par un exemple, construit d'après un principe également classique, mais où ne se produit pas de hiatus entre la forme géométrique du problème et son expression analytique.

Exemple IV. — Soient deux fonctions vectorielles $\vec{a}(v)$, donnée avec $\vec{a}^2 = 1$, et $\vec{b}(v)$ inconnue, telles que, en fixant l'origine d'un des vecteurs correspondants, l'extrémité décrive une courbe rectifiable. Déterminer $\vec{b}(v)$ de manière que, pour la réglée obtenue en posant $\overrightarrow{OM} = u\vec{a}(v) + \vec{b}(v)$, on ait

$$ds^2 = du^2 + (A u^2 + 2Bu + C)\,dv^2 + 2D\,du\,dv,$$

où A, B, C, D sont encore des fonctions données de v, continues et à pentes bornées, telles que la forme exprimant le ds^2 soit définie positive. Sauf sur un ensemble de mesure nulle de valeurs de v, il faut alors prendre ([2])

$$\frac{d\vec{b}}{dv} = D\vec{a} + \frac{B}{A}\frac{d\vec{a}}{dv} + \varepsilon(v)\frac{\sqrt{AC - B^2 - AD^2}}{A}\left(\vec{a} \wedge \frac{d\vec{a}}{dv}\right),$$

$\varepsilon(v)$ étant mesurable et ne prenant (à l'exception près indiquée) que les valeurs ± 1.

La solution opératoire, complète dans le champ des réglés rectifiables, ainsi obtenue, englobe en particulier la recherche des réglées isométriques au plan, à laquelle H. Lebesgue avait consacré un important Mémoire ([3]).

M. **Élie Cartan** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage qu'il vient de publier intitulé *Les systèmes différentiels extérieurs et leurs applications géométriques*.

M. **Armand de Gramont** fait hommage à l'Académie de son Ouvrage *Vers l'infiniment petit*.

NOMINATIONS.

M. **Louis Pineau**, Président de la Société d'Encouragement pour l'Industrie Nationale, invite l'Académie à se faire représenter à la Cérémonie qui aura lieu le 24 janvier 1946, à l'Hôtel de cette Société, en l'honneur du bi-centenaire de la naissance de **Monge**.

MM. **É. Cartan**, **A. Caquot** et **J. Pérès** sont désignés.

([2]) *Cf.* G. Darboux, *Leçons sur la théorie des surfaces*, **3**, p. 295 et ss.

([3]) *Mathematica*, **12**, Cluj, 1936, pp. 196-210.

CORRESPONDANCE.

M. **Niels Bohr**, élu Associé étranger, adresse ses remercîments à l'Académie.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° René Martin, Bernard Sureau, Frédéric Nitti, Jean Berrod. *La Pénicilline et ses applications cliniques*. Préface de M. Jacques Tréfouël.

2° Constantin Toumanoff. *Les Tiques (Ixodoidea) de l'Indochine.*

3° Ch. Charlier et L. Poncelet. *Interprétation de quelques enregistrements obtenus lors du tremblement de terre du* 11 *juin* 1938.

4° Ch. Charlier. *La prédiction des marées des ports de la côte belge par la méthode de la concordance. — La prédiction des marées de la côte belge.*

5° Carlos Teixeira. *Nymphéacées fossiles du Portugal.*

M. **Paul Cagniant** adresse des remercîments pour la distinction accordée à ses travaux en 1943.

MM. **Roger Buvat**, **Théodore Monod**, **Pierre Nobécourt** adressent des remercîments pour les distinctions accordées à leurs travaux en 1945.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Construction de mesures.* Note (1) de M. **Christian Pauc**.

1. *Réalisation d'une algèbre de Boole par une famille d'ensembles.* — Soient $\mathfrak{A}$ une algèbre booléenne dont N représente l'élément nul, E l'unité, A un élément quelconque, $\mathcal{G}$ une famille génératrice (2) de $\mathfrak{A}$ que nous pouvons supposer de puissance minimale $\aleph_\alpha$ et dont nous ordonnons les éléments en une suite G_1, $G_2, \ldots, G_\lambda, \ldots$ ($\lambda < \omega_\alpha$). Nous désignons dans ce qui suit par x ou χ un nombre (coordonnée) prenant arbitrairement les valeurs 0 ou 1, par $\mathfrak{s}$ toute suite $(x_1, x_2, \ldots, x_\lambda, \ldots)$ où λ parcourt le segment S_α des nombres ordinaux $< \omega_\alpha$, par $\mathfrak{S}$ leur ensemble, par $\mathfrak{S}_\lambda$ pour λ fixé l'ensemble des $\mathfrak{s}$ avec $x_\lambda = 0$, par $\mathbf{t}$ tout système fini $(\chi_{\lambda_1}, \ldots, \chi_{\lambda_n})$, les λ_i étant des nombres quelconques de S_α distincts deux à deux, par $G_{(\mathbf{t})}$ l'élément $\bigcap\limits_i Q_{\lambda_i}$ où $Q_{\lambda_i} = G_{\lambda_i}$ si $\chi_{\lambda_i} = 0$, $Q_{\lambda_i} = E - G_{\lambda_i}$ si $\chi_{\lambda_i} = 1$, par $\mathfrak{S}_{(\mathbf{t})}$ l'ensemble des $\mathfrak{s}$ tels que $x_{\lambda_i} = \chi_{\lambda_i}$ pour $i = 1, \ldots, n$, appelé maille de rang $\tau = \mathrm{Max}(\lambda_1, \ldots, \lambda_n)$ et d'ordre $n =$ longueur de $\mathbf{t}$. Nous organisons $\mathfrak{S}$ en espace topologique $\mathcal{S}$ en prenant

(1) Séance du 3 décembre 1945.

(2) M. H. Stone, *Trans. Am. Math. Soc.*, 40, 1936, p. 55.

comme voisinages d'un $\mathfrak{s}$ les mailles le contenant; $\mathcal{S}$ est un espace de Hausdorff compact (selon N. Bourbaki) totalement discontinu que nous nommons *discontinu universel de type* $\aleph_\alpha$ [3]; pour $\alpha = 0$, $\mathcal{S}$ est le discontinu de Cantor.

Nous notons par $\mathfrak{h}$ tout $\mathfrak{s}$ tel que : quel que soit $\mathfrak{S}_{(t)}$ contenant $\mathfrak{s}$, $G_{(t)}$ soit non vide, par $\mathfrak{H}$ l'ensemble des $\mathfrak{h}$ qui est compact. Nous posons $\mathfrak{H}_\lambda = \mathfrak{H}.\mathfrak{S}_\lambda$, $\mathfrak{H}_{(t)} = \mathfrak{H}.\mathfrak{S}_{(t)}$ ($\mathfrak{H}$-maille de rang τ). Les G_λ d'une part, les $\mathfrak{H}_\lambda$ de l'autre ont les mêmes liaisons entendant par là que $(t)(G_{(t)} = N) \sim (\mathfrak{H}_{(t)} = \emptyset)$; par prolongement polynomial [2] nous obtenons une isomorphie $\mathcal{I}$ entre $\mathcal{A}$ et la famille des ensembles ouverts et fermés de $\mathfrak{H}$ ($\mathfrak{H}$-agrégats). Nous établissons ainsi le théorème de Stone [3] sans faire appel à la notion d'idéal premier de $\mathcal{A}$.

Supposons maintenant que les éléments de $\mathcal{A}$ appartiennent à une algèbre booléenne totale [4], que ce soient par exemple des sous-ensembles d'un ensemble E. Soient $G_s = \bigcap_\lambda Q_\lambda$ où $Q_\lambda = G_\lambda$ si $\varkappa_\lambda = 0$, $Q_\lambda = E - G_\lambda$ si $\varkappa_\lambda = 1$. Nous désignons par $\mathfrak{h}^*$ toute suite $\mathfrak{s}$ telle que $G_s \neq N$, par $\mathfrak{H}^*$ leur ensemble. Alors : la fermeture de $\mathfrak{H}^*$ dans $\mathcal{S}$ est $\mathfrak{H}$. Les G_λ d'une part, les $\mathfrak{H}^*_\lambda = \mathfrak{S}_\lambda . \mathfrak{H}^*$ de l'autre ont les mêmes liaisons totales. La famille des sous-ensembles de $\mathfrak{H}^*$ est isomorphe à la plus petite algèbre booléenne totale sur $\mathcal{A}$ [5].

2. *Construction du champ jordanien général sur* $\mathcal{A}$. — Soit à construire sur l'algèbre booléenne ordinaire $\mathcal{A}$ une fonction γ satisfaisant aux conditions $\gamma(A) \geq 0$, $\gamma(A_1 \cap A_2) = \gamma(A_1) + \gamma(A_2)$ si $A_1 \cup A_2 = N$, $\gamma(E) < \infty$. Ce problème revient en vertu de 1 au suivant : construire une fonction φ non négative, finie, additive au sens restreint, définie sur les $\mathfrak{H}$-agrégats. Supposons que nous ayons déjà obtenu une telle fonction, soit φ_β, sur les $\mathfrak{H}$-agrégats de rang $< \beta$ (= réunions finies de $\mathfrak{H}$-mailles de rang $< \beta$), en abrégé (β, $\mathfrak{H}$)-agrégats ($1 < \beta < \omega_\alpha$); ceux-ci étant compacts, φ_β est conditionnellement additive [6], nous pouvons par l'algorithme borélien la prolonger en une mesure ψ_β sur la famille borélienne correspondante, puis, en adjoignant $\mathfrak{H}_\beta$, la prolonger par le procédé de Nikodym [7] sur les ($\beta + 1$, $\mathfrak{H}$)-agrégats. De proche en proche nous définissons φ sur tous les $\mathfrak{H}$-agrégats. Nous ne rencontrons aucune limitation, ce qui peut être déduit du théorème classique de Banach sur le prolongement des fonctionnelles linéaires.

Si nous appliquons ce procédé aux $\mathfrak{S}_\lambda$, nous constatons que la densité extérieure de $\mathfrak{S}_\beta$ vis-à-vis de ψ_β est presque partout $= 1$ et la densité intérieure

---

(3) M. H. Stone, *Proc. Nat. Ac. Sc.*, **20**, 1934, p. 198; *Trans. Am. Math. Soc.*, **41**, 1937, pp. 375-481.

(4) A. Tarski, *Fund. Math.*, **24**, 1935, pp. 191-192.

(5) Le procédé indiqué pour réaliser par des ensembles une algèbre booléenne ordinaire ou totale peut être étendu à une algèbre booléenne à opérations $\cap$ et $\cup$ dénombrables en faisant intervenir des systèmes $\mathfrak{s}$ dénombrablement infinis. Si une réalisation existe, il en fournit une. Nous présumons qu'il n'en est pas toujours ainsi.

(6) Haupt-Aumann, *Differential- und Integralrechnung*, 3, 1938, p. 16.

(7) *C. R. Congrès Math. Pays Slaves*, 1929, pp. 312-313.

presque partout nulle. La fonction auxiliaire $\theta = \theta_\beta$ de Nikodym est une fonction ψ_β-mesurable quelconque avec $0 \leqq \theta_\beta(\mathfrak{s}) \leqq 1$. Si en particulier pour tout $\beta < \omega_\alpha$, nous choisissons une fonction θ_β constante, considérant $\mathfrak{S}$ comme $= \{0, 1\}^{\aleph_\alpha}$, la mesure φ apparaît à une constante près comme le produit de $\aleph_\alpha$ mesures μ_β binaires ([8]) : $\mu_\beta\{0\} = \theta_\beta$, $\mu_\beta\{1\} = 1 - \theta_\beta$. Dans le cas où $\theta_\beta = 1/2$, nous obtenons une mesure que nous appelons *mesure canonique* ou *universelle* d'ordre $\aleph_\alpha$ ([9]).

3. *Critère d'additivité conditionnelle pour une fonction jordanienne d'ensemble.* — Soit γ une fonction non négative finie additive au sens restreint définie sur un corps restreint $\mathcal{A}$ (corps de Hausdorff) de sous-ensembles d'un ensemble E. Procédant comme dans 1 à partir d'une famille génératrice de $\mathcal{A}$, nous définissons les sous-ensembles $\mathfrak{H}$ et $\mathfrak{H}^*$ de $\mathfrak{S}$. Nous désignons par φ la fonction γ transportée par $\mathcal{J}$ sur les $\mathfrak{H}$-agrégats, par φ_B son prolongement borélien. Alors, une condition nécessaire et suffisante ([10]) pour que γ soit conditionnellement additive est que $\varphi_B(\mathfrak{H} - \mathfrak{H}^*) = 0$. La mesure γ_B est alors isomorphe à la mesure φ_B. Ainsi, soit μ la mesure canonique d'ordre $\aleph_\alpha$ sur $\mathfrak{S}$, si $\mathfrak{S}^*$ désigne l'ensemble des suites $\mathfrak{s}$ telles qu'à partir d'un indice $\beta < \omega_\alpha$, les x_λ soient tous, $= 0$ ou tous, $= 1$ et si nous posons pour tout agrégat $\mathfrak{A}$ de $\mathfrak{S}$: $\gamma(\mathfrak{A}^*) = \mu(\mathfrak{A})$ où $\mathfrak{A}^* = \mathfrak{S}^*.\mathfrak{A}$, pour $\aleph_\alpha > \aleph_0$, γ est conditionnellement additive et γ_β est isomorphe à μ.

Application. — $\mathcal{R}$ désignant un réseau binaire sur le segment $[0, 1]$ à mailles mesurables L, nous l'appelons *dérivant* ([11]) s'il jouit de l'une ou l'autre des propriétés équivalentes suivantes : *a*. le théorème de la densité est valable pour ce réseau ; *b*. l'ensemble des agrégats (finis) de $\mathcal{R}$ est dense dans l'espace de la mesure (espace de Nikodym-Aronszajn). Alors, s'il existe un réseau $\mathcal{R}$ dérivant dont les extrémités soient de puissance $\aleph_1$ et si nous admettons l'hypothèse du continu, la mesure lebesguienne linéaire admet un prolongement isomorphe à la mesure canonique d'ordre $\aleph_1$ (G. Choquet et Chr. Pauc).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctionnelles bilinéaires.* Note de M. Paul Lévy, présentée par M. Joseph Pérès.

D'après un théorème connu de Fr. Riesz, l'expression la plus générale d'une fonctionnelle $\Phi[u(s, t)]$, continue et linéaire dans le champ des fonctions $u(s, t)$,

---

([8]) La construction d'une telle mesure généralise, sans faire intervenir de difficultés nouvelles, la construction de la mesure produit dénombrable (Z. Lomnicki et S. Ulam, *Fund. Math.*, 23, 1934, pp. 237-278).

([9]) M. J. Dieudonné nous l'avait communiquée comme exemple de mesure non séparable, la définissant comme une mesure de Haar sur la $\aleph_\alpha^{\text{ième}}$ puissance du groupe binaire.

([10]) Ce critère est immédiatement applicable à la construction d'une mesure dans l'espace de Baire (W. Feller und Tornier, *Math. Ann.*, 107, 1933, pp. 165-187) ainsi qu'à la construction de M. J. Favard (*Journ. de Math.*, 21, 1942, pp. 277-288). Dans les deux cas la compactification nécessite l'introduction de $\aleph_0$ points accessoires.

([11]) R. de Possel, *Comptes rendus*, 201, 1935, pp. 579-581.

elles-mêmes définies et continues dans le carré $0 \leqq s \leqq 1$, $0 \leqq t \leqq 1$, est

$$(1) \qquad \Phi[u(s, t)] = \int_0^1 \int_0^1 u(s, t)\, d_s d_t \mathrm{F}(s, t),$$

la fonction $\mathrm{F}(s, t)$ étant à variation bornée, c'est-à-dire que

$$(2) \qquad \int_0^1 \int_0^1 |d_s d_t \mathrm{F}(s, t)| < \infty.$$

Si $u(s, t)$ est de la forme $x(s)y(t)$, Φ se réduit à la fonctionnelle bilinéaire

$$(3) \qquad \Phi[x(s)y(t)] = \int_0^1 \int_0^1 x(s)y(t)\, d_s d_t \mathrm{F}(s, t),$$

et $\Phi[x(s)x(t)]$ est une fonctionnelle entière et homogène du second degré en $x(s)$.

Il ne semble pas qu'on ait jusqu'ici signalé que la condition (2), évidemment suffisante, n'est pas nécessaire pour que l'expression (3) soit bien définie et continue quand $x(s)$ et $y(t)$ décrivent le champ des fonctions continues définies dans l'intervalle (0, 1). Cela revient à dire qu'il existe des fonctionnelles linéaires $\Phi[u(s, t)]$, bien définies et continues dans le champ des fonctions continues de la forme $x(s)y(t)$, par suite aussi, quel que soit l'entier n, dans le champ des fonctions continues de la forme

$$u(s, t) = x_1(s)y_1(t) + x_2(s)y_2(t) + \ldots + x_n(s)y_n(t),$$

et dont la définition n'est pas prolongeable dans tout le champ des fonctions continues des deux variables s et t.

Pour le montrer, utilisons le fait connu qu'une série de la forme

$$\sum_1^\infty \varepsilon_n c_n \cos n\pi s \qquad (\varepsilon_n = \pm 1,\ c_n \geqq 0)$$

peut, sans être absolument convergente, être la série de Fourier d'une fonction continue $2\varphi(s)$. Il en est alors de même de la série

$$(4) \qquad \sum_1^\infty \varepsilon_n c_n \sin n\pi s \sin n\pi t = \varphi(s - t) - \varphi(s + t).$$

Prenons alors pour $x(s)$ et $y(t)$ deux fonctions de carrés sommables définies par les séries de Fourier

$$\sum a_n \sin n\pi s \quad \text{et} \quad \sum b_n \sin n\pi t \qquad \left(\sum a_n^2 \quad \text{et} \quad \sum b_n^2 < \infty\right).$$

La série $\sum \varepsilon_n a_n b_n$, étant absolument convergente, représente une fonctionnelle

bilinéaire que l'on peut mettre sous la forme (3) en posant

$$(5) \qquad F(s, t) = \frac{4}{\pi^2} \sum_1^\infty \varepsilon_n \frac{\cos n\pi s . \cos n\pi t}{n^2}.$$

Elle est bien définie et continue dans le champ des fonctions $x(s)$ et $y(t)$ de carrés sommables, et *a fortiori* dans le champ des fonctions continues.

Si d'autre part nous voulons calculer sa valeur pour la fonction (4), le calcul formel donne

$$\sum \varepsilon_n^2 c_n = \sum c_n = \infty.$$

D'une manière précise, si les ε_n ont été choisis de manière que les sommes partielles $u_n(s, t)$ de la série (4) soient bornées dans leur ensemble, on obtient ainsi une suite de fonctions continues et bornées pour lesquelles la fonctionnelle Φ a des valeurs indéfiniment croissantes, ce qui prouve bien que la fonction (5) ne vérifie pas la condition (2).

ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES. — *Généralisation des théorèmes de Jacobi et de Poisson.* Note de M. **Nicolas Saltykow**, présentée par M. Élie Cartan.

Il s'agit d'étendre les théorèmes en question, utilisés dans la recherche des intégrales des équations linéaires aux dérivées partielles du premier ordre, par différentiation, aux systèmes d'équations que nous appellerons *semi-normaux*. Ces derniers systèmes sont d'un fréquent usage dans la théorie des équations aux dérivées partielles.

Considérons à cet effet le système des $m + m'$ équations

$$(1) \qquad X_i(f) = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, m, m+1, \ldots, m+m'),$$

où $X_i(f)$ désigne un opérateur linéaire par rapport aux dérivées $\partial f / \partial x_k$ ($k = 1, 2, \ldots, n$; $n > m + m'$). Le système (1) sera dit *semi-normal*, s'il est formé de deux groupes de m et de m' équations, celles de l'un des groupes étant en involution entre elles, ainsi qu'avec chacune des équations de l'autre groupe, tandis que ces dernières engendrent un système fermé d'équations.

Le théorème suivant généralise celui de Jacobi, qui s'applique aux systèmes Jacobiens d'équations linéaires ou aux systèmes normaux :

Étant donné un système semi-normal d'équations linéaires aux dérivées partielles à une seule fonction inconnue, l'opérateur du premier membre de chacune des équations de n'importe quel groupe d'équations étudiées, appliqué à l'intégrale du second groupe d'équations considérées, détermine une intégrale de ce dernier groupe d'équations.

La démonstration du théorème énoncé est immédiate. Il suffit pour cela de former les différences entre les opérateurs doubles des premiers membres des équations considérées.

Passons à présent à un système normal d'équations aux dérivées partielles, non linéaires, en posant $\partial z/\partial x_s = p_s$:

(2) $$F_i(x_1, x_2, \ldots, x_n, p_1, p_2, \ldots, p_n) = 0 \quad (i = 1, 2, \ldots, m).$$

Supposons que le système correspondant des équations linéaires des caractéristiques

(3) $$(F_i, f) = 0 \quad (i = 1, 2, \ldots, m)$$

admette le groupe fonctionnel des m' intégrales distinctes $f_1, f_2, \ldots, f_{m'}$ $(1 < m' \leq n - m)$, sans fonctions distinguées. Considérons le système des m équations linéaires aux dérivées partielles qui servent à définir, en nous exprimant brièvement, les invariants différentiels du groupe fonctionnel des intégrales des caractéristiques considéré

(4) $$(f_{ij}, f) = 0 \quad (j = i, 2, \ldots, m').$$

Ce dernier système est fermé. Cependant chacune des équations (4) est en involution avec les équations des caractéristiques (3). Par conséquent, l'ensemble des équations (3) et (4) représente un système semi-normal. Les opérateurs du théorème précédent s'expriment actuellement par les parenthèses de Poisson, et il en résulte le nouveau théorème généralisant celui de Poisson, sous la forme suivante :

Les parenthèses de Poisson formées par le premier membre d'une équation quelconque d'un système normal d'équations aux dérivées partielles du premier orare, non linéaires, et un invariant différentiel du groupe fonctionnel des intégrales des caractéristiques du système d'équations partielles considérées déterminent un invariant différentiel du même groupe fonctionnel des intégrales des caractéristiques.

ÉLASTICITÉ. — *Étude dynamique d'une liaison à flexibilité variable.* Note (1) de M. JEAN-ALBERT GRÉGOIRE, présentée par M. Armand de Gramont.

Flexibilité. — Si, dans un système en équilibre, où une force P agit en un point S, on fait varier la force de dP et que le point S vienne de ce fait en S_1, en appelant dy le déplacement SS_1, la flexibilité F est définie par $F = dy/dP$.

Considérons un bras pivotant autour d'un point O, à l'extrémité duquel agit une force P perpendiculaire à ce bras et toujours dirigée dans le même sens (*fig.* 1).

A un point quelconque M du bras situé à une distance r de O est accroché un ressort à boudin dont l'autre extrémité est attachée à un point fixe Q dont la distance à O est l. Ce ressort à boudin, d'une flexibilité constante f, a une longueur a_0 pour une tension nulle.

(1) Séance du 2 janvier 1946.

Le problème peut se poser de la façon suivante :

1° Déterminer la flexibilité F à l'extrémité du bras en fonction de la longueur d du bras, la flexibilité f du ressort, la longueur a_0 du ressort pour une tension nulle, les longueurs l et r, l'angle α qui détermine la position du bras et qu'on fait varier de 0 à 360°.

2° Rechercher la variation de F lorsque α varie de 0 à 360° et établir une courbe correspondante.

3° Définir l'influence des différents paramètres l, r et a_0 sur l'allure de la courbe de F en fonction de α.

Les résultats obtenus sont les suivants :

1° Les calculs, trop longs pour être transcrits ici, donnent la valeur de F, en fonction de d, f, a_0, l, r et α

$$(1)\qquad F = f\frac{d^2}{rl}\,\frac{1}{\cos\alpha - \dfrac{a_0}{(r^2+l^2-2rl\cos\alpha)^{\frac{3}{2}}}(l-r\cos\alpha)(l\cos\alpha - r)}.$$

2° En donnant à d, f, a_0, l et r des valeurs arbitraires correspondant à une application pratique dont nous parlerons plus loin, on obtient la courbe reproduite sur la figure 2 qui détermine les valeurs de F dans l'intervalle de 0 à 180°.

3° L'examen de la figure 1 et de la formule (1) montre que l'influence des paramètres l et r peut être réduite à celle du rapport l/r.

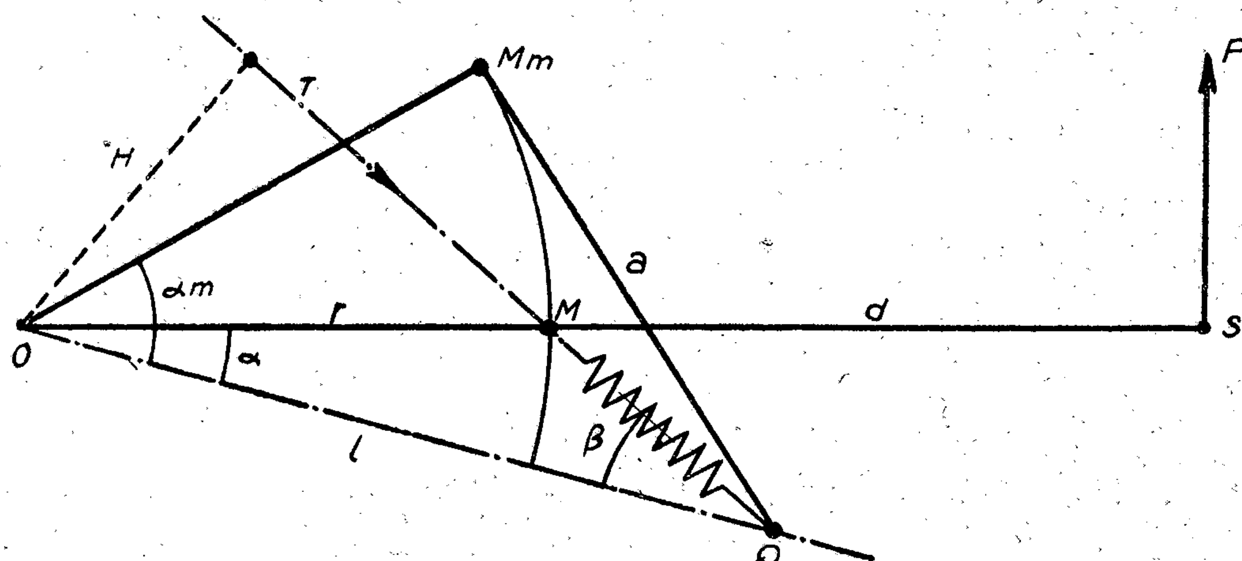


Fig. 1.

D'autre part il faut différencier l'influence des paramètres l/r et a_0. C'est ainsi que, si, a_0 restant fixe, on fait varier l/r; l'influence de l/r n'est pas la seule et elle s'ajoute à celle de a_0. On a trouvé un procédé pour séparer l'influence de ces deux paramètres.

On constate, après avoir tracé des faisceaux de courbes :

a. que l'influence de a_0 est capitale et qu'elle intervient sur le sens de la flexibilité et sur la position des points particuliers de la courbe. En particulier, la valeur de α qui donne la valeur minimum de F, croît lorsque a_0 croît.

b. que le rapport l/r a beaucoup moins d'influence sur l'allure des courbes.

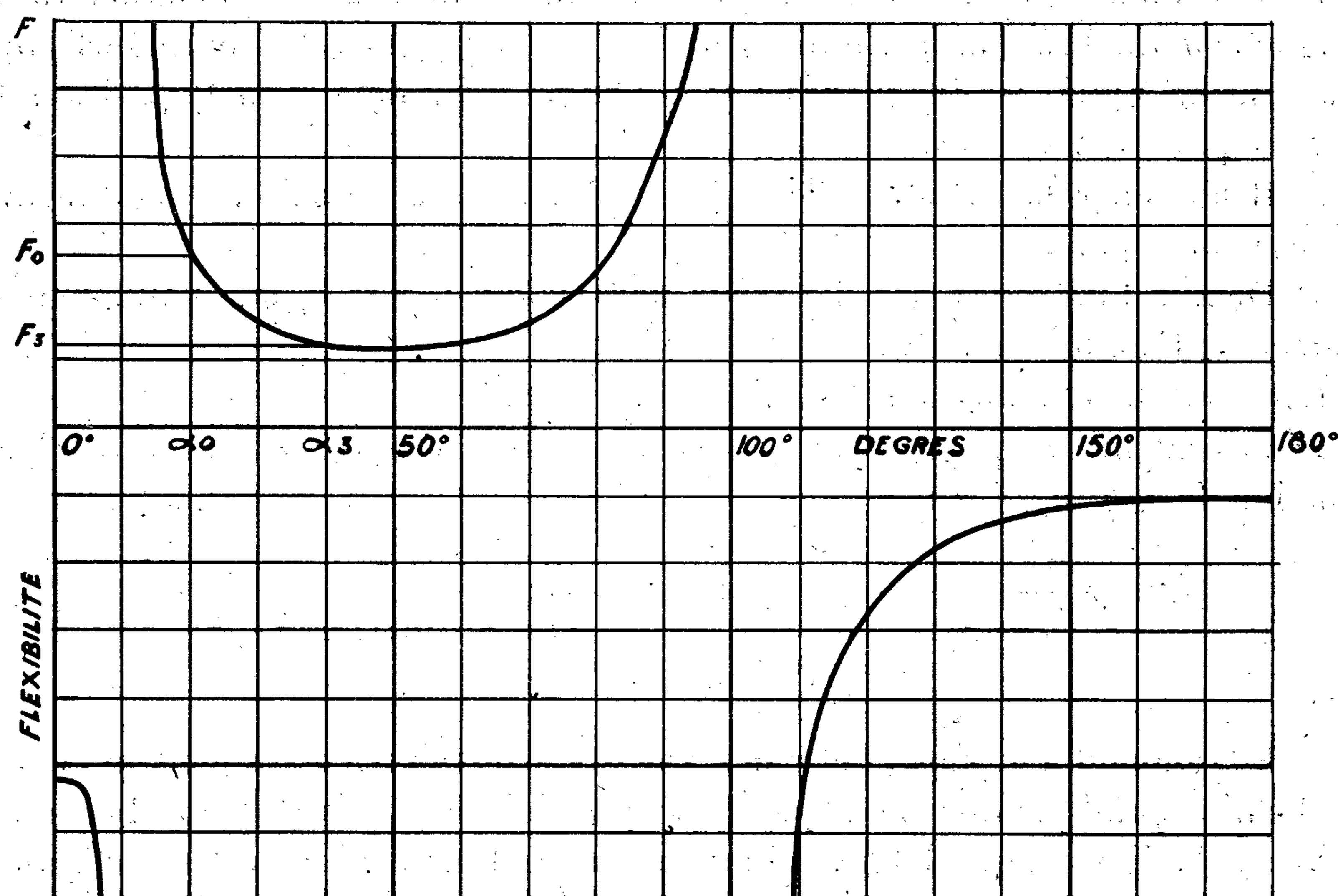


Fig. 2.

Conclusion. — Cette étude, plus simple dans son énoncé que dans sa solution, permet de résoudre un problème de mécanique automobile dont la solution a fait l'objet de nombreuses recherches : la suspension à flexibilité variable. On voit sur la figure 2 qu'en utilisant le système dans la zone α_0, α_3, les flexibilités sont positives et décroissantes et répondent ainsi aux conditions recherchées.

Des essais pratiques ont confirmé les résultats de cette théorie et l'exactitude de nos prévisions.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Application des vibrations forcées à l'étude des qualités mécaniques de la matière.* Note [1] de M. JEAN COMMELIN, présentée par M. Albert Caquot.

M. Le Rolland [2] a montré que le phénomène des *pendules sympathiques de Savart*, observé lors du couplage de deux systèmes oscillants (pendules) par l'intermédiaire d'un support commun plus ou moins rigide, était susceptible de nombreuses applications concernant la détermination des qualités mécaniques de la matière.

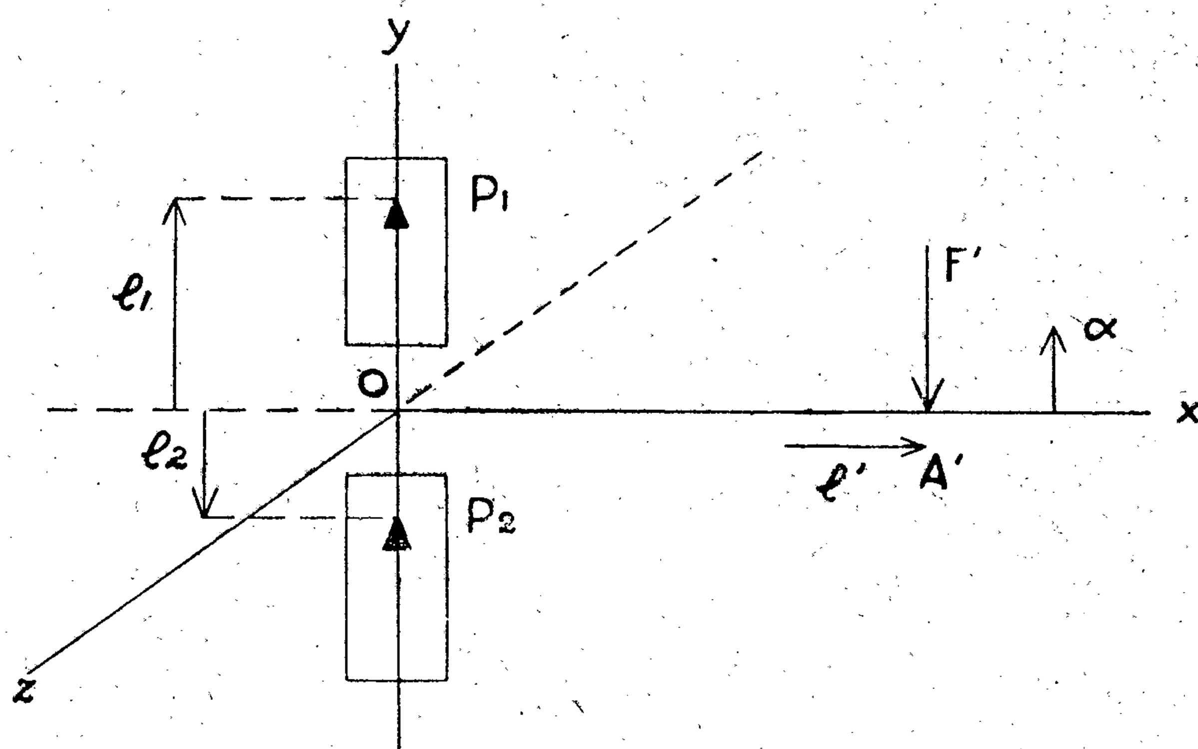
---

[1] Séance du 19 novembre 1945.

[2] *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 336; **196**, 1933, p. 536; *Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air*, **47**, 1944; *Plastiques*, **1**, 1945, III, p. 68; IV, p. 106.

Il est possible, avec un même appareil, d'effectuer la détermination de toutes les qualités mécaniques de la matière éprouvée à la traction, compression, dureté, flexion, torsion et combinaison de ces essais, sous charges variables et dans les conditions physiques les plus différentes :

Soient deux pendules de gravité de même masse et même période dont les couteaux sont fixés dans un plan vertical susceptible de pivoter autour d'un axe Oz situé dans ce plan. Dans le cas où l'axe Oz est horizontal, la projection sur un plan perpendiculaire à Oz donne la figure ci-dessous :



Les axes de rotation des pendules sont rigidement assujettis à deux flasques oscillant autour de l'axe Oz auxquelles sont liés les axes xoy. Soit F' la force vibratoire produite, au point A' du bras de levier Ox, et appliquée à la matière, soit directement, soit par l'intermédiaire d'un système mécanique convenablement adapté.

Avec les hypothèses simplificatrices suivantes : inertie des flasques négligeable, réaction des pendules indépendante de la petite rotation α de xoy, matière essayée douée d'une élasticité parfaite, nous obtenons les expressions suivantes pour les élongations θ_1 et θ_2 des pendules (de période $T = 2\pi/\omega$)

$$\theta_1\left(\frac{l_1}{l_2}+\frac{l_2}{l_1}\right)=\theta_0\left(\frac{l_2}{l_1}\cos\omega t+\frac{l_1}{l_2}\cos\omega' t\right),$$

$$\theta_2\left(\frac{l_1}{l_2}+\frac{l_2}{l_1}\right)=\theta_0\left(\cos\omega' t-\cos\omega t\right),$$

les conditions initiales étant $t = 0$, $\theta_1 = \theta_0$, $\theta'_1 = 0$, $\theta_2 = 0$, $\theta'_2 = 0$ (autrement dit, le pendule moteur P_1 est lancé à vitesse nulle, le pendule récepteur P_2 étant au repos).

L'oscillation $\alpha(t)$ du corps de l'appareil est une fonction sinusoïdale du temps de période $2\pi/\omega'$.

Les pulsations ω et ω' ayant des valeurs voisines, les pendules P_1 et P_2 effectuent des battements périodiques et alternés. Toutefois l'amplitude du pendule moteur P_1 présente des variations d'autant moins nettes que les rapports l_1/l_2 ou l_2/l_1 sont plus grands : l'énergie du pendule tend à devenir constante, aux pertes près, dues aux résistances passives et au frottement intérieur de la matière.

La durée τ des battements du pendule récepteur P_2 est liée à la rigidité K (définie comme le rapport de la force F' exercée par l'appareil au déplacement de son point d'application A') par la relation

$$K = \frac{4\pi^2 M}{T^3} \frac{l_1^2 + l_2^2}{l'^2} \frac{(1-\varepsilon)^2}{2-\varepsilon} \left[\frac{Mh^2}{I} + \left(1 - \frac{Mh^2}{I} + \frac{J}{M(l_1^2 + l_2^2)}\right) \varepsilon(2-\varepsilon) \right] \tau,$$

M, masse des pendules; I, moment d'inertie des pendules par rapport à leur axe de rotation; h, distance de leur centre de gravité à l'axe de rotation; J, moment d'inertie par rapport à Oz du corps de l'appareil et des masses appliquées pour des essais en charge; J peut être maintenu invariable en utilisant l'appareil exactement équilibré, la matière étant mise directement en tension par un dispositif symétrique approprié.

laquelle, pour les valeurs de $\varepsilon = T/\tau$ suffisamment petites peut s'écrire

$$K = \frac{2\pi^2 M}{T^3} \frac{Mh^2}{I} \frac{l_1^2 + l_2^2}{l'^2} \tau.$$

ε étant proportionnel au rapport de l'énergie mise en jeu dans la déformation, à l'énergie des pendules, la réduction de ε diminue les effets du frottement intérieur. Celui-ci se manifeste par la substitution, aux arrêts du pendule récepteur, de minima d'amplitude de moins en moins nets et peut nécessiter l'emploi de pendules de gravité dont l'amortissement est inférieur à celui des pendules à lames élastiques. Les expériences en cours ont montré qu'avec un appareil de caractéristiques répondant aux conditions précédentes, il est possible d'obtenir, par réglage de l', un premier arrêt du pendule récepteur suffisamment net, malgré le frottement intérieur de la matière étudiée : dans le cas d'essai de matériaux à frottement intérieur élevé, τ peut encore être obtenu avec une grande précision, par enregistrement photographique du mouvement du pendule récepteur. Il est également intéressant d'enregistrer les mouvements du pendule moteur et du corps de l'appareil. Les courbes obtenues permettent d'étudier le frottement intérieur ainsi que la réactivité et la plasticité.

MATÉRIAUX DE CONSTRUCTION. — *Sur le néobéton.*
Note [1] de M. JEAN VILLEY, présentée par M. Albert Caquot.

On a signalé [2] l'intérêt des bétons à ossature et la possibilité d'élever la qualité du béton en élevant la limite inférieure de son ossature.

(1) Séance du 2 janvier 1946.
(2) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 689; 222, 1946, p. 42.

Un autre problème se pose, qui consiste à choisir la loi de granulométrie de l'ossature entre cette limite inférieure et sa limite supérieure.

Oubliant ses directives, les successeurs de Féret ont orienté leurs efforts vers la détermination de lois de granulométrie continue, en cherchant à y obtenir des compacités aussi élevées que possible. Ces lois sont définies par des relations $p=f(g)$, où p représente la proportion en masse, dans l'ossature, des éléments de grosseur (³) inférieure ou égale à g.

Il y a là une erreur de principe, car maintenir invariable une ossature continue au cours de la fabrication est difficile, puisque cela exige de maintenir invariables les proportions des divers composants, en nombre théoriquement infini.

Il deviendra au contraire très facile de maintenir invariable, comme l'exige une fabrication de qualité, la composition d'une ossature constituée par un très petit nombre de composants individuellement invariables. Cette dernière condition sera pratiquement assurée si la grosseur des éléments de chacun d'eux reste comprise entre deux limites peu éloignées l'une de l'autre, dont le rapport λ définit la *largeur* de ce composant. Le rapport α, entre la grosseur moyenne des éléments d'un composant et celle des éléments du composant plus petit qui le suit immédiatement, définit la *discontinuité* entre ces deux éléments.

Nous appellerons *néobétons* les bétons dont l'ossature est ainsi constituée par un très petit nombre de composants (3 en général) de largeurs λ petites vis-à-vis de leurs discontinuités α. Leur préparation est facile avec des broyeurs en cascade, car chacun d'eux rend une fraction importante de la masse qu'on lui fournit, dans un intervalle assez étroit au voisinage de son maximum.

La sécurité de fabrication ainsi assurée aux néobétons suffirait à justifier leur emploi. Mais il se trouve de plus que les ossatures très discontinues comportent de meilleures compacités que les meilleures ossatures continues de mêmes grosseurs extrêmes, c'est-à-dire qu'elles exigeront moins de ciment pour la même qualité. Les expériences de Féret conduisaient à prévoir cet effet favorable des discontinuités. Elles ont en effet montré que, partant d'un sable continu de largeur $\lambda=G/g$ notable, on augmente sa compacité en supprimant les éléments moyens. Cela conduit, à la limite, à préconiser une ossature discontinue binaire formée avec les éléments extrêmes G et g.

Si β_0 est la compacité de l'un des éléments purs, la compacité de ce mélange binaire augmente progressivement avec $\alpha_2=G/g$, mais de plus en plus lentement, pour tendre vers $\beta_0+(1-\beta_0)\beta_0=2\beta_0-\beta_0^2$ lorsque α_2 devient infiniment grand.

Si $\alpha_3=\sqrt{G/g}$ devient lui-même grand, il y aura un bénéfice évident à passer

(³) Nous prenons, avec M. Caquot, comme élément linéaire caractéristique de la dimension d'un grain, sa *grosseur* $g=10\frac{v}{s}$, définie comme égale à 10 fois son *rayon moyen*.

à l'ossature ternaire de discontinuité α_3, dont la compacité tend vers

$$\beta_0 + (1-\beta_0)\beta_0 + [1-(2\beta_0-\beta_0^2)]\beta_0^3$$

lorsque α_3 augmente indéfiniment.

Toutefois le rapport G/g des grosseurs extrêmes des éléments de l'ossature est limité, et ne dépassera guère en pratique la valeur 150. Le calcul appliqué par M. Caquot pour évaluer la compacité lorsque la discontinuité α est finie (ce qui fait intervenir les effets de paroi) conduit à prévoir qu'alors la compacité maxima de l'ossature ternaire sera supérieure à celle de l'ossature quaternaire de discontinuité $\alpha_4 = \sqrt[3]{G/g}$, et *a fortiori* à celle de l'ossature continue à laquelle on arrive à la limite en augmentant indéfiniment le nombre des composants insérés entre les deux composants extrêmes G et g.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la constante diélectrique des métaux.* Note de M. **Nicolas Cabrera**, présentée par M. Albert Pérard.

1. Dans un travail récent sur les propriétés optiques des couches métalliques minces, j'ai signalé au passage une formule simple pour la constante diélectrique statique ε du métal massif ([1]), obtenue en faisant tendre ν vers zéro dans la formule classique pour la constante diélectrique dans un champ de fréquence ν,

$$(1) \qquad \varepsilon = -\frac{4\pi m}{Ne^2}\sigma^2,$$

m et e étant la masse et la charge de l'électron, N le nombre d'électrons libres par centimètre cube et σ la conductibilité. Je me propose de donner ici une justification directe de cette formule et d'en discuter le signe et l'application.

2. Soit un métal *parcouru par un courant* de densité $j = \sigma E$; supposons que ses électrons libres peuvent être considérés comme tels au sens classique du mot (métaux alcalins, nobles et aluminium). Chacun des électrons obéit à l'équation

$$(2) \qquad \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{e}{m}E, \quad \text{d'où} \quad v = -\frac{e}{m}tE \quad \text{et} \quad x = -\frac{e}{2m}t^2E,$$

où v et x sont la vitesse et le déplacement supplémentaires dus au champ E. Or les électrons ne sont entièrement libres qu'entre deux collisions avec les ions du réseau, collisions que nous supposerons inélastiques; autrement dit, l'effet du champ est entièrement détruit lors de chaque collision. Immédiatement après $x = v = 0$; au bout d'un temps τ moyen l'électron subit une nouvelle collision. Pour un temps $\tau/2$ les valeurs de v et x sont

$$\bar{v} = -\frac{e\tau}{2m}E, \qquad x = -\frac{e\tau^2}{4m}E.$$

([1]) *J. de Phys.*, 8e série, 6, 1945, p. 248, form. (8).

Calculons maintenant les densités de courant et de polarisation

$$j = \sigma E = N(-e)\bar{v} = \frac{N e^2}{2m}\tau E, \qquad P = \frac{\varepsilon - 1}{4\pi}E = N(-e)\bar{x} = \frac{N e^2}{4m}\tau^2 E.$$

En posant, dans l'expression de ε, τ en fonction de σ,

(3)
$$\varepsilon = \frac{4\pi m}{N e^2}\sigma^2;$$

nous retrouvons donc la formule (1) au signe près.

3. La raison de ce changement de signe vient de ce que lorsqu'on considère le comportement du métal dans un champ électromagnétique de fréquence suffisamment élevée, on prend la moyenne sur une période; il n'est donc pas toujours justifié de revenir ensuite au cas statique en faisant $\nu = 0$. En effet, laissons de côté pour simplifier les collisions avec le réseau; si l'on pose dans l'équation différentielle (2) $E = E_0 \cos \omega t$, on a

$$x = -\frac{e}{m\omega^2}(1 - \cos\omega t)E_0 = -\frac{e}{m\omega^2}\frac{1 - \cos\omega t}{\cos\omega t}E.$$

Pour $\omega t \sim 0$, on retrouve l'équation (2) pour x; mais si $\omega t \gg 2\pi$, on commence par prendre la moyenne dans une période $2\pi/\omega$, ce qui donne la valeur $x = eE/m\omega^2$, où le signe — disparaît et ne compense plus celui de $P = -Nex$.

4. La formule (3) *n'est évidemment pas applicable lorsqu'il n'y a pas de courant.* Supposons par exemple une lame métallique de largeur $2x_0$, placée dans un champ E_0 uniforme, normal à la lame. L'induction à l'intérieur est donnée par $D = \varepsilon E = E_0$; le champ intérieur $E = -dV/dx$ est dû à E_0 et à la charge d'espace $e(N_0 - N)$, où N_0 est le nombre constant d'ions positifs par centimètre cube et $N(x)$ celui d'électrons libres.

Par l'application de la méthode de Thomas-Fermi ([2]) à l'équation

$$\frac{d^2V}{dx^2} = 4\pi e(N - N_0),$$

où

$$N_0 = \frac{\pi}{3}\left(\frac{8me}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}}\Phi^{\frac{3}{2}}, \qquad N = \frac{\pi}{3}\left(\frac{8me}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}}(\Phi + V)^{\frac{3}{2}};$$

en admettant $V \ll \Phi$ et en imposant la condition limite $E = E_0$ pour $x = \pm x_0$, on arrive à

(4)
$$\varepsilon = \frac{E_0}{E} = \frac{\operatorname{ch} qx_0}{\operatorname{ch} qx}, \qquad q^2 = \frac{16\pi^2 me^2}{h^2}\left(\frac{3N_0}{\pi}\right)^{\frac{1}{3}}.$$

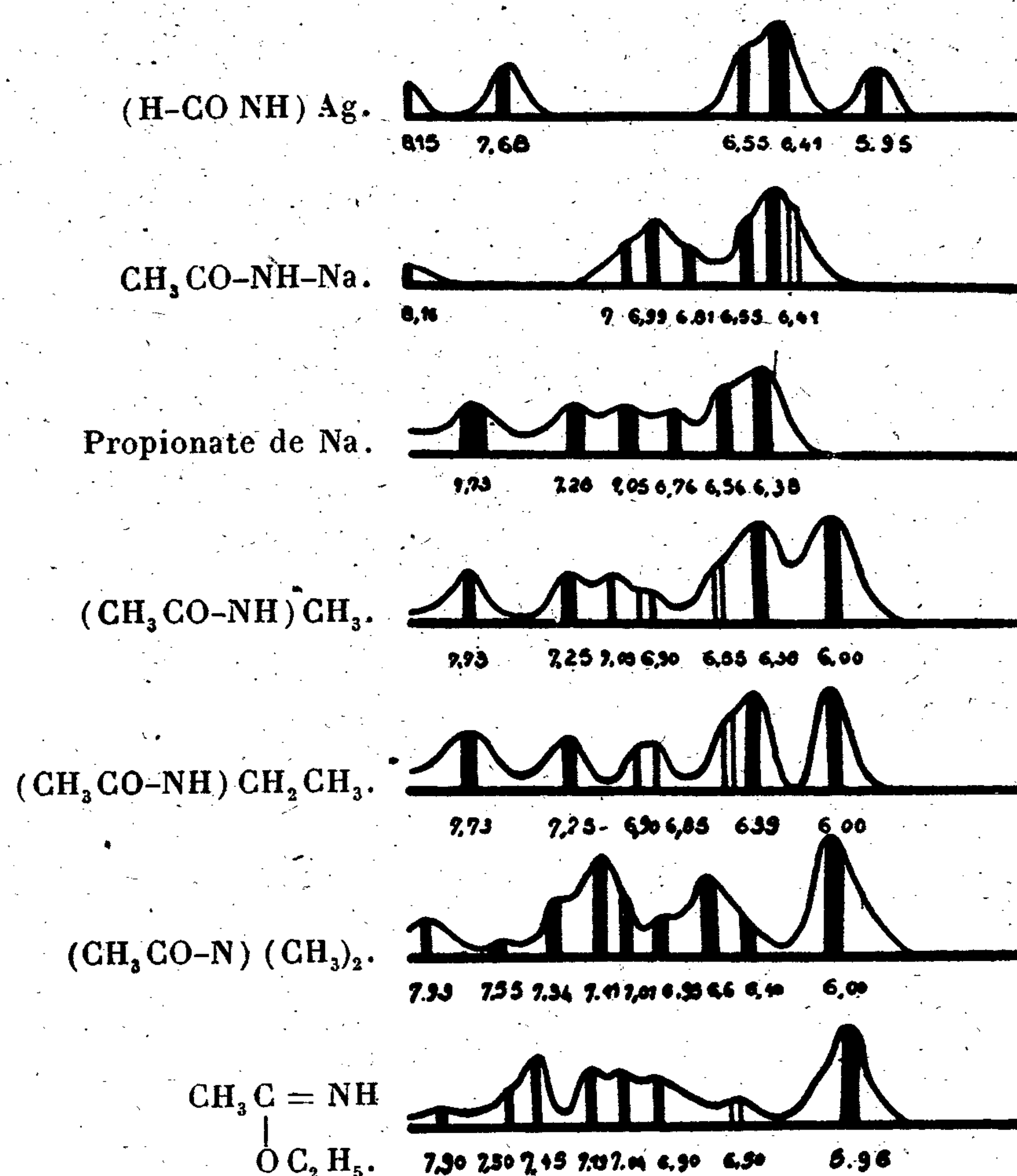
D'après les valeurs de q^{-1} (Cu : $q^{-1} \sim 0{,}6$ Å) et pour des x_0 ordinaires, on déduit que $\varepsilon = e^{q(x_0 - |x|)} \sim \infty$, sauf très près de la surface ($x_0 - |x| \sim 10$ Å), où ε diminue rapidement.

([2]) MOTT et JONES, *Prop. of Metals a. Alloys*, Oxford, 1936, p. 87; F. WOLF, *Ann. der Physik*, 41, 1942, p. 103.

5. Si le champ n'est pas normal à la lame (supposée indéfinie), la constante diélectrique sera donnée par la formule (3) dans la direction tangentielle (ε_t) et par la formule (4) dans la direction normale (ε_n).

SPECTROCHIMIE. — *Sur le spectre infrarouge et la structure des peptides, amides substituées et dérivés métalliques des amides.* Note [1] de M. **Henri Lenormant**, présentée par M. Pierre Jolibois.

Nous avons précédemment observé [2] que les spectres infrarouges des peptides et amides substituées sont semblables et caractéristiques de la liaison peptidique R—CO—NH R'. Nous avons remarqué également que la courbe d'absorption est anormale. En particulier la bande C=O que la formule classique fait prévoir vers $5^{\mu},80$ est absente.



Des anomalies spectrales apparaissent également dans le spectre Raman [Kohlrausch et Seka [3], Sannier et Poremski [4]] et dans d'autres régions de l'infrarouge [M. et R. Freymann [5], Buswell, Rodebush et Roy [6], J. Lecomte

(1) Séance du 19 novembre 1945.

(2) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 545.

(3) *Z. phys. Chem.*, B, 43, 1939, p. 355.

(4) *Bull. Soc. Chim.*, 6, 1939, p. 1629.

(5) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1850; *Ann. Chim.*, 11, 1939, p. 11.

(6) *J. Am. Chem. Soc.*, 60, 1938, p. 2444.

R. Freymann ([7])]. Elles ont été attribuées par tous ces auteurs à la présence de liaisons hydrogène. La réalité de cette liaison ne peut être discutée, surtout depuis les travaux de Buswell, Rodebush et Roy ([6]), mais paraît insuffisante pour expliquer les anomalies que nous avons observées :

1° parce que les amides disubstituées ont une absorption anormale, bien que l'absence de NH élimine toute possibilité de chélation;

2° parce que nous avons constaté que la dilution qui rompt les associations moléculaires, comme en témoignent les modifications du spectre dans la région de 3$^\mu$ [Buswell, Radebush et Roy ([6])] est sans influence sur l'absorption dans la région de 5 à 8$^\mu$;

3° enfin parce que les cycles formés par les amides ont 8 atomes, alors que ceux proposés par Ellis et Bath ([8]) pour les peptides, et qui sont les seuls possibles, en comportent 10 et qu'il paraît peu vraisemblable que des cycles différents aient des fréquences identiques.

D'autre part nous avons été frappé par l'analogie qui existe entre les spectres des amides substituées et celui des sels d'acides gras. Notamment on observe dans les deux cas une bande double et forte à 6$^\mu$,40-6$^\mu$,55 et une bande moyenne vers 7$^\mu$,75. On sait que, dans les sels d'acides gras, la première de ces bandes représente la vibration antisymétrique et la seconde la vibration symétrique de valence de la molécule triangulaire $R-C\!\begin{smallmatrix}\nearrow O\\ \searrow O\end{smallmatrix}$ (1).

Ainsi nous avons été amené à considérer, au moins comme hypothèse de travail, une structure analogue pour les amides substituées, avec résonance des atomes d'azote et d'oxygène réalisant une molécule du type suivant $R-C\!\begin{smallmatrix}\nearrow O\\ \searrow N\\ \quad H\end{smallmatrix}$ (2), dont les fréquences sont semblables à celle de (1), en raison des valeurs très voisines des masses et des forces mises en jeu.

Par contre l'existence de ces modes de vibration suppose que le radical substitué n'est pas fixé uniquement à l'azote mais indifféremment à l'azote ou à l'oxygène, ou mieux à l'ensemble de la molécule. Il faut donc écrire la formule d'une amide substituée $\left[R-C\!\begin{smallmatrix}\nearrow O\\ \searrow N\\ \quad H\end{smallmatrix}\right]\left[R'\right.$.

L'inconvénient est que, dans cette hypothèse, la bande 6$^\mu$ ne reçoit pas d'explication. Cependant on peut supposer que la forme précédente existe à l'état d'équilibre avec une forme imino-éther. Ces derniers possèdent une forte bande attribuée à C=N précisément à 6$^\mu$. Cette dernière hypothèse n'est pas très satisfaisante *a priori*, étant donnée l'intensité de la bande 6$^\mu$ des amides et la proportion vraisemblablement faible de forme imino-éther en équilibre.

([7]) *Bull. Soc. Chim.*, 8, 1941, p. 601.

([8]) *J. Chem. phys.*, 42, 1938, pp. 108-723.

Toutefois le cas des dérivés métalliques des amides s'accorde remarquablement avec cette hypothèse.

En effet l'acétamide sodée, à laquelle pour des raisons purement chimiques on a attribué une structure amidique vraie, ne présente pas trace de bande 6^{μ}. Ce corps n'existerait que sous la forme de résonance. Au contraire le dérivé argentique de la formamide, auquel les chimistes accordent une structure imino-éther, présente une bande 6^{μ} moyenne, qui témoignerait de la présence d'une forme imino-éther en équilibre avec la forme de résonance.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *État liquide. Procédé de calcul de quelques grandeurs moléculaires.* Note [1] de M. **Roger Mérigoux**, présentée par M. Henri Villat.

En remarquant que la force d'interaction moléculaire

$$f(r) = \frac{a}{r^p} - \frac{b}{r^{p+n}} = a_k \frac{r^n - r_0^n}{r^k}$$

peut se représenter avec assez de fidélité par

$$f(r) = a_i \frac{r - r_0}{r^i},$$

on peut prendre $n = 1$ dans la première expression et simplifier ainsi considérablement les calculs qui vont suivre.

Les expressions que j'ai déjà établies [2] pour l'énergie de dispersion JD et la tension superficielle γ s'écrivent

$$(1)\qquad \mu\,\mathrm{JD} = 2\pi\left(\frac{\mu \mathrm{N}}{\mathrm{M}}\right)^2 \frac{1}{3}\,\frac{a_k}{r_1^{k-4}}\left[\frac{r_1}{k-5} - \frac{r_0}{k-4}\right],$$

$$(2)\qquad \gamma = \frac{\pi}{\beta}\left(\mu\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{M}}\right)^2 \frac{1}{8}\,\frac{a_k}{r_1^{k-5}}\left[\frac{r_1}{k-6} - \frac{r_0}{k-5}\right].$$

En posant $r_0 = r_i(1+\delta)$, δ étant une fraction de l'unité généralement située entre 0,1 et 0,2, on a

$$\mu\,\mathrm{JD} = 2\pi\left(\frac{\mu \mathrm{N}}{\mathrm{M}}\right)^2 \frac{1}{3}\,\frac{a_k}{r_1^{k-5}}\,\frac{1-\delta(k-5)}{(k-5)(k-4)},$$

$$\gamma = \frac{\pi}{\beta}\left(\mu\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{M}}\right)^2 \frac{1}{8}\,\frac{a_k}{r_1^{k-6}}\,\frac{1-\delta(k-6)}{(k-6)(k-5)}.$$

La division membre à membre de ces deux relations donne

$$r_1 = \beta\,\frac{8}{3}\left(\frac{k-6}{k-4}\right)\frac{2\gamma}{\mu\,\mathrm{JD}}(1-\delta),$$

(1) Séance du 12 décembre 1945.

(2) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 611; 222, 1946, p. 5.

qui se réduit, en négligeant les puissances de δ supérieures à l'unité, à

$$r_0 = \left(\frac{k-6}{k-4}\right) D_0$$

où

$$D_0 = \beta \frac{8}{3} \frac{2\gamma}{\mu JD}.$$

On a donc

$$(3) \qquad k = \frac{6D_0 - 4r_0}{D_0 - r_0}.$$

Or la relation

$$(4) \qquad K_M = 1,8\,10^{32}\left(\frac{\mu}{M}\right)^{\frac{4}{3}} r_1^4$$

que j'ai établie (*loc. cit.*) donne, non pas r_0, mais r_1 et le calcul par approximations successives se présente ainsi :

1° on appelle k_0 la valeur approchée de k lorsqu'on remplace r_0 par r_1 ;

2° on remarque que δ est en général compris entre $1/(k-1)$ et $1/(k-2)$, sauf pour les très hautes températures ou les très hautes pressions qui tendraient à inverser le signe de la pression interne.

3° avec δ on calcule $r_0 = r_1(1+\delta)$ et finalement la vraie valeur de k par la relation (3).

Les relations (1), (2) et (4), que l'on peut appeler *équations de structure* de l'état liquide à particules sphériques, sont donc équivalentes au système

$$K_M = 1,8.10^{32}\left(\frac{\mu}{M}\right)^{\frac{4}{3}} r_1^4, \qquad k_0 = \frac{6D_0 - 4r_1}{D_0 - r_1}, \qquad \delta = \frac{1}{2}\frac{2k-3}{(k-1)(k-2)}.$$

Ayant k, r_0, r_1, donc δ qui caractérise la *pénétrabilité* des molécules, on peut, connaissant JD ou γ, calculer a_k, déterminer complètement $f(r)$ et finalement le creux de potentiel $\mathcal{F}(r_0)$.

Cas du mercure. — En opérant à 300° où l'on peut prendre $M = 200$, $L = 70$, $\gamma = 400$, $\mu = 12,87$, $K_M = 1,9$.

On a $r_1 = 2,52$ Å, $r_0 = 3$ Å, $\delta = 0,2$, $k = 6,66$, $a_k = 1,7.3\,10^{-47}$, $\mathcal{F}(r_0) = 7,5.10^{-14}$.

Cas du tétrachlorure de carbone à 20°. — $M = 154$, $L = 48$, $\gamma = 26,8$ $\mu = 1,6$, $K_M = 2,45$.

On a $r_1 = 4,91$ Å, $r_0 = 5,68$ Å (coïncidant avec le diamètre de la sphère circonscrite à la molécule), $\delta = 0,158$, $k = 8,80$, $a_k = 2,23.10^{-61}$, $\mathcal{F}(r_0) = 0,94.10^{-14}$.

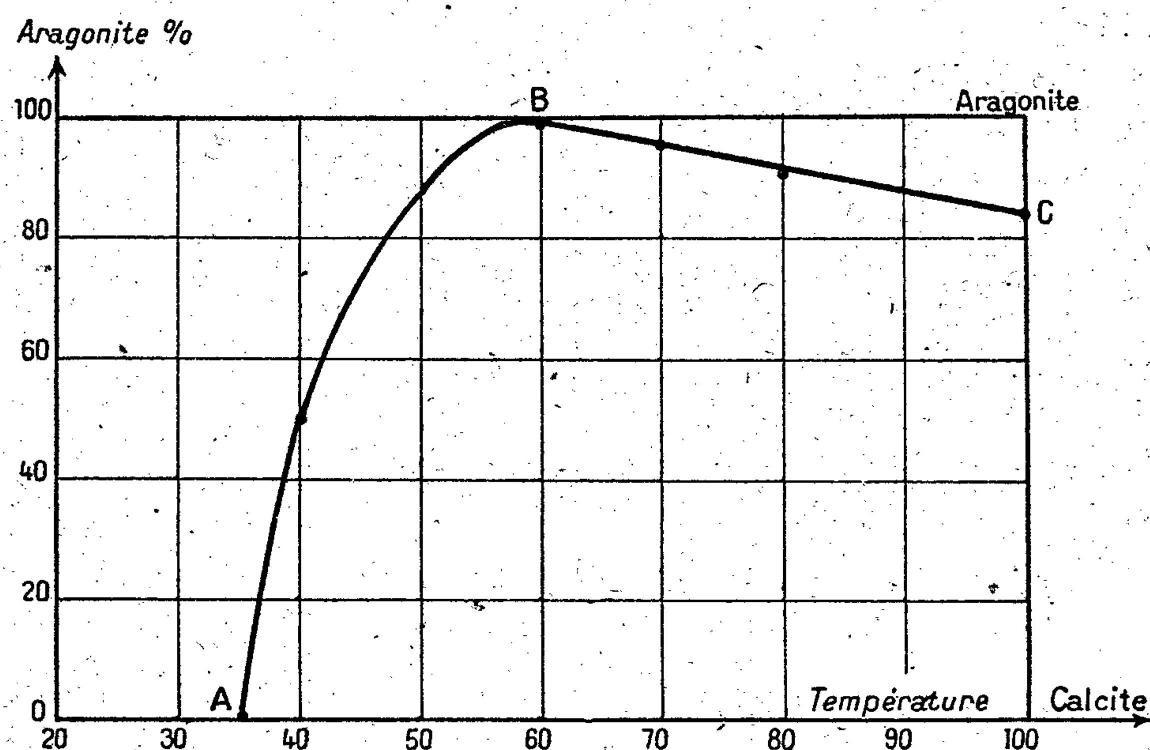
Cas du sulfure de carbone à 46°. — $M = 76$, $L = 84,9$, $\gamma = 28,5$, $\mu = 1,23$, $K_M = 2,25$.

On a $r_1 = 4,18$ Å, $r_0 = 4,75$ A (équivalent sphérique de la molécule), $\delta = 0,145$, $k = 9,25$.

CHIMIE MINÉRALE. — *Recherche des conditions physicochimiques de précipitation des trois formes cristallines du carbonate de calcium préparé par double décomposition du chlorure de calcium et du carbonate de sodium.* Note (1) de M. **René Faivre**, présentée par M. Paul Lebeau.

Aucune étude systématique de la précipitation du carbonate de calcium n'avait été effectuée jusqu'à ce jour, par suite de l'absence de méthodes d'identification et de dosage des phases en présence, la calcite rhomboédrique, l'aragonite orthorhombique pseudo-hexagonale et la vatérite forme hexagonale signalée pour la première fois par Gibson, Wyckoff et Merwin (2).

Pour étudier ce problème, nous avons utilisé la chambre à focalisation associée au monochromateur que nous avions déjà employée (3). Nous avons pu ainsi déceler jusqu'à 2 % d'aragonite ou 0,5 % de calcite dans un mélange des deux formes et effectuer des dosages à 2 % près, grâce à la mesure des intensités relatives des interférences.



Variation de la teneur en aragonite du carbonate de chaux précipité par double décomposition (CO_3Na_2 + $Ca Cl_2$), en fonction de la température de précipitation.

Aux températures inférieures à 60°, on observe toujours la formation intermédiaire d'un précipité de vatérite très fine. Cette vatérite, particulièrement instable, se transforme très rapidement en calcite au contact de la liqueur mère; la présence de gaz carbonique dissous dans l'eau ou une élévation de température accélère considérablement cette transformation en calcite, qui, à sec, se fait vers 300°. Nous avons pu préparer de la vatérite pratiquement exempte

(1) Séance du 12 décembre 1945.
(2) *Am. J. Sci.*, 10, 1925, p. 325.
(3) R. Faivre et G. Chaudron, *Bull. Soc. Chim. France*, 5e série, 11, 1944, p. 387; *Comptes rendus*, 219, 1944, p. 29; R. Faivre, *ibid.*, 219, 1944, p. 73.

de calcite par précipitation à 30° de solutions additionnées d'alcool. Le précipité doit être séparé aussi rapidement que possible de la liqueur mère, puis lavé à l'alcool.

Si on laisse au précipité de carbonate de chaux le temps d'évoluer et de se déposer, on constate qu'il est formé uniquement de calcite aux températures inférieures à 35° environ. Mais on observe un mélange de calcite et d'aragonite aux températures comprises entre 35° et 100°. L'aragonite, moins instable que la vatérite, ne se transforme pratiquement pas, même par contact prolongé avec la liqueur mère. Aussi peut-on étudier les variations de composition du précipité en fonction de la température et les représenter par une courbe.

Nous interprétons cette courbe de la façon suivante : la partie descendante BC correspond au passage de la forme instable aragonite à la forme stable calcite par élévation de température; puisque la calcite observée au-dessous de 60° provient de la destruction de vatérite, intermédiairement formée, la portion ascendante AB représente le passage de la forme la plus instable, la vatérite, à la forme aragonite. Aux températures inférieures à 35° environ, on obtient de la calcite provenant de la destruction de la vatérite sous l'action du gaz carbonique dissous.

Si l'on fait abstraction de l'influence perturbatrice du gaz carbonique, l'ordre de précipitation des trois formes du carbonate de chaux est bien celui que laissent prévoir les considérations thermodynamiques : vatérite, aragonite, calcite. En pratique, la vatérite s'obtient pure à 30° dans les conditions que nous avons précisées, l'aragonite à 60°. Quant à la calcite, c'est elle que l'on obtient toujours aux températures inférieures à 35°, si on laisse au précipité le temps d'évoluer et de se déposer.

CHIMIE ORGANIQUE. — *L'oxydation du β-naphtol par le permanganate de potassium.* Note de M. **Michel Delannoy**, présentée par M. Marcel Delépine.

Dans l'oxydation permanganique, contrairement à ce qui ce passe pour l'α-naphtol (1), qui fournit de l'acide phtalique avec un rendement théorique, on n'obtient avec le β-naphtol qu'une faible proportion, mais on recueille en plus une quantité importante de composés colloïdaux ou résineux. Aussi avons-nous entrepris de déterminer l'influence des divers facteurs de l'oxydation permanganique du β-naphtol en milieu acide (2).

Dans une *oxydation progressive* nous avons d'abord déterminé l'influence de *l'acidité* : en versant peu à peu MnO_4K N/1 dans des prises d'essai de 1/1000 de molécule de naphtol en suspension dans 100$^{cm^3}$ de SO_4H_2 dilué dont le titre

(1) Henriques, *Ber. d. Chem. Ges.*, **21**, 1888, p. 1607.

(2) A. Leman et M. Delannoy, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, **10**, 1943, p. 509; et **12**, 1945, pp. 539-540.

varie de 0,005 N à 2 N, à froid jusqu'à apparition d'oxydes bruns de Mn puis à chaud jusqu'à coloration rose persistante.

Nous avons constaté qu'à *froid* la proportion d'acide est un facteur activant de l'oxydation qui nécessiterait 23 atomes d'oxygène oxydant pour la combustion totale d'une molécule de naphtol. Soit :

Acidité (N)	0,005	0,02	0,05	0,1	0,2	0,5	(1)	1,5	2
Atomes d'O (*a*)	1,27	3,30	5,57	6,67	8,62	9,70	12,17	13,30	13,30

(*a*) par molécule de naphtol.

A chaud, au contraire, une acidité initiale moyenne assure un taux d'oxydation plus avancée :

Acidité (N)	0,005	0,02	0,05	0,1	0.3	0,5	(1)	2
Atomes d'O/mol	5,53	7,30	14,95	19,23	22,75	22,40	17,70	17,70

Dans une *oxydation massive* nous avons alors étudié les divers facteurs d'activation d'après la technique suivante : sur [0,0001] molécule de β-naphtol on fait agir 100$^{cm^3}$ de MnO_4K N/10, quantité largement suffisante pour l'oxydation totale, en faisant varier la quantité d'acide, la température et la durée de réaction; ensuite on arrête brusquement l'oxydation par l'addition d'une quantité excédentaire de $C_2O_4H_2$ N/1, ou de sulfate ferreux pour les essais à 15°, on dose enfin l'excès de réducteur au moyen de MnO_4K N/1 en milieu acide.

Voici nos principales constatations pour des pH initiaux 1,8-1,4-0,8-0 :

1° *Influence de l'acidité.* — *A froid* le taux d'oxydation croît en raison directe de l'acidité; ainsi, pour une durée de réaction de 10 minutes à 15°, les taux sont 47, 53, 53 et 61 % ; *à chaud* le taux d'oxydation décroît quand l'acidité augmente; pour une durée de réaction de 30 minutes à 50°, les taux sont 82, 76, 73 et 74; et pour 20 minutes à 80° : 100, 94, 88 et 84 %.

2° *Influence de la température.* — C'est le facteur le plus activant; ainsi le taux de 66 %, qui est atteint en 60 minutes à 15°, quelle que soit l'acidité, l'est en 5 minutes à 50° et en moins de 3 minutes à 80°.

3° *Influence de la durée de réaction.* — Les vitesses d'oxydation, toujours très grandes pendant les premières minutes, décroissent ensuite, et surtout quand le taux est voisin de 66 % ; ce taux n'est pas dépassé à 15° quelle que soit la durée de réaction; il ne l'est que sous l'influence de la température et l'oxydation totale demande, pour un pH 1,8, un temps d'oxydation de 60 minutes à 50° et de 20 minutes à 80°.

Ce taux de 66 % constitue un palier de résistance. Normalement, en tenant compte de la résistance de l'acide phtalique à l'oxydation en milieu acide ([3]), on devrait avoir ce palier pour un taux de 33 %, soit 8 atomes.

([3]) A. Léman et M. Delannoy, *Comptes rendus*, 218, 1944, pp. 322-324.

Ceci nous amène à faire l'hypothèse suivante : l'oxydation a pour résultat primaire la duplication de deux molécules de β-naphtol en di-naphtol; l'un des noyau s'oxyderait ensuite plus facilement que le second qui, seul, donnerait de l'acide phtalique.

Pour confirmer cette hypothèse nous avons fait des oxydations sur des quantités plus importantes de naphtol-1/10 de molécule à froid, à pH 0, en un temps de 120 minutes avec des quantités variables de MnO_4K, calculées pour avoir une oxydation entre 8 et 16 atomes, soit au taux de 33 à 66 %.

C'est seulement dans les cas d'oxydation à 16 atomes que nous avons obtenu un résultat satisfaisant : 74 % du rendement théorique en acide phtalique, titré par dosage acidimétrique et aussi colorimétrique grâce à la fluorescéine. Dans les oxydations identiques, à 8 atomes, on obtient 10 % et à 11 et 14 atomes 20 %; dans ces derniers cas, à côté de l'acide phtalique, on trouve des quantités d'autant plus importantes de résines que le rendement phtalique est plus faible.

Conclusions. — 1° Dans l'oxydation du β-naphtol par le permanganate une acidité forte est un facteur d'activation à froid; au contraire, à chaud, la réaction est plus rapide en acidité faible ou moyenne.

2° La température accroît sensiblement la vitesse de réaction, et un taux de 66 %, qui demande 60 minutes à 15°, est atteint en 5 minutes à 50° et en moins de 3 minutes à 80°.

3° On constate une résistance à l'oxydation pour un palier de 66 % et seule la température permet de vaincre cette résistance.

4° Il semble que ce palier corresponde à la combustion totale d'une molécule de naphtol sur deux, l'autre n'étant oxydée qu'au terme acide phtalique.

Ceci expliquerait que le rendement en acide phtalique n'est jamais théorique comme dans l'oxydation de l'α-naphtol.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Obtention et structure de composés tétrahydro-furaniques par réduction de mélanges d'acétophénol et d'aldéhydes α-éthyléniques.* Note de M. **Joseph Wiemann**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nous avons montré (1) que la réduction des aldéhydes α-éthyléniques pouvait conduire à des dérivés furaniques, si elle était effectuée à un potentiel de réduction suffisant, par exemple par le magnésium ; la présente Note a pour but de montrer que cette réduction condensatrice pouvait aussi s'effectuer entre ces aldéhydes et l'acétophénone; les produits attendus ayant été obtenus déjà d'une autre façon (2), on pouvait aussi espérer avoir une confirmation de la structure présumée.

---

(1) *Bull. Soc. Chim.*, 6, 1939, p. 1125; Ch. Glacet et J. Wiemann, *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1233; Ch. Glacet, *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 1323; 209, 1940, p. 479; 218, 1944, p. 283.

(2) B. Helferich et M. Gehrke, *Ber. d. chem. Ges.*, 54, 1921, p. 2644.

Acroléine et acétophénone. — Dans ce cas, contrairement au suivant, les rendements sont très mauvais; cela doit tenir à la fragilité du composé obtenu dans la synthèse effectuée par Helferich ([2]), ils sont, en effet, à peu près du même ordre; deux moles d'acroléine et trois d'acétophénone n'ont donné qu'une vingtaine de grammes du produit attendu, passant de 120 à 135° sous $2^{mm},3$; on obtient en outre vers 80° sous 14^{mm} de l'ordre de 25^g du produit de réduction de l'acroléine seule ([1]), et vers 160° sous $0^{mm},5$ de l'acétophénone-pinacone; on retrouve près de deux moles d'acétophénone. A la redistillation, on n'isole que 2 à 3^g de produit propre; cette décomposition par distillation a aussi été signalée ([2]).

Le méthyl-2 phényl-2 hydroxy-5 tétrahydrofuranne $C_{11}H_{14}O_2$ obtenu a comme constantes : $É_{1,1}$ 118-119° ou $É_{0,6}$ 100°; n_D^{17} 1,5232; D_4^{17} 1,079; RM calculé 50,46 pour 50,36 théorique; le spectre Raman nécessitant des distillations répétées donne des raies fortes à 1615 et 1670 dues à des produits de décomposition; ce composé réduit la liqueur de Fehling à chaud, colore le Schiff lentement comme le produit de synthèse; mais les constantes de ce dernier sont légèrement différentes; cependant l'auteur indiquant lui-même qu'il n'est pas pur, et l'analyse le confirme, nous ne nous y arrêterons pas. L'obtention facile, comme pour le composé synthétique, d'un éther-oxyde méthylique, hémi-acétal de la forme aldéhydique en confirme la structure; le phényl-2 méthyl-2 méthoxy-5 tétrahydrofuranne $C_{12}H_{16}O_2$ a les constantes : $É_{15}$ 121°,5-122°,5; n_D^{17} 1,5075; D_4^{17} 1,041, d'où RM trouvé 54,93 pour 54,98; on a C% 75,38; H% 8,44 pour 75 et 8,33 calculé; là encore les constantes diffèrent, mais l'auteur indique avoir pris $1^g,2$ du produit passant à 128° sous 16^{mm} et la RM trouvée 57,36 est inadmissible; nous avions une quantité de produit bien supérieure donnant un point d'ébullition fixe, et le spectre Raman suivant :

623 (3), 708 (1), 762 (3, bde), 846 (0, bde), 1002 (10), 1029 (6), 1159 (1)) 1182 (1), 1445 (3, bde), 1581 (1), 1602 (5), 2935 (0, bde), 2985 (1, bde), 3060 (2, bde).

Aldéhyde crotonique et acétophénone. — Deux moles d'aldéhyde et trois d'acétophénone donnent, à côté de produits provenant de la réduction des composants seuls, une trentaine de grammes passant à 118°-122° sous $0^{mm},6$, que l'on retrouve presque entièrement à la redistillation : diméthyl-2.3 phényl-2 hydroxy-5 tétrahydrofuranne $C_{12}H_{16}O_2$: $n_D^{15,5}$ 1,5348; $D_4^{15,5}$ 1,083; $RM_{calc.}$ 55,156 pour $RM_{théor.}$ 54,98; ne colore le schiff qu'après plusieurs jours; C % 74,4; H % 8,38 pour 75,0 et 8,33; éther-oxyde méthylique ou diméthyl-2.3 phényl-2 méthoxy-5 tétrahydro-furanne $C_{13}H_{18}O_2$: $É_{13}$ 128°; n_D^{14} 1,5091; D_4^{14} 1,030; $RM_{calc.}$ 59,73 pour $RM_{théor.}$ 59,72; C % 75,1; H % 8,78 pour 75,7 et 8,74; A = 34,865 dynes/cm, d'où un parachor de 483,6 pour 484,8 théor.; spectre Raman :

515 (2), 693 (3), 766 (1), 844 (1 bde), 917 (1), 951 (1), 1000 (10), 1029 (7), 1157 (2),

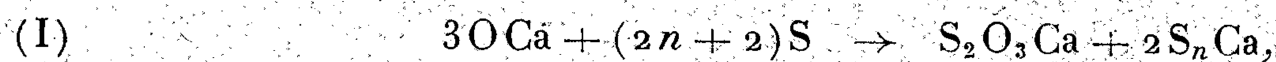
1186 (2), 1246 (1), 1326 (0), 1450 (4 bde), 1584 (1), 1603 (7), 2929 (1), 2979 (2), 3064 (2 bde).

Ce composé plus stable semble mieux se prêter à une identification; aussi avons-nous l'intention d'en réaliser la synthèse, comme elle a été faite pour l'homologue inférieur.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *La teneur en thiosulfate des bouillies sulfocalciques.* Note [1] de MM. **Guy Emschwiller**, **Jacques Granjon** et **Maurice Velan**, présentée par M. Paul Lebeau.

Les polysulfures de calcium, qui présentent l'intérêt que l'on sait dans la lutte contre de nombreuses maladies des plantes, ne sont préparés par l'industrie française qu'en solutions concentrées, dites *bouillies sulfocalciques*, dont les teneurs en thiosulfate doivent être faibles pour des raisons de stabilité. Nous nous proposons de préciser les raisons de la présence en quantités variables de thiosulfate dans les bouillies.

Quand on chauffe ensemble du soufre et de la chaux en présence d'eau, il apparaît tout de suite et tout à la fois en solution des polysulfures et du thiosulfate de calcium, dans la proportion de deux molécules à une, conformément à l'équation globale



$$(I) \qquad 3\,OCa + (2n+2)S \rightarrow S_2O_3Ca + 2S_nCa,$$

où n a une valeur moyenne d'environ 4,8. La réaction procède plus ou moins rapidement suivant les conditions opératoires et n'est suivie d'aucune autre quand les constituants mis en œuvre sont consommés avant qu'une certaine concentration des polysulfures soit atteinte. Mais si, avant que la transformation soit achevée, la teneur en polysulfures dépasse une valeur un peu supérieure à une molécule-gramme par litre, on assiste à une diminution de la concentration du thiosulfate, accompagnée d'une précipitation de sulfite de calcium. La teneur finale en thiosulfate est d'autant plus petite que la bouillie est plus concentrée; si ce résultat a été reconnu *grosso modo* depuis longtemps [2], on n'en avait pas encore donné, à notre connaissance, l'explication.

Le thiosulfate de calcium est susceptible de se dissocier réversiblement en solution aqueuse; F. Russel Bichowsky a déterminé les concentrations d'équilibre, à diverses températures, du thiosulfate de calcium en présence de sulfite de calcium et de soufre insolubles en excès [3]. Mais les équilibres s'établissent de façon tellement lente aux températures qui sont celles de

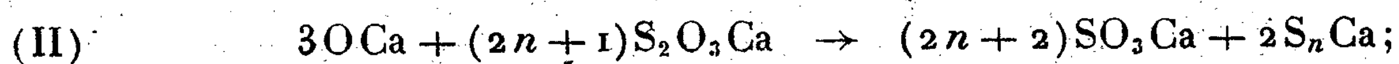
[1] Séance du 2 janvier 1946.

[2] Voir, entre autres, R. W. Thatcher (*J. Amer. Chem. Soc.*, 30, 1908, p. 63) qui donne des analyses de bouillies américaines.

[3] *J. Amer. Chem. Soc.*, 45, 1923, p. 2225.

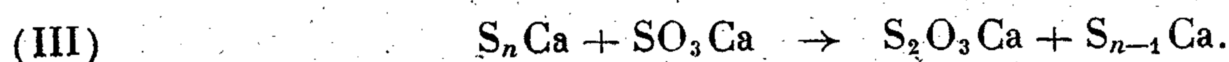
fabrication des bouillies qu'il ne peut s'agir ici de cette décomposition thermique pure et simple. Aussi bien avons-nous reconnu l'existence d'un facteur essentiel, la présence même de la chaux, qui se trouve toujours en excès quand on prépare des bouillies sulfocalciques.

Lorsqu'on sépare une bouillie du dépôt qui l'accompagne durant sa fabrication, puis qu'on la concentre, les proportions relatives de thiosulfate et de polysulfures ne varient pas. Mais, dès qu'on ajoute de la chaux, on retrouve le phénomène de décomposition du thiosulfate; ici encore nous ne l'avons observé que pour des solutions suffisamment concentrées en polysulfures. Nous avons donc été conduits à étudier cette action directe de la chaux sur le thiosulfate de calcium; elle donne principalement du sulfite et des polysulfures



$$\text{(II)} \qquad 3\,OCa + (2n+1)S_2O_3Ca \rightarrow (2n+2)SO_3Ca + 2\,S_nCa;$$

les valeurs de n croissent avec les concentrations des solutions de thiosulfate mises en œuvre et atteignent 3,5 pour une teneur initiale de deux molécules-gramme de thiosulfate par litre. On obtient somme toute des liqueurs dont la composition rappelle celle des bouillies sulfocalciques, à l'ordre des polysulfures près. Mais la disparition du thiosulfate n'est jamais totale et il faut en accuser l'existence d'une réaction antagoniste des polysulfures sur le sulfite ([4])



$$\text{(III)} \qquad S_nCa + SO_3Ca \rightarrow S_2O_3Ca + S_{n-1}Ca.$$

Au total deux réactions s'opposent, l'une destructrice, l'autre génératrice de thiosulfate, et l'on aboutit à un pseudo-équilibre tel que la teneur finale en thiosulfate est d'autant plus grande que l'ordre des polysulfures est plus élevé ([5]).

Pour justifier l'influence de la concentration des bouillies, on ne peut que se baser sur des considérations cinétiques. Il va de soi que, toutes autres choses égales, la vitesse de décomposition du thiosulfate doit croître avec sa concentration, tandis que sa vitesse de régénération doit croître avec la concentration du sulfite, et l'on ne trouve, en définitive, à invoquer, pour interpréter les résultats, qu'une forte diminution de la solubilité du sulfite de calcium quand la concentration des bouillies devient trop grande. En solutions assez diluées de polysulfures les constantes de vitesse et la solubilité du sulfite doivent être telles que la reformation du thiosulfate l'emporterait sur sa destruction;

([4]) Réaction signalée par A.-A. SANFOURCHE, *Bull. Soc. Chim.*, **10**, 1943, p. 473.

([5]) Le thiosulfate peut être détruit dans les bouillies, sans qu'il soit besoin d'ajouter de la chaux, lorsque leur concentration est poussée très loin, car l'hydrolyse donne alors naissance à des composés basiques.

au contraire, au delà d'une certaine concentration des bouillies, la solubilité du sulfite devenant de plus en plus faible, c'est la destruction du thiosulfate qui l'emporte de plus en plus.

La diminution de solubilité du sulfite de calcium ne semble pas attribuable à l'augmentation de la concentration des ions calcium; des mesures de la solubilité du sulfite de calcium dans des solutions aqueuses de chlorure de calcium, à pH constant, dont les teneurs en calcium correspondaient à celles des bouillies, nous ont révélé au contraire une légère augmentation de la solubilité du sulfite avec la concentration du calcium. On ne peut ainsi que faire appel à l'influence des composés sulfurés; si nous n'avons pas réussi à la mettre directement en évidence, du moins avons-nous reconnu que la solubilité du sulfite de calcium, dans une solution de sulfure de sodium, diminue grandement quand la concentration passe de une à deux molécules-gramme par litre.

BOTANIQUE. — *Sur la série principale des divergences foliaires reconnues par la théorie phyllotaxique classique.* Note de M. **Lucien Plantefol**, présentée par M. Louis Blaringhem.

A l'occasion de ma première Communication sur la théorie phyllotaxique des hélices multiples (¹), M. Hadamard rappela les propriétés mathématiques si frappantes offertes par la série des divergences foliaires reconnues par la théorie classique; ces caractères n'ont pas été étrangers au succès et au maintien de cette théorie, pratiquement indiscutée depuis plus d'un siècle. Il est essentiel de préciser et le degré de généralité de cette série, et le caractère et l'importance des exceptions rencontrées.

K. Schimper (²) en 1830, A. Braun (³) en 1831 définirent la notion de spirale génératrice et celle d'angle de divergence séparant deux feuilles successives le long de la spirale génératrice; ils affirmèrent la constance de cet angle dans chaque espèce; ils montrèrent que, pour la plupart des végétaux, les fractions de circonférence qui expriment ces divergences peuvent être transformées en fractions continues qui sont toutes de la forme

$$\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\ldots}}},$$

c'est-à-dire que chacune des divergences constitue l'une des réduites d'une fraction continue comportant uniquement 1 comme quotients incomplets

(¹) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 422.
(²) *Geiger's Mag. für Pharm.*, 1830, p. 2.
(³) A. Braun, *Nova Acta Phys. med. Acad. Leop. Carol.*, 15, 1831, p. 195.

à partir du 2e terme; ces réduites sont

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{5}{13}, \frac{8}{21}, \frac{13}{34}, \frac{21}{55}, \frac{34}{89}, \frac{55}{144}, \ldots;$$

la série des numérateurs et celle des dénominateurs sont identiques, décalées de deux rangs; elles sont empruntées à la suite de Fibonacci, dont chaque terme est la somme des deux précédents, d'où les quotients incomplets égaux à 1.

Ces résultats ont reçu deux interprétations différentes, bien que marquées du même idéalisme. Pour Schimper et Braun, ces divergences diverses sont les faits réels, discontinus, liés entre eux par le seul lien mathématique que l'esprit découvre dans la nature. Pour L. et A. Bravais ([1]), les divergences mesurées ne sont que des valeurs approchées de l'unique divergence idéale recherchée par la nature, à savoir la valeur correspondant à la fraction continue comportant un nombre infini de termes et que le calcul exprime par la fraction irrationnelle

$$\frac{3-\sqrt{5}}{2}, \quad \text{soit } 137^\circ 30' 28'', \ldots;$$

cet angle est le petit segment de la circonférence partagée en moyenne et extrême raison.

Degré de généralité. — Notons d'abord, comme je l'ai montré ([1]), qu'il y a des cas fréquents où le tracé d'une spirale génératrice, au milieu de feuilles éparses, est impossible et que les essais d'application aux dispositions rectisériées (plantes cactoïdes etc.), ainsi qu'aux dispositions verticillées (*Nerium*, *Myrtus* etc) constituent une généralisation artificielle.

Dans les cas où une spirale génératrice peut être tracée, les observations concordent pour reconnaître la fréquence avec laquelle les divergences mesurées appartiennent à la série étudiée; si l'on suppose ces divergences connues sans aucune erreur, la fréquence serait de l'ordre de 80 %.

On doit distinguer deux groupes de cas aberrants :

1° Tandis que la série fondamentale concerne le domaine compris entre 1/2 et 1/3, on imagine d'autres séries concernant les domaines compris entre 1/3 et 1/4, 1/4 et 1/5, 1/5 et 1/6, ..., et correspondant aux fractions continues

$$\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\ldots}}}, \qquad \cfrac{1}{4+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\ldots}}}, \qquad \cfrac{1}{5+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\ldots}}}$$

On a rencontré dans la nature un nombre de termes d'autant plus faible appartenant à chacune de ces séries, que l'ordre de la série considérée est plus élevé. De la série où le premier terme de la fraction continue est 1/7, on n'a

([1]) *Ann. Sc. Nat., Bot.*, série 2, 7, 1837, p. 42.

observé que les divergences correspondant aux trois premières réduites : 1/7, 1/8, 2/15. Une série débutant par 1/9 est envisagée pour le seul terme 2/19.

2° Dans le domaine même de la série fondamentale, entre 1/2 et 1/3, on a signalé un grand nombre de divergences qui n'appartiennent pas à la série :

a. Entre les deux premières approximations par excès, 1/2 et 2/5, peuvent être intercalées 15 fractions formées également de nombres premiers entre eux et dont le numérateur soit $\leqq 10$. Or 11 de ces valeurs ont été relevées dans les divergences mesurées. Entre les deux approximations par défaut, 3/8 et 1/3, 8 sur 10 des fractions possibles ayant un numérateur $\leqq 10$ ont été rencontrées au cours des déterminations qui ont servi à fonder la théorie.

b. Entre 2/5 et 3/8 s'intercalent seulement 4 fractions de numérateur $\leqq 10$, 5/13 et 8/21 qui sont de la série fondamentale, 7/18 et 9/23 qui n'y appartiennent pas et dont des exemples ont été signalés par Braun lui-même.

Erreurs. — La grandeur des erreurs à envisager est très variable. Avec des entrenœuds courts et un grand nombre de feuilles, l'erreur est faible : 10 minutes environ pour la divergence des écailles d'un cône de Pin maritime. Si les entrenœuds sont allongés, ce qui est le fait général, le choix de la méthode de mesure est essentiel : la divergence d'une même espèce végétale mesurée par Braun et par Bravais suivant leurs méthodes personnelles, également logiques en apparence, diffère parfois de 4°.

Au total la généralité et la précision de la série phyllotaxique fondamentale sont loin d'être aussi assurées que ne l'admet la théorie classique.

PHYTOCHIMIE. — *Sur les principes immédiats des amandes de Tanghin.* Note de MM. **Marcel Frèrejacque** et **Victor Hasenfratz**, présentée par M. Richard Fosse.

En 1889, Arnaud [1] a extrait, des amandes des noix de *Tanghinia venenifera* Poir., une substance toxique cristallisée en lamelles rhombiques, la tanghinine, F 182°, $[\alpha]_D - 67°$ (C_2H_5OH), à laquelle il a attribué la formule $C_{27}H_{40}O_8$.

Ayant à notre disposition un lot de noix de Tanghin, nous avons observé que certaines amandes de ces noix étaient parfaitement blanches alors que d'autres, devenues noires, paraissaient avoir subi une altération. L'étude de ces amandes noires a permis à l'un de nous [2] d'isoler, à côté de la tanghinine, une autre substance cristallisée, la *pseudotanghinine*. Nous avons repris maintenant l'étude des graines inaltérées. En employant la technique d'Arnaud, nous avons été surpris de constater que l'extrait alcoolique des amandes dégraissées est un sirop

---

(1) *Comptes rendus*, **108**, 1889, p. 1255; **109**, 1889, p. 701.

(2) Victor Hasenfratz, *Comptes rendus*, **213**, 1941, p. 404.

entièrement soluble dans l'eau et ne renfermant aucune substance cristallisable. Par un procédé qui sera indiqué dans une Note ultérieure, nous avons cependant pu obtenir, à partir des amandes blanches, la tanghinine d'Arnaud avec un rendement d'au moins 6 % du poids des amandes dégraissées. Le produit obtenu a les constantes physiques et l'aspect décrits par Arnaud; toutefois, les dosages de carbone et d'hydrogène faits sur ce corps conduisent à des données analytiques différentes de celles attribuées à la tanghinine.

Ces divergences s'expliquent par le fait que nous avons pu séparer la tanghinine en deux fractions ayant des constantes physiques distinctes, bien que la tanghinine d'Arnaud ait l'apparence d'un corps parfaitement pur. Les cristallisations successives de la tanghinine dans l'alcool aqueux ne conduisent à aucune séparation. On peut cependant scinder cette tanghinine, quoique très péniblement, au moyen de l'acétone, de l'acétate d'éthyle ou du benzène : lorsqu'on dissout, à froid, la tanghinine dans une petite quantité d'acétone, la solution obtenue se trouble rapidement, puis se prend en masse; par centrifugation on recueille un précipité très peu soluble dans l'alcool. Par contre, la portion soluble dans l'acétone est aisément soluble à chaud dans l'alcool à 60° et se sépare, à froid, sous forme de lamelles nacrées, rhombiques, d'un aspect identique à celui du produit de départ : aussi proposons-nous de lui conserver le nom de *tanghinine*. Pour des raisons indiquées plus loin, nous appellerons *désacétyltanghinine* la fraction peu soluble dans l'acétone et l'alcool.

La tanghinine cristallisée de l'alcool à 60° contient environ 5 molécules d'eau; séchée à 110°, dans le vide, elle en retient encore une demi-molécule. Elle a alors pour formule $C_{32}H_{46}O_{10} + {}^1/_2 H_2O$ et fond à 130°, $[\alpha]_D$ —79° (C_2H_5OH).

La désacétyltanghinine $C_{30}H_{44}O_9$ cristallise de l'alcool à 95° sous forme de prismes anhydres, F 195°, $[\alpha]_D$ —56° (C_2H_5OH).

La tanghinine et la désacétyltanghinine, acétylées en présence de pyridine, conduisent à un même dérivé acétylé, l'*acétyltanghinine* $C_{34}H_{48}O_{11}$, prismes très solubles dans l'alcool à 95°, F 188-189°, $[\alpha]_D$ —85° (C_2H_5OH). L'identité des produits d'acétylation de la tanghinine et de la désacétyltanghinine montre que celle-ci peut fixer deux groupes acétyles alors que la tanghinine n'en fixe qu'un.

De même on peut préparer une *dibenzoyldésacétyltanghinine* $C_{44}H_{52}O_{11}$ qui cristallise de l'alcool en prismes courts, F 194°, $[\alpha]_D$ —72°,6 (C_2H_5OH) et une *benzoyltanghinine* $C_{39}H_{50}O_{11}$ qui se sépare de l'alcool en prismes allongés, F 148°, $[\alpha]_D$ —60° (C_2H_5OH).

La désacétyltanghinine, la tanghinine et l'acétyltanghinine, qui ne se combinent pas à l'hydroxylamine, fixent facilement, en présence de nickel de Raney, deux atomes d'hydrogène, pour donner respectivement la *dihydrodésacétyltanghinine*, $C_{30}H_{46}O_9 + H_2O$, F 182°, $[\alpha]_D$ — 58° (C_2H_5OH), la

dihydrotanghinine, $C_{32}H_{48}O_{10}$, F 192°, $[\alpha]_D - 87°,8$ (C_2H_5OH) et la *dihydroacétyltanghinine*, $C_{34}H_{50}O_{11}$, F 164°, $[\alpha]_D - 90°$ (C_2H_5OH). Ce dernier corps, qui cristallise de façon particulièrement remarquable, peut également être obtenu par acétylation de la dihydrodésacétyltanghinine.

La tanghinine, son dérivé désacétylé et son dérivé acétylé donnent tous trois les réactions de Legal et de Baljet, alors que leurs dérivés hydrogénés ne présentent plus ces réactions, caractères qui appartiennent au groupe des digitaliques. Ces réactions sont généralement attribuées à la présence d'une double liaison et d'un noyau lactonique : c'est la présence de ce noyau qui explique que la désacétyltanghinine est saponifiée par une molécule de KOH, alors que la tanghinine, qui contient un groupe acétyle, exige deux molécules de KOH pour sa saponification complète. Nous avons d'ailleurs retrouvé l'acide acétique dans les produits de saponification de la tanghinine. Signalons enfin la présence d'un groupe méthoxyle dans la tanghinine et ses dérivés.

En résumé la tanghinine d'Arnaud ne préexiste pas dans les amandes des noix de Tanghin; elle est en réalité un mélange de tanghinine vraie et de son dérivé désacétylé. Toutefois, à l'encontre des digitaliques, la tanghinine ne conduit pas, sous l'action des alcalis, à un isomère ne présentant pas la réaction de Legal.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur un facteur bactériostatique des Tomates fraîches et desséchées*. Note de MM. **Auguste Sartory** et **Jacques Meyer**.

Dans un travail antérieur nous avons démontré que les graines de Cresson alénois (*Lepidum sativum* L.) se prêtent très favorablement à la détermination du pouvoir inhibant la germination ou le développement des filtrants obtenus par plasmolyse de cellules levuriennes. Nous avons ainsi pu mettre en évidence la présence de facteurs phyto- et bactériostatiques élaborés par des Levures. En essayant différentes macérations et extractions de fruits pour déterminer leur pouvoir inhibant la germination des graines de Cresson alénois, nous avons également fait usage de jus de Tomates préparé de différentes façons.

500^g de Tomates fraîches ont été hachés fins et exprimés à travers une toile. Le jus obtenu a été filtré et le pH déterminé (4,8). On prépare des dilutions progressivement croissantes, on place 20 graines de Cresson par boîte de Petri, munie d'une rondelle de papier filtré mouillé avec de l'eau ordinaire ou 3$^{cm^3}$ de la dilution de jus de Tomates à essayer et le tout est disposé à la température de 27°.

Le tableau ci-après explique la disposition et les résultats d'une de ces expériences.

Développement des radicelles des graines de Cresson sous l'influence de jus de Tomates fraîches.

Durée de l'expérience (heures).	Longueur des radicelles en millimètres.						
	Jus non dilué.	Dilutions de					Témoin à l'eau ordinaire.
		1/5.	1/10.	1/20.	1/30.	1/50.	
24	0	0	0	1	2	4	4
36	0	0	1	2	4	8	7
48	0	1	4	5	6	11	12
60	0	2	5	9	11	13	13
72	0	5	7	12	14	16	17
80	0	7	9	14	18	19	20
96	0	8,5	11	16	19	21	22

Cette première expérience démontre que le jus de Tomates fraîches a une action inhibitrice nette sur le pouvoir germinatif du Cresson. Le jus non dilué empêche la germination définitivement. La dilution de 1/5 retarde la germination de 48 heures et, l'expérience terminée, après 4 jours de culture la longueur des radicelles est diminuée d'environ 60 %. La dilution de 1/30 occasionne encore un retard de l'amorcement de la germination, mais à partir de la 48e heure de l'expérience l'influence phytostatique ne se manifeste plus ici.

Pour caractériser plus nettement ce facteur phytostatique, au point de vue de ces propriétés chimiques et physiques, nous avons tout d'abord essayé de l'extraire de sa solution initiale et de déterminer ainsi sa solubilité dans les différents solvants : l'éther, l'éther de pétrole, le chloroforme, l'alcool, l'acétone.

Nous avons épuisé tout d'abord le jus de Tomates au moyen de ces solvants. Ces expériences nous ont démontré que les facteurs inhibiteurs passaient le mieux dans la solution éthérée ou chloroformée, alors que la solution extractive au moyen de l'éther de pétrole ne présentait aucune action phytostatique. Cependant l'action inhibitrice se manifestait très faiblement dans ces expériences. Nous avons alors épuisé, au moyen de l'éther ou de chloroforme, des Tomates fraîches, hachées, macérées directement dans le solvant pendant 8 jours. Nous employons 250^{g} de Tomates, 1000$^{cm^3}$ d'éther. Celui-ci est alors décanté et évaporé dans l'exsiccateur à vide. Le résidu est repris par 25$^{cm^3}$ d'eau et la solution ainsi obtenue, à pH 6,2, est ensuite employée pour l'expérience de contrôle du pouvoir phytostatique vis-à-vis des graines de Cresson alénois. Nous exprimons dans le tableau ci-après les résultats d'une de ces expériences.

Développement des radicelles des graines de Cresson sous l'influence d'un extrait éthéré obtenu par extraction de Tomates fraîches, directement épuisées.

Durée de l'expérience (heures).	Extrait non dilué.	Longueur des radicelles en millimètres. Dilutions de l'extrait à 1/5.	1/10.	1/20.	1/30.	1/50.	Témoin à l'eau ordinaire.
24	0	0	1	1	2	3	3
45	0	0	2	2	4	5	8
55	0	0	2	3	5	7	12
70	0	0	3	4	7	11	17
96	0	0	3,5	5	9	15	22

Nous avons ensuite effectué des extractions éthérées ou chloroformées au moyen de Tomates desséchées à la température du vide 40° à 50°. Les Tomates sèches avaient ainsi perdu environ 85 à 90 % de leur poids initial. Les autres manipulations restaient sensiblement identiques. Dans ces conditions le pouvoir phytostatique est encore plus prononcé et se manifeste par un arrêt de germination avec des dilutions de l'extrait éthéré de 1/20.

Nous pouvons donc tirer la conclusion suivante de ces expériences : Les jus de Tomates contiennent un facteur phytostatique très actif, principalement logé dans le péricarpe pulpeux, thermostabile jusqu'à 50°, très soluble dans l'éther, un peu moins soluble dans le chloroforme, insoluble dans l'éther de pétrole.

Nos expériences continuent pour étudier d'une part les propriétés physiques (thermorésistance, influence du pH, de la lumière) et les caractères chimiques (oxydation, réduction, constitution), le pouvoir bactériostatique d'autre part.

ANATOMIE COMPARÉE. — *Le* Procoracoïde *des Oiseaux.*

Note de Mlle **Madeleine Friant**, présentée par M. Émile Roubaud.

La ceinture scapulaire des Oiseaux comporte :

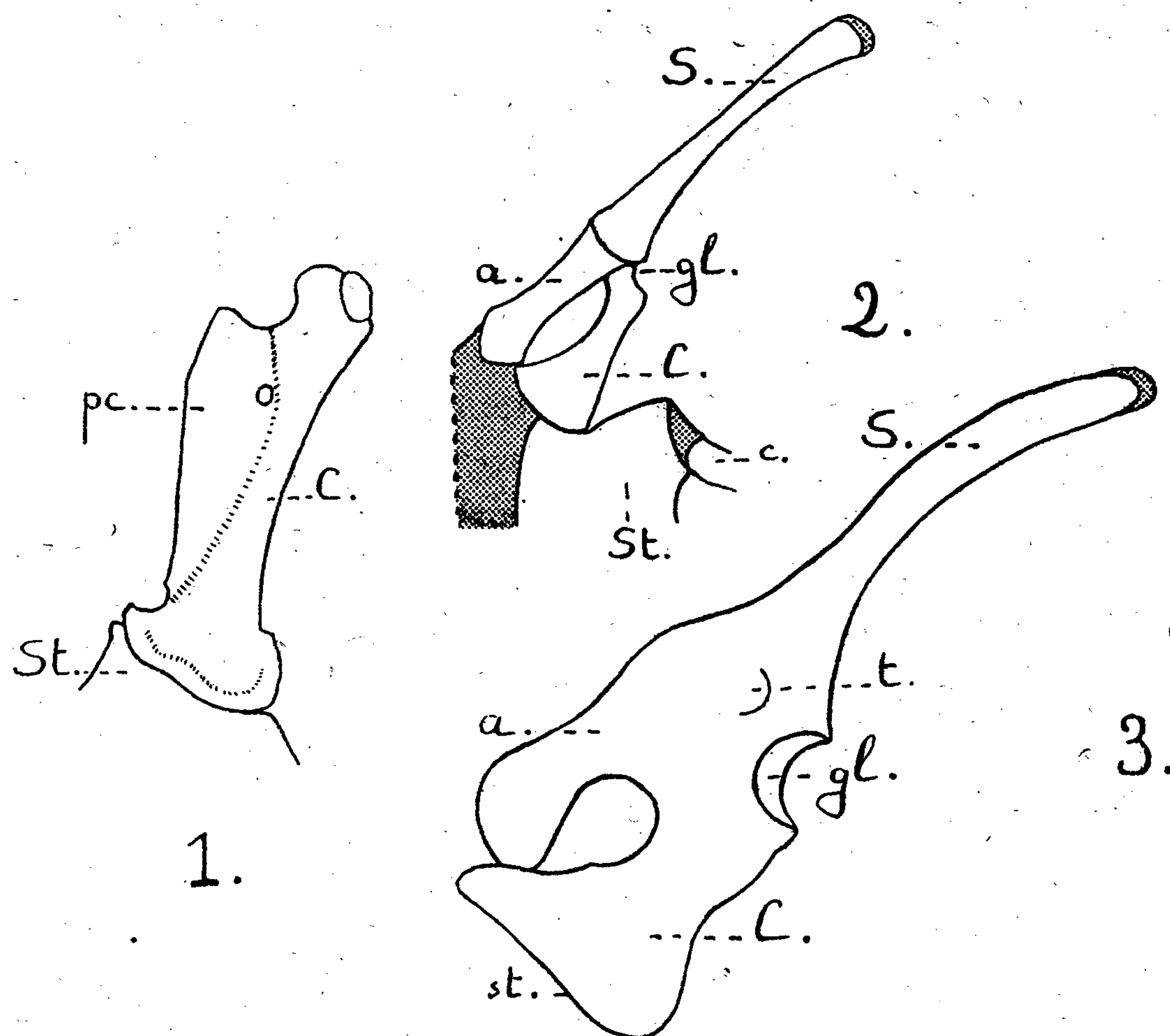
1° d'une manière presque constante, un os d'origine exosquelettique, la clavicule, généralement unie à son congénère pour constituer la *furcula*;

2° deux os d'origine endosquelettique : le scapulum ou omoplate, en arrière, de direction sensiblement parallèle au grand axe du corps; le coracoïde, en avant, articulé, d'une part, avec l'omoplate, d'autre part, avec le sternum. Les Ratites, seuls, présentent une *barre* coraco-scapulaire par fusion des éléments endosquelettiques.

Chez certains Oiseaux on décrit en outre, sous le nom de *procoracoïde*,

une expansion osseuse placée en avant du coracoïde, qu'il convient d'étudier chez les Carinates et chez les Ratites.

Le scapulum et le coracoïde des *Carinates*, bien qu'intimement unis par un fibro-cartilage, sont distincts, et le processus osseux situé en avant du coracoïde chez le *Psophia* (*fig.* 1), par exemple ([1]), dépend incontestablement de cet os : c'est un véritable procoracoïde.



1. Coracoïde gauche de CARINATE : *Psophia leucoptera* Spix (Trompette, Telmatoforme d'Amérique du Sud). Grandeur naturelle environ. D'après F.-E. Beddard. — 2 et 3. Ceinture scapulaire, du côté gauche, de RATITES : jeunes Autruches (*Struthio camelus* L.) d'Afrique. — 2. Jeune de 60cm; 1/2 grandeur naturelle environ. — 3. Oiseau presque adulte; 1/4 de grandeur naturelle environ. — S, scapulum; *t*, tête du scapulum; C, coracoïde; *pc*, procoracoïde; *gl*, cavité glénoïde; S*t*, sternum; *st*, facette sternale du coracoïde; *c*, côte. — Les parties ossifiées sont en blanc, les parties cartilagineuses, en grisé (en 2, l'acromion, *a*, cartilagineux, devrait être grisé).

L'Autruche (*Struthio camelus* L.) est le seul *Ratite* présentant une expansion osseuse en avant du coracoïde ([2]). L'étude que j'ai faite du

---

([1]) Le procoracoïde est très développé chez le *Psophia*; à un degré moindre, on l'observe chez beaucoup d'autres Carinates : le Flamant (*Phœnicopterus*), la Foulque (*Fulica*), le Martinet (*Cypselus*) et l'Aigle (*Aquila*) notamment.

([2]) Chez le Nandou (*Rhea*), le Casoar (*Casuarius*) et l'Emeu (*Dromœus*), il existe, cependant, un faible élargissement de la ceinture scapulaire, parfois appelé procoracoïde, au niveau de la cavité glénoïde. L'étude du développement de cette région m'a effectivement montré qu'il s'agit d'une expansion coracoïdienne, mais le nom d'apophyse lui convient bien plutôt que celui de procoracoïde.

développement de la ceinture scapulaire de cet Oiseau montre que, chez le jeune, de 60^{cm} environ (*fig.* 2), le scapulum est déjà bien ossifié, à l'exception de sa partie toute postérieure et d'une région, antérieurement située, qui atteint le sternum et peut être nommée *acromion*, encore cartilagineuses. Le coracoïde, ossifié, est en connexion avec l'acromion en avant, au niveau du sternum, et, en arrière, à proximité de la cavité glénoïde. Chez l'animal plus âgé (*fig.* 3) et, surtout, chez l'adulte, ces trois parties : scapulum, acromion et coracoïde sont fusionnées. Or jusqu'ici, on avait l'habitude d'appeler *procoracoïde* la région que je viens de montrer être une partie de l'omoplate, un véritable acromion. La ceinture scapulaire de la jeune Autruche, avec ses trois branches : l'une dorsale, le scapulum; deux ventrales, l'acromion en avant, le coracoïde en arrière, ressemble étrangement à celle des Tortues ([3]), du *Triassochelys* (Keuper d'Halberstadt, Allemagne) surtout, curieuse Tortue qui possédait des dents comparables à celles des premiers Oiseaux. Et, si, d'une manière générale, les Ratites actuels paraissent être les survivants d'un groupe aviaire très ancien ayant, à son origine, des Reptiles archaïques ([4]), la présence d'un acromion chez les *Struthionidæ* indiquerait, peut-être, que cette famille, en particulier, dériverait des Triassochélydiens, les plus primitifs des Chéloniens.

En résumé, l'expansion osseuse de la ceinture scapulaire, endosquelettique, située en avant du coracoïde chez certains Oiseaux et nommée *procoracoïde*, n'a pas la même signification chez tous. Le procoracoïde des Carinates est bien une dépendance du coracoïde. Mais le prétendu procoracoïde des Ratites est, en réalité, une branche du scapulum, un véritable acromion, comparable à celui des Chéloniens parmi les Reptiles archaïques.

MICROBIOLOGIE. — *Influence exercée sur le métabolisme respiratoire des globules blancs par la phagocytose et divers produits chimiques en solution.* Note ([1]) de Mlle **Jacqueline Pages** et M. **Albert Delaunay**, présentée par M. Gaston Ramon.

En règle très générale, lorsqu'une cellule entre en hyperactivité (muscle qui se contracte, nerf qui transmet l'influx, cellule glandulaire qui sécrète, ovule qui, venant d'être fécondé, commence à se diviser etc.), son métabolisme respiratoire subit une augmentation souvent considérable. On

---

([3]) M. Friant, *Bull. du Muséum*, 2e série, **14**, v, 1942, p. 303.

([4]) M. Friant, *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 702.

([1]) Séance du 2 janvier 1946.

pouvait donc prévoir qu'au cours de la phagocytose, des leucocytes respireraient de façon plus active qu'à l'état quiescent. Sur ce point, cependant, les résultats obtenus jusqu'à présent n'étaient pas apparus pleinement démonstratifs [Ado (2), Baldrige et Gérard (3)]. Nous avons donc jugé qu'il n'était pas sans intérêt de reprendre cette question. Des polynucléaires prélevés dans le péritoine enflammé de cobayes sont lavés deux fois avec la solution de Ringer, puis repris par du sérum frais de cobaye dilué dans du Ringer au 1/4 ou au 1/10 (4). On ajoute à ces préparations un matériel rapidement phagocytable comme de petits grains d'amidon (riz) ou des staphylocoques tués par chauffage, puis on les place dans l'appareil de Warburg en présence d'oxygène. Ne pouvant reproduire ici les protocoles de toutes les expériences que nous avons exécutées, nous nous contenterons de donner à titre d'exemples les seuls résultats suivants qui expriment l'intensité de la respiration leucocytaire d'après la quantité de O_2 (en millimètres cubes) consommée par heure et par million de cellules :

1re *expérience.* — *a.* Témoin (leucocytes sans matériel phagocytable), 0,24; *b.* leucocytes + staphylocoques tués, 0,36; *c.* leucocytes + grains d'amidon, 0,34.

2e *expérience.* — *a.* Témoin (leucocytes sans matériel phagocytable), 0,28; *b.* leucocytes + staphylocoques tués, 0,35; *c.* leucocytes + grains d'amidon, 0,31.

3e *expérience.* — *a.* Témoin (leucocytes sans matériel phagocytable), 0,20; *b.* leucocytes + staphylocoques tués, 0,27; *c.* leucocytes + grains d'amidon, 0,26.

Ces quelques résultats suffisent à montrer que, dans les conditions d'expérience réalisées par nous, les leucocytes ont respiré plus activement au cours de la phagocytose. Les faits observés cadrent parfaitement avec ceux que nous rappelions au début de cette Note; il paraît bien démontré que toute cellule *en travail* possède un métabolisme respiratoire accru.

Poursuivant nos recherches, il nous a paru intéressant de savoir si le simple contact des leucocytes avec certains constituants bactériens (nucléoprotéines ou complexes glucido-lipidiques) ne suffisait pas à augmenter leur métabolisme. Nous avons donc ajouté à nos suspensions leucocytaires, soit un certain volume d'autolysat bactérien, soit une solution de nucléoprotéines extraites du staphylocoque, soit des complexes glucidolipidiques retirés du bacille typhique et dissous dans du Ringer. Et nous avons remarqué qu'effectivement, dans un grand nombre de cas, les cellules respiraient plus intensément lorsqu'elles se trouvaient en présence de ces différents produits. Nous ne donnerons, cette fois encore,

(2) *Z. exp. Med.*, 87, 1933, p. 473.

(3) *Am. J. Phys.*, 103, 1933, p. 235.

(4) Le sérum frais favorise la phagocytose et, d'autre part, comme nous l'avons démontré (*Comptes rendus*, 220, 1945, p. 798), il constitue pour les leucocytes un milieu physiologique meilleur que le simple Ringer.

que quelques-uns des chiffres que nous avons obtenus mais, à eux seuls, ils nous paraissent démonstratifs. Nous rappelons que nous mesurons l'intensité de la respiration leucocytaire d'après la quantité de O_2 (exprimée en millimètres cubes) consommée par heure et par million de cellules :

1[re] *expérience*. — *a*. Témoin (leucocytes seuls), 0,20; *b*. mêmes leucocytes en présence d'un liquide d'autolysat staphylococcique, 0,30.

2[e] *expérience*. — *a*. Témoin (leucocytes seuls), 0,20; *b*. mêmes leucocytes en présence d'une solution de nucléoprotéines staphylococciques (2 mg/cm^3), 0,33.

3[e] *expérience*. — *a*. Témoin (leucocytes seuls), 0,28; *b*. mêmes leucocytes en présence d'un complexe glucidolipidique typhique en solution dans du Ringer (2 mg/cm^3), 0,34.

Cette augmentation du métabolisme respiratoire pourrait reconnaître, nous semble-t-il, deux causes :

a. Ou bien les leucocytes trouvent dans les produits en solution portés à leur contact des matières combustibles (glucose, acides aminés etc.). L'explication est valable dans les cas où nous nous sommes servis d'autolysat microbien.

b. Ou bien l'augmentation du métabolisme résulterait d'un simple effet de contact entre les leucocytes et la substance chimique en cause. Nucléoprotéines, complexes glucidolipidiques, sont certainement inassimilables directement par les cellules. Mais ils auraient cependant le pouvoir de les exciter. On comprendrait, dans ces conditions, comment ils peuvent jouer le rôle d'agents chimiotactiques et attirer les polynucléaires dans les foyers inflammatoires.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la production et l'utilisation de méthylglyoxal par* Sterigmatocystis nigra. *Rôle possible dans la lipogénèse*. Note (1) de M. **Roger Raveux**, présentée par M. Maurice Javillier.

Cultivée sur un milieu déséquilibré, notamment par augmentation du rapport C/N, la Moisissure *Sterigmatocystis nigra* accuse un accroissement très marqué de sa teneur en lipides, en même temps qu'elle se transforme en agent fermentaire producteur d'éthanol (2).

Si la Moisissure s'est développée dans les mêmes conditions, mais en présence de carbonate de calcium, il y a toujours augmentation du taux des graisses, mais *il n'y a plus production d'éthanol et le milieu renferme du méthylglyoxal*, que nous avons identifié de la manière suivante :

Le liquide de culture est épuisé par l'oxyde d'éthyle dans un appareil continu pendant 24 heures. Après évaporation de l'éther à 30° en s'aidant du vide, il reste un liquide jaune verdâtre, à odeur âcre, qui distille en grande partie à 67-69°. Le distillat fournit, avec la

(1) Séance du 2 janvier 1946.

(2) *Comptes rendus*, 216, 1943, p. 318.

soude et l'iode un abondant précipité d'iodoforme. Il recolore la fuchsine bisulfitée et réduit instantanément le nitrate d'argent ammoniacal et le réactif de Nessler. Les réactifs de Denigès, les solutions de codéine, de résorcine et de β-naphtol, en présence d'acide sulfurique concentré, donnent les colorations caractéristiques du méthylglyoxal.

L'ensemble de ces réactions indique la présence d'un composé ayant les caractères du méthylglyoxal. De fait, avec la phénylhydrazine, on obtient une hydrazone cristallisée, fusible à 156-157°. Le précipité jaune orange formé avec la 2.4-dinitrophénylhydrazine est recristallisé deux fois dans l'éthanol, puis dans le nitrobenzène; son point de fusion est supérieur à 295° et sa composition centésimale est la suivante : N 25,73 % (N % de la 2.4-dinitrophénylhydrazone du méthylglyoxal 25,94), H 2,66 % (H théorique, 2,77 %), C 40,50 % (C théorique 41,65 %). On trouve un poids moléculaire de 71 par détermination cryométrique dans l'acide acétique (P. M. théorique 72), et le spectre d'absorption dans l'ultraviolet de la solution dans l'hexane présente une bande caractéristique ayant son maximum à 2525 Å, identique à celle obtenue avec le méthylglyoxal préparé par synthèse.

En utilisant la méthode des spectres d'absorption dans l'ultraviolet, nous avons reconnu par la suite qu'il se produit également du méthylglyoxal lorsque la Moisissure est cultivée en présence ou non de carbonate de calcium, sur un milieu équilibré et par suite peu favorable à la lipogénèse. Mais, dans ces conditions, les quantités produites sont nettement inférieures, ainsi que le montrent les valeurs suivantes données à titre d'exemple. Le poids de 2.4-dinitrophénylhydrazone qui était de 300^{mg} pour 200$^{cm^3}$ d'un milieu à 22 % de glucose n'est plus que de 220^{mg} pour un milieu à 3 % de glucose.

Comme dans ces expériences les taux d'acides gras totaux étaient respectivement de 8,2 et 5,9 % de mycélium sec, on peut en déduire qu'il existe un parallélisme entre le méthylglyoxal et les quantités de lipides formées.

D'autre part *Sterigmatocystis nigra* est capable d'utiliser le méthylglyoxal produit et de le convertir en lipides comme le montre l'expérience suivante. Nous avons dosé les lipides totaux dans deux séries expérimentales poursuivies sur un milieu normal (3 % de glucose), l'une recevant 1^{g} de méthylglyoxal le quatrième jour, au moment où le glucose a presque totalement disparu.

	Milieu témoin.	Milieu additionné de méthylglyoxal.
Récolte de mycélium sec (g.)	1,45	2,11
Lipides (mg.) par g. de mycélium sec	62,5	93,5

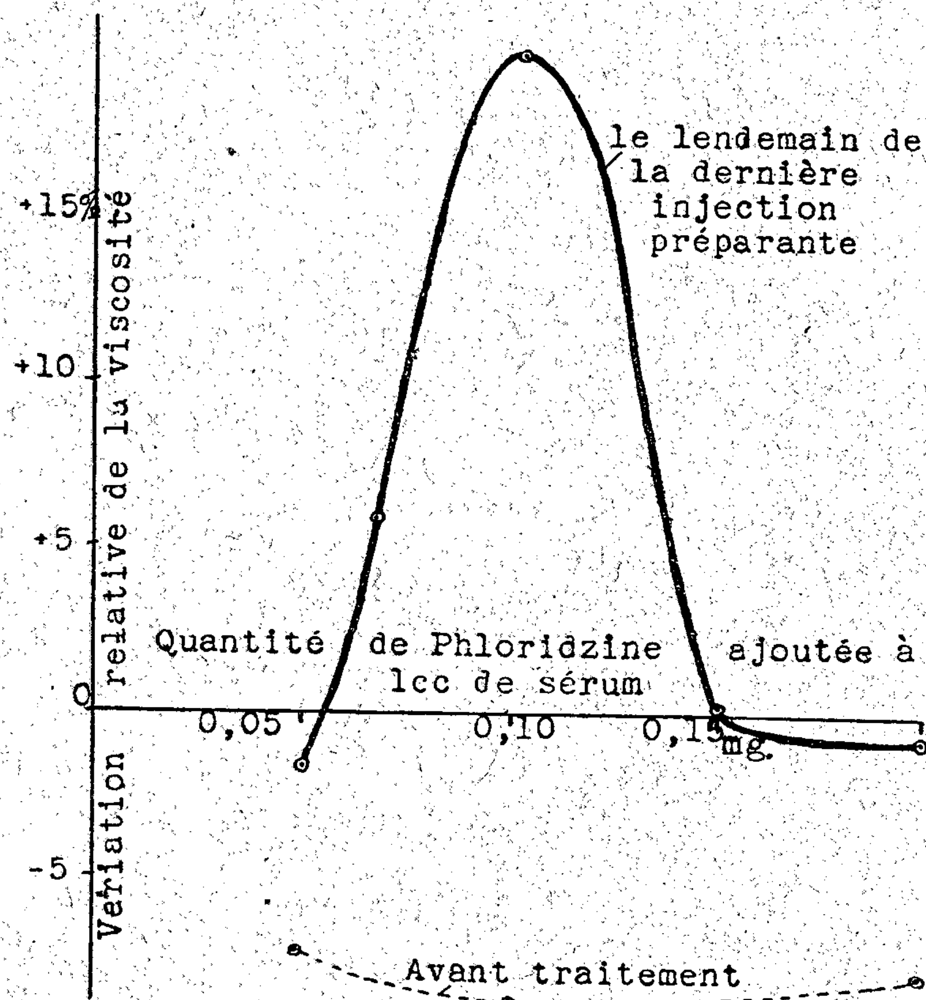
Il nous semble qu'il y a là une preuve du rôle du méthylglyoxal comme précurseur des lipides. On peut concevoir le mécanisme de la lipogénèse par condensation, du moins en partie, d'un composé en C_3, puisqu'en présence de CO_3Ca, *Sterigmatocystis nigra* ne produit plus d'éthanol, alors qu'il y a toujours une lipogénèse accrue.

IMMUNOLOGIE. — *Sur une réaction particulière de combinaison du sérum de Lapin avec la phloridzine.* Note ([1]) de M. **Jean Loiseleur**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

L'étude de la viscosité permet de mettre en évidence une réaction particulière du sérum du Lapin avec la phloridzine.

I. Pour cette recherche, on prélève du sang à un lapin neuf ($2^{k},910$); 2^{cm^3} du sérum sont introduits dans un viscosimètre (appareil à cylindres coaxiaux de Lecomte du Noüy, Chaix et Vérain). En quelques minutes, la valeur se stabilise et l'on opère la lecture de la viscosité du sérum pur. Sans arrêter la marche de l'appareil, on introduit dans le sérum $0^{cm^3},5$ d'une solution de ClNa 7 ‰ à pH 7,4. La viscosité s'établit alors à une valeur inférieure, correspondant à la dilution qui vient d'être imposée au sérum.

On répète ce cycle de mesures avec une nouvelle quantité (2^{cm^3}) de sérum pur, mais en dissolvant maintenant de la phloridzine dans la



solution de ClNa. On opère ainsi successivement de façon à mettre au contact du sérum des quantités croissantes de phloridzine (0,025, 0,05, 0,1, 0,15, 0,2 et $0^{mg},5$ de phloridzine par 1^{cm^3} de sérum). Pour chacune de ces mesures, la viscosité s'établit à une valeur inférieure à celle du sérum pur (courbe en trait pointillé).

II. Pendant une durée de 9 jours, l'animal reçoit une dose totale

([1]) Séance du 2 janvier 1946.

de 90^{mg} de phloridzine, répartie en 18 injections préparantes administrées à la cadence de 2 injections intramusculaires quotidiennes, l'une à 9^h, l'autre à 17^h (5^{mg} chaque fois dissous dans 3^{mg} de ClNa 7 ‰).

Le lendemain de cette dernière injection préparante, on répète l'épreuve du sérum avec la phloridzine, de la même façon que l'on avait procédé avant le traitement. On constate alors que l'introduction de phloridzine entraîne une augmentation considérable de la viscosité du sérum. Cette augmentation atteint son maximum (+ 20 %) pour la concentration de $0^{mg},1$ de phloridzine par 1^{cm^3} de sérum. De part et d'autre, l'intensité de la réaction diminue (courbe en trait plein). La réaction est caractérisée ainsi par un phénomène de zone très net.

Il en résulte que le traitement du Lapin par la phloridzine a fait apparaître une aptitude de combinaison du sérum pour la phloridzine, tandis que, dans le sérum de l'animal neuf, avant traitement, la dispersion de la phloridzine était désordonnée et sans aucune relation définie avec les molécules sériques.

En résumé, cette expérience met en évidence une réaction sérique d'un type tout à fait particulier, apparaissant immédiatement après la cessation du traitement du Lapin par la phloridzine.

A 15^h30^m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16^h30^m. A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 17 décembre 1945.)

Allocution de M. *Maurice Caullery* :

Page 765, avant-dernier alinéa, *au lieu de* au cours des dernières années, *lire* au cours des dernières semaines de l'année.

(Séance du 10 septembre 1945.)

Note de M. *Raymond-Hamet*, Sur un alcaloïde des Quinquinas n'appartenant pas au type quinolyl-quinuclidique :

Page 307, ligne 18, *au lieu de* à la trouver, *lire* à le trouver.

(Séance du 1er octobre 1945.)

Note de M. *Raymond-Hamet*, Yobyrine, harmane et céto-yobyrine :

Page 388, lignes 17 et 18, *au lieu de* groupement cétonique à l'oxhydrile alcoolique du 5e noyau, *lire* groupement cétonique dans le 5e noyau.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 14 JANVIER 1946.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE CARTAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le bureau le *Mémorial* consacré à la *Commémoration du Centenaire de la naissance de* Antoine Balland (1845-1927).

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Fumariacées. Les premiers termes du développement de l'embryon chez le* Corydalis lutea *DC.* Note de M. **René Souèges**.

Hegelmaier [1] a examiné, en 1878, l'embryon du *Corydalis ochroleuca* Koch. L'embryon du *Corydalis lutea* lui est certainement très étroitement comparable. On ne peut, aujourd'hui, faire état des descriptions de Hegelmaier en ce qui concerne l'embryon proprement dit, mais ce savant a donné sur l'origine, le comportement, les modifications de forme et de structure des trois vésicules superposées, qui représentent le suspenseur *sensu stricto* et qu'il désigne sous le nom de *suspenseur du proembryon*, des détails qui se retrouvent chez le *Corydalis lutea*.

Le noyau de la cellule basale du proembryon bicellulaire (*fig.* 1) se divise en deux (*fig.* 2), en quatre (*fig.* 3, 8), puis en un plus grand nombre de noyaux, qui se disposent latéralement contre la paroi; il ne se produit jamais de cloisons entre ces noyaux aux divers stades de leur multiplication. La cellule apicale, se segmentant transversalement, donne deux cellules superposées *cc* et *cd*. La cellule *cd* ne prend pas de parois de segmentation; ses noyaux seuls se divisent comme le montrent les figures 5 à 9; elle devient la deuxième vésicule du suspenseur. L'élément *cc* demeuré assez aplati, se segmente à son tour transversalement en deux cellules *ce* et *cf* (*fig.* 7 à 9). L'élément *cf* (*fig.* 9, 10, 11), se comportant comme la cellule basale et la cellule *cd*, grossit sans subir de nouvelles divisions; son noyau lui-même reste assez longtemps indivis. Cet élément *cf* constitue la troisième vésicule, la moins développée, du suspenseur proprement dit. Les trois vésicules s'allongent en un tube qui atteint généralement la partie médiane du sac, mais qui peut aller beaucoup plus loin, son extrémité venant se placer dans la région chalazienne.

---

(1) *Vergleich. Unters. über Entwickl. dikot. Keime*, Stuttgart, 1878.

La cellule *ce*, qui occupe cette extrémité et qui, à ce stade, se montre très petite, surbaissée, très plasmatique, se segmente, à son tour, transversalement pour engendrer les deux éléments superposés, *cg* et *ch* (*fig.* 12, 13); en 14, l'élément *ch* s'est cloisonné longitudinalement; un peu plus tard, en 16, *cg* s'est, à son tour, partagé transversalement pour donner

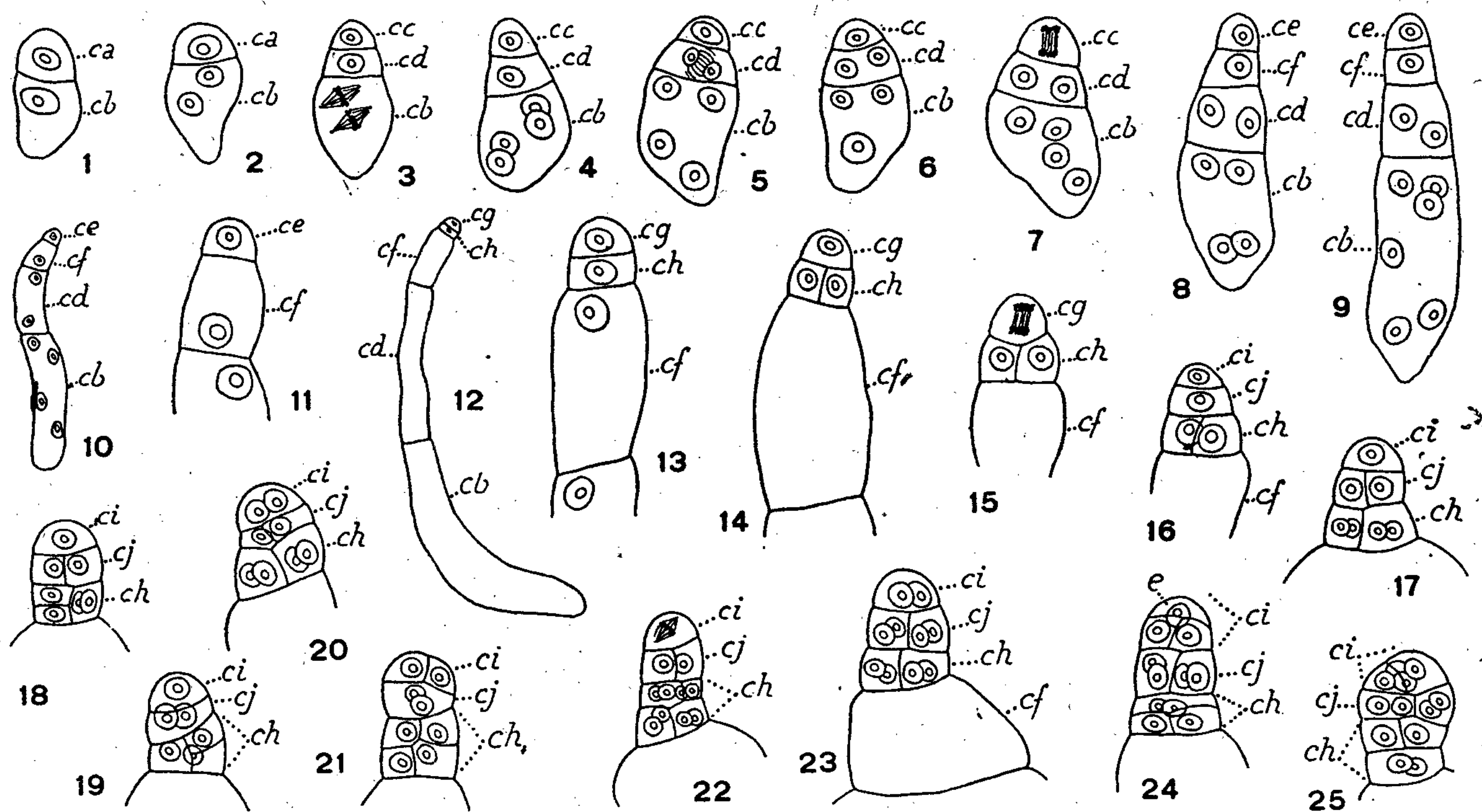


Fig. 1 à 25. — *Corydalis lutea* DC. — Les premières segmentations de l'œuf. *ca*, cellule apicale du proembryon bicellulaire; *cb*, cellule basale ou 1re vésicule micropylaire; *cd*, cellule-fille inférieure de *ca* ou 2e vésicule micropylaire; *cc*, cellule-fille supérienre de *ca*; *cf*, cellule-fille inférieure de *cc* ou 3e vésicule micropylaire; *ce*, cellule-fille supérieure de *cc*, mère de l'embryon proprement dit; *ch*, cellule-fille inférieure de *ce* ou groupe hypophysaire; *cg*, cellule-fille supérieure de *ce*, génératrice des quadrants; *ci*, cellule-fille supérieure de *cg* ou octants supérieurs; *cj*, cellule-fille inférieure de *cg* ou octants inférieurs, G. = 320; 78 pour les figures 10 et 12.

les deux éléments superposés *ci* et *cj*. Au terme de ces divisions, c'est-à-dire au terme de la deuxième génération cellulaire aux dépens de *ce*, s'est ainsi constituée une tétrade en T renversé, tout à fait comparable à celle qui prend naissance aux dépens de *cc* chez l'*Hypecoum procumbens* ([2]).

Ce sont les cellules juxtaposées produites par *ch* qui, en général, se segmentent ensuite pour engendrer, par cloisons verticales méridiennes, quatre cellules circumaxiales (*fig.* 17, 20, 22, 23). Il n'est pas rare cependant que s'établissent, dans l'une (*fig.* 18), parfois dans les deux cellules-filles de *ch*, des parois d'abord transversales, faisant apparaître, dans ce dernier cas, deux dyades superposées (*fig.* 21). Les deux dyades, visibles en *ch* dans la figure 25, proviendraient même, selon toute vraisemblance, de deux éléments superposés résultant d'un cloisonnement tout d'abord transversal du blastomère *ch*. Ces deux dyades, par cloisons verticales

---

([2]) R. Souèges, *Comptes rendus*, 216, 1943, pp. 310 et 354.

méridiennes, donnent naissance à deux étages de quatre cellules circumaxiales (*fig.* 22).

Dans le blastomère *cj* (*fig.* 16 à 22), la paroi de segmentation s'est toujours montrée verticale, séparant deux éléments juxtaposés; dans le blastomère *ci*, la cloison se dispose obliquement. La position oblique de cette cloison peut parfois ne pas apparaître distinctement; mais les divisions suivantes dont ce blastomère se trouve le siège et la direction du fuseau mitotique visible en 22, démontrent, de manière assez nette, que la cloison ne peut être strictement verticale et qu'elle ne donne nullement naissance à deux blastomères semblables, homodynames. Au terme de ces segmentations, autrement dit au terme de la troisième génération cellulaire aux dépens de *ce*, l'embryon, abstraction faite des trois vésicules superposées qui constituent le suspenseur *sensu stricto*, se montre composé de huit éléments (*fig.* 20). Les quatre éléments supérieurs, issus de *cg*, représentent des quadrants et sont tout à fait comparables aux quatre éléments supérieurs qui se différencient, à ce même stade, chez l'*Hypecoum procumbens*, aux dépens de *ce*.

Aux stades suivants, la segmentation procède encore, en règle générale, par bipartitions régulières. Les quatre cellules circumaxiales originaires de *ch* donnent, par divisions transversales, deux étages de quatre éléments (*fig.* 22). Les deux cellules juxtaposées, différenciées en *cj*, par divisions verticales, produisent, à leur tour, quatre cellules également circumaxiales (*fig.* 23, 24, 25), et les éléments visibles en *ci* se segmentent peu après, l'un par une paroi verticale méridienne, l'autre par une paroi oblique normale aux deux précédentes. Par la position de ces deux dernières parois, les quatre éléments issus de *ci* se trouvent groupés en tétraèdre et l'un d'eux, occupant le sommet, fonctionne comme cellule épiphysaire (*e*, *fig.* 24). Ces divisions conduisent à la construction d'un proembryon hexadécacellulaire; cette construction a lieu uniquement aux dépens de la cellule *ce*, qui représente la cellule embryonnaire proprement dite et qui est arrière petite-fille de l'oospore ou cellule embryonnaire primordiale.

COMMISSIONS.

Par la majorité des suffrages, MM. **Paul Langevin**, **Albert Caquot** pour la Division des sciences mathématiques; **Charles Mauguin**, **Pierre Jolibois** pour la Division des sciences physiques; **Léon Guillet**, **Albert Portevin** pour la Section des applications de la science à l'industrie, sont élus Membres de la Commission qui, sous la présidence de M. le Président de l'Académie, dressera une liste de candidats à la place de Membre de la Section des Applications de la Science à l'Industrie, vacante par la radiation de M. *Georges Claude*.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Jean Rostand. *Esquisse d'une histoire de la Biologie* (présenté par M. Maurice Caullery).

M. **René Maire** prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats à l'une des places de Membres non résidants récemment créées.

M. **Jean Becquerel** prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section de Physique générale, par le décès de M. *Jean Perrin*.

M. **Henri Heldt** adresse des remercîments pour la distinction accordée à ses travaux.

M. **Pierre Guimard** adresse des remercîments pour l'allocation qui lui a été attribuée.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur certaines lois de probabilité.* Note [1] de M. Georges Darmois.

Considérons, pour fixer les idées, une loi de probabilité à deux variables xy, dépendant d'un paramètre m. La loi élémentaire sera par exemple

$$f(x, y, m)\, d(xy).$$

La probabilité totale, relative au plan tout entier est, bien entendu, égale à l'unité, quel que soit m. Mais, pour toute autre région R, la probabilité totale est généralement variable avec le paramètre m. Dans une conférence faite à Paris il y a quelques années, R. A. Fisher a donné comme exemple d'une circonstance différente la loi suivante, où le champ des variables aléatoires est le premier quadrant :

$$e^{-mx-\frac{y}{m}}\, d(xy). \tag{1}$$

On voit aisément que toute bande infinie R limitée par deux hyperboles $xy = \text{const.}$ possède une probabilité totale indépendante de m. On peut donc diviser tout le champ en parcelles ayant cette propriété. Pour une raison assez claire, R. A. Fisher a appelé problème du Nil, ce problème des parcelles dont la masse totale reste la même, malgré la variation d'un paramètre.

Il est bien clair que la solution de ce problème est dans la recherche, si elles existent, de fonctions des variables aléatoires dont la distribution de probabilité

(1) Séance du 15 juillet 1942.

ne dépende plus de m. Une telle fonction n'existe généralement pas, mais si elle existe on peut donner tout de suite la solution générale sous la forme

$$A(X)\,dX.B_X(Y, m)\,dY. \tag{2}$$

Le premier facteur, loi de probabilité de X, ne dépend pas de m et le paramètre ne figure que dans la loi de probabilité liée de la variable Y. Un changement général de variables achève la solution. Mais des solutions particulières, peut-être plus intéressantes, peuvent être obtenues par une idée très simple. Il suffit, pour qu'une parcelle soit invariante à notre point de vue, qu'à chaque valeur du paramètre soit associée une transformation ponctuelle qui échange les points de la parcelle en conservant l'élément de probabilité. En particulier, à la translation

$$\begin{cases} x_1 = x_2, \\ y_1 - m_1 = y_2 - m_2 \end{cases}$$

on associera les lois du type général

$$F[x, y - m]\,d(xy). \tag{3}$$

Il est facile de voir que la loi (1) peut se ramener à la forme canonique (3) par le changement de variables

$$xy = e^X, \qquad \frac{y}{x} = e^Y, \qquad m = e^{\frac{M}{2}}.$$

Signalons, comme exemple très simple rattaché à une rotation, celui d'une loi de Gauss circulaire, à centre inconnu sur un cercle de rayon connu Υ

$$Ke^{-\frac{1}{2}\{(x-r\cos m)^2+(y-r\sin m)^2\}}\,d(xy). \tag{4}$$

Les lois de la forme générale (2) peuvent être rapprochées des lois

$$A(X, m)\,dX B_X(Y)\,dY, \tag{5}$$

où, cette fois, le paramètre m ne figure plus dans la loi de probabilité liée de Y, et où, par conséquent, la seule variable aléatoire X suffit à donner toute l'information sur le paramètre inconnu. Ces lois peuvent être dites à estimation exhaustive.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Essai d'une théorie des fonctions analytiques dans les corps valués complets : fonctions holomorphes et méromorphes.* Note [1] de M. **Marc Krasner**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Je conserve les notations de ma Note précédente [2]. $f(x)$ étant une série de Laurent de k en $x-\alpha$, soient $M(r)$ [ou $M_\varepsilon(r)$] les bornes $\sup|f(x)|$ (ces

[1] Séance du 2 janvier 1946.

[2] *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 37.

bornes étant prises sur l'axe réel, ainsi que les limites, limites inf et sup définies plus loin) pour les $x \in K$ tels que $|x-\alpha|=r$ [ou $r-\varepsilon<|x-\alpha|<r+\varepsilon$]; $M(r)$ est semi-continue supérieurement en r, ses points de discontinuité possibles $r_i = Exp(-v_i)$ forment une suite discrète sur le segment ouvert (r', r^*) et $\text{Log} M(r) = -\varphi(\Pi; -\text{Log} r)$ en tout point de continuité de $M(r)$. Quand le corps de restes R de K est infini, $M(r)$ est continue, car alors il y a une infinité des $\zeta \in S$ tels que (³) $|\zeta| = r_i$, et il n'y a qu'un nombre fini de ceux qui annulent $f_i(\zeta)$; sinon en vertu de la non-compacité locale de K, $\mathfrak{M}$ est dense sur (r', r^*). Il en résulte que, dans tous les cas, $M^*(r) = \lim M_\varepsilon(r)$, $\varepsilon \to 0^+$, *existe et* $\text{Log} M^*(r) = -\varphi(\Pi; -\text{Log} r)$. Ceci permet de démontrer, en remplaçant $M(r)$ par $M^*(r)$, le *théorème des trois cercles de M. Hadamard* et, pour les fonctions holomorphes, les *inégalités de Cauchy* $|a_n| r^n \leq M^*(r)$. On en déduit le *théorème de Weierstrass : la limite d'une suite uniformément convergente dans un cercle* C *de fonctions holomorphes dans* C *l'est encore* [précisé comme suit : *si une suite de fonctions holomorphes dans un cercle* $|x-\alpha| \leq r$ *converge uniformément dans le cercle* $|x-\alpha|<r$ *et converge dans le cercle* $|x-\alpha| \leq r$, *elle y converge uniformément*]. Il en résulte que *si* $y = g(x)$ *holomorphe dans un cercle* C *est telle que ses valeurs sont dans un cercle, où* $f(y)$ *est holomorphe,* $f[g(x)]$ *est holomorphe dans* C.

ρ_1 et $\rho_2 \geqq \rho_1$ étant deux nombres semi-réels (⁴) et Z étant la couronne $\rho_1 \leqq |x-\alpha| \leqq \rho_2$ de K, une fonction $f(x)$ définie sur Z y est dite fonction *méromorphe de k* s'il existe deux fonctions holomorphes de k en $x-\alpha$, soient $g(x)$, $h(x)$, convergeant sur Z et telles que $f(x) = g(x) : h(x)$; $f(x)$ n'a pas sur Z d'autres singularités que des pôles, et l'on peut démontrer pour $f(x)$ l'analogue du *théorème de décomposition en éléments simples de Mittag-Leffler.* Soient Π_g, Π_h les polygones de Newton des g, h, $-v_{i,g}$, $-v_{i,h}$ les coefficients angulaires de leurs côtés, $r_{i,g} = \text{Exp}(-v_{i,g})$, $r_{i,h} = \text{Exp}(-v_{i,h})$. La réunion des $r_{i,g}$ et des $r_{i,h}$ est un ensemble discret de points du segment (ρ_1, ρ_2). Si $|x-\alpha| = r$ n'est pas parmi ces points, $\text{Log}|f(x)|$ est égal à

$$-\varphi(\Pi_g; -\text{Log} r) + \varphi(\Pi_h; -\text{Log} r);$$

sinon, cette égalité ne peut être en défaut que sur un nombre fini (²) de cercles de la forme $|x-x_0|<r$, où $|x_0-\alpha| = r$. r étant tel que $|f(x)|$ ait une même valeur pour tous les x de la *circonférence* $|x-\alpha| = r$ ou, dans le cas où cette circonférence contient une infinité de cercles distincts de la forme $|x-x_0|<r$ (autrement dit, quand R est infini), tel que $|f(x)|$ ait une même valeur sur cette circonférence partout, sauf sur un nombre fini de tels cercles, soit $S[r; f(x)]$ le logarithme de cette valeur de $|f(x)|$. K n'étant pas localement compact, on voit, comme pour $M^*(r)$, *que*, pour tout r, $\rho_1 \leqq r \leqq \rho_2$, réel,

$$S^*[r; f(x)] = \lim S[\bar{r}; f(x)],$$

(³) Voir ma Note, *Comptes rendus*, **219**, 1944, pp. 345-347.
(⁴) Voir ma Note, *Comptes rendus*, **219**, 1944, pp. 433-435.

où $\rho_1 \leqq \bar{r} \leqq \rho_2$ et $\bar{r} \to r$, *existe*. Soient

$$S_+[r; f(x)] = (|S^*[r; f(x)]| + S^*[r; f(x)]) : 2,$$
$$S_-[r; f(x)] = (|S^*[r; f(x)]| - S^*[r; f(x)]) : 2.$$

Si $f(x)$ est fixé, on écrira $S(r, a)$, $S^*(r, a)$, $S_+(r, a)$, $S_-(r, a)$ au lieu des $S[r; f(x)-a]$, $S^*[x; f(x)-a]$, $S_+[r; f(x)-a]$, $S_-[r; f(x)-a]$. On a $|S_+(r, a) - S_+(r, 0)| \leqq \mathrm{Log}|a|$.

$f(x)$ étant une série de Laurent de k en $x-\alpha$, et z étant un zéro de $f(x)$ dans K, $|z-\alpha|$ est parmi les r_i, car autrement $\mathrm{Log}|f(x)| = \mathrm{Log}\,M^*(|z-\alpha|) \neq -\infty$. La généralisation d'un procédé de M. Ostrowski ([5]) permet de démontrer que *si* K *est algébriquement fermé*, ce qui sera supposé dans la suite de la Note, $f(x)$ *possède, dans* K, l_i (exception faite des $i = -s'$, -1, 0, s^*) *zéros* z *tels* que $|z-\alpha| = r_i = \mathrm{Exp}(-v_i)$ (si $r_{-1} = r_0$, il y a $l_{-1} + l_0$ zéros z tels que $|z-\alpha| = r_{-1} = r_0$; dans les formules qui suivent on conviendra de compter les zéros comme si l'on avait $r_{-1} < r_0$, auquel cas $|z-\alpha| = r_{-1}$ pour l_{-1} zéros, et $|z-\alpha| = r_0$ pour l_0 zéros) *et que* $\Pi(x-z)$, *étendu aux zéros* z *de* $f(x)$ *à distance fixe de* α, *est un polynome en* $x-\alpha$ *à coefficients dans* k (en plus, *si* $f(x)$ *est entière, elle se met sous la forme* $C\Pi[1-(x/z_i)]$ *où* $C \in K$, *et où le produit infini, étendu à tous les zéros* z_i *de* $f(x)$ *dans* K, *converge uniformément dans tout cercle fini* [analogue du *théorème* bien connu de *Weierstrass*, démontré dans le cas $\mathfrak{p}$-adique par Schnirelmann ([6])]). Si $\bar{r}$, r sont deux nombres réels de l'intervalle $[r', r^*]$, soit $n(\bar{r}, r; a)$ le nombre des zéros $z_i(a)$ de $f(x)-a$ tels que $|z_i(a)-\alpha|$ soit dans l'intervalle semi-ouvert $[\bar{r}, r)$, ou l'opposé de ce nombre, suivant que $\bar{r} \leqq r$ ou $\bar{r} \geqq r$, $N(\bar{r}, r; a) = \Sigma' \mathrm{Log}(r : |z_i(a) - \alpha|) + n(r_0, \bar{r}) \mathrm{Log}(r : \bar{r})$, où la somme Σ' est étendue aux $z_i(a)$ tels que $\bar{r} \leqq |z_i(a) - \alpha| < r$, à condition de remplacer les termes de la forme $\mathrm{Log}(r : 0)$ [ou $\mathrm{Log}(r : +\infty)$] par $\mathrm{Log}\,r$ [ou $-\mathrm{Log}\,r$]. On a $N(\bar{\bar{r}}, r; a) = N(\bar{\bar{r}}, \bar{r}; a) + N(\bar{r}, r; a)$. Puisque $M(f(x)-a)$ et $M(f(x))$ ne diffèrent que par leur point Q_0, si $\omega(a) > \varphi'$ [ou $\omega(a) > \varphi^*$] *il existe deux nombres réels* $\tilde{r}$ *et* $\tilde{r}^*$ *tels que* $r' < \tilde{r}' \leqq \tilde{r}^* < r^*$ *et que* $r' \leqq r \leqq \tilde{r}$ [ou $\tilde{r}^* \leqq r \leqq r^*$] *entraîne* $n(r, \tilde{r}^*; a) = n(r, \tilde{r}^*; 0)$ [ou $n(\tilde{r}', r; a) = n(\tilde{r}', r; 0)$]. En particulier, si α est une singularité essentielle isolée de $f(x)$, donc $\varphi' = -\infty$, on a le *théorème de Picard* : $n(r, \tilde{r}^*; a) \to +\infty^-$ quand $r \to 0^+$ (le cas $r^* = +\infty^-$ donne le *théorème de Picard pour les fonctions entières*). L'expression ([2]) de $\varphi(\Pi; v)$ montre que $-\varphi(\Pi; -\mathrm{Log}\,r)$ ne diffère de $N(r_0, r; 0)$ que par une constante. Ainsi, $\mathrm{Log}[M^*(r) : M^*(\bar{r})] = N(\bar{r}, r; 0)$; en particulier, si $f(x)$ est une série de Taylor telle que $f(\alpha) \neq 0$, on a $\mathrm{Log}\,M^*(r) = \mathrm{Log}|f(0)| + N(0, r; 0)$ [analogue *d'un théorème de M. Hadamard*]. L'ensemble des valeurs de $f(x)$ est une couronne de K (un cercle, si $r' = 0$).

([5]) Ostrovski, *Math. Z.*, 39, 1934-1935, pp. 269-320.

([6]) Schnirelmann, *Bull. Acad. Sci. U. R. S. S.*, sér. Math., 5, 1938, pp. 487-498.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur l'ultraconvergence des séries d'interpolation.* Note de M. **Sixto Rios**, présentée par M. Paul Montel.

Il est bien connu que la série de Dirichlet

(1) $$\Psi(s)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{n^s},$$

la série de facultés,

(2) $$\Omega(s)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n!\,a_n}{s(s+1)\ldots(s+n)}$$

et la série de Newton ou série de coefficients binomiaux

(3) $$W(s)=\sum_{n=0}^{\infty}a_n\frac{(s-1)(s-2)\ldots(s-n)}{n!}$$

possèdent des propriétés analogues.

Cette analogie a été mise en évidence par Landau ([1]) dans le remarquable théorème suivant :

Les demi-plans de convergence des séries (1), (2), (3) *coïncident et, en tout point s* (*autre que* 0, ± 1, ± 2, ...), *ces séries sont toutes trois convergentes ou toutes trois divergentes. Bien plus, tout point s de la droite de convergence* (*autre que* 0, ± 1, ± 2, ...) *est régulier pour les trois fonctions* $\Psi(s)$, $\Omega(s)$, $W(s)$, *ou bien singulier pour les trois.*

Différents travaux de MM. Ostrowski, W. Bernstein, S. Rios ont montré l'intérêt des procédés dits d'ultra-convergence ou de suite partielle pour l'étude du prolongement analytique des séries de Dirichlet. Et l'on conçoit la possibilité de réaliser une étude directe analogue des séries de facultés et des séries de Newton; mais cette étude se simplifie considérablement si on utilise le théorème suivant qui généralise le théorème de Landau déjà cité :

Théorème. — *Si une des trois séries* (1), (2), (3) *possède une suite partielle correspondant aux indices* n_ν, *qui converge uniformément dans un voisinage* D *d'un point régulier de la droite de convergence* (*autre que* 0, ± 1, ± 2, ...), *les suites partielles des deux autres séries correspondant aux mêmes indices* n_ν *convergent aussi uniformément dans* D.

Nous allons d'abord effectuer le passage de la série de Dirichlet à la série de facultés. Nous utiliserons le lemme suivant de Landau (Mémoire cité, p. 179) :

La fonction $\varphi(s, n)$ du nombre complexe s et de l'entier $n \geq 1$ définie par

(4) $$\frac{n!\,n^s}{\Gamma(s)\,s(s+1)\ldots(s+n)}=1-\frac{s+s^2}{2n}+\frac{\varphi(s,n)}{n^2}$$

([1]) *Münchener Sitzungsberichte*, 1906.

est bornée en module dans tout domaine fini du plan des s par une constante A indépendante de s et de n.

On déduit immédiatement de la relation (4), l'égalité (5)

$$(5) \qquad \frac{\Omega_{n_\nu}(s)}{\Gamma(s)} = \frac{a_0}{s\,\Gamma(s)} + \Psi_{n_\nu}(s) - \frac{s+s^2}{2}\Psi_{n_\nu}(s+1) + \sum_{n=1}^{n_\nu} \frac{\varphi(s,\,n)}{n^{s+2}} a_n,$$

où $\Omega_{n_\nu}(s)$ et $\Psi_{n_\nu}(s)$ désignent les sommes partielles correspondantes des séries (2) et (1).

Si la droite de convergence est $\mathcal{R}(s) = \lambda$, il en résulte que la suite

$$(6) \qquad \frac{a_0}{s\,\Gamma(s)} - \frac{s+s^2}{2}\Psi_{n_\nu}(s+1)$$

converge uniformément dans tout domaine borné (qui ne contient pas 0, ± 1, ± 2, ...) intérieur au demi-plan $\mathcal{R}(s) > \lambda - 1$ et qu'il en est de même pour la suite

$$\sum_{n=1}^{n_\nu} \frac{\varphi(s,\,n)}{n^{s+2}} a_n,$$

puisque, d'après le lemme de Landau, $|\varphi(s,\,n)| < A$ dans D.

Comme, par hypothèse, la suite $\Psi_{n_\nu}(s)$ converge uniformément dans un voisinage D de chaque point de la droite de convergence (autre que 0, ± 1, ± 2, ...) et que ce voisinage peut être pris intérieur au demi-plan $R(s) > \lambda - 1$, la suite partielle Ω_{n_ν} de la série de facultés sera elle aussi uniformément convergente dans ce voisinage, ce qu'on voulait démontrer. La réciproque est immédiate.

Le passage de la série de Dirichlet à la série de Newton se fait au moyen de la relation suivante, analogue de la relation (5),

$$(7) \qquad W_{n_\nu}(s) = a_0 + \frac{1}{-s\,\Gamma(-s)}\Psi_{n_\nu}(s) + \frac{1-s}{2\,\Gamma(-s)}\Psi_{n_\nu}(s+1) - \frac{1}{s\,\Gamma(-s)} \sum_{n=1}^{n_\nu} \frac{(-1)^n \varphi_2(s,\,n)}{n^{s+2}} a_n.$$

Le théorème précédent permet de déduire de quelques théorèmes connus de MM. Ostrowski, W. Bernstein et S. Rios sur l'ultra-convergence des séries de Dirichlet des théorèmes analogues pour les séries d'interpolation.

DYNAMIQUE DES FLUIDES. — *Sur les mouvements plans non stationnaires infiniment voisins de mouvements à circulation constante.* Note [1] de M. **Gérard Couchet**, présentée par M. Joseph Pérès.

Nous avons signalé [2] l'existence de mouvements non stationnaires à circulation constante; une classe non moins intéressante est celle des mouvements qui diffèrent peu des précédents. Cette classe contient, en particulier, les mouvements non stationnaires étudiés par Birbaum et Wagner.

Les notations seront celles de la Note précédente.

Dans un mouvement à circulation constante, on a

$$\Gamma = -4\pi a(l \sin\beta - m\cos\beta - \omega\Omega) = \Gamma_0,$$

et, dans un mouvement infiniment voisin, il viendra

$$-4\pi a(l\sin\beta - m\cos\beta - \omega\Omega)\,\Gamma = \Gamma_0 + \varepsilon(t).$$

Le mouvement ne peut se concevoir qu'avec un échappement de tourbillons à la pointe du profil. On peut, en première approximation, prendre pour mouvements des tourbillons ceux des molécules fluides dans le mouvement à circulation constante Γ_0.

Ces mouvements correspondent à un potentiel dont le transformé par $z = \mathrm{H}(\mathrm{Z})$ (donnant la représentation conforme usuelle du profil sur un cercle) est

$$\mathrm{G}(\mathrm{Z}, t) - \frac{i\Gamma_0}{2\pi}\mathrm{LZ}.$$

Le mouvement des molécules fluides est alors déterminé par le système

$$\mathcal{I}\left[d\mathrm{G} - \frac{i\Gamma_0}{2\pi}\frac{d\mathrm{Z}}{\mathrm{Z}} - (l - im)\,d\mathrm{H} + i\omega\overline{\mathrm{H}}\,d\mathrm{H}\right] = 0,$$

$$\mathcal{R}\left[d\mathrm{G} - \frac{i\Gamma_0}{2\pi}\frac{d\mathrm{Z}}{\mathrm{Z}} - (l - im)\,d\mathrm{H} + i\omega\overline{\mathrm{H}}\,d\mathrm{H}\right] = \frac{d\mathrm{H}.\overline{d\mathrm{H}}}{dt},$$

dont l'intégration donnera l'affixe dans le plan du cercle, soit $\zeta(u, t)$, de l'image du tourbillon échappé à la pointe à l'époque u.

Le potentiel devient, dans ces conditions,

$$\mathrm{G}(\mathrm{Z}, t) - \frac{i\Gamma_0}{2\pi}\mathrm{LZ} + \frac{i}{2\pi}\int_{t_0}^{t} \mathrm{L}\frac{\mathrm{Z} - \zeta(u, t)}{\mathrm{Z} - \zeta'}\,d\Gamma(u),$$

ζ' étant égal à a^2/ζ. Les tourbillons sortis entre les époques t_0 et t correspondent à une circulation globale

$$\int_{t_0}^{t} d\Gamma(u) = \Gamma(t) - \Gamma(t_0) = \Gamma(t) - \Gamma_0.$$

---

[1] Séance du 2 janvier 1946.

[2] *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 280.

En écrivant la condition de Joukowski (l'image P de la pointe ayant pour affixe Z_P) il vient

$$\left(\frac{dG}{dZ}\right)_{Z=Z_P} - \frac{i\Gamma_0}{2\pi Z_P} + \frac{i}{2\pi}\int_{t_0}^{t}\left(\frac{1}{Z_P-\zeta(u,t)} - \frac{1}{Z_P-\zeta'}\right)d\Gamma(u) = 0;$$

or

$$\frac{2\pi Z_P}{i}\left(\frac{dG}{dZ}\right)_{Z=Z_P} = -4\pi a(l\sin\beta - m\cos\beta - \omega\Omega) = \Gamma_0 + \varepsilon(t),$$

d'où

$$\varepsilon(t) + Z_P\int_{t_0}^{t}\left(\frac{1}{Z_P-\zeta(u,t)} - \frac{1}{Z_P-\zeta'}\right)d\Gamma(u) = 0.$$

En désignant par N et N′ les inverses de M(ζ) et M′(ζ′) par rapport au cercle de centre P et de rayon a (points qui restent symétriques par rapport à la droite inverse de C dans les mêmes conditions), l'équation devient

$$a\,\varepsilon(t) = \int_{t_0}^{t}\overline{\mathrm{N'N}}\,d\Gamma(u),$$

dont la résolution numérique est aisée et qui détermine la fonction $\Gamma(t)$.

Dans le cas envisagé par Birbaum et Wagner l'équation précédente se réduit à la forme connue

$$\varepsilon(t) + \int_{0}^{t}\sqrt{\frac{4a+V(t-u)}{V(t-u)}}\,d\Gamma(u) = 0.$$

ASTRONOMIE. — *Sur la masse de Pluton.* Note de M. **Benjamin de Jekhowsky**, présentée par M. Ernest Esclangon.

La détermination de la masse de Pluton, pour laquelle P. Lowell [1] avait déjà prédit une valeur 6 à 7 fois plus grande que celle de la Terre, tandis que W. H. Pickering [2] lui attribuait seulement une valeur de $m = (0{,}75)\mathrm{T}$, a fait l'objet de plusieurs travaux.

E. Bower [3], en tenant compte de la magnitude et du diamètre apparent de Pluton, et en se basant sur les considérations hypothétiques de l'albedo et de la densité de l'ensemble des grosses planètes, a indiqué comme valeur probable de la masse $m = (0{,}1)\mathrm{T}$.

En reprenant les travaux de Pickering, Nicholson et Mayall [4], à partir de mêmes résidus de Neptune et en utilisant les Tables de Newcomb pour les perturbations produites par toutes les autres planètes, après avoir comparé la

(1) A. D. C. Crommelin, *Monthly Notices*, **91**, 1930, p. 380.
(2) *Popular Astronomy*, **36**, 1928, pp. 143-165.
(3) *Lick. Obs. Bull.*, **15**, 1931, pp. 171-178.
(4) *Astrophysical Journal*, **73**, 1931, p. 5.

théorie aux observations de Neptune depuis 1795, ont obtenu pour la masse

$$m = (0,94)\,\mathrm{T} \pm 0,25, \tag{1}$$

résultat qui, pour certaines indéterminations, pouvait aller de 0 à (1,5)T.

M. V. Kourganoff ([5]), à partir des perturbations produites par Pluton dans les longitudes héliocentriques d'Uranus, et en utilisant dans le même but que Pickering les Tables de Le Verrier et Gaillot, après comparaison de la théorie aux observations d'Uranus depuis 1710 à 1910, a trouvé, avec les résidus de Le Verrier, d'après l'ensemble des observations,

$$m = (1,645)\,\mathrm{T} \pm 0,29; \tag{2}$$

d'après les seules observations postérieures à 1780

$$m = (1,96)\,\mathrm{T} \pm 0,82; \tag{3}$$

et avec les résidus de Gaillot, d'après toutes les observations postérieures à 1750,

$$m = (1,30)\,\mathrm{T} \pm 1,11. \tag{4}$$

M. V. Kourganoff conclut que, malgré la grande erreur probable dont sont affectés ces résultats, *la masse de Pluton est voisine de celle de la Terre et même légèrement supérieure*.

Enfin L. B. Wylie ([6]), en reprenant le travail de Nicholson et Mayall, a étendu l'intervalle des observations jusqu'à 1938, et en utilisant, outre les observations en longitudes, celles en latitudes, a obtenu :

(5) par les unes $m = (0,83)\mathrm{T} \pm 0,20$, et par les autres $m = (1,03)\mathrm{T} \pm 0,10$.

L'objet de la présente Note est de montrer qu'étant donné que Pluton fait partie de la famille des grosses planètes, les éléments de son orbite, soit ceux obtenus par Nicholson et Mayall, soit ceux obtenus par E. Bower et Whipple, doivent vérifier comme ceux des autres planètes la 3e loi de Képler, et de donner ainsi une idée sinon de la valeur exacte, du moins de la valeur probable de sa masse par rapport à celle de la Terre.

En effet, si l'on se propose de déterminer les masses d'une des grosses planètes en partant de la constante connue de Gauss, comme on le voit d'après le tableau ci-après, on retombe assez bien sur les valeurs indiquées par Newcomb, Le Verrier ou Gaillot.

En partant ainsi des formules qui expriment la loi de Képler, soit

$$a^3 \mathrm{T}_1^{-2} = (1 + m_p + \Sigma m_s)(2\pi)^2 \mathrm{C}^2; \qquad \text{soit } a^3 n^2 = (1 + m_p + \Sigma m_s) k^2,$$

et en ajoutant pour contrôle, et afin de faire intervenir les différentes données,

([5]) *Bulletin Astronomique*, **12**, IV, V, VI, 1941, pp. 193, 195, 200 et suiv.

([6]) *Publ. of the Naval Observatory Washington*, **15**, part. I, 1942, pp. 6 et suiv.

la formule

$$aV^2 = (1 + m_p + \Sigma m_s) C_1^2,$$

où a est la distance de la planète au Soleil; T_1, le temps de la révolution sidérale; n, le moyen mouvement de la planète et v, sa vitesse en km-sec et où les constantes sont liées par les relations

$$(2\pi)^2 C^2 = k^2 = [6{,}47626072] C_1^2 (\sin 1'')^{-1},$$

avec les données de Newcomb, Le Verrier ou Gaillot, nous arrivons aux résultats suivants, où l'on n'a indiqué que les moyennes ([7]) :

Masse		Terre.	Jupiter.	Saturne.	Uranus.	Neptune.	Éléments. Nicholson-Mayall. — Pluton.	Éléments. Bower et Whipple. — Pluton.	1 : m Masse du Soleil étant 1. — Jupiter.
		Données de Newcomb.							
par rapport à celle de la Terre.	(*a*)	1,0	314,6	94,4	13,7	–	2,35	2,05	1047,43
		Données de Gaillot.							
	(*b*)	1,0	312,9	92,1	–	14,5	1,17	0,86	1051,55
D'après Newcomb.	(*c*)	1,0	314,5	94,1	14,6	17,1	–	–	1047,36
		Données de Le Verrier.							
1 : m		354936	1050,9	3515,6	24072	14392	146720	169670	–
1 : m (Le Verrier).		354936	1050,0	3512,0	24000	14400	–	–	–
»		–	–	–	–	–	2,43	2,10	–

On peut constater ici entre les moyennes (*a*) et (*c*) un meilleur accord qu'entre les moyennes (*b*) et (*c*), et voir également qu'en partant des données de Newcomb ou de Le Verrier on trouve pour la masse de Pluton par rapport à celle de la Terre des valeurs à peu près doubles de celles que l'on trouve à partir des données de Gaillot, et ceci soit en utilisant les éléments de Nicholson et Mayall, soit ceux de E. Bower et Whypple.

Nous pouvons conclure que la masse de Pluton se trouve comprise entre 2,43 et 0,86, par rapport à celle de la Terre, d'où l'on peut écrire

$$m = (1{,}64 \pm 0{,}78)\,T,$$

résultat assez concordant avec les valeurs (2), (3) et (4) ci-dessus.

Quant à la valeur

$$m = (1{,}01 \pm 0{,}15)\,T,$$

que nous trouvons avec les données de Gaillot, elle s'accorde parfaitement avec les valeurs (5) et même (1).

([7]) Les trois formules donnent des résultats très voisins.

CHALEUR. — *Correction d'erreurs dues au rayonnement dans les mesures de convection naturelle à la température ordinaire.* Note [1] de M. **Pierre Vernotte**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avions, à propos de nos expériences d'avant-guerre, insisté sur les précautions qui devaient être prises pour que les mesures de convection fussent correctes : corps convectant contenu dans une enceinte fermée opaque, sans fuite d'air chaud vers le haut, température du fluide mesurée par celle de l'enceinte, corps convectant et enceinte isotherme, thermométrie exacte et en particulier mesure différentielle des températures de corps et d'enceinte, évaluation juste des effets d'inertie thermique.

Or, pour vérifier certaines conclusions théoriques, nous avons dû, malgré cela, effectuer des mesures dans les conditions misérables auxquelles nous avait astreint l'occupation ennemie. Nous rappelons à ce propos que, moyennant un peu de peine et d'ingéniosité, des moyens rudimentaires n'empêchent nullement de bonnes mesures, même dans les chapitres difficiles de la physique : nous montrerons en effet ailleurs que ces expériences, qui eussent paru d'une lamentable rusticité, nous ont conduit cependant au rayonnement proprement dit du corps convectant.

Le corps convectant C était un cylindre de fer d'axe horizontal, de 4^{cm} de diamètre, de 7^{cm} de longueur, exposé à l'air, contenant un thermomètre à mercure T_1, la température ambiante étant mesurée par un autre thermomètre à mercure T_2. Le cylindre étant initialement chauffé, on observait son refroidissement spontané, dont la dérivation par rapport au temps conduisait au coefficient d'échange thermique. Les graduations étaient éclairées par la fenêtre de la pièce, au rayonnement de laquelle s'ajoutait, sur C et sur T_2, le rayonnement de l'observateur situé près de C.

Pour réussir *quand même* ces expériences, nous avons donc dû conduire certaines études, et c'est ainsi qu'il a été décrit comment éviter la parallaxe dans la lecture du thermomètre [2], comment on déterminait ses inerties [3], comment les thermomètres pouvaient être gradués en toute rigueur [4], comment dériver en toute sécurité la courbe de refroidissement [5]. On détournait la respiration de l'opérateur, et la fermeture de toutes les baies, et surtout l'immobilité de l'opérateur supprimait l'agitation de l'air.

Restait donc l'effet des rayonnements perturbateurs. On ne pouvait les éviter en enveloppant C de caches, car on eût empêché l'observation

---

(1) Séance du 3 décembre 1945.

(2) *J. de Physique*, 8e série, 6, 1945, p. 26 S.

(3) *Comptes rendus*, 220, 1944, p. 447.

(4) *J. de Physique, loc. cit.*, p. 29 S.

(5) *Comptes rendus*, 219, 1944, p. 597.

continue du thermomètre, altéré le phénomène de convection ou rendu difficile à définir et sans intérêt. Il a donc fallu corriger après coup. La fenêtre qui éclairait les colonnes mercurielles [la lecture sans parallaxe exigeait ce mode d'éclairage (2)] ne laissait parvenir qu'un rayonnement diffus, normalement peu important, ce qui rendait la correction possible. On la rendait encore plus sûre en opérant au même moment de la journée et par une luminosité de même ordre lors de l'expérience de correction.

Cette expérience consistait, en se plaçant aussi dans les mêmes conditions géométriques, à observer le thermomètre T_2 et le thermomètre T_1 du corps C, protégés par des caches légers facilement amovibles; de telle sorte qu'on connût bien, en fonction du temps, la température ambiante vraie θ, l'indication de T_2 faussée par le rayonnement, et, pendant une durée suffisante, la température V du corps C chauffé par le rayonnement.

Cette température V résulte de la puissance rayonnée absorbée ϖ, et de la dissipation dans l'air ambiant selon le coefficient d'échange global h, fonction de l'écart de température corps-extérieur, et connu, pour l'écart moyen réalisé, avec une approximation suffisante par l'expérience de convection non corrigée. Bien entendu, on tient compte des inerties thermométriques. Les températures varient assez lentement pour qu'il suffise de n'observer que quelques minutes après la manœuvre des caches.

Γ étant la capacité calorifique du corps C, l'équation des températures

$$\tau\frac{dV}{dt}+V=\theta+p,$$

où l'on a posé $\Gamma : h=\tau$, $\varpi : h=p$, s'intègre (V_0 étant la température V au moment où a été supprimée la protection) en

$$V=V_0e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}\int_0^t\theta e^{+\frac{t}{\tau}}dt+p\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right).$$

L'intégrale définie se calcule en représentant θ par un polynome du 3e degré, tant bien que mal déterminé. La constante de temps τ est connue *a priori* par la valeur de h; on l'a trouvée égale à 5200 secondes.

W désignant la somme des deux premiers termes, la pente de la droite donnant $(V-W)$ en fonction de $(1-e^{-t/\tau})$ est l'inconnue p.

Nous avons trouvé $p=0°{,}40$. D'où, par h, la valeur de $\varpi=hp$.

Les caches, avons-nous dit, altèrent un peu le phénomène de convection. Mais, ϖ n'intervenant que comme terme correctif, il n'est pas nécessaire de connaître ϖ, c'est-à-dire h, avec toute l'approximation possible.

La perturbation ε apportée à θ par le rayonnement extérieur se déduit de la comparaison de θ et de T_2. Nous avons trouvé $\varepsilon=0°{,}10$.

Finalement, on corrigera les mesures faites en vue du calcul du coefficient d'échange global, en majorant la température ambiante observée de ε,

et en ajoutant à la valeur absolue de la dérivée de la température du corps convectant par rapport au temps, la quantité constante connue $\varpi : \Gamma$.

Des deux rayonnements envisagés, le plus gênant est celui qui est dû à la lumière du jour, parce qu'on ne peut agir sur lui. L'inconvénient le plus grave réside dans la variation de ce rayonnement au long des 4 heures que dure l'expérience de convection. On se tire d'affaire en ne travaillant que par des ciels assez gris et des temps calmes, et en faisant tenir toute l'expérience au milieu de la journée. Certaines de nos mesures, faites sans ces précautions, ont été ininterprétables. Il est d'ailleurs possible d'atténuer par des caches l'effet de la lumière du jour, sans troubler trop le phénomène.

ÉLECTROCHIMIE. — *Étude de la surtension cathodique des amalgames de cuivre en solution de nitrate*. Note (1) de M. **Maurice Bonnemay** et Mlle **Antoinette Hamelin**, présentée par M. Frédéric Joliot.

Les expériences ont été faites avec des cathodes constituées par de l'amalgame de cuivre à diverses concentrations plongeant dans des solutions de nitrate de cuivre.

On a étudié :

1° la vérification de l'équation d'Audubert (2);

2° l'effet de dilution de la solution;

3° l'effet de température.

L'équation reliant la sustension au courant $\mathcal{J}$ est

$$\mathcal{J} = \mathrm{A}e^{\frac{\alpha \mathrm{FZ}\eta}{\mathrm{RT}}}\left(1 - e^{-\frac{(\alpha+\beta)\mathrm{ZF}\eta}{\mathrm{RT}}}\right), \tag{1}$$

où A est une constante, F le Faraday, R la constante des gaz parfaits, T la température, α et β les coefficients de transport d'énergie de l'ion, Z la valence, η la surtension.

La courbe $\log \mathrm{I} = f(\eta)$ doit présenter dans ces conditions une partie linéaire de pente $\alpha \mathrm{FZ/RT}$ pour η grand. Dans la partie où η ne peut être considéré comme grand, on peut, par un calcul simple, calculer $\alpha + \beta$. On vérifie que la formule (1) s'applique par le fait que les nombres trouvés pour $\alpha + \beta$ sont constants.

D'autre part l'étude du phénomène en fonction de la température permet de calculer l'énergie d'activation du processus de décharge des ions.

Les résultats obtenus permettent de conclure que la formule (1) se trouve vérifiée dans le cas des amalgames à une seule phase quelle que soit la concentration de la solution [contrairement à ce que l'un de nous a observé dans le cas des cathodes de cuivre solide; dans ce cas la formule (1) ne s'applique qu'à forte concentration].

(1) Séance du 3 décembre 1945.

(2) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 61.

Les résultats montrent que α et β sont indépendants de la concentration de l'amalgame et de la solution.

Concentration d'amalgame.	α.	$\alpha+\beta$.	Concentration de la solution.
4 ‰	0,13	0,6	0,66 N
4 »	0,16	0,6	0,1 N
4 »	0,16	0,7	0,01 N
1 »	0,15	0,65	0,1 N
1 »	0,13	0,6	0,01 N

L'effet de température montre par ailleurs que α et β sont indépendants de ce facteur. Il en résulte qu'il est admissible de calculer l'énergie d'activation de décharge W, les ions ne changeant vraisemblablement pas d'état énergétique dans le domaine de température prospecté.

On trouve ainsi pour W :

Concentration d'amalgame.	Concentration de la solution.	W calories.
1 ‰	0,1 N	4500
4 »	0,01 N	5200
1 %	0,1 N	4500
	0,01 N	5300
1 »	0,01 N	5200

Quand on refait les mêmes expériences avec des amalgames à deux phases (par exemple 5 %), on trouve que la formule (1) n'est plus vérifiée à faible concentration; les écarts avec la théorie s'atténuent d'ailleurs quand la dilution de l'électrolyte diminue et pour 5 % de concentration d'amalgame, la théorie s'applique de nouveau à partir de la normalité, et pour les plus fortes concentrations. Un phénomène semblable a été mis en évidence dans le cas de cathode de cuivre solide ([3]). Il semble donc bien que les écarts observés entre la théorie et l'expérience dans le cas des cathodes de cuivre soient dus à la structure solide de l'électrode.

PHOSPHORESCENCE. — *Phosphorescence de l'azote en présence d'argon.* Note ([1]) de Mme **Renée Herman**, transmise par M. Aimé Cotton.

Lord Rayleigh ([2]) avait montré que, lorsqu'on dilue l'azote dans un gaz rare, les bandes α du premier système positif subissent un déplacement d'ensemble vers le rouge. Aucune interprétation de ce fait curieux n'ayant été proposée jusqu'ici, j'ai essayé d'apporter une contribution nouvelle à

([3]) M. Bonnemay, *J. Chimie Physique*, 218, 1944, p. 41.

([1]) Séance du 2 janvier 1946.

([2]) *Proceedings of the Royal Society of London*, A, 102, 1923, p. 453.

cette étude en recherchant comment évoluent les autres systèmes de bandes de l'azote par addition d'argon.

La phosphorescence de l'argon contenant des traces d'azote a été examinée en photographiant le tube à décharge, soit après l'arrêt de la décharge, soit après avoir mis en court-circuit les bornes du transformateur. Il est remarquable que, pour une densité de courant convenable, le spectre de la phosphorescence soit presque identique à celui de la décharge. Dans ces conditions particulières, la phosphorescence est très intense et d'une durée de l'ordre du dixième de seconde. Le spectre de cette phosphorescence diffère de ceux émis ordinairement par une décharge dans l'azote pur par les caractères suivants :

Premier système positif. — Ce système, qui est de beaucoup le plus intense, présente une excitation sélective très différente de celle observée dans l'azote pur. Dans les séquences $v' - v'' = 3, 4, 5$, le niveau $v' = 8$ est fortement exalté; dans les séquences $v' - v'' = 4, 5, 6$, on observe, en outre, l'exaltation des niveaux $v' = 17$ et 18.

Deuxième système positif. — En phosphorescence, ce système possède une répartition d'intensité des bandes dans une séquence qui correspond à une température très élevée. C'est ainsi que la bande 3998 Å (1,4) est plus intense que la bande 4059 Å (0,3), contrairement à ce qui a lieu dans une décharge ordinaire. De même, la bande 4344 Å (0,4) est pratiquement inexistante, alors que la bande 4355 Å (4,9) est bien visible. Ordinairement les intensités sont dans un rapport inverse de celui-ci.

Premier système négatif. — Ici encore, en phosphorescence, on observe une exaltation inaccoutumée des bandes à $v' > 0$. Cet effet est bien plus marqué que celui observé dans l'azote pur à l'aide d'un phosphoroscope à impulsions ([3]). C'est ainsi que, dans la séquence $v'' - v' = 2$, la bande (0,2) est à peine visible alors que la bande (2,4) est la plus intense; dans la séquence $v'' - v' = 1$, la bande (1,2) est plus intense que (0,1).

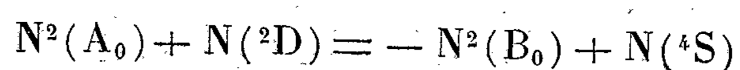
Bandes de Goldstein-Kaplan. — Des bandes apparaissent en phosphorescence. Leur structure de rotation semble indiquer une température élevée. Les intensités des têtes de bandes sont, en effet, beaucoup plus faibles que dans le cas d'une décharge dans un tube plongé dans l'air liquide. Une telle diminution d'intensité s'expliquerait par une température élevée à moins que ces bandes ne soient très sensibles à l'action de la température.

En comparant le spectre de phosphorescence particulier ci-dessus à celui obtenu dans l'azote pur à l'aide du phosphoroscope à impulsions, on constate, tout d'abord, que l'excitation du premier système positif s'effectue dans les deux cas par des processus différents; quant au deuxième

([3]) *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 593.

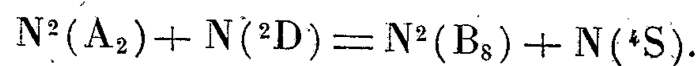
système positif et aux bandes de Goldstein-Kaplan, leur intensité est faible dans l'azote pur. Comme je l'ai déjà admis pour l'azote pur ([2]), une température apparente aussi élevée est due à un processus d'émission par recombinaison des ions et des électrons. Dans une décharge dans l'azote pur, sous une pression suffisamment élevée, la répartition d'intensité des bandes dans une séquence est déterminée, comme on le sait, par les probabilités de transition et par la répartition des molécules sur les divers niveaux de vibration de l'état électronique supérieur, répartition qui se rapproche de la distribution thermique. Lorsque l'azote est très dilué dans un gaz inerte, les chocs entre les molécules d'azote étant beaucoup plus rares, on ne peut plus admettre la répartition thermique pour le niveau supérieur. Le nombre de molécules pour chaque niveau de vibration est alors déterminé surtout par le nombre de recombinaisons d'ions et d'électrons aboutissant à ce niveau. On obtient ainsi une distribution correspondant à une température apparente très élevée s'écartant notablement de la température réelle du gaz.

En ce qui concerne le premier système positif, il semble que l'on ait superposition de deux phosphorescences : l'une, sans sélectivité, d'un type décrit précédemment ([3]), l'autre avec exaltation des bandes à B ($v'=8$). La comparaison de cette dernière phosphorescence avec la phosphorescence jaune de l'azote actif montre que les bandes à B ($v' = 11, 12$) sont fortement affaiblies, alors que les bandes à B ($v' = 6$) subissent, par dilution dans un gaz rare, un déplacement vers B ($v' = 8$). Ce déplacement s'explique aisément en admettant, avec Carrio et Kaplan, que l'exaltation du niveau B ($v' = 6$), observé dans l'azote actif, est due à la réaction



$$N^2(A_0) + N(^2D) = N^2(B_0) + N(^4S)$$

Si l'on admet que la répartition des molécules entre les divers niveaux de vibration de l'état A correspond à une température élevée, conformément à ce qui vient d'être exposé et à ce qui est effectivement observé pour tous les autres niveaux trouvés en phosphorescence dans une atmosphère d'argon, le nombre maximum de molécules pour l'état A se trouvera alors déplacé vers les valeurs plus élevées de v. Pour obtenir un maximum à B ($v' = 8$), on doit admettre, pour la réaction la plus fréquente,



$$N^2(A_2) + N(^2D) = N^2(B_8) + N(^4S).$$

L'interprétation ci-dessus a l'avantage de rendre compte du fait que le phénomène est indépendant de la nature du gaz rare et permet, en outre, de comprendre la possibilité d'une variation progressive de la répartition d'intensité dans la séquence en fonction de l'excitation et de la composition du gaz.

OPTIQUE PHYSIQUE. — *Les ondes de lumière naturelle se propagent comme si le vecteur lumineux était divergent ; conséquences pour l'Optique physique.* Note [1] de M. A. Foix.

Pour établir que les ondes de lumière naturelle se propagent comme si le vecteur lumineux était divergent, nous nous reporterons à un article du *Journal de Physique* [2] dans lequel nous avons exposé les principales propriétés des ondes sphériques transversales solides polarisées rectilignement. En dernier lieu, dans cet article, nous avons démontré que le principe d'Huygens-Fresnel, appliqué à des ondes planes polarisées rectilignement, cela en utilisant pour expression des ondes élémentaires celle des ondes solides [3], on retrouve identiquement la loi de propagation de ces ondes planes. Autrement dit, si, sur le plan d'une de ses ondes, la vibration est $F(Vt)$, on trouve qu'en un point P, à la distance 1 de ce plan, la vibration est $f(Vt-1)$, rigoureusement, V étant la vitesse de propagation et t le temps. Généralisant ce résultat, nous avons démontré que la même manière d'utiliser le principe d'Huygens-Fresnel s'impose lorsqu'on l'applique à une surface quelconque, car on est conduit à une intégrale qui satisfait à *toutes les équations de Maxwell-Hertz, dont elle est la solution simple et cela par tous ses éléments.* Tandis qu'en appliquant le même principe comme on le fait classiquement, *le vecteur lumineux est divergent* : son rotationnel est notre solution.

Cette intégrale permet de voir simplement que les ondes de lumière naturelle se propagent comme si le vecteur lumineux était divergent.

En effet, pour appliquer le principe de Huygens-Fresnel quand la polarisation ne varie pas [4], l'expression des ondes élémentaire est

$$u = \sin\zeta\left[\frac{1}{r^2}\varphi(Vt-r)+\frac{1}{r}\varphi'(Vt-r)\right]d\sigma, \tag{1}$$

u étant l'expression de la vibration sur l'élément $d\sigma$ de la surface à laquelle on applique le principe, r le rayon de l'onde élémentaire solide, λ la longueur d'onde lumineuse, V la vitesse de propagation des ondes planes, t le temps, enfin ε est la colatitude de $d\sigma$ sur l'onde élémentaire solide en adoptant pour coordonnées, sur cette dernière, celles géographiques, l'axe d'oscillation remplaçant l'axe du monde [5].

---

(1) Séance du 12 décembre 1945.

(2) *Journ. de Phys.*, 8e série, **1**, 1940, VIII, p. 311.

(3) Nous donnons plus loin l'expression de ces ondes élémentaires solides.

(4) En supposant une source permanente de lumière polarisée rectilignement par exemple tout à fait hypothétique.

(5) Toutes ces ondes solides émanant de l'élément $d\sigma$ oscillant d'une pièce, d'où solide, autour d'un même axe et l'angle ε est celui de r avec cet axe. Celui-ci normal au plan de vibration de la lumière éclairant $d\sigma$.

Lorsque la lumière est naturelle ([6]), la polarisation variant comme on le sait constamment, l'axe d'oscillation des ondes élémentaires a, dans l'unité de temps, toutes les directions possibles dans l'espace. Il en résulte que $\sin\varepsilon$ dans l'expression (1) doit être remplacé par une moyenne qui est $\sqrt{2}/2$. Mais alors l'expression des ondes élémentaires est la même que pour les ondes sonores, la même que si les ondes de lumière naturelle se propageaient comme *si le vecteur lumineux était divergent.*

Conséquence. — En optique physique on néglige toujours la condition de divergence nulle du vecteur lumineux *sans être en désaccord avec l'expérience,* cela depuis Fresnel. La lumière paraissait donc se propager contrairement aux équations de Maxwell. Il n'en est rien parce que *la seule lumière dont on peut parler est la lumière naturelle,* que la source soit naturelle ou artificielle, et cela quel que soit l'état de polarisation imposé ([7]). D'ailleurs ce changement continuel de polarisation se conçoit aisément d'après la théorie de l'atome.

Remarque. — Nous terminerons sur cette remarque : à cause de la petitesse des longueurs d'onde lumineuse vis-à-vis du rayon r des ondes élémentaires, l'expression (1) se simplifie encore. Elle se réduit à

$$u = \frac{2\pi a}{\lambda\Gamma}\sin\varepsilon\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(Vt - r) + \gamma\right],$$

le premier terme de l'expression (1) qu'on peut écrire

$$\frac{a\sin\varepsilon}{x^2}\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(Vt - r) + \gamma\right] = \frac{a\sin\varepsilon}{\lambda x}\cdot\frac{\lambda}{\gamma}\sin\left[\frac{a\pi}{\lambda}(Vt - r) + \gamma\right]$$

étant négligeable.

De sorte que l'application du principe d'Huygens-Fresnel devient celle classique, employée en diffraction ([8]), cela parce que la lumière est naturelle et que les longueurs d'onde lumineuse sont très petites.

Conclusion. — Pour mettre de l'ordre en Optique physique, il faut respecter *toutes* les équations de Maxwell.

([6]) Si la lumière est naturelle, les axes sont constamment dans un plan normal à la direction de lumière éclairant $d\sigma$.

([7]) Dans ce dernier cas, $\sin\varepsilon$, dans l'expression (1), doit être remplacée par une moyenne différente de $\sqrt{2}/2$ due au polarisateur. Mais peu importe, cela ne change pas nos conclusions.

([8]) Celle classique voisine, dolomites de l'ombre géométrique. Pour la diffraction dite éloignée en lumière naturelle, il faudrait appliquer le principe d'Huygens-Fresnel, les ondes élémentaires ayant pour expression :

$$u = d\sigma\frac{\sqrt{2}}{2}\left[\frac{1}{r^2}\varphi(\nu t - r) + \frac{1}{r}\varphi(\nu t - r)\right],$$

$\varphi(\nu t - r)$ étani harmonique et $\varphi'(\nu t - r)$ sa dérivée par rapport à $(\nu t - r)$.

MÉTALLOGRAPHIE. — *Étude aux rayons X de l'écrouissage superficiel de cristaux uniques d'aluminium et de fer par polissage mécanique.* Note de MM. **Jacques Bénard** et **Paul Lacombe**, présentée par M. Charles Mauguin.

Depuis les travaux d'Osmond et ceux de Beilby on sait que le polissage des métaux par les abrasifs apporte dans la structure des couches superficielles des perturbations importantes, conduisant à la formation d'un derme écroui, considéré jusqu'ici comme amorphe. Dans ce travail nous avons cherché à préciser la nature et la profondeur de ces perturbations par les diagrammes de rayons X par réflexion. L'un de nous (1) a déjà montré que, contrairement à une opinion généralement admise, cette méthode permet d'explorer une très faible épaisseur de métal, et par suite d'étudier les modifications superficielles de celui-ci.

Lorsqu'on examine par réflexion la surface d'un cristal unique de fer soumis à l'abrasion à l'émeri, on observe qu'aux taches du diagramme de Laue initial se substituent des anneaux de Debye-Scherrer continus, dus au rayonnement caractéristique de l'anticathode utilisée (Fe K α_1, α_2). L'apparition de ces anneaux indique que l'abrasion a provoqué au voisinage de la surface le morcellement du cristal unique en cristallites présentant toutes les orientations possibles.

Afin de déterminer la profondeur de la perturbation de la structure du cristal, nous avons dissous par polissage électrolytique des couches successives de métal et examiné simultanément les modifications des diagrammes de rayons X aux différents niveaux de la couche écrouie. A partir d'un certain niveau dont la profondeur dépend de la grosseur de l'abrasif (de 5 à 10^{μ} pour l'émeri n° 2), des secteurs renforcés caractéristiques d'une texture orientée des cristallites se substituent aux anneaux continus.

Si l'on poursuit l'exploration en profondeur, les secteurs disparaissent progressivement pour faire place aux taches de Laue du cristal sous-jacent. Ces taches sont d'abord diffuses, puis retrouvent peu à peu la netteté correspondant au cristal initial (à une profondeur de l'ordre de 60^{μ} pour l'émeri n° 2). Ces dimensions n'ont qu'une valeur d'indication et peuvent varier dans de larges limites suivant les conditions de l'abrasion.

Nous avons observé des faits identiques sur des cristaux uniques d'aluminium; cependant la profondeur de la perturbation est plus faible. De plus les anneaux de Debye-Scherrer dus au morcellement du cristal présentent à tous les niveaux une grande netteté, qui permet la résolution

(1) J. Bénard, *Comptes rendus*, 217, 1943, p. 77.

du doublet du rayonnement caractéristique (Cu K α_1, α_2). Dans le cas du fer au contraire les anneaux, très flous dans la couche la plus externe, s'affinent au fur et à mesure qu'on se rapproche du cristal intact. La cause de cette différence d'aspect des diagrammes du fer et de l'aluminium (dimensions très variables ou distorsion des cristallites) ne peut être déterminée d'après ces seuls faits.

Le point important à élucider est de savoir si l'orientation préférentielle des cristallites observée dans la couche moyenne est déterminée par le sens des efforts exercés au cours de l'abrasion ou par la symétrie du cristal sous-jacent. Si l'on polit à l'émeri suivant une direction déterminée une plaquette de fer comportant plusieurs gros cristaux, on obtient une texture fibreuse dont l'axe est orienté différemment sur chaque cristal. L'orientation privilégiée des cristallites de la couche moyenne est imposée principalement par l'orientation du cristal. Ceci est encore confirmé par le fait déjà signalé (2) que le polissage dans une même direction d'un échantillon polycristallin ne provoque pas l'apparition d'une texture orientée commune à tous les cristaux.

Ces résultats permettent d'apprécier la profondeur de la perturbation due à l'abrasion et d'analyser le mécanisme de la transformation progressive du cristal unique primitif en cristallites totalement désordonnées. Ils ne permettent ni d'infirmer ni de confirmer l'existence de la couche amorphe de Beilby. On peut toutefois admettre que l'état de désorganisation de la zone externe est susceptible de s'accentuer au voisinage immédiat de la surface jusqu'à réaliser un état quasi amorphe.

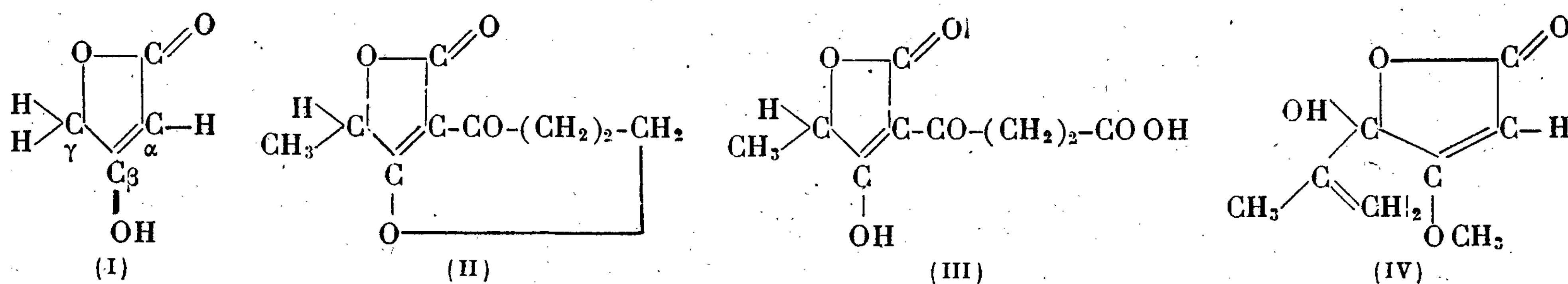
CHIMIE ORGANIQUE. — *Dérivés α-acétylés γ-monosubstitués de l'acide tétronique.* Note de M. **Jean Lecocq**, présentée par M. Marcel Delépine.

Les dérivés de l'acide tétronique (I) ont suscité ces derniers temps un grand nombre de travaux. En effet il a été trouvé de tels dérivés dans les milieux de culture de certaines moisissures. Par exemple Clutterbuck, Raistrick et Reuter (1) ont isolé des cultures de *Penicillium Charlesii* deux acides tétroniques (II) et (III), respectivement appelés acides carolique et carolinique. De même Clutterbuck (2) a isolé des cultures de *Penicillium cyclopium* un *acide pénicillique* (IV), antiseptique assez énergique. Enfin il semble que la péni-

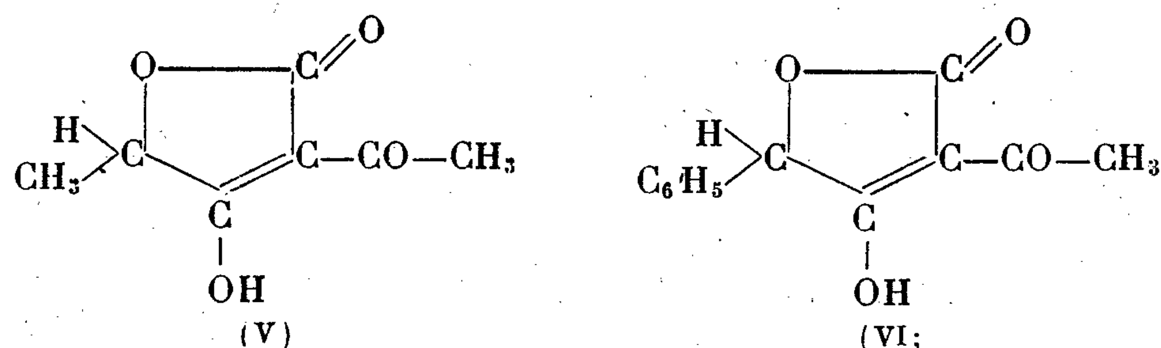
(2) A. Homès, *Bull. Sc. Acad. Roy. Belg.*, 3, 1938, p. 147.

(1) *Bioch. Journal*, 29, 1935, p. 300.
(2) *Klin. Wochensch.*, 22, 1943, p. 505.

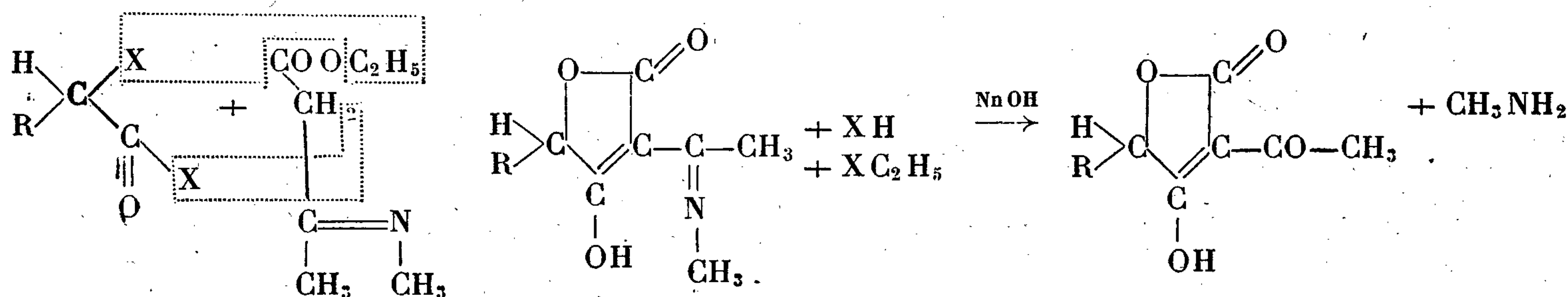
cilline (de *Penicillium notatum*) soit elle-même une lactone et de nombreuses lactones synthétiques se sont révélées antiseptiques.



Dans cette Note nous décrirons deux acides tétroniques α-acétylés (V et VI) :



Ils ont été préparés selon la méthode de Benary ([3]) par condensation des halogénures d'acides α-halogénés avec le β-aminocrotonate d'éthyle ou le N-méthyl β-aminocrotonate d'éthyle en présence de pyridine :



Acide-α (iminoacétyl) γ-méthyltétronique, $C_7H_9O_3$. — Par addition de 100g de bromure d'acide α-bromopropionique à 60g de β-aminocrotonate d'éthyle et 37g de pyridine anhydre en solution éthérée, en refroidissant dans la glace. L'addition terminée, on abandonne une demi-heure à température ambiante, puis on ajoute de l'eau et du chloroforme. La solution éther + chloroforme est séchée sur du sulfate de sodium, puis évaporée. Le résidu, additionné d'un peu d'alcool, cristallise à la glacière. Recristallise dans l'eau. Rdt 13g, F/161°.

Acide α (N-*méthyliminoacétyl*) *γ-méthyltétronique*, $C_8H_{11}O_3N$. — Par condensation du bromure de l'acide α-bromopropionique avec le N-méthyl β-amino crotonate d'éthyle. Recristallise dans l'eau en fines aiguilles. F 116-118°.

Acide α-acétyl γ-métyltétronique, $C_7H_8O_4$ (V). — Par hydrolyse de l'une des deux imines précédentes par la soude normale à froid. La purification se fait par l'intermédiaire du sel de cuivre selon les données de Benary. Recristallise dans très peu d'alcool méthylique. F 55°. Coloration rouge avec le perchlorure de fer; très soluble dans l'eau.

Acide α (N-*méthyliminoacétyl*) *γ-phényltétronique*, $C_{13}H_{13}O_3N$. — On commence par préparer le chlorure de l'acide phénylacétique (par le chlorure de thionyle) que l'on

([3]) *Ber. d. chem. Ges.*, **42**, 1909, p. 3913.

rectifie puis que l'on brome par action du brome au bain-marie. Le chlorure de l'acide α-bromophénylacétique ainsi obtenu peut être rectifié (E_{15} 132-138°). Il est condensé avec le N-méthyl β-aminocrotonate d'éthyle sous l'éther et en présence de pyridine. L'imine obtenue est recristallisée dans l'alcool. F 150°.

Acide α-acétyl γ-phényltétronique, $C_{12}H_{10}O_4$ (VI). — Par hydrolyse du précédent par la soude normale à froid et purification par le sel de cuivre. Recristallise dans l'alcool. F 104°.

Les composés (V) et (VI) se sont révélés inactifs vis-à-vis de divers *cocci*.

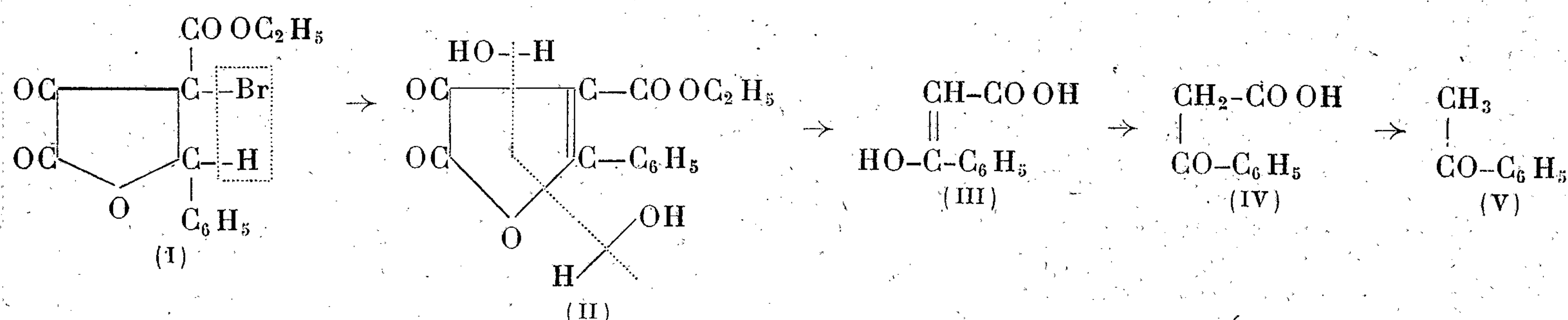
CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les esters cétoparaconiques. L'hydrolyse alcaline de l'ester phénylbromocétoparaconique.* Note (¹) de MM. **Henry Gault** et **Jean Suprin**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nous avons exposé (²) les résultats que nous avons obtenus en soumettant l'ester phénylbromocétoparaconique à l'action hydrolysante des lessives de soude caustique (10 % et 20 %) à la température du bain-marie.

Cette hydrolyse donne naissance, suivant la concentration de la lessive sodique, soit à un mélange d'acétophénone et d'acide phénylpropiolique, soit exclusivement à ce dernier acide.

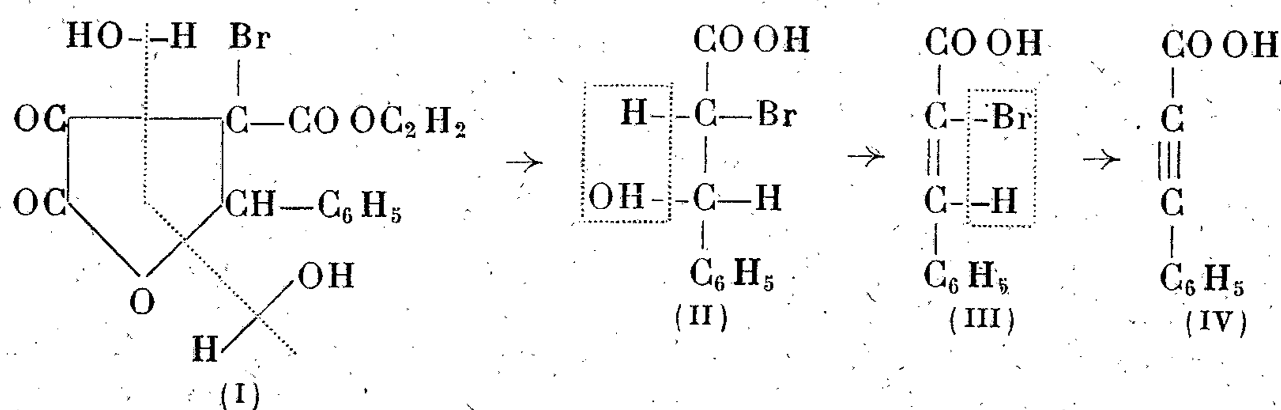
Voici le mécanisme probable de la formation de ces deux composés.

1. *Acétophénone.*



On peut admettre que la soude détermine, *en premier lieu*, l'élimination d'une molécule d'acide bromhydrique, puis, ensuite, la scission du groupe oxalique par coupure acide du complexe α-cétonique et ouverture du cycle de l'acide lactone éthylénique formé (II). L'acide benzoylacétique (III) et (IV) qui prend ainsi naissance se dédouble, enfin, en acétophénone (V) et acide carbonique.

2. *Acide phénylpropiolique.*



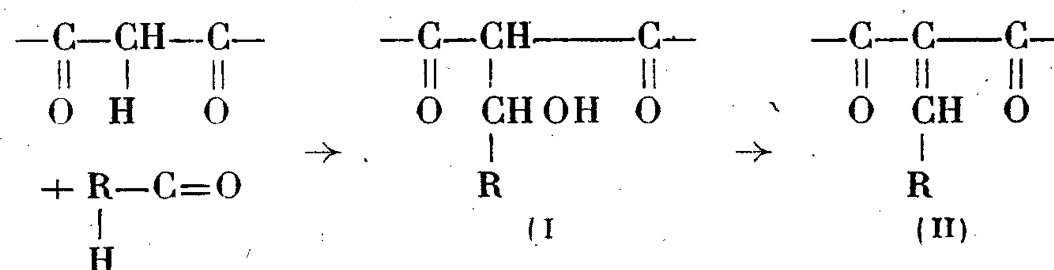
(¹) Séance du 20 août 1945.

(²) H. Gault et J. Suprin, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 86.

Dans ce cas, c'est, au contraire, une scission totale du groupe oxalique qui se manifeste en premier lieu, par coupure acide du complexe β-cétonique et ouverture simultanée du cycle lactonique. La bromhydrine formée (II) perd, ensuite, successivement, une molécule d'eau et une molécule d'acide bromhydrique, avec formation d'acide α-bromocinnamique (III) ([2]), puis d'acide phénylpropiolique (IV).

La formation de l'acétophénone à partir de l'ester phénylbromocétoparaconique, se ramène, schématiquement, à une réaction de substitution de l'atome d'hydrogène aldéhydique du benzaldéhyde, par un groupe CH_3 fourni par le groupe médian CH_2 de l'ester oxalacétique.

Nous signalons, dès à présent, que cette réaction devrait pouvoir être reproduite, pour l'obtention des méthylcétones les plus diverses, en mettant en œuvre n'importe quel ester β-dicarbonylé ou, plus généralement, n'importe quel composé β-dicarbonylé, susceptible de se condenser avec les aldéhydes par une réaction de cétolisation bimoléculaire (esters acétylacétiques, esters maloniques, β-dicétones). La difficulté est d'arriver à préparer les cétols intermédiaires correspondants sans que l'hydroxyle cétolique prenne part à une réaction de déshydratation spontanée, par union avec un atome d'hydrogène libre sur l'atome de carbone médian des composés β-dicarbonylés. Or, les essais effectués, dans ce but, par de nombreux auteurs et, entre autres, par l'un de nous ([3]), ont montré que ces cétols ne peuvent, sauf exception, être isolés, les produits qui apparaissent au cours de la condensation cétolique *bimoléculaire*, étant, en général, les composés alcoylidéniques correspondants (II).



On comprend que, dans le cas de l'ester oxalacétique, la lactonisation spontanée qui accompagne toujours la cétolisation ([4]), bloque momentanément l'hydroxyle cétolique et s'oppose ainsi à la déshydratation alcoylidénique ou à toute autre réaction secondaire éliminant cet hydroxyle. Il suffit ensuite de se placer dans des conditions expérimentales telles que l'ester halogénocétoparaconique, préparé suivant la technique que nous venons d'indiquer, perde une molécule d'hydracide, avec création d'une double liaison éthylénique dans le cycle lactonique, *avant que ce cycle s'ouvre*. Si ces conditions sont observées, l'hydroxyle libéré, qui est, en somme, l'un des hydroxyles résiduaires de

([3]) H. GAULT et J. BURKHARDT, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 7, 1938, p. 402; H. GAULT et T. WENDLING, *ibid.*, 5e série, 3, 1936, p. 380; H. GAULT et A. ROESCH, *ibid.*, 5e série, 5, 1937, p. 1316.

([4]) H. GAULT, *Exposé de titres*, Paris, 1941, p. 57.

l'hydrate de l'aldéhyde mis en œuvre, réapparaît à l'état d'hydroxyle *énolique*, générateur, par tautomérisation, de la fonction cétone.

Nous cherchons à généraliser cette *réaction de passage d'un aldéhyde à la méthylcétone correspondante*, aussi bien dans la série aromatique que dans la série acyclique, en même temps que nous étudions, par application de la règle que nous venons d'énoncer, la possibilité de la rendre quantitative.

CHIMIE APPLIQUÉE. — *Action du phosphate triphénylique sur l'acétate de cellulose gélatinisé*. Note de M. **Pierre Clément**, présentée par M. Louis Hackspill.

Nous avons indiqué ([1]) que le phosphate triphénylique ne forme pas de combinaisons d'addition avec l'acétylcellulose, lorsqu'il est dissous à des concentrations élevées dans des liquides sans action sur le dérivé cellulosique.

La gélatinisation de l'acétate par différents carbures chlorés, bien que favorisant un écartement des chaînes cellulosiques, ne semble pas apporter non plus une possibilité de solvatation par le phosphate triphénylique. La méthode appliquée, simplification de la méthode des restes, révèle par contre la formation de combinaisons définies entre l'acétate et ses gélatinisants (CH_2Cl_2, $CHCl_3$, $C_2H_2Cl_4$).

Des échantillons de 4^g d'acétate sec (à 54,5 % de CH_3COOH) sont gonflés à 20° par des mélanges de gélatinisant et de phosphate triphénylique en proportions bien définies, la quantité de liquide d'imbibition (45 à 50^g) étant juste suffisante pour pouvoir mesurer avec précision les variations de concentration du phosphate triphénylique après gélatinisation. On détermine par gravimétrie la quantité de liquide exsudé et sa composition exacte en évaporant le solvant et en tenant compte des fractions d'acétate passées en solution. Dans le cas du tétrachloréthane, le dosage du phosphate triphénylique dans la solution à l'équilibre a été effectué par une méthode densimétrique grâce à une courbe d'étalonnage préalable. Les compositions des différents systèmes ternaires avant et après gonflement sont rapportées à deux axes de coordonnées afin de localiser, s'il y a lieu, les domaines de convergence des droites relatives à chaque concentration du liquide. Les coordonnées du point de convergence indiquent la composition de la combinaison d'addition.

Pour des concentrations croissantes de phosphate triphénylique dans les liquides de gonflement, on constate :

a. une désagrégation des gelées d'acétate, lorsque la concentration atteint 35 à 40 %.

b. une absorption préférentielle du gélatinisant chloré. La quantité de solvant retenu décroît progressivement, mais les faibles proportions d'acétate passant en solution restent à peu près constantes (0^g,050 au maximum).

Le procédé graphique et le calcul mettent en évidence pour un large inter-

([1]) G. Champetier et P.-L. Clément, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 92.

valle de concentration (10 à 40 % environ) une zone de convergence correspondant à une solvatation de l'acétate par les carbures chlorés sans faire intervenir le phosphate triphénylique :

Gélatinisant.	Molécules fixées par C_6.	par reste CH_3CO_2.
Chlorure de méthylène	2,8	1,18
Chloroforme	2,4	1,00
Tétrachloréthane	2,8	1,15

D'autres solvates semblent également se manifester pour des solutions plus concentrées en gélatinisant.

Gélatinisant.	Molécules fixées par C_6.	par reste CH_3CO_2.
Chlorure de méthylène	5,5	2,3
Chloroforme	7,0	3,3
Tétrachloréthane	7,5	3,1

Ces résultats confirment l'hypothèse suivant laquelle tout phénomène de gélatinisation correspond à une solvatation chimique du solvant sur certains groupes actifs du composé macromoléculaire qui, dans le cas présent, sont vraisemblablement les groupements acétyles, car les composés chlorés sont sans action sur la cellulose ou la nitrocellulose et dissolvent au contraire les acétates triestérifiés. Les solvants chlorés, de leur côté, doivent réagir par l'intermédiaire d'un atome d'hydrogène activé par la présence d'halogènes dans la molécule, puisque la saturation en chlore fait disparaître tout pouvoir solvant. Le solvate peut donc résulter d'une union du type liaison-hydrogène.

Ce phénomène de solvatation expliquerait la solubilité de l'acétylcellulose dans les mélanges alcooliques. Contrairement à la théorie de Esselen ([2]), qui suppose que les oxhydriles des alcools se combinent d'abord à l'acétate, la dispersion étant ensuite réalisée par *dissolution* des radicaux alcooliques dans les solvants chlorés; il faut admettre, au contraire, que l'absorption du gélatinisant chloré est le phénomène essentiel, la dispersion complète pouvant être due soit à la formation d'un complexe alcool-carbure chloré, soit à une augmentation du pouvoir solvant par une solvatation additionnelle des oxhydriles libres de l'acétate par l'alcool.

GÉOLOGIE. — *Sur l'histoire de l'Anticlinal de Meudon pendant le Tertiaire.* Note de M. **Robert Soyer**.

L'Anticlinal de Meudon traverse Issy-les-Moulineaux, Vanves, Malakoff, Bagneux, Arcueil, Kremlin-Bicêtre et Ivry-sur-Seine. Il franchit la Seine dans

([2]) *J. Ind. Eng. Chim.*, 12, 1920, p. 801-803.

cette localité, puis la Marne à Joinville-le-Pont. On le suit à Champigny, où il disparaît sous la Brie dans le thalweg du ruisseau de la Lande.

A Bagneux, deux coupes complémentaires (1-2) reconstituent la série nummulitique. Les assises présentent leur plus faible épaisseur sur cet emplacement-type de l'axe de Meudon, car un peu plus au S, leur puissance augmente, ainsi que l'a établi un forage à Rungis.

La comparaison de trois coupes à Montmartre (synclinal de la Seine), à Bagneux (crête anticlinale) et à Rungis (bord du synclinal de l'Eure), souligne d'importantes différences. En négligeant les Sables de Fontainebleau, plus ou moins arasés, la série nummulitique montre les puissances suivantes :

	Montmartre.	Bagneux.	Rungis.
	m	m	m
Marnes à huîtres	3,50	2,50	—
Calc. de Brie	2,50	1,00	7,00
Marnes vertes	8,50	6,00	11,50
Marnes supragyps	14,50	8,00	17,50
Ludien	40,00	12,50	31,50
Calc. de Saint-Ouen	14,00	15,00	13,50
Sables de Beauce	12,00	7,00	6,00
Lutétien	40,00	31,00	37,50
Sparnacien	57,00	14,00	34,50
Montien	6,00	8,00	tr
Total	198,00	105,00	153,00

On peut mesurer le déplacement vertical de l'axe en prenant pour ligne de référence le sommet du Lutétien; on constate dans ce cas un abaissement vers la fosse de Juvisy au Sud :

Montmartre + 20 Bagneux + 68.60 Rungis — 1

Si l'on considère le sommet de la Craie, c'est l'inclinaison inverse qui apparaît :

Montmartre — 83 Bagneux + 14.80 Rungis — 73.50

Ces pendages contraires sont évidemment liés aux variations d'épaisseur des dépôts compris entre le Campanien et le Lutétien; la réduction des horizons postérieurs montre, *a priori*, que l'axe de Meudon a joué au Nummulitique son rôle de seuil, déjà esquissé au Crétacé supérieur (2).

Au Montien, aucune différence n'apparaît entre la zone anticlinale et les synclinaux, le jeu de l'érosion étant irrégulier, quoique plus accentué dans les fosses (3). A Bagneux, la formation est calcaire, les dépôts terminaux marno-lacustres se localisant plus à l'Ouest.

Au Sparnacien, les variations affectent les termes postérieurs à l'Argile plastique; les Sables d'Auteuil disparaissent à Bagneux (4), les Fausses glaises n'ont que quelques mètres et les sables supérieurs si puissants sous Montmartre n'ont pas atteint l'axe. Au Sparnacien, l'anticlinal a formé barrière dès qu'apparut le régime lagunaire.

---

(1) G. F. Dollfus, *Bull. Soc. Géol. France*, 3e série, 28, 1900, pp. 149-151.
(2) R. Soyer, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 95.
(3) R. Soyer, *Bull. Serv. Carte Géol. France*, n° 213, 44, 1943, p. 96.
(4) P. H. Fritel *Bull. Mus. Hist. Nat.*, 1906, p. 69.

Au Lutétien, les variations portent sur les zones 2 et 3 correspondant à la phase profonde de la mer; la série lagunaire (zone IV) présente peu d'écarts avec la région synclinale. Les Sables de Beauchamp sont représentés par des marnes à pseudomorphoses de gypse (Faciès « sud parisien » de l'horizon) où l'influence lagunaire indique la proximité de leur limite d'extension. Le Calcaire de Saint-Ouen montre à Bagneux une puissance plus grande qu'à Montmartre et Rungis, vu l'existence à sa base d'épais bancs de gypse. Le Ludien comble fortement le synclinal de la Seine (5) mais il est réduit sur l'axe où seule la 2e Masse a quelque importance; la 1re Masse et les marnes supragypseuses forment de faibles dépôts où les marnes blanches lacustres prennent une place notable. Au début de la transgression sannoisienne, rien ne différencie les deux zones : les Glaises à Cyrènes atteignent $2^m,40$ à Bagneux, comme à Montmartre, mais les marnes vertes s'y réduisent à $3^m,50$. Le Calcaire de Brie, fort mince, a subi une exondation prolongée.

Au Stampien, lors du dépôt des marnes à Huîtres, l'anticlinal admet une nouvelle sédimentation marine, moins forte qu'au Nord de Paris, où elle atteint $3^m,50$ à Montmartre et $5^m,50$ à Romainville. Un mouvement négatif d'ensemble a amené le dépôt des Sables de Fontainebleau, décapés à Villejuif et Bagneux, mais encore puissants à Clamart, où des débris de meulière de Beauce conservés dans les argiles culminantes attestent le dépôt des calcaires chattiens

Au Néogène, la surrection de l'axe a atteint son maximum au Pontien, peut-être au Plaisancien, et un mouvement négatif affectant toute la région parisienne est survenu entre le Plaisancien et l'Holocène. L'affaissement a été plus important dans les fosses que sur l'axe; l'altitude actuelle de la couche terminale commune aux trois emplacements mesure sa valeur, les derniers sédiments chattiens s'étant édifiés vers la côte 0.

Sommet des Marnes à Huîtres.

Montmartre 115 Bagneux 105 Rungis 86

Compte tenu de l'abrasion du Stampien à Bagneux et des mouvements négatifs quaternaires (30 à 50^m), la somme des mouvements positifs ayant affecté l'axe de Meudon du Crétacé au Pléistocène atteint 150^m environ.

On peut remarquer aussi que l'anticlinal de Meudon s'est opposé à l'arrivée des sédiments d'abord marins et lagunaires, depuis le Montien jusqu'au Lutétien supérieur, puis lagunaires et continentaux jusqu'à l'Oligocène. Les phases tectoniques alpines ont eu leurs répercussions dans le centre du Bassin de Paris; la phase pyrénéenne s'est traduite par une résistance continue à l'affaissement de la zone anticlinale et par sa fréquente émersion. L'axe de Meudon s'est constitué au début de celle-ci, car au cours de la période active (phase alpine) la surrection d'ensemble du bassin n'a pas affecté davantage la région anticlinale que les synclinaux. Au Quaternaire l'abaissement fut général, les couches culminantes du Nummulitique étant, sur l'axe de Meudon, situées à une altitude intermédiaire entre celles du Synclinal de la Seine au Nord et du Synclinal de l'Eure au Sud, où l'affaissement des assises tertiaires est maximum.

(5) M. Bertrand, *Bull. Soc. Géol. France*, 3e série, 20, 1892, p. 153.

GÉOLOGIE. — *La géologie de la région d'Auron (Alpes-Maritimes).* Note de M. **Paul Fallot**, Mlle **Anne Faure-Muret** et M. **Bernard Gèze**, présentée par M. Charles Jacob.

La région étudiée, limitée au Nord par le Vallon de Demandols, à l'Est par la Tinée, au Sud par le Vallon de Roya et à l'Ouest par le méridien du Mont Riounet, a été cartographiée au 80 000e par M. Léon Bertrand, au 50 000e par M. Pierre Comte, et, pour sa partie méridionale, au 20 000e par le même auteur [1].

Les *reliefs principaux* y dessinent un arc ouvert à l'Est.

Au Sud, dominant le Vallon de Roya, une crête s'élève d'Est en Ouest, des abords du Col de Blainon (2000m), par la Baisse du Colombier, jusqu'à Las Donnas (2476m). La ligne s'incurve ensuite vers le Nord, dans le Ciavalet (2448m), pour gagner, par le Col du Bouchiet (2161m), la longue arête Ouest-Est de la Bercia (2275m). Le cirque délimité par ces reliefs est parcouru par deux torrents : au Nord, celui d'Auron, longeant le pied méridional de la Bercia, au Sud, celui de Bina alimenté par les versants du Ciavalet, de Las Donnas et de la crête du Colombier. Les deux bassins sont séparés par une arête secondaire qui, partant du Ciavalet, s'incurve au Nord pour aboutir à l'arête Est-Ouest du Castellar (2065m) dont le flanc septentrional domine le torrent d'Auron. Les ravins de Bina et d'Auron se joignent à l'Est du Sommet de Bina, prolongement oriental du Castellar.

Toute la partie Nord du pays est formée (sur un Trias très froissé) d'une série Lias-Néocomien, à peine gauchie, doucement relevée du Vallon de Demandols à la Bercia. Le Dogger et le Lias de sa base se redressent, plongeant au Nord dans le versant septentrional du Castellar et amorçant un anticlinal à cœur de Trias bariolé.

Cette allure est convenablement indiquée par les documents précités. Plus au Sud par contre, ceux-ci ne sont pas conformes aux faits, en attribuant tout le cirque de Bina au Trias, en figurant au Sud du Ciavalet un anticlinal couché de Trias à la place d'un synclinal d'Oxfordien ; en faisant, enfin, de Las Donnas un anticlinal couché de Lias et de Dogger à cœur de Trias, et de l'arête du Colombier une barre de Sinémurien.

En réalité, la région comporte non seulement de petits plis couchés, d'ailleurs différents de ceux qui ressortent des anciens levers, mais un chevauchement sans flanc renversé, nettement accusé dans le massif du Ciavalet.

Du Sud au Nord, à travers les accidents, on observe dans le haut du versant dominant Roya, la série normale du Trias à l'Oxfordien. A l'Est de la Baisse du Colombier, un petit anticlinal de Lias à cœur de Trias forme les abords du Col de Blainon. Il s'ennoie à l'Ouest sous l'Oxfordien. Ce dernier horizon est surmonté, à l'Ouest de la Baisse, par des calcaires du Malm qui, en coin synclinal déversé, forment ici les parties culminantes de la

[1] L. Bertrand, *Carte Géologique de France au 1/80 000*. Feuille 213, 1898 ; P. Comte, *Sur la Géologie du Bassin de la Haute-Tinée* (*Diplôme Fac. des Sc. de Paris*, 1930).

crête, mais qui se prolongent, plus à l'Ouest encore, en une barre subhorizontale, coupant, vers 2300m d'altitude, le versant sud de Las Donnas. Sur ce petit synclinal couché, un anticlinal déversé constitue les parties culminantes de Las Donnas. Son noyau oxfordien, rapporté jadis au Trias et au Lias, correspond aux pentes dominant la barre. Le Malm de son flanc normal, incliné au Nord, couronne la montagne de masses ruiniformes. Ce même Malm supporte normalement le Néocomien dans l'arête entre Las Donnas et le Ciavalet. Ensemble, ils s'abaissent doucement au Nord, et le versant oriental du Ciavalet en montre le passage, sous les éboulis, jusque dans le haut de la partie sud-ouest de la crête Ciavalet-Castellar.

La série oxfordienne subordonnée affleure largement dans le cirque de Bina. Au Nord de celui-ci, elle se relève et laisse apparaître le Dogger, le Lias et le Keuper de deux vigoureux anticlinaux qui, poussés au Sud, forment l'ossature de la crête Ciavalet-Castellar. Le plus méridional s'enfonce, avec une inclinaison axiale Sud-Ouest de 15°, sous l'Oxfordien du bas du versant du Ciavalet. Le second règne plus haut dans la Crête Ciavalet-Castellar, au sud de la cote 2121. Son flanc normal est réduit à des débris, et son seul élément visible est son flanc renversé. Le Trias qui lui est associé prolonge vers le Sud celui du cœur de l'anticlinal du Castellar.

Ces accidents sont chevauchés par une grande dalle de Dogger, de Lias et de Trias bariolé, qui, formant la partie culminante de l'arête du Ciavalet, se relie, à travers le bassin de réception du torrent d'Auron, au flanc nord de l'anticlinal du Castellar. La série chevauchante s'avance jusqu'à mi-chemin entre le Ciavalet et Las Donnas. Son Lias est affecté, au Sud du premier de ces sommets, d'un petit anticlinal déversé sur un synclinal couché d'Oxfordien. Vers l'Ouest, seul son contact anormal frontal paraît observable, l'inclinaison axiale dans cette direction rendant impossible la réapparition des plis subordonnés au chevauchement.

Conclusion. — Nous n'avons pas retrouvé les plis couchés de Trias et de Lias figurés par les auteurs antérieurs. L'arête Las Donnas-Blainon comporte en revanche un petit anticlinal d'Oxfordien et de Malm couché vers le Sud sur un coin synclinal formé par ce dernier horizon. De plus, les parties septentrionales de cet autochtone sont chevauchées sur une série sans flanc renversé, représentant l'avancée du flanc nord du pli du Castellar qui, cassé tangentiellement, a chassé vers le Sud d'au moins 1500m, en froissant, sous lui, les plis constituant l'arête Ciavalet-Castellar. Ce petit chevauchement, qui avait échappé aux observateurs précédents, n'apparaît, pour le moment, que comme un accident local dont l'extension vers l'Ouest, et peut-être vers le Sud, reste à étudier.

GÉOLOGIE. — *Vulcano-plutons sous-marins du cortège ophiolitique.* Note de M. **Pierre Routhier**, présentée par M. Léon Bertrand.

L'étude de certains massifs ophiolitiques de la chaîne alpine, qui n'ont pas été atteints par un métamorphisme accentué, conduit à une notion nouvelle. Prenons pour exemple le massif de l'Insecca (Corse : feuilles de Corte et de Bastelica, entre Ghisoni et Ghisonaccia) et observons la disposition des divers termes pétrographiques qui le constituent. Il comporte :

A. *Des roches d'épanchement.* — J'indiquerai ailleurs, de façon plus

détaillée, les preuves de l'existence de vulcanites dans les roches vertes, en particulier dans celles des Alpes occidentales, et me bornerai seulement à signaler qu'à l'Insecca nous rencontrons régulièrement, au contact des rubans de radiolarites, pincés au front occidental du massif ou dans le massif lui-même, des dolérites à grain fin, en *coussins* ou *oreillers* (*pillow-lavas, Kissenlaven*) et des brèches incontestablement volcaniques, provenant de l'éclatement et de la fragmentation des *oreillers* (faits déjà observés par Termier et Maury, 1928, et Jodot, 1935). Tout ce que nous savons des laves actuelles en oreillers, notamment d'après Volney-Lewis (1914), plaide en faveur de l'origine volcanique d'une telle structure. Steinmann (1927), dans ses études sur les ophiolites apennines, n'a pas admis l'existence d'épanchements et a continué à soutenir l'origine abyssale des jaspes associés aux roches vertes. Pour lui, la structure en oreillers représenterait un faciès de salbandes de laccolites ou de filons-couches *intrusifs* dans les roches sédimentaires abyssales. A cette conception s'opposent plusieurs considérations fondamentales, telles la coalescence parfaite, au moins à l'Insecca, des radiolarites avec les pillow-lavas et leur véritable *subordination* à ces roches, et non à n'importe quel type pétrographique, et aussi l'absence d'injections dans les radiolarites. Que Steinmann ait observé des brèches d'intrusion et des faits de métamorphisme de contact dans les sédiments abyssaux ligures prouve seulement, à mon avis, qu'*une partie* des roches vertes est postérieure à une partie de ces sédiments (la même remarque s'applique aux *brèches d'intrusion* signalées en Navaccia par Termier et Maury, sans indication topographique précise, que je n'ai pas retrouvées et qui sont certainement fort rares). Ajoutons l'impossibilité d'expliquer, par un refroidissement rapide aux salbandes, des empilements d'oreillers pouvant atteindre, compte tenu des complications tectoniques, des épaisseurs de *plusieurs centaines de mètres*, comme à l'Insecca ou en Navaccia (Corse). Ces considérations m'ont conduit à me rallier à l'opinion de quelques prédécesseurs (Dewey et Flett, Davis, J. de Lapparent, Carstens, Kossmat, Schneiderhöhn etc.), que l'on peut résumer schématiquement ainsi : des *coulées sous-marines*, accompagnées ou non de *venues siliceuses*, ont déterminé la prolifération des radiolaires et le dépôt des radiolarites.

B. *Des roches grenues.* — Outre des serpentines, nous rencontrons, dans le même massif, des gabbros à diallage de grain varié, allant du type euphotide largement cristallisé aux dolérites fines, en passant par des microgabbros. Il n'est pas toujours aisé d'observer les relations entre ces divers types de roches (maquis dense, complications tectoniques, intercalations fréquentes de serpentines entre les roches en oreillers, dolérites et gabbros). Néanmoins, en certains points, il est possible de saisir le

passage des gabbros aux microgabbros, dolérites, dolérites fines en oreillers; c'est le cas dans le lit du torrent Saltaruccio ou mieux un peu à l'Ouest de la pointe d'Ecilasca. Ces transitions, dans un massif dont l'unité est incontestable et où rien ne permet d'admettre une succession de phases éruptives, ne peuvent s'expliquer qu'en admettant qu'il s'agit d'*un appareil ayant des racines grenues et dont le chapeau s'est épanché sur le fond de la mer.*

Ainsi l'appareil de l'Insecca correspond à un *vulcano-pluton*, comparable aux appareils continentaux de même type décrits par Cloos et Rittmann (1939) et par L. Barrabé (1929, 1933, 1943); mais c'est un *vulcano-pluton sous-marin.* Il n'est certainement pas unique le long de la chaîne alpine. Mais dans les ophiolites des Alpes *str. sensu*, la fréquence des épanchements semble avoir été généralement méconnue, quoique à elle seule la présence de radiolarites plaquées contre ou pincées dans les roches vertes doive y faire penser. D'autre part, nous possédons trop peu de descriptions, pas seulement pétrographiques, de massifs ophiolitiques pour saisir toute la généralité de ces vulcano-plutons. Je me bornerai seulement à rappeler deux cas comparables à celui de l'Insecca :

1° Dans les gorges de l'Haliakmon, en Macédoine occidentale, où Houghton Brunn (1940) relève l'association, de bas en haut, de : gabbros à olivine, dolérites, basaltes, radiolarites et précise que dolérites et basaltes sont nettement en liaison avec les roches grenues.

2° Dans l'Amanus, en Syrie septentrionale, où Dubertret (1939) signale la simultanéité de phénomènes éruptifs profonds et de semi-profondeur avec un volcanisme nettement caractérisé : pillow-lavas, brèches, cinérites (or il y a, là aussi, des radiolarites). Je crois qu'il sera possible de montrer l'existence de nombreux autres vulcano-plutons sous-marins, soit dans les Alpides, soit dans des chaînes plus anciennes.

Enfin, entre autres conséquences intéressantes pour leur histoire, indiquons que la température des roches vertes (épanchées ou non) a dû atteindre 800 à 1000°, d'après les données sur les laves hawaïennes actuelles. Des températures de cet ordre, qui n'ont d'ailleurs pas forcément été atteintes dans tous les cas, permettent de comprendre la formation, d'ailleurs rare, de wollastonite dans des cipolins de la région de Zermatt (Schnell, 1921), en se basant sur le diagramme pression-température du système $CaO—CO_2—SIO_2$ (d'après Goldschmidt, in *Handbuch der Geophysik*, 1933).

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Les divers aspects de fibres à ponctuations aréolées chez les Apocarpées archaïques et le critérium de la trachéide du type* cycadéen. Note [1] de M. **Robert Lemesle**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Les auteurs qui se sont occupés du bois secondaire des tiges de Magnoliacées, principalement Moll et Janssonius [2], puis Mc Laughlin [3], ont signalé la présence de fibres à ponctuations aréolées, à ouvertures étirées en boutonnières obliques et croisées; ils attiraient l'attention sur ce fait que ces ouvertures dépassent fortement le pourtour de l'aréole. C'est principalement sur ce dernier caractère que Jeffrey [4] se basait pour distinguer les fibres trachéides.

En examinant plusieurs espèces réparties dans tous les genres de Magnoliacées, nous avons constaté aussi l'existence de fibres à ponctuations aréolées dont les ouvertures touchent le bord de l'aréole sans le dépasser ou ne font que très légèrement saillie en dehors. A part ce caractère, ces fibres se montrent identiques en tous points aux fibres trachéides telles que Jeffrey les a définies : les ponctuations sont disposées assez irrégulièrement; les espaces qui les séparent varient de 5 à 25^{μ} et même davantage; les aréoles sont toujours circulaires et leur diamètre ne dépasse guère $3^{\mu},5$.

Le prosenchyme des Magnoliacées renferme donc deux types de fibres à ponctuations aréolées que nous considérons l'un et l'autre comme des fibres trachéides, en raison de la similitude de leurs principaux caractères.

Chez les Eupteléacées les fibres du bois secondaire sont toujours pourvues de ponctuations aréolées, d'un diamètre de $3^{\mu},5$; ces ponctuations sont ordinairement plus nombreuses que chez les Magnoliacées, disposées plus ou moins régulièrement, en 1, 2 ou 3 rangées. Les aréoles sont circulaires, leurs ouvertures étirées en forme de fentes obliques et croisées; ces fentes se montrent parfois très saillantes en dehors de l'aréole, mais, le plus souvent, elles touchent le bord sans le dépasser. Nous signalons ainsi, dans le xylène des Eupteléacées, la prédominance de ce nouveau type de fibres trachéides, inconnu jusqu'alors chez les Apocarpées.

Chez les Cercidiphyllacées nous observons, sur la paroi des fibres, la présence de ponctuations aréolées circulaires, d'un diamètre de 5 à 7^{μ}; les ouvertures, en forme de fentes obliques et croisées, atteignent environ la moitié du diamètre de l'aréole. Nous sommes ici en présence de trachéides, lesquelles se rapprochent sensiblement de celles du *Schizandra*, du *Kadsura*

---

[1] Séance du 2 janvier 1946.

[2] *Mikrographie des Holzes*, 1, 1906, p. 80.

[3] *Tropical Woods*, 34, 1933, p. 3.

[4] *The Anatomy of Woody Plants*, 1930, p. 31.

et de l'*Illicium*; chez ces dernières cependant, les fentes dépassent souvent la moitié du diamètre de l'aréole, mais sans atteindre son pourtour. Il y a lieu d'établir une analogie entre les aréoles de ces quatre genres et celles, bien connues, des *Cycas*.

La Famille des Cercidiphyllacées se fait ainsi remarquer comme celles des Schizandracées et des Illiciacées, par le prosenchyme constitué de trachéides à ponctuations aréolées du type *cycadéen*.

Ces observations nous permettent d'établir que les fibres aréolées des Apocarpées se montrent assez variables et qu'il existe des intermédiaires entre la trachéide et la fibre trachéide, telles que Jeffrey les définissait. A notre avis le meilleur critérium distinctif de ces deux éléments serait le suivant : les ouvertures des ponctuations des trachéides, même fortement étirées en forme de fentes étroites, *n'égalent jamais complètement le diamètre de l'aréole*. Au contraire, dans la fibre trachéide, les fentes *touchent nettement le pourtour de l'aréole*; nous distinguons alors deux types caractérisés, l'un, par les ouvertures fortement proéminentes en dehors du cercle de la ponctuation, l'autre par les ouvertures non saillantes ou ne dépassant que très légèrement le bord de l'aréole.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Contribution à l'étude cytologique de* Penicillium notatum *Westling*. Note (¹) de Mlle **Berthe Delaporte** et M. **Athanase Saccas**, présentée par M. Joseph Magrou.

L'étude cytologique du *Penicillium notatum* n'ayant jamais été faite, il nous a paru intéressant de l'entreprendre, afin d'étendre notre connaissance de ce Champignon, qui sécrète la pénicilline. Il présente, dans les cultures, une variabilité très grande. Nous avons étudié comparativement 13 souches, dont 9 provenaient de la même souche origine (nº 1978). Chacune des 13 souches descendait d'une conidie isolée au micromanipulateur.

L'aspect macroscopique des cultures était, pour la plupart, différent pour chaque souche, nous ne le décrirons pas ici. Le *P. notatum* a des conidies vert bleu ou vert olivâtre; il se couvre en peu de jours de gouttelettes aqueuses nombreuses, très grosses, le plus souvent jaune citron, parfois incolores. Lorsque les gouttelettes disparaissent, peut-être pour cause d'évaporation, certaines par chute au fond du tube de culture, elles laissent à la place où elles se trouvaient une empreinte en creux, tapissée par un feutrage mycélien blanc qui présente souvent une teinte rose chair ou rose saumon pouvant aller jusqu'au rouge brique, ou bien une teinte jaune pâle. Ces mêmes teintes s'observent sur de grandes

(¹) Séance du 2 janvier 1946.

étendues, parfois sur toute la culture, lorsque celle-ci se recouvre secondairement d'un mycélium blanc ou bien dans les souches qui sporulent très peu.

Les colorations vitales montrent la présence de vacuoles dans tous les articles et même dans les conidies. Très souvent, lors de la germination, la vacuole de la conidie émet un bourgeon qui, s'isolant, deviendra la première vacuole du tube germinatif. Les autres vacuoles apparaissent *de novo*. Les vacuoles sont très nombreuses dans tous les articles du mycélium; elles ont, pour la plupart, une forme sphérique ou ovoïde et, lors de la coloration vitale, on les voit assez souvent se gonfler et fusionner avec la vacuole voisine. Dans quelques articles de certains filaments elles présentent des formes singulières : très étroites et filamenteuses, pouvant atteindre 13^{μ} de long, elles ne tardent pas à s'anastomoser plusieurs ensemble et à ne plus faire qu'une seule vacuole sphérique; fusiformes, à extrémités pointues pouvant être terminées par un fil aboutissant à une très petite sphérule, très mobiles elles aussi, elles changent très rapidement de forme, s'unissant et se fragmentant plusieurs fois de suite en reprenant des formes en fuseau ou rondes; plus ou moins sphériques et s'anastomosant elles arrivent à former un réseau compliqué. Il ne semble pas y avoir de relation entre la forme des vacuoles et l'importance de la production de pénicilline, cependant les souches produisant très peu ou pas de pénicilline semblent avoir beaucoup plus fréquemment que les autres souches des vacuoles de forme très mobile, probablement parce que le protoplasme est, à leur voisinage, le siège de phénomènes physiques ou chimiques très intenses, lors de la coloration vitale.

Les vacuoles contiennent souvent des précipités vacuolaires; ceux-ci, généralement sphériques, possèdent parfois une forme en fuseau à extrémités pointues analogue à celle des vacuoles précédemment décrites. Les corpuscules métachromatiques sont peu nombreux, beaucoup moins que les autres précipités vacuolaires.

Les globules lipidiques sont abondants dans toutes les parties du champignon. Plutôt petits et très nombreux dans le mycélium jeune, ils sont plus nombreux et surtout plus gros dans les filaments âgés. Nous avons quelquefois observé des globules lipidiques à l'intérieur des vacuoles. Ils sont répartis d'une façon quelconque dans la cellule mais s'accolent spécialement contre les cloisons transversales du mycélium. Dans les extrémités apicales, donc très jeunes, des filaments mycéliens, le cytoplasme semble être imprégné de lipides sur une longueur d'une quinzaine de μ, car il se colore uniformément en gris pâle par le noir Soudan.

Le glycogène est très peu abondant, réparti diffusément dans certaines régions du cytoplasme : en quantité seulement très faible dans la région médiane de certains articles, il s'accumule plus spécialement contre les cloisons transversales du mycélium, et il est plus abondant dans la partie

basale de l'article. Cette localisation particulière doit être en rapport avec la circulation de substances dans le mycélium. Il n'y a pas de glycogène dans les parties jeunes du mycélium, dans les conodiophores et les conidies, ni même dans tous les filaments mycéliens d'une culture.

Les teintes roses sont dues à des caroténoïdes en corpuscules rouge vif, quelquefois mobiles dans les vacuoles.

La teinte des régions jaunes est diffuse dans le mycélium ou due à la présence de deux éléments : des portions mortes de filaments mycéliens ont leur contenu protoplasmique entièrement coloré en jaune clair, parfois jaune d'or, par le pigment excrété (coloration léthale), tandis que le reste du filament est formé d'articles vivants, incolores; des portions d'autres filaments mycéliens ont leur paroi épaissie, réfringente, et l'on observe souvent à ce niveau une sorte de manchon irrégulier, fissuré, de couleur jaune, d'une épaisseur pouvant dépasser la largeur du mycélium, entourant une région bien délimitée du filament.

Un épaississement de la membrane, constitué par de la callose, s'observe souvent aussi, mais à la face interne de la membrane. Il est fréquemment si considérable qu'il arrive à obturer complètement le tube mycélien; il se trouve le plus souvent contre les cloisons transversales et laisse souvent alors un étroit passage permettant les échanges entre articles contigus. Lorsque l'obstruction est complète, l'article, isolé de ses voisins, ne tarde pas à mourir. Cet épaississement apparaît de très bonne heure (culture de 36 heures) et même dans les parties très jeunes, dans une souche blanche, stérile, ne produisant pas de pénicilline et ne possédant pas les manchons jaunes décrits plus haut. Sans doute le développement normal du Champignon est-il empêché par cette obstruction précoce du mycélium. Dans quelques souches on n'observe jamais cet épaississement, dans les autres il n'apparaît que tardivement, dans les filaments âgés.

L'étude des cloisons transversales nous a montré la présence constante de plasmodesmes et de synapses présentant une petite calotte, située de chaque côté de la cloison, colorable en noir par l'hématoxyline ferrique après fixation par un fixateur contenant de l'acide osmique. Le protoplasme de deux articles contigus se trouve au contact à ce niveau.

La membrane de certains filaments mycéliens constitués par une suite de très gros renflements se colore en bleu par l'iode.

BIOLOGIE. — *Sur les modifications du milieu intérieur des Poissons au cours des changements de salinité et leur interprétation.* Note [1] de M. **Maurice Fontaine** et Mlle **Odette Callamand**, présentée par M. Louis Fage.

Les variations subies par divers constituants du milieu intérieur des Poissons au cours des changements de salinité nous sont maintenant connues par de nombreux travaux :

[1] Séance du 2 janvier 1946.

elles sont généralement interprétées comme résultant, soit d'une perméabilité de la branchie ou de certains téguments à tel ou tel ion, soit d'échanges entre les cellules (hématies ou tissus) et le milieu intérieur, soit d'une soustraction ou d'une addition d'eau au milieu intérieur par le jeu des forces osmotiques. Tous ces mécanismes sont à envisager en effet et participent, chacun pour une part d'importance variable selon le cas considéré, à ces modifications du milieu intérieur. Il semble que dans l'explication des faits observés, on sous-estime trop souvent l'intervention d'une variation de la masse sanguine et l'importance du tractus intestinal comme surface d'échanges. Cependant, ayant suivi les variations de la teneur en hématies du sang lors du changement de salinité, nous avons constaté des modifications importantes qui doivent relever, en bonne part du moins, de variations de la masse sanguine.

Chez la Carpe transportée d'eau douce en eau salée, deux cas sont à considérer. Ou bien le point de congélation de la solution saline est élevé (par exemple — 0°,90), et nous observons alors une augmentation du nombre des hématies qui n'a rien pour nous surprendre puisque la Carpe est soumise à une déshydratation rapide avec concentration de la masse sanguine. De plus, l'accroissement de salinité entraîne une chute très notable de la consommation d'oxygène et soumet le poisson à un état subasphyxique qui suffirait à lui seul à rendre compte d'une polyglobulie. Mais dans le cas de solutions moins concentrées et parfaitement tolérées (bien qu'encore hypertoniques au milieu intérieur, de — 0°,60 à — 0°,65 par exemple), on observe, dans les 48 heures qui suivent le changement de salinité, une chute importante du nombre d'hématies suivie d'un retour à la normale dans les jours qui suivent. Après avoir envisagé diverses hypothèses, nous avons été conduits à penser que le mécanisme essentiel en était le suivant : le Poisson d'eau douce, qui, dans son milieu naturel, pouvait être schématiquement considéré comme parcouru par un flux d'eau douce pénétrant par les branchies et s'éliminant par le rein, voit le sens du flux s'inverser au niveau de la branchie quand il est immergé dans une solution saline plus concentrée que son milieu intérieur. Dans le cas d'une importante différence de concentration moléculaire entre milieu intérieur et milieu extérieur, cette déshydratation, produite par l'hypertonicité du milieu ambiant et s'effectuant principalement par voie branchiale, l'emporte sur tous les phénomènes et nous observons une augmentation du nombre d'hématies, témoin d'une concentration sanguine. Mais dans le cas où cette différence est plus ménagée, comment expliquer la dilution du milieu intérieur, apparemment paradoxale, étant donné le jeu des forces osmotiques ? La soustraction d'eau provoquée par celles-ci au niveau de la branchie se produit cependant, mais ce début de déshydratation entraîne une sensation de soif et l'animal boit. Dès 1930 Smith avait montré, par l'emploi du rouge de phénol, que l'Anguille qui, en eau douce ne boit pas ou très peu, boit abondamment en eau salée. Par l'emploi de substances fluorescentes dissoutes, tantôt dans les eaux douces, tantôt dans les eaux salées, nous avons vérifié qu'il en était bien ainsi

pour la Carpe. Mais cette Carpe boit une eau salée; une partie de l'eau et des sels passe à travers la paroi du tube digestif dans le milieu intérieur; par suite la sensation de soif n'est pas pour autant apaisée puisque la concentration moléculaire du milieu intérieur s'élève progressivement jusqu'à ce que l'équilibre avec le milieu extérieur soit réalisé. La masse sanguine augmenterait donc du fait de la solution saline absorbée au niveau du tube digestif et sans doute aussi, pendant un certain laps de temps, du fait de l'apport de liquide drainé osmotiquement hors de certains tissus ou sinus, tous liquides en transit dans le milieu intérieur et destinés à être éliminés au moins en partie par les branchies. Quand l'équilibre entre milieu intérieur et milieu extérieur est atteint, il n'y a plus accroissement de concentration moléculaire du milieu intérieur. L'un des facteurs importants de l'accroissement de la masse sanguine est ainsi supprimé et des mécanismes sans doute variés (rénaux, circulatoire, humoraux) concourent à ramener le milieu intérieur à un volume voisin de la normale. Vérification a été faite sur de petites Carpes, par mesure direct de la masse sanguine, d'une augmentation de celle-ci dans les 24 heures suivant le changement de salinité et d'un retour ultérieur à la normale

Chez l'Anguille transportée en eau de mer ($\Delta = -2^{\circ}$ environ), le phénomène est analogue à celui observé chez la Carpe dans une eau de $\Delta - 0^{\circ},60$, c'est-à-dire dans des conditions permettant à cette dernière espèce une survie pratiquement indéfinie. Mais la chute du nombre d'hématies et le retour à une valeur voisine de la normale exigent pour se dérouler complètement plusieurs semaines, alors qu'elles s'accomplissent en quelques jours chez la Carpe. Sans doute peut-on objecter que les salinités mises en jeu sont très différentes, mais cependant, pour des différences de salure des eaux du simple au triple, la chute du nombre d'hématies n'est guère plus accusée chez l'Anguille que chez la Carpe. Le déroulement beaucoup plus lent des variations chez l'Anguille n'est sans doute pas sans rapport avec son euryhalinité, les cinétiques des forces qui s'affrontent lors du changement de salinité, dans ce conflit opposant le milieu intérieur au milieu extérieur, n'étant vraisemblablement pas sans exercer une action déterminante sur la sténohalinité ou l'euryhalinité d'une espèce.

Ces résultats nous semblent à retenir, car, dans maintes publications sur les modifications du milieu intérieur des poissons en fonction des changements de salinité, les auteurs admettent implicitement la stabilité du volume de la masse sanguine, ils attribuent alors la variation de concentration de tel ou tel ion dans le sang à une migration d'ions à travers la membrane branchiale, ou bien encore, lors d'un accroissement de salinité, considèrent l'élévation de la concentration des divers ions comme la conséquence d'une soustraction d'eau au niveau de cette même membrane ou des téguments. Or il importe de prendre également en considération l'existence de cette variation de volume du milieu intérieur et d'une introduction de liquide et d'ions sélectionnés au niveau du tube digestif, ce qui rend évidemment les problèmes d'échanges d'ions et de perméabilité au niveau de la branchie beaucoup plus difficiles à résoudre.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur le dosage du crotonylsénevol dans les graines de Colza et de Navette.* Note de M. **Émile André** et M[me] **Madeleine Kogane-Charles**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nous avons montré (1) que la présence dans les graines de Colza de composés sulfurés autres que le crotonylsénevol apportait au dosage de ce dernier composé par la méthode argentimétrique, une erreur plus ou moins grande.

Poursuivant ce travail nous avons cherché si d'autres méthodes de dosage ne permettraient pas d'éviter cette cause d'erreur. Pour cela nous avons appliqué deux autres procédés qui ont été proposés pour doser l'allylsénevol dans les graines de Moutarde noire. Récemment (2), nous avons montré que, dans le cas de ces dernières graines, on obtient une concordance satisfaisante entre les résultats fournis par la méthode argentimétrique de Gadamer, par la méthode iodométrique de Morvillez et Meesmaeker et par la méthode gravimétrique, qui consiste à évaporer la solution de thiourée obtenue en combinant le sénevol avec l'ammoniaque et à peser le résidu de l'évaporation.

Nous avons appliqué ces trois procédés à un lot de graines de Navette et à un lot de graines de Colza.

Dans un premier tableau nous avons consigné les résultats obtenus avec les graines de navette. Nous avons opéré, soit sur des graines préalablement déshuilées par épuisement au moyen d'un solvant organique, soit sur des graines non déshuilées.

Dosage du crotonylsénevol dans les graines de Navette.

		Crotonylsénevol %. — Méthode		
		argentimétrique.	iodométrique.	par pesée.
Graines déshuilées (tourteau de Navette)	1°	0,533	0,527	0,410
	2°	0,665	0,646	0,609
	3°	0,751	0,725	0,435
	4°	0,627	0,597	0,502
Graines non déshuilées	1°	0,397	0,280	»

Les données ci-dessus montrent que les trois procédés donnent des résultats différents. La méthode par pesée est inapplicable. La solution ammoniacale qui contient la crotonylthiourée renferme des substances étrangères malodorantes que la chaleur décompose; la thiourée paraît elle-même instable. Pendant l'évaporation nous avons observé qu'il se forme un dépôt de soufre et qu'il se dégage une odeur d'amine.

La méthode argentimétrique donne des résultats plus élevés que la méthode iodométrique. La différence est parfois faible, parfois très appréciable. Nous estimons qu'il y a erreur par excès parce que l'essence de Navette contient d'autres composés sulfurés que le crotonylsénevol et que ceux-ci réagissent sur le nitrate d'argent.

(1) *Comptes rendus*, 218, 1944, p. 1002.
(2) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 103.

Sans rien vouloir préjuger de sa valeur absolue, nous estimons que la méthode iodométrique donne les résultats les plus dignes de créance. La technique détaillée en sera exposée dans un autre Recueil.

Dosage du crotonylsénevol dans les graines de colza.

		Crotonylsénevol %. — Méthode		
		argentimétrique.	iodométrique.	par pesée.
Graines déshuilées (tourteau de Colza)	1°	0,348	0,333	0,122
	2°	0,258	0,220	0,200
	3°	0,263	0,203	0,160
	4°	0,200	0,154	0,115
Graines non déshuilées	1°	0,176	0,158	0,091

Beaucoup plus encore que dans le cas des graines de navette, il ne peut être question du dosage par pesée.

La différence qui existe entre les résultats du dosage argentimétrique et ceux du dosage iodométrique est parfois très accentuée. Dans plusieurs cas, nous avons constaté qu'il se dégage de l'hydrogène sulfuré au cours de l'entraînement de l'essence de graines de Colza par la vapeur d'eau. Le sulfure d'argent qui provient de ce composé s'ajoute à celui qui provient de la décomposition de la crotonylthiourée sans préjudice de celui qui peut provenir de composés organiques sulfurés tels que mercaptans ou sulfures d'alcoyles.

En fait, il peut être avantageux d'appliquer l'une et l'autre méthode; la grandeur de la différence entre les deux résultats peut fournir un renseignement utile.

Pour conclure, nous dirons que raisonner par analogie en considérant que les méthodes d'analyse applicables aux graines de Moutarde noire sont valables pour les graines de Colza et de Navette, c'est admettre sans preuve que la composition de l'essence retirée de ces graines est aussi simple que celle de l'essence de Moutarde noire qui présente la particularité exceptionnelle d'être constituée pour 94 % d'une seule espèce chimique, l'allylsénevol.

CHIMIE PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Interprétation des constantes d'équilibre de diffusion dans l'organisme des non-électrolytes volatils miscibles à l'eau.* Note de M. **Alexandre Lindenberg**, présentée par M. Maurice Javillier.

En 1938 M. Polonovski et A. Lindenberg [1] ont montré que, chez des Poissons d'eau douce séjournant dans des solutions diluées de méthyl-carbinols, l'équilibre de diffusion s'établit lorsque les rapports B/A, de la concentration en alcool dans l'eau interne du Poisson sur celle dans l'eau extérieure, atteignent respectivement les valeurs moyennes (corrigées depuis en englobant les résultats d'autres déterminations) ci-après indiquées.

Nous y avons joint le butanol tertiaire [2] et le dioxane [3].

(1) *Bull. Soc. Chim. biol.*, 20, 1938, p. 1323.

(2) R. Jacquot et A. Lindenberg, *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 2020.

(3) A. Lindenberg, *C. R. Soc. Biol.* (sous presse).

Non-électrolyte diffusant.	Formule développée.	B/A.	(A—B)/A.	= (α/l) M.
Méthanol....................	H_3C-OH	0,91	0,09	(0,0028:1).32
Éthanol.....................	CH_3-H_2C-OH	0,87	0,13	(0,0028:1).46
Isopropanol.................	$(CH_3)_2HC-OH$	0,83	0,17	(0,0028:1).60
Butanol tertiaire...........	$(CH_3)_3C-OH$	0,79	0,21	(0,0028:1).74
Dioxane.....................	$O\langle{CH_2-CH_2 \atop CH_2-CH_2}\rangle O$	0,875	0,125	(0,0028:2).88

Miscibles à l'eau, toutes ces substances donnent des solutions *idéales* jusqu'à leurs concentrations décimoléculaires et au delà. Mais, tandis que le moment électrique, dû à l'hydroxyle alcoolique, est constant dans la série homologue des carbinols, il est nul pour le dioxane, dont les deux fonctions éther-oxyde sont symétriques. C'est cependant un corps polaire, dont l'affinité pour l'eau est du même ordre que celle des alcools précédents.

Rappelons que le coefficient d'absorption de molécules volatiles en solution est fonction de la force d'attraction exercée par le solvant et de l'espace offert aux molécules absorbées, et que, pour un solvant donné, le coefficient de solubilité est fonction du volume occupé en solution par la masse moléculaire.

Ces considérations très simples suffisent pour nous faire comprendre la statique de la diffusion dans l'organisme des non-électrolytes volatils hydrophiles. En établissant le rapport B/A, on admet implicitement que tout se passe comme si l'eau était le seul solvant des non-électrolytes considérés dans l'organisme. Sans pouvoir discuter ici les raisons qui rendent cette proposition plausible, admettons-la provisoirement et les conclusions qu'elle comporte. La constante B/A représente alors simplement le coefficient de partage du corps organique volatil entre l'eau de l'organisme et l'eau extérieure. Le système est pour ainsi dire composé de deux phases-milieux, à base d'eau toutes les deux, immiscibles entre elles grâce à l'isolement et la régulation physiologiques.

Lorsque les deux milieux aqueux sont thermodynamiquement semblables (cas des Poissons adaptés à l'eau de mer), la diffusion conduit à l'équipartition comme dans la diffusion dite libre, quel que soit le corps diffusible. Il n'en est plus ainsi dans le cas du Poisson ou de la Grenouille séjournant dans l'eau douce. Le milieu interne des animaux à indépendance osmotique contient en dissolution des ions et des molécules non volatiles, qui abaissent la solubilité du non-électrolyte diffusant dans ce milieu, *en s'emparant d'une certaine proportion des liaisons de solubilité de l'eau* et d'un volume relatif déterminé de son espace solvant. Mais, quel que soit le mécanisme d'action des sels, la diminution de solubilité due à leur présence entraîne une diminution proportionnelle de la concentration du corps volatil dans le milieu salin, l'équilibre de partage étant caractérisé par des *activités* identiques du corps diffusant dans les deux phases en présence.

Soit s la proportion dans laquelle le milieu salin (ici interne) est diminué dans sa capacité d'absorption, par rapport au solvant pur (milieu extérieur)

pour un non-électrolyte diffusible donné. Soit S_0 la solubilité dans le solvant pur; la solubilité dans le solvant chargé de sels sera $S_0(1-s)$. Pour différents non-électrolytes, *s sera fonction du quotient de la masse moléculaire* M *par le nombre* (*l*) *de liaisons lyophiles de la molécule :* $s=(\alpha/l).M$, où α représente la proportion des liaisons de solubilité (valences secondaires) de l'eau affectées par les sels; c'est donc une constante indépendante de la nature du non-électrolyte.

Il s'ensuit que le coefficient de solubilité du non-électrolyte volatil dans l'eau salée (S) est égal au coefficient de solubilité du même corps dans le solvant pur (S_0) multiplié par $[1-(\alpha/l)M]$. Donc

$$(1)\qquad \frac{B}{A}=\frac{S}{S_0}=\frac{S_0\left(1-\frac{\alpha}{l}M\right)}{S_0}=1-\frac{\alpha}{l}M, \qquad \text{d'où} \qquad \frac{S_0-S}{S_0}=\frac{\alpha}{l}M.$$

La diminution relative de solubilité d'un non-électrolyte volatil lyophile sous l'effet de sels neutres non volatils est, en solution diluée, une constante indépendante de la concentration du non-électrolyte.

Si l'on considère, au lieu des solubilités S, les *solubilités moléculaires* $S/M=K=$ coefficient de solubilité moléculaire (dont l'inverse est la fugacité moléculaire ou l'*activité*), l'équation (I) s'écrira

$$(II)\qquad \frac{(K_0-K)}{S_0}=\frac{\alpha}{l}.$$

Pour les non-électrolytes à un groupe fonctionnel lyophile par molécule, tels les alcools, $l=1$ et $\alpha/l=0,0028$. Dans le cas du dioxane, en revanche, $l=2$ et $\alpha/l=0,0028:2=0,0014$, ce qui est confirmé par l'expérience.

Pour calculer α, il faut donc diviser K par *l*. On obtient ainsi une mesure de la *concentration lyo-moléculaire* du non-électrolyte volatil, qui sera d'autant plus grande que sa molécule contient plus de groupes fonctionnels lyophiles. Soit L cette concentration lyo-moléculaire on aura

$$(III)\qquad \frac{(K_0.l)-(K.l)}{S_0}=\frac{L_0-L}{S_0}=\alpha.$$

La diminution relative de la concentration lyo-moléculaire d'un non-électrolyte volatil sous l'effet de sels neutres non volatils est, en solution diluée, une constante indépendante de la nature et de la concentration (et d'une manière approchée de la température) du non-électrolyte.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la formation d'urée à partir des protamines et sur la réactivité des groupements guanidiques de l'arginine dans ces protéines*. Note ([1]) de MM. **Jean Roche** et **Marcel Mourgue**, présentée par M. Maurice Javillier.

Les groupements guanidiques de l'arginine (acide δ-guanido-α-amino-valérianique) fixent le radical $-NO_2$ lors de la nitration des protamines,

([1]) Séance du 2 janvier 1946.

dans lesquelles ils ne sauraient, de ce fait, exister qu'à l'état libre [2]. D'autre part les protamines présentent la réaction de Sakaguchi, caractéristique des guanidines monosubstituées, avec une intensité beaucoup moindre que ne permet de le prévoir leur teneur en arginine [3]. Nous nous sommes demandé si ce dernier fait ne traduit pas une diminution de la réactivité des groupements guanidiques due à leur proximité dans des molécules renfermant environ 90 % d'arginine et à la chaîne peptidique desquelles cet acide aminé ne participe qu'au moyen de ses groupements aminé et carboxylé (Kossel). Le contrôle de cette hypothèse a été l'objet initial de nos recherches.

Selon Schulze et Likiernik, l'hydrolyse de l'arginine par la baryte à chaud donne naissance à de l'ornithine et à de l'urée, le rendement en cette dernière étant limité par sa décomposition progressive en milieu alcalin. Des essais antérieurs nous ayant permis de préciser les conditions dans lesquelles le rendement en urée est égal à 85 % de la théorie (± 3 %), il nous a paru possible d'apprécier la réactivité des groupements guanidiques libres dans les protamines et les produits de leur hydrolyse acide partielle, arrêtée au stade où la réaction de Sakaguchi présente une intensité maxima, sensiblement plus élevée qu'après hydrolyse totale (arginine libre), en faisant agir la baryte sur les unes et les autres [4].

Nos expériences ont porté sur deux protamines de teneurs en arginine voisines, la clupéine et la salmine [5]. Elles ont consisté à soumettre ces protéines et les produits de leur hydrolyse partielle (HCl 6N, 4 heures au bain de sable) ou totale (HCl 6N, 50 heures au bain de paraffine à 120°) à l'action de la baryte au bain-marie bouillant (eau de baryte saturée à 55° ajoutée volume à volume à des solutions de sulfate de protamine à 0,3-0,5 %). Le dosage à des temps successifs de l'urée présente dans le milieu [6] a permis de suivre l'hydrolyse des groupements guanidiques, comme en rend compte l'examen du tableau, dans lequel nous avons fait figurer, à titre d'éléments de référence, les résultats obtenus sur une solution de *d*-arginine.

Tableau. — Formation d'urée à partir d'arginine, de clupéine, de salmine et des

---

(2) A. Kossel et A. T. Cameron, *Zeitschr. f. physiol. Chem.*, 96, 1912, p. 457; A. Kossel et E. L. Kennaway, *ibid.*, 92, 1911, p. 486; A. Kossel et F. Weiss, *ibid.*, 84, 1913, p. 1.

(3) J. Roche et G. Blanc-Jean, *Bull. Soc. Chim. biol.* (*Trav.*), 23, 1941, p. 1006.

(4) La formation d'urée à partir des protamines sous l'action des bases a été démontrée par A. Kossel et F. Weiss (*Zeitschr. f. physiol. Chem.*, 59, 1909, p. 311), mais n'a pas été étudiée quantitativement par ces auteurs.

(5) Ces protamines, préparées au laboratoire, présentaient un rapport (N arginine/N total), égal à 90,0 pour la clupéine et à 89,8 pour la salmine, valeurs pratiquement identiques à celles caractérisant ces monoprotamines pures (Kossel).

(6) L'urée a été dosée par la méthode chromométrique de Thivolle et Sonntag [*Bull. Soc. Chim. biol.* (*Trav.*), 23, 1941, p. 1302].

produits de l'hydrolyse acide partielle ou totale de ces dernières sous l'action de la baryte à 100° (résultats exprimés en pour % du rendement théorique calculé pour une teneur en arginine de 90,5 % de la clupéine et de 90,1 % de la salmine).

Temps d'action de la baryte (heures).	Arginine.	Produits soumis à l'action de la baryte. Clupéine non hydr.	part. hydr.	tot. hydr.	Salmine non hydr.	part. hydr.	tot. hydr.
0,30......	64,5	49,4	63,5	67,4	40,7	65,4	66,0
0,45......	75,9	62,5	72,6	75,8	51,2	72,3	77,1
1,00......	78,6	68,9	77,3	78,9	51,5	74,0	80,9
1,15......	80,7	71,1	79,3	79,8	59,3	74,6	80,5
1,30......	78,5	73,6	80,5	76,0	53,7	74,4	80,5
2,00......	74,4	71,5	75,5	72,8	51,5	70,1	79,1
2,30......	68,1	66,4	70,5	71,2	49,0	64,8	70,3
3,15......	62,1	58,4	59,3	62,3	39,9	57,5	60,5

Les faits peuvent être ainsi résumés : La clupéine donne, sous l'action de la baryte, naissance à de l'urée un peu moins rapidement et en quantité légèrement plus faible que le produit de son hydrolyse acide partielle ou totale. *A une petite fraction près, les groupements guanidiques de la clupéine se comportent donc comme celui de l'arginine. Il n'en est pas de même de ceux de la salmine, dont le rendement en urée est beaucoup moindre avant qu'après hydrolyse partielle* et ne correspond à celui de l'arginine qu'après action prolongée de l'acide chlorhydrique.

Les groupements guanidiques de la clupéine et de la salmine, en nombre équivalent dans ces protéines, présentent donc une différence de sensibilité à l'action hydrolytique de la baryte, rappelant l'inégalité de leur aptitude à fixer le radical méthyle ([7]). Le comportement de la clupéine et de la salmine vis-à-vis de la baryte et des agents de méthylation est nécessairement déterminé par la réactivité des groupements guanidiques (et d'un groupement —NH_2 pour la méthylation à l'azote), et cette dernière est sans doute liée à la proximité plus ou moins grande de ces radicaux et à la position des molécules d'arginine dans la chaîne peptidique.

Conclusion. — Nos observations présentent une signification générale en ce qui concerne l'inégale réactivité des groupements guanidiques libres dans les protéines. Par ailleurs, elles suggèrent l'opportunité de recherches nouvelles sur la constitution de la salmine, laquelle ne saurait être identique à celle, bien établie, de la clupéine, puisque les propriétés de ces protéines sont à certains égards nettement différentes. L'étude particulière de chaque protamine mérite d'être entreprise; celle de la salmine apportera, au même titre que celle de la clupéine, des données utiles à la chimie de structure des protéines.

([7]) S. Edlbacher, *Zeitschr. f. physiol. Chem.*, **107**, 1919, p. 52.

PARASITOLOGIE. — *Grande utilité de deux hématozoaires aviaires,* Plasmodium gallinaceum *Brumpt,* 1935, *et* Plasmodium lophuræ *Coggeshall,* 1938, *pour l'étude théorique et pratique du paludisme humain.* Note de M. **Émile Brumpt**, présentée par M. Émile Roubaud.

Le paludisme humain n'étant pas inoculable aux animaux habituels des laboratoires (1), presque toutes les recherches concernant la thérapeutique de cette si importante maladie sociale ont été faites, avant ces dernières années, en utilisant des petits oiseaux, hébergeant spontanément ou après inoculation divers hématozoaires.

L'intérêt pratique de ces parasites d'oiseaux est considérable. C'est, en effet, en étudiant, depuis 1926, l'action des médicaments sur le paludisme aviaire que de nombreux produits synthétiques (plasmoquine, atébrine, prémaline, rodopréquine etc.), succédanés de la quinine, ont pu être ultérieurement utilisés en pathologie humaine et rendre de si grands services au cours de la dernière guerre.

Jusqu'en 1936, date à laquelle nous avons rapporté de l'île de Ceylan, grâce à M. Crawford, une souche de *Plasmodium gallinaceum,* toutes les recherches étaient effectuées en utilisant des canaris inoculés avec diverses races de *Plasmodium relictum,* et des calfats (*Padda oryzivora*) qui hébergent spontanément, dans un grand pourcentage de cas, des gamètes de l'*Hæmoproteus oryzivoræ,* signalé par Laveran en 1898, et plus rarement le *Plasmodium paddæ* que nous avons découvert avec Langeron en 1910, et dont nous avons donné la description sommaire en 1935.

A partir de l'introduction en France du *Plasmodium gallinaceum,* il est devenu possible de faire des recherches beaucoup plus efficaces en employant des poules montrant des infestations intenses à tout âge, plus faciles à acquérir en toute saison que les calfats venus d'Extrême-Orient ou que les coûteux et fragiles canaris.

Comme nous l'avons établi en 1936, le parasite de la Poule évolue, dans près de 100 % des cas, chez *Aedes ægypti* (*Stegomyia fasciata*) si facile à élever en toute saison, ce qui permet d'étudier aisément la sporogonie de ce *Plasmodium.*

Nous avons communiqué notre *Plasmodium gallinaceum* aux nombreux auteurs qui nous en ont fait la demande, et c'est cette souche qui a été

---

(1) Signalons cependant que le *Plasmodium falciparum* a été inoculé avec succès par Taliafero et Cannon (1934) à des Singes américains du genre *Alouata* et que les Chimpanzés peuvent présenter des infections fugaces avec le *P. vivax,* d'après les expériences de Mesnil et Roubaud (1919), et des infections de longue durée avec le *P. malariæ* qu'ils peuvent d'ailleurs héberger spontanément, ainsi que l'ont établi Rodhain, puis Rodhain et Dellaert (1943).

étudiée dans tous les laboratoires, en Europe, en Palestine, au Brésil, au Mexique. Elle vient d'être importée depuis peu du Mexique aux États-Unis, où les services administratifs en ont enfin autorisé l'importation qui avait été sollicitée à différentes reprises. De très intéressants travaux ont déjà été effectués dans ce dernier pays par Coatney, Cooper, Miles et H. Trembley en 1944, et par Bennisson et Coatney en 1945.

Depuis 1936, les centaines de travaux effectués sur le *P. gallinaceum* ont fait progresser considérablement toutes les études théoriques et pratiques concernant le paludisme humain, tout particulièrement par la découverte du curieux cycle exo-érythrocytaire de cet hématozoaire par S. T. James et Tate en 1937.

Le *P. gallinaceum* peut déterminer des infections mortelles chez la Poule, l'Oie et le Faisan, mais, fait curieux, le Canard se montre réfractaire.

A côté du *P. gallinaceum*, nous devons signaler le *P. lophuræ*, découvert par Coggeshall en 1938, chez un Faisan de Bornéo (*Lophura igniti igniti*), du Parc zoologique de New-York. Cette espèce se distingue du parasite de la Poule par sa morphologie, son mode de multiplication et son rôle pathogène toujours faible, même chez de jeunes poussins. Grâce à l'obligeance de Coggeshall, qui a bien voulu nous confier à New-York, en 1938, plusieurs poussins inoculés avec son nouveau parasite, nous avons effectué, à Paris, des infestations croisées qui nous ont permis de confirmer la validité du *P. lophuræ* qui, d'autre part, donne aux canards des infections graves, le pourcentage léthal variant, suivant l'âge des animaux, de 75 à 10. Il se distingue ainsi nettement, par son rôle pathogène chez le Canard, du *P. gallinaceum* auquel cet oiseau est réfractaire.

Les infestations intenses obtenues, dans un cas chez la Poule et dans l'autre chez le Canard, permettront aux expérimentateurs d'étudier les parasites du genre *Plasmodium*, sous tous leurs aspects biologiques, dans de multiples conditions expérimentales, ce qui n'avait pu être fait que partiellement en utilisant les Canaris ou les Calfats.

A 15^{h} 55^{m} l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16^{h} 55^{m}.

L. B



ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 21 JANVIER 1946.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE CARTAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

GÉOGRAPHIE BOTANIQUE. — *La flore de l'Afrique du Nord.*

Note de M. **René Maire**.

La flore de l'Afrique du Nord a été longtemps peu connue dans son ensemble. Étudiée en Cyrénaïque et à Tripoli, en Algérie et en Tunisie, à Tanger et à Mogador par plusieurs botanistes à la fin du XVIIIe siècle et au début du XIXe siècle, elle restait à peu près inconnue en dehors des régions les plus accessibles. L'Égypte, de tout temps plus ouverte, était mieux connue, grâce aux savants qui avaient accompagné l'expédition de Napoléon Bonaparte, et elle a continué à être la mieux connue de toutes les régions de l'Afrique du Nord jusqu'à nos jours. Depuis la *Flore d'Égypte* de Delile, les plantes de ce pays ont été décrites dans plusieurs Flores (Boissier, *Flora orientalis*; Muschler, *Manual Flora of Egypt*; Ramis, *Flora von Ægypten*) et peuvent être déterminées facilement. L'Algérie, puis la Tunisie ont été bien explorées depuis 1830, et la publication de la *Flore synoptique de l'Algérie et de la Tunisie*, de Battandier et Trabut, a permis la détermination facile de la plupart des plantes supérieures de ces deux pays. Malheureusement, ces deux ouvrages, qui ont rendu tant de services, sont aujourd'hui épuisés. Cosson avait commencé la rédaction d'un *Compendium Floræ Atlanticæ* décrivant les plantes de l'Algérie, de la Tunisie et du Maroc; malheureusement, cet ouvrage monumental a été arrêté par la mort de l'auteur, et la partie publiée ne couvre que cinq familles de Dicotylédones. Depuis la publication de ces ouvrages, l'exploration du Maroc, de la Tripolitaine, de la Cyrénaïque et du Sahara, d'une part, et la continuation de celle de l'Algérie et de la Tunisie, d'autre part, ont enrichi considérablement la Flore nord-africaine; nous avons publié un nombre élevé de documents nouveaux dans les 33 fascicules parus de nos contributions à l'étude de la Flore de l'Afrique du Nord (1918-1945), et divers auteurs en ont publié d'autres; mais il n'existe pas d'ouvrages descriptifs concernant les quatre premiers de ces pays. Aussi avons-nous entrepris la rédaction d'une Flore moderne de l'Afrique du Nord, en en excluant toutefois l'Égypte, suffisamment pourvue et que nous n'avons pas explorée

personnellement. Nous avons compris, dans notre Flore, la Berbérie entière (Maroc, Algérie, Tunisie), la Tripolitaine, la Cyrénaïque et le Sahara septentrional, occidental et central jusqu'aux confins du Sahara méridional à flore nettement soudanaise; notre domaine est donc limité, au Sud par une ligne partant de la Baie d'Arguin sur l'océan Atlantique, passant au sud de la Kedia d'Ijil, puis au pied Nord de l'Adrar des Ifoghas, entre le mont Greboun et l'Aïr, et au pied Nord du Tibesti pour rejoindre la frontière libyco-égyptienne. Notre ouvrage se raccorde donc à l'Est aux Flores d'Égypte, au Sud aux Flores de l'Afrique tropicale. Dans le vaste espace inclus dans nos limites existent plusieurs éléments floraux dont les principaux sont : 1° un élément méditerranéen prédominant dans toute la partie septentrionale de la Berbérie, dans une partie de la Tripolitaine et de la Cyrénaïque; 2° un élément méditerranéo-steppique, vicariant de l'élément irano-touranien d'Orient, prédominant dans les steppes de la Berbérie, de la Tripolitaine et de la Cyrénaïque; 3° un élément saharo-sindien, formé d'érémophytes communs aux déserts qui s'étendent du Sahara à travers l'Arabie et l'Iran méridional jusqu'au Sind; 4° un élément soudano-deccanien représenté surtout dans le Sahara central; 5° un élément macaronésien commun au Maroc austro-occidental et aux Canaries; 6° un élément saharo-occidental spécial à la partie occidentale du grand désert; 7° des éléments endémiques d'origines diverses, particulièrement développés dans les montagnes. Tous ces éléments fournissent un contingent considérable d'espèces spontanées, souvent polymorphes et comportant de nombreuses races régionales.

A côté de ces espèces spontanées, que nous étudions dans la Flore d'une façon aussi approfondie que possible, il a été introduit dans notre édition de nombreuses espèces exotiques dont la diversité de nos climats permet la culture. Beaucoup de ces végétaux sont forts difficiles à déterminer lorsqu'on ne dispose pas de bibliothèques et de collections considérables. Aussi avons-nous cru utile de les introduire dans notre Flore, en petit texte et sans numéro, de manière à éviter toute confusion avec la Flore indigène. Nous donnons, autant que possible, des figures de toutes les espèces décrites. L'ouvrage est rédigé en suivant la classification d'Engler; la rédaction, terminée jusqu'à l'ordre des Rosales, comprend actuellement 7600 pages dactylographiées, de sorte que deux volumes au moins pourraient être publiés sans les difficultés actuelles.

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre de l'Éducation Nationale invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats au poste d'Astronome titulaire vacant à l'Observatoire de Paris.

(Renvoi à la Division des Sciences mathématiques.)

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Paul Niehans. *Le cancer de la prostate et l'hypertrophie des glandes paraprostatique. — Le cancer, maladie hormonale. Sa prophylaxie et son traitement endocrinien.*

2° J. Bablet. *La fièvre jaune.*

3° *Faune de l'Empire français.* IV. *Oiseaux de la Réunion*, par Jacques Berlioz.

4° Universidad national autonoma de Mexico. Instituto de geologia. Estudios vulcanologicos. *El Paricutin. Estado de Michoacan.*

5° Léon Moret. *Les sources thermominérales. Hydrogéologie. Géochimie. Biologie* (présenté par M. Ch. Jacob).

M. **Charles Platrier** prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section de Mécanique, par le décès de M. *Émile Jouguet.*

CALCUL TENSORIEL. — *Sur la différentiation covariante.*
Note de M. **Damodar Kosambi**, présentée par M. Élie Cartan.

Dans l'espace de Riemann à n dimensions ayant la métrique $ds^2 = g_{ij}\,dx^i\,dx^j$ et les géodésiques

$$(1)\qquad \ddot{x}^i + \Gamma^i_{jk}\dot{x}^j\dot{x}^k = 0, \qquad \dot{x}^i = \frac{dx^i}{dt}, \qquad \ddot{x}^i = \frac{d\dot{x}^i}{dt},$$

on sait que la dérivée covariante d'un vecteur quelconque T : : de poids nul est donnée par

$$(2)\qquad T^{i\cdot}_{j\cdot|k} = T^{i\cdot}_{j\cdot,k} + \Gamma^i_{rk}T^{r\cdot}_{j\cdot} + \ldots - \Gamma^r_{jk}T^{i\cdot}_{r\cdot} - \ldots, \quad T^{\cdot\cdot}_{\cdot\cdot,j} = \frac{\partial T::}{\partial x^j}.$$

Les symboles de Christoffel Γ^i_{jk} sont liés au tenseur métrique et déterminés par $g_{ij|k} = 0$. La formule (2) s'applique encore au cas des espaces à connexion affine, symétrique ou non, sans métrique, *mais seulement aux tenseurs à poids nul.* Quand il s'agit des tenseurs à poids quelconque, comme par exemple les densités tenseurs ou les tenseurs élémentaires des espaces de M. Weyl, la formule (2) perd sa nature tensorielle. Nous allons démontrer que cette formule peut s'étendre sans difficulté.

Prenons un espace des *paths* généralisés définis par le système d'équations de deuxième ordre

$$(3)\qquad \ddot{x}^i + \alpha^i(x, \dot{x}, t) = 0, \qquad [i = 1, 2, \ldots, n\ (t \text{ paramètre absolu})].$$

Sous l'hypothèse que ce système a le caractère tensoriel, $\ddot{x} + \alpha^i$ se transformant comme vecteur contravariant, nous trouvons que les α^i ont la loi de

transformation

$$(4)\qquad \bar{\alpha}^i = \alpha^r \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^r} - \frac{\partial^2 \bar{x}^i}{\partial x^r \partial x^j} \dot{x}^r \dot{x}^j.$$

L'opérateur différentiel $d/dt = (\partial/\partial t) + \dot{x}^r(\partial/\partial x^r) - \alpha^r(\partial/\partial \dot{x}^r)$ fournit la dérivée totale d'une fonction arbitraire différentiable le long des *paths* mais toujours sans être tensoriel. Nous cherchons une opération tensorielle distributive correspondant à d/dt. On démontre ([1]) que l'opérateur le plus simple du type désiré est représenté par

$$(5)\qquad \mathcal{D}\mathrm{T}^{i\cdot}_{j\cdot} = \frac{d\mathrm{T}^{i\cdot}_{j\cdot}}{dt} + \gamma^i_r \mathrm{T}^{r\cdot}_{j\cdot} + \ldots - \gamma^r_j \mathrm{T}^{i\cdot}_{r\cdot} - \ldots,$$

le tenseur T: : étant encore de poids nul et les coefficients γ^i_j ayant la loi de transformation

$$(6)\qquad \bar{\gamma}^i_k \frac{\partial \bar{x}^k}{\partial x^j} + \frac{d}{dt} \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^j} = \gamma^r_j \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^r}.$$

Il suffit de prendre les γ^i_j égales à $1/2\,\alpha^i_{;j}$ ou à $1/2\,\alpha^i_{;j;k}\dot{x}^k$ en employant la notation $\mathrm{F}_{;i} = \partial\mathrm{F}/\partial\dot{x}^i$. *Pour les tenseurs de poids p il suffit d'ajouter* $-p\gamma^r_r \mathrm{T}^{i\cdot}_{j\cdot}$ *à la formule* (5)

$$(5')\qquad \mathcal{D}\mathrm{T}^{i\cdot}_{j\cdot} = \frac{d}{dt}\mathrm{T}^{i\cdot}_{j\cdot} + \gamma^i_r \mathrm{T}^{r\cdot}_{j\cdot} + \ldots - \gamma^r_j \mathrm{T}^{i\cdot}_{r\cdot} - \ldots - p\gamma^r_r \mathrm{T}^{i\cdot}_{j\cdot}.$$

La dérivée covariante proprement dite est obtenue par l'alternation de $\mathcal{D}$ *avec la différentiation tensorielle* $\partial/\partial\dot{x}^i$

$$(7)\qquad (\mathcal{D}\mathrm{T}^{i\cdot}_{j\cdot})_{;k} - \mathcal{D}\mathrm{T}^{i\cdot}_{j\cdot;k} \equiv \mathrm{T}^{i\cdot}_{j\cdot|k} = \mathrm{T}^{i\cdot}_{j\cdot,k} - \mathrm{T}^{i\cdot}_{j\cdot;r}(\alpha^r_{;k} - \gamma^r_k) + \mathrm{T}^{r\cdot}_{j\cdot}\gamma^i_{r;k} + \ldots - \mathrm{T}^i_r \gamma^r_{i;k} - \ldots - p\gamma^r_{r;k}\mathrm{T}^{i\cdot}_{j\cdot}.$$

La formule (2) pour la différentiation covariante ordinaire est à compléter par l'addition seule de $-p\Gamma^r_{rk}\mathrm{T}^{i\cdot}_{j\cdot}$. On voit maintenant que la formule classique pour la géométrie riemannienne

$$(8)\qquad g_{,i} = 2g\Gamma^r_{ri}, \qquad g = |g_{jk}|$$

n'exprime d'après (7) que $g_{|i} = 0$, comme on aurait attendu de $g_{ij|k} = 0$, g étant fonction algébrique des g_{ij}.

Les formules (5') et (7) peuvent être étendues très simplement aux cas des systèmes d'équations différentielles ordinaires d'ordre supérieur et même aux équations aux dérivées partielles, pourvu que ces systèmes d'équations soient invariants au sens tensoriel. Nous nous permettons de signaler seulement une application très simple. Soit $u^i(x)$ un champ vectoriel étalé sur une variété non euclidienne à n dimensions, et considérons le groupe de Lie à un seul paramètre représenté par la transformation infinitésimale $\delta x^i = u^i \delta\tau$. Pour une fonction $f(x^1, x^2, \ldots, x^n)$ admettant des dérivées partielles de tout ordre nous avons le

([1]) Cf. *Math. Zeits.*, 37, 1933, pp. 608-622.

développement en série de Taylor

(9) $$\bar{f}(x) = f + t\mathrm{X}f + \frac{t^2}{\underline{|2}}\mathrm{X}^2 f + \ldots, \qquad \mathrm{X} = u^r \frac{\partial}{\partial x^r},$$

mais cela ne donne pas des tenseurs quand on développe des fonctions tensorielles. On peut donc regarder la formule (9) au plus comme fournissant une opération dans l'espace euclidien tangent. Supposons que la variété a une connexion affine et cherchons la transformation engendrée par (9) pour chaque tenseur $\mathrm{T}^{i\cdot}_{j\cdot}$. Nous aurons besoin *d'un opérateur de Lie* L, *tensoriel, distributif, se réduisant à* X *pour les tenseurs à rang et poids nuls, avec* $\mathrm{L}\,dx^i = 0$ [de $(d\delta - \delta d)\,x^i = 0$], *et* $\mathrm{L}u^i = 0$ [conservation des lignes de courant]. *On voit que l'opérateur désiré est donné en demandant que* $\mathrm{L(U.V)} = \mathrm{ULV} + \mathrm{VLU}$ *par*

(10) $$\mathrm{LT}^{i\cdot}_{j\cdot} = u^r \mathrm{T}^{i\cdot}_{j\cdot|r} - u^i_{|r}\mathrm{T}^{r\cdot}_{j\cdot} - \ldots + u^r_{|j}\mathrm{T}^{i\cdot}_{r\cdot} + \ldots + p\,u^r_{|r}\mathrm{T}^{i\cdot}_{j\cdot},$$

d'où l'on obtient le développement tensoriel en série de Lie-Taylor

(11) $$\bar{\mathrm{T}}{::} = \mathrm{T}{::} + t\mathrm{LT}{::} + \frac{t^2}{\underline{|2}}\mathrm{L}^2\mathrm{T}{::} + \ldots.$$

Par ce procédé nous dérivons sans difficulté aucune des équations de Killing comme $\mathrm{L}g_{ij} = 0$, et pouvons considérer d'autres transformations plus générales, comme par exemple $\mathrm{LR}^i_{jkl} = 0$, conservant la courbure au lieu de la métrique.

L'équation $\mathrm{LT}{::} = 0$ exprime sous forme tensorielle la condition qu'un tenseur quelconque se conserve par la transformation infinitésimale $\delta x^i = u^i\,\delta t$ et par conséquent par la transformation étendue.

THÉORIE DES GROUPES. — *Sur certains opérateurs définis dans l'espace d'une fonction de type positif.* Note de M. **Roger Godement**, présentée par M. Élie Cartan.

1. G désignant un groupe localement compact, $\mathfrak{P}$ l'ensemble des fonctions numériques continues et de type positif sur G, $\mathcal{R}$ l'ensemble des fonctions de la forme $f - g$ ($f, g \in \mathfrak{P}$), la relation $\varphi - \psi \in \mathfrak{P}$ est une relation d'ordre dans $\mathcal{R}$ qu'on notera $\varphi \geqq \psi$ ou $\psi \leqq \varphi$.

Si $f \in \mathfrak{P}$, on dira qu'une $g \in \mathcal{R}$ est *f-bornée inférieurement* (ou *supérieurement*) s'il existe un entier positif n tel qu'on ait $-nf < g$ ($g < nf$); et que g est *f-bornée* si elle est à la fois f-bornée inférieurement et supérieurement. Si l'on introduit l'espace hilbertien $\mathcal{H}_f$ (1) associé à f (et réalisé

(1) Godement, *Comptes rendus*, 221, 1945, pp. 69, 134, 686; 222, 1946, p. 36, Notes citées I, II, III, IV. $\mathcal{H}_f$ est défini dans I.

dans C), et si l'on pose

$$\mathfrak{T}_f = \mathfrak{T} \cap \mathcal{H}_f, \qquad \mathcal{R}_f = \mathcal{R} \cap \mathcal{H}_f,$$

on voit ([2]) que toute g qui est f-bornée est dans $\mathcal{R}_f$.

2. Si $g \in \mathcal{R}_f$, et si T désigne une combinaison linéaire finie quelconque des U_x, on a

$$(Tf,\ g_x) = (Tg,\ f_x),$$

en sorte que la correspondance $Tf \to Tg$ est un opérateur linéaire A_g défini sur l'ensemble $\mathcal{V}_f$ des Tf. On vérifie aisément que A_g est *symétrique* ([3]), *permutable aux* U_x, et qu'en outre la relation $g < h$ dans $\mathcal{R}_f$ équivaut à

$$A_g < A_h \quad \text{ou} \quad (A_g\varphi,\ \varphi) \leq (A_h\varphi,\ \varphi) \quad \text{pour tout } \varphi \in \mathcal{V}_f.$$

Comme enfin $A_f = 1$, les notions de f-bornage introduites plus haut dans $\mathcal{R}_f$ coïncident avec les notions correspondantes habituelles de la théorie des opérateurs.

Si g est *f-borné inférieurement* ou *supérieurement*, en particulier si $g \in \mathfrak{T}_f$, des procédés connus ([4]) permettent de prolonger A_g en un opérateur B_g auto-adjoint, permutable aux U_x et satisfaisant aux mêmes relations d'ordre. L'analyse des opérateurs ainsi obtenus conduit aux résultats suivants :

1° Si g et h sont f-bornés, pour que la fonction $\varphi(x) = (g,\ h_x)$ soit dans $\mathcal{R}_f$, il faut et il suffit que

$$(g,\ h_x) = (h,\ g_x), \qquad \text{c'est-à-dire} \qquad \varphi(x) = \overline{\varphi(x^{-1})}.$$

Alors $B_\varphi = B_g B_h = B_h B_g$; si de plus, $g,\ h \in \mathfrak{T}_f$, alors $\varphi \in \mathfrak{T}_f$.

2° Tout g qui est f-borné inférieurement admet une *décomposition spectrale*

$$g = \int_n^{+\infty} \lambda\, de_\lambda, \qquad f = \int_n^{+\infty} de_\lambda ;$$

les e_λ sont des *parties disjointes* ([5]) de f (donc $0 < e_\lambda < f$), *deux à deux permutables* ([6]), et varient, en fonction de λ, de façon *croissante* et *$\mathcal{H}$-fortement continue à droite*.

3° Tout $g \in \mathfrak{T}_f$ est limite $\mathcal{H}$-forte d'une suite *croissante* d'éléments *f-bornés* de $\mathfrak{T}_f$ *deux à deux permutables* ; et admet une *racine carrée unique* $\varphi \in \mathfrak{T}_f$ telle que $g(x) = (\varphi,\ \varphi_x)$.

4° Tout g qui est f-borné de $\mathcal{R}_f$ a une forme $g = g^+ - g^-$, où g^+ et g^- sont

---

([2]) C'est une conséquence de IV, th. 2.

([3]) C'est-à-dire vérifie $(A_g\varphi,\ \psi) = (\varphi,\ A_g\psi)$ pour $\varphi,\ \psi \in \mathcal{V}_f$.

([4]) Cf. par exemple, B. von Sz. Nagy, *Ergeb. der Math.*, 5, h. V, Berlin, 1942, p. 35.

([5]) $\varphi,\ \psi \in \mathfrak{T}$ sont *disjoints* s'ils vérifient IV, th. 5 ; φ est une *partie disjointe* de f si $0 < \varphi < f$ et si φ et $f - \varphi$ sont disjoints. Alors φ est la projection de f sur un sous-espace invariant fermé de $\mathcal{H}_f$ et réciproquement (IV, th. 3).

([6]) C'est-à-dire vérifient la propriété 1° $(e_\lambda,\ U_x e_\mu) = (e_\mu,\ U_x e_\lambda)$.

f-bornés, dans $\mathfrak{T}_f$, *disjoints*, et engendrent dans $\mathcal{H}_f$ des variétés complètement orthogonales.

3. En conséquence on peut démontrer les théorèmes suivants :

THÉORÈME 1. — *Tout $f \in \mathcal{R}$ est la différence de deux fonctions de type positif* DISJOINTES.

THÉORÈME 2. — *Pour que la structure unitaire associée à une $f \in \mathfrak{T}$ soit* IRRÉDUCTIBLE, *il faut et il suffit que f n'admette que les partitions triviales*

$$f = \lambda_1 f + \ldots + \lambda_n f \qquad (\lambda_i \geqq 0,\ \Sigma \lambda_i = 1),$$

ou encore que

$$0 < g < f \quad \textit{entraîne} \quad g = \lambda f \quad (0 \leqq \lambda \leqq 1).$$

4. Dans le cas où G est abélien, par exemple si $G = R$, et si

$$f(t) = \int e^{i\lambda t}\, d\mu(\lambda),$$

où μ est une mesure positive bornée, on sait que $\{\mathcal{H}_f, U_x\}$ est isomorphe à $\{L^2_\mu, V_x\}$, où L^2_μ est l'espace des fonctions de carrés μ-sommables, et V_x la multiplication par $e^{i\lambda x}$. L'image dans L^2_μ d'une $g \in \mathcal{R}_f$ est une φ *réelle* de L^2_μ, et B_g devient alors, dans L^2_μ, la *multiplication par* φ. Ceci permet de constater que les résultats obtenus généralisent des propriétés classiques en analyse harmonique et en théorie de la mesure. De plus les méthodes exposées ici, sont indépendantes de toute théorie de la dualité (7).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les représentations unitaires des groupes abéliens localement compacts dans l'espace de Hilbert. Une extension d'un théorème de M. H. Stone.* Note (1) de M. **Edmond Arnous.**

Si deux groupes abéliens localement compacts G et Γ sont groupes des caractères l'un de l'autre (2), si $\chi_s(x)$ est la valeur en $x \in G$ du caractère de G défini par $s \in \Gamma$, si $\mathfrak{P}$ est une tribu (3) de parties A_ν de G, si $(E_{A_\nu})_{A_\nu \in \mathfrak{P}}$ est une famille spectrale (4) de l'espace R de Hilbert (5), enfin si $(U_s)_{s \in \Gamma}$ est la famille

(7) Elles permettent, si G est abélien, de démontrer directement que $\mathcal{R}$ est un *espace de Riesz achevé*.

(1) Séance du 7 janvier 1946.

(2) Les caractères d'un groupe *abélien* G peuvent être définis comme l'ensemble des solutions *continues* à valeurs complexes et de *modules* 1 de l'équation $\chi(x.y) = \chi(x).\chi(y)$. Alors G et Γ se correspondent par dualité.

(3) Une famille de parties A_ν de G est une tribu, si, chaque fois qu'elle contient A et A′, elle contient leur différence, c'est-à-dire l'intersection de A et du complémentaire de A′, et si, chaque fois qu'elle contient une famille dénombrable de A_ν, elle contient leur intersection et leur réunion.

(4) C'est-à-dire une famille de projecteurs E_{A_ν} de R, tels que la norme $\|E_{A_\nu} f\|^2$ de $E_{A_\nu} f$ soit, pour tout $f \in R$, une mesure de Radon bornée définie sur G.

(5) Espace abstrait de Hilbert, séparable ou non.

des transformations de R définies par l'équation

$$(1)\qquad (U_s f, g) = \int \chi_s(x)\, d.(E_{A_\nu} f, g),$$

où les parenthèses désignent le produit scalaire, et f et g des éléments quelconques de R, alors, l'application $s \to U_s$ est une représentation unitaire de Γ dans R. Réciproquement, si $s \to U_s$ est une représentation unitaire de Γ dans R, il existe une famille spectrale et une seule (E_{A_ν}) vérifiant (1).

Cette réciproque, généralisation d'un théorème de M. H. Stone [6], offre seule quelques difficultés. Sa démonstration reposera essentiellement sur un théorème de S. Bochner [7], étendu par A. Weil [8] aux groupes abéliens localement compacts : La condition nécessaire et suffisante pour qu'une fonction $\Phi(s)$ définie sur Γ soit la transformée de Fourier-Stieltjes

$$\Phi(s) = \int \chi_s(x)\, d.\mu_{A_\nu}$$

d'une mesure de Radon μ bornée sur G, est que $\Phi(s)$ soit du type positif P^∞, c'est-à-dire, qu'elle soit continue et que

$$\Sigma_{m,n} c_m \bar{c}_n \Phi(s_n^{-1} s_m) \geqq 0,$$

quels que soient les $s_m \in \Gamma$ et les constantes c_m *en nombre fini*. La fonction $(U_s f, f)$ est justement de ce type. Il est facile de le vérifier. En effet, dire que $s \to U_s$ est une représentation, c'est dire que $(U_s f, f)$ est continue pour tout $f \in R$, et que $U_{st} = U_s . U_t$. Dans ces conditions $U_{s^{-1}} = U_s^*$ et

$$\Sigma_{m,n} c_m \bar{c}_n (U_{s_n^{-1} s_m} f, f) = (\Sigma_m c_m U_s f, \Sigma_n c_n U_s f) \geqq 0.$$

Il existe donc une mesure de Radon bornée $\mu_{A_\nu}(f)$ *et une seule* telle que

$$(U_s f, f) = \int \chi_s(x)\, d.\mu_{A_\nu}(f)$$

(les A_ν sont les ensembles mesurables à l'aide de cette mesure), et par suite une mesure *complexe* de Radon et une seule $\mu_{A_\nu}(f, g)$, telle que

$$(U_s f, g) = \int \chi_s(x)\, d.\mu_{A_\nu}(f, g).$$

---

(6) *Proc. Nat. Acad. Sc.*, **16**, 1930, pp. 172-175; *Ann. of Math.*, **33**, 1932, pp. 643-648; J. v. Neumann, *Ann. of Math.*, **33**, 1932, pp. 567-573; S. Bochner, *Sitzgber. preuss. Akad. Wiss.*, 1933, pp. 371-378; F. Riesz, *Acta Szeged*, **6**, 1933, pp. 184-198; B. v. Sz. Nagy, *Math. Ann.*, **112**, 1936, pp. 286-296; Nakano, *Ann. of Math.*, **42**, 1941, pp. 665-667.

(7) *Vorlesungen über Fouriersche Integrale*, Leipzig, 1932, p. 74.

(8) *L'intégration dans les groupes topologiques et ses applications*, § **30**, Paris, 1940.

Alors, en vertu de l'inégalité de Schwarz [$\mu_{A_v}(f, g)$ est linéaire et bornée],

$$|\mu_{A_v}(f, g)|^2 \leq \mu_{A_v}(f) \cdot \mu_{A_v}(g) \leq \mu_G(f) \cdot \mu_G(g) = \|f\|^2 \cdot \|g\|^2.$$

Un théorème de Fréchet ([9]) permet maintenant d'affirmer l'existence d'un opérateur E_{A_v} linéaire et borné, et d'un seul, tel que

$$\mu_{A_v}(f, g) = (E_{A_v} f, g).$$

Il est hermitien. En effet $\overline{\chi_{s-1}(x)} = \chi_s(x)$ entraîne

$$(U_s f, g) = \int \chi_s(x)\, d.\mu_{A_v}(f, g) = \overline{(U_{s-1} g, f)} = \int \chi_s(x)\, d.\overline{\mu_{A_v}(g, f)}$$

et, par suite, en vertu de l'unicité de la mesure correspondant à $(U_s f, g)$,

$$\overline{\mu_{A_v}(g, f)} = \mu_{A_v}(f, g).$$

D'autre part $E_A^2 = E_A$. En effet

$$(U_{st} f, g) = \int \chi_s(x) d.(E_{A_v} U_t f, g) = \int \chi_s(x) d. \int \chi_t(y) d'.(E_{A_v} E_{A'_v} f, g).$$

Or $\chi_s(x)$ et $\chi_t(x)$ sont continus et bornés, alors

$$(U_{st} f, g) = \int \chi_s(x) \chi_t(x) d.(E_{A_v} f, g) = \int \chi_s(x) d. \int \chi_t(y) d'.(E_{A' \cap A} f, g),$$

où $A \cap A'$ est l'intersection de A et A'. Alors, en vertu toujours de l'unicité des mesures,

$$(E_{A' \cap A} f, g) = (E_A E_{A'} f, g).$$

Si $A = A'$, alors $E_A^2 = E_A$. C'est un projecteur et $\|E_A^2 f\|^2$ définit une mesure de Radon bornée. La démonstration est complète.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les séries à termes positifs.*

Note de M. **Jean Arbault**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

M. Salem a démontré (*Duke Math. Journal*, 8, II, p. 320) que, si $\sum_1^n \frac{1}{\rho_n} = o(n^2)$, la série $\Sigma \rho_n \cos(nx - \alpha_n)$ ne peut converger absolument en plus d'un point. De ce théorème résulte le corollaire suivant : *Une série convergente $\Sigma \rho_n$ à termes positifs ne peut être telle que* $\sum_1^n \frac{1}{\rho_n} = o(n^2)$, car dans le cas contraire, la série trigonométrique

$$\sum r_n \sin(nx - \varphi_n) = \sum_{p=1}^{\infty} \{ \rho_{2p-1} \sin[(3p-2)x - \alpha_{3p-2}] + \rho_{2p} \sin[(3p-1)x - \alpha_{3p-1}] + \sin 3px \}$$

([9]) *Trans. Amer. Soc.*, 8, 1907, pp. 433-446.

convergerait absolument pour $x=0$ et $x=\pi/3$, donc en plus d'un point et pourtant $\sum_{1}^{n} \frac{1}{r_n} = o(n^2)$.

On peut démontrer directement ce résultat en s'appuyant sur un théorème de M. Denjoy [1] : pour une série convergente Σu_n à termes positifs nu_n tend approximativement vers zéro.

Supposons qu'à partir de l'entier $p(\alpha)$ on ait $nu_n < \alpha$, sauf peut-être pour une suite de fréquence moindre que Θ. A partir d'un certain rang P, le nombre des termes irréguliers est moindre que $2\Theta n$. Pour les termes réguliers en nombre supérieur à $(1-29)(n-p)$, on a $-1/u_n > n/\alpha$. Le somme de ces termes est alors supérieure à

$$\frac{1}{\alpha} \sum_{p}^{p+(1-2\Theta)(n-p)} n = \frac{1}{\alpha} o(n^2),$$

donc $\Sigma(1/u_n)$ ne saurait être $o(n^2)$ puisque l'inégalité précédente a lieu si petit que soit α.

La somme des inverses de u_n croît plus vite que n^2. Est-il possible d'améliorer ce résultat ? On pourrait songer à améliorer le résultat de M. Denjoy qui revient à la comparaison de la série Σu_n à la série $1/u_n$ en prenant comme série de comparaison une série divergente de terme général $v_n = 1/n\omega(n)$, $\omega(n)$ étant une fonction croissante et tendant vers l'infini avec n.

Si Σu_n converge, $nu_n\omega(n)$ tend vers zéro sauf peut-être pour une suite n_k dont la fréquence inférieure est nulle.

La démonstration se fait par l'absurde en montrant que la somme de Cauchy de la série Σu_{n_k} pour n_k compris entre deux limites quelconques serait supérieure au produit par un nombre positif de la somme de Cauchy correspondante pour la série divergente $\Sigma n\omega(n)$.

Il est impossible de remplacer fréquence inférieure par fréquence exacte comme dans l'énoncé de M. Denjoy. Par exemple, soient la série $u_n = 1/n \log n$ et la suite $m_r = 2^{r^2}$, α étant un nombre positif inférieur à 1. Considérons la série $v_k = u_{n_k}$, la suite n_k étant constituée par les nombres qui précèdent immédiatement m_r en nombre égal à αm_r. Cette suite a la fréquence inférieure zéro et la fréquence supérieure α. La série v_k est convergente et pourtant $n \log n u_n = 1$ pour la suite n_k.

On peut même avoir une suite n_k dont la fréquence supérieure soit 1, en prenant dans l'exemple précédent tous les nombres compris entre 2^{r^2} et $2^{(r+1)}$ pour certaines valeurs de r suffisamment rares.

On déduit aisément de ces résultats l'énoncé suivant : *pour une série conver-*

---

(1) *Comptes rendus*, 207, 1938, p. 210.

gente Σu_n à termes positifs, $\sum_1^n \frac{1}{u_n}$ *ne peut être* $o[n^2\omega(n)]$ *que pour une suite* n_k *de fréquence aussi faible que l'on veut.*

L'application aux séries trigonométriques est immédiate. Si une série trigonométrique $\Sigma\rho_n \sin nx$ convergente absolument au point $x_0 \neq 0$, on peut toujours extraire une suite partielle d'entiers n_k de fréquence positive telle que la série Σ_{n_k} converge. Toute série $\Sigma\rho_n \cos(nx - \alpha_n)$ qui converge absolument en deux points x_0 et x_1, $x_1 - x_0 = \neq \pi$ ne peut être telle que $\sum_1^n \frac{1}{\rho_n} = o[n^2\omega(n)]$.
Si l'on a cette égalité, la série trigonométrique a au plus un point de convergence absolue. Ce résultat généralise celui de M. Salem.

ASTRONOMIE. — *Sur les mouvements des astres du système solaire.* Note de M. **Fernand Prunier**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Nous avons signalé (¹) certaines régularités que l'on constate entre les éléments des orbites des astres du système solaire, planètes et satellites, ou entre leurs moyens mouvements. Dans la dernière en particulier, nous avons montré que la relation de Laplace entre les moyens mouvements des trois premiers satellites de Jupiter n'était pas isolée dans le système solaire.

A ces régularités nous nous proposons ici d'en ajouter quelques autres. Les moyens mouvements diurnes sidéraux des planètes de Mercure à Pluton, numérotées de 1 à 9, ont respectivement les valeurs suivantes :

14732″,42; 5767″,67; 3548″,19; 1886″,52; 299″,13; 120″,45; 42″,23; 21″,53; 14″,25.

En plus de la relation

$$\omega_1 - \omega_2 - 2\omega_3 - \omega_4 - \omega_5 + 2\omega_6 + \omega_7 + \omega_8 + \omega_9 = 0$$

à 1″ près par jour, que nous avons déjà fait connaître, on constate l'existence des nouvelles relations numériques suivantes :

$2\omega_2 + \omega_3 - 8\omega_4 = 0,$	à 5″ près par jour;
$4\omega_3 - 8\omega_4 + 3\omega_5 = 0,$	2″ » ;
$2\omega_4 - 9\omega_5 - 9\omega_6 = 0,$	3″ » ;
$\omega_5 - 3\omega_6 + 3\omega_7 - 3\omega_8 = 0,$	0″,1 » ;
$\omega_7 - 2\omega_8 = 0,$	0″,8 » ;
$\omega_7 - 3\omega_9 = 0,$	0″,5 » .

De ces sept relations on déduirait d'ailleurs l'expression de tous les ω en fonctions linéaires à coefficients numériques fractionnaires simples de deux d'entre eux; il est particulièrement commode de prendre pour les deux ω en question ceux de Mars et de Jupiter ω_4 et ω_5.

(¹) *Comptes rendus*, **214**, 1942, p. 534; **217**, 1943, p. 527; **220**, 1945, p. 515.

Si nous jetons un coup d'œil d'ensemble sur toutes les régularités ainsi obtenues pour les ma, m/a, $m\sqrt{a}$ ou $m\sqrt{a(1-e^2)}$, $\Sigma n\omega$, les m, a, e, ω étant respectivement les masses, demi-grands axes, excentricités, moyens mouvements, et n désignant des nombres entiers petits; si nous y joignons celles que nous avons indiquées aussi concernant les rapports simples des expressions $\mathrm{T}d/\sqrt{a}$, $\mathrm{T}\sqrt{a}\cos\varphi$, $d/(a\cos\varphi)$ pour les diverses planètes, T désignant les durées de rotation propre, d, les diamètres, φ, les inclinaisons d'axes, nous nous trouvons en présence *d'un ensemble de résultats qui appellent une interprétation du genre de celle que nous avons esquissée.*

ASTRONOMIE. — *Sur la structure du système solaire.* (*Prévision d'une nouvelle planète*). Note de M. ÉMILE SEVIN, présentée par M. Ernest Esclangon.

A l'aide des logarithmes des périodes T de révolution des planètes, exprimées par exemple en jours, formons les sommes suivantes :

$$\begin{aligned}
&\log \mathrm{T}(\text{Vénus}) &&+ \log \mathrm{T}(\text{Pluton}) = 7{,}309;\\
&\log \mathrm{T}(\text{Terre}) &&+ \log \mathrm{T}(\text{Neptune}) = 7{,}342;\\
&\log \mathrm{T}(\text{Mars}) &&+ \log \mathrm{T}(\text{Uranus}) = 7{,}324;\\
&\log \mathrm{T}(\text{astéroïdes}) &&+ \log \mathrm{T}(\text{Saturne}) = 7{,}288;\\
&\log \mathrm{T}(\text{Jupiter}) &&+ \log \mathrm{T}(\text{Hidalgo}) = 7{,}344.
\end{aligned}$$

Ces sommes étant très sensiblement constantes, la structure générale du système solaire découle d'une involution, dont la période double est comprise entre celles de Jupiter et d'Hidalgo; et, comme il serait surprenant que seule Mercure n'eût pas de conjugué, on est conduit à prévoir qu'il existe, au delà de l'orbite de Pluton, une planète qui constitue la limite même du système solaire et que nous désignerons par la lettre X.

Dans ces conditions, les planètes se répartissent en deux groupes : celui des planètes inférieures, dont les périodes sont plus courtes que la période double et qui comprend Mercure, Vénus, la Terre, Mars, les astéroïdes et Jupiter; celui des planètes supérieures, dont les périodes sont au contraire plus longues que la période double et où l'on rencontre Hidalgo, Saturne, Uranus, Neptune, Pluton et X. Ce n'est pas sans surprise qu'en 1920 Baade a découvert Hidalgo, petite planète de 22^{km} de rayon, égarée, semblait-il, un peu plus loin que Jupiter; en fait, c'est donc la première planète supérieure et, comme nous le préciserons plus loin, parmi les autres sa place est, mathématiquement, très nettement marquée ([1]).

D'après nos vues, c'est un cataclysme, auquel le Soleil a été soumis, qui a engendré les planètes, alors que les satellites de celles-ci proviendraient de

---

([1]) Bien entendu, il se pourrait que Hidalgo ne fût pas isolé, mais se trouvât être le type d'un certain nombre d'autres astéroïdes, de périodes voisines, qui resteraient à découvrir.

cataclysmes secondaires. Et l'on peut penser que c'est en particulier à ces cataclysmes secondaires que l'on doit attribuer les légères différences que les périodes observées présentent, par rapport à celles qui résulteraient d'une involution parfaite. Cependant l'involution est encore assez bien conservée pour qu'il soit possible de reconnaître que la période propre de vibration du Soleil, c'est-à-dire la période de son infra-son (1/9 de jour), a joué un rôle essentiel dans la distribution des planètes supérieures.

Si, en effet, on calcule les périodes de révolution pour lesquelles les équations de la lumière (temps nécessaires pour que la lumière parcoure les demi-grands axes des orbites) sont égales à la période de l'infra-son multipliée successivement par 3/10, 1/2, 1, 3/2 et 2, on retrouve les périodes de révolution d'Hidalgo, de Saturne, d'Uranus, de Neptune et de Pluton (que séparent des intervalles considérables) avec les écarts relatifs que voici : $-1/223$, $+1/64$, $+1/139$, $-1/18$ et $-1/27$.

Quant à la planète X, nous allons montrer que c'est le multiplicateur 4 qui lui est applicable. Il situe les confins du système solaire à 4/9 de jour-lumière de l'astre central et donne, pour la période de révolution et le moyen mouvement de la planète,

$$247.275 \text{ jours ou environ } 677 \text{ années}, \quad 5'',24113,$$

grandeurs que, relativement, on peut considérer comme exactes à quelques centièmes près. Et l'on obtient

$$\log T\,(\text{Mercure}) + \log T\,(X) = 1,944 + 5,393 = 7,337,$$

en excellent accord avec les sommes indiquées plus haut.

GÉODÉSIE. — *Nouvelles déterminations de l'intensité de la pesanteur dans les Départements d'Alger et d'Oran.* Note (¹) de M. JEAN LAGRULA, présentée par M. Georges Perrier.

Il s'agit de 53 stations gravimétriques, réparties en trois groupes.

Le premier comporte 28 stations, situées dans le Nord du Département d'Oran. Occupées en 1942, avec, comme moyen de locomotion, une bicyclette, elles constituent un réseau serré, analogue à celui de la Mitidja, réalisé en 1939. Les anomalies $g''_0 - \gamma_0$ mettent en évidence une zone déficitaire (anomalies faibles en valeur algébrique), coïncidant sensiblement avec la Sebka d'Oran, ainsi que deux irrégularités locales [Kéroulis, Aïn Cheurfa (excédentaires)].

Le deuxième groupe comporte 13 stations, situées dans le Nord du Département d'Alger, occupées également en 1942, avec le même moyen de locomotion. Elles constituent une prolongation vers l'Est du réseau de la Mitidja. Les résultats montrent l'existence d'une zone à déficit très marqué dans la région Aïn Taya-Réghaïa.

(¹) Séance du 14 janvier 1946.

Station.	Longitude. Greenwich.	Latitude.	Altitude.	Densité.	g gals	g_0 gals	g''_0 gals	γ_0 gals	γ'_0 gals	$g_0-\gamma_0$. mgals	$g''_0-\gamma_0$. mgals	$g_0-\gamma'_0$ mgals	$g''_0-\gamma'_0$. mgals
	° ′	° ′	m		979,	979,	979,	979,	997,				
Oran₂	0 37,7 W	35 42,4	80	2,6	840	865	855	791	806	+ 74	+ 65	+59	+50
Misserghin	0 44,0	33,9	111	2,2	809	843	833	783	798	+ 60	+ 50	+45	+35
Bou Tlelis	0 53,9	34,3	102	2,2	814	846	835	779	794	+ 67	+ 57	+52	+42
Lourmel	1 01,0	31,5	107	2,2	826	859	849	775	790	+ 84	+ 74	+69	+59
Sidi Médiouni	1 05,0	35,8	207	2,5	815	879	857	781	796	+ 98	+ 76	+83	+61
Er Rahel	1 03,2	27,2	121	2,2	794	831	820	768	784	+ 63	+ 52	+47	+36
Hammam Bou Hadjar.	0 58,2	22,7	147	2,3	764	809	795	762	778	+ 47	+ 33	+31	+17
Turgot	1 10,6	25,1	30	2,3	814	823	820	765	781	+ 58	+ 55	+42	+39
Oued el Hallouf	1 16,4	21,8	6	2,2	811	813	812	761	777	+ 52	+ 51	+36	+35
Kéroulis	1 00,5	18,1	293	2,5	739	829	798	755	771	+ 74	+ 43	+58	+27
Cap Falcon	0 48,0	46,2	78	2,5	878	902	894	796	811	+106	+ 98	+91	+83
Valmy	0 34,8	36,8	100	2,2	808	839	830	783	798	+ 56	+ 47	+41	+32
Tafaraoui	0 31,6	29,2	163	2,3	776	826	810	771	787	+ 55	+ 39	+39	+23
Saint-Louis	0 21,8	38,9	67	2,2	818	839	833	786	801	+ 53	+ 47	+38	+32
Saint-Denis-du-Sig	0 11,3	31,9	57	2,2	780	797	792	776	791	+ 21	+ 16	+ 6	+ 1
Aïn Cheurfa	0 13,4	26,7	172	2,5	763	816	798	766	782	+ 50	+ 32	+34	+16
Dublineau	0 01,2	27,6	140	2,5	768	811	796	769	785	+ 42	+ 27	+26	+11
Matemore	0 13,1 E	19,7	480	2,5	658	806	756	758	774	+ 48	— 2	+32	—18
Aïn Farès	0 14,6	28,9	767	2,5	610	847	766	770	786	+ 77	— 4	+61	—20
Bou Hanifia	0 02,6 W	18,9	259	2,4	713	793	767	756	772	+ 37	+ 11	+21	— 5
Baudens	0 27,0	09,1	556	2,3	632	802	750	742	758	+ 60	+ 8	+44	— 8
Tessala	0 45,0	15,2	587	2,5	621	802	740	751	767	+ 51	— 11	+35	—27
Deligny	0 31,4	25,2	480	2,3	648	796	750	765	781	+ 31	— 15	+15	—31
El Manhour	0 25,3	19,1	330	2,4	705	807	774	757	773	+ 50	+ 17	+34	+ 1
Oued Imbert	0 30,7	21,9	482	2,4	686	835	786	761	777	+ 74	+ 25	+58	+ 9
Saint-Cloud	0 25,4	46,8	156	2,2	848	896	882	797	812	+ 99	+ 85	+84	+70
Saint-Maur	0 39,5	24,6	218	2,2	754	821	801	764	780	+ 57	+ 37	+41	+21 *a*
Sebkra	0 39,4	35 30,9	123	2,2	798	836	825	774	789	+ 62	+ 51	+47	+36 *b*
Aïn Taya	3 17,0 E	36 47,3	39	2,5	934	946	942	884	899	+ 62	+ 58	+47	+43
Saint-Pierre-St-Paul	3 22,1	40,9	118	2,5	915	951	939	874	889	+ 77	+ 65	+62	+50
Réghaïa	3 20,8	44,4	13	2,5	934	938	937	880	895	+ 58	+ 57	+43	+42
Courbet	3 36,3	47,1	102	2,5	943	975	964	884	899	+ 91	+ 80	+76	+65
Beni Amran	3 35,4	39,6	109	2,5	914	948	936	873	888	+ 75	+ 63	+60	+48
Palestro	3 35,4	33,7	149	2,5	874	920	904	864	879	+ 56	+ 40	+41	+25
Thiers	3 40,9	31,9	174	2,5	849	902	884	862	877	+ 40	+ 22	+25	+ 7
Dra-el-Mizan	3 49,9	32,2	432	2,5	806	940	894	862	877	+ 78	+ 32	+63	+17 *a*
Chabet-el-Ameur	3 42,0	32,9	284	2,5	866	953	923	863	878	+ 90	+ 60	+75	+45 *a*
Le Corso	3 25,3	45,4	27	2,5	948	956	953	881	896	+ 75	+ 72	+60	+57
Fort de l'Eau	3 11,5	44,8	5	2,5	929	931	930	880	895	+ 51	+ 50	+36	+35
Maison Blanche	3 13,9	42,0	21	2,5	914	920	918	876	891	+ 44	+ 42	+29	+27
Guyotville	2 55,2	36 48,1	31	2,5	987	996	993	885	900	+111	+108	+96	+93
Nesseur	0 47,8 W	34 36,5	1056	2,5	431	757	646	697	713	+ 60	— 51	+44	—67
Tenira	0 31,6	35 01,2	603	2,5	595	781	718	731	747	+ 50	— 13	+34	—29
Slissen	0 45,2	35 01,0	778	2,5	530	770	688	731	747	+ 39	— 43	+23	—59
Zegla	0 27,4	34 46,8	975	2,5	496	796	694	711	727	+ 85	— 17	+69	—33
Ouazène	0 58,9	23,8	1197	2,5	389	758	633	679	695	+ 79	— 46	+63	—62
El Megdadia	0 44,3	18,5	1209	2,5	389	762	635	671	687	+ 91	— 36	+75	—52
El Gor	1 07,6	38,0	1148	2,5	426	780	660	699	715	+ 81	— 39	+65	—55 *a*
Berthelot	0 11,4	54,9	683	2,5	576	786	715	722	738	+ 64	— 7	+48	—23
El Aricha	1 15,3	13,1	1239	2,5	347	729	599	664	680	+ 65	— 65	+49	—81
Anoual	1 34,1	04,1	1188	2,5	364	730	606	651	667	+ 79	— 45	+63	—61
El Hammam	0 30,0	25,2	1170	2,5	397	758	635	681	697	+ 77	— 46	+61	—62 *a*
Sidi Medjabed	1 38,9	34 46,1	408	2,5	609	735	692	710	726	+ 25	— 18	+ 9	—34

Observations. — *a*, altitude imprécise; *b*, altitude et coordonnées géographiques imprécises.

Le troisième groupe, qui comporte 12 stations prolongeant vers le Sud le réseau du premier groupe, date de 1944. Ces déterminations, faites à l'occasion d'une manœuvre militaire, permettent de situer une zone déficitaire dans la région Magenta-Slissen.

Toutes ces mesures gravimétriques ont été effectuées au moyen du pendule Holweck-Lejay n° 42 *bis*.

POLARISATION ROTATOIRE. — *Propriétés optiques des cristaux de sulfate de nickel hexahydraté dans le proche ultraviolet.* Note de MM. **Jean-Paul Mathieu** et **Georges Vuldy**, présentée par M. Aimé Cotton.

Le pouvoir rotatoire naturel des cristaux quadratiques de formule $SO_4Ni, 6H_2O$ a été étudié dans le domaine spectral compris entre $0^{\mu},25$ et $2^{\mu},2$ par Slack et Rudnick ([1]), puis par Ingersoll, Rudnick, Slack et Underwood ([2]). Ces derniers auteurs ont aussi étudié l'effet Cotton important que possèdent les bandes d'absorption de ces cristaux situées dans le rouge et le proche infrarouge. Par contre l'activité optique était mal connue dans la bande d'absorption dont le maximum est situé vers $0^{\mu},39$: les mesures de dichroïsme circulaire manquaient et les mesures de pouvoir rotatoire ne comprenaient pas de données entre 3650 Å et 4047 Å. Nous nous sommes proposé de combler cette lacune. Les méthodes de mesure de la rotation et du dichroïsme circulaire ont été décrites par l'un de nous ([3]). Nous les avons appliquées à des lames de clivage, normales à l'axe optique, dont l'épaisseur était comprise entre $0^{mm},38$ et $0^{mm},58$, traversées normalement par un faisceau de lumière parallèle.

Les nombres suivants représentent les valeurs de la rotation α en degrés par millimètre; elles sont connues avec une erreur maxima de $0^{\circ},1$.

λ en Å	3595	3665	3710	3748	3850	3930	4010	4110	4150	4187	4225
α°	3,74	3,40	2,99	2,82	2,83	2,77	2,69	2,64	2,46	2,26	2,06

Les mesures de dichroïsme circulaire fournissent les valeurs de la différence $k_d - k_g$ des coefficients d'extinction pour les rayons circulaires droits et gauches ($k = 1/l \log_{10} I_0/I$, l étant l'épaisseur dont la traversée réduit l'intensité lumineuse de I_0 à I). On a $k_d - k_g = 4\delta/2,30 l$, δ désignant l'angle exprimé en radians dont la tangente mesure l'ellipticité de la vibration sortant du cristal. Les nombres suivants se rapportent à une épaisseur de 1^{mm}; la première décimale est incertaine.

λ en Å	3490	3570	3688	3800	3980	4110	4260
$10^2(k_d - k_g)$	0,3	0,65	1,9	3,1	2,95	1,75	0,6

([1]) *Philosophical Magazine*, 28, 1939, p. 241.
([2]) *Physical Review*, 57, 1940, p. 1145.
([3]) *Annales de Physique*, 3, 1935, p. 371; *Revue d'Optique*, 19, 1940, p. 1.

Les relations entre les courbes de rotation et de dichroïsme circulaire sont analogues à celles qui existent chez les composés à pouvoir rotatoire moléculaire [4]; en particulier, la règle de Natanson se vérifie. Le maximum de la courbe de dichroïsme circulaire coïncide, dans la limite des erreurs d'expérience, avec le maximum d'absorption déterminé par M. Tréhin [5]. A partir des mesures de cet auteur, on calcule pour le facteur de dissymétrie $g = (k_d - k_g)/k$ une valeur égale à 0,014 et constante dans toute l'étendue de la bande, qui doit donc être due à une transition électronique unique. Cela explique que l'anomalie de dispersion soit du même type que celle des composés à pouvoir rotatoire moléculaire.

M. Tréhin a signalé (*loc. cit.*) que l'absorption d'une vibration perpendiculaire à l'axe des cristaux de $SO_4Ni, 6H_2O$ n'a pas la même valeur selon que cette vibration se propage suivant l'axe ou normalement à celui-ci. On peut se demander si cette différence n'est pas due à l'activité optique des cristaux, combinée à l'effet d'analyseur des prismes du spectrographe. Le calcul donne pour l'intensité I' de la lumière polarisée dans la direction de la vibration incidente, après traversée de l'épaisseur unité dans la direction de l'axe optique,

$$I' = \frac{I_0}{4}\left(10^{-\frac{k_d}{2}} + 10^{-\frac{k_g}{2}}\right)^2 (\cos^2\alpha + \sin^2\alpha \, \mathrm{tg}^2\delta),$$

au lieu de

$$I = I_0 10^{-k},$$

s'il n'y avait pas d'activité optique. En supposant que les indices d'extinction suivent la même loi que les indices de réfraction, on a $k_d + k_g = 2k$; en tenant compte des valeurs de α et de δ, on trouve, pour l'épaisseur de $0^{mm},5$ utilisée par M. Tréhin, $I' = 0,99 I$. Ainsi, même si le spectrographe jouait le rôle d'un analyseur parfait, l'existence de l'activité optique n'introduirait qu'une erreur de 1 %, insuffisante pour rendre compte des différences observées, qui atteignent près de 7 %. Les mesures précises d'absorption [6] conduisent à restreindre de plus en plus la validité des formules classiques qui font dépendre l'absorption d'une vibration uniquement de sa direction.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques nouveaux acides ramifiés.* Note [1] de MM. **Buu-Hoï**, **Paul Cagniant** et **René Royer**, présentée par M. Marcel Delépine.

Les acides ramifiés retiennent l'attention par de nombreuses propriétés physiologiques intéressantes; activité œstrogène intense de l'acide doisynolique et

[4] La théorie de Born prévoit que d'autres types de dispersion sont possibles chez les cristaux actifs.

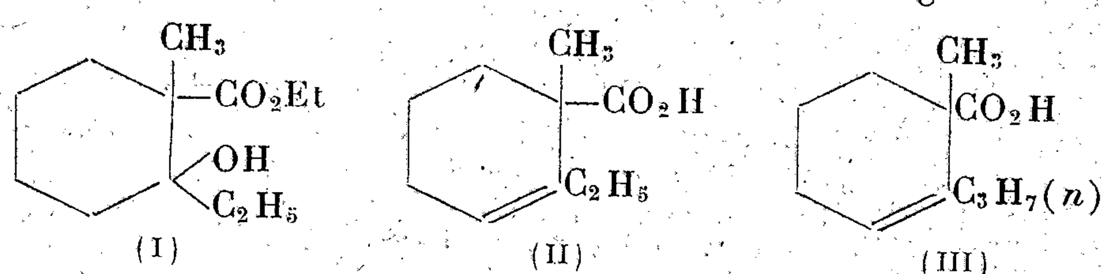
[5] *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 85

[6] Voir aussi P. Le Roux, *Journal de Physique*, 9, 1928, p. 142.

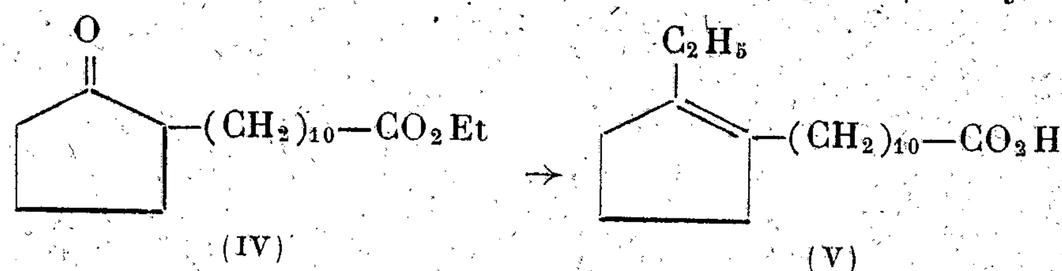
[1] Séance du 7 janvier 1946.

de ses dérivés moins hydrogénés (²), pouvoir tuberculigène des acides gras α.α-disubstitués (³), réactions d'irritation produites par ces derniers chez l'organisme tuberculeux (⁴), production d'acides gras ramifiés par le *Bacillus tumefaciens*, agent de certaines tumeurs végétales (⁵), activité bactéricide considérable de certains acides β.β-disubstitués vis-à-vis du microbe tuberculeux (⁶), prolifération des cellules de la muqueuse vaginale chez la Souris avec certains acides éthyléniques α.α-disubstitués etc. Aussi nous semble-t-il utile de décrire ici quelques acides ramifiés que nous croyons inédits.

Lorsque l'on fait agir l'iodure d'éthylmagnésium (1^{mol}) sur le méthyl-1 cyclohexanone-2 carboxylate d'éthyle-1 (1^{mol}), on limite dans une large mesure l'action du magnésien à la fonction cétone, et obtient par conséquent le méthyl-1 éthyl-2 cyclohexanol-2 carboxylate déthyle-1 [$C_{12}H_{22}O_3$ (I), huile incolore, $É_{15}$ 140°, d'odeur légèrement camphrée]. Ce



corps, saponifié puis déshydraté par SO_4HK, engendre l'acide méthyl-1 éthyl-2 (Δ_1)-cyclohexène-carboxylique-1 (II) ($C_{10}H_{16}O_2$, huile jaune pâle, à odeur désagréable butyreuse, $É_{12}$ 168°). Avec le bromure de *n*-propylmagnésium, on prépare, de façon analogue, l'acide méthyl-1 propyl-2 (Δ_1)-cyclohexène-carbonique-1 (III) ($C_{11}H_{18}O_2$, huile jaune pâle, $É_9$ 170°, d'odeur analogue à son sous-homologue) par l'intermédiaire du méthyl-1 propyl-2 cyclohexanol-2 carboxylate d'éthyle-1 ($C_{13}H_{24}O_3$, huile incolore, d'odeur terpénique, $É_{15}$ 146-148°). Lorsque le radical carboxéthyle est stériquement moins encombré, l'action sélective des magnésiens sur la fonction cétone est beaucoup moins nette; l'iodure d'éthylmagnésium donne bien avec la cyclopentanone-1 (ω)-undécylate d'éthyle-2 (IV) un alcool



tertiaire à fonction éther-sel, mais avec de très mauvais rendements. Cet alcool, saponifié et déshydraté, conduit à l'acide [1-éthyl-2 (Δ_1)-cyclopentényl]-ω-undécylique (V) ($C_{18}H_{32}O_2$, huile épaisse, jaune ambré, $É_{10}$ 240-242°]. Ce dernier corps (acide éthylisohydno-carpique) est isomère de l'acide chaulmoogrique, et ne possède pas de propriétés œstrogènes, mais est inhibiteur vis-à-vis du bacille de Koch.

Un autre composé nouveau de cette série est l'acide α.(Δ_2)-cyclopentényl-undécaméthylène-dicarbonique-ω.ω (VI) ($C_{18}H_{30}O_4$, aiguilles incolores, onctueuses, F 60°,

(²) K. MIESCHER; *Helv. chim. Act.*, 28, 1945, p. 156.

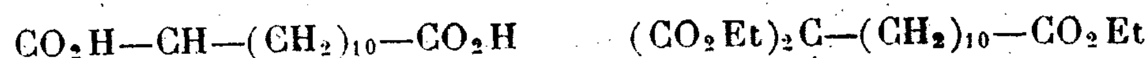
(³) BUU-HOÏ et RATSIMAMANGA, *C. R. Soc. Biol.*, 137, 1943, p. 189.

(⁴) PARAF, DESBORDES, BUU-HOÏ, CAGNIANT et RATSIMAMANGA, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 26, 1944, p. 373.

(⁵) VELICK et ANDERSON, *J. Biol. Chem.*, 152, 1944, p. 523.

(⁶) A. J. BIRCH et sir R. ROBINSON, *J. Chem. Soc.*, 1942, p. 488.

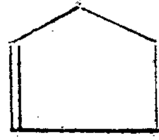
$E_{1,6}$ 265-270°, très solubles dans le benzène) qui s'obtient par synthèse malonique à partir





(VI)

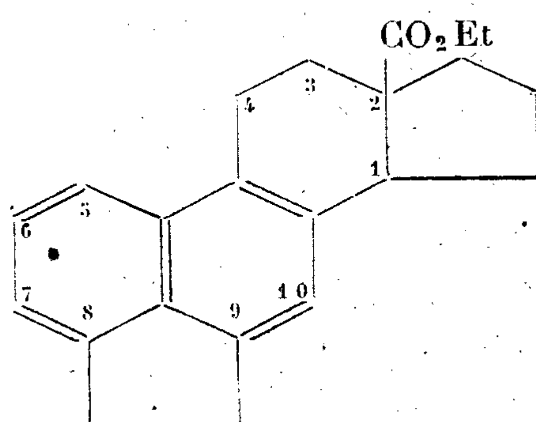




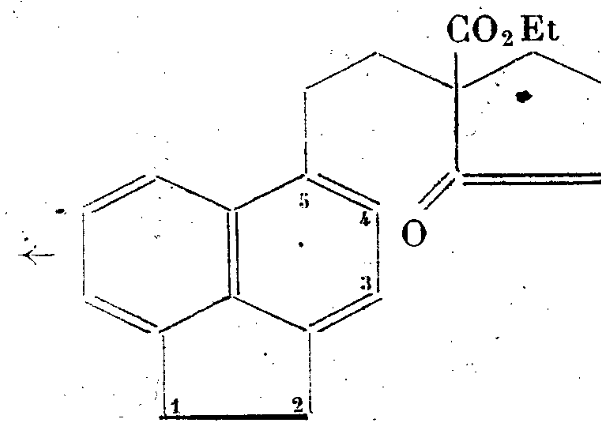
(VII)

de l'ω-iodoundécylate d'éthyle ($C_{13}H_{25}O_2I$, liquide jaune pâle, $É_{13}$ 193-194°, photolysable, obtenu en faisant agir INa sur l'ω-bromoundécylate en milieu acétonique) et du Δ_2-cyclopentényImalonate d'éthyle. Au Δ_2-cyclopentényl-ω carboxéthyldécyl-malonate d'éthyle (VII) ($C_{25}H_{42}O_6$, huile visqueuse jaune pâle, $E_{1,5}$ 245-250°) correspond un acide malonique huileux mais facile à décarboxyler.

Signalons enfin que nous avons obtenu le tétrahydro-1.2.3.4 acé-8.9 déhydro-1'.5'. cyclopenténo-1.2. phénanthrène-carboxylate d'éthyle-2 (VIII) ($C_{22}H_{19}O_2$, aiguilles prismatiques incolores, peu solubles dans l'alcool, F 153°, $É_{0,9}$ 220-225°) par cyclisation

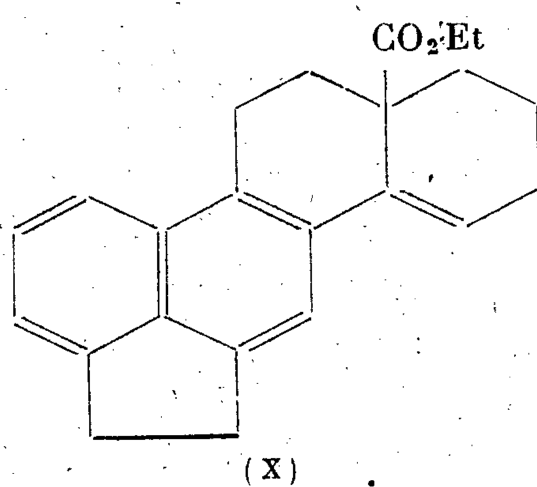


(VIII)

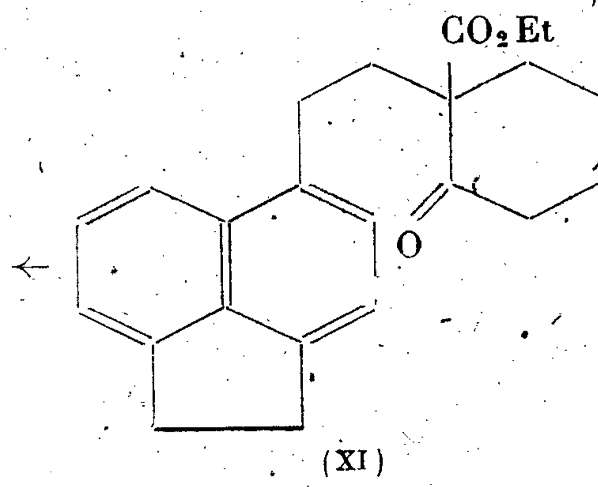


(IX)

(ébullition prolongée avec SO_4H_2 dilué) de l'acénaphtyl-(5') éthyl-1 cyclopentanone-2 carbonate d'éthyle-1 (IX) [$C_{22}H_{23}O_3$: résine jaune pâle $É_1$ 235-245° (déc.) n'ayant pas cristallisé]. Ce dernier corps s'obtient par condensation du bromure d'acénaphtyl-(5) éthyle ([7]) avec le cyclopentanone-carbonate d'éthyle sodé. D'une façon analogue, on a préparé l'hexahydro-1.2.16.3.4.5 acé-8.9 chrysène-carboxylate d'éthyle-16 (X) ($C_{23}H_{21}O_2$, fins prismes incolores peu solubles dans l'alcool, F 126°, $É_{0,9}$ 240-250°, donnant des solutions à légère fluorescence violette) par cyclisation sulfurique de l'acénaphtyl-(5') éthyl-1 cyclohexanone-2 carboxylate d'éthyle (XI) ($C_{23}H_{25}O_3$, résine extrêmement visqueuse $É_{0,7}$ 220-225° n'ayant pas cristallisé), elle-même obtenue en partant du cyclohexanonecarbonate d'éthyle. Les deux esters (VIII) et (X) sont insaponifiables par les procédés usuels. Leur expérimentation biologique est en cours.



(X)



(XI)

([7]) Buu-Hoï et P. Cagniant, *Comptes rendus*, **214**, 1942, p. 493.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Étude, par diffraction des rayons X, des carbonates mixtes de calcium et de baryum.* Note (¹) de M. **René Faivre**, présentée par M. Charles Mauguin.

Si, dans une solution bouillante de carbonate de soude, on verse lentement une solution bouillante de chlorures de baryum et de calcium, on obtient un précipité très finement cristallisé, constitué par une phase unique, possédant la structure orthorhombique de la withérite, tant que sa concentration en calcium n'excède pas 35 atomes %. Chauffée progressivement jusqu'à 900°, cette phase ne subit pas d'autre transformation que la dissociation. *La withérite est donc susceptible de donner, par substitution d'ions calcium aux ions baryum, des solutions solides stables, les withérites substituées absolument analogues aux strontianites substituées que nous avons déjà décrites* (²).

Si, par contre, on fait réagir sur une solution bouillante de carbonate de soude, une solution de chlorures de baryum et de calcium, riche en calcium, on obtient une phase unique rhomboédrique possédant, bien que dilatée, exactement la maille de la calcite, tant que sa teneur en calcium ne dépasse pas 40 atomes %. Pour les teneurs inférieures à 10 atomes de Ba %, il faut opérer la précipitation à 60° et en ajoutant 10 % d'alcool aux solutions, pour éviter la formation d'aragonite.

Les courbes de la figure 1 montrent que les équidistances des plans $(\bar{1}11)$, (201) et $(\bar{1}10)$ de la calcite varient de façon continue avec la teneur en baryum (référence : translations élémentaires définissant le réseau simple des ions Ca^{++}, arêtes du rhomboèdre e^1). *Le baryum est donc substituable au calcium de la calcite jusqu'à concurrence d'environ 40 atomes %.* Au delà de cette limite, on observe deux phases : une calcite saturée de baryum et une withérite saturée de calcium.

Les calcites à baryum présentent, du point de vue des intensités relatives des interférences, une propriété remarquable : au fur et à mesure que leur teneur en baryum croît, l'intensité de la réflexion à période double $2d(\bar{1}13)$, provoquée uniquement par les ions oxygène de la calcite (³), décroît très rapidement jusqu'à s'annuler pour les teneurs supérieures à 30 atomes de Ba % (courbe de la figure 2).

Cette interférence de surstructure $2d(\bar{1}13)$ témoigne de l'alternance parfaite dans le réseau de la calcite des deux types d'ions CO_3^{--} énantiomorphes. Son évanouissement progressif trahirait la destruction progressive

---

(¹) Séance du 7 janvier 1946.

(²) *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 73.

(³) Ch. Mauguin, *Comptes rendus*, **176**, 1923, p. 133.

de cet ordre par suite des perturbations que la substitution des gros ions Ba^{++} aux ions Ca^{++} introduit dans la structure des ions CO_3^{--}.

Cette propriété est évidemment commune à toutes les interférences $2\,dppr$ de la calcite telles que les trois indices pqr soient impairs et différents. Nous avons pu le vérifier, tout au moins qualitativement, sur l'interférence $2\,d(13\bar{3})$ malgré le voisinage gênant d'une autre raie. Sur les clichés, les autres raies ne sont pas observables.

La courbe de la figure 2 montre la sensibilité remarquable de l'inten-

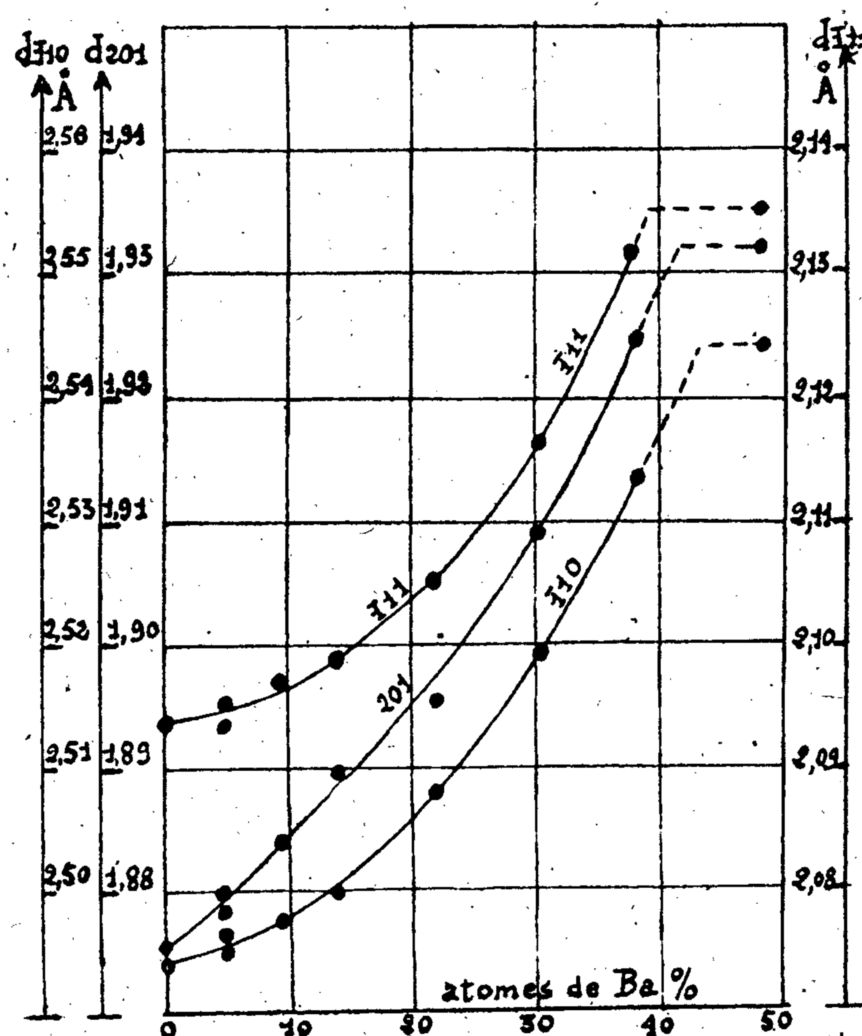


Fig. 1. — Variation des équidistances des plans $(\bar{1}10)$, $(\bar{1}11)$, (201) (référence rhomboèdre e^1) des calcites substituées en fonction de leur teneur en baryum (clichés de monochromateur : étalon de Na Cl). Précision $\pm$ 0,001 Å.

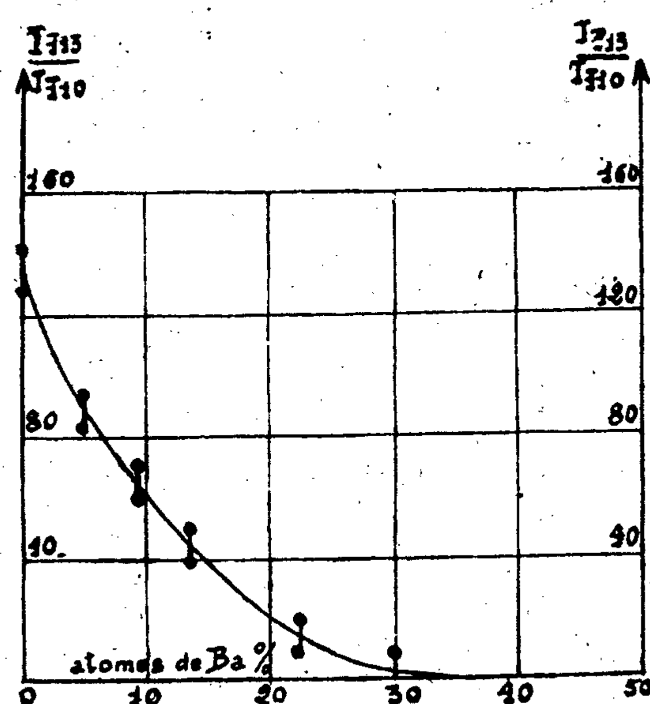


Fig. 2. — Variation de l'intensité relative de l'interférence $2\,d\,(\bar{1}13)$ des calcites substituées en fonction de leur teneur en baryum (cette intensité est rapportées à celle de l'interférence $(\bar{1}10)$ prise égale à 100). Précision relative 5 %.

sité de $(\bar{1}13)$ aux moindres traces de baryum. Malgré la fidélité médiocre (5 %) des mesures d'intensité, ces mesures apparaissent, dans ce cas particulier, mieux adaptées à l'étude des substitutions faibles que les mesures de paramètres.

Il semble que la différence essentielle entre le système (CO_3Ca, CO_3Sr) que nous avons précédemment étudié [2] et le système (CO_3Ca, CO_3Ba) réside dans l'inaptitude du baryum à donner des phases orthorhombiques métastables (aragonites substituées), d'une part, et la moindre affinité du strontium pour la structure rhomboédrique de la calcite, d'autre part. Cependant, dans un système comme dans l'autre, on observe de larges

domaines de miscibilité et jamais de véritables composés définis. Les compositions remarquables que l'on rencontre sont de simples limites de solubilité ou de stabilité.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur la diffusion, par les cristaux liquides, de la lumière polarisée.* Note (1) de M. **Pierre Chatelain**, présentée par M. Charles Mauguin.

J'ai indiqué (2) le montage utilisé pour faire cette étude, et donné les résultats qualitatifs essentiels. Pour préciser ces résultats il faut, avant tout, choisir convenablement les grandeurs photométriques, permettant la comparaison de faisceaux diffusés par le milieu cristal liquide dans une même direction, correspondant à des indices différents, extraordinaires et ordinaire, suivant l'orientation des vibrations transportées. Chaumont (3) pense qu'il faut introduire les brillances ξ calculées à partir de faisceaux d'étendues optiques $n^2\,du$ égales; les courbes données ci-après correspondent à cette grandeur; cependant certains résultats s'énonçant plus simplement en fonction de la brillance B calculée à partir de faisceaux d'étendues géométriques du égales, j'utiliserai aussi cette grandeur; n étant l'indice correspondant à la vibration étudiée, ξ et B sont reliés par la relation $B = n^2\,\xi$.

Valeurs relatives de ξ en fonction de l'angle de diffusion φ, pour la raie D. L'azoxyanisol étant porté à la température de 125°, le cristal liquide se comportant comme un milieu uniaxe d'indices $n_e = 1,84$, $n_0 = 1,56$. Ces valeurs sont données dans quatre cas particuliers :

Groupe I. — L'axe optique du milieu diffusant est perpendiculaire au plan de diffusion (*fig.* 1).

Groupe II. — L'axe optique du cristal liquide est dans le plan de diffusion, et perpendiculaire aux rayons de la lumière incidente (*fig.* 2).

a. La vibration éclairante E_d est dans le plan de diffusion. La lumière diffusée est décomposée en deux faisceaux, l'un ordinaire, de brillance ξ_{od}, vibre dans le plan de diffusion, l'autre extraordinaire, beaucoup plus intense, de brillance ξ_{ed}, vibre perpendiculairement au plan de diffusion. Les variations de ξ_{od} et de ξ_{ed} en fonction de φ sont représentées par les courbes en traits pleins de la figure 1, points expérimentaux marqués par un rond.

b. La vibration éclairante E_p est perpendiculaire au plan de diffusion. Le faisceau diffusé ordinaire ξ_{op} est plus intense que le faisceau ξ_{ep} extraordinaire (*fig.* 1, courbes en tirets, points expérimentaux marqués par une croix).

Ce cas est plus complexe que le précédent, la vibration extraordinaire

(1) Séance du 12 décembre 1945.

(2) *Comptes rendus*, 218, 1944, p. 652.

(3) *Annales de Physique*, 4, 1915, p. 117.

diffusée est contenue dans le plan de diffusion, elle correspond à des indices $n_{e'}$, variables avec φ. *C'est toujours le faisceau vibrant perpendiculairement à la vibration éclairante qui est le plus intense;* (*fig.* 2, cas *a* et *b* avec les mêmes notations que pour le groupe I).

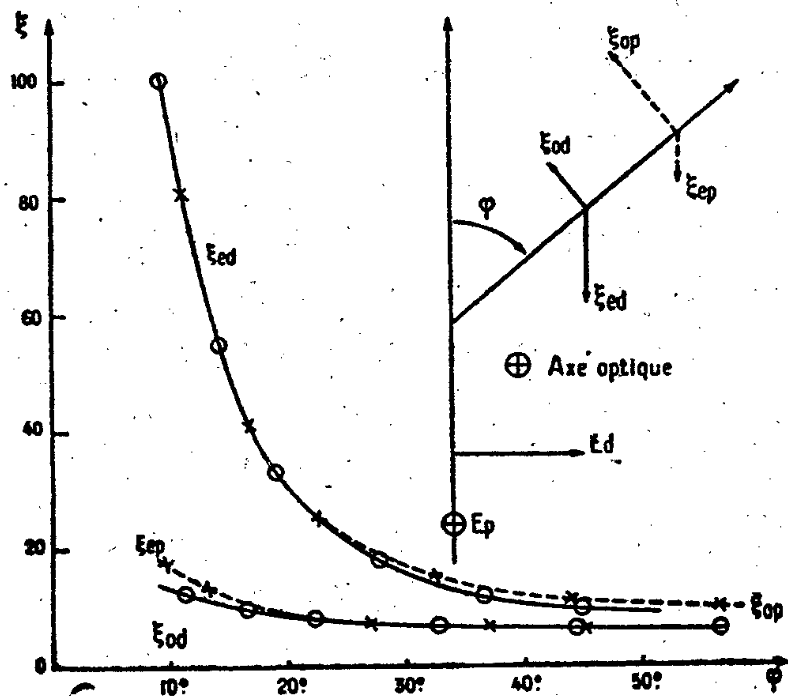


Fig. 1. — Axe optique perpendiculaire au plan de diffusion.

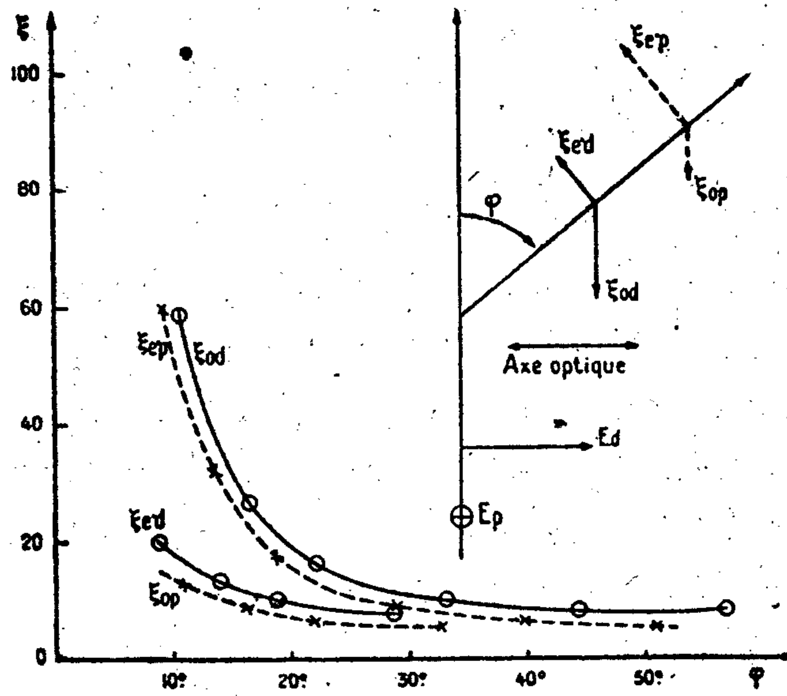


Fig. 2. — Axe optique dans le plan de diffusion.

Les courbes correspondant aux faisceaux les moins intenses ont été seulement amorcées sur la figure 2.

Le para-azoxyphénétol donne des résultats analogues.

L'intensité de la lumière diffusée et l'allure des courbes conduisent à penser que ce phénomène est dû à la non-homogénéité du milieu à l'échelle des longueurs d'ondes, le milieu cristal liquide diffuse la lumière un peu comme les sols colloïdaux ou les solutions de corps à grosses molécules.

On voit (*fig.* 1) que les courbes relatives à ξ_{ed} (cas *a*) et ξ_{op} (cas *b*) sont confondues ou très voisines. F. Perrin [4] a montré, par application du principe de réciprocité, que ce résultat devait être trouvé pour les milieux isotropes ainsi que pour les milieux anisotropes, quand ces derniers présentent un axe de révolution *placé perpendiculairement au plan de diffusion.* Ce fait avait été vérifié par Krishnan [5], qui oriente des particules très petites de graphite en suspension dans un liquide par un champ magnétique; j'en apporte une nouvelle vérification dans le cas d'un milieu spontanément anisotrope.

Expression analytique des courbes. — Quand la température varie, les faisceaux diffusés dans l'air, dans les conditions expérimentales utilisées ici, conservent la même intensité. Ceci entraîne que les quantités ξ restent invariantes quand on effectue une transformation laissant $n \sin\varphi$ constant; *ξ est donc fonction de la seule variable $n \sin\varphi$.* D'autre part, si l'on calcule B pour

---

(4) *Journ. de Phys.*, 8e série, 3, 1942, p. 41.

(5) *Proc. Ind. Acad. Sc.*, 7, II, 1938, p. 91.

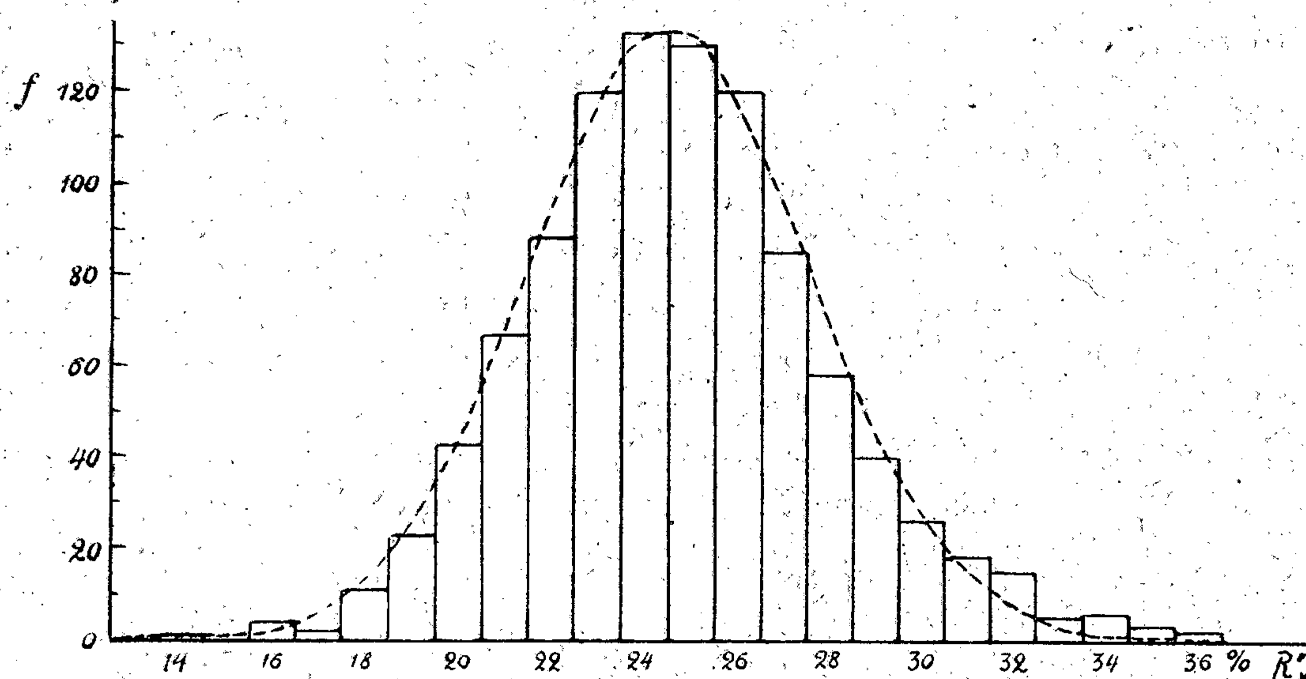
deux valeurs de la température, les courbes représentatives de B en fonction de φ sont confondues, donc $B = n^2\xi = n^2 f(n \sin\varphi)$ est une fonction indépendante de la température et par suite de n, qui peut servir à la repérer. La fonction $B = A/(\sin\varphi)^2$ satisfait à ces conditions.

En fait, les courbes correspondant aux faisceaux les plus intenses sont bien représentées par une relation du type $B = A/(\sin\varphi)^{1,7}$ dans les trois cas : groupe I cas *a* et *b*, groupe II cas *a*; au contraire dans le cas plus complexe, groupe II cas *b*, la brillance B du faisceau diffusé extraordinaire est mieux représentée par la relation $B = A/(\sin\varphi)^2$.

PÉTROGRAPHIE. — *Sur la composition chimique des magmas.* Note [1] de M. **Boris Choubert**, présentée par M. Albert Michel-Lévy.

La permanence des mêmes types de roches à travers le temps et l'espace laisse supposer l'existence de lois régissant la composition chimique des magmas.

Étant donnée l'imprécision qui plane sur le concept de molécule, c'est en partant de l'atome que nous avons recherché des permanences dans la proportion des éléments, en nous aidant des méthodes de la statistique.



La composition chimique des roches éruptives, telle qu'elle ressort de l'analyse, est exprimée par les % en poids des oxydes métalliques et de la silice. Toute roche éruptive silicatée est donc représentée par le symbole $R_x Si O_y$ (où R est la somme des atomes des divers métaux).

Prenons, au lieu de la somme des atomes R, celle de leurs valences actives R_v, autrement dit des électrons périphériques participant aux diverses combinaisons chimiques, en considérant l'ensemble du Fe comme étant bivalent.

En divisant cette expression par le nombre des valences du Si, on peut placer les x et les y dans un système de coordonnées rectangulaires et obtenir une

[1] Séance du 3 décembre 1945.

droite suivant laquelle les roches éruptives seront classées d'après la valeur croissante de R_v, la silice étant égale à 1.

On constate alors l'existence de deux groupes d'éléments, le premier (R'_v) réunissant l'Al, le Fe titané et le magnésium, le deuxième (R''_v), le Ca et les métaux alcalins. La limite entre R'_v et R''_v sera une ligne brisée d'autant plus voisine d'une droite que le nombre de roches sera plus élevé. Pour $R_v = 100$ %, la valeur R'_v sera très proche de 75 % et celle de R''_v très proche de 25 % ([2]). Le rapport s'établit en dépit de la proportion essentiellement variable de tous les éléments.

En appliquant les méthodes statistiques à 1000 analyses (calculées à 0,25 % près), le tableau ci-dessous donne la répartition des fréquences (f), avec des

R''_v %.	$t-m$.	z.	$1000\,\Phi(z)$.	$f_{obs.}$	$f_{calc.}$	$f_{obs.}-f_{calc.}$	$\frac{(f_{obs.}-f_{calc.})^2}{f_{calc.}}$.
14.......	11	3,583	999,8	1	0,4	0,6	} 2,42
15.......	10	3,257	999,4	0	1,1	1,1	
16.......	9	2,931	998,3	4	2,9	1,1	
17.......	8	2,606	995,4	2	8,1	6,1	
18.......	7	2,274	987,3	11	13	2	0.31
19.......	6	1,951	974,3	23	26,3	3,3	0,41
20.......	5	1,628	948,0	43	44,8	1,8	0,07
21.......	4	1,303	903,2	67	67,2	0,2	0,00
22.......	3	0,977	836,0	88	85	3	0.10
23.......	2	0,651	751,0	120	120	0	0,00
24.......	1	0,326	631,0	133	131	2	0,03
25.......	0	0	500,0	130	131	1	0,01
26.......	−1	−0,326	369,0	120	120	0	0.00
27.......	−2	−0,651	249,0	85	85	0	0,00
28.......	−3	−0,977	164,0	58	67,2	9,2	1,41
29.......	−4	−1,303	96,8	40	44,8	4,8	0,51
30.......	−5	−1,628	52,0	26	26,3	0,3	0,04
31.......	−6	−1,951	25,7	18	13	5	1,92
32.......	−7	−2,274	12,7	15	8,1	6,9	5,95
33.......	−8	−2,606	4,6	5	2,9	2,1	} 28.25
34.......	−9	−2,931	1,7	6	1,1	4,9	
35.......	−10	−3,257	0,6	3	0,4	2,6	
36.......	−11	−3,583	0,2	2	0,2	1,8	
						$\chi^2=$	41,43 ([3])

intervalles de 1 en 1 %. La moyenne arithmétique de R''_v est très voisine de 25 %; l'écart-type $\sigma = 3,1$. La vérification au moyen du test de χ^2 (degrés de liberté = 15) montre que la distribution obtenue est analogue à celle de Gauss si l'on tient compte du métamorphisme qui a pour effet d'augmenter la somme R''_v

([2]) Nous étudions ici les magmas avant leur oxydation, et par conséquent avant la formation des molécules.

([3]) t = moyenne arithmétique; $m = R''_v$; $z = (t-m)/\sigma$; $\Phi(z)$ fonction de z.

au détriment de R'_p (la décomposition ayant l'effet inverse). A l'extrême droite du polygone se trouvent concentrées les roches qui doivent leur composition particulière à l'endomorphisme, ainsi que certains lamprophyres qui, par leur mode de gisement, sont très exposés à l'influence des terrains encaissants Ces roches rares augmentent d'une façon disproportionnée la valeur de χ^2 (28, 25).

Cette loi statistique est indépendante de la quantité du silicium ou de tout autre élément. Seuls y échappent les produits ferrugineux de la différenciation et certaines roches magnésiennes du type pyroxénite-péridotite. Ces exceptions ne représentent, par rapport aux 8600 analyses publiées par Washington, que 4,2 % de l'ensemble, proportion qui doit encore être réduite si l'on considère qu'elles ne sont qu'une fraction infime de la croûte superficielle de la Terre.

Les principales conclusions que l'on peut tirer de ce qui précède sont les suivantes : 1° la permanence statistique est en corrélation avec le volume des atomes : R' comprend des atomes dont les diamètres varient entre 2,48 et 3,2 Å, alors que ceux de la somme R'' varient entre 3,74 et 4,72 (coordinence 8 à 12); 2° la proportion des métaux est indépendante de celle du silicium, qui joue dans les magmas un rôle comparable à celui de l'eau dans une solution de sels déliquescents; 3° l'existence, dans le magma, de deux parties indépendantes correspondant aux éléments de R' et de R''; la prépondérance de R', étant donné qu'elle peut exister seule; 4° la constatation d'un état d'équilibre entre petits et gros atomes qui semble pouvoir correspondre à des conditions de température et de pression données, dans la partie superficielle de la croûte terrestre.

GÉOLOGIE. — *De l'âge des Grès de Nubie à l'Orient de l'Ajjer (Sahara Central).* Note (1) de MM. **Conrad Kilian** et **Maurice Lelubre**, présentée par M. Charles Jacob.

L'un de nous (M. L.), après avoir en octobre-novembre 1944 accompagné M. Nicolas Menchikoff dans son étude des terrains carbonifères de la région de Serdelès, a pu reconnaître la série sédimentaire au Sud et vers l'Est jusqu'au Messak.

A partir des calcaires carbonifères du Tisselatine, la succession des formations vers l'Est se présente ainsi qu'il suit.

D'abord, au-dessus du niveau calcaire à *Productus cora* et Crinoïdes du Viséen, des grès blancs à ripple-marks, des grès jaunes à lentilles de calcite, des grès lités rouges très fins. Ensuite, à la falaise d'Ifafane Tehedh, une importante assise de grès à stratification entrecroisée, grossiers et même conglomératiques, blancs, avec, à la base, des tubulures verticales, faits surtout d'éléments de calcaire carbonifère réunis par un ciment calcaire, avec, vers leur sommet, un niveau coquillier de quelques déci-

(1) Séance du 14 janvier 1946.

mètres d'épaisseur, et puis des grès à rognons, des grès clairs fins et lités. [M. Pierre Pruvost a examiné les Lamellibranches recueillis dans le niveau coquillier : un peu frustes, ils montrent des charnières de Nuculidés (cf. *Leda*), de Lucinidés et de Myidés, ce qui dénote une faune marine et d'âge qui ne peut remonter au delà du Jurassique.] Ensuite, après des brèches multicolores à éléments assez fins et anguleux, des grès blanchâtres et lités jusqu'à la falaise d'Ikaraf, où ils supportent une assise de grès ferrugineux surmontée de grès à ripple-marks, puis à stratification entrecroisée au haut de la falaise; après quoi, un premier niveau à troncs d'arbres silicifiés. Enfin affleure une alternance de grès grossiers ou fins avec, parfois, épisodes quartzitiques et de marnes blanches, rouges ou violacées, et le régime semble désormais purement continental; au voisinage du Tenis, un deuxième niveau à bois silicifiés à la partie supérieure de grès à stratification entrecroisée surmontés de grès jaspoïdes; en remontant dans le Messak le Tissit on continue la coupe de la série jusqu'au sommet : à l'aguelmam de Tissit, un niveau d'oligiste de $0^m,10$-$0^m,15$ renfermant une flore de fougères. [M. Paul Corsin y a reconnu *Weichselia reticulata* Stokes et Webb, caractéristique du Wealdien (Infracrétacé)]; plus haut un troisième niveau de bois silicifiés, des grès plus fins au sommet de la falaise, et la série se termine sur le plateau par un quatrième niveau à bois silicifiés surmonté de grès fins. La puissance du tout, depuis les calcaires à *Productus cora*, est d'environ 500^m.

Lors de ces découvertes, l'ensemble a paru correspondre à une seule série monoclinale, et il faudrait en déduire qu'à l'Orient de l'Ajjer, il y eut un épisode marin vers le Jurassique supérieur suivi, dans la région du Messak, par une accumulation de dépôts continentaux qui a immédiatement précédé la transgression du Crétacé moyen et supérieur au Nord et s'est peut-être même poursuivie pendant cette transgression. Or on connaît du Jurassique marin loin au Nord, sur le versant méditerranéen du Nefoussa (et l'hypothèse de recherches qu'il se prolongerait vastement sous la Hammada de Tinrert jusqu'à la traverser complètement et à se montrer au Sud pourrait donc être une réalité) ainsi que fort loin vers l'Est, en Afrique Orientale, en lame dans des formations continentales (et il pourrait y avoir, de ce côté, analogie).

Mais on peut se demander si de nouvelles observations n'amèneraient pas à voir les choses de manière différente : il y aurait, en contrebas du Messak, une sorte de placage emboîté ou en banquette de ces formations marines d'Ifafane Tehedh, qui seraient alors crétacées supérieures, ou même éocènes, et ce placage pourrait comporter lui-même en final des formations continentales dont le premier niveau à bois silicifiés. Le complexe continental du Messak, qui est en cause dans la coupe du Tissit, serait ainsi

infracrétacé jusqu'à son sommet, mais pourrait, vers sa base, être d'âge antérieur.

Quoi qu'il en soit en réalité, le complexe gréseux de cette partie du Messak est, en tenant compte de toutes les éventualités, en grande partie sinon en totalité, du *Continental intercalaire*, lui-même principalement, sinon entièrement, infracrétacé; dans un cas, il peut y avoir en plus vers le haut un Continental hammadien non négligeable; dans l'autre, il peut y avoir, vers le bas, du Continental intercalaire plus ancien que l'Infracrétacé; il représente donc certainement, pour sa majeure partie sinon en entier, par son âge, les Grès de Nubie *sensu stricto* et typiques à l'Orient de l'Ajjer.

BOTANIQUE. — *Sur deux extensions de la théorie des hélices foliaires multiples.* Note de M. **Lucien Plantefol**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Pour montrer comment la théorie des hélices foliaires multiples s'applique aux Dicotylédones, il est nécessaire d'analyser les cas extrêmes fournis par certains *Lilium*.

La mise en évidence des hélices foliaires multiples chez les *L. candidum*, *L. tigrinum*, où elles sont de type régulier, et chez le *L. Martagon*, où les pas se resserrent au niveau des faux-verticilles et s'écartent entre ceux-ci, a été rendue possible par un caractère essentiel : lorsque la croissance est terminée, les insertions foliaires ont conservé exactement, dans un plan perpendiculaire à l'axe, les rapports de position que présentaient, dans ce plan, leurs ébauches au voisinage du point végétatif. Ainsi est-il possible de déceler la suite des feuilles appartenant à une même hélice.

Trois séries de variations peuvent théoriquement se réaliser dans les positions par rapport au plan considéré :

1° Une *croissance en épaisseur* de la tige amènerait l'écartement des insertions foliaires : c'est ce qui se produit chez les Dicotylédones, du fait des formations secondaires, si le fonctionnement du point végétatif présente les mêmes caractères que chez les Monocotylédones, avec réalisation d'hélices multiples. Il n'y a rien de tel chez aucun des *Lilium* étudiés.

2° Le développement des ébauches foliaires peut *amener les segments foliaires contigus à se recouvrir partiellement*; les hélices multiples sont alors apparemment plus difficiles à mettre en évidence.

Chez un exemplaire moyen de *L. elegans*, les feuilles, d'environ 80^{mm} de long sur 16 de large en leur milieu, sont insérées sur la tige par une base qui peut atteindre 6^{mm}, à un niveau où le diamètre de la tige présente cette même valeur. Si les segments foliaires accolés à la tige ont même dimension que l'insertion, la tige ne peut donc être revêtue sans recouvrement que par trois hélices foliaires.

Chez ce *L. elegans*, la feuille comporte sept nervures longitudinales

principales, parmi lesquelles la nervure médiane est nettement plus développée. Cette nervure médiane se prolonge sur le segment foliaire où on peut la suivre, progressivement atténuée vers le bas, sur une longueur de 60^{mm} en moyenne; en ce point, on est à quelques millimètres au-dessus d'une insertion foliaire avec laquelle sont réalisés des rapports de position qui se retrouvent identiques, pour la première feuille étudiée, par rapport à une feuille située plus haut qu'elle; dans la région moyenne de la tige, deux feuilles successives ont leurs nervures principales décalées de $1^{mm},5$ environ dans le sens latéral. On reconstitue donc sans peine l'hélice foliaire à laquelle appartiennent les feuilles considérées.

On constate ainsi que, dans un échantillon où les segments foliaires de trois hélices habilleraient la tige en se juxtaposant, sans recouvrement, il y a en réalité cinq hélices foliaires juxtaposées dont les segments se recouvrent par leur bord. Mais l'empiètement est faible et ne dérange pas l'ordonnance des feuilles : en aucun cas la prolongation de la nervure médiane n'est coupée par une insertion foliaire appartenant à une hélice voisine.

3° Les segments foliaires d'une même hélice peuvent se disposer *suivant une génératrice*. *L. speciosum* fournit dans la disposition des segments foliaires l'exception apparente la plus intéressante. A la base d'une tige bien développée portant six à huit fleurs, j'ai toujours trouvé deux hélices seulement, dont les segments foliaires relativement étroits et contigus selon la règle, sont loin d'habiller la grosse tige ronde. Au-dessous de l'inflorescence, quatre ou cinq feuilles de chaque hélice se placent à peu près dans un plan vertical; leurs insertions sont alignées suivant deux génératrices opposées, à des niveaux différents, et les feuilles montrent la *disposition distique*. Les segments foliaires qui sont apparus contigus les uns aux autres, mais suivant une génératrice, sont ici exactement superposés.

Un tel exemple suggère que la disposition distique est due au fonctionnement d'*un point végétatif* réalisant, à partir de *deux centres générateurs de feuilles*, deux séries foliaires indépendantes, disposées chacune suivant une génératrice, qui constitue le cas limite de l'hélice.

Pour résumer, la théorie des hélices foliaires établit dans le domaine morphologique un lien qui unit des cas limites; elle supprime l'opposition que la théorie classique avait fondée entre les dispositions foliaires rectisériées et curvisériées des anciens auteurs; elle établit aussi la continuité avec les dispositions verticillées. Et tandis qu'elle apporte l'unité dans le domaine morphologique, elle éclaire d'un jour nouveau des questions d'anatomie, de biologie, et même de géographie.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur la composition des sécrétions d'abiétinées.* Note de M. **René Lombard**, présentée par M. Marcel Delépine.

J'ai décrit ([1]) une méthode d'analyse des acides résiniques contenus dans les sécrétions de pin, et son application au cas du pin d'Alep, du pin maritime, et de l'Epicea. La partie acide de ces sécrétions contient de l'acide lévopimarique ($[\alpha]_j - 282^\circ$) en proportion x, de l'acide dextropimarique ($[\alpha]_j + 77^\circ$) en proportion y, et des acides sapiniques (pouvoir rotatoire s) en proportion z. A cette méthode j'ai apporté quelques perfectionnements de détail, et je l'ai appliquée à un grand nombre de cas.

L'acide lévopimarique est toujours dosé par diénométrie, mais j'ai contrôlé son dosage par polarimétrie : soient en effet α_i le pouvoir rotatoire initial d'un galipot, α_m celui qui correspond au sommet de sa courbe d'isomérisation chlorhydrique, α_l le pouvoir rotatoire limite atteint après isomérisation. La loi de Biot donne

$$(1)\qquad \alpha_i = -282x + 77y + sz, \qquad \text{avec } x + y + z = 1.$$

Au sommet de la courbe d'isomérisation, l'acide lévopimarique a atteint un pouvoir rotatoire constant de -90° en raison de sa transformation pratiquement complète en acide abiétique; quant à la partie sapinique dont la vitesse de transformation en acide abiétique est 100 fois plus faible, elle n'a pas encore eu le temps d'évoluer de façon très sensible, et la loi de Biot donne

$$(2)\qquad \alpha_m = -90x + 77y + sz.$$

Les équations (1) et (2) permettent de calculer la proportion x d'acide lévopimarique $x = (\alpha_m - \alpha_i)/192$, valeur légèrement trop faible, mais intéressante comme contrôle.

En ce qui concerne le dosage de l'acide dextropimarique, j'ai renoncé à utiliser l'indice de diène à 180°, trop imprécis, et je me suis appuyé sur le fait que ce constituant est seul hydrogéné en présence de nickel Raney à la température ordinaire en fixant deux atomes d'hydrogène par molécule, ainsi que je l'ai montré par ailleurs ([2]). Son hydrogénation sélective est particulièrement nette lorsqu'on opère sur le sel de sodium du galipot, dissous dans l'alcool. Ce dosage est vérifié par une méthode polarimétrique : lorsque l'isomérisation chlorhydrique est terminée, la partie sapinique atteint elle aussi un pouvoir rotatoire de -90°, et la loi de Biot donne

$$(3)\qquad \alpha_l = -90x + 77y - 90z \qquad \text{d'où} \qquad = \frac{\alpha_l + 90}{167}.$$

Quant à la partie sapinique, j'ai montré ([3]) que dans certains cas elle est constituée par un corps unique, que j'ai décrit sous le nom d'*acide dextrosapinique* ($[\alpha]_j = +41^\circ$); j'ai constaté depuis que ce corps est souvent accompagné d'acide abiétique; il arrive même que certains galipots provenant de gemmes fraîches soient constitués surtout par de l'acide abiétique parfaitement reconnaissable au microscope; lorsqu'on connaît x et y, l'équation (1) permet de calculer le pouvoir rotatoire s de la partie sapinique, donnée à partir

---

([1]) *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 523; *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, **12**, 1945, p. 395.
([2]) *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, **12**, 1945, p. 225.
([3]) *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 587.

de laquelle il est possible de déterminer, par application de la loi de Biot, la composition en acides dextrosapinique et abiétique de cette partie sapinique.

Grâce à d'obligeants concours, en particulier celui de M. Guinier, j'ai pu me procurer, au cours de l'été 1945, de nombreuses sécrétions de pin que j'ai étudiées suivant la méthode décrite; le tableau suivant indique, pour chaque espèce, la composition d'un échantillon moyen; j'ai observé des écarts notables, pour une espèce donnée, suivant la saison, le terrain, l'individu etc.; lorsqu'un échantillon exceptionnel, mais digne d'intérêt, s'est présenté, j'ai indiqué sa composition en deuxième ligne.

Nom de l'arbre.	Nombre de feuilles.	Teneur de la sécrétion en acides (%).	Isomérisation chlorhydrique du galipot (°).			Composition du galipot en acides (%).			
			α_i.	α_m.	α_f.	A.	B.	C.	D.
P. mitis	2	64	− 95	−10	−65	44	15	41	0
P. Thumbergii	2	70	−102	− 9,5	−71,5	47	11	42	0
P. Banksiana	2	75	−116,5	−18	−70	50	12	38	0
P. silvestris	2	72	− 69	+ 4	−48	36	25	39	0
P. halepensis	2	76	− 61	−12	−90	24	0	59	17
» exc[t]	−	76	− 35	+ 5	−90	24	0	76	0
P. Laricio corsinaca	2	61	− 82	+ 1,5	−60	41	18	41	0
» *austriaca*	2	56	− 66	+ 4	−57	38	19	43	0
» *taurica*	2	70	− 62	+ 4	−76	41	8	51	0
» *mauretanica*	2	66	− 88,5	−10	−55,5	37	21	30	12
P. Pinaster	2	74	− 59	+ 3	−45	35	27	38	0
P. rigida	3	72	− 85	− 4,5	−71	43	11	46	0
P. ponderosa	3	80	− 52	−12	−51	20	23	31	26
P. Tæda	3	70	− 86	− 7,5	−58,5	37	13	50	0
P. koraiensis	5	61	− 58,5	−47	−53	4	22	7	67
P. flexilis	5	56	− 54	−47,5	−62,5	2	16	32	50
P. excelsa	5	56	− 65,5	−56	−63,5	2	16	7	75
P. Armandii	5	58	− 52	−41	−41	5	29	0	66
P. Strobus	5	61	− 53	−44	−60	4,5	18	18	59,5
» exc[t]	−	60	− 63	−63	−90	0	0	26	74

A, lévopimarique; B, dextropimarique; C, dextrosapinique; D, abiétique.

Il est intéressant de noter que les sécrétions des pins à 5 feuilles sont toujours riches en acide abiétique, celles des pins à deux et trois feuilles n'en contiennent qu'exceptionnellement; en revanche ces dernières contiennent davantage d'acide lévopimarique. Les sécrétions des autres abiétinées sont comparables à celles des pins. Quant aux conifères autres que les abiétinées, ils contiennent des acides différents (sandaracolique, agathique etc.) encore très mal connus.

GÉOGRAPHIE BOTANIQUE. — *Sur une nouvelle station de plantes relictuelles dans les Baronnies (Basses-Alpes).* Note de M. **Maurice Breistroffer**, présentée par M. Auguste Chevalier.

La vallée du Jabron, située au SE de Sisteron, est limitée vers le N par les dernières pentes des Baronnies, faisant face à la chaîne de Lure qui la borde au S. Mais, tandis que cette dernière est bien connue des botanistes, les premières semblent n'avoir encore jamais été explorées par ceux-ci. Or la direction EW du cours du Jabron a permis aux puissantes falaises calcaires du Tithonique, qui dominent Saint-Vincent-sur-Jabron, d'abriter à l'adret, brûlé par les rayons d'un soleil ardent, de remarquables colonies d'espèces eu-méditerranéennes en partie relictuelles. A Sous-les-Roches, au pied de la crête de Marc, entre 900 et 1050^{m} d'altitude, se trouve une magnifique station.

Sur les parois verticales de la cuesta kiméridgienne croissent: *Asplenium glandulosum* Lois., *Juniperus thurifera* L. var. *arborea* (Mut.) Breistr., *Ficus Carica* L. var. *silvestris* DC. ex Eis., *Rhamnus Alaternus* L. ssp. *myrtifolia* (Willk.) Maire var. *prostrata* Boiss., *Globularia repens* Lamk., *Centranthus angustifolius* (Mill.) DC. ssp. *Lecoqii* (Jord.) Br.-Bl. var *Lecoqii* (Jord.) Lge., *Phagnalon sordidum* (L.) Rchb. et d'autres caractéristiques de l'*Asplenietum glandulosi*.

A leur pied les balmes caillouteuses en corniches abritent, entre 850 et 1000^{m} d'altitude : *Clypeola Jonthlaspi* L. ssp. *macrocarpa* Fiori var. *petræa* (Jord. et Fourr.) Gaut. et var. *psilocarpa* (Jord. et Fourr.) Fiori, *Hesperis laciniata* All. ssp. *laciniata* (All. em. E. Fourn.) Breistr. n. c. var. *typica* Fiori, *Erodium malacoides* (L.) L'Hérit. ex Ait. ssp. *eu-malacoides* Maire var. *genuinum* Rouy, *Ruta chalepensis* L. ssp. *angustifolia* (Pers.) P. Cout. var. *angustifolia* (Pers.) Willk., *Telephium Imperati* L. ssp. *occidentale* Breistr. var. *typicum* Breistr., *Scandicium stellatum* (Soland.) Thell. var. *hirsutum* (C. Koch) Thell., *Anthriscus Caucalis* M. Bieb. var. *vulgaris* (Pers.) Breistr. et R. Lit. n. c., *Centranthus Calcitrapa* (L.) Dufr. var. *typicus* Rouy, *Cirsium Acarna* (L.) Mœnch, *Mantisalca salmantica* (L.) Briq. et Cavill. var. *typica* (Fiori pp.) Maire et d'autres caractéristiques du *Clypeoletum* (assoc. à *Clypeola*, *Telephium* et *Ephedra distachya* ssp. *helvetica*).

Au voisinage les pelouses xérophiles présentent, à 1050^{m} d'altitude : *Brachypodium Pluckenetii* (All.) P. Beauv. ssp. *ramosum* (L., non Huds.) Breistr. n. c. var. *Rœmeri* (St-Yv.) Breistr. n. c. subvar. *genuinum* (R. Lit.) Breistr. n. c. etc.

Cet ensemble floristique très remarquable est à rapprocher de celui des environs de Pomet, dans la vallée de la Méouge (Hautes-Alpes), où l'*Asplenium glandulosum* et le *Scandicium stellatum* voisinent avec *Medicago*

coronata (L.) Gaertn. var. *coronata* (L.) Breistr. n. c., *Thymelæa Sanamunda* All. etc. (1).

Les Baronnies méridionales apparaissent bien comme un *conservatoire de fossiles vivants* ayant survécu aux grandes glaciations quaternaires, depuis Ribiers (Hautes-Alpes) jusqu'à Mollans (Drôme), au Nord de la grande chaîne E-W Lure-Ventoux, qui les protège admirablement en permettant la formation de microclimats très favorables sur les adrets les mieux exposés.

ZOOLOGIE. — *L'attaque des tubercules de Pommes de terre par les larves de Doryphore*. Note (1) de M. **Maurice Durchon**, présentée par M. Maurice Caullery.

Il résulte des expériences de R. Herpin (2) que les adultes de Doryphore peuvent s'attaquer aux tubercules de Pommes de terre. Une observation rapportée par le même zoologiste montre que cette attaque se produit dans la nature, lorsque les tubercules arrachés sont abandonnés à la surface du sol dans le but de les débarrasser de la terre humide qui y adhère.

Je me suis proposé cette année de rechercher si les larves elles-mêmes étaient capables de se nourrir de tubercules.

Vers la fin de juin, ayant récolté des larves, déjà assez âgées, je les disposai dans un bac en verre, séparé en deux par une feuille de carton. D'un côté je plaçai un tubercule de l'année, avec son écorce de liège, de l'autre, deux tubercules dont le liège avait été enlevé.

Trois quarts d'heure après leur mise en captivité, 19 larves sur 24 s'étaient déjà attaquées aux tubercules privés de leur liège, alors que, dans l'autre compartiment, ce n'est que deux jours plus tard que les larves, sans doute poussées par la faim, percèrent le liège pour s'attaquer à la chair du tubercule.

Par la suite, les larves continuèrent à se nourrir de tubercules, montrant a même voracité que dans un élevage avec des feuilles. L'une d'elles creusa une galerie de 18^{mm} de profondeur, mesurant 9^{mm} de largeur à l'entrée et 5^{mm} au fond.

Après avoir subi la nymphose ces larves donnèrent des imagos.

Donc, à défaut de feuilles de Pommes de terre, larves et adultes peuvent se nourrir de tubercules, par lesquels peut se faire l'introduction de Doryphores dans une région indemne.

---

(1) Cf. Breistroffer, *Comptes rendus*, 207, 1938, pp. 1140-1141; de Litardière et Breistroffer, *Bull. Soc. bot. Fr.*, 85, 1938, pp. 206-214.

(1) Séance du 14 janvier 1946.

(2) *Comptes rendus*, 218, 1945, p. 479.

EMBRYOLOGIE. — Phases et étapes *de la croissance fœtale du Veau*. Note (1) de M. **Marcel Abeloos**, présentée par M. Maurice Caullery.

J'ai étudié, sur une série d'une trentaine de fœtus de Veau des deux sexes, dont les poids s'échelonnent entre 5^g et 30^{kg}, la croissance relative des divers organes. Les variations du logarithme du poids des organes en fonction du logarithme du poids total sont représentées par une droite, ou par plusieurs segments de droite successifs, séparés par des points anguleux ou des *discontinuités*. Ces points critiques, qui affectent à peu près simultanément la croissance de plusieurs organes, séparent des périodes appelées *étapes* par G. Teissier (2), caractérisées chacune par un certain système de relations allométriques.

Les mesures révèlent l'existence d'un tel stade critique pour un poids corporel voisin de 1^{kg}, correspondant à une longueur totale du fœtus d'environ 25^{cm} et à un âge que l'on peut évaluer approximativement à 3 mois et demi (la durée totale de la gestation chez la Vache est de 9 mois et demi environ). Certains organes manifestent, à ce moment, une brusque diminution de leur coefficient d'allométrie (coefficient α de la formule $y = Kx^{\alpha}$). Tels sont le foie, les poumons, la rate et le globe oculaire, qui passe d'un régime de croissance sensiblement isométrique à une croissance allométrique nettement minorante ($\alpha = 0,3$ environ). Les capsules surrénales montrent un abaissement de leur coefficient d'allométrie avec discontinuité. Les reins présenteront le même phénomène, mais à un stade nettement plus tardif (poids corporel d'environ 10^{kg}).

A l'inverse des organes précédents, la peau accuse, lorsque le fœtus atteint le poids de 1^{kg}, une augmentation de son coefficient de croissance allométrique. Les testicules manifestent une légère augmentation du coefficient avec discontinuité, et il est à noter que le stade critique coïncide exactement avec la descente de ces organes dans le scrotum fœtal.

Enfin, divers organes conservent le même taux de croissance allométrique, durant toute la période de croissance fœtale. Il en est ainsi pour le cœur ($\alpha = 0,95$), le corps thyroïde ($\alpha = 0,95$), le thymus ($\alpha = 1,45$) et pour l'encéphale, qui ne verra son coefficient allométrique ($\alpha = 0,7$) diminuer qu'au moment de la naissance, où se situe un autre stade critique de la croissance.

La courbe de croissance globale en fonction du temps, tracée d'après les données des auteurs (3), montre, pour le poids de 1^{kg} environ, un abais-

(1) Séance du 14 janvier 1946.

(2) *Act. scient. et ind.*, n° 455, Paris, 1937.

(3) J. Needham, *Chemical Embryology*, Cambridge, 1931.

sement du taux de croissance, défini par l'accroissement journalier du logarithme du poids, au tiers de sa valeur primitive (de 0,03 à 0,01). La limite de deux *étapes* de croissance indiquée par le changement presque simultané des coefficients de croissance relative de nombreux organes (foie, poumons, rate, œil, surrénales, testicules, peau) correspond donc à la limite de deux *phases* [4] de la croissance générale.

Le même stade critique coïncide également avec un événement physiologique d'importance capitale, défini par les recherches de M. Aron [5] : l'entrée en fonction de la thyroïde et du pancréas endocrine, stimulés par la sécrétion de l'hypophyse antérieure. La phase de croissance qui se termine lorsque le fœtus atteint un poids de 1^{kg} est une phase anhormonique, la phase suivante une phase hormonique.

De remarquables corrélations se manifestent donc entre les variations du taux de la croissance globale, définissant les phases de croissance, les variations du taux de la croissance relative des organes, définissant les étapes de croissance, et des événements importants de la morphogenèse, de l'histogenèse et de la physiogenèse.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Le stachyose dans* Catalpa bignonioïdes. Note de M[lle] **Marie-Madeleine Chollet**, présentée par M. Maurice Javillier.

Il existe dans le Catalpa un hétéroside, le catalposide, dont les propriétés ont fait l'objet d'une Note précédente [1]. Le catalposide étudié avait été isolé par G. Tanret à partir des fruits du *Catalpa bignonioïdes* Walt. Claassen, en 1888, ayant signalé l'existence de ce principe amer, non seulement dans les fruits, mais encore dans les racines du *C. bignonioïdes*, et une occasion se présentant d'analyser les racines d'un Catalpa abattu au Muséum d'Histoire naturelle, j'ai voulu utiliser ce matériel à la préparation d'une nouvelle quantité de catalposide.

En suivant la technique utilisée par Tanret, j'obtins, à partir des petites racines charnues (diamètre inférieur à 1^{cm}) et de l'écorce épaisse des racines plus grosses, des liqueurs d'extraction, qui, contrairement aux prévisions, déviaient très fortement à droite la lumière polarisée ($\alpha = +9°$; $\alpha = +12°,48$). Pour que de telles déviations soient obtenues avec des solutions de catalposide, de pouvoir rotatoire — 149, il devait exister, à côté de l'hétéroside, une quantité très importante d'un principe fortement dextrogyre. Les résultats d'une analyse rapide faisaient penser au raffinose et au stachyose.

---

(4) M. Abeloos, *Bull. Biol. France Belgique*, 78, 1944, p. 215.

(5) *Ibid.*, 65, 1931, p. 438.

(1) H. Colin (†), G. Tanret (†) et M[lle] M.-M. Chollet, *Comptes rendus*, 216, 1943, p. 677.

Par concentration à sirop des liqueurs d'extraction et affusion d'alcool absolu, la précipitation du produit dextrogyre a été obtenue, le catalposide restant en solution. Un traitement ultérieur à l'extrait de Saturne étant insuffisant pour éliminer complètement l'acide catalpique précipité, lui aussi, par l'alcool, le produit n'a cristallisé qu'après une nouvelle purification du milieu par l'acide phosphotungstique.

Les cristaux, petites tablettes irrégulières, solubles dans l'eau froide, peu solubles dans l'alcool à 55°, sont à peine sucrés (nettement moins sucrés que le raffinose). Mis à l'étuve à 100-120°, après séjour sous vide sulfurique, ils perdent encore 7,8 % de leur poids en eau. Leur point de fusion a été pris au bloc Maquenne, sur le produit hydraté, parallèlement à ceux du raffinose et du stachyose. Après une sorte de fusion pâteuse vers 153° (120° pour le raffinose, 159° pour le stachyose), ils fondent instantanément à 165° (raffinose : 128°; stachyose : 167°). Solubilisés dans l'eau, leur pouvoir rotatoire est + 135° (+ 148° pour les cristaux anhydres).

Leur solution, non réductrice, le devient par action de l'invertine de levure, tandis que le pouvoir rotatoire s'abaisse à + 90°,2, quelques gouttes d'un autolysat antiseptique de levure basse achevant ensuite leur hydrolyse et abaissant le pouvoir rotatoire à + 30°. Par oxydation nitrique on obtient une précipitation d'acide mucique. La molécule de ce glucide renferme donc une liaison α-glucose-fructose et du galactose.

Par toutes ses propriétés, le glucide dextrogyre de *C. bignonioïdes* se révèle être du stachyose.

Il était intéressant, dès lors, de rechercher la répartition de cet holoside dans les diverses parties de la plante, utilisant à cet effet, simultanément, les méthodes optique et de réduction. L'hydrolyse très sensible du stachyose, pendant les premières heures d'action de l'invertine, ne permet pas facilement l'identification de petites quantités de saccharose à côté du tétraholoside. A été appelé *stachyose* l'ensemble des sucres réducteurs apparus sous l'action de l'invertine et de la galactosidase.

L'écorce des grosses racines est, de beaucoup, la partie de la plante la plus riche en stachyose : 9g,3 % du poids frais, le bois de ces mêmes racines en contenant 5g,4 %. De toute évidence, la plante accumule, dans ces racines, une grande partie de ses sucres. Dans les racines plus petites, le taux des glucides est moindre et la teneur en stachyose ne dépasse pas 3 %. Les rameaux servent, eux aussi, d'entrepôts aux sucres, les oses, forme circulante, y constituant de 15 à 25 % du stock des osides. Branches lignifiées et rameaux encore tendres renferment de 3 à 4 % de stachyose. Il semble que ce soit dans ces rameaux que s'élabore le stachyose, car les limbes foliaires et les pétioles en sont totalement dépourvus. Les fruits sont pauvres en stachyose. A côté du catalposide et des sucres réducteurs, existe 1g,37 % de sucres tributaires de la sucrase, mais ceux-ci sont en

majeure partie constitués par du saccharose, car l'invertine cesse d'agir après 3 heures 30 minutes de contact, et la galactosidase se montre ensuite à peine active. Les graines donnent une liqueur d'extraction fortement dextrogyre, la réserve glucidique des amandes étant constituée uniquement par du stachyose. La teneur en sucre de ces amandes est peu élevée : 3,9 %, la substance fondamentale de réserve semblant être de nature huileuse. Les téguments ne possèdent pas de stachyose mais seulement du réducteur, du saccharose et un peu de catalposide.

La présence de stachyose dans *Catalpa bignonioïdes* est intéressante à noter, le stachyose ayant déjà été identifié, non seulement chez les Labiées, mais encore chez les Scrophularinées ([2]), et les Bignoniacées étant systématiquement intermédiaires entre ces deux familles.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Respiration du* Bacille coli. Note de MM. **Eugène Aubel, Albert-J. Rosenberg** et **Jekisiel Szulmajster**, présentée par M. Maurice Javillier.

On est d'accord pour admettre qu'il existe, dans les Bactéries aérobies et anaérobies facultatives, un système respiratoire différent du système respiratoire classique cytochrome-cytochrome oxydase (Chaix et Fromageot, Sevag et Shelburne, Warmig et Werkmann, Keilin et Hartree). Mais les recherches sur le rôle des acides dicarboxyliques dans le transport de l'hydrogène jusqu'au cytochrome ont été peu nombreuses, et ce qu'on en connaît (Krebs, Tang et Hsueh) conduit à penser que ces acides jouent un rôle analogue à celui qui leur est dévolu dans le schéma classique de Szent-Gyorgii. Nous avons repris la question à ce dernier point de vue.

Les expériences ont été faites à l'aide de *Bac. coli* (souche M de la collection Nitti à l'Institut Pasteur) cultivé sur milieu peptoné glucosé. On ensemençait 1 litre de bouillon avec une culture de 7 heures. Au bout de 15 heures on récoltait, par centrifugation, les Bactéries. Celles-ci étaient lavées 2 fois avec NaCl à 9 %, puis soumises à l'action d'un courant d'air pendant 1 heure. Après centrifugation, les Bactéries étaient remises en suspension dans un tampon phosphaté M/15 à pH 7 de façon à avoir 4^{mg} de poids sec de *coli* par centimètre cube. Les expériences ont été faites suivant la technique de Warburg avec 1^{cm^3} de suspension bactérienne auquel on ajoutait 1^{cm^3} de substrat : glucose à 0,5 %, succinate à 5 %, pyruvate à 1 %, puis, le cas échéant, l'inhibiteur, et l'on complétait à 4^{cm^3} avec de l'eau. Les quantités de O_2 absorbées, en millimètres cubes, dans les tableaux, correspondent aux différences entre les expériences et les témoins sans substrat, et sont les moyennes de plusieurs expériences concordantes.

([2]) M.-M. Chollet, *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 334.

Expériences avec le succinate. — La concentration finale de l'inhibiteur était de M/324 pour le KCN et M/5 pour le malonate. Voici les quantités de O_2 absorbées :

Temps (en minutes).	Succinate seul.	+ KCN.	+ malonate.
20	52	0	0
40	107	0	0
60	165	0	0

L'inhibition de la respiration, dans les conditions expérimentales, est complète aussi bien avec le cyanure qu'avec le malonate.

Expériences avec le glucose. — Mêmes conditions que précédemment. En outre, on a étudié l'action du fluorure de sodium aux concentrations finales M/50 et M/30.

Temps (en minutes).	Glucose seul.	+ KCN.	+ malonate.	Glucose + NaF. N/50.	N/30.
10	88	10	57	–	–
20	140	23	98	–	–
40	234	36	191	–	–
60	301	45	294	300	302

L'inhibition par le cyanure est de l'ordre de 85 % ; celle par le malonate est de 35 % au début de l'expérience, diminue avec le temps et s'annule. Le fluorure est sans action.

Expériences avec le pyruvate. — Mêmes conditions que précédemment.

Temps (en minutes).	Pyruvate seul.	+ KCN.	+ malonate.
10	63	44	27
20	113	77	49
40	209	152	91
60	294	223	141

L'inhibition par le cyanure est faible, de l'ordre de 30 % ; celle par le malonate de l'ordre de 55 %.

On voit par l'ensemble de ces résultats que l'action du malonate différencie le succinate des deux autres substrats. Il est donc difficile d'admettre qu'au cours des procès respiratoires l'hydrogène provenant de l'oxydation du glucose ou du pyruvate passe par le système des acides dicarboxylés, au moins en totalité, ni d'autre part qu'il existe, en ce qui concerne l'acide pyruvique, à côté d'une respiration sensible au cyanure, une respiration insensible à ce corps. Enfin l'absence d'action du fluorure qui, aux concentrations employées sur le glucose, bloque la fermentation, montre que le mécanisme de la dégradation de l'ose est différent dans les procès respiratoires et les procès fermentatifs, ce qui confirme les résultats obtenus sur les tissus animaux, soit à l'aide de NaF

(Dickens et Simer, Ewig), soit à l'aide de CH_2ICOOH par Barker, Show et Malam, et les résultats de Barron et Friedemann, qui ont vu une oxydation du glucose par des Bactéries ne fermentant pas cet ose.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Inactivation et réactivation totales de la phosphatase alcaline; interchangeabilité des métaux actifs.* Note ([1]) de MM. **Nguyen-van Thoai, Jean Roche** et Mlle **Madeleine Roger**, présentée par M. Maurice Javillier.

L'activité de tout enzyme métalloprotéidique est liée à la présence de son constituant minéral, car la dissociation de celui-ci provoque l'inactivation du catalyseur et l'addition d'ions métalliques appropriés fait réapparaître la propriété enzymatique. Pareille expérimentation n'a pu être réalisée de manière démonstrative dans le cas de la phosphomonoestérase alcaline. L'emploi d'enzymes impurs et la méconnaissance des conditions de réactivation nous ont paru être à l'origine des contradictions entre les observations. L'on pouvait espérer obtenir des résultats constants en opérant avec des préparations enzymatiques cristallisables ([2]), en la présence d'acides animés, coactivateurs des métaux ([3]) et en tenant compte de ce que la combinaison des constituants enzymatiques dissociés est en général une réaction lente. Ces recherches ont été entreprises pour réaliser de manière aisément reproductible l'inactivation et la réactivation complète de la phosphature alcaline et préciser la nature de son groupement actif.

Des solutions de phosphomonoestérase alcaline (intestin de Chien), purifiée ([2]) jusqu'au stade des opérations où les préparations cristallisent en masse ont été totalement inactivées par dialyse à 37° contre de l'eau bidistillée, ce qui exige environ vingt jours, et l'on a étudié leur réactivation par divers cations en présence de *dl*-alanine, soit après incubation de 2 heures à 37° avec cet acide aminé, soit sans aucun traitement préalable. Dans le premier cas, le mélange de $0^{cm^3},2$ de solution enzymatique additionné de 4^{cm^3} de solution tampon de pH 8,8 au véronal sodique (Michaëlis), de $0^{cm^3},1$ d'alamine M et de $2^{cm^3},7$ d'eau bidistillée, ont été placés pendant 2 heures à 37°, puis mélangés à 2^{cm^3} de β-glycérophosphate de sodium M/10 et à des quantités diverses de solutions titrées d'acétate de magnésium ou de calcium, ou de sulfate de fer, de manganèse ou de zinc ([4]). Dans le second cas, les réactifs et l'enzyme portés à 37° ont été mélangés immédiatement avant l'hydrolyse phosphatasique du substrat, sans incubation préalable. Voici un exemple des résultats :

([1]) Séance du 14 janvier 1946.

([2]) Nguyen-van Thoai, J. Roche et L. Sartori, *C. R. Soc. Biol.*, **138**, 1944, p. 47.

([3]) J. Roche, Nguyen-van Thoai et Mlle Roger, *Bull. Soc. Chim. Biol.* (*Trav.*), **26**, 1944, p. 1047.

([4]) Les concentrations utilisées sont celles auxquelles les divers cations provoquent une activation maxima. A des taux supérieurs, les mêmes ions sont pour la plupart inhibiteurs, ce qui explique comment leur effet activateur a pu échapper.

Les résultats sont exprimés en gamma de phosphore minéral libérés par minute et par milligramme d'azote de l'apoenzyme protéique.

Sel ajouté.	Conc. en sel (mol-g/l).	γP libérés sans incubat.	γP libérés après incubat. (a).
Néant	–	0	5.769
SO_4Zn	1.10^{-7}	0	14.231
	1.10^{-6}	0	13.461
SO_4Fe	1.10^{-7}	0	14.231
	1.10^{-6}	0	13.261
SO_4Mn	1.10^{-3}	721	15.385
	1.10^{-2}	981	13.864
$(CH_3.COO)_2Ca$	1.10^{-3}	0	14.231
	1.10^{-2}	0	16.364
$(CH_3.COO)_2Mg$	1.10^{-2}	288	18.654
	5.10^{-2}	1.154	21.154
	1.10^{-1}	1.635	21.154

(a) avec alumine 1.10^{-2}M.

γP libérés avant dialyse, sans incubation en présence d'alanine et sans cation, 3226 (enzyme témoin). γP après inactivation complète par dialyse et incubation de 2 heures à 37° en l'absence d'alanine et de cation, 461.

Les faits peuvent être résumés ainsi : L'activité de la phosphatase alcaline disparaît totalement après dialyse prolongée; elle est partiellement restaurée par l'addition d'ions Mg^{++} et Mn^{++}, mais non par celle d'autres cations divalents, même en la présence d'alanine, lorsque celle-ci est introduite dans le milieu en même temps que les cations et le substrat. Par contre une incubation préalable de l'enzyme avec l'alanine fait réapparaître une activité notable et permet aux cations d'exercer un effet activateur très important *à la concentration optima de chacun* ([5]). Fe^{++} et Zn^{++} ne sont alors activateurs qu'à l'état de traces (1.10^{-7} à 1.10^{-6}M), Ca^{++}, et Mn^{++} à concentration assez forte (1.10^{-3} à 1.10^{-2}M) et Mg^{++} à des taux très élevés (jusqu'à 1.10^{-1}M). Dans l'exemple cité, l'activité de 65γ de protéine enzymatique, renfermant 10γ d'azote, est maxima, pour chacun des ions étudiés, en présence de 0,065γ Zn, de 0,055γ Fe, de 540γ Mn, de 4000γ Ca et de 12000γ Mg; elle est dans tous les cas notablement supérieure à celle du produit naturel cristallisé.

On peut donner des faits l'interprétation suivante : La dialyse de la phosphatase provoque sa dissociation partielle; celle-ci comporte l'élimination d'un constituant métallique et la rupture de liaisons intramoléculaires de l'apoenzyme protéique. La réversibilité de ce processus exige, avant tout, la saturation de l'apoenzyme en métal. Divers cations sont à cet égard équivalents,

---

([5]) L'incubation de l'enzyme en présence de cations ne favorise pas notablement sa réactivation; de même l'addition de cations à l'alanine ne renforce pas alors l'effet de celle-ci.

interchangeables, à ceci près qu'il existe pour chacun une concentration optima particulière; il est dès lors improbable que le métal participe directement à l'activité catalytique. D'autre part le rôle coactivateur de l'alanine ne saurait être celui d'un simple régulateur de concentration (Warburg et Christian). Des complexes métalliques de l'acide aminé participent sans doute à la réactivation de la phosphatase alcaline en se fixant à l'enzyme et en favorisant la rétrogradation de remaniements subis par l'apoenzyme, rétrogradation indispensable à la reconstruction de groupements métalliques actifs.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Sur un syndrome provoqué chez la Souris par le pyruvate de sodium.* Note de Mme **Nadine Dobrovolskaïa-Zavadskaïa**.

Nous avons démontré ([1]) que l'administration sous-cutanée de la vitamine B_1 aux Souris cancéreuses a nettement diminué la rapidité de croissance de leurs tumeurs et a augmenté la survie moyenne de ces animaux. Le système diastasique dans lequel rentre la vitamine B_1 catalyse la décarboxylation de l'acide pyruvique qui se transforme en acétaldéhyde et anhydride carbonique



$$CH_3-CO-COOH \rightarrow CH_3-CHO + CO_2.$$

L'acide pyruvique est en quelque sorte, comme on sait, la clé de voûte du métabolisme dans les cellules. C'est à la fois l'aboutissement de la dégradation des glucides, ainsi que d'une partie des protides et des lipides, et le point de départ de synthèse des glucides, lipides et protides spécifiques d'un organisme. On constate une augmentation notable de l'acide pyruvique dans le sang des pigeons carencés. Nous avons observé dans les urines d'un malade tuberculeux, porteur en même temps de métastases sarcomateuses dans le poumon ([2]), un accroissement progressif de cet acide ayant dépassé finalement 1^g par litre. Nous vérifions ici l'effet propre de l'accumulation de cette substance sur les jeunes souriceaux.

Pour éviter d'augmenter l'acidose, Lecoq ([3]) la considère comme cause principale de la polynévrite aviaire, nous nous sommes servie du pyruvate de sodium, en solution à 10 % fraîchement préparée. Les doses variaient, suivant l'âge (1 à 2 mois) et le poids (6 à 16^g) des animaux, de 0,2 à 1^{cm^3} par injection. Voici un exemple de nos observations :

♀ 58177 XLIII, 12^g, $15^h 55^m$, injection de 1^{cm^3}; $16^h 40^m$, somnolence, ataxie, convulsions;

---

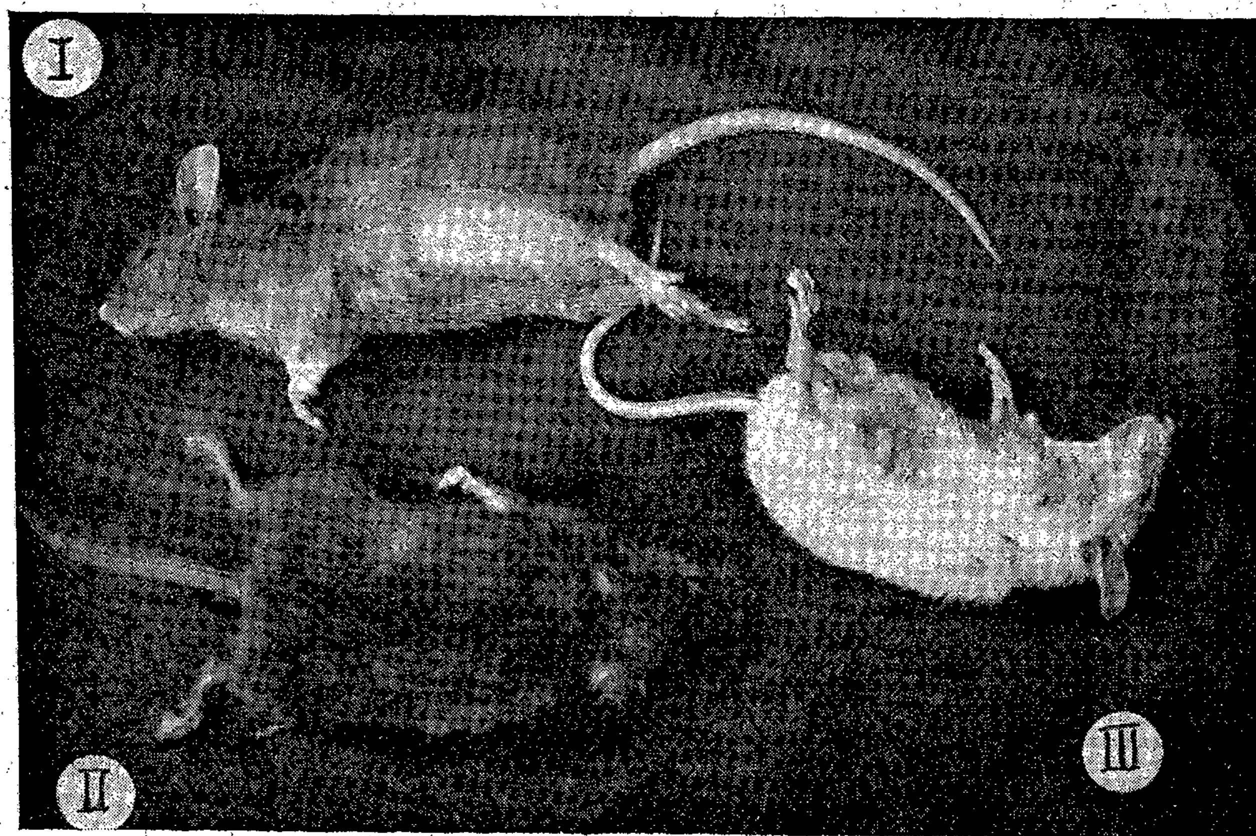
(1) *C. R. Soc. Biol.*, **139**, 1945, p. 494.

(2) *Bull. de l'Association française pour l'étude du cancer*, **32**, 1944-45, pp. 115-130.

(3) *Comptes rendus*, **215**, 1942, pp. 510-512.

l'animal tourne autour de l'axe du corps; respiration difficile, hyperextension de la tête comme s'il lui manquait de l'air; 17^h mort.

Avec des doses modérées, nous sommes arrivée à prolonger ces essais sur un même animal pendant plus d'un mois. Il serait trop long de relater ici une telle observation, nous tâcherons de résumer les phénomènes les plus constants : 1° somnolence, l'animal reste les yeux fermés, cherche à s'abriter de la lumière; 2° état apathique, il se sauve à peine quand on le touche; 3° respiration difficile forcée, l'animal soulève la tête, ouvre la bouche, cherche à appuyer la tête plus haut; 4° ataxie, affaiblissemenf musculaire progressif, l'animal s'affaisse sur ses quatre pattes qui restent écartées, marche en chancelant, en oscillant autour de l'axe du corps; des contractures momentanées s'observent dans les pattes ainsi que des crises convulsives passagères; 5° paralysie progressive des pattes qui peuvent être étirées, l'animal reste immobile, tombe sur le côté, cherche à se lever et n'y arrive pas; finalement, il peut être posé sur le dos; des selles ramollies abondantes ont également été parfois observées; 6° convulsions générales prolongées avec opistotonos, ou



Attitude des souris se trouvant sous l'effet du pyruvate de soude : I. Hyperextension de la tête, bouche ouverte, convulsions, pattes postérieures étirées. — II. Paralysie des 4 pattes, le corps est affaissé, l'animal cherche à se déplacer (a bougé les pattes postérieures) et n'y arrive pas. — III. L'animal vient de rouler autour de l'axe du corps, reste sur le côté, est mort une demi-heure après la prise de la photo.

plutôt hyperextension de la tête (voir la figure). La mort peut survenir à n'importe quel moment; sinon, l'animal se rétablit, et on le trouve, avec poids un peu diminué, courant le lendemain; 2 à 3 jours de repos le ramènent complètement à l'état normal.

Le tableau que nous venons de tracer se reproduit plus ou moins intégralement (en raison de la dose), à chaque injection de pyruvate. On voit à quel point ces symptômes se rapprochent des accidents observés chez les pigeons [Braddon et Cooper (4), Funk (5), Randoin et Simonnet (6)] et les rats

(4) *J. of Hyg.*, **14**, 1914, p. 331.
(5) *Zeits. f. phys. Chem.*, **89**, 1914, p. 378.
(6) *Comptes rendus*, **177**, 1923, pp. 903 à 906.

[Hofmester ([7])], carencés en vitamine B_1. Et pourtant, nos animaux n'ont pas été carencés, ils restaient tout le temps de l'expérience au régime ordinaire de notre élevage qui ne nous a jamais donné aucune manifestation béribérique. Par conséquent le syndrome, constaté chez les jeunes souriceaux sous l'action du pyruvate de sodium, reproduit le béribéri expérimental, en l'absence d'avitaminose B_1 et de surcharge du régime alimentaire par des glucides ([8]).

A 15h35m l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Physique générale, par l'organe de M. **Aimé Cotton** remplaçant le Doyen empêché, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *Jean Perrin* :

En première ligne............	M. **Jean Cabannes**.
En seconde ligne, ex æquo *par ordre alphabétique*...........	MM. **Pierre Auger**.
	Jean Becquerel.
	René Lucas.
	Gustave Ribaud.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu en la prochaine séance.

La séance est levée à 16h45m.

A. Lx.

([7]) Cité d'après G. Mouriquand, *Vitamines et carences alimentaires*, Paris, 1942, p. 110.

([8]) Ce travail a été fait en partie sous les auspices de l'*International Cancer Research Foundation*.

ERRATA.

—

(Séance du 18 juin 1945.)

Note de M. *Maurice Parodi*, Équations intégrales de Fredholm et calcul symbolique :

Page 872, remplacer le texte des lignes 5 à 11, par le suivant :

Nous avons considéré les noyaux $K(y, z)$ d'image $g(x)^{\nu+1} e^{-g(x)^{\mu} z}$; comme

$$K(y, z) \supset g(x)^{\nu+1} e^{-g(x)^{\mu} z} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} z^n g(x)^{\nu+1+n\mu};$$

si $\Phi(z)$ est l'original de $g(x)$, on a

$$K(y, z) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{z^n}{n!} \overset{*}{\overline{\Phi(y)}}^{\nu+1+n\mu},$$

$\star$ étant le symbole du produit de composition.

Dans le cas particulier envisagé $g(x) = 1/p$; il vient par suite

$$K(y, z) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{z^n}{n!} \frac{y^{\nu+n\mu}}{\Gamma(1+\nu+n\mu)}.$$

(Séance du 5 novembre 1945.)

Note de M. *Guy Emschwiller*, La définition des acides et des bases :

Page 548, paragraphe 5, ligne 3, *au lieu de* Un tel argument ne résiste guère à l'examen..... (jusqu'à la fin du paragraphe); *lire* Cet argument de commodité ne se justifie pratiquement sans réserve que si l'on se contente de calculs plus ou moins approximatifs, en supposant les solutions idéales, car les coefficients d'activité, qui ne portent en fait que sur les ions, jouent en sens opposés selon que les ions constituent la forme *acide* ou la forme *basique*.

(Séance du 12 décembre 1945.)

Note de M. *Marius Tarbouriech*, Simplification des équations aux dimensions des grandeurs électriques et magnétiques :

Page 746, ligne	10,	*au lieu de*	$L^{1/2}$,	*lire*	$L^{1/2}$
»	12,	»	$L^{1/2}M^{3/2}$,	»	$L^{3/2}M^{1/2}$
»	14,	»	$L^{1/2}M^{-1/2}$,	»	$L^{-1/2}M^{1/2}$
»	15.	»	$L^{1/2}M^{-1/2}$,	»	$L^{-1/2}M^{1/2}$
»	16,	»	$L^{1/2}M^{3/2}$,	»	$L^{3/2}M^{1/2}$
»	23,	»	LM^{-1},	»	$L^{-1}M$
»	24,	»	LM^{2},	»	$L^{2}M$
»	25,	»	LM^{2},	»	$L^{2}M$

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de décembre 1945.

Énergie atomique et Univers, par Jean Thibaud. Lyon, M. Audin, 1945; 1 vol. 19cm,5.

La question des inondations en Roussillon, par Pierre de Boixo. Extrait du *Progrès agricole et viticole*, juin-septembre 1945. Montpellier, Imprimerie Ch. Déhan, 1945; 1 fasc. 23cm.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 28 JANVIER 1946.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE CARTAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le bureau un Ouvrage de Sir Philip Hartog intitulé *The newer views of Priestley and Lavoisier* (*Two Lectures delivered at University of London, University College, on May 9th and 16th*, 1939).

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Fumariacées. La différenciation des régions fondamentales du corps chez le* Corydalis lutea *DC*. Note de M. **René Souèges**.

Le proembryon hexadécacellulaire, dont on a pu suivre le mode de formation [1], se trouve représenté en 27. La figure 26 reproduit une forme à 14 cellules qui témoigne du développement, à partir de maintenant plus tardif, du groupe cellulaire issu de *ch*. Dans le proembryon à 16 cellules, les 4 éléments originaires de *ci* doivent être considérés comme des homologues de 4 octants supérieurs, les 4 éléments produits par *cj* comme correspondant à 4 octants inférieurs.

On observe quelques variations dans les processus de division qui conduisent à la construction de cette forme hexadécacellulaire. En 28, 29, 30, alors que les 8 éléments engendrés par *ci* et *cj* ont déjà largement progressé dans leur segmentation, les 8 éléments auxquels le blastomère *ch* doit donner naissance ne se sont pas encore constitués. Ils ne se disposent pas toujours d'abord en deux assises de 4 cellules circumaxiales, des cloisons transversales pouvant, dans l'élément primitif *ch* ou dans ses deux cellules-filles juxtaposées, précéder les cloisons verticales (*fig.* 32). Au niveau de *cj*, on peut aussi observer des cloisonnements transversaux avant les divisions longitudinales (*fig.* 27). Enfin, en *ci*, la cellule épiphysaire peut ne pas se montrer différenciée, aucun des 4 éléments correspondant aux octants supérieurs ne venant strictement occuper le sommet de l'embryon.

Les quatre octants supérieurs, issus de *ci*, donnent la partie cotylée *sensu lato*. La cellule épiphysaire engendre le cône végétatif de la tige; aux dépens des trois autres octants, placés au-dessous, se développent les cotylédons, latéralement, et, au centre, des éléments du cylindre central. L'épiphyse mono- ou bicellulaire se voit nettement en 30, 31, 32, 33, 34, 35; en 35, la première cloison tangentielle séparant extérieurement le dermatogène est

---

(1) R. Souèges, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 161.

apparue dans son intérieur. Aux stades suivants, la limite de démarcation s'efface entre les éléments qui sont produits par l'épiphyse et ceux qui tirent origine des trois autres blastomères. Dans ces derniers, les premières cloisons peuvent être anticlines, à direction soit verticale (*fig.* 32 à d., 33 à g.), soit horizontale (*fig.* 35 à g.), ou bien périclines, isolant d'emblée, vers l'extérieur, les premiers éléments de dermatogène (*fig.* 33, 34, 35 à d.).

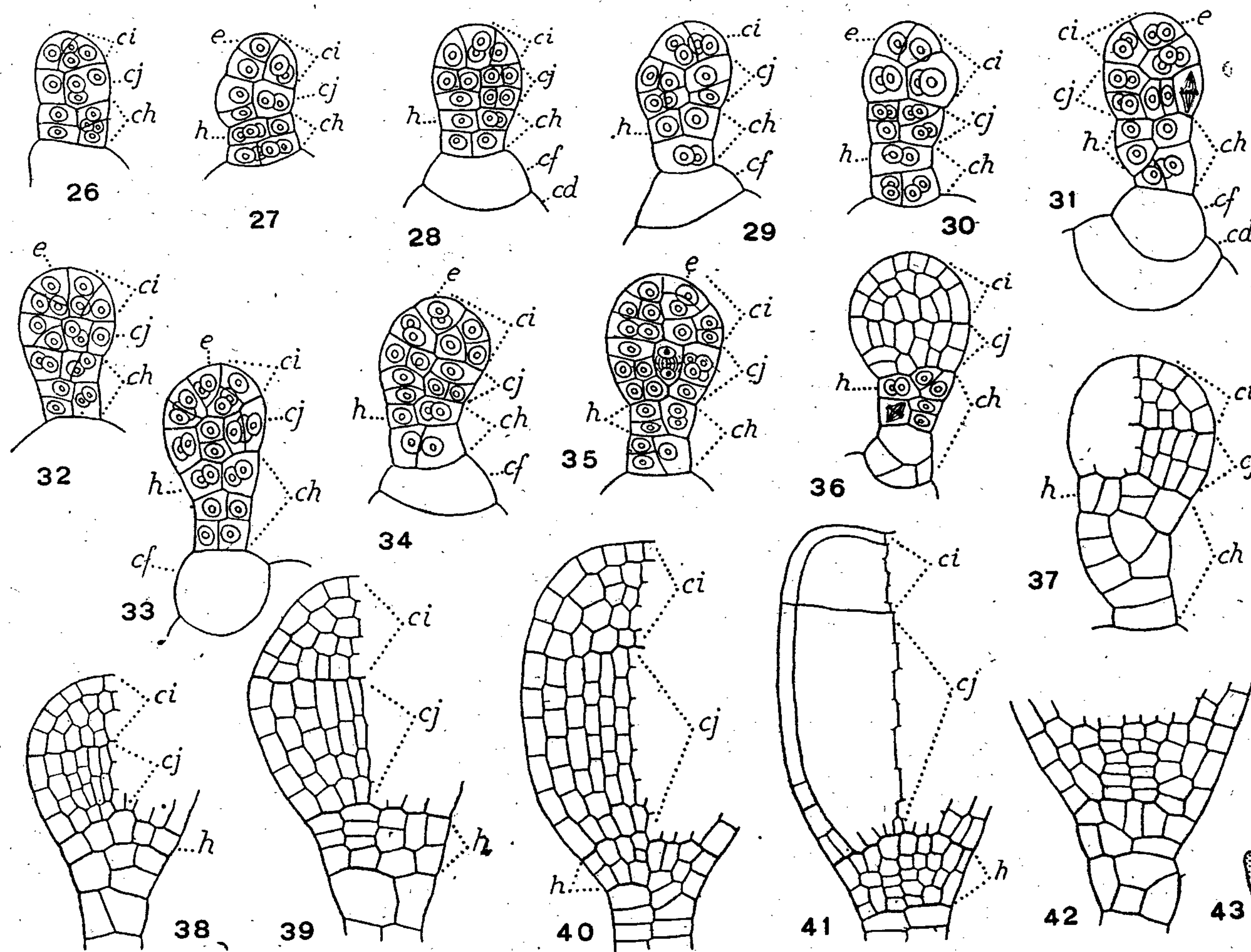


Fig. 26 à 43. — *Corydalis lutea* DC. — Les derniers termes de l'embryogenèse. *ci*, octants supérieurs ou partie cotylée; *cj*, octants inférieurs ou partie hypocotylée; *e*, épiphyse; *h*, hypophyse; *ch*, groupe hypophysaire *sensu lato*; *cf* et *cd*, vésicules haustoriales. En 43, aspect général de l'embryon d'où est tiré le détail de la figure 42. G. = 320; 33 pour la figure 43.

Les quatre octants inférieurs produisent la partie hypocotylée. Les premières cloisons, dans leur intérieur, sont tantôt longitudinales (*fig.* 31, 32 à d.), tantôt transversales (*fig.* 27, 31 à g.), tantôt même obliques (*fig.* 30 à d., 32 à g.). Bientôt apparaissent, dans cette région, deux assises cellulaires (*fig.* 34 à 37), puis un plus grand nombre (*fig.* 38, 39); c'est à ce moment que s'individualise l'épiderme; le périblème et le plérome se différencient beaucoup plus tard.

Les éléments issus de *ch*, au nombre de huit ou en plus petit nombre, sont d'abord répartis en deux étages (*fig.* 27 à 30); l'étage supérieur, *h*, produira un massif hypophysaire, l'étage inférieur la partie culminante de ce massif ou un court pédicule rattachant l'embryon proprement dit aux vésicules haustoriales en voie de contraction et de résorption. Le massif hypophysaire, dont on peut suivre le développement dans les figures 33 à 41 offre, dans ses processus de division et dans le rôle histogénique qu'il joue à l'extrémité radiculaire, les plus étroites similitudes avec le même massif déjà observé chez le *Fumaria officinalis* et chez l'*Hypecoum procumbeus* [2]. On distingue la ligne de démarcation qui

[2] R. Souèges, *Comptes rendus*, 213, 1941, pp. 528 et 699; 216, 1943, pp. 310 et 354.

sépare l'hypophyse de la partie hypocotylée jusqu'aux derniers stades de la vie proembryonnaire ; plus tard, cette ligne s'efface, mais on peut voir, en 42, comment les cellules centrales se disposent en séries verticales indiquant comment s'établit et fonctionne l'*assise génératrice transverse* de de Janczewski, qui, par segmentations transversales successives produit, vers le haut, les tissus du cylindre central et de l'écorce, vers le bas, la partie centrale de la coiffe.

Si l'on cherche à dresser le tableau des lois du développement, chez le *Corydalis lutea*, de manière à rencontrer la tétrade à la 2ᵉ génération cellulaire, les quadrants à la 3ᵉ et les octants à la 4ᵉ, on constate qu'il est nécessaire de partir de la cellule *ce*, arrière-petite-fille de l'oospore. Le *Corydalis lutea* vient, de la sorte, se ranger dans une quatrième période du système embryogénique. On a déjà vu que, en raison des mêmes concordances, l'*Hypecoum procumbens* trouve place dans la troisième et le *Fumaria officinalis* dans la deuxième. Si cette dernière espèce appartient au mégarchétype VI, les deux autres doivent être rattachées au mégarchétype IV, puisque la cellule-fille inférieure de *ce*, soit *ch* chez le *Corydalis*, et la cellule-fille inférieure de *cc*, soit *cf* chez l'*Hypecoum*, engendrent, l'une comme l'autre, une hypophyse génératrice des initiales de l'écorce, de la racine et de la portion médiane de la coiffe.

On voit, par là, les services que peut rendre la classification périodique, tout artificielle qu'elle paraisse, en permettant de faire ressortir de profondes différences et de réelles similitudes. Elle montre, en tout cas, le caractère bien particulier, du point de vue embryogénique, de ces espèces chez lesquelles l'œuf fécondé détache très tôt de sa propre substance deux ou trois vésicules haustoriales pour concentrer toutes ses potentialités constructives dans un élément très réduit occupant l'extrémité très amincie du proembryon.

ANATOMIE COMPARÉE. — *Cytoarchitectonique du ganglion sympathique en fonction du poids du corps.* Note de M. **Louis Lapicque**.

Récemment, cherchant à vérifier un calcul théorique sur la relation entre le poids du cerveau et le poids du corps, j'ai mesuré, avec Mᵐᵉ Senègre, la densité des éléments cellulaires dans le cerveau de Mammifères et d'Oiseaux de tailles très diverses. Nous avons trouvé que cette densité varie à peine (¹). Ce résultat, contraire à la théorie dont je parlais, est d'ailleurs paradoxal eu égard à d'autres données acquises. Mais nous avions dû compter ensemble éléments nerveux et éléments névrogliques, faute de pouvoir, dans l'écorce, marquer une limite entre eux ; confusion évidemment regrettable, que nous n'avions pu éviter : la difficulté ou même l'impossibilité de les séparer dans un dénombrement est dénoncée plus ou moins explicitement par la généralité des spécialistes. Or une autre recherche, effectuée dans le but de comparer quantitativement les

(¹) *Comptes rendus*, 219, 1944, p. 532.

appareils de la commande végétative à ceux de la commande volontaire ([2]), m'a donné l'occasion de constater que la constitution cellulaire du ganglion sympathique, en raison de sa simplicité relative ([3]), permet de projeter quelque lumière sur le problème précédent.

Dans l'écorce cérébrale, une coloration générale, par exemple *Nissl* ou *hématine-éosine*, révèle une série de grosseurs et d'aspects très complexe et variable d'un territoire à un autre, mais toujours continue depuis les corps de neurones volumineux jusqu'aux petits éléments névrogliques. Au contraire, les ganglions sympathiques de la chaîne thoracique présentent, sous les colorations en cause, deux espèces d'éléments cellulaires nettement tranchées et deux seulement.

1° Des cellules relativement grandes, arrondies ou elliptiques, avec un protoplasma abondant, coloré en rose et un beau noyau rond, clair, reticulé; distantes les unes des autres, elles varient peu comme taille autour d'une moyenne dans chaque espèce. Tous les travaux anciens et modernes concordent pour faire reconnaître ici les neurones fonctionnels.

2° Des noyaux relativement petits, fortement colorés par l'hématine, sans protoplasma délimité autour de chacun d'eux; ils sont abondamment disséminés dans le champ intercellulaire, parfois décrivant une circonférence autour des cellules susdites. Ces noyaux se trouvent régulièrement mentionnés dans les travaux des histologistes anciens ; ils ont disparu de la pensée anatomique depuis un demi-siècle, c'est-à-dire depuis que les préocupations s'étant fixées sur les formes neuroniques, on n'a plus employé que les méthodes de Golgi, d'Ehrlich, de Cajal, qui ne les révèlent pas. Le dernier auteur qui les ait étudiés est Huber ([4]); encore les a-t-il abandonnés en cours de travail; il les considérait comme très probablement de nature névroglique. Cette opinion me paraissait justifiée; elle vient d'être confirmée par un document pathologique dans lequel je les ai trouvés grandement accrus en nombre. J'appellerai donc *névroglie* la formation qu'ils caractérisent; et même, puisqu'il s'agit de numération, pour la commodité du langage, j'appellerai *glione* chacune des individualités hypothétiques repérée par un de ces petits noyaux. L'autre espèce se compose d'anciennes *cellules nerveuses*, c'est-à-dire de corps de neurones, sans considération de leur cylindraxe ni de leurs dendrites; ce sont les *péricaryones* de Sherrington; cette dernière dénomination est précise, mais lourde; j'emploierai dans le même sens le mot *cytone* proposé récemment par Remy Collin ([5]).

([2]) *Soc. de Biol.*, **138**, 1944, p, 393,

([3]) J'ai travaillé presque exclusivement sur le ganglion de la chaîne thoracique des Mammifères, de préférence le 7e.

([4]) *Journal of Morphology*, **16**, 1890, p. 27.

([5]) *L'organisation nerveuse*, Paris, 1944.

Sur une coupe de ganglion sympathique, on peut donc avec sûreté dénombrer d'une part les cytones, de l'autre les gliones, qui dans le cerveau se confondent en une seule série. Reprenons sur cet objet notre question de l'influence du poids du corps.

La méthode a été essentiellement la même que précédemment : coupes de 20^{μ} d'épaisseur sur pièces fixées au Bouin et incluses à la paraffine; coloration à l'hématine-éosine; computation des éléments à la chambre claire sous un grossissement de 200 diamètres, à travers un quadrillage permettant de délimiter un carré de 220^{μ} de côté, soit dans un solide sensiblement égal à 1/1000 de millimètre cube. Les cytones ont un diamètre du même ordre que l'épaisseur des coupes, et généralement plus grand; ils seront donc en général divisés par le rasoir en plusieurs segments. J'ai compté, dans une coupe, tous les segments visibles et j'ai réduit ce nombre au chiffre des cellules complètes au moyen d'un coefficient de probabilité obtenu statistiquement sur un schéma géométrique, cercles égaux coupés par des droites parallèles équidistantes; ce coefficient varie de 0,75 pour le Rat (le rapport de l'épaisseur de la coupe au diamètre moyen des cytones étant 1,3) à 0,41 pour le Bœuf (rapport 0,57).

Voici les résultats numériques obtenus sur quelques espèces de Mammifères de tailles très différentes :

Espèce.	Poids du corps.	Nombre dans 1 gamma de cytones.	Nombre dans 1 gamma de gliones.	Diamètre des cytones.
	K			
Rat (⁶).........	0,2	24	120	15,5
Chat...........	3	17	112	20
Chien..........	5	13	116	24
Id.	18	11	109	26
Id.	25	10	106	28
Bœuf (⁶).......	300	9	133	35

La densité des cytones diminue régulièrement avec la grandeur du corps, et leur diamètre augmente à peu près en proportion inverse. La densité des gliones reste quasi invariable; elle présente ici une certaine diminution systématique du Rat au grand Chien, mais elle remonte quand on passe au Bœuf. Ces variations, relativement légères. peuvent marquer simplement des coefficients spécifiques ou individuels (⁷). Quant à la grandeur des petits noyaux, ici seule mesurable dans les gliones, je l'ai trouvée constante à la précision de mes mesures, $4^{\mu},5$ à 5^{μ} chez le Bœuf comme chez le Rat et tous les animaux intermédiaires, y compris l'Homme (⁸).

Ainsi, dans le ganglion sympathique, les deux espèces d'éléments se com-

(⁶) Individu adulte de petite race.

(⁷) J'ai voulu contrôler le chiffre du Bœuf par un autre individu de plus grande taille, et c'est alors que je suis tombé sur le cas pathologique auquel j'ai fait allusion plus haut.

(⁸) Sur une préparation au Nissl prêtée par M. Yvan Bertrand.

portent de façon radicalement différente en fonction de la variation du poids du corps. Tandis que les neurones varient suivant les lois antérieurement reconnues pour les neurones du système volontaire, l'appareil névroglique reste à peu près invariable. La généralisation de cette double donnée explique parfaitement le résultat, obtenu en 1944 sur le cerveau, que j'ai considéré comme paradoxal. Le nombre des gliones par unité de volume est ici bien plus grand que celui des neurones; il en est très probablement de même dans le cerveau; par conséquent, lorsque l'on comptera la somme des deux, comme nous l'avions fait malencontreusement, une variation numérique concernant les seuls neurones sera relativement petite et facilement masquée par des différences spécifiques ou accidentelles. Par exemple, dans le tableau ci-dessus, on voit que le nombre total des éléments pour 1γ, égal à 144 pour le Rat, ne descend qu'à 120 pour un Chien moyen, faible différence vis-à-vis d'un poids corporel 100 fois plus grand; et même le chiffre de cette somme chez le Bœuf est pratiquement égal à celui du Rat, bien que le poids corporel soit 1500 fois plus grand.

Il y a lieu de reconsidérer de ce point de vue la signification du poids du cerveau et le calcul théorique qui avait paru contredit par la constance de la densité cellulaire de cet organe.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Choc histaminique et masse sanguine.* Note (1) de MM. **Léon Binet** et **Moïse V. Strumza.**

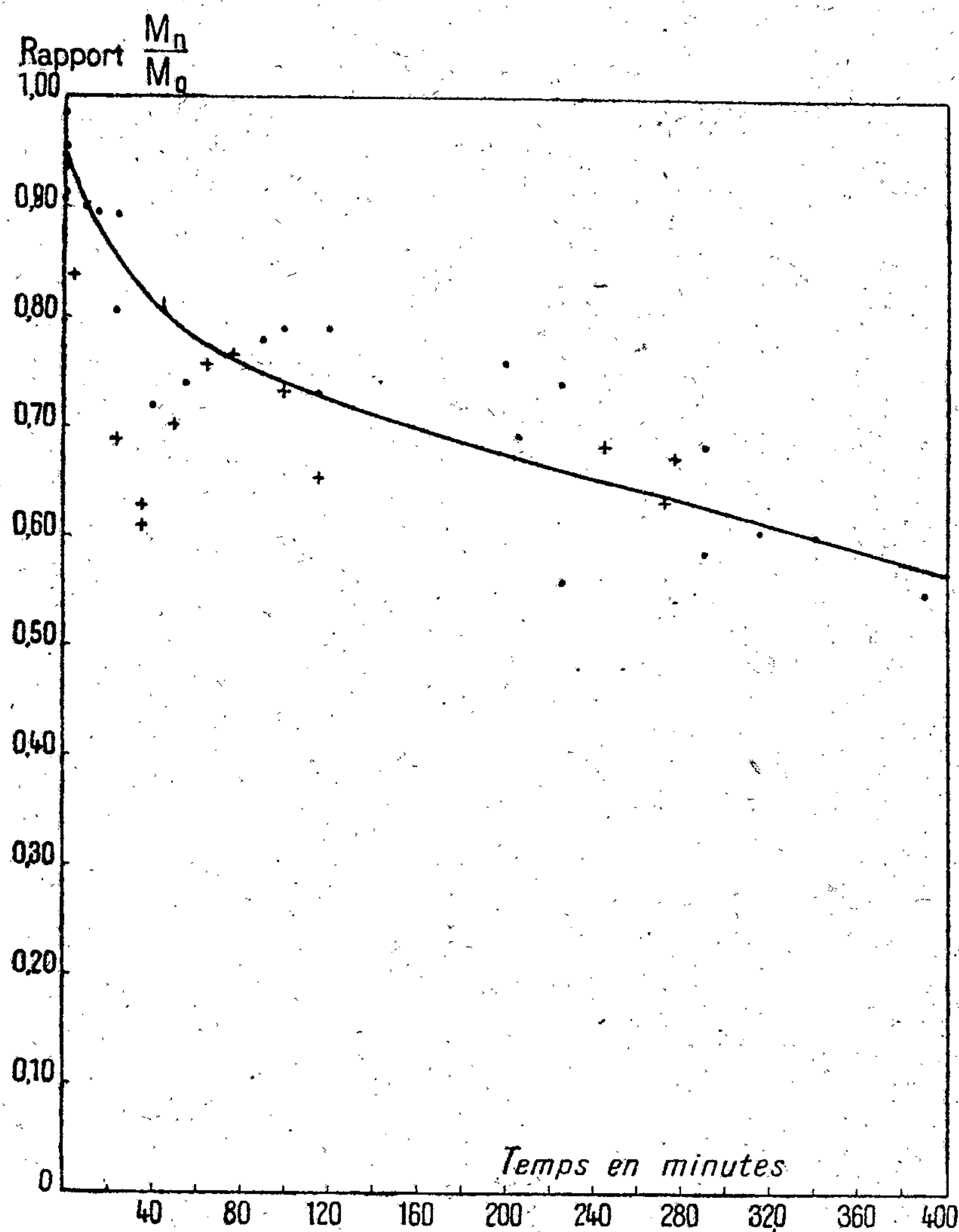
Les discussions actuelles concernant l'importance de la notion de la masse sanguine dans la pathogénie et la thérapeutique du choc nous ont amenés à continuer l'étude du choc histaminique. L'injection intraveineuse de bichlorhydrate d'histamine chez le Chien chloralosé entraîne, entre autres réactions, une diminution considérable de la masse sanguine dont on peut suivre les variations par l'étude du taux des hématies dans le sang circulant. La polyglobulie *précoce* observée immédiatement après l'injection d'histamine semble surtout dépendre d'une mobilisation des globules rouges de réserve (on sait que la rate se contracte alors intensément), l'élévation *progressive* du taux des hématies dans le sang circulant traduit l'existence d'une réduction de la masse sanguine. Il se produit de fait un mouvement d'eau de l'appareil vasculaire dans le système lacunaire. Nous soulignons la présence d'un épanchement dans les séreuses, particulièrement marqué au niveau du péritoine; nous l'avons retrouvé dans toutes nos expériences; ce liquide contient autant de chlore que le plasma de nos chiens choqués (3,44 à 3,71 °/₀₀), mais moins de protéines, la diminution portant surtout sur les globulines.

Nous avons pratiqué de nombreuses explorations pour suivre l'évolution de la valeur de la masse sanguine chez nos animaux en expérience.

(1) Séance du 12 décembre 1945.

Le premier groupe d'expériences comprend des chiens chloralosés ayant reçu uniquement une dose d'histamine de 2,5 à 5^{mg} au kilogramme. Dans un deuxième groupe, les animaux reçoivent en même temps que l'histamine ou dans les minutes qui la suivent, une injection intra-veineuse de sérum physiologique. Enfin un troisième groupe d'animaux subit après le choc une thérapeutique correctrice.

Pour les deux premiers groupes, les résultats sont représentés par une courbe figurant, en fonction du temps, les variations du rapport de la masse sanguine après histamine sur la masse sanguine initiale. Ce rapport est déterminé en divisant le taux de l'hémoglobine sanguine avant l'injection d'histamine



Réduction de la masse sanguine dans le choc histaminique. Rapport de la masse sanguine après choc sur la masse sanguine initiale.

Points pleins et courbe : chiens chloralosés ayant reçu uniquement une injection intraveineuse de bichlorhydrate d'histamine. Croix : injection d'histamine suivie d'injection intraveineuse de sérum physiologique.

(mais après splénocontraction), par le taux de l'hémoglobine après le déclenchement du choc.

Vingt-cinq chiens, qui ne reçoivent aucun traitement après l'injection d'histamine, présentent une rapide diminution de la masse sanguine pendant la première heure. Au bout de ce temps la masse sanguine représente environ 80 %

de la valeur initiale. La dialyse plasmatique hors du système circulatoire se poursuit ensuite plus lentement mais persiste jusqu'à la mort. La masse sanguine est de 72 % au bout de deux heures et de 65 % après quatre heures. Au moment de la mort, en un temps qui est allé de six à sept heures, elle est réduite à 55 % (courbe et points pleins sur la figure).

Chez douze chiens choqués par l'histamine, du sérum physiologique, en quantité égale à la moitié ou aux deux tiers de la masse sanguine initiale est injecté par voie intraveineuse. La tension artérielle se relève rapidement mais pour peu de temps. En effet le sérum chloruré sodique ainsi introduit dans le système circulatoire semble dialyser encore plus rapidement que ne le fait le plasma normal. Les points représentatifs du rapport de la masse sanguine après choc et sérum physiologique sur la masse sanguine primitive augmentée de la masse de liquide surajouté, s'inscrivent au-dessous de la courbe de réduction de la masse sanguine normale (croix sur la figure).

Si l'animal choqué par l'histamine est traité convenablement, la tension artérielle se relève progressivement et la masse sanguine augmente parallèlement. Nous avons utilisé un antihistaminique de synthèse, le chlorhydrate de N-diuréthylamino-éthyl-N-benzylaniline ou 2339 RP, à raison de 1 à 2^{mg} au kilogramme, injecté par voie intra-veineuse, cinq à dix minutes après la réalisation du choc par deux doses mortelles d'histamine. A ce moment le collapsus circulatoire est accentué, les troubles respiratoires sont marqués et la respiration artificielle doit, dans certains cas, être mise en œuvre. Sept chiens traités ont tous survécu et la respiration comme la circulation sont devenues lentement normales. Ces animaux furent sacrifiés par saignée à blanc au bout de temps variant de quinze minutes à deux heures après l'injection d'histamine.

On sait qu'un Chien normal chloralosé, saigné par l'ouverture béante d'une grande artère (fémorale ou carotide), présente une syncope cardiaque terminale après avoir perdu les 3/5 de sa masse sanguine. La soustraction sanguine représente alors 5,2 % du poids de l'animal. Le choqué hémorragié meurt alors que la déperdition sanguine est bien moindre. La valeur de la saignée mortelle, très faible immédiatement après l'injection d'histamine, croît avec le temps. Ainsi, dans les vingt premières minutes après le choc suivi de son traitement, nous observons la mort pour une hémorragie atteignant à peine 2 % du poids de l'animal. Une heure plus tard l'importance de la saignée est de 2,5 %; deux heures après le choc elle est de 3 % (le tableau résume ces observations). L'animal choqué est donc particulièrement sensible aux déperditions sanguines et il le demeure pendant plusieurs heures malgré une guérison apparente.

Ainsi, dans le choc histaminique du Chien chloralosé nous notons une diminution de la masse sanguine totale. Celle-ci peut être réduite à 55 % de sa valeur normale, dans les cas aboutissant à la mort. Dans les survies la réduction persiste plusieurs heures malgré une dissipation paraissant totale des signes de choc.

Grandeur de la saignée entraînant la mort chez un chien choqué par l'histamine et traité secondairement par un antihistaminique.

Poids (en kg).	Intervalle entre le choc et la saignée (en minutes).	Valeur de la saignée (en g).	Rapport $\frac{\text{saignée}}{\text{poids}}$.
8,400	15	175	0,019
24.000	19	475	0,020
7,000	30	175	0,025
15,000	50	400	0,026
16,500	90	400	0,024
10,000	90	225	0,025
16,000	120	500	0,031

MICROBIOLOGIE. — *De l'influence sur les propriétés antibiotiques et antidotiques des filtrats de culture du* B. subtilis, *de la chaleur et de l'aldéhyde formique agissant simultanément.* Note [1] de MM. **Gaston Ramon** et **Rémy Richou**.

Nous avons rappelé récemment [2] que le formol au taux de 0,5 pour ‰ et la chaleur (55°), que l'on fait agir simultanément sur les sérums antidiphtériques et antitétaniques par exemple, n'ont aucune influence fâcheuse sur les antitoxines spécifiques, d'où l'emploi de ces agents depuis 1915, pour la conservation de la pureté bactériologique de sérums thérapeutiques.

D'autre part nous avons fait connaître [3] que le chauffage à 55° (et même à des températures plus élevées) des filtrats de culture de *B. subtilis* n'altère pas les propriétés *antibiotiques* que ces filtrats manifestent vis-à-vis de certaines bactéries, non plus que leurs propriétés de détruire les toxines microbiennes, propriétés que nous avons dénommées *antidotiques* [4].

Enfin tout dernièrement [5] nous avons signalé incidemment que les filtrats de *B. subtilis* auxquels on ajoute du formol, à raison de $0^{cm^3},05$ pour 100^{cm^3} de filtrat, gardent leurs propriétés antagonistes, et cela même, avons-nous pu con-

---

(1) Séance du 21 janvier 1946.

(2) *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 265.

(3) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 213.

Dans cette Note, nous avons montré que les propriétés antagonistes des filtrats de *B. subtilis* n'étaient pas entièrement détruites, même après un chauffage à 125 ou à 130° pendant une demi-heure.

(4) Rappelons qu'il n'était guère possible d'utiliser pour désigner la propriété de détruire les toxines microbiennes, le qualificatif *antitoxique*, car, consacré par un usage d'un demi-siècle, il s'applique exclusivement en microbiologie à la propriété que possèdent les antitoxines de neutraliser les toxines correspondantes. Le néologisme *antidotique* se justifie dans le cas présent, du fait que le terme *antidote* désigne une substance capable d'annihiler la nocivité des poisons, soit en les *décomposant*, soit en se combinant avec eux.

(5) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 213.

stater depuis, lorsqu'un délai de plusieurs semaines s'écoule entre le jour où le formol est ajouté aux filtrats et le moment où l'on fait agir les filtrats formolés sur les bactéries ou sur les toxines microbiennes d'épreuve.

Dans de nouveaux essais, nous avons additionné des filtrats de *B. subtilis*, préparés à partir de cultures de ce germe en milieu Sauton, de formol (0^{cm^3}, 1 de la solution commerciale d'aldéhyde formique pour 100^{cm^3} de filtrat), puis aux filtrats ainsi formolés nous avons fait subir, au bain-marie, un chauffage de 45 minutes à la température de 55°; après quoi nous avons étudié en premier lieu les propriétés antibiotiques des filtrats traités de cette façon, en second lieu leurs propriétés antidotiques, par comparaison dans l'un et l'autre cas, avec les mêmes filtrats non traités.

1° Pour l'étude des propriétés antibiotiques, nous avons opéré comme d'ordinaire ([6]) en prenant comme bactéries d'épreuve, d'une part la bactéridie charbonneuse, d'autre part le bacille diphtérique. Dans des séries de tubes renfermant 4^{cm^3} de bouillon nutritif approprié, on ajoute des quantités variables de filtrats (filtrats nos 85-86-87) et immédiatement après, 1/10 de centimètre cube d'une culture en milieu liquide de la bactérie d'épreuve. On constate l'absence ou la présence de végétation après un séjour à l'étuve (à 35°) de 24 heures pour la bactéridie charbonneuse, de 48 heures pour le bacille diphtérique. Voici, à titre d'exemple, le schéma de l'une de nos expériences :

a. Épreuve à l'aide de la bactéridie charbonneuse.

	Végétation après 24 heures.					
Quantité de filtrat ajouté à 4^{cm^3} de bouillon	2^{cm^3}	1^{cm^3}	1/2	1/4	1/10	0^{cm^3}
Filtrat non formolé et non chauffé	—	—	+	+	+	+
Filtrat formolé et chauffé	—	—	+	+	+	+

b. Épreuve à l'aide du Bacille diphtérique.

	Végétation après 48 heures.					
Quantité de filtrat ajouté à 4^{cm^3} de bouillon	2^{cm^3}	1^{cm^3}	1/2	1/4	1/10	0^{cm^3}
Filtrat non formolé et non chauffé	—	—	—	+?	+	+
Filtrat formolé et chauffé	—	—	—	+?	+	+

2° Pour l'étude des propriétés antidotiques, nous avons fait agir sur la toxine diphtérique, en utilisant notre technique habituelle, d'une part le filtrat de *B. subtilis* non chauffé et non formolé, d'autre part le filtrat chauffé et formolé ([7]). On prépare des mélanges renfermant 1/10 de centimètre cube de toxine diphtérique (représentant 150 doses mortelles pour le Cobaye) et 9/10 de centimètre cube de filtrat. Ces mélanges sont exposés à l'étuve à 37°. Après des délais variables, on éprouve ces mélanges chez le Cobaye. Qu'il s'agisse des mélanges

([6]) Voir pour plus de détails G. Ramon, R. Richou et P. Ramon, *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 543.

([7]) *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 802.

constitués avec les filtrats traités par le formol et la chaleur ou avec les filtrats non traités, les résultats sont les mêmes : la toxine est détruite entièrement en quelques heures, en général en moins de 6 heures.

Il ressort de l'ensemble de nos expériences que ni les *propriétés antibiotiques* des filtrats de culture de *B. subtilis* vis-à-vis de certaines bactéries pathogènes, ni leurs *propriétés antidotiques* à l'égard des poisons microbiens ne sont modifiées lorsque l'on fait agir, au préalable et simultanément sur les filtrats, la chaleur modérée (55°) et le formol dans la proportion de $0^{cm^3},1$ pour 100^{cm^3} de filtrat ([8]).

En dehors de leur intérêt théorique, ces nouvelles constatations, dans le domaine de l'antagonisme microbien, ont une réelle importance technique du point de vue de la préparation et de l'usage thérapeutique éventuel des filtrats ou des extraits de culture du *B. subtilis* (subtiline) ou de germes antagonismes similaires.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur la théorie des surfaces applicables.* Note de M. **Georges Bouligand**.

1. D'après Voss, deux surfaces S_0, S_1 sont dites *applicables* ([1]) s'il existe une famille continue à un paramètre t de surfaces S_t isométriques entre elles quel que soit t, et telles que S_t coïncide avec S_0 pour $t=0$, avec S_1 pour $t=1$. Notre objet principal est le théorème (T) suivant, greffé sur les exemples classiques d'obtention de surfaces ayant un ds^2 donné au moyen de quadratures.

Soit E *un ensemble de surfaces* $M = M(u, v)$ *à courbures continues sur chacune desquelles l'arc image d'un arc rectifiable du plan* (u, v) *est exprimé par l'intégrale d'un élément* $\sqrt{e\,du^2 + 2f\,du\,dv + g\,dv^2}$, *telles en outre que les quadratures donnant* $M(u, v)$ *portent sur des fonctions* (déduites de e, f, g) *où interviennent des signes* $\pm$ *en nombre fini. En remplaçant* (PRINCIPE DU DOUBLE SIGNE) *chaque* $\pm$ *par une fonction mesurable de la variable d'intégration, on passe de* E *à un nouvel ensemble* E^* *résolvant un problème restreint d'isométrie dans le champ des surfaces rectifiables. Entre une paire de surfaces isométriques, s'offrant comme couple isolé dans* E, *il existe une applicabilité par l'entremise des surfaces de* E^*.

([8]) Notons ici que l'action du formol et de la chaleur n'aboutit nullement à la transformation de la substance active plus ou moins complexe du filtrat du *B. subtilis* (subtiline) en une subtance analogue *aux anatoxines* (G. Ramon, *Comptes rendus*, **177**, 1923, p. 1338) ou *aux anaferments* (G. Ramon, *Comptes rendus*, **217**, 1943, p. 562), car, dans une anatoxine, la toxine, sous l'influence du formol et de la chaleur, a perdu son pouvoir toxique, de même que dans l'anaferment, le ferment a perdu son activité diastasique. Or rien de tel en ce qui concerne le filtrat de *Subtilis* formolé et chauffé, qui conserve, nous venons de le montrer, ses propriétés essentielles, antibiotiques, antidotiques. Il n'y a, en aucune façon, transformation de la subtiline en « anasubtiline » dans le sens que nous avons donné aux mots anatoxine, anavenin, anavirus, anaferment etc.

([1]) B. Gambier, *Mémorial Sc. Math.*, **31**, 1928, p. 49 (n° 3).

Les hypothèses de (T) se vérifient dans des exemples déjà signalés ([2]); en particulier les exemples II et III se rattachent à *la recherche de congruences isométriques*, c'est-à-dire telles qu'à une surface arbitraire de l'une, corresponde isométriquement une surface de l'autre, chaque ligne de la première congruence correspondant à une ligne de la seconde. Lorsque les lignes de ces congruences, sur chaque surface qu'elles engendrent, ont pour trajectoires orthogonales des géodésiques, on ne trouve que le cas des moulures cylindriques (congruences des trajectoires orthogonales à un plan parallèle à une direction fixe) avec celui des hélicoïdes de Bour (congruences d'hélices circulaires de même axe et de même pas) : résultats énoncés sans égard à l'existence éventuelle de couples isolés de congruences isométriques. En prenant des congruences formées de courbes horizontales, dont celles situées sur une développable donnée, et invariantes par les translations verticales, on retrouve le *problème restreint de Goursat* [exemple III dans lequel on laisse $\varepsilon_1(v)$ de signe constant].

Dans l'énoncé du théorème (T), chaque fonction mesurable du type ε augmentée de 1 donne 2 fois la fonction caractéristique d'un ensemble mesurable.

Le théorème (T) découle alors de l'existence, entre deux ensembles E_0 et E_1 de points de Ox d'abscisse $x \leqq 1$, d'une chaîne d'ensembles E_t (où le paramètre t croît continûment de 0 à 1) tels qu'en appelant $\mu_t(\sigma)$ la mesure de σE_t (où σ est un segment partiel quelconque du segment 0, 1), la valeur absolue de $\mu_{t+\Delta t}(\sigma) - \mu_t(\sigma)$ soit inférieure au produit de $|\Delta t|$ par un nombre positif fixe.

Pour l'établir, on forme une réunion R_0 d'intervalles disjoints en nombre fini tels que les points élements d'un seul des ensembles R_0^i et E_0, ne donnent qu'une mesure $< 10^{-i}$. Partant de E_1, on construit de même les R_1^i. Le passage continu de R_0^1 à R_1^1 par un ensemble en dépendance continue d'un paramètre et somme d'intervalles disjoints (en nombre limité) s'effectue par une construction finie, et il en est de même des passages analogues de R_0^i à R_0^{i+1} et R_1^i à R_i^{i+1} (dont chacun va élargir de 10^{-i} par exemple l'intervalle de variation du paramètre). C'est seulement aux extrémités de la chaîne ainsi formée qu'on a des ensembles E_0 et E_1 tels que, dans le cas général, les fonctions $\mu_0(x)$, $\mu_1(x)$ correspondantes (obtenues en prenant pour σ le segment 0, x) donnent un diagramme dépourvu de segments rectilignes (alors que ce diagramme est une ligne polygonale finie pour chaque $\mu_t(x)$ intermédiaire).

Dans le problème d'applicabilité le passage de S_0 à S_1 peut donc s'effectuer continûment par des surfaces, 2 à 2 isométriques, et qui, pour les valeurs intermédiaires de t, auront *un nombre fini de lignes anguleuses*. Typique à cet égard est le cas de l'exemple IV.

On est conduit à transgresser l'hypothèse d'intégrabilité par quadratures, mise à la base du théorème (T), quand on prend les congruences isométriques d'hélices coniques impliquées dans le résultat célèbre de Maurice Lévy sur les surfaces spirales. Combinés avec le principe du double signe, les calculs indiqués dans Darboux ([3]), pour obtenir une

---

([2]) G. Bouligand, *Comptes rendus* t. **222**, 1946, p. 120.

([3]) *Leçons sur la théorie des surfaces*, I, 2e éd., livre I, chap. IX, p. 150 et IV, note IV, p. 442 : observer, pour deux congruences isométriques, le caractère différentiel quadratique de l'une au moins des relations entre les paramètres qui fixent une courbe de la première et une courbe de la seconde.

surface lieu du point (x, y, z) telle que $ds^2 = U^2 e^{2v}(du^2 + dv^2)$, conduisent, pour déterminer la fonction $\zeta = e^{-v}z$ (de u seul), à l'équation intégrale

$$\zeta = \int_{u_0}^{u} \varepsilon(u) \sqrt{U'^2 - \frac{U^2}{h^2} - \zeta^2}\, du$$

contenant une fonction de type ε.

2. Dans le problème de Goursat pris sous sa forme générale intervient, à côté du paramètre affectant la congruence isométrique mise en cause, toutes les transformations isométriques verticales $X = x$, $Y = y$, $Z = f(z)$ [avec f *isométrique* c'est-à-dire : primitive au sens Lebesgue d'une fonction $\varepsilon(z)$], et toutes les transformations isométriques horizontales $X = \varphi(x, y)$, $Y = \psi(x, y)$, $Z = z$ (transformations H). Il y aurait lieu de chercher si les solutions ainsi obtenues sont les plus générales. La recherche des transformations (H), en vertu d'un lemme de Lebesgue ([4]) équivaut à trouver deux fonctions $\alpha(x, y)$, $\varepsilon(x, y)$ qui, hors d'un ensemble E d'aire nulle, sont définies, le carré de la seconde égalant 1, et telles que, pour tout cycle simple Γ sur lequel E n'a qu'un sous-ensemble de longueur nulle, les intégrales

$$\int_\Gamma (\cos\alpha\, dx - \sin\alpha)\, dy, \qquad \int_\Gamma \varepsilon(\sin\alpha\, dx + \cos\alpha\, dy)$$

soient nulles. La fonction ε aurait le rôle d'un indice de parité pour le recouvrement du plan horizontal lisse par une feuille de papier froissée, si la superposition se conformait à un processus fini. Ce problème est très ardu ([5]).

M. Léon Binet s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur de faire hommage à l'Académie des sciences d'un exemplaire d'un petit Ouvrage intitulé *Figures de savants français*.

Après avoir rappelé le souvenir de Lelorgne de Savigny, d'Edmond Nocard et de Farabeuf, j'ai écrit cinq chapitres successivement consacrés à Lavoisier, à Brown-Sequard, à Charles Richet, à d'Arsonval et à Charles Achard qui tous, à des titres différents, ont fait honneur à l'Institut.

M. Léon Guillet fait hommage à l'Académie d'un petit volume qu'il vient d'écrire dans la Collection *Que sais-je?*, sur *les Alliages métalliques*. Ce livre montre la part très importante prise par la Science et l'Industrie françaises dans cette question capitale.

([4]) Lebesgue, *Fundam. Math.*, 25 1935, pp. 157-161.

([5]) Chaque fonction φ, ψ a ses dérivées premières p, q astreintes à vérifier $p^2 + q^2 = 1$ hors d'un ensemble de mesure superficielle nulle, cela permet de subdiviser un domaine par des arcs d'aire nulle et d'y faire raccorder par continuité, le long de ces arcs, des intégrales au sens classique (mode d'intégration qui diffère de l'intégration contingente et de l'intégration paratingente).

ÉLECTIONS.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un Membre de la Section de Physique générale, en remplacement de M. *Jean Perrin*, décédé.

Le nombre des votants étant 43,

M. Jean Becquerel obtient	....	26 suffrages
M. Jean Cabannes »	....	16 »

Il y a 1 bulletin blanc.

M. **Jean Becquerel**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation du Gouvernement provisoire de la République.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats au poste de Directeur de l'Observatoire de Strasbourg.

(Renvoi à la Division des Sciences mathématiques.)

M. le **Recteur de l'Académie de Paris** invite l'Académie à lui désigner un de ses Membres qui fera partie du Conseil d'administration du Palais de la Découverte en remplacement de M. Alfred Lacroix, dont les pouvoirs sont expirés et qui est rééligible.

M. **Roger Heim** prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section de Botanique, par le décès de M. *Alexandre Guilliermond*.

M. **Émile Brumpt** prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section d'Économie rurale, par le décès de M. *Gustave Moussu*.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Résumés exhaustifs et problème du Nil.* Note ([1]) de M. **Georges Darmois**.

Nous poursuivons ici l'étude commencée ([2]); les formules de la présente Note sont numérotées à la suite.

Résumés exhaustifs. — Si l'on possède n observations indépendantes $x_i y_i$,

([1]) Séance 15 juillet 1942.

([2]) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 164.

peut-on se contenter d'un résumé, constitué par quelques éléments fonctions des observations, et qui ne laisse échapper aucune information relative au paramètre inconnu? J'ai traité cette question en général dans une communication faite à la Session d'Athènes de l'Institut International de Statistique, en 1936. La forme générale de la solution

$$e^{\alpha(xy)a(m)+\beta(xy)b(m)+\gamma(xy)+c(m)}\,d(xy)$$

admet comme résumé exhaustif

$$\rho_1=\Sigma\alpha(x_iy_i),\qquad \rho_2=\Sigma\beta(x_iy_i).$$

La loi (1) est de ce type, avec le résumé exhaustif

$$X=\Sigma x_i,\qquad Y=\Sigma y_i,$$

et la loi de probabilité du couple XY

$$(6)\qquad \frac{1}{[(n-1)!]^2}X^{n-1}Y^{n-1}e^{-mX-\frac{Y}{m}}d(XY),$$

qui joue le rôle du premier facteur de la loi (5) suffit seule à donner toute l'information relative au paramètre m.

Il est remarquable, comme le signale R. A. Fisher, que la loi (6) est également une solution du problème du Nil.

Elle prend aisément la forme canonique par le changement de variables déjà employé. Nous prendrons

$$u=XY,\qquad v=\frac{Y}{X}.$$

On peut dire que le paramètre m ne figure que dans la loi de probabilité liée de la variable v. On peut se demander si les simplifications qui en résultent dans les problèmes d'estimation de l'inconnue m peuvent être retrouvées dans d'autres solutions.

Appelons (a) une solution du problème du Nil capable d'un résumé exhaustif.

Appelons (b) une solution (a) dont le résumé exhaustif soit lui-même une solution du problème du Nil. On peut trouver toutes les solutions (a) de la forme

$$(7)\qquad e^{\varphi(x,y-m)}\,d(xy).$$

Signalons seulement deux cas très simples, assez généraux. On peut prendre pour φ un polynome entier quelconque (sous certaines réserves évidentes). Par exemple

$$\varphi\equiv-\{x^4+x^2(y-m)^2+(y-m)^4\}.$$

On peut aussi poser

$$\varphi\equiv\Sigma A_i(x)e^{\alpha_i(y-m)}.$$

La solution (1) est de ce deuxième type.

Il est plus difficile évidemment de former des solutions (b). Toutefois, on peut signaler que la loi de Gauss (4) est une solution (b).

En effet, elle comporte un résumé exhaustif

$$X = \frac{\Sigma x_i}{n}, \qquad Y = \frac{\Sigma y_i}{n},$$

dont la loi de probabilité est évidemment

$$(4') \qquad A e^{-\frac{n}{2}\{(X - r\cos m)^2 + (Y - r\sin m)^2\}} d(XY).$$

Ainsi, comme pour la loi (4), les régions à masse invariante sont des couronnes circulaires, et le paramètre m ne figure que dans la loi de probabilité liée de l'angle polaire du point XY.

La question posée par R. A. Fisher fait partie de la théorie de l'estimation des paramètres. En liaison très étroite avec celle-ci, on trouve la théorie des tests qui permettent de juger si la loi de probabilité ainsi estimée est en accord satisfaisant avec les observations. Dans les travaux qu'ils ont consacrés à cette théorie, E. S. Pearson et J. Neyman ont rencontré tout naturellement d'abord les lois à estimation exhaustive, puis les lois dont nous venons de parler, où les régions R à masse invariante sont nommées par eux *régions semblables à l'espace entier.*

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Délais d'attente des appels téléphoniques traités au hasard.* Note de M. **Émile Vaulot**, présentée par M. Émile Borel.

Considérons un groupe de x lignes recevant ensemble en moyenne y appels pendant la durée moyenne d'une communication prise pour unité de temps.

Par hypothèse e^{-t} est la probabilité pour qu'une communication ait une durée supérieure à t.

On suppose que y est $< x$, que les appels se présentent au hasard et qu'il est répondu immédiatement à tous les appels qui se produisent à un instant où il existe au moins une ligne libre. Les appels non servis immédiatement restent en attente jusqu'à ce qu'ils trouvent une ligne libre.

Nous désignerons par Π_j (j pouvant varier de 0 à $+\infty$) la probabilité d'occupation des x lignes avec j appels en attente.

Ces probabilités sont indépendantes de l'ordre dans lequel les appels sont traités. Elles ont les valeurs

$$\Pi_j = \left(\frac{y}{x}\right)^j \frac{y^x}{x!\,\Delta},$$

où nous avons posé

$$\Delta = 1 + \frac{y}{1} + \frac{y^2}{2!} + \ldots + \frac{y^{x-1}}{(x-1)!} + \frac{y^x}{x!}\,\frac{x}{x-y}.$$

On en déduit facilement les probabilités pour qu'un appel ait une durée d'attente supérieure à t, si l'on suppose les appels traités dans l'ordre où ils se présentent.

Or, dans la pratique téléphonique, les appels sont traités, non pas dans l'ordre où ils se présentent, mais *au hasard*.

En adoptant cette dernière hypothèse, désignons par $F_n(t)$ la probabilité pour qu'un appel doive attendre encore pendant une durée supérieure à t, sachant qu'à l'instant considéré il est en attente en même temps que n autres appels. On a

$$F_n(0) = 1 \qquad (n = 0, 1, \ldots).$$

En comparant l'instant où, pour un appel donné, la durée d'attente qui reste à courir est supérieure à t, à l'instant suivant où cette durée sera supérieure à $t - dt$, on a la relation

$$F_n(t) \approx (1 - x\,dt - y\,dt)\,F_n(t - dt) + \frac{n}{n+1}x\,dt\,F_{n-1}(t) + y\,dt\,F_{n+1}(t).$$

On obtient ainsi les équations différentielles en nombre infini auxquelles satisfont les fonctions F_n

$$(1) \qquad (x+y)\,F_n + F'_n = \frac{n}{n+1}x\,F_{n-1} + y\,F_{n+1}.$$

La probabilité pour qu'un appel attende pendant une durée supérieure à t à partir du moment où il se produit sera

$$A(t) = \frac{y^x}{x!\,\Delta}\sum_{n=0}^{n=\infty}\left(\frac{y}{x}\right)^n F(t).$$

En dérivant les équations (1) on peut calculer les coefficients successifs des développements en séries de Mac-Laurin des fonctions F_n et en déduire le développement de $A(t)$. Les deux premiers termes sont

$$A(t) = \frac{y^x}{(x-1)!\,(x-y)\,\Delta}\left(1 - tx\frac{x-y}{y}\log\frac{x}{x-y} + \ldots\right).$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une généralisation des fonctions de Mathieu normées*. Note de M. **Robert Campbell**, présentée par M. Joseph Pérès.

Lorsque l'on écrit l'équation des ondes $\nabla^2 p = -k^2 p$ en coordonnées elliptiques de révolution, définies par les formules

$$x = f\,\text{ch}\,\eta\cos\xi\cos\varphi, \qquad y = f\,\text{ch}\,\eta\cos\xi\sin\varphi; \qquad z = f\,\text{sh}\,\eta\sin\xi,$$

la recherche des solutions de la forme $U(\xi)V(\eta)$ et indépendantes de φ conduit à l'équation différentielle

$$(1) \qquad \frac{d^2U}{d\xi^2} - \text{tang}\,\xi\frac{dU}{d\xi} + (a + k^2f^2\sin^2\xi)\,U = 0$$

dont il s'agit de chercher les solutions de période 2π.

On sait que le même problème relatif à l'équation de Mathieu

$$(2) \qquad \frac{d^2 y}{d\xi^2} + (a + k^2 f^2 \sin^2\xi) y = 0$$

se traite en remarquant que, si k devient nul, l'équation (2) devient celle du mouvement périodique ordinaire, et en cherchant alors, pour $k \neq 0$, une solution sous forme de série trigonométrique. De manière analogue, si k devient nul dans l'équation (1), celle-ci devient l'équation ordinaire de Legendre qui admet pour intégrale périodique $P_n(\sin\xi)$ quand $a = n(n+1)$. Il est donc naturel, au lieu de chercher une solution périodique de (1) sous forme de série trigonométrique, comme l'a fait Ince (*Proc. Edinburgh Math. Society*, 41, 1922-23), de la chercher sous la forme $\sum_0^\infty A_n P_n(\sin\xi)$. Effectivement, tandis que Ince trouvait pour déterminer les coefficients de sa série trigonométrique des relations de récurrence linéaires faisant intervenir 4 termes consécutifs, la méthode indiquée ici n'en fait intervenir que 3, ce qui présente des avantages, et permet d'écrire la condition $g(a, k^2) = 0$ de périodicité des intégrales de (1) sous forme d'équation transcendante où figure une fraction continue se prêtant facilement aux calculs.

Si l'on pose $z = \sin\xi$, $U = \sum_0^\infty A_n P_n(z)$, l'équation (1) devient

$$(3) \qquad (1 - z^2)\frac{d^2 U}{dz^2} - 2z\frac{dU}{dz} + (a + k^2 f^2 z^2) U = 0.$$

En écrivant $z^2 P_n(z)$ sous forme de fonction linéaire homogène de $P_{n+2}(z)$, $P_n(z)$, $P_{n-2}(z)$, on obtient entre les A_n la relation de récurrence

$$A_{n-2} B^n_{n-2} + A_n [B^n_n + a - n(n+1)] + A_{n+2} B^n_{n+2} = 0,$$

où

$$B^n_{n-2} = \frac{n(n-1)k^2 f^2}{(2n-3)(2n-1)}, \qquad B^n_n = \frac{k^2 f^2}{2n+1}\left[\frac{n^2}{2n-1} + \frac{(n+1)^2}{2n+3}\right],$$

$$B^n_{n+2} = \frac{(n+1)(n+2)k^2 f^2}{(2n+3)(2n+5)},$$

la 1re relation étant

$$A_0\left(\frac{k^2 f^2}{3} + a\right) + \frac{2k^2 f^2}{15} A_2 = 0.$$

Comme l'indice saute de 2 en 2, il y a lieu de distinguer entre le cas où les coefficients A_n sont à indice pair et celui où ils sont à indice impair. L'équation $g(a, k^2) = 0$ s'écrit, pour les indices pairs :

$$\frac{f^2 k^2}{3} + a = \frac{u_2}{v_2 -}\;\frac{u_4}{v_4 -}\cdots\;\frac{u_{2p}}{v_{2p} -}\cdots,$$

et pour les indices impairs :

$$\frac{1}{2.3}\left(1+\frac{4}{5}\right)k^2f^2+\frac{a}{1.2}-1=\frac{u_3}{v_3-}\frac{u_5}{v_5-}\cdots\frac{u_{2p+1}}{v_{2p+1}-}\cdots,$$

où

$$u_0=\frac{2k^4f^4}{3^2\times 15},\quad u_n=\frac{n(n-1)k^4f^4}{(n-2)(n+1)(2n-3)(2n-1)^2(2n+1)},\quad v_n=\frac{B_n^n+a}{n(n+1)}-1.$$

Les fractions continues convergent rapidement. Les coefficients A_n se calculent, à un facteur près, par la formule

$$\frac{A_n}{A_{n-2}}=\frac{B_{n-2}^n}{n(n+1)}\overset{\infty}{\underset{n}{\Phi}}\frac{u_n}{1-\dfrac{a+B_n^n}{n(n+1)}},$$

qui prouve que la série $\Sigma A_n P_n$ converge rapidement. Les intégrales périodiques sont normables comme les fonctions de Mathieu : si l'on désigne par $pe_n(z)$ celle qui se réduit pour $k=0$ au polynome $P_n(z)$, il suffira de choisir le facteur constant pour que $\int_{-1}^{+1} pe_n^2(z)\,dz$ soit égal à $\frac{2}{2n+1}$.

La seconde solution, pour les mêmes valeurs de a et de k^2, n'est pas périodique, mais se développe facilement en série convergente de fonctions de Legendre de seconde espèce, grâce aux mêmes formules de récurrence. On a ainsi l'intégrale générale.

Généralisation. — Si l'on s'intéresse maintenant aux ondes telles que p dépende aussi de φ, et soit de la forme

$$p=\cos^{\gamma-\frac{1}{2}}\xi.\operatorname{ch}^{\gamma-\frac{1}{2}}\eta.U(\xi).V(\eta).\cos\left(\gamma-\frac{1}{2}\right)\varphi,$$

l'équation (3) est remplacée par la suivante

$$(1-z^2)\frac{d^2U}{dz^2}-(2\nu+1)z\frac{dU}{dz}+(a+k^2f^2z^2)U=0$$

qui se réduit, pour $k=0$, à l'équation de Gegenbauer, laquelle admet une intégrale périodique si $a=n(n+2\nu)$. Comme ci-dessus, on cherche U sous la forme $\sum_0^\infty A_n C_n^\nu(z)$ de série de polynomes de Gegenbauer. On exprime encore $z^2C_n^\nu(z)$ en fonction linéaire homogène de $C_{n+2}^\nu(z)$, $C_n^\nu(z)$, $C_{n-2}^\nu(z)$, et l'on obtient la condition de périodicité sous la forme d'équation transcendante en fraction continue.

RELATIVITÉ. — *Sur la conservation de la masse propre. Sur la notion de fluide parfait.* Note (1) de M. **Olivier Costa de Beauregard**.

Désignons par ρ_0, V^i et $-f^i$ la densité massique propre, la quadri-vitesse et la quadri-densité de force d'inertie d'un milieu continu; les définitions que

(1) Séance du 21 janvier 1946.

nous avons données récemment ([2]) permettent de s'affranchir de l'hypothèse $V_i f^i = 0$ généralement adoptée, tout en maintenant d'importants théorèmes de conservation que nous allons rappeler. Si τ désigne le temps propre le long des lignes de courant $\mathcal{L}$, δu^i l'élément tridimensionnel d'une cloison $\mathcal{C}$ du genre espace dans un tube d'Univers, représentant l'état courant d'une goutte matérielle, la variation d'impulsion-énergie pondéromotrice s'écrira

$$(1)\qquad \int_{\mathcal{L}} d\tau \iiint_{\mathcal{C}} V_j(f^i \delta u^j - f^j \delta u^i) = \iiiint f^i [dx^1\, dx^2\, dx^3\, dx^4] - \int d\tau \iiint (V_k f^k)\, \delta u^i;$$

avec notre hypothèse $V_k f^k \neq 0$, l'expression $f^i - \partial_j(\rho_0 V^i V^j)$ n'est plus nulle.

Pour $\mathcal{L}$ et $\mathcal{C}$ infinitésimales, l'expression (1) représente la variation élémentaire d'impulsion-masse d'une gouttelette, et l'on voit que cè quadrivecteur est identiquement orthogonal à V_i; l'impulsion-masse $\delta p^i = (\rho_0 V_k \delta u^k) V^i$ se conserve donc en module, ainsi que l'hyperflux

$$(2)\qquad m_0 = \iiint_{\mathcal{C}} \rho_0 V_k \delta u^k$$

attaché à nn tube de courant d'Univers; il suit de là l'importante relation (3_1) ([3]) ainsi que, $\delta p'^i$ désignant notre *fausse impulsion-masse* ([4]), les (3_2)

$$(3)\qquad \partial_k(\rho_0 V^k) = 0, \qquad V_k \delta p^k = V_k \delta p'^k = -c^2 \delta m_0.$$

Enfin, remarquons que l'action élémentaire $V_k \delta p^k d\tau$ s'écrit ([5])

$$(4)\qquad d\,\delta\mathfrak{A} = -c^2 \rho_0\, dx^i\, \delta u_i = -c^2 \rho_0 [dx^1\, dx^2\, dx^3\, dx^4].$$

L'expression $\delta u_0 = V_k \delta u^k$ mérite le nom de *volume matériel élémentaire invariant* parce que, dans le repère galiléen entraîné, le volume élémentaire considéré simultanément lui est égal. Convenons d'appeler *incompressible* ([6]) un fluide au sein duquel l'expression

$$(5)\qquad u_0 = \iiint V_k \delta u^k,$$

([2]) *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 743.

([3]) La formule (3_2) et toutes celles qui l'accompagnent dérivent très simplement des hypothèses classiques $f^i = \partial_j(\rho_0 V^i V^j)$, $V_i f^i = 0$.

([4]) *Journal de Mathématiques*, **22**, fasc. II, 1943, p. 132.

La condition pour que les résultats (2), (3) et (4) subsistent avec notre tenseur inertique asymétrique $\rho^0 U^i V^j$ et que le quadrivecteur $U^i - V^i$, déjà orthogonal à V^i, le soit aussi à V'^i (*Comptes rendus*, **218**, 1943, pp. 31-33; *Journ. Math.*, *op. cit.*, pp. 133-136).

([5]) M. L. de Broglie a indiqué ce résultat à propos de l'invariant ω_1 de la théorie de Dirac (*L'Électron magnétique*, Paris, 1934, pp. 223-224).

([6]) Notre *fluide incompressible* est, pour M. de Laue, *de moindre compressibilité*; nous ne pensons pas notre terminologie moins heureuse que celle de *corps solide*, qu'on conserve en relativité, étant bien entendu que tout élément de volume en mouvement subit la construction de Lorentz [*Théorie de la Relativité* (trad. G. Létang), **1**, 1924, p. 299].

se conserve le long de tout tube de courant; on voit qu'un tel fluide sera équivalemment caractérisé par l'une ou l'autre relation

$$(6) \qquad \partial_i V^i = 0, \qquad \rho_0 = \text{const.}$$

Faisons alors l'hypothèse (7_1), suivant laquelle la densité de force d'inertie $-f^i$ est un quadri-gradient; nous allons montrer, ce qui semble vraiment paradoxal, que le fluide est alors incompressible ([7]), et que c'est seulement moyennant l'hypothèse supplémentaire (7_2) qu'on peut retrouver en relativité une propriété bien connue des fluides non visqueux :

$$(7) \qquad f^i = \partial^i \varpi, \qquad V_i f^i = 0.$$

Soient $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ deux états successifs d'une même goutte, $\mathfrak{T}$ la portion d'hyperparoi correspondante; le second membre de (1) s'écrit

$$\iiiint \partial^i \varpi [dx^1 dx^2 dx^3 dx^4] - \iiint_{\mathcal{C}_2 - \mathcal{C}_1} \varpi \, \delta u^i,$$

expression dans laquelle on reconnaît l'impulsion masse $\iiint_{\mathfrak{T}} \varpi \, \delta u^i$ fournie par les forces superficielles; on déduit de là la relation

$$(8) \qquad \iiint_{\mathcal{C}_2 - \mathcal{C}_1} (\rho_0 V^i V^j + \varpi \delta^{ij}) \, \delta_{uj} = \iiiint \partial^i \varpi [dx^1 dx^2 dx^3 dx^4]$$

qui, pour $\mathcal{C}$ et $\mathfrak{T}$ infiniment petites, se réduit à

$$(8') \qquad \delta m_0 \, dV^i + d(\varpi \delta u^i) = \partial^i \varpi \, \delta u_0 \, d\tau;$$

multipliant par V_i, et se rappelant que $V_i \delta u^i = \delta u_0$, on trouve

$$V_i \, d(\delta u^i) \equiv V_i \, d(\delta u^i_0) = 0,$$

d'où l'on conclut bien que le quadrivolume élémentaire *propre* δu_0 se conserve en module le long du tube.

Joignons alors à (7_1) l'hypothèse (7_2); dans (1), le second terme est nul *a priori*, et le second terme du premier membre de (8) ne s'introduit plus; on peut donc écrire la formule classique (9_1) et, compte tenu de (3_1), en tirer la formule (9_2) que nous devons à M. É. Durand

$$(9) \qquad f^i = \partial_j (\rho_0 V^i V^j), \qquad f^i = \rho_0 V'^i;$$

d'après (7_1), le quadri-vecteur V'^i est irrotationnel; en posant $\tau^{ij} = \partial^j V^i - \partial^i V^j$, $\sigma^{ij} = \partial^i V^j + \partial^j V^i$, et, remarquant que $\partial^j V'^i = \partial^j (V_k \partial^k V^i)$, on peut écrire

$$\tau'^{ij} + \frac{1}{2} (\sigma^i_{.k} \tau^{jk} - \sigma^j_{.k} \tau^{ik}) = 0;$$

d'après cette relation, il peut exister, au sein du fluide considéré, des lignes et des tubes de courant d'Univers le long desquels la quadri-vitesse V^i reste irrotationnelle.

([7]) L'hypothèse $f^i = \partial^i \varpi$ ($i = 1, 2, 3, 4$) est beaucoup plus restrictive que l'hypothèse classique $f^0 = \partial^0 \varpi$ ($0 = 1, 2, 3$).

CALCUL MÉCANIQUE. — *Résolution de certaines équations aux dérivées partielles au moyen de la cuve électrolytique.* Note de M. **René Musson-Genon**, présentée par M. Joseph Pérès.

A. Introduction. — Depuis les travaux de MM. Pérès et Malavard, il est devenu classique d'utiliser la cuve électrolytique pour déterminer des fonctions harmoniques satisfaisant à certaines conditions aux limites. L'emploi de l'analogie électrique a, d'autre part, été étendu à des problèmes faisant intervenir d'autres équations aux dérivées partielles que celles de Laplace ([1]). Je me propose d'étendre ces méthodes et d'indiquer une application dans un domaine nouveau.

B. Position du problème et méthode de résolution. — Soit à déterminer, dans un domaine D, une fonction $\varphi(x, y)$ astreinte à certaines conditions aux limites (représentables à la cuve) et vérifiant l'équation

$$(1)\qquad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}=\Psi_\varphi(x, y),$$

où $\Psi_\varphi(x, y)$ est une fonction de x et y connue dans D lorsque φ y est elle-même connue.

1° On peut montrer tout d'abord que si $\varphi_0(x, y)$ est une fonction définie dans D, il est possible, sous des conditions de régularité assez générale, de trouver un relief du fond de la cuve tel que la distribution du potentiel $V(x, y, z)$ dans la cuve redonne, à la surface $z=0$ de cette dernière, la fonction $\varphi(x, y)$. Pour réaliser ce fond, on est amené à utiliser des *portions isolantes* et des *portions conductrices*.

α. *Fond isolant.* — En supposant φ développable en série par rapport à z, et en se bornant à de faibles cotes z, le fond est défini par

$$(2)\qquad \frac{1}{z}\left[\frac{\partial\varphi_0}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{\partial\varphi_0}{\partial y}\frac{\partial z}{\partial y}\right]=-\Delta\varphi_0.$$

Si s représente l'abscisse curviligne comptée sur les lignes de forces du champ vectoriel $\vec{E}_0=-\operatorname{grad}\varphi_0$, l'équation (3) est équivalente à

$$(3)\qquad \frac{d\mathrm{L}z}{ds}=\frac{\Delta\varphi_0(s)}{E_0(s)},$$

qui permet de déterminer $z(s)$ sur chaque ligne de force.

β. *Fond conducteur.* — Toujours en supposant z assez petit, on aura comme équation du fond

$$(4)\qquad \varphi_0(x, y)-\frac{1}{2}\Delta\varphi_0(x, y)\,z^2=\text{const.}$$

([1]) J. Pérès et L. Malavard, *Bull. Soc. Franç. Électr.*, **92**, 1938, p. 145.

La relation (3) n'est plus applicable en un point où $E_0 = 0$; mais alors la relation (4) détermine un fond métallique oblique par rapport à la surface.

2° *Approximations successives.* — Une cuve à fond plat respectant dans le plan $z = 0$ les conditions aux limites fournit expérimentalement une première fonction φ_0^1; la relation (1) permet d'en déduire une fonction $\Psi\varphi_0^1(x, y)$ à laquelle on peut associer un fond modelé F_2 par la relation (3) où $\Delta\varphi_0$ est remplacé par $\Psi_{\varphi_0^1}$; on détermine alors expérimentalement φ_0^2 à la surface de la cuve; φ_0^2 satisfait à $\Delta\varphi_0^2 = \Psi_{\varphi_0^1}$, et ainsi de suite. Si la série des approximations converge, on a, à la limite, la fonction φ cherchée.

Remarque. — Supposons que (1) soit du type

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + f(x)\frac{\partial\varphi}{\partial x} + g(y)\frac{\partial\varphi}{\partial y} + h\varphi = 0. \tag{5}$$

a. Si $h = 0$, on peut satisfaire à (2), compte tenu de (5), en prenant

$$z_1 = X(x)\,Y(y) \qquad \text{avec} \quad \frac{1}{X}\frac{dX}{dx} = f(x) \quad \text{et} \quad \frac{1}{Y}\frac{dY}{dy} = g(y). \tag{6}$$

Le fond de la cuve est alors déterminé directement sans approximations successives.

b. Si $h \neq 0$, z_1 étant déterminé par (6), posons $\xi z = z_1$, ξ est alors défini par (3') d'emploi plus commode que (3)

$$\frac{dL\xi}{ds} = -\frac{h_0\varphi_0}{E_0}. \tag{3'}$$

C. Application a l'électromagnétisme. — Une distribution du champ électromagnétique de révolution peut être décrite au moyen d'une seule fonction scalaire φ. En utilisant les coordonnées cylindriques habituelles, on a

$$E_z = \frac{K}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial r} \qquad \text{et} \qquad E_r = -\frac{K}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial z}, \tag{7}$$

où K est une constante de proportionnalité.

La fonction φ satisfait à une équation aux dérivées partielles du type (5) avec $h \neq 0$.

Dans le cas bien connu d'une onde E_0, dans un guide cylindrique, la fréquence étant égale à la fréquence de coupure, la fonction φ satisfait à $\varphi = 0$ sur l'axe et à $\varphi = \text{const.}$ sur la surface du guide. La méthode des approximations successives appliquée à partir d'un fond plat redonne après quatre approximations la distribution connue aux erreurs expérimentales près, qui permettent une précision satisfaisante.

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *Sur les masses dans un système d'étoiles non séparées à l'observation.* Note de M. **Georges Durand**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Je me propose d'étudier l'application de la relation masse-luminosité à un ensemble d'étoiles observées globalement : bien qu'indéterminées, les masses

sont comprises dans des intervalles suffisamment restreints pour donner lieu à d'utiles résultats ([1]).

La relation masse-luminosité établie par voie *statistique* est généralement une fonction linéaire $\lambda = a\,M_b + c$ entre le logarithme de la masse, $\lambda = \log \mu$, et la magnitude absolue bolométrique M_b d'une étoile; a et c sont des constantes qu'on calcule au moyen des masses et magnitudes d'étoiles connues. La relation masse-luminosité d'Eddington, issue de considérations théoriques, est de la forme $\lambda = f(G)$, avec $G = M_b + 2 \log (T/T_0)$, T étant la température effective de l'étoile et T_0 une température effective arbitraire; G est ainsi une magnitude absolue bolométrique réduite à la température T_0; de plus la relation d'Eddington peut être mise sous une forme linéarisée $\lambda = \alpha\,G + \lambda_0$, où λ_0 est constant et α varie peu, ce qui la rapproche des relations statistiques. Il est donc avantageux de continuer à considérer la relation d'Eddington, puisqu'*elle comprend comme cas particuliers les relations statistiques*, indépendantes de la température effective ([2]).

Les résultats qui vont suivre sont d'ailleurs valables quelle que soit la relation masse-luminosité adoptée. Aussi désignerai-je simplement par $\mu(G)$ ou $\lambda(G)$ la *fonction* qui représente la masse ou son logarithme, étant entendu que la variable G doit être remplacée par M_b dans le cas de la relation statistique.

Soit m la magnitude apparente visuelle *totale* observée pour le système d'étoiles, de magnitudes respectives inconnues $m_1, m_2, \ldots, m_k, \ldots, m_n$, avec $m_k \leqq m_{k+1}$. Posant $\xi_k = 2{,}5 \log k$, j'ai d'abord les inégalités

$$m + \xi_n \geqq m_1 > m, \qquad m_2 > m + \xi_2, \qquad \ldots, \qquad m_k > m + \xi_k, \qquad \ldots, \qquad m_n \geqq m + \xi_n.$$

Si les étoiles sont voisines les unes des autres, ces inégalités subsistent quand on substitue aux magnitudes apparentes $m, m_1, m_2, \ldots, m_n$ les magnitudes absolues $M, M_1, M_2, \ldots, M_n$.

On passe de la magnitude absolue visuelle à M_b ou à G par addition d'un terme, fonction de la température seule, donc connu à partir du type spectral. Soit, par exemple, $G = M + U$; vu la faible valeur absolue de U pour la plupart des types spectraux, l'erreur due à son indétermination est négligeable devant celle qui affecte une magnitude absolue, de sorte qu'on peut prendre ici une valeur moyenne résultant de l'observation globale du système.

Finalement, les inégalités précédentes donnent pour les *masses individuelles*

---

(1) Pour deux étoiles, j'ai déjà formulé et appliqué cette remarque (*Annales Obs. Toulouse*, **11**, 1935, p. 215), laquelle est à la base de la *Thèse* de M. Henry Berthomieu (Paris, 1945). Ici je traite le cas général de n étoiles.

(2) Il suffit de prendre α constant et $T = T_0$. Pratiquement l'emploi de la relation d'Eddington n'est pas plus compliqué, une étude complète en ayant été faite, avec des Tables appropriées (Voir G. Durand, *Annales Obs. Toulouse*, **15**, 1939, p. 117), et les valeurs obtenues diffèrent peu d'une relation à une autre.

inconnues $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_k, \ldots, \mu_n$ des étoiles du système ($\mu_k \geqq \mu_{k+1}$)

$$\mu(G+\xi_n) \leqq \mu_1 < \mu(G), \quad \mu_2 < \mu(G+\xi_2), \quad \ldots, \quad \mu_k < \mu(G+\xi_k), \quad \ldots, \quad \mu_n \leqq \mu(G+\xi_n).$$

Soit maintenant $\sigma_n = \mu_1 + \mu_2 + \ldots + \mu_n$ la *masse totale* du système, dont la considération est plus fréquente dans les applications. Sous des conditions largement satisfaites par les relations masse-luminosité des divers auteurs, j'établis la double inégalité

$$\mu(G) < \sigma_n \leqq n\mu(G+\xi_n).$$

Soit enfin à étudier l'*erreur* commise lorsqu'on applique la relation masse-luminosité à une étoile qui apparaît simple alors qu'en réalité elle est multiple, les composantes étant au nombre de n. Avec les mêmes notations, la relation masse-luminosité donne une masse erronée $\mu(G)$ tandis que la valeur exacte est σ_n. D'après ce qui précède, on a pour l'*erreur relative* $\mathcal{E}_r$

$$0 < \mathcal{E}_r \leqq 1 - \frac{\mu(G)}{n\mu(G+\xi_n)}.$$

Cette formule montre que l'erreur est toujours *par défaut* et elle permet, dans chaque cas particulier, G et n étant donnés, d'en calculer une limite supérieure.

On peut aussi se faire une idée, d'une façon tout à fait générale, de l'ordre de grandeur de celle-ci. En effet le dernier rapport écrit, soit ρ, est une fonction décroissante de G, de sorte qu'on a toujours, pour la relation d'Eddington, $\mathcal{E}_r < 1 - n^{-17/22}$. Pour les relations statistiques $\lambda = aM_b + c$, la variable M_b remplace G dans le rapport ρ et je montre que $\mathcal{E}_r < 1 - n^{-2,5a-1}$ quel que soit M_b; si l'on considère, par exemple, les relations les plus récentes, celle de Russel et Moore ([3]) et celle de M. P. Baize ([4]), on a respectivement $\mathcal{E}_r < 1 - n^{-0,738}$ et $\mathcal{E}_r < 1 - n^{-0,720}$. On voit combien faible est l'écart entre les différentes relations. Ainsi le cas $n = 2$, particulièrement important, donne $\mathcal{E}_r < 0,40$ à 0,01 près pour les trois relations considérées.

Tous ces résultats sont susceptibles d'applications variées dans divers domaines : étoiles doubles spectroscopiques, binaires à éclipses, amas etc. Ils conduisent aussi à préciser la relation masse-luminosité elle-même, en permettant de tenir compte des étoiles multiples, traitées à tort comme simples (d'où une erreur toujours de même signe), qui se glissent inévitablement dans les études ou vérifications statistiques de la relation.

([3]) *The Masses of the Stars*, Chicago, 1940.

([4]) *Bull. de la Soc. Astr. de France*, 57, 1943, p. 101.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sources et flux d'entropie.* Note [1] de M. **I. Prigogine**.

1. Étant donnée une variable extensive F, dont la densité volumique est f, on a le bilan

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{\partial \mathcal{F}^i(\mathrm{F})}{\partial x^i} + \sigma(\mathrm{F}) \qquad (i = 1, 2, 3), \tag{1}$$

où le vecteur $\mathcal{F}(\mathrm{F})$ est *le flux* associé à F et où le scalaire $\sigma(\mathrm{F})$ est *la source* de F. Proposons-nous de calculer le flux et les sources d'entropie [2]. Pour cela, étendons la formule fondamentale de Gibbs aux systèmes non uniformes. Cette formule peut s'écrire sous la forme

$$\mathrm{T}\frac{\partial s v^\alpha}{\partial x^\alpha} = \frac{\partial e v^\alpha}{\partial x^\alpha} + \mathrm{P}\frac{\partial v^\alpha}{\partial x^\alpha} - \sum_\gamma \mu_\gamma \frac{\partial \rho_\gamma v^\alpha}{\partial x^\alpha} \qquad (\alpha = 1, \ldots, \gamma), \tag{2}$$

ou x^1, x^2, x^3 sont les coordonnées spatiales; $x^4 \equiv t$ (temps); $v^i (i = 1, 2, 3)$ la vitesse barycentrique de la matière $v^4 \equiv 1$; T la température absolue; s la densité de l'entropie S; e celle de l'énergie interne E; P la pression (pression de Lamb si le milieu est visqueux); μ_γ le potentiel chimique par unité de masse; ρ_γ la densité de la masse m_γ. La formule (2) s'écrit encore

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial s v^i}{\partial x^i} = \frac{1}{\mathrm{T}}\frac{\partial e}{\partial t} + \frac{1}{\mathrm{T}}\frac{\partial e v^i}{\partial x^i} + \frac{\mathrm{P}}{\mathrm{T}}\frac{\partial v^i}{\partial x^i} - \sum_\gamma \frac{\mu_\gamma}{\mathrm{T}}\frac{\partial \rho_\gamma}{\partial t} - \sum_\gamma \frac{\mu_\gamma}{\mathrm{T}}\frac{\partial \rho_\gamma v^i}{\partial x^i}. \tag{3}$$

Grâce à (1) et (3), on trouve directement

$$\mathcal{F}^i(\mathrm{S}) = s v^i + \frac{[\mathcal{F}^i(\mathrm{E}) - e v^i] - \mathrm{P} v^i - \sum_\gamma \mu_\gamma [\mathcal{F}^i(m_\gamma) - \rho_\gamma v^i]}{\mathrm{T}}, \tag{4'}$$

$$\sigma(\mathrm{S}) = -\frac{\mathcal{F}^i(\mathrm{E}) - e v^i}{\mathrm{T}^2}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x^i} - v^i \frac{\partial \frac{\mathrm{P}}{\mathrm{T}}}{\partial x^i} - \sum_\gamma [\mathcal{F}^i(m_\gamma) - \rho_\gamma v^i] \frac{\partial \frac{p_\gamma}{\mathrm{T}}}{\partial x^i} + \frac{\sigma(\mathrm{E})}{\mathrm{T}} - \sum_\gamma \frac{p_\gamma \sigma(m_\gamma)}{\mathrm{T}}. \tag{4''}$$

La source d'entropie se décompose ainsi en trois sortes de termes : ceux relatifs aux gradients des variables intensives T, P, μ_γ; celui relatif à la dégradation de l'énergie et celui relatif aux réactions chimiques. Le second principe de la thermodynamique postule que la source d'entropie est *définie positive ou nulle.*

2. Pour donner à (4) des formes plus explicites, observons que

$$\mathcal{F}^i(m_\gamma) = \rho_\gamma v^i + \rho_\gamma \Delta^i_\gamma; \qquad \sigma(m_\gamma) = \mathrm{M}_\gamma \nu_\gamma \ddot{\mathbf{v}}; \qquad \mathcal{F}^i(\mathrm{E}) = e v^i + \mathrm{W}^i + \mathrm{P} v^i \tag{5}$$

---

[1] **Séance du 9 juillet 1945.**

[2] G. Meixner, *Ann. Physik*, (5), **36**, 1939, p. 105; **40**, 1941, p. 165; **41**, 1942, p. 403; *Zeits. phys. Chem.*, B, **53**, 1943, p. 235; J. Géhéniau, *Bull. Acad. Roy. Belgique*, Cl. des Sc., (5), séances du 11 avril 1942 et du 9 janvier 1943; J. E. Verschaffelt, *Bull. Acad. Roy. Belgique*, Cl. des Sc., (5), séance du 6 juin 1942; C. Eckart, *Phys. Rev.*, **58**, 1940, pp. 267, 269.

où Δ_γ est le vecteur de diffusion relativement au mouvement barycentrique, M_γ la masse molaire de γ, ν_γ son coefficient stœchiométrique dans la réaction effectuée par le système, $\overset{\vee}{v}$ la vitesse réactionnelle par unité de volume; enfin, W^i est le flux calorifique. Grâce à (5), (4) s'écrit

$$(6')\qquad \mathcal{F}^i(S) = sv^i + \frac{W^i + \sum_\gamma \mu_\gamma \rho_\gamma \Delta^i_\gamma}{T};$$

$$(6'')\qquad \sigma(S) = -\frac{W^i}{T^2}\frac{\partial T}{\partial x^i} - \frac{v^i}{T}\frac{\partial P}{\partial x^i} - \sum_\gamma \rho_\gamma \Delta^i_\gamma \frac{\partial \frac{\mu_j}{T}}{\partial x^i} + \frac{\sigma(E)}{T} - \sum_\gamma \frac{\nu_\gamma \mu_\gamma M_\gamma \overset{\vee}{v}}{T}.$$

La formule (6′) est due à Meixner (*loc. cit.*).

3. Remarquons que l'on a, en vertu du premier principe de la thermodynamique,

$$(7)\qquad \sigma(U) = \sigma\left(E + L + \sum_\gamma O + R\right) = 0,$$

où U désigne l'énergie totale, L l'énergie cinétique, O_γ l'énergie potentielle du constituant γ, R l'énergie rayonnante. Or

$$(8)\qquad \sigma(O_\gamma) = \rho_\gamma F^i_\gamma v^i_\gamma; \qquad L = L_b + L_d,$$

où F^i_γ est la force extérieure par unité de masse de γ, v_γ la vitesse de γ, L_b l'énergie cinétique barycentrique, L_d celle de diffusion. D'autre part, l'équation fondamentale de la dynamique appliquée au mouvement barycentrique donne

$$(9)\qquad \sigma(L_b) = \sum_\gamma F^i_\gamma \rho_\gamma v^i + (P^{ij} - P\delta^{ij})\frac{\partial v^j}{\partial x^i} - v^i\frac{\partial P}{\partial x^i},$$

où P^{ij} est le censeur des pressions. Grâce à (7), à (9), (6″) devient

$$(10)\qquad \sigma(S) = -\frac{W^i}{T^2}\frac{\partial T}{\partial x^i} + \frac{1}{T}\sum_\gamma\left(F^i_\gamma - T\frac{\partial \frac{\mu_\gamma}{T}}{\partial x^i}\right)\rho_\gamma \Delta^i_\gamma$$
$$- (P^{ij} - \delta^{ij}P)\frac{\partial v^i}{\partial x^i} - \sum_\gamma \frac{\mu_\gamma \nu_\gamma M_\gamma \overset{\vee}{v}}{T} - \frac{\sigma(L_d)}{T} - \frac{\partial(R)}{T}.$$

Dans les systèmes sans rayonnement, on retrouve ainsi la formule que Géhéniau (*loc. cit.*) a déduite de la *Mécanique statistique* de De Donder ([3]). Si, en outre $\sigma(L_d) = 0$, on retouve la formule de Meixner. Les équations ainsi obtenues s'appliquent à un vaste ensemble de phénomènes macroscopiques (diffusion, thermodiffusion, photochimie, viscosité) et s'étendent sans difficulté au cas de plusieurs phases.

([3]) *Théorie nouvelle de la Mécanique statistique*, Paris, 1938; *Énergétique*, Paris, 1939.

CHALEUR. — *Détermination du rayonnement des corps métalliques à partir de mesures de convection naturelle dans l'air à la pression ordinaire.* Note [1] de M. **Pierre Vernotte**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons déduit d'expériences variées [2] [fils fins de platine, ellipsoïde d'argent, en enceinte fermée assez grande; cylindres concentriques de duralumin [3]; thermomètres [4] à mercure, cylindre de fer, exposé à l'air] que le coefficient α de convection naturelle était lié à l'écart de température θ par une loi ayant la forme suggérée par la théorie

$$(1) \qquad \alpha = \alpha_0 + A\theta^{\frac{1}{6}}(1 + B\theta),$$

le terme $B\theta$ pouvant être facilement négligeable (dans les trois derniers cas). α_0 représente l'effet de la conduction pure, calculable *a priori* [5].

Ce que donne directement l'expérience, après correction éventuelle [6] des perturbations dues aux rayonnements étrangers, c'est, en fonction de l'écart θ, le coefficient h d'échange global, qui contient en plus les effets du rayonnement proprement dit. On les calcule *a priori* lorsqu'ils sont, ou bien connus (cas du platine), ou très petits (cas des métaux polis très conducteurs). C'est alors qu'on peut tirer la loi (1) des données expérimentales.

Le phénomène de convection étant indépendant du rayonnement, on peut étendre la loi (1) aux cas où le rayonnement est relativement important et inconnu *a priori*. On peut alors, du coefficient global d'échange, déduire le rayonnement; nous allons indiquer comment.

On retranche tout d'abord, des valeurs expérimentales de h, le terme α_0 calculé par la conductibilité thermique du fluide à la température de l'enceinte. Le terme $B\theta$ est d'autre part supposé négligeable : dans le cas du cylindre sur lequel nous avons opéré, et dont les dimensions étaient de quelques centimètres, cela permet des écarts de plusieurs dizaines de degrés.

Le coefficient $h' = h - \alpha_0$ qui subsiste est alors la somme du terme en $\theta^{1/6}$ et du terme de rayonnement. Ce dernier dépend de θ, et d'une manière inconnue, ce qui semble s'opposer à la discrimination entre le terme convectif en $\theta^{1/6}$ et le rayonnement.

En réalité, θ est très modéré, et, dans le domaine de température étroit correspondant, on peut considérer le corps rayonnant comme un corps gris, défini par suite par une seule propriété, le pouvoir émissif e.

---

(1) Séance du 2 janvier 1946.
(2) *Comptes rendus*, 219, 1944, p. 675.
(3) *Congrès national de l'Aviation Française*, 1945, rapport n° 601.
(4) *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 447.
(5) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 691.
(6) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 174.

Soit alors σ le coefficient de la loi de Stefan. La puissance effectivement dissipée par l'unité de surface du corps sous l'effet du rayonnement, s'écrira, T_0 étant la température absolue de l'enceinte, $e\sigma[(T_0+\theta)^4-T_0^4]$. Il lui correspond le coefficient d'échange obtenu en divisant par θ, et l'on peut formuler

$$h' = A\theta^{1/6} + e\sigma[(T_0+\theta)^4 - T_0^4]:\theta.$$

La discrimination cherchée viendra, en fait, de ce que le premier terme tend vers zéro avec θ, tandis que le second reste fini. Adoptant la variable auxiliaire

$$\varphi = [(T_0+\theta)^4 - T_0^4]\,\theta^{-\frac{7}{6}},$$

on écrit

$$h'\theta^{-\frac{1}{6}} = A + e\sigma\varphi.$$

A partir de la température T_0 de l'enceinte (21°C. dans nos expériences), on dresse une table donnant φ en fonction de θ. φ admet un minimum vers 35°C., d'où il suit que θ n'est pas fonction univoque de φ, mais cela n'offre aucun inconvénient réel.

En portant donc, sur un graphique, les valeurs de $h'\theta^{-\frac{1}{6}}$ en fonction de φ, on trouve une droite dont la pente $e\sigma$ donne immédiatement le pouvoir émissif e cherché. Bien entendu, on songera, en tirant la droite, que l'ensemble des points relatifs aux valeurs élevées de θ (les plus précis) est très ramassé, tandis que les points, moins sûrs, correspondant aux plus petites valeurs de θ, sont anormalement étalés. Il va donc de soi que la mesure de e ne peut être précise que si les petits écarts θ sont bien connus, c'est-à-dire si l'appareil n'est pas rudimentaire au point de ne pas permettre la comparaison différentielle des températures du corps dissipant et de l'enceinte ou du fluide ambiant.

En tout état de cause, l'appareil à mesure de rayonnement (dont l'emploi n'est pas restreint à la température ordinaire) est très simple et ne comporte aucune opération délicate. Nous avons expérimenté sur un cylindre de fer nu, un peu oxydé, et sur le même cylindre recouvert sur une grande partie de sa surface par un fil fin chauffant guipé au coton (on identifiait alors la température de la surface rayonnante avec celle, effectivement très voisine, de la masse de fer). Nous avons trouvé les nombres, très plausibles, de 0,25 et 0,80 pour les pouvoirs émissifs du fer un peu oxydé et du coton.

ÉLECTRICITÉ. — *Détermination des ensembles de circuits couplés à n degrés de liberté ayant les mêmes fréquences propres qu'un ensemble donné de circuits couplés, à n degrés de liberté.* Note de M. **Maurice Parodi.**

Nous représenterons par l_{ii}, r_{ii}, s_{ii} la self-inductance totale, la résistance totale et l'élasticité (inverse d'une capacité) totale du circuit de rang i, par l_{ik}, r_{ik}, s_{ik} la self-inductance, la résistance et l'élasticité communes aux circuits de rangs

i et k. En représentant par x_i la quantité d'électricité qui circule dans le circuit de rang i, à un ensemble de n circuits couplés, on peut faire correspondre les trois formes linéaires

$$T = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} l_{ik}\dot{x}_i\dot{x}_k, \qquad U = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} s_{ik}x_i x_k, \qquad F = \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} r_{ik}\dot{x}_i\dot{x}_k,$$

et les trois matrices associées $(T) = (l_{ik})$, $(U) = (s_{ik})$, $(F) = (r_{ik})$.

L'équation aux fréquences propres du système, en posant $p = i\omega$, s'écrit

$$(1) \qquad |((T)p^2 + (F)p + (U))| = 0,$$

$|(z)|$ représentant le déterminant correspondant à la matrice (Z).

Faisons sur les quantités d'électricité x_i le changement de variables

$$x_i = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} y_k \qquad \text{ou} \qquad (x) = (A)(y),$$

(A) représentant la matrice formée avec les coefficients a_{ik}.

En portant ces valeurs des x_i dans les formes linéaires envisagées, on obtient de nouvelles formes $\mathfrak{T}$, $\mathfrak{U}$ et $\mathfrak{F}$ en y_k, auxquelles correspondent les matrices $(\mathfrak{T})$, $(\mathfrak{U})$ et $(\mathfrak{F})$.

Il est facile de montrer que l'on a (¹)

$$(\mathfrak{T}) = (A')(T)(A),$$
$$(\mathfrak{U}) = (A')(U)(A),$$
$$(\mathfrak{F}) = (A')(F)(A),$$

(A') étant la matrice transposée de (A).

On aura ainsi les éléments constitutifs, fonctions des a_{ik}, de n circuits couplés constituant un nouvel ensemble : on aura tous les ensembles possibles en donnant aux a_{ik} toutes les valeurs possibles.

L'équation aux fréquences propres de l'un de ces nouveaux ensembles est

$$|[(\mathfrak{T})p^2 + (\mathfrak{F})p + (\mathfrak{U})]| = 0,$$

c'est-à-dire

$$|(A')[(T)p^2 + (F)p + (U)](A)| = 0.$$

Comme le déterminant d'un produit de matrices est égal au produit des déterminants de ces matrices, il s'ensuit que l'équation aux fréquences propres s'écrit

$$|(A')|\,|[(T)p^2 + (F)p + (U)]|\,|(A)| = 0$$

(¹) Voir par exemple G. JULIA, *Introduction mathématique aux théories quantiques*, **1**, p. 113.

ou encore

$$|[(T)p^2 + (F)p + (U)]| = 0.$$

C'est précisément l'équation (1).

Le groupe d'ensembles de circuits couplés obtenu en donnant aux a_{ik} toutes les valeurs possibles est donc tel que chaque ensemble ait les mêmes fréquences propres que l'ensemble initial.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur les conditions aux limites dans l'intégration de l'équation des télégraphistes.* Note [1] de M. **Serge Colombo.**

La surface intégrale $z = V(x, t)$, solution de l'*équation des télégraphistes*

$$(1)\qquad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = A\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + B\frac{\partial z}{\partial t} + Cz \qquad (A, B, C : \text{const.}),$$

et passant par les deux courbes données (C_0) et (C_1)

$$(C_0)\qquad x = 0, \qquad z = F(t),$$

$$(C_1)\qquad x = x_1, \qquad z = G(t),$$

s'obtient aisément par le calcul opérationnel d'Heaviside. La méthode consiste à considérer x comme un paramètre en posant

$$v(x, p) \doteqdot V(x, t);$$

dans l'hypothèse $V(x, 0) = (\partial V/\partial t)_{t=0} = 0$ (il s'agit, en effet, de la propagation d'une onde), on trouve

$$(2)\qquad v(x, p) = \frac{\operatorname{sh}(x_1 - x)\gamma}{\operatorname{sh} x_1\gamma} f(p) + \frac{\operatorname{sh} x\gamma}{\operatorname{sh} x_1\gamma} g(p)$$

avec $\gamma^2 = Ap^2 + Bp + C$, $f(p) \doteqdot F(t)$, $g(p) \doteqdot G(t)$.

Soit une ligne électrique ayant pour paramètres caractéristiques r, c, l, g, tels que $lc = A$, $rc + lg = B$, $rg = c$. Alors (2) est l'image symbolique de l'expression donnant les variations de la tension $V(x, t)$ en chaque point de cette ligne, lorsque l'on crée à chacune de ses extrémités les d. d. p.

$$V(0, t) = F(t), \qquad V(x_1, t) = G(t).$$

Or, en pratique, les données sont : 1° la d. d. p. agissant à l'origine; 2° les paramètres caractéristiques de la ligne; 3° *l'impédance symbolique* $Z(p)$ du récepteur placé à l'extrémité $x = x_1$.

En ce qui concerne cette dernière quantité, soit $Z(j\omega)$ la fonction fournissant l'impédance du récepteur correspondant à une d. d. p. sinusoïdale de pulsation ω ($j = \sqrt{-1}$). On doit avoir

$$(3)\qquad \frac{v(x_1, p)}{i(x_1, p)} = Z(p)$$

---

[1] Séance du 21 janvier 1946.

en désignant par $i(x, p)$ l'image de la fonction $I(x, t)$ donnant l'intensité du courant.

En vertu des relations

$$(4) \qquad rI + l\frac{\partial I}{\partial t} = -\frac{\partial V}{\partial x}, \qquad gV + c\frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{\partial I}{\partial x}$$

reliant V et I, ces deux fonctions satisfont à (1). Écrivons comme précédemment

$$v(x, p) = \frac{\operatorname{sh}(x_1 - x)\gamma}{\operatorname{sh} x_1\gamma} f(p) + \frac{\operatorname{sh} x\gamma}{\operatorname{sh} x_1\gamma} g(p) \doteqdot V(x, t),$$

on aura, de par la première des relations (4),

$$i(x, p) = \sqrt{\frac{g + cp}{r + lp}} \left[\frac{\operatorname{ch}(x_1 - x)\gamma}{\operatorname{sh} x_1\gamma} f(p) - \frac{\operatorname{ch} x\gamma}{\operatorname{sh} x_1\gamma} g(p)\right],$$

et de (3) on tire

$$(5) \qquad g(p) = \frac{Z(p).f(p)}{Z(p)\operatorname{ch} x_1\gamma + m \operatorname{sh} x_1\gamma},$$

en posant $\sqrt{(g + cp)/(r + lp)} = 1/m$.

D'où le théorème :

Lorsque l'on applique la d. d. p. $F(t)$ *à l'origine d'une ligne fermée à son extrémité* $x = x_1$ *sur une impédance symbolique* $Z(p)$, *la tension* $V(x, t)$ *en un point quelconque est celle qui résulterait du maintien à l'extrémité* $x = x_1$ *d'une d. d. p. ayant pour image l'expression* (5), *tandis qu'à l'origine* $x = 0$ *on ferait agir simultanément la d. d. p.* $F(t) \doteqdot f(p)$.

Exemple. — Soit une ligne *pupinisée* de façon à réaliser la *condition d'Heaviside* : $rc = lg$, et ayant à son extrémité réceptrice une résistance non inductrice $R = \sqrt{l/c} = m$; lorsque l'on fait agir à l'origine, à partir de l'instant $t = 0$, une d. d. p. constante V_0, tout se passe comme si, à l'extrémité $x = x_1$, on faisait agir simultanément une d. d. p. $U(t)$ telle que

$$V_0 e^{-\gamma x_1} \doteqdot U(t).$$

Ici $\gamma = \sqrt{lc}\,[p + (r/l)]$, donc

$$U(t) = 0 \qquad \text{pour} \quad t < \frac{x_1}{\sqrt{lc}},$$

$$U(t) = V_0 e^{-r\sqrt{\frac{c}{l}}x_1} \qquad \text{pour} \quad t > \frac{x_1}{\sqrt{lc}}.$$

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Passage de l'intégrale des potentiels retardés aux formules de Liénard-Wiechert.* Note [1] de M. **Émile Durand**.

Dans les traités classiques on utilise l'artifice de la sphère s'évanouissant à la vitesse de la lumière et apportant à son centre la contribution de toutes les

---

[1] Séance du 2 janvier 1946.

charges qu'elle rencontre (voir par exemple E. Becker, *Théorie des électrons*, trad. E. Labin, pp. 67-69).

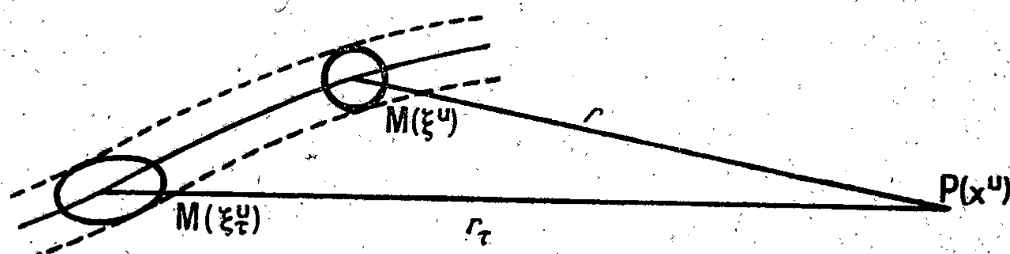
Nous allons donner ici une démonstration purement analytique, utilisant le théorème de Jacobi sur les changements de variables dans les intégrales définies; en outre, nous mettrons bien en évidence la différence de nature entre les grandeurs qui figurent dans l'intégrale et celles que l'on trouve dans les formules de Liénard-Wiechert.

Considérons un nuage d'électricité en mouvement, occupant à chaque instant un volume limité. D'après la théorie de Lorentz le potentiel-vecteur au point $P(x^u)$ $(u=1, 2, 3)$ et au temps t est donné par l'expression

$$\text{(1)} \qquad A^u = \iiint_{\text{(tube)}} r^{-1}[\rho\beta^u]_\tau \, d\xi^1\, d\xi^2\, d\xi^3;$$

r, qui est égal à $\sqrt{(x^1-\xi^1)^2+(x^2-\xi^2)^2+(x^3-\xi^3)^2}$, est une fonction de 6 variables; $[\rho\beta^u]_\tau$ est une fonction des 7 variables ξ^u, x^u, t.

L'intégrale est étendue à tout le domaine, où l'on peut rencontrer de l'électricité depuis $t=-\infty$ jusqu'à $t=+\infty$, c'est-à-dire au tube en pointillés (voir la figure). Cela suppose que l'on s'est donné une répartition spatio-



temporelle de l'électricité dans ce tube qui corresponde bien à un volume limité en mouvement; ρ est une fonction discontinue, car à un instant t elle a une valeur finie à l'intérieur d'un certain volume et une valeur nulle à l'extérieur.

En fait à chaque instant, $\rho_{(\tau)}$ n'est différent de zéro qu'à l'intérieur du volume retardé, si le nuage peut être pris aussi petit qu'on le veut (quasi-ponctuel), r et β^u ont sensiblement la même valeur en tous ses points, et on peut les faire sortir de l'intégrale; mais r perd son caractère de fonction de 6 variables et devient une fonction de x^u et t; son expression sera

$$r=\sqrt{(x^1-\xi^1_\tau)^2+(x^2-\xi^2_\tau)^2+(x^3-\xi^3_\tau)^2};$$

de même β^u perdra son caractère de fonction à 7 variables et deviendra une fonction de τ, donc de x^u et t; sous l'intégrale il reste alors ρ_τ qui, à l'instant considéré, n'indique plus la répartition dans tout le tube, mais la répartition spatiale dans le nuage retardé; en définitive l'équation (1) peut s'écrire

$$\text{(2)} \qquad A^u = [r^{-1}\beta^u]_\tau \iiint_{\text{(vol. ret.)}} \rho(\xi^1_\tau, \xi^2_\tau, \xi^3_\tau)\, d\xi^1_\tau\, d\xi^2_\tau\, d\xi^3_\tau.$$

D'après le théorème relatif aux changements de variables on a

$$(3)\qquad \iiint \rho(\xi_\tau^1, \xi_\tau^2, \xi_\tau^3)\, d\xi_\tau^1\, d\xi_\tau^2\, d\xi_\tau^3 = \iiint \rho(\xi^1, \xi^2, \xi^3) \frac{D(\xi_\tau^1, \xi_\tau^2, \zeta_\tau^3)}{D(\xi^1, \xi^2, \xi^3)}\, d\xi^1\, d\xi^2\, d\xi^3.$$

Il faut donc calculer le jacobien de la transformation qui fait passer de la position actuelle à la position retardée (cette transformation dépend des coordonnées x^u du point P, qui sont bien déterminées, mais quelconques); dans une précédente Note ([2]) nous avons donné l'expression d'une fonction du temps retardé quand on se donne la fonction du temps actuel; dans le cas particulier des ξ^u notre formule s'écrit

$$(4)\qquad \xi_\tau^u = \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{(-1)^n}{n!} (\partial_4)^n [r^n \Delta \xi^u]$$

avec

$$\Delta = 1 + \partial_4 r = 1 - r^{-1} r_u \beta^u.$$

Partant de (4) le calcul conduit à l'expression

$$\frac{\partial \xi_\tau^u}{\partial \xi^v} = [\delta_{uv} + (r\Delta)^{-1} r_v \beta_u]_\tau.$$

Le jacobien a donc pour expression

$$\begin{vmatrix} [1 + (r\Delta)^{-1} r_1 \beta_1] & (r\Delta)^{-1} r_2 \beta_1 & (r\Delta)^{-1} r_3 \beta_1 \\ (r\Delta)^{-1} r_1 \beta_2 & [1 + (r\Delta)^{-1} r_2 \beta_2] & (r\Delta)^{-1} r_3 \beta_2 \\ (r\Delta)^{-1} r_1 \beta_3 & (r\Delta)^{-1} r_2 \beta_3 & [1 + (r\Delta)^{-1} r_3 \beta_3] \end{vmatrix}_{(\tau)}.$$

On trouve aisément qu'il est égal à $[\Delta^{-1}]_\tau$; pour les mêmes raisons que nous avons indiquées plus haut, on peut le faire sortir de l'intégrale dans (3); l'expression (2) devient alors

$$(5)\qquad A^u = [(r\Delta)^{-1} \beta^u]_\tau \iiint \rho(\xi^1, \xi^2, \xi^3)\, d\xi_1\, d\xi_2\, d\xi_3.$$

La dernière intégrale est la charge totale e du nuage; on a donc

$$A^u = e[(r\Delta)^{-1} \beta^u]_\tau.$$

On a ainsi obtenu la formule de Liénard-Wiechert; pour le potentiel scalaire A^4 le calcul est tout à fait analogue; on trouve

$$A^4 = e[(r\Delta)^{-1}]_\tau.$$

ÉLECTRICITÉ. — *Étude à l'oscillographe cathodique des courbes d'établissement d'un courant à travers une électrode à goutte de mercure.* Note ([1]) de M. **François Bon**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons étudié, à l'oscillographe cathodique, les courbes d'établissement du courant avec le temps à l'électrode à goutte de mercure pendant le temps

([2]) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 349.

([1]) Séance du 21 janvier 1946.

que met une goutte à se former. Pour cela on dispose en série, avec l'électrode à goutte polarisée négativement un accumulateur, une résistance connue variable R aux bornes de laquelle est branché l'oscillographe qui fonctionne ainsi en ampèremètre. Les gouttes formées au sein d'une solution d'électrolyte sont recueillies dans une grande électrode de mercure impolarisable.

On a étudié la forme de la courbe d'établissement en fonction :

1° de la pression d'écoulement mesurée par la hauteur du mercure au-dessus de l'orifice du capillaire; cette pression doit rester inférieure à environ 30^{cm}, sinon il se produit des particularités que nous étudierons plus tard;

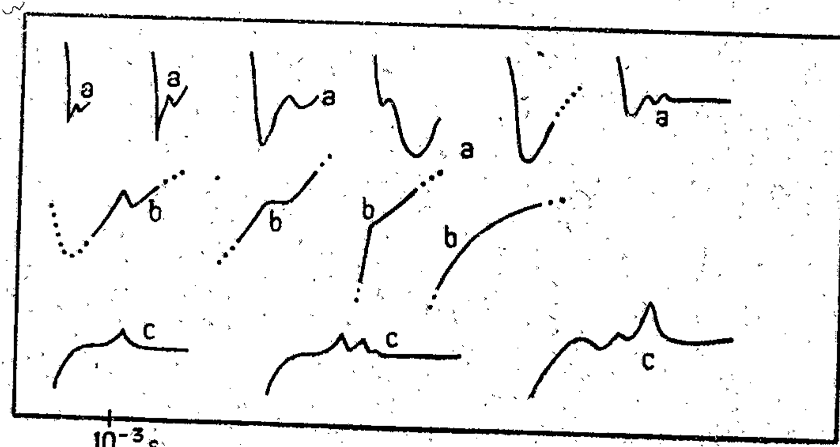
2° de la fréquence de chute des gouttes (2 à 40 gouttes en 10 sec);

3° de la résistance R (de 10^4 à 10^6 ohms);

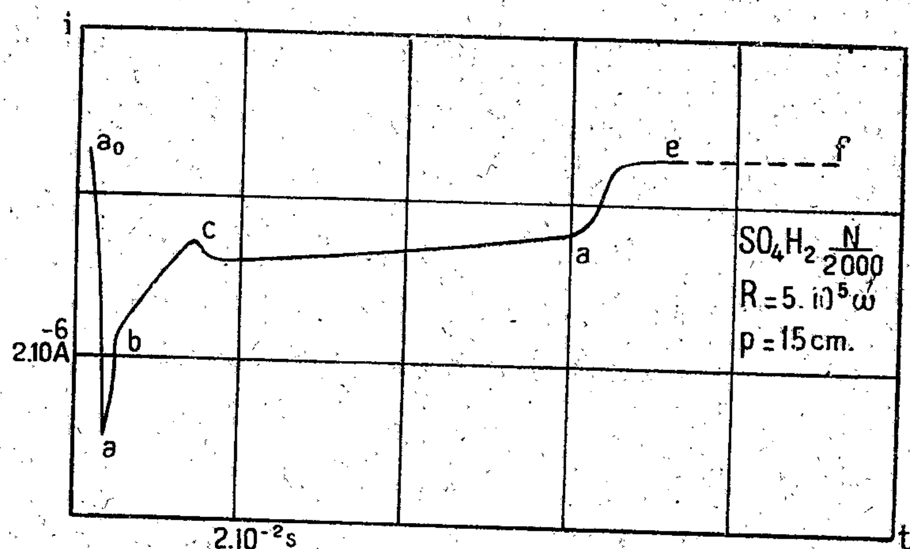
4° de la concentration de la solution (de N/10 à N/∞);

5° de sa nature (SO_4H_2, NO_3H, CLK, CLH etc.).

Dans tous les cas on met en évidence sur la courbe ci-dessous : un accident



Types d'accidents *a*, *b*, *c*.



Courbe d'établissement du courant en fonction du temps.

initial *a* (dents, court palier, point anguleux), une partie croissante *abc*, raccordée (par une, ou plusieurs dents *c*) à un semi-palier *cd* sensiblement rectiligne à pente faible; un deuxième palier terminal *ef* à pente très faible, raccordé au précédent par une courbe en *s* plus ou moins étirée.

1° L'accident initial *a* qui suit la chute verticale de l'intensité (due à l'accroissement considérable de la résistance quand la goutte se détache) semble dû à un phénomène d'inertie. Quand la goutte s'est détachée, la surface croît

légèrement pendant un temps très court, sous la poussée du mercure en mouvement; cet accroissement est suivi d'une diminution due à l'action capillaire, puis la surface s'accroît continuellement. Cet accident est atténué ou supprimé si l'on coude le capillaire en forme de U et si les gouttes sont très petites ou formées lentement.

Remarque. — Sur la partie raccordant le semi-palier *cd* à l'accident initial *a*, on peut voir un coude de la courbe *b*, qui pourrait être dû à la cessation de l'électrolyse. En effet, au début la tension P aux bornes de l'électrode à goutte est assez forte ($P > 1,5V$), puisque le courant étant petit, la chute ohmique due à R est petite; mais pour une valeur suffisamment grande de l'intensité, cette chute ohmique devient telle que la tension P aux bornes de l'électrode à goutte est incapable de maintenir l'électrolyse ($P < 1,5V$).

2° Le semi-palier *cd* s'explique ainsi : il y a une cause d'accroissement du courant qui est l'accroissement de la surface amenant une diminution de la résistance au contact mercure-solution; mais il y a simultanément une cause de diminution du courant due à l'adsorption par la surface de la goutte, des particules chargées produisant le courant. Tant que se fait cette adsorption, il y a sensiblement compensation entre la cause d'accroissement du courant et la cause de diminution.

La longueur de ce semi-palier d'adsorption décroît si la pression d'écoulement croît, si la fréquence de chute croît, si les gouttes restent de faible surface ou si R augmentant, la tension aux bornes de l'électrode à goutte diminue.

3° Le second palier correspond au fait que la goutte a atteint sensiblement sa surface maxima; en effet, quand la goutte est grosse, à une même masse de mercure écoulée, donc à un même intervalle de temps, correspond un plus faible accroissement de surface.

CHIMIE THÉORIQUE. — *Sur les états excités des molécules.*

Note [1] de Mme **Alberte Pullman** et M. **Raymond Daudel**.

On admet couramment que, dans de nombreux cas, une molécule donnée doit se trouver dans un état particulier pour réagir d'une certaine façon. On qualifie généralement d'activé cet état particulier.

Le plus souvent la molécule est supposée pouvoir acquérir cet état sous l'influence d'une excitation soit thermique, soit lumineuse. Des phénomènes de polarisation peuvent, sans doute, être évoqués dans d'autres cas.

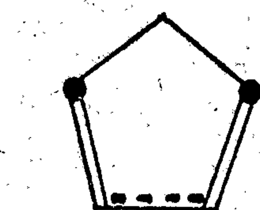
La méthode des diagrammes moléculaires permet d'étudier la structure du nuage électronique des molécules dans leurs états excités. Elle permet

(1) Séance du 20 août 1945.

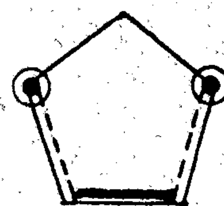
notamment de comprendre pourquoi les molécules dans ces états excités peuvent être particulièrement réactives, toute considération énergétique mise à part, c'est-à-dire pourquoi dans de nombreux cas

excitation = activation.

Les diagrammes du cyclopentadiène sont, par exemple, respectivement les suivants pour l'état fondamental et un état activé.



État fondamental.



État activé.

On voit que, sous l'influence de l'excitation, le nuage électronique s'est rejeté vers les sommets actifs, augmentant ainsi leur réactivité chimique. Ce phénomène semble général. On pourra sans doute l'évoquer pour interpréter certaines réactions photochimiques.

Il donne de plus une raison d'être supplémentaire à la croissance de la vitesse des réactions chimiques avec la température.

ANALYSE CHIMIQUE. — *Électrotitrage différentiel.*
Note de M. **Michel Kantzer**, transmise par M. Paul Pascal.

Le remplacement du montage classique de Kohlrausch, en simple pont conductimétrique de Wheatstone, par un montage différentiel a été préconisé par M. Clément Duval (1).

Deux des branches du pont sont représentées par un fil calibré, tendu sur une règle graduée, qu'un curseur divise en deux tronçons variables. Les deux autres branches comportent chacune un vase à titrer, à électrodes de platine. Les vases reçoivent alternativement des volumes égaux de réactif titré, l'un d'eux étant en avance d'une quantité fixe de réactif. Pour chaque vase on note la position du curseur en fonction du volume ajouté. On construit ainsi deux courbes qui, d'après M. Duval, se coupent au point exact de dosage.

La conductivité électrique de chaque vase varie en raison inverse de la quantité de réactif ajouté (droites de Kohlrausch), avec des pentes différentes avant et après le point de dosage. Dans la méthode classique, on n'a qu'un seul vase pour lequel on construit les deux demi-droites dont l'intersection donne le point de dosage. La méthode de Duval, dans l'esprit de son auteur, évite ces calculs et le tracé des droites. Malheureusement elle est loin d'être générale et conduit souvent à des échecs.

---

(1) C. et R. Duval, *Comptes rendus*, 203, 1237, p. 1937.

Nous avons cherché à préciser le sens physique du point de Duval et à déterminer les conditions de validité de sa méthode. Soit $1/U_d = ax + b$ la relation mathématique, que nous avons toujours vérifiée dans nos expériences, entre la résistance U_d du vase de droite et la quantité x de réactif ajouté. Soit $1/U_g = cx + d$ celle qui est valable pour le vase de gauche (a et c d'une part, b et d d'autre part, qui sont les coefficients des droites de Kohlrausch, ne sont pas identiques car les vases ne le sont jamais). Soit ε l'avance de réactif, constante de la gauche sur la droite, et soit α la position du curseur sur la longueur totale l de la règle; on trouve que les équations des deux courbes de Duval, valables jusqu'au point de dosage, sont

$$\alpha_1 = 1\frac{Ax + b}{x(a+c) + b + d + c\varepsilon} \quad \text{et} \quad \alpha_2 = 1\frac{ax + b}{x(a+c) + b + d + 2c\varepsilon}.$$

Les courbes de Duval, après le point de dosage, ont des équations analogues.

On voit que des courbes suivant ces équations ne peuvent pas se couper.

Si les courbes expérimentales de Duval se coupent effectivement, elles ne peuvent le faire que dans une région où les conductivités ne sont pas linéaires, c'est-à-dire dans la région du raccordement des demi-droites de Kohlrausch, donc également aux environs du point de dosage. En dehors de ce point, elles suivent bien nos courbes théoriques. L'expérience a abondamment montré que, si les droites de Kohlrausch ne sont pas parfaites jusqu'au point anguleux, celui-ci peut être obtenu avec une très bonne approximation par extrapolation des points lointains.

Au contraire, dans la méthode de Duval on est directement tributaire de ce qui se passe au moment du dosage ([2]).

Nos expériences montrent que, aussi bien dans des neutralisations que dans des réactions par précipitation, on peut réduire la zone de raccordement et localiser correctement le point de Duval en agissant sur le pH du milieu. Pour que la méthode s'applique, le milieu où se passe la réaction doit être tamponné méticuleusement pour la valeur exacte que doit avoir le pH au point de dosage. Or ce résultat ne peut être atteint à coup sûr que si l'on connaît la composition totale du milieu et la méthode ne peut être utilisée dans une analyse rapide sans séparation préliminaire.

La méthode reprend tous les avantages signalés par son auteur dans le cas suivant, important pour l'industrie : Contrôle des éléments chimiques d'un produit dont le fabricant espère maintenir la composition constante. La méthode ayant été adaptée à ce cas, on pourra mettre en évidence un changement accidentel de composition. Nous l'utilisons avec un appareil dont l'étude sera prochainement publiée ailleurs.

([2]) Cf. Kolthoff, *Säure Basen Indikatoren*, Berlin, 1932.

CHIMIE MINÉRALE. — *Vitesse d'attaque des muscovites par l'acide fluorhydrique.* Note de M. **Robert Delavault.**

La méthode précédemment décrite pour mesurer les vitesses d'attaque a été appliquée à un grand nombre de muscovites de provenances diverses. Elle avait été établie en prenant les spécimens qui donnaient les résultats les plus différents à l'essai qualitatif. En ne se basant plus pour les choisir que sur la possibilité de les avoir de taille suffisante, de l'ordre du centimètre carré, les résultats concordent mieux. La vitesse d'élargissement de la figure de corrosion, en μ par minute, est 16 fois sur 30 comprise entre 18 et 23 ; tous les autres nombres, sauf 6, étant entre 16 et 27. Je n'ai encore pu déterminer la périodicité exacte de la structure de ces muscovites à la chambre de Weissenberg, pour la comparer avec la vitesse d'attaque. Il s'agit bien d'une propriété chimique du réseau, car des lames en mauvais état apparent, recouvertes de dépôts d'oxyde de fer et semblant désagrégées par la corrosion naturelle, ont donné les mêmes résultats que de très beaux échantillons, bien que subissant une désagrégation beaucoup plus forte. La corrosion naturelle respecterait donc le réseau de la muscovite et se porterait surtout sur la biotite et les autres minéraux associés. Jusqu'à quel point la présence de biotite, beaucoup plus attaquable par l'acide fluorhydrique, influerait-elle sur les propriétés chimiques? Lorsque la biotite est associée à la muscovite en quantité notable, on peut observer sa transformation en squelette alumino-siliceux, qui devient blanchâtre et translucide au cours de la dessiccation ultérieure. Mais la présence, même en association très intime, de biotite ou d'autres inclusions ferrugineuses dans la muscovite, ne change pas sensiblement la vitesse d'attaque; on pourrait cependant supposer que la muscovite est saturée de fer, et possède donc en partie la faiblesse chimique de la biotite. Si un tel effet existe, il est certainement très réduit. De toutes les muscovites étudiées, seule la muscovite ferrugineuse vert bouteille de Babuna (Yougoslavie) semblerait contenir du fer dans son réseau. Mais si elle donne des chiffres doubles de la normale, et parfois plus forts encore, pour l'attaque fluorhydrique, elle ne possède en aucune proportion la grande résistance des biotites à l'attaque alcaline, et donne, avec la soude et la potasse caustiques, fondues les mêmes chiffres que les autres muscovites. Cette dernière observation montre en outre qu'il ne s'agit pas d'une structure imparfaite ou lacunaire.

Il était intéressant de voir comment variait la vitesse d'attaque avec la composition du réactif. Quatre muscovites très différentes ont été simultanément soumises aux mêmes attaques. L'acide fluorhydrique à 40 % du commerce a été dilué à la moitié, au quart et au dixième; on l'a additionné de

(1) *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 673.

fluorure de potassium pour l'amener à former les fluorures complexes 4 FH, FK et 2 FH, FK respectivement, ou plus exactement des mélanges de composition globale correspondant à ces formules. Toutes ces expériences ont été faites à 100°. L'acide concentré a été employé à 120°, sa température d'ébullition, à 100° et 76°.

La muscovite d'Ambodifiakarana (Madagascar) est claire, sans inclusions importantes; celle de Villeneuve (Ontario, Canada), légèrement verdâtre, renferme de très nombreuses inclusions d'oxydes de fer et de manganèse; celle de La Mama (Sibérie), claire, légèrement déformée, est très désagrégée par l'attaque; on a parlé plus haut de celle de Babuna.

Les figures de corrosion varient très légèrement de forme avec la composition du réactif, mais les proportions sont très voisines ([2]) et l'on peut les considérer en première approximation comme équivalentes.

Les vitesses d'attaque, exprimant en μ par minute l'élargissement de corrosion, sont les suivantes :

	100°, solutions fluorhydriques diverses.						Acide concentré.		
	Ac. conc.	1/2.	1/4.	1/10.	4 FH, FK.	2 FH, FK.	120°.	100°.	76°.
Ambodifiakarana.....	12	2,5	1,2	0,4	0,9	0,2	16	12	3
Villeneuve...........	11	2,5	1,3	0,4	0,7	0,16	19	11	2
La Mama............	12	3	1,1	0,4	–	0,12	29	12	2,6
Babuna.............	20	6	2,2	0,7	2	0,3	48	20	4

L'influence de la température ne suit pas tout à fait les lois de van't Hoff. C'est donc qu'un phénomène d'équilibre chimique dans le réactif y modifie la concentration des molécules actives. On sait que les ions H^{+} n'agissent pas, puisque l'acide chlorhydrique concentré est pratiquement sans action. Comme la vitesse d'attaque par l'acide dilué baisse beaucoup plus rapidement que la teneur en ions F^{-}, bien qu'un très grand excès de réactif reste toujours présent, il faut penser que l'agent actif est la molécule FH. Ceci est confirmé par l'addition de fluorure de potassium à l'acide concentré. Étant donnée la haute complexité du système, il serait illusoire de donner une interprétation exacte, mais l'examen des résultats montre que le trifluorure 2 FH, FK ne doit guère agir que par ses produits de dissociation, et que l'acide fluorhydrique doit être bloqué au voisinage de la proportion 3 FH, FK, puisque 4 FH, FK a la même action à peu près que l'acide au quart.

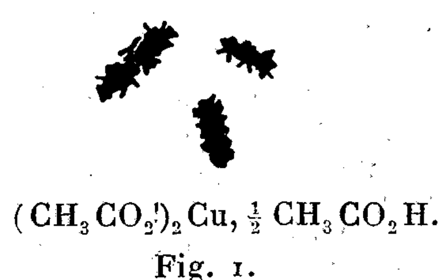
CHIMIE MINÉRALE. — *Combinaisons avec l'acide acétique, de l'acétate et du chlorure de cuivre.* Note ([1]) de Mlle **Marinette Gerbault**, transmise par M. Paul Pascal.

1. *Acétate de cuivre à 1/2 molécule d'acide acétique* $(CH_3CO_2)_2Cu$, $1/2\ CH_3CO_2H$. — A l'anhydride acétique bouillant (138°) on ajoute en plusieurs

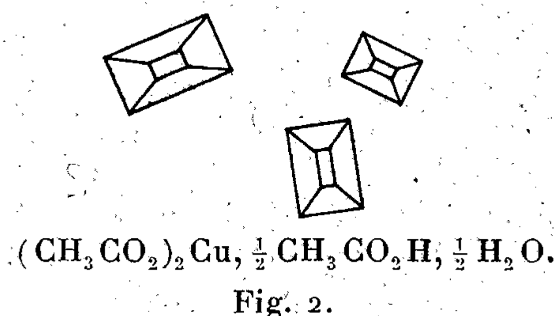
([2]) *Comptes rendus*, 218, 1944, p. 158.

([1]) Séance du 14 janvier 1946.

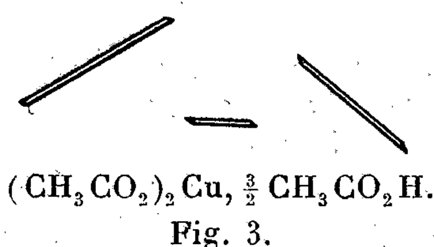
portions l'acétate de cuivre à $1 H_2O$; après ébullition et séchage dans le vide, on recueille un sel gris vert $(CH_3CO_2)_2Cu$, $1/2\ CH_3CO_2H$ à 0,6% près. Examiné au microscope, il apparaît sous la forme de filaments chevelus (*fig.* 1).



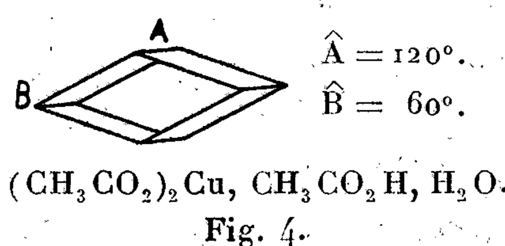
$(CH_3CO_2)_2Cu, \frac{1}{2} CH_3CO_2H$.
Fig. 1.



$(CH_3CO_2)_2Cu, \frac{1}{2} CH_3CO_2H, \frac{1}{2} H_2O$.
Fig. 2.



$(CH_3CO_2)_2Cu, \frac{3}{2} CH_3CO_2H$.
Fig. 3.



$(CH_3CO_2)_2Cu, CH_3CO_2H, H_2O$.
Fig. 4.



$(CH_3CO_2)_2Cu, \frac{3}{2} CH_3CO_2H, \frac{3}{2} H_2O$.
Fig. 5.

A froid il est peu soluble dans l'eau; la solution donne, par ébullition prolongée, un précipité brun, de formule $8 CuO, H_2O$; évaporée à 50° elle laisse déposer des cristaux de $(CH_3CO_2)_2Cu, H_2O$; mais la transformation en acétate hydraté n'est pas instantanée, car, si l'on ajoute un excès d'alcool avant l'évaporation, on obtient des cristaux en forme de troncs de prisme (*fig.* 2) de formule $(CH_3CO_2)_2Cu$, $1/2\ CH_3CO_2H$, $1/2\ H_2O$ à 0,3% près. L'acétate de cuivre à $1/2\ CH_3CO_2H$, abandonné en atmosphère saturée d'humidité, se transforme lentement en acétate de cuivre à $1 H_2O$. Il est légèrement soluble dans l'alcool, l'éther, l'acide acétique.

2. *Acétate de cuivre à 3/2 molécules d'acide acétique* $(CH_3CO_2)_2Cu$, $3/2\ CH_3CO_2H$, obtenu, par l'anhydride acétique sur l'acétate de cuivre à $1 H_2O$, en chauffant, d'abord à 60°, puis progressivement jusqu'à 100° dans le vide. Il est bleu vert cristallisé en baguettes (*fig.* 3). Sa formule est $(CH_3CO_2)_2Cu$, $3/2\ CH_3CO_2H$ à 0,8 % près. Il est soluble dans l'éther et l'acide acétique d'où il peut recristalliser, tandis que, dans l'alcool absolu, il se transforme en acétate à $1/2\ CH_3CO_2H$. Il est soluble dans l'eau froide; la solution est décomposée par ébullition prolongée en donnant le même précipité brun que dans le cas précédent. La solution saturée, évaporée à 50°, donne des cristaux de $(CH_3CO_2)_2Cu$, $1\ CH_3CO_2H$, $1\ H_2O$ (*fig.* 4), corps déjà signalé par K. Sandved [2]; ce dernier acétate, en atmosphère humide, perd une molécule d'acide acétique au bout de 8 jours. L'évaporation d'une solution aqueuse d'acétate à $3/2\ CH, CO_2H$, en présence d'un excès d'alcool, laisse cristalliser, en fines aiguilles groupées, l'acétate à $3/2\ CH_3CO_2H$, $3/2\ H_2O$ (*fig.* 5). L'humidité transforme en 15 jours l'acétate de cuivre à $3/2\ CH_3CO_2H$ en acétate neutre à $1 H_2O$.

3. *Acétate de cuivre à 1 molécule d'acide acétique* $(CH_3CO_2)_2Cu$,

(2) *Chem. Soc.*, **131**, XII, 1927, pp. 2969-2975.

CH_3CO_2H. — Cet acétate a été signalé par W. Davidson, E. Griswold [3] et K. Sandved [2]. Je l'ai retrouvé en faisant agir l'anhydride acétique, sur l'acétate de cuivre à $1H_2O$ à 80°, sur le carbonate et l'hydroxyde de cuivre. Il est bleu vert, plus clair que l'acétate de cuivre à $3/2\,CH_3CO_2H$.

La formation de ces trois acétates acides $(CH_3CO_2)_2Cu$, $1/2\,CH_3CO_2H$, $(CH_3CO_2)_2Cu$, CH_3CO_2H; $(CH_3CO_2)_2Cu$, $3/2\,CH_2CO_2H$ dépend de la température. En effet, en chauffant l'acétate à $3/2\,CH_3CO_2H$ progressivement dans un excès d'anhydride acétique on retrouve la série des trois acétates.

4. *Chlorure de cuivre à 1/2 molécule d'acide acétique* Cl_2Cu, $1/2\,CH_3CO_2H$. — Obtenu par chauffage au bain-marie à 84°, pendant 4 heures, d'un excès d'anhydride acétique sur le chlorure de cuivre à $2H_2O$. Il cristallise en aiguilles brun noir de formule Cl_2Cu, $1/2\,CH_3CO_2H$ avec une précision d'environ 0,3 %. Ce chlorure est soluble dans l'eau, où il se transforme en Cl_2Cu, $2H_2O$; de même qu'en atmosphère humide, ou en faisant évaporer la solution à l'étuve (50°) après addition d'un grand excès d'alcool.

En solution dans l'alcool absolu, le chlorure de cuivre à $1/2\,CH_3CO_2H$ se transforme en aiguilles soyeuses bleues pâles Cl_2Cu, $1/4\,CH_3CO_2C_2H_5$ à 0,8 % près. Avec l'éther, il forme Cl_2Cu, $1/2(C_2H_5)_2O$ dont la formule est connue à 0,8 % près. Avec l'acide chlorhydrique, il y a formation d'un cupritétrachlorure. Le chlorure de cuivre à $1/2\,CH_3CO_2H$ perd cette demi-molécule d'acide acétique et laisse le chlorure de cuivre anhydre, quand il est en solution dans l'acide acétique.

J'ai retrouvé ce même chlorure, par action du chlorure d'acétyle en excès sur le chlorure de cuivre à $2H_2O$. Mais l'on n'obtient que le chlorure de cuivre anhydre, en faisant agir le chlorure d'acétyle sur l'acétate de cuivre à $1H_2O$ ou sur l'hydroxyde de cuivre, à l'abri de l'air.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les esters cétoparaconiques. Les esters chloro- et bromo-alcoyl-cétoparaconiques*. Note [1] de MM. **Henry Gault** et **Lucien Érichomovitch**, présentée par M. Marcel Delépine.

Le mode de préparation des esters cétoparaconiques, par condensation des aldéhydes avec l'énolate de potassium de l'esther oxalacétique [2] [3] est applicable à l'obtention des esters alcoylcétoparoconiques halogénés dans la chaîne latérale. Il suffit, les conditions opératoires étant sensiblement identiques, de substituer aux aldéhydes acycliques ou aromatiques, des aldéhydes acycliques renfermant un ou plusieurs atomes d'halogène dans la chaîne alcoylée latérale.

---

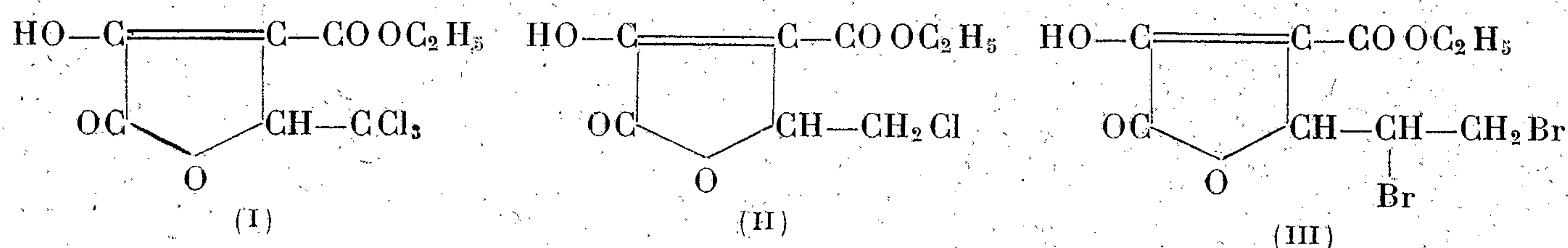
[3] *Ann. Chem. Soc.*, 53, IV, 1931, pp. 1341-1349.

[1] Séance du 10 septembre 1945.

[2] J. Gault et R. Durand, *Comptes rendus*, 216, 1943, p. 848.

[3] H. Gault et J. Suprin, *Comptes rendus*, 222, 1945, p. 86.

C'est ainsi qu'en mettant en œuvre le chloral, le monochloracétaldéhyde et l'aldéhyde dibromo-2.3 propionique, nous avons pu préparer les esters alcoyl-cétoparaconiques correspondants, halogénés dans la chaîne latérale :



Ester trichlorométhyl-cétoparaconique (I). — Cet ester se forme par condensation du chloral avec l'énolate de potassium de l'ester oxalacétique, avec un rendement de 85 %. Il est solide et fond à 116° après recristallisation dans l'alcool. Il jouit, d'autre part, de propriétés acides caractéristiques et donne avec le chlorure ferrique la coloration des esters β-cétoniques.

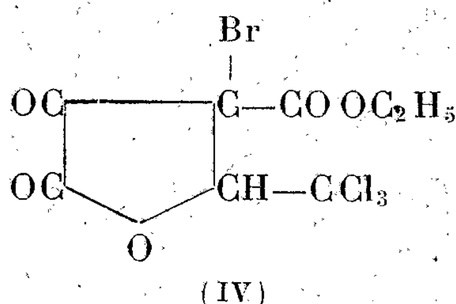
Ester chlorométhyl-cétoparaconique (II). — Il s'obtient par condensation de l'aldéhyde monochloracétique avec l'énolate oxalacétique potassé, sous forme d'une huile acide, à caractère énolique, indistillable sans décomposition. Il donne avec la phénylhydrazine un phénylhydrazone fondant à 140°.

Ester dibromoéthyl-cétoparaconique (III). — La condensation de l'aldéhyde dibromo-2.3 propionique, préparée à partir de l'acroléine, avec l'énolate de potassium de l'ester oxalacétique, conduit à l'ester dibromé correspondant, huile indistillable sans décomposition, possédant les mêmes propriétés acides et donnant avec le chlorure ferrique la même coloration que les esters β-cétoniques.

Ces esters peuvent être facilement bromés dans le cycle lactonique et voici les résultats que nous avons obtenus avec l'ester trichlorométhyl-cétoparaconique (I).

Ester trichlorométhyl-bromo-cétoparaconique (IV). — Le brome se fixe directement, à la température ordinaire, sur l'ester trichlorométhyl-cétoparaconique, en milieu aqueux, dans les mêmes conditions que celles qui ont été décrites pour la préparation de l'ester phénylbromo-cétoparaconique ([1]).

L'ester bromé obtenu (rendement 66 %) est liquide et distille à 130° sous 25^{mm}. Il est neutre et ne donne plus aucune coloration avec le chlorure ferrique, ce qui fixe la position du brome dans la molécule



Nous étudions l'action des agents d'hydrolyse sur les dérivés bromés des esters (I), (II) et (III).

([1]) H. Gault et J. Suprin, *Comptes rendus*, 222, 1945, p. 185.

BACTÉRIOLOGIE. — *Recherches sur la flore anaérobie des boues méthanogènes naturelles.* Note ([1]) de M. **André-Romain Prévot**, présentée par M. Joseph Magrou.

Depuis les travaux de Barker ([2]) on admet que le méthane peut naître au cours de la fermentation anaérobie de nombreux substrats quand on maintient le pH du milieu neutre ou alcalin (7 à 7,6); le mécanisme de cette production consiste en une réduction de CO_2 par H_2 naissant venant des anaérobies du type *Sarcina methanica*.

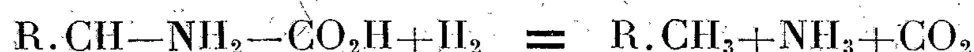
Ayant eu l'occasion d'analyser, en mars 1945, un échantillon de boues activées prélevé au moment de la fermentation méthanique à l'usine de Colombes ([3]), j'y avais constaté la présence exclusive et extrêmement abondante de *Cl. bifermentans* et l'absence totale de *Sarcina methanica*. Ce fait venait renforcer une hypothèse que j'avais été amené à faire à l'occasion d'analyses de boues naturellement méthanogènes : les anaérobies gazogènes banaux du sol pourraient, dans certaines conditions, provoquer la fermentation méthanique. En effet, cinq prélèvements faits en 1942 (Vieil Étang de Saint-Leu-la-Forêt, mares du Bois de Boulogne, ruisseau stagnant à Gretz, mare à Chalot du Bois de Verrières) m'avaient montré l'abondance, dans les boues méthanogènes, de *W. perfringens*, *Cl. sporogenes*, *Cl. bifermentans*, *Cl. butyricum* et la présence de deux espèces nouvelles, *Inflabilis setiensis* et *Cl. corallinum* ([4]). J'ai poursuivi ces recherches en juillet 1945 sur dix prélèvements faits dans les étangs et rivières méthanogènes de la région de Douai, où, en été, le dégagement de gaz des marais est permanent et abondant.

Voici le résultat de ces analyses ([5]) :

Scarpe (en amont de Courchelettes), *W. perfringens.*
» (écluse de Lambres), *Cl. sporogenes, Eub. tortuosum.*
» (quai Danton), *W. perfringens.*
» (écluse de Douai), *Inflabilis indolicus, Inflabilis plagarum.*
Étang de Palluel (rive Nord), *Cl. sporogenes, Cl. bifermentans, Pl. virens* ([6]).
» » (rive Est), *W. perfringens. Cl. sporogenes.*
» » (rive Sud), *W. perfringens. Cl. mitelmani.*
Marais de Sin-le-Noble (rive Est), *W. perfringens. Cl. valerianicum.*
» » (rive Ouest), *W. perfringens, Cl. septicum.*
Ruisseau le Godion (Sin-le-Noble), *Inflabilis teras.*

([1]) Séance du 21 janvier 1946.
([2]) *Arch. f. Mikrob.*, 7, 1936, p. 404.
([3]) Échantillon que m'ont aimablement adressé MM. Lemoigne et Appert.
([4]) Prévot et Raynaud, *Ann. Inst. Pasteur*, 70, 1944, pp. 118 et 182.
([5]) Réalisées avec la collaboration de Mlle J. Zimmès.
([6]) A.-R. Prévot, *Bull. Soc. Franç. de Microb.*, déc. 1945.

Ainsi, sur l'ensemble des 16 analyses, j'ai trouvé 26 souches anaérobies gazogènes, dont 7 de *W. perfringens*, 5 de *Cl. sporogenes* et 3 de *Cl. bifermentans*, qui sont les plus gazogènes connues. Or, récemment, Laigret [7] a publié les résultats de recherches sur le même sujet; ce savant, en plaçant *W. perfringens* dans les conditions de la fermentation méthanique (voir Ch. Berthelot, *La Nature*, 1941, p. 10), c'est-à-dire en milieu alcalinisé par un formiate de sodium ou de calcium, baryum ou ammonium, en présence d'un catalyseur (l'iode), a réussi à dévier la fermentation décarboxylante-déshydrogénante normale en fermentation méthanique à haut rendement (80 %). Ce fait de toute première importance et absolument nouveau est de nature à changer les conceptions classiques sur la fermentation méthanique. Le mécanisme de décarboxylation et désamination simultanée par réduction suivant la formule



$$R.CH-NH_2-CO_2H+H_2 = R.CH_3+NH_3+CO_2$$

reprend toute sa valeur et montre que le processus de réduction de CO_2 par H_2 n'est pas le seul mode de production bactérienne du méthane.

En résumé, les recherches relatées ci-dessus sur les boues naturellement méthanogènes montrent que *W. perfringens*, qui y existe fréquemment et abondamment, peut être à la base de la production du gaz des marais, mais pourrait bien ne pas être le seul à réaliser cette fermentation, puisque *Cl. sporogenes* et *Cl. bifermentans* y sont aussi très fréquents et très abondants. Ces faits pourraient avoir une importance pratique. Industriellement, *W. perfringens* ne peut pas être utilisé à cause de son haut pouvoir pathogène pour l'Homme et les animaux. Au contraire *Cl. bifermentans* est absolument inoffensif et pourrait être utilisé.

CHIMIE BACTÉRIENNE. — *Extraction et purification de l'endo-subtilysine.* Note [1] de MM. **Louis de Saint-Rat** et **Henri-R. Olivier**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Nous avons précédemment montré que le *B. subtilis* possédait des propriétés bactériolytiques à l'égard de divers microbes pathogènes *B. coli* [2], Staphylocoque doré, B. d'Eberth, ainsi que du B. de Koch, souche homogène Arloing, Courmont [3].

Cette action est due à une substance à la fois bactériostatique, bactéricide et bactériolytique dont l'existence a été signalée simultanément

---

[7] *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 359.

[1] Séance du 14 janvier 1946.

[2] *C. R. Soc. Biol.*, 12 mai 1945; *Bull. Ac. Méd.*, **129**, 1945, p. 358.

[3] *C. R. Soc. Biol.*, 21 juillet 1945; *Journ. des Praticiens*, **24**, 1945, p. 187.

en France, par G. Ramon et ses collaborateurs ([4]), par M. Vallée ([5]) et nous-mêmes avec P. Bonèt-Maury et Blanchon; aux U. S. A. par Anthony Salle ([6]) qui, comme nous, a observé l'action de la subtiline sur le bacille tuberculeux. Vallée isole, sous le nom de subtilysine, par précipitation calcique du milieu de culture à l'époque de la lyse, un principe actif.

Le présent travail décrit une méthode d'extraction et de purification du principe actif contenu dans les corps microbiens, que nous appelons endo-subtilysine.

Les voiles muqueux de *subtilis*, récoltés à la 35e heure de leur développement, sont lavés à l'eau et centrifugés, puis broyés soigneusement avec leur poids de sable Le broyage et l'agitation sont poursuivis pendant 3 heures en présence de 5 fois leur poids d'alcool à 95° à pH 3.

On obtient un extrait alcoolique fortement coloré dont on sépare les cellules bactériennes et le sable, par centrifugation ou filtration au Buchner. L'extraction de l'endo-subtilysine de sa solution alcoolique s'effectue commodément par la méthode de partage : à 100^{cm^3} de solution alcoolique on ajoute 40^{cm^3} de chloroforme, puis 60^{cm^3} d'eau salée à demi-saturation. Le chloroforme se sépare en entraînant en solution l'endo-subtilysine et certaines impuretés, notamment de la matière colorante. L'endo-subtilysine est purifiée par extraction à la soude N/10. Après 5 à 6 extractions, la totalité du principe actif passe en solution à l'état de sel de sodium. La solution finale a généralement un pH compris entre 8 et 9.

Cette solution, encore fortement colorée, est purifiée et concentrée par une seconde extraction chloroformique à pH 3. Les liqueurs chloroformiques qui sont déjà beaucoup moins colorées, sont additionnées de 3 fois leur volume d'éther de pétrole léger. Cette addition provoque la séparation de quelques centimètres cubes de solution aqueuse fortement colorée, faiblement acide et riche en endo-subtilysine. Après séparation de cette première fraction, le mélange éthéro-pétrolique est soumis à des extractions successives avec des quantités limitées de solution de soude N/10, de manière que le volume final de solution alcaline d'endo-subtilysine corresponde au 1/10 du poids des corps microbiens traités.

La solution alcaline concentrée est ramenée à pH 7. Pour nous rendre compte de la localisation de la substance active, nous avons appliqué cette méthode aux spores de *B. subtilis*, aux formes libres poussant en profondeur, au voile en voie de lyse et au voile muqueux jeune avant tout début de lyse.

L'activité des extraits a été déterminée par la méthode des dilutions,

---

([4]) *Bull. Ac. Méd.*, **129**, 1945, p. 277.
([5]) *Rec. de Méd. vét. École d'Alfort*, **121**, 1945, p. 273.
([6]) A.-J. Salle et Gregory J. Jann, *Proc. Soc. Exp. Biol.*, 1945, p. 60.

sur une culture de staphylocoque (souche Londres) à une concentration de 10^7.

La teneur en endo-subtilysine est surtout élevée dans la culture jeune; dès que la lyse commence l'endo-subtilysine disparaît des corps microbiens. Les spores n'en contiennent pas, ainsi que les formes libres.

La méthode ci-dessus décrite permet d'extraire commodément une endo-subtilysine purifiée; utilisable pour des essais thérapeutiques expérimentaux, les préparations ont une activité constante et sont suffisamment stables. Conservées au froid, elles ne perdent que très lentement leurs propriétés.

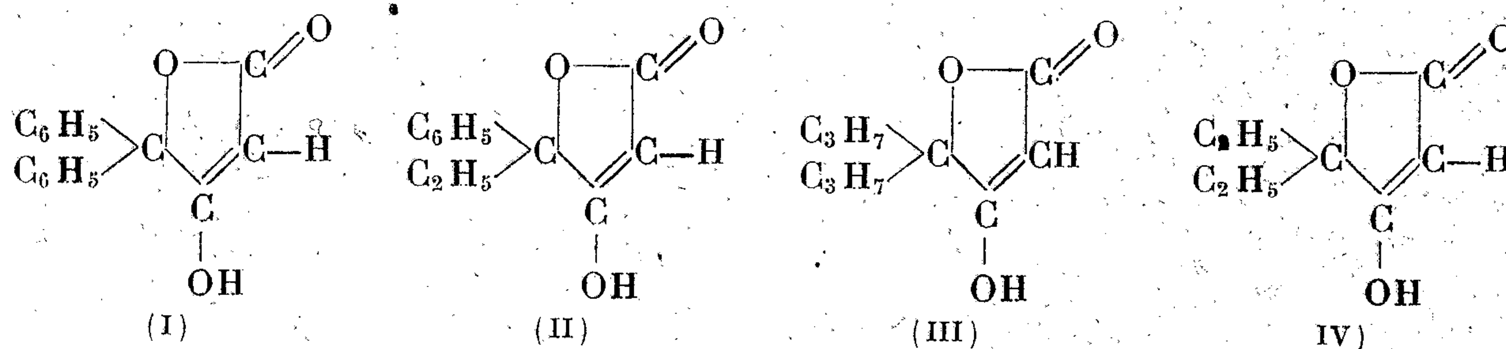
Nous avons précédemment signalé avec P. Corvazier [7] le résultat de nos essais sur le staphylocoque doré, qui montrent que la solution sodique d'endo-subtilysine est active entre le 1/200 et 1/500.

L'endo-subtilysine est stable à 60° et supporte trois tyndallisations consécutives à cette température.

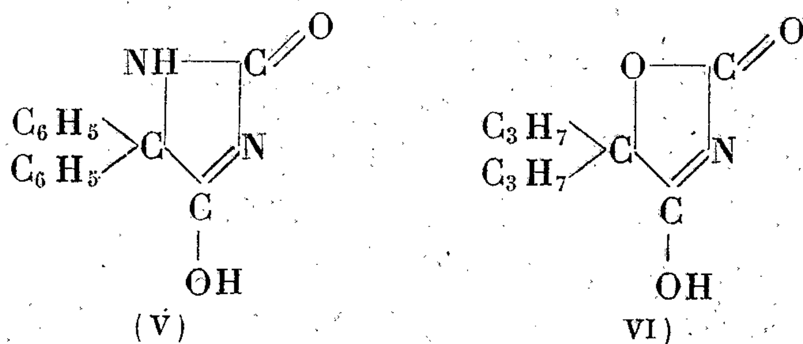
Elle n'est pas toxique; en injection intraveineuse chez le Lapin, à la dose de 3^{cm^3}, elle ne provoque aucune réaction; en injection intramusculaire on n'observe aucune irritation locale. Chez l'Homme elle est bien supportée en injections intraveineuses, intramusculaires et intrarachidiennes.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Dérivés γ-disubstitués de l'acide tétronique.* Note de M. **Jean Lecocq**, présentée par M. Marcel Delépine.

Dans cette Note nous décrivons quatre acides tétroniques γ-disubstitués (I) à (IV) :



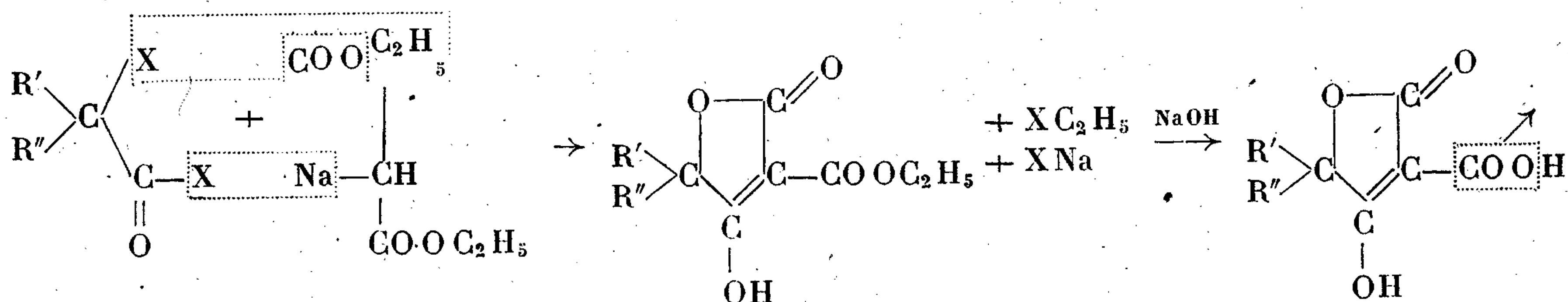
On pouvait espérer que de tels composés posséderaient des propriétés narcotiques. En effet, leurs formules ressemblent étroitement à celles de la diphénylhydantoïne (V) ou de la dipropyloxazolidine-dione (VI), corps de propriétés



([7]) *C. R. Soc. Biol.*, 24 nov. 1945.

pharmacodynamiques bien précisées. Comme nos composés se sont montrés inactifs, l'hypothèse d'Erlenmeyer (¹), selon laquelle le pouvoir anesthésique est lié à l'enchaînement $-\!\!>\!C-\underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{C}}=N-$ dans un hétérocycle se trouve justifiée.

Les composés (I) à (IV) ont été préparés par condensation des halogénures d'acides α-halogénés disubstitués avec le malonate d'éthyle monosodé, suivie de de la saponification des esters carboxyliques formés, selon la méthode de Benary (²) et (³).



Ester éthylique de l'acide γ-diphényl α-carboxytétronique, $C_{19}H_{16}O_5$. — Par condensation du chlorure de l'acide α-chlorodiphénylacétique (⁴) avec le malonate d'éthyle monosodé. Recristallisé dans l'alcool, F 136°.

Acide γ-diphényltétronique, $C_{16}H_{12}O_3$ (I). — Par saponification du précédent par la potasse alcoolique à 25 % pendant 12 heures. Recristallisé dans l'alcool méthylique, F 212°.

Acide γ-phényléthyltétronique, $C_{12}H_{12}O_3$ (II). — Le chlorure de l'acide phényléthylacétique est préparé par le chlorure de thionyle et rectifié. Puis l'on obtient le chlorure de l'acide α-bromophényléthylacétique par action du brome au bain-marie. Ce chlorure d'acide α-bromé est condensé sans autre purification avec le malonate d'éthyle monosodé et l'ester obtenu saponifié. L'acide γ-phényléthyltétronique recristallise de l'eau dans laquelle il est assez peu soluble en brillantes petites aiguilles blanches, F 129°. Coloration rouge avec le perchlorure de fer.

Acide γ-dipropyl (n)-tétronique, $C_{10}H_{16}O_3$ (III). — Par condensation du bromure de l'acide α-bromodipropylacétique avee le malonate d'éthyle monosodé suivie de saponification. Recristallisé dans l'eau en petites aiguilles blanches, F 130°. Trés soluble dans l'alcool méthylique et éthylique. Coloration rouge avec le perchlorure de fer. Monophénylhydrazone, F 194° (alcool dilué).

Acide γ-diéthyltétronique, $C_8H_{12}O_3$ (IV). — Par condensation du bromure de l'acide α-bromodiéthylacétique (⁵) avec le malonate d'éthyle monosodé, suivie de saponification. Recristallisé dans l'alcool éthylique à 50 %, F 98-101°. Très soluble dans l'alcool méthylique et éthylique. Coloration en rouge avec le perchlorure de fer.

Acide αα′-méthylnèe γγ′-tétraéthylbitétronique, $C_{17}H_{24}O_6$. — Par condensation du précédent avec le formol en solution aqueuse, F 198°. Peu soluble dans l'eau. Facilement soluble dans l'alcool.

(¹) *Helv. Chem. Acta*, 22, 1939, p. 851.
(²) *Ber. d. chem. Ges.*, 40, 1907, p. 1079.
(³) *Ibid.*, 44, 1911, p. 1759.
(⁴) *Ibid.*, 22, 1889, p. 1538.
(⁵) *Ann. der Chemie*, 439, 1924, p. 141.

SÉISMOLOGIE. — *Le séisme du 27 novembre 1945 et l'hypothèse de Suess sur la cause du* Déluge. Note de M. **Jean-Pierre Rothé**, présentée par M. Charles Maurain.

Dans le premier Chapitre de son monumental Ouvrage *La face de la Terre*, Ed. Suess (¹) a tenté une explication géologique du *Déluge*. En se basant sur un récit conservé sur des tablettes chaldéennes découvertes à Ninive et relatant les hauts faits du héros Izdubar, récit qui présente une frappante ressemblance avec la relation biblique, Suess a conclu que l'événement connu sous le nom de *Déluge* s'était produit sur le Bas-Euphrate et avait eu pour cause essentielle un violent tremblement de terre originaire du golfe Persique ou d'une région plus méridionale.

Cette hypothèse, que Suess a étayée de longs raisonnements, a été critiquée, en particulier par Sieberg (²), qui a fait remarquer qu'on ne connaissait pas de tremblements de terre importants originaires de cette région : un certain nombre d'épicentres de secousses peu violentes jalonnent les plissements iraniens en bordure Nord du golfe Persique; on connaît aussi quelques épicentres marins dans le golfe Persique et dans le golfe d'Oman, là où les chaînons les plus méridionaux de ces plissements disparaissent sous la mer; mais ces secousses n'ont jamais atteint une intensité permettant d'expliquer l'invasion momentanée de la plaine du Bas-Euphrate par la mer.

Or, le 27 novembre 1945, un très violent séisme, accompagné d'un raz-de-marée, s'est produit dans le golfe d'Oman, à l'entrée du golfe Persique.

Grâce aux travaux de l'école des séismologues de Pasadena (Gutenberg, Richter), on dispose maintenant d'une méthode qui permet d'évaluer l'énergie des séismes : d'après l'amplitude des ondes longues enregistrées dans les différents observatoires, on peut coter chaque séisme dans une échelle de *magnitude* : la magnitude du séisme du 27 novembre 1945 a été évaluée à 8 1/4 par le laboratoire de Pasadena. Chaque année 100 000 secousses au moins sont susceptiblrs d'être ressenties par l'homme, or, depuis quarante ans qu'on enregistre régulièrement les tremblements de terre, *douze* seulement ont eu une magnitude égale ou légèrement supérieure à celle attribuée au séisme de 1945. Son énergie, tout à fait du

(¹) *Das Antlitz der Erde*, traduction sous la direction de E. de Margerie, Tome I, Paris, 1921, pp. 25-95.

(²) *Erdbebengeographie* (*Handbuch der Geophysik*, 4, Berlin, 1929, p. 803).

même ordre que celle du célèbre tremblement de terre de San Francisco (18 avril 1906), aux effets sur le terrain si remarquables, peut s'évaluer à 10^{26} ergs (³).

L'épicentre de ce séisme a été calculé par le Bureau international de Séismologie, à Strasbourg (⁴); par 25°,0 de latitude Nord et 62°,2 de longitude Est (Greenwich), il se place un peu au large de la côte du Bélouchistan dans la partie de la mer Arabique qui forme le golfe d'Oman et sur le prolongement des chaînes plissées qui limitent à l'Ouest la vallée de l'Indus (monts de Kirthar) et qui se retrouvent de l'autre côté du golfe, dans l'État d'Oman, à la pointe orientale de l'Arabie. C'est la première fois depuis que l'on fait des études de géographie séismologique qu'une secousse importante se produit dans cette région.

Il est intéressant de constater que ce séisme a provoqué un raz-de-marée destructeur, qui est signalé comme particulièrement violent sur la côte du Bélouchistan, à Pasni, mais qui a causé également des victimes à Karâchi et jusqu'à Bombay, à près de 1500^{km} de l'épicentre (⁵). Il est donc probable que ce raz-de-marée s'est également fait sentir dans le golfe Persique : l'épicentre calculé est à mi-distance de l'embouchure de l'Euphrate et de la côte hindoue, au voisinage de Bombay.

La possibilité, démontrée par le séisme du 27 novembre 1945, de l'existence de foyers séismiques très violents en liaison avec les chaînons sous-marins des plissements iraniens et s'accompagnant de violents raz-de-marée, rend donc très plausible l'audacieuse hypothèse de Suess.

VOLCANOLOGIE. — *Phonolites à haüyne en Auvergne.* Note de Mme Élisabeth Jérémine.

Le feldspathoïde caractéristique des phonolites n'est pas nécessairement la néphéline; celle-ci est parfois accompagnée ou remplacée par des minéraux du groupe haüyne-sodalite. Les phonolites à haüyne avec ou sans néphéline sont particulièrement fréquentes dans le Cantal entre Bort, Brock, Venzac, jusqu'aux sources de la Sumène (sur une longueur environ de 25^{km}) et dans les Puys du Velay : au Mézenc, au Mégal, à Araules, à Lardeyrol et à la Tortue. Les

(³) B. Gutenberg et C. F. Richter, *Seismicity of the Earsh* (*Geological Society of America, special papers*, n° 34, 1941, 131 pages et *Seismicity of the Earth* (supplementary paper) (*Bulletin of the geological Society of America*, 56, 1945, pp. 603-668).

(⁴) J. P. Rothé et E. Peterschmitt, *Bureau central séismologique international*, 1945, Bulletin d'échanges n° 1, Strasbourg, janvier 1946.

(⁵) Anonyme, *Earthquake in the Arabian Sea* (*Nature*, 156, n° 3972, London, 1945; pp. 712-713).

phonolites du Cantal ont été décrites en détail par M. A. Lacroix [1] et celles du Velay par M. Boule [2].

Les plus beaux exemples des phonolites à phénocristaux d'haüyne ont été observés dans les puissantes coulées du Cantal entre le Bort et les sources de la Sumène. La phonolite de Bort a été étudiée récemment par M. J. Jung [3]; on doit à Mlle Boisse de Black la découverte de celle des sources de la Sumène. A Brock, à Venzac, on rencontre des phonolites identiques [4]. Les phonolites à haüyne sont beaucoup moins développées à Mont-Dore. On les connaît à la Banne d'Ordanche, à Lusclade, elles y sont très altérées. Les phonolites des Puys du Velay contiennent assez souvent de l'haüyne. Il est rare cependant qu'elle soit du premier temps de consolidation. Tel est le cas au Mézenc (à la maison forestière) où ce minéral forme des phénocristaux irréguliers avec des inclusions noires caractéristiques groupées en leur centre. Dans les autres gisements de cette région (La Tortue, le Mégal, Lardeyrol, Araules, Bellecombe), la haüyne forme des microlites aux formes nettes fréquemment obscurcis au centre par des fines inclusions noires. La particularité minéralogique est la présence, à côté d'augite ægyrinique ou d'ægyrine, des amphiboles ferrosodiques, ænygmatite, kataforite, arfvedsonite.

Les paramètres magmatiques des phonolites normales, calculés d'après la composition chimique globale, sont : I.6.1.4 ou I.6.2.4, mais très souvent le second paramètre est (5)6 ou 5(6) ou enfin 5. Ceci s'explique soit par la pauvreté en feldspathoïde, soit, le plus souvent, par une transformation du feldspathoïde, sous l'action atmosphérique ou thermale, en silicate d'alumine ou par l'opalisation. L'haüyne, parfaitement visible à l'œil nu mais jaunie, perd sa limpidité au microscope; le déficit de silice diminue et l'on constate même parfois un excès de silice.

L'analyse de la phonolyte de Venzac, publiée par M. A. Lacroix [4], conduit aux paramètres : I'.6.'2.4. M. J. Jung a fait connaître les paramètres de la phonolite claire de Bort : I'.5(6).1.'4. Ce sont des phonolites proprement dites. Mais les analyses des phonolites des Puys du Velay n'ont montré jusqu'ici que des types altérés, dont le second paramètre est 5. Gerbier des Joncs : I.5.(1)2.4; Costabelle (Mézenc) : I'.5.2.(3)(4); Jacassy (Mézenc) : I.'5.2.(3)4.

Avec l'autorisation de M. A. Lacroix, je publie les 6 analyses inédites,

---

(1) *Comptes rendus*, **164**, 1917, p. 372.

(2) *Bull. Carte géol. Fr.*, **28**, 1892, p. 155.

(3) *C. R. som. Soc. Géol. Fr.*, 1945, p. 60.

(4) M. A. Lacroix a signalé des enclaves de syénites néphéliniques dans plusieurs de ces roches (*Les enclaves des roches volcaniques*. Mâcon, 1893, pp. 417-425).

qu'il avait fait exécuter par F. Raoult, car elles démontrent que les vraies phonolites à haüyne se rencontrent dans cette région volcanique.

1. La Tortue, Velay........................ 1'.'6.1.4
2. Araules .... 1'.5(6).1(2).4
3. Lardeyrol .... 1'.(5)6.1.4
4. Mézenc (maison forestière).............. 1.5(6).'2.4
5. Mégal................................... 1'.5'.(1)2.4
6. Jacassy, Mézenc......................... 1.5.2.4

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
SiO_2..........	59,46	60,64	61,82	58,74	59,82	61,34
Al_2O_3..........	21,01	20,24	19,34	20,95	20,15	19,86
Fe_2O_3..........	1,41	1,31	0,89	1,78	1,45	2,73
FeO..........	1,42	1,31	1,31	1,41	1,41	1,51
MnO..........	0,24	0,28	0,14	0,26	0,20	0,08
MgO..........	0,31	0,29	tr.	tr.	0,32	0,13
CaO..........	2,00	2,22	1,52	2,44	2,58	2,16
Na_2O..........	9,14	7,60	8,87	7,40	7,43	6,39
K^2O..........	4,43	5,21	5,17	5,09	4,76	4,31
TiO_2..........	0,06	0,30	0,18	0,99	0,54	0,12
P_2O_5..........	0	0,09	tr.	tr.	tr.	0,09
H_2O+..........	0,56	0,66	0,54	0,44	0,79	1,43
H_2O-..........	0,21	0,09	0,06	0,59	0,42	0,18
Cl..........	tr.	0,04	0,05	0,08	n. d.	0,05
	100,25	100,28	100,30 (1)	100,17	99,87	100,44 (2)
SiO_2 libre......	–	–	–	–	–	2,94
Or..........	26,13	30,58	30,58	30,02	28,36	25,58
Ab..........	45,45	47,42	46,89	44,80	47,55	53,97
An..........	3,34	5,56	–	8,90	7,51	10,01
Ne..........	17,11	9,23	12,64	9,51	8,31	–
Aegyrine.......	–	–	2,77	–	–	–
$CaSiO_3$........	2,78	1,86	3,13	1,28	2,20	–
$MgSiO_3$........	0,80	0,70	–	–	0,80	0,30
$FeSiO_3$........	1,58	1,32	2,24	–	0,92	0,53
Ma..........	2,09	1,86	–	2,32	2,09	3,94
Ilm..........	0,15	0,61	0,46	1,98	0,91	0,15
Hem..........	–	–	–	0,16	–	–
Ap..........	–	0,34	–	–	–	0,34
An %..........	7	10	–	16	14	15
Σb..........	7,4	6,7	8,9	5,7	6,9	5,3

(1) ZrO_2 0,41 y compris; (2) SO_3, 0,06; (3) Na_2SiO_3, 0,37.

ZOOLOGIE. — *Sur le dimorphisme sexuel de quelques Téléostéens des Côtes de France.* Note de M. **Pierre Desbrosses**, présentée par M. Louis Fage.

On a peu d'indications précises sur les variations sexuelles des caractères numériques et métriques des Poissons. Une différence sexuelle du

nombre des vertèbres a été cependant déjà signalée, notamment chez un squale (Punnett 1904), chez l'Anchois du Pacifique (Hubbs 1925) et le Capelan (Hart 1937). Les études que nous avons poursuivies sur le Saint-Pierre, le Merlan, la Cépole et le Callionyme nous permettent d'apporter quelques faits nouveaux relatifs à cette question.

Le mâle du Saint-Pierre, *Zeus faber* L., présente généralement un rayon en moins aux nageoires dorsales (mâle 34, femelle 35) et à la seconde anale (mâle 22, femelle 23), et une moyenne vertébrale plus petite (mâle 31, 79, femelle 32, 07) que la femelle.

A ces caractères numériques s'ajoute un dimorphisme métrique; la femelle grandit plus rapidement et atteint une plus grande taille que le mâle, et tous les Saint-Pierre de grande taille (mesurant 47 à 66^{cm} de longueur totale) sont des femelles. En outre le mâle présente une distance interorbitaire plus grande et une distance préanale plus petite que la femelle. Cet élargissement de l'interorbitaire chez le mâle est un caractère sexuel très répandu parmi les *Heterosomata* : argument nouveau en faveur du rapprochement de ceux-ci et des *Zeidæ* dans le groupe des *Zeorhombi* de Boulanger.

Ainsi que les Saint-Pierre, les Merlans de grande taille (de 54 à 68^{cm} de longueur totale) sont tous des femelles. Aux tailles inférieures, on reconnaît extérieurement le sexe à la position de la première nageoire anale, qui est plus avancée chez le mâle.

Chez les deux autres espèces étudiées, c'est le mâle qui grandit le plus vite et atteint les plus grandes dimensions. *Cepola rubescens* L. parvient à la première maturité génitale à 37^{cm} pour les mâles, à 30^{cm} seulement pour les femelles (taille mesurée jusqu'à l'extrémité du complexe urophore, rayons de la nageoire caudale non compris). Les Cépoles de plus de 53^{cm} sont toutes du sexe mâle. La nageoire caudale est plus allongée, l'œil et la distance préanale sont plus petits chez le mâle; dans les tailles de 37 à 52^{cm} par exemple, le rapport de la caudale à l'œil est de 5,3 pour les mâles et de 3,8 en moyenne pour les femelles.

Chez *Callionymus lyra* L., tous les individus de 25^{cm} et plus de longueur totale sont des mâles; on sait, en outre, que le premier rayon de la dorsale est plus allongé chez ceux-ci, où il peut mesurer 14 à 64 % de la longueur du corps, tandis qu'il n'atteint pas 11 % de la taille dans l'autre sexe.

Deux constatations ayant un certain caractère de généralité se dégagent de nos observations. On sait déjà que, dans les cas de dimorphisme sexuel dans la taille des nageoires, le mâle a les nageoires les plus longues. Or, nous constatons que les rares espèces de téléostéens dont le mâle a la croissance la plus rapide présentent du dimorphisme dans la longueur des nageoires : autrement dit, les mâles à croissance rapide ont une croissance majorante de certains rayons de nageoires ou de membranes interradiaires (genres

Mallotus, *Cepola*, *Gobius*, *Crystallogobius*, *Callionymus*). Mais la réciproque n'est pas vraie : les mâles à longues nageoires n'ont pas tous une croissance accélérée (genre *Cottus* par exemple).

D'autre part, l'indice de variabilité des caractères sexuels est plus élevé chez le sexe qui grandit le plus vite : ainsi les dimensions du corps sont plus variables d'un individu à l'autre chez les femelles de Merlan, Saint-Pierre, Rouget-Barbet que chez les mâles de ces espèces et chez les mâles de Cépole et Callionyme que chez les femelles.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Thigmotactisme et localisation sensorielle du contact dans l'enfouissement du Doryphore adulte* (Leptinotarsa decemlineata *Say*). Note de M. **Pierre Grison**, présentée par M. Maurice Caullery.

L'enfouissement est le prélude, chez le Doryphore adulte, de l'entrée en diapause. Nous avons déjà signalé ([1]) qu'il n'en est pas la cause, pas plus d'ailleurs que les différentes réactions tropiques qu le caractérisent (géotropisme positif, phototropisme indifférent).

Depuis longtemps nous avions remarqué que le groupement des individus favorise le fouissement; celui-ci a lieu, pour chacun d'eux, au voisinage ou dans le sillage d'un congénère. Nous voyions là le résultat d'un thigmotactisme, comparable à celui qui détermine les rassemblements d'*Orthezia* observés par Pesson ([2]). La comparaison est d'autant plus valable que, s'ils sont maintenus captifs, en l'absence de substrat terrestre, les Insectes se réunissent les uns contre les autres, dans un angle de la cage.

En présence d'un tube de verre ou de caoutchouc, de diamètre à peu près égal à la largeur du corps de l'animal, l'Insecte s'introduit à l'intérieur du tube et y progresse comme s'il se trouvait dans le sol. L'effet thigmotactique est ici évident, et l'on remarque que, par suite de la forme du corps, ce sont les pattes et les élytres qui se trouvent en contact intime avec la paroi du tube.

On pouvait croire au rôle prépondérant des tarses dans le fouissement, non seulement comme instruments mécaniques, mais aussi comme récepteurs tactiles, en raison de leur richesse en soies. Or il n'en est rien, puisque des individus amputés des tarses se comportent absolument comme avant l'amputation et comme les individus normaux témoins.

Ces faits peuvent être rapprochés de ceux constatés par Chauvin ([3]), chez les larves de Cétoines, et ils confirment les conclusions générales de

---

([1]) *Comptes rendus*, **218**, 1945, p. 342.
([2]) *Bull. Soc. Ent. Fr.*, **50**, 1945, p. 60.
([3]) *Ibid.*, **46**, 1941, p. 126.

Paulian [4] : « les fouisseurs, écrit-il, sont remarquables par une tendance à la réduction des tarses ».

Nous avons pensé alors que les élytres, très bien innervés [5], pouvaient jouer le rôle sensoriel nécessaire au déclenchement du réflexe de fouissement et conditionner, par conséquent, la réaction thigmotactique. Nous l'avons démontré par les expériences suivantes :

1° L'ablation des seuls élytres suffit à supprimer l'enfouissement des Doryphore adultes;

2° Une double incision, pratiquée en marche d'escalier (en chicane) à la base des élytres, donne un résultat presque comparable à l'ablation totale des élytres. 13 individus sur 20 ainsi traités ne se sont pas enfouis, tandis que le fouissement était général pour tous les animaux témoins;

3° La section du nerf, pratiquée au microscalpel, à la base de l'articulation des élytres, confirme les résultats précédents;

4° Le sectionnement des ailes seules, qui provoque un traumatisme comparable à celui de l'ablation des élytres, n'empêche pas l'enfouissement; il en est de même lorsqu'on sectionne le nerf alaire au microscalpel. Ceci prouve qu'on ne peut imputer à une blessure, ou lésion quelconque, la disparition du fouissement.

Ces expériences démontrent que l'excitation périphérique, qui, chez le Doryphore adulte, provoque l'enfouissement, est localisée dans les élytres.

Or, la bordure épipleurale des élytres est garnie de poils caractéristiques du genre *Chrysomela*. Ces ornements sont-ils susceptibles de jouer un rôle sensoriel ? Dans une dernière expérience, nous procédons à la suppression des rangées de soies, par sectionnement de l'épipleure, chez dix individus : aucun d'eux n'a foui.

La frange de poils qui orne la bordure postéro-externe des élytres a donc une fonction tactile parfaitement définie, ce qui ajoute à sa valeur systématique un intérêt biologique important.

Nos expériences apportent également une contribution à la conception moderne des tropismes, que nous ne développerons pas ici. Notons seulement les éléments qui interviennent pour provoquer l'enfouissement du Doryphore, à l'entrée de l'hibernation. En premier lieu l'Insecte doit être dans un état physiologique déterminé, qui caractérise la période de l'entrée en diapause; on peut supposer, qu'à ce moment, le milieu intérieur joue un rôle prépondérant et qu'il « sensibilise » le système nerveux central. Ces sensations tactiles, transmises alors par les soies épipleurales des élytres, cessent d'être purement « affectives » ou « pathiques » pour conditionner certaines capacités neuro-musculaires, qui se traduisent par le fouis-

---

(4) *Les Coléoptères*, p. 185 (Paris, 1943).
(5) R. Jeannel, *Arch. Zool. Exp.*, 64, 1925, p. 1.

sement. Enfin, cette réponse motrice correspond à l'entrée en jeu d'autres réactions : géotropisme, dont le signe s'inverse et phototropisme qui, de positif devient indifférent.

Entre la stimulation thigmotactique et la réaction d'enfouissement, on commence à entrevoir la complexité des fonctions neuro-humorales qui avaient échappé aux anciens auteurs.

A 15h50m l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

M. le **Président**, au nom de la Commission chargée de dresser une liste de candidats à la place vacante, dans la Section des Applications de la Science à l'Industrie par la radiation de M. *Georges Claude*, présente la liste suivante :

En première ligne..............	M. **Pierre Chevenard**.
En seconde ligne, ex æquo *par ordre alphabétique*............	MM. **René Barthélemy**.
	Louis Bréguet.
	Émile Brylinski.
	Raymond Jouaust.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu en la prochaine séance.

La séance est levée à 16h45m.

L. B.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 4 FÉVRIER 1946.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE CARTAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *L'axiome du choix et la mesure des ensembles.* Note de M. ÉMILE BOREL.

J'ai indiqué, dans la deuxième édition de mes *Leçons sur la Théorie des fonctions*, p. 255, comment l'axiome du choix pouvait conduire à des conséquences inattendues pour certains ensembles de points situés sur une sphère. Je voudrais donner ici un exemple plus simple d'un fait analogue, relatif à des ensembles linéaires.

Soit x l'abscisse d'un point M du segment 0-1. Associons au point M tous les points M_n situés entre 0 et 1 et dont l'abscisse est de la forme $x + na + m$, a étant un nombre irrationnel, m et n deux entiers quelconques, positifs ou négatifs. Nous répartirons ainsi tous les points du segment 0-1 en une infinité d'ensembles dénombrables (M_n), cette infinité ayant la puissance du continu.

Dans chacun des ensembles (M_n) choisissons un point M_0 (nous utilisons l'axiome du choix); soient E_0 l'ensemble des points M_0 d'abscisse x_0 et E_n l'ensemble des points $x_0 + na + m$, où n est fixe et m choisi de telle manière que ces points soient compris entre 0 et 1.

Quel que soit l'entier positif ou négatif n, l'ensemble E_n se déduit de E_0 par une translation, suivie de l'interversion de deux segments finis. L'ensemble des points du segment 0-1 se trouve ainsi décomposé en une infinité dénombrable d'ensembles *égaux*, au sens précis de la géométrie élémentaire. C'est là un fait singulier pour un segment fini : une droite illimitée est, en effet, décomposable en une infinité dénombrable de segments égaux, mais la possibilité de cette décomposition est intimement liée avec l'hypothèse que la droite est infinie.

Je me suis contenté d'énoncer les faits, sans insister sur les difficultés que je trouve à les comprendre; peut-être ceux des mathématiciens qui admettent l'axiome du choix ne seront-ils pas choqués par ces conséquences et y trouveront un moyen d'étendre, en la modifiant, la théorie de la mesure des ensembles linéaires.

En terminant, je précise les résultats énoncés dans le livre cité, en observant qu'avec les notations adoptées dans ce livre, on définit par l'axiome du choix deux ensembles B et C de points de la sphère, tels que ces deux ensembles sont géométriquement égaux, c'est-à-dire superposables, et qu'en outre, l'ensemble B est géométriquement égal, c'est-à-dire superposable, à l'ensemble $B + C$; les ensembles B et C n'ont aucun point commun. On conclut de là que B peut être divisé en deux sous-ensembles B_1 et B_2 sans point commun, dont l'un est superposable à B et l'autre à C, et par suite à B; on peut subdiviser de même chacun des sous-ensembles B_1 et B_2 et ainsi de suite. On peut ainsi *définir* des ensembles de plus en plus nombreux, sans points communs, tels que la sphère entière peut être recouverte au moyen de deux ensembles égaux (superposables) à deux d'entre eux. Ces résultats, qui sont une conséquence de l'axiome du choix, seraient de nature à modifier profondément l'intuition que nous croyons avoir du continu.

OPTIQUE. — *Sur l'emploi de lames auxiliaires épaisses dans les appareils de polarisation*. Note [1] de M. **Aimé Cotton**.

Dans des Notes précédentes [2] nous avions signalé, M. Manigault et moi, les services que peuvent rendre des lames auxiliaires, en particulier des lames demi-onde, en en faisant plus largement usage dans divers appareils où l'on utilise la lumière polarisée. Je voudrais faire remarquer aujourd'hui que des lames beaucoup plus épaisses pourraient être utilisées elles aussi, sans que leur épaisseur soit imposée et alors qu'on emploie une source de lumière blanche.

La solution dérive de celle imaginée par notre Confrère M. Lyot [3]. Pour isoler dans la lumière solaire celle qui est envoyée par la couronne et les protubérances, M. Lyot a réalisé, comme l'on sait, des filtres polarisants laissant passer seulement quelques raies étroites. En principe, il suffit de disposer en série une suite de lames cristallines, chacune de ces lames étant placée entre deux polariseurs parallèles entre eux et l'épaisseur de chacune des lames étant deux fois plus grande que celle de la précédente. Les franges brillantes de Fizeau et Foucault données par la lame la moins épaisse subsistent alors seules, pratiquement, dans la lumière transmise par le bloc. M. Lyot a réussi à faire en sorte que ce filtre n'ait pas d'épaisseur excessive, que l'instrument ait un champ suffisant, et que, parmi les raies brillantes obtenues, on ait exactement celles néces-

(1) Séance du 8 octobre 1945.

(2) *Comptes rendus*, 219, 1944, pp. 243, 297, 528 et 597.

(3) *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 197; 212, 1941, p. 1013; *Annales d'Astroph.*, 7, 1944, p. 30.

saires pour l'étude du Soleil. M. Lyot a signalé qu'on obtient un résultat identique en donnant à la lame la plus mince une épaisseur deux fois plus petite et en la plaçant, celle-là, entre polariseurs croisés, les autres lames restant toutes entre nicols parallèles. C'est cette variante qui convient pour l'application que je propose.

Soient e l'épaisseur de cette lame uniaxe parallèle à l'axe, $n' - n''$ la différence de ses indices pour la longueur d'onde λ. Cette lame, placée seule entre nicols croisés, donne un certain ordre de franges brillantes pour les radiations telles que l'épaisseur soit un multiple impair de $\lambda/2(n' - n'')$. Si le nombre p de ces franges est assez grand, une dizaine, même moins, la lumière qu'elle donne à elle seule est blanche : c'est un blanc d'ordre supérieur. La traversée des autres lames d'épaisseurs $2e$, $4e$ etc., fait que la lumière ne contient plus que ces p radiations et que le faisceau émergent qui reste blanc est formé précisément de ces radiations pour lesquelles le retard introduit par la lame est un multiple impair de $\lambda/2$. La solution consiste alors, après avoir filtré la lumière avec ce filtre polarisant de Lyot, à utiliser comme lames auxiliaires des lames identiques à la lame d'épaisseur e. De telles lames pourraient servir à la rigueur en les collant avec soin les unes sur les autres à former les lames plus épaisses du bloc filtrant.

Il importe de remarquer que, pour les applications qui nous occupent, on n'a pas besoin de raies aussi fines que pour les études de M. Lyot. On pourra donc sans doute réduire le nombre des lames constituant le bloc. On pourra utiliser une lame d'épaisseur e pour remplacer la rotation de nicols par celle de cette lame auxiliaire, ou la rotation d'un objet biréfringent placé entre deux nicols par la rotation simultanée de deux lames identiques ayant cette épaisseur e choisie plus haut.

Rien n'empêche d'ailleurs de choisir cette épaisseur de façon que certaines raies brillantes données par le bloc occupent la place des raies données par le mercure et que le même appareil puisse servir pour certaines raies monochromatiques données.

Je ne me dissimule pas que les remarques qui précèdent ne peuvent guère être utilisées pratiquement à l'époque actuelle : les filtres de M. Lyot sont des appareils que rend très coûteux la disette en spath et en quartz. Leur emploi pourra être envisagé, je le crois, dans certains cas et pourrait être généralisé si l'on peut employer des polariseurs formés de cristaux artificiels ou de films polarisants. Les lames biréfringentes elles-mêmes pourraient être remplacées par des matières plastiques.

Dans les appareils polarimétriques proprement dits, si l'on employait de la lumière ainsi filtrée, il faudrait bien quand même mesurer séparément les rotations correspondant aux diverses raies transmises. Une séparation spectrale resterait donc nécessaire. Mais en revanche, c'est une source

de lumière blanche, pourvu qu'elle ait une brillance suffisante, qui peut alors être utilisée, en particulier dans les cas de radiations invisibles pour lesquelles on ne connaît pas de bonnes sources monochromatiques. Il y a d'ailleurs au moins un cas où l'on a à mesurer une rotation de vibrations lumineuses qui est indépendante de la couleur. P. Curie, comme l'on sait, a imaginé un dynamomètre de transmission dans lequel une radiation monochromatique traverse deux lames demi-onde placées aux deux bouts de l'arbre de transmission, creux, qui se tord sous l'effort qu'il transmet.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *L'accumulation de l'eau dans les glaciers.* Note (1) de M. **Jacques Duclaux.**

Les périodes de sécheresse montrent l'avantage qu'il y aurait à accumuler, pour l'obtention de l'énergie hydraulique et pour l'irrigation, l'eau des périodes pluvieuses. Il serait souhaitable que l'on pût, pour parer aux irrégularités des pluies, disposer de réservoirs assez grands pour contenir le débit total des rivières pendant une dizaine d'années. Mais cela semble presque partout impossible, à moins d'élever des ouvrages extrêmement coûteux et de noyer de grandes étendues de terrains cultivés ou habités. Dans la plupart des cas, et sauf pour quelques petites rivières d'intérêt local, les barrages ne retiennent même pas le volume débité pendant un an.

Il serait, par contre, très facile d'accumuler l'eau à l'état de glace dans les vallées élevées et inhabitées. Les glaciers sont des réservoirs de grande capacité : elle peut s'exprimer par milliards de mètres cubes. L'eau, amenée de basse altitude, se solidifierait spontanément par l'action du froid en hiver, et redeviendrait disponible en été, économisant l'eau des réservoirs de basse altitude. Le barrage, qui est la partie la plus coûteuse et la seule partie dangereuse et vulnérable de l'installation d'une force hydraulique, serait évité.

L'expérience montre qu'à haute altitude (3000^{m} par exemple) le froid naturel peut congeler tous les ans une épaisseur d'eau d'environ 20^{m}, à condition que l'eau ruisselle en surface. On pourrait donc accumuler, par kilomètre carré, 20 millions de mètres cubes de glace, possédant, en raison de l'altitude, une énergie potentielle très grande.

Les glaciers naturels de la France ne se prêteraient pas facilement à cette extension. Les uns sont des glaciers suspendus, avec un grand nombre d'émissaires qu'il faudrait capter un par un. Les autres, comme ceux du Mont Blanc, descendent trop bas dans les vallées et leur partie supérieure est pratiquement inaccessible. Il vaudra toujours mieux créer des glaciers franchement artificiels dans des vallées élevées et actuellement dépourvues de glaces.

(1) Séance du 28 janvier 1946.

Ces vallées existent. L'étude de la carte et du terrain montre que la distribution des glaciers est en partie aléatoire. Leur existence dans certaines vallées, leur absence ou leur peu d'extension dans d'autres, ne peuvent pas toujours s'expliquer par le relief du terrain. Ce fait est dû à ce qu'un glacier est un édifice très instable. S'il disparaissait, souvent il ne se reformerait plus. Au contraire, un glacier qui viendrait à s'établir en un nouveau lieu pourrait être durable, sans aucun changement du climat. Les variations des glaciers peuvent être qualifiées d'autocatalytiques, et c'est ce qui explique les variations considérables qu'ils subissent. Ce caractère, déjà reconnu par de Saussure, provient de ce que les conditions de fusion de la neige sont très différentes suivant qu'elle est tombée sur de la glace préexistante ou du rocher. Un glacier qui a disparu peut renaître si on l'y aide, et l'effort à faire n'est nullement disproportionné avec les moyens dont nous disposons.

Il semble possible de faire reparaître ou de développer, sous nos latitudes, des glaciers en de nombreux points : sur des plateaux faiblement inclinés, approchant 3000^{m}, ou au fond de cirques ouverts au Nord, entourés d'une crête d'altitude moyenne supérieure à 2500^{m}, avec un fond ne descendant pas au-dessous de 1500^{m}. Ces conditions se rencontrent en particulier dans les Alpes du Dauphiné, en plusieurs points. On pourrait y accumuler, en quelques années, au moins 5 milliards de mètres cubes d'eau représentant, avec une chaînette de 1500^{m}, une énergie potentielle de 20 milliards de kilowattheures et comparables à une réassurance contre la sécheresse.

On peut remarquer, d'une façon générale, que, si la chaleur naturelle est déjà utilisée (avec un rendement d'ailleurs dérisoire), le froid ne paraît pas l'être, bien qu'il présente une valeur du même ordre. G. Claude a bien proposé d'utiliser l'eau froide du fond des mers, mais il faut aller la chercher très loin. La France a la chance de posséder, dans ses montagnes, une source de froid imprenable et à peu près inépuisable. 1000^{km^2} de surface montagneuse peuvent absorber, dans l'atmosphère, 10^{16} à 10^{15} frigories par an : le même nombre de calories est fourni par la combustion de 15 à 150 millions de tonnes de charbon. Sans vouloir déprécier le rôle futur de l'énergie nucléaire, il faut faire remarquer que l'homme n'a fait que bien peu d'efforts pour tirer parti des anciennes formes d'énergie, qu'on aurait bien tort de négliger.

Les justifications de ce qui précède et les résultats d'expériences seront donnés dans une autre publication.

CHRONOMÉTRIE. — *Sur le régime transitoire précédant la synchronisation.* Note [1] de M. JULES HAAG.

1. Ayant, dans une précédente Note [2], démontré l'existence du mouvement synchronisé, moyennant certaines conditions, je me propose, dans la présente Note, de montrer comment on peut étudier le régime précédant la synchronisation, dans le cas, qui est celui de la pratique, où l'on est *au voisinage de la résonance* et où *le couple synchronisant* Γ *dépend seulement de* t et par conséquent peut être réduit à son premier harmonique $\mathrm{A}h\cos mt$, A désignant le moment d'inertie de la réceptrice.

Soient $2\mathrm{T}$ et $2\mathrm{T}'$ la période propre de celle-ci et la période de Γ.

Posons $\varepsilon = 2\pi(\mathrm{T}'-\mathrm{T})/\mathrm{T}$, $k = h\mathrm{T}^2/\pi$. Appelons x le *retard de phase instantané* du mouvement sur le couple et y *l'amplitude instantanée* des oscillations. En supposant ε et k très petits, la théorie des perturbations permet d'écrire les équations approchées

$$(1)\qquad 2\mathrm{T}\frac{dx}{dt} = \varepsilon + k\frac{\cos x}{y}, \qquad 2\mathrm{T}\frac{dy}{dt} = k\sin x - f(y),$$

où $f(y)$ désigne la *perte d'amplitude par période*, quand le couple Γ est supprimé. D'où l'on déduit

$$(2)\qquad y[k\sin x - f(y)]\,dx = (\varepsilon y + k\cos x)\,dy.$$

En appliquant les méthodes de Poincaré à cette équation différentielle, on étudie facilement le régime transitoire, et l'on retrouve du même coup les conditions de possibilité de la synchronisation.

Nous supposerons $\varepsilon \geqq 0$, ce qui ne diminue pas la généralité. Nous supposerons aussi que la fonction $f(y)$ est *croissante*.

2. Appelons $\mathrm{K}(\mathrm{M})$ la valeur de $ky\cos x + (\varepsilon/2)y^2$ au point $\mathrm{M}(x, y)$. Si $\mathrm{M}_0\mathrm{M}_1$ est un arc de courbe intégrale, on a

$$(3)\qquad \mathrm{K}(\mathrm{M}_0) - \mathrm{K}(\mathrm{M}_1) = \int_{(\mathrm{M}_0\mathrm{M}_1)} yf(y)\,dx.$$

Si l'on a un cycle, l'intégrale ci-dessus prise le long du cycle doit être nulle, donc aussi l'intégrale double $\iint [yf'(y) + f(y)]\,dx\,dy$ prise à l'intérieur du cycle. Ceci est impossible, en raison de la croissance de $f(y)$. Donc, *il n'y a pas de cycles.*

Les *points singuliers* sont d'abord les points $\mathrm{A}(\pi/2)$, o et $\mathrm{B}(3\pi/2)$, o si $f(0)$ est fini. Le point A est un *col* ou un *nœud*, suivant que $k > f(0)$ ou $< f(0)$. Si $f(0) + k > 0$, B est un *col*. L'axe $\mathrm{O}x$ est une courbe intégrale.

---

(1) Séance du 28 janvier 1946.

(2) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 682.

Appelons S la sinusoïde $\varepsilon y = -k \cos x$ et (C) la courbe $f(y) = k \sin x$. Tout point H (x_0, y_0) commun à ces deux courbes est aussi un point singulier; c'est un *point de synchronisation*. Si la pente de la tangente en H à (S) est algébriquement inférieure à celle de la tangente à (C), H est un *col*. Dans le cas contraire, c'est un *nœud* ou un *foyer*.

On étudie facilement la disposition des courbes intégrales au voisinage de tous ces points singuliers.

Dans le *cas particulier où* (S) *et* (C) *sont tangentes en* H, la singularité est plus compliquée et se ramène à une équation différentielle étudiée par divers auteurs ([3]). Si, au voisinage de H, (C) est au-dessus de (S), une seule courbe intégrale arrive en H à droite; il y en a une infinité à gauche; elles ont un contact d'ordre infini en H, leur tangente étant la tangente commune à (S) et (C).

3. Supposons que *le seul couple perturbateur autre que* Γ *soit fourni par les résistances passives*. Il y a *un seul point* H qui est toujours *un nœud ou un foyer*. On démontre aisément qu'au bout d'un temps fini, le point M, partant d'un point M_0 quelconque, est capté par le point H, vers lequel il tend asymptotiquement, suivant une tangente déterminée ou en tournant autour de H. On en conclut que *la synchronisation au point* H *se réalise toujours*; elle est précédée par des *battements en nombre fini ou infini, suivant que* H *est un nœud ou un foyer*.

4. Supposons maintenant *que la réceptrice soit munie d'un échappement isochrone*, comme dans le cas d'un échappement à coup perdu bien réglé. L'accroissement d'amplitude par période dû à cet échappement est approximativement de la forme a/y, a désignant une constante positive. Si $f_1(y)$ est la perte d'amplitude due aux résistances passives, on a $f(y) = f_1(y) - a/y$, fonction croissante. L'amplitude y_1 entretenue par l'échappement agissant seul est donnée par $y_1 f_1(y_1) = a$.

Si ε est assez petit, les courbes (S) et (C) se coupent en deux points H et H′, dont le premier sera supposé le plus élevé. Ces deux points sont des *points de synchronisation*. Le second est toujours un *col* et le premier est toujours *un nœud ou un foyer*. On en conclut que la synchronisation en H′ est *instable*, tandis que celle en H est *stable* et se réalise seule dans la pratique. L'ordonnée du point H est $> y_1$ ou $< y_1$, suivant que ε est inférieur ou supérieur à une certaine limite. Ceci prouve *qu'il est possible d'obtenir une amplitude inférieure à celle que donnerait l'échappement agissant seul*.

Pour une certaine valeur de ε, les courbes (S) et (C) sont tangentes; H *et* H′ *se confondent*. On se trouve dans le cas singulier signalé au n° 2. On démontre que la synchronisation se réalise toujours après un *nombre fini de battements, l'amplitude tendant vers sa limite en décroissant*.

([3]) Cf. ÉMILE PICARD, *Traité d'Analyse*, t. III, pp. 39 et 265; J. HAAG, *Bull. Sc. math.*, 60, II, mai 1936, p. 131.

Si ε est assez grand, (S) et (C) n'ont *aucun point commun*. Il existe alors une courbe intégrale se reproduisant par la translation 2π suivant Ox. Il se produit des *battements périodiques*. Pendant chaque période de ces battements, l'amplitude oscille entre un maximum et un minimum déterminés; en outre, *la réceptrice prend, sur le couple, un retard ou une avance de* $2T$, suivant que ε est positif ou négatif. *Il n'y a pas synchronisation.*

Dans le cas où les résistances passives sont visqueuses et où l'on est en résonance, l'équation (2) est une équation de Riccati, qui s'intègre pour une valeur particulière du décrément logarithmique.

Sir **Almroth E. Wright** fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée *Brief survey of the history and development of the inoculation department, St. Mary's Hospital, W.* 2.

NOMINATIONS.

Par l'unanimité de 49 suffrages contre 1 bulletin blanc, M. **A. Lacroix** est réélu Membre du Conseil d'administration du Palais de la Découverte.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section des Applications de la Science à l'Industrie en remplacement de M. *Georges Claude*, dont l'élection a été annulée.

Le nombre des votants étant 48,

M. Pierre Chevenard obtient	....	30 suffrages
M. René Barthélemy »	....	7 »
M. Louis Bréguet »	....	4 »
M. Raymond Jouaust »	....	4 »
M. Émile Brylinski »	....	2 »
M. Georges Darrieus »	....	1 »

M. **Pierre Chevenard**, ayant obtenu la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation du Gouvernement provisoire de la République.

COMMISSIONS.

Le scrutin pour la nomination des Commissions de prix de 1946, ouvert en la séance du 28 janvier, est clos en celle du 4 février.

39 cahiers de vote ont été déposés.

Le dépouillement du scrutin donne les résultats suivants :

I. Mathématiques : *Prix Francœur, Carrière, Médaille Émile Picard.* —

MM. J. Hadamard, É. Borel, É. Cartan, H. Villat, L. de Broglie, G. Julia, J. Chazy, P. Montel, A. Denjoy, J. Pérès.

II. Mécanique : *Prix Montyon, Fourneyron, Poncelet, Boileau, Henri de Parville.* — MM. É. Borel, J. Drach, A. de Gramont, É. Cartan, H. Villat, L. de Broglie, A. Caquot, J. Pérès, E. Vessiot, N....

III. Astronomie : *Prix Benjamin Valz, Jules-César Janssen, Pierre Guzman, fondation Frédéric Forthuny.* — MM. H. Deslandres, A. Cotton, G. Perrier, E. Esclangon, Ch. Maurain, L. de Broglie, G. Fayet, L. Picart, J. Chazy, B. Lyot.

IV. Géographie : *Prix Delalande-Guérineau, Gay, fondation Tchihatchef, prix Binoux.* — MM. A. Lacroix, G. Perrier, Ch. Maurain, J. Tilho, L. de Broglie, G. Durand-Viel, Ch. Pérez, A. Chevalier, É.-G. Barrillon, Em. de Martonne, N....

V. Navigation : *Prix Plumey.* — MM. Ém. Borel, M. de Broglie, G. Perrier, J. Drach, H. Villat, J. Tilho, L. de Broglie, G. Julia, A. Caquot, G. Durand-Viel, É.-G. Barrillon, J. Pérès, Em. de Martonne, E. Vessiot, N..., N....

VI. Physique : *Prix L. La Caze, Gaston Planté, Henri de Parville, Hughes, fondations Pierre Lafitte, Général Ferrié.* — MM. M. Brillouin, A. Cotton, M. de Broglie, Ch. Maurain, A. de Gramont, L. de Broglie, P. Langevin, Ch. Mauguin, C. Gutton, F. Joliot, J. Becquerel, N....

VII. Chimie : *Prix Montyon des Arts insalubres, Jecker, L. La Caze, Paul Marguerite de La Charlonie, Houzeau, Émile Jungfleisch, fondation Charles-Adam Girard.* — MM. A. Lacroix, G. Bertrand, M. Delépine, R. Fosse, R. Lespieau, M. Javillier, P. Lebeau, J. Duclaux, P. Jolibois, P. Pascal.

VIII. Minéralogie et Géologie : *Fondation Edmond Hébert, prix Victor Raulin, André-C. Bonnet, Carrière.* — MM. A. Lacroix, A. Cotton, M. Caullery, Ch. Jacob, Ch. Pérez, Ch. Mauguin, F. Grandjean, Em. de Margerie, A. Michel-Lévy, L. Bertrand.

IX. Botanique : *Prix Desmazières, Montagne, de La Fons Mélicocq, Carrière.* — MM. A. Lacroix, P.-A. Dangeard, G. Bertrand, L. Blaringhem, Ch. Pérez, A. Chevalier, Em. de Martonne, R. Souèges, J. Magrou, N....

X. Économie rurale : *Prix Demolombe.* — MM. A. Lacroix, Em. Leclainche, G. Bertrand, L. Blaringhem, L. Lapicque, R. Fosse, É. Schribaux, M. Javillier, A. Chevalier, N....

XI. Anatomie et Zoologie : *Prix Cuvier, Da Gama Machado, fondation Savigny, prix Pouchard.* — MM. A. Lacroix, H. Vincent, M. Caullery, L. Cuénot, Ch. Pérez, P. Portier, É. Roubaud, P. Wintrebert, L. Fage, R. Courrier.

XII. Anthropologie : *Prix André-C. Bonnet.* — MM. A. Lacroix, H. Vincent, M. Caullery, L. Blaringhem, L. Lapicque, Ch. Pérez, L. Fage, R. Courrier.

XIII. Médecine et Chirurgie : *Prix Montyon*, *Barbier*, *Bréant*, *Godard*, *Baron Larrey*, *fonds Charles Bouchard*, *prix Jean Dagnan-Bouveret.* — MM. A. Lacroix, Em. Leclainche, H. Vincent, L. Lapicque, Ch. Pérez, P. Portier, E. Sergent, G. Roussy, L. Binet, Ch. Laubry, H. Hartmann, R. Leriche.

XIV. Cancer et Tuberculose : *Fondation Roy-Vaucouloux*, *prix Louise Darracq*, *fondation Henriette Régnier.* — MM. A. Lacroix, H. Vincent, M. Caullery, L. Lapicque, E. Sergent, G. Roussy, J. Jolly, L. Binet.

XV. Physiologie : *Prix Montyon*, *L. La Caze*, *Pourat.* — MM. A. Lacroix, H. Vincent, M. Caullery, L. Lapicque, Ch. Pérez, P. Portier, J. Jolly, L. Binet.

XVI. Statistique : *Prix Montyon.* — MM. A. Lacroix, É. Borel, L. Blaringhem, J. Drach, Ch. Maurain, É. Cartan, L. de Broglie, J. Chazy, P. Montel.

XVII. Histoire et philosophie des sciences : *Prix Binoux.* — MM. A. Lacroix, É. Borel, M. Caullery, M. Delépine, H. Villat, L. de Broglie, Ch. Pérez, J. Chazy, P. Montel.

XVIII. Ouvrages de sciences : *Prix Henri de Parville.* — MM. É. Cartan, L. Blaringhem, A. Lacroix, L. de Broglie et trois membres élus : MM. Ém. Borel, H. Vincent, M. de Broglie.

XIX. *Médailles Lavoisier*, *Berthelot*, *Henri Poincaré.* — MM. É. Cartan, L. Blaringhem, A. Lacroix, L. de Broglie.

XX. *Prix d'Aumale*, *Gustave Roux*, *fondations Gegner*, *Hirn*, *Charles-Louis de Saulses de Freycinet*, *Henri Becquerel*, *Mme Victor Noury*, *fonds des Laboratoires*, *fondations Charles Frémont*, *Charles de Mosenthal*, *Giffard*, *Lannelongue*, *Barbier-Muret*, *Cassé-Fleury*, *Gibou*, *Alexandre Darracq*, *Girbal-Baral*, *Leroy-Drouault*, *Octave Mirbeau.* — MM. É. Cartan, L. Blaringhem; A. Lacroix, L. de Broglie; É. Borel, G. Bertrand.

XXI. *Prix fondé par l'État* (Grand prix des sciences mathématiques). — MM. É. Borel, G. Perrier, J. Drach, É. Cartan, L. de Broglie, G. Julia, J. Chazy, P. Montel.

XXII. *Prix Bordin* (Sciences physiques). — MM. A. Lacroix, P.-A. Dangeard, H. Vincent, M. Caullery, Ch. Pérez, A. Chevalier, É. Roubaud, R. Souèges.

XXIII. *Prix Vaillant* (Sciences physiques). — MM. A. Lacroix, P.-A. Dangeard, M. Caullery, M. Delépine, R. Fosse, P. Lebeau, A. Chevalier, L. Binet.

XXIV. *Prix Petit d'Ormoy* (SCIENCES NATURELLES). — MM. A. Lacroix, P.-A. Dangeard, M. Caullery, L. Lapicque, Ch. Pérez, A. Chevalier, É. Roubaud, L. Binet.

XXV. *Prix Le Conte.* — MM. É. Cartan, L. Blaringhem, A. Lacroix, L. de Broglie et sept membres qui seront élus ultérieurement.

XXVI. *Prix Jean Reynaud.* — MM. A. Lacroix, É. Borel, L. de Broglie, Ch. Pérez, A. Chevalier, P. Montel, L. Binet, A. Portevin, R. Souèges.

XXVII. *Prix Houllevigue* (SCIENCES MATHÉMATIQUES). — MM. H. Deslandres, É. Borel, M. Brillouin, G. Perrier, É. Cartan, H. Villat, L. de Broglie, G. Julia.

XXVIII. *Prix Saintour* (SCIENCES PHYSIQUES). — MM. A. Lacroix, P.-A. Dangeard, H. Vincent, M. Caullery, Ch. Pérez, A. Chevalier, É. Roubaud, R. Souèges.

XXIX. *Prix Lonchampt.* — MM. A. Lacroix, Em. Leclainche, G. Bertrand, M. Caullery, M. Delépine, M. Javillier, A. Chevalier, L. Binet.

XXX. *Prix Henry Wilde.* — MM. H. Deslandres, A. Lacroix, Ém. Borel, G. Bertrand, A. Cotton, E. Esclangon, M. Delépine, A. de Gramont, L. de Broglie.

XXXI. *Prix Caméré.* — MM. A. Lacroix, L. Guillet, J. Drach, H. Villat, L. de Broglie, A. Caquot, É.-G. Barrillon, J. Pérez, A. Portevin.

XXXII. *Prix Albert Ier de Monaco.* — MM. É. Cartan, L. Blaringhem, A. Lacroix, L. de Broglie et sept membres qui seront élus ultérieurement.

XXXIII. *Prix Marquet* (SCIENCES MATHÉMATIQUES). — MM. H. Deslandres, É. Borel, A. Cotton, A. de Gramont, É. Cartan, H. Villat, L. de Broglie, G. Julia.

XXXIV. *Prix Général Muteau* (SCIENCES MATHÉMATIQUES). — MM. Ém. Borel, G. Perrier, L. de Broglie, G. Julia, A. Caquot, G. Durand-Viel, J. Chazy, É.-G. Barrillon.

XXXV. *Prix Laura Mounier de Saridakis.* — MM. A. Lacroix, H. Vincent, G. Bertrand, L. de Broglie, Ch. Pérez, P. Portier, M. Javillier, J. Jolly, R. Courrier.

XXXVI. *Prix Marie-Guido Triossi.* — MM. M. de Broglie, Ch. Maurain, H. Villat, L. de Broglie, G. Julia, J. Chazy, P. Montel, É.-G. Barrillon.

XXXVII. *Fondation Jérôme Ponti* (SCIENCES MATHÉMATIQUES). — MM. É. Borel, Ch. Maurain, A. de Gramont, H. Villat, L. de Broglie, G. Julia, J. Chazy, P. Montel.

XXXVIII. *Fondation Le Chatelier.* — MM. A. Lacroix, L. Lumière, L. Guillet, L. de Broglie, R. Esnault-Pelterie, A. Portevin, P. Chevenard, N....

XXXIX. *Fondation Millet-Ronssin.* — MM. A. Lacroix, Ch. Jacob, Ch. Mauguin, A. Chevalier, R. Souèges, Ch. Pérez, É. Roubaud.

XL. *Fondation Villemot.* — MM. É. Cartan, L. Blaringhem, A. Lacroix, L. de Broglie et douze membres qui seront élus ultérieurement.

XLI. *Prix Hélène Helbronner-Fould.* — MM. É. Cartan, L. Blaringhem, A. Lacroix, L. de Broglie; M. de Broglie, A. de Gramont, L. Martin, C. Gutton, J. Duclaux, G. Roussy, J. Jolly, A. Pérard, G. Ramon, L. Hackspill.

PLIS CACHETÉS.

M. **Jean Lacaze** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 4 décembre 1944 et enregistré sous le nº 12037.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note intitulée *Ions atmosphériques monomoléculaires ou atomiques et neutrons solaires.*

(Renvoi à la Section d'Astronomie.)

M. **François Michelin** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 20 novembre 1944 et enregistré sous le nº 12016.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient un Mémoire intitulé *Théorie du rendement de criblage.*

(Renvoi à la Section des Applications de la Science à l'Industrie.)

CORRESPONDANCE.

M. **Jean Chardonnet** adresse des remercîments pour la distinction accordée à ses travaux.

M. **Henri Mineur** prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats au poste d'Astronome titulaire vacant à l'Observatoire de Paris.

GÉOMÉTRIE ALGÉBRIQUE. — *Remarque sur la décomposition des courbes de diramation des plans multiples.* Note de M. **Bernard d'Orgeval**, présentée par M. Élie Cartan.

Il y a quelques années, M. Enriques [1] faisait cette remarque : « La question de savoir si les surfaces qui correspondent à des valeurs générales

[1] *Sulla classificazione delle superficie algebriche particolarmente di genere zero* (Rome, 1934), p. 31.

des caractères $p_a, p_g, p^{(1)} > 1$, forment une ou plusieurs familles distingables par quelque autre caractère numérique n'a pas encore été résolue ». Étudiant la représentation d'une surface algébrique par un plan multiple (²), j'avais constaté que l'on pouvait former des types « réduits » selon le procédé de M. Chisini, distincts, mais ayant les mêmes caractères p_a, p_g, $p^{(1)}$. Dans cette Note, je présente deux tels plans quadruples, dont l'un représente une surface indécomposable, et l'autre ne peut représenter une telle surface, le type réduit représentant une surface décomposée en deux surfaces partielles, ne pouvant naître d'une courbe irréductible. De ceci on peut tirer plusieurs conséquences.

1° La donnée d'un plan multiple, par sa courbe de diramation réduite au sens de Chisini, n'assure pas de l'existence d'une surface algébrique irréductible correspondante.

2° Deux types de Chisini, réduits, donnant lieu aux mêmes caractères, peuvent ne pas provenir de la réduction d'une même courbe irréductible, ayant le nombre de points doubles et de cuspides voulu.

Considérons donc les deux plans quatruples, dont les types réduits de Chisini sont

(α) $$C_3 - C_8(15A^2) - C_4,$$

(β) $$C_2 - C_7(15A^2) - C_6.$$

Les C_i désignant des courbes d'ordre i, les C_8 et C_7 possédant 15 points doubles. Les deux types réduits correspondent à une courbe de diramation d'ordre 30 possédant 168 cuspides et 108 points doubles. Les surfaces correspondantes, si elles existent, ont pour caractères

$$p_a = p_g = 10, \qquad p_1^{(1)} = 31.$$

(α). Cette surface, si elle existe, sera d'ordre 9, décomposable en une F_4 avec un point double et une F_5 avec un point triple, un point quintuple de la F_9. La F_4 et la F_5 se coupent selon une C_{20} décomposable en une C_8 de genre 6, ne passant pas au point multiple, et une C_{12} qui devra avoir un point sextuple, et en conséquence le genre 10.

Considérons alors une Φ_4 possédant un point triple T, représentable par les $C_4(12A)$, les points-base situés sur une F_3, image de T. Une courbe d'ordre 12, de genre 10, ayant en T un point sextuple, se représente par une $C_6(12A)$. Par elle passent une F_4 ayant en T un point double, et une F_5 ayant en T un point triple, ainsi qu'il apparaît immédiatement de la représentation plane. Donc la F_9 générale du faisceau, si P représente un plan arbitraire,

$$\Phi_4^2 P + \lambda F_4 F_5 = 0$$

est une surface irréductible répondant à la question.

(²) Cf. B. d'Orgeval, *Comptes rendus*, **215**, 1942, p. 341.

(β). Si cette surface existe, ce sera une F_{10} avec un point sextuple T, décomposable en une F_3 passant en T, et une F_7 ayant en T un point quintuple. La C_{21}, section de F_3 par F_7, doit se décomposer en une C_7 rationnelle, ne passant pas en T, et une C_{14} de genre 11, ayant en T un point quintuple. La F_{10} devra avoir la C_{14} pour couche double, mais l'étude de la représentation plane de la F_3 montre que la décomposition de l'intersection d'une F_3 par une F_{10} en une C_{14} comptée deux fois de notre type, et une conique est impossible. Donc notre second plan quadruple ne correspond pas à une surface indécomposable.

Cet exemple laisse espérer la possibilité de construire, à l'aide de plans quadruples analogues, des exemples de surfaces de même caractère, distinctes birationnellement. Je pense bientôt pouvoir revenir sur ces questions.

GÉODÉSIE. — *Mesures d'intensité de la pesanteur en Franche-Comté en août et septembre* 1943. Note (¹) de M. **Raoul Goudey**, présentée par M. Georges Perrier.

Le tableau ci-après donne les valeurs de l'intensité de la pesanteur en Franche-Comté. Quelques-unes avaient été déjà déterminées en 1932 et 1933 au moyen de l'appareil Holweck-Lejay n° 2. Les écarts avec les premières déterminations sont particulièrement importants pour les stations de montagne.

Jusqu'à fin septembre, presque toutes les mesures ont été effectuées avec les deux pendules 518 et 651.

Dans notre tableau, dont la plupart des en-têtes sont suffisamment explicites, il suffit d'indiquer que Δg est la correction de Faye de réduction à l'air libre; $\Delta g''$ est la correction de Bouguer s'étendant jusque et y compris la zone O d'Hayford; elle comprend la *correction topographique* correspondant aux inégalités de terrain au voisinage de la station; Δg_c est la correction isostatique d'Hayford pour la profondeur de compensation de $113^{\text{km}},7$.

Le tableau modifie un peu la présentation habituelle de ces observations. On a introduit les valeurs Δg, $\Delta g''$ et Δg_c, alliant le mode de publication du Coast and Geodetic Survey et celui prescrit par l'Association internationale de Géodésie. J'estime qu'il est bon de donner explicitement les valeurs de $\Delta g''$ et de Δg_c.

On a

$$(1)\qquad \begin{cases} g_0 = g + \Delta g, \\ g''_0 = g + \Delta g + \Delta g'', \\ g_c = g_0 + \Delta g_c, \end{cases}$$

$g_0 - \gamma_0$ donne l'anomalie de Faye, $g'' - \gamma_0$ l'anomalie de Bouguer, $g_c - \gamma_0$ l'anomalie isostatique, γ_0 est la pesanteur normale donnée par la formule internationale.

(¹) Séance du 28 janvier 1946.

Année 1943. — *Mesures de l'intensité de la pesanteur faites avec le pendule Holweck-Lejay.*

Date.	Station.	Long.	Lat.	Alt.	g obs.	Δg.	g_0.	$\Delta g''$.	g''_0.	Δg_c.	g_c.	γ_0.	$g_0-\gamma_0$.	$g''_0-\gamma_0$	$g_c-\gamma_0$.	
		° ′	° ′	m	980,		980,		980,		980,	980,				
6 août	Recologne	5 49,8	47 16,4	219	780	+ 68	847	—25	823	+16	864	835	+13	—12	+29	a
6 »	Marnay	5 46,3	17,4	214	786	+ 66	852	—24	828	+15	868	836	+16	— 8	+32	»
7 »	Montagney	5 39,7	17,2	238	781	+ 74	854	—27	828	+12	866	836	+19	— 8	+30	»
7 »	Pesmes	5 33,8	16,9	200	783	+ 62	845	—23	822	+14	859	835	+10	—13	+24	»
7 »	Thervay	5 37,0	15,1	203	785	+ 63	847	—23	824	+15	862	833	+15	— 8	+30	»
7 »	Jallerange	5 43,0	15,2	222	779	+ 69	848	—25	823	+15	862	833	+15	—10	+30	»
8 »	Pin l'Émagny	5 52,0	19,4	231	779	+ 71	850	—26	824	+15	865	839	+11	—15	+26	»
11 »	Miserey	5 58,3	17,2	295	756	+ 91	847	—33	814	+11	858	836	+12	—22	+22	»
12 »	Morre	6 4,0	13,6	348	738	+107	845	—39	807	+ 9	855	830	+15	—24	+24	»
12 »	Saône	6 7,1	13,6	391	724	+121	844	—44	800	+13	857	830	+14	—30	+27	»
12 »	Mamirolle	6 9,6	11,8	498	700	+154	854	—56	798	— 3	850	828	+26	—30	+23	»
12 »	Tarcenay	6 6,9	9,5	495	698	+153	850	—56	795	— 4	847	824	+26	—29	+23	»
19 »	Grandfontaine	5 54,3	11,9	250	760	+ 77	837	—28	809	+16	853	828	+ 9	—19	+25	»
19 »	Saint-Vit	5 48,8	10,9	258	757	+ 80	836	—29	808	+14	850	826	+10	—19	+24	»
20 »	Rans	5 43,6	8,7	226	760	+ 70	830	—26	805	+16	846	823	+ 7	—18	+23	»
20 »	Gendrey	5 40,9	12,4	269	761	+ 83	844	—30	814	+ 9	853	829	+16	—15	+23	»
20 »	Amange	5 33,9	9,9	223	766	+ 69	835	—25	810	+13	848	825	+10	—15	+23	»
21 »	Moissey	5 31,5	11,8	246	768	+ 76	844	—28	816	+10	853	828	+16	—12	+26	»
21 »	Moissey (Carrières)	5 32,1	11,5	318	755	+ 98	853	—36	817	+ 2	855	827	+26	—10	+28	b
21 »	Auxonne	5 23,4	11,6	188	766	+ 58	824	—21	803	+14	839	827	— 3	—24	+11	a
22 »	Dole	5 29,5	5,6	220	759	+ 68	827	—25	802	+13	840	818	+ 9	—16	+22	c
24 »	Pugey	5 59,3	11,1	407	722	+126	848	—45	803	+ 2	850	826	+22	—24	+23	a
24 »	Épeugney	6 1,4	7,0	459	704	+142	846	—52	794	— 2	844	820	+26	—26	+24	»
25 »	Ornans	6 8,7	6,3	334	721	+103	824	—36	788	+18	842	819	+ 4	—32	+23	»
25 »	Fertans	6 3,8	47 3,1	537	677	+166	842	—60	782	— 6	836	814	+28	—32	+22	»
25 »	Labergement-du-Navois	6 4,7	46 58,6	758	623	+234	857	—85	772	—27	830	808	+49	—36	+22	»
25 »	Levier	6 7,2	57,2	717	625	+221	846	—81	766	—20	826	806	+41	—40	+21	»
26 »	Villeneuve-d'Amont	6 2,0	56,4	673	641	+208	849	—76	773	—18	831	804	+44	—32	+26	»
26 »	Cernans	5 56,0	55,9	655	644	+202	846	—73	773	—19	827	804	+42	—31	+23	»
26 »	Salins	5 52,8	56,7	349	704	+108	811	—36	776	+16	828	805	+ 7	—29	+23	»
27 »	Aiglepierre	5 49,3	57,2	355	710	+110	820	—40	780	+ 9	829	806	+14	—25	+24	»
27 »	Arbois	5 46,3	54,2	295	713	+ 91	804	—32	772	+17	821	801	+ 3	—29	+20	»
27 »	Mouchard	5 47,8	58,6	273	726	+ 84	810	—30	780	+17	827	808	+ 2	—28	+19	»
28 »	Villers-Farlay	5 45,3	46 59,9	244	736	+ 75	811	—27	784	+18	829	810	+ 1	—26	+19	»
28 »	Montbarrey	5 38,4	47 1,2	220	740	+ 68	808	—25	783	+17	824	812	— 4	—29	+13	»
28 »	Chissey	5 43,3	1,3	226	737	+ 70	806	—26	781	+18	825	812	— 5	—31	+13	»
29 »	Cramans	5 46,6	0,7	234	737	+ 72	810	—26	783	+19	829	811	— 1	—28	+18	»
30 »	Liesle	5 49,0	3,7	250	740	+ 77	817	—28	789	+17	834	815	+ 2	—26	+19	»
30 »	Quingey	5 53,0	6,2	267	744	+ 82	826	—30	796	+17	843	819	+ 7	—23	+24	»
30 »	Villars-Saint-Georges	5 49,8	7,6	279	746	+ 86	832	—31	801	+13	845	821	+11	—20	+24	»
31 »	Boussières	5 54,2	9,5	285	748	+ 88	836	—32	804	+13	849	824	+12	—20	+25	»
4 sept.	Étalans	6 16,3	8,9	590	676	+182	858	—67	792	— 9	849	823	+35	—32	+26	»
4 »	Le Valdahon	6 20,8	9,0	659	661	+203	864	—74	790	—15	849	823	+41	—33	+26	»
5 »	Vercel	6 24,0	11,0	660	666	+204	870	—74	796	—15	855	826	+44	—31	+28	»
5 »	Nods	6 20,4	5,8	709	644	+219	863	—80	783	—19	843	819	+44	—35	+26	»
6 »	Arc-sous-Cicon	6 22,9	3,1	796	620	+246	866	—89	776	—25	841	814	+51	—38	+26	d
6 »	La Chaux	6 26,1	47 1,4	877	599	+271	870	—98	771	—31	839	812	+58	—41	+27	a
6 »	Montbenoît	6 27,8	46 59,6	787	606	+243	849	—87	763	—17	832	809	+40	—47	+23	»
7 »	Pontarlier	6 21,4	54,1	830	590	+256	846	—93	753	—24	823	801	+45	—48	+22	»
7 »	Doubs	6 21,0	55,7	814	598	+251	849	—91	758	—23	826	803	+46	—45	+23	»
7 »	Arçon	6 22,7	56,8	845	598	+261	859	—95	764	—26	833	805	+54	—41	+28	»
8 »	Bians-les-Usiers	6 16,1	57,6	759	619	+234	853	—85	768	—21	833	806	+47	—38	+27	»
8 »	Oye-et-Pallet	6 20,0	51,3	869	580	+268	849	—97	752	—27	821	797	+52	—45	+25	»
9 »	Les Grangettes	6 18,6	49,5	884	574	+273	847	—99	748	—29	818	794	+53	—46	+24	e
9 »	Labergement-Ste-Marie	6 17,0	46 46,5	878	568	+271	839	—99	741	—28	811	790	+50	—49	+22	a

Date.	Station.	Long.	Lat.	Alt.	g obs.	Δg.	g_0.	$\Delta g''$.	g''_0.	Δg_c.	g_c.	γ_0.	$g_0-\gamma_0$.	$g''_0-\gamma_0$.
		° ′	° ′	m	980,		980,		980,		980,	980,		
9 sept.	Mouthe	6 11,7	46 42,7	**940**	550	+290	840	−105	735	−34	806	784	+56	−49
10 »	Mignovillard	6 7,7	47,6	865	581	+267	848	−97	751	−31	818	791	+57	−40
10 »	Frasne	6 9,6	51,4	860	590	+265	855	−97	759	−31	824	797	+58	−38
11 »	La Rivière	6 13,1	52,0	825	595	+255	849	−93	757	−26	823	798	+51	−41
11 »	Chaffois	6 16,3	54,9	**849**	594	+262	856	−95	761	−29	827	802	+54	−42
12 »	Nans-sous-Sainte-Anne	6 0,2	46 58,6	365	700	+113	812	−37	775	+18	830	808	+ 5	−32
13 »	Bolandoz	6 6,8	47 1,2	**651**	649	+201	850	−73	777	−15	834	812	+38	−35
13 »	Chantrans	6 8,9	2,6	**628**	652	+194	846	−70	776	−12	833	814	+32	−38
13 »	Vésigneux	6 12,6	1,5	**662**	644	+204	848	−74	775	−14	835	812	+36	−37
13 »	Vuillafans	6 13,1	3,9	350	707	+108	815	−36	779	+23	838	816	− 1	+37
18 »	Nancray	6 11,1	14,8	417	723	+129	852	−47	805	+ 4	856	832	+20	−28
18 »	Gonsans	6 18,2	13,8	544	694	+168	862	−61	801	− 6	856	831	+31	−30
19 »	Avoudrey	6 26,1	8,5	731	643	+226	869	−82	787	−21	848	823	+46	−36
19 »	Longemaison	6 27,7	4,9	**858**	608	+265	873	−96	776	−31	848	817	+55	−41
20 »	Fuans	6 33,6	7,9	726	632	+224	856	−81	776	−15	841	822	+35	−46
20 »	Morteau	6 36,0	3,3	784	608	+242	850	−85	765	−17	833	815	+35	−50
20 »	Le Russey	6 43,8	9,8	874	602	+270	871	−98	773	−30	842	825	+47	−51
21 »	Frambouhans	6 46,1	13,1	**868**	614	+268	882	−97	784	−31	851	830	+52	−45
21 »	Maîche	6 48,0	15,2	785	633	+242	875	−87	788	−22	853	833	+43	−45
22 »	Cour-Saint-Maurice	6 42,2	15,5	520	691	+161	851	−57	794	+ 5	856	833	+18	−40
22 »	Sancey-l'Église	6 35,6	18,2	514	704	+159	862	−58	805	+ 1	863	837	+25	−32
22 »	Pierrefontaine-les-Varans	6 32,5	47 12,9	693	654	+214	868	−78	790	−17	851	829	+39	−39

Emplacement. — *a*, Église; *b*, Usine Teliet; *c*, Cathédrale; *d*, Mairie; *e*, Hôtel Bon Repos.

Tous les calculs ont été effectués au dixième de mgal et les nombres obtenus ont été arrondis au milligal pour la publication : il en résulte parfois une erreur apparente de 1 mgal dans l'emploi des formules (1) avec les nombres publiés.

Les valeurs de *g observé* sont rapportées à la station de référence de Besançon où la valeur de *g* adoptée est 980,750.

Les altitudes proviennent, en général, d'un rattachement direct à un repère du nivellement général de la France : elles sont exactes à un mètre près. Celles qui résultent d'un nivellement barométrique de précision moindre sont inscrites en caractères gras.

Le calcul des réductions isostatiques est basé sur les déterminations d'altitude moyenne des compartiments des zones d'Hayford faites par M. Weimer, Mlles Heitz et Bulle.

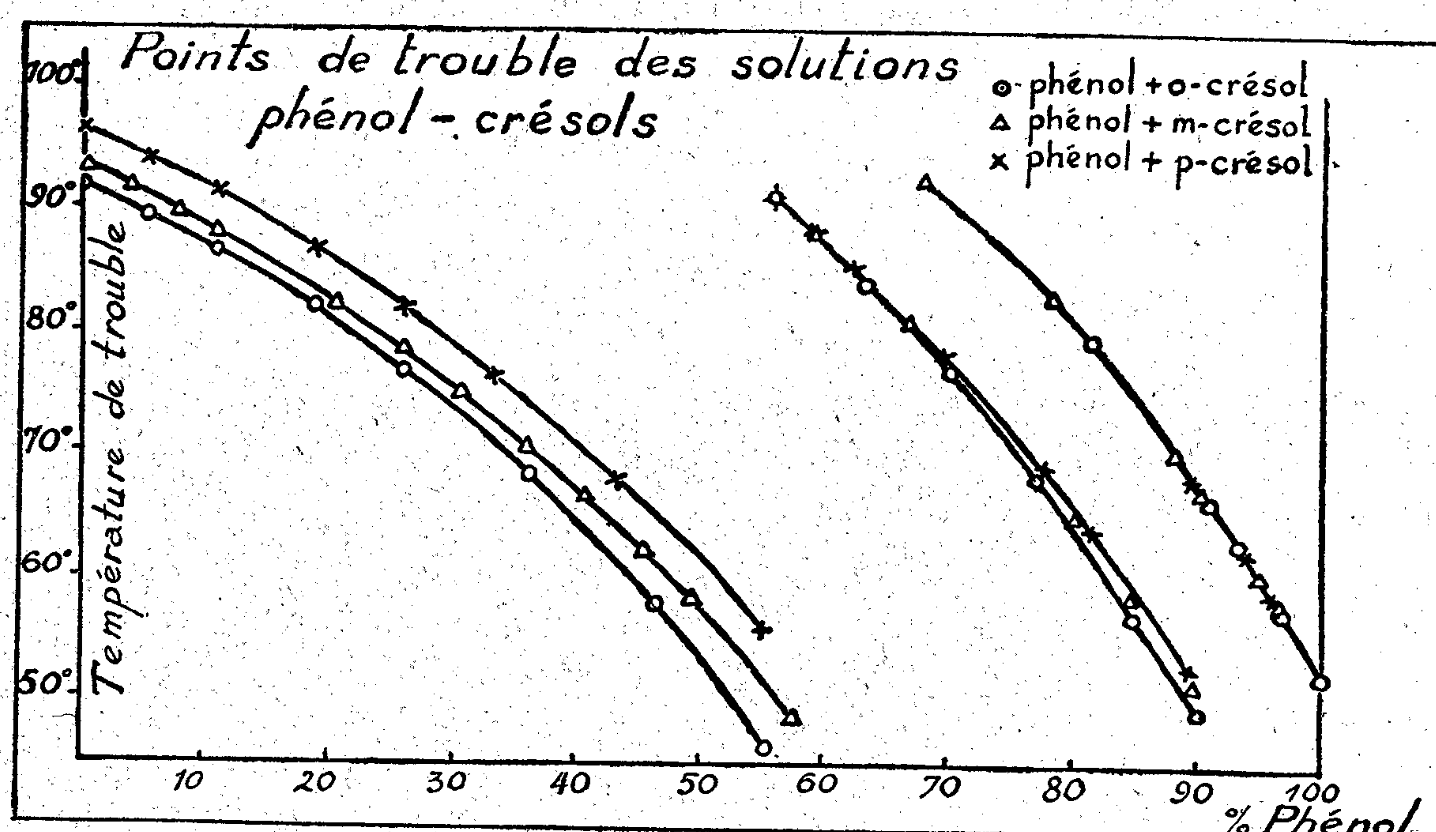
CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur une nouvelle méthode d'analyse physicochimique des phénols.* Note [1] de MM. **René Pâris** et **Julien Vial**, présentée par M. Pierre Jolibois.

La solubilité dans l'eau des divers phénols varie nettement d'un homologue au suivant et très peu d'un isomère à l'autre. Ainsi, à 60°C., ces solubilités sont environ 17 % pour le phénol, 3 % pour les crésols et 1 % pour les xylénols. L'addition d'un homologue modifie donc considérablement la solubilité d'un

(1) Séance du 2 janvier 1946.

phénol dans l'eau; comme celle-ci peut être déterminée commodément par la méthode pléthostatique [2] des points de trouble, nous proposons une méthode de dosage de ce phénol basée sur l'étude de la variation du point de trouble du système eau-phénol-homologue, en fonction de la proportion phénol/homologue dans le système.

1° *Dosage des mélanges phénol + ortho-crésol.* — On a déterminé trois courbes représentant la variation du point de trouble en fonction de la teneur en phénol pour des mélanges connus. Chaque courbe correspond à une teneur déterminée en eau (40^g d'eau pour 2, 4 ou 6^g de mélange) et représente par conséquent, dans le système eau-phénol-*o*-crésol, l'intersection de la surface de miscibilité critique par un plan vertical parallèle au plan phénol-*o*-crésol. Trois courbes au moins sont nécessaires pour obtenir des points de trouble nets, situés entre 50 et 95°. L'analyse d'un mélange inconnu se ramène donc à la détermination d'une température de trouble, après avoir ajouté la quantité d'eau correspondant à l'une des courbes. Ce procédé est valable quel que soit l'isomère considéré, une fois tracé le réseau des courbes approprié (graphique ci-dessous).



2° *Dosage du phénol dans les mélanges phénol + crésols.* — Les courbes tracées sur le graphique montrent que les trois crésols ont une influence d'autant plus semblable sur la solubilité du phénol que leur concentration est plus faible. La méthode permet donc le dosage précis du phénol dans un mélange pauvre en crésols, *quelle que soit la nature de ceux-ci.* Les erreurs sont inférieures à 0,5 % pour les mélanges contenant moins de 50 % de crésols. Elles sont plus élevées pour les mélanges riches en crésols, sans

(2) Hill (*J. Am. Chem. Soc.*, 45, 1923, p. 1143) caractérise par ce terme les déterminations effectuées à concentration fixe.

jamais dépasser 3 %, car les courbes demeurent suffisamment voisines pour les trois isomères et une courbe moyenne peut être tracée en cas d'incertitude sur la nature de l'isomère.

3° *Dosage des crésols en présence de xylénols.* — La même méthode a été appliquée à la séparation de ces deux groupes d'isomères, en l'absence de phénol. Pour fixer les idées choisissons quatre mélanges binaires : *a*. 1.4.5-xylénol + *o*-crésol; *b*. 1.3.5-xylénol + *p*-crésol; *c*. 1.4.5-xylénol + *o*-crésol; *d*. 1.4.5-xylénol + *p*-crésol.

Suivant la teneur du mélange en crésol, il y a lieu de choisir entre trois courbes d'étalonnage que nous avons déterminées et dont les caractéristiques sont les suivantes :

Poids du mélange crésol-xylénol pour 40g d'eau.	Point de trouble situé entre	Convient pour les teneurs en crésols %.
α. 0g,6	85° et 57°	0 à 40
β. 0,8	83 et 52	40 à 70
γ. 1,1	83 et 48	70 à 100

Les trois séries de courbes α, β, γ, obtenues pour les quatre mélanges *a*, *b*, *c*, et *d* considérés, sont toujours très tendues et se trouvent d'autant plus voisines que la teneur en crésol *est plus faible*. La précision de l'analyse d'un mélange inconnu est de 1 à 2 % pour les teneurs de 0 à 40 % de crésol, de 2 à 3 % pour 40 à 70 % de crésol, et de 3 à 4 % pour 70 à 100 % de crésol.

Généralisation. — Cette méthode d'analyse est susceptible d'une très grande généralité, puisqu'elle permet de séparer des constituants présentant de grandes différences de solubilité dans l'eau ou tout autre solvant. Elle rappelle le procédé que Crismer avait proposé pour vérifier la pureté des liquides ou des graisses, ainsi que les méthodes de dosage des mélanges d'hydrocarbures par détermination de *points d'aniline*. Certains auteurs ([3]) semblent avoir eu une idée analogue pour doser l'*o*-crésol dans le phénol. N'ayant eu que très récemment connaissance de l'extrait succinct de leur publication, il nous est très difficile de comparer leur mode opératoire à celui que nous proposons.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques dérivés présumés* cis, *de type* $CH_2X—CH=CH—CH_2X$. Note de MM. **Charles Prévost** et **André Valette**, présentée par M. Marcel Delépine.

Des travaux antérieurs avaient éclairé suffisamment le comportement des dérivés $CH_2X—CH=CH—CH_2X$, considérés comme *trans* ([1]); par contre, de leurs isomères *cis* il n'était fait qu'une mention dans un travail de

([3]) J. Kay et P. Haywood, W. Seaman, *Ind. Eng. Chem., Anal. Ed.*, 16, 1944, p. 772.

([1]) Prévost, *Ann. Chimie*, 10e série, 1928, p. 407.

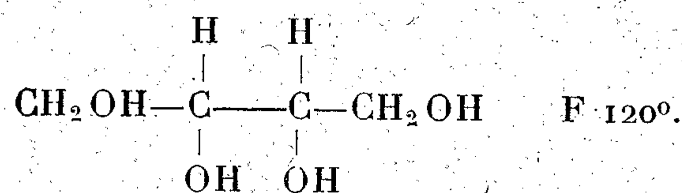
Griner ([2]), dont les conclusions paraissaient contestables ([3]). Nous avons cherché à réaliser un certain nombre de représentants de cette série de constitution *cis*.

On sait que l'on obtient actuellement avec facilité le butyne diol 1.4 $CH_2OH—C\equiv C—CH_2OH$. F 53°, $É_{18}$ 145°.

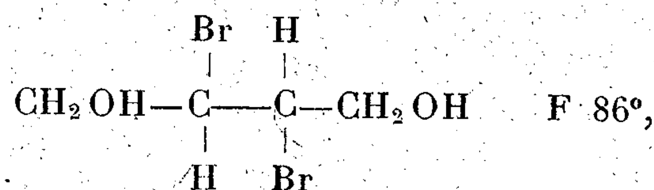
Ce glycol, hydrogéné catalytiquement, donne quantitativement le butène diol 1.4 présumé *cis*.

$CH_2OH—CH=CH—CH_2OH$ $É_{14}$ 131°-132°; n_{15}^{D} 1,479; d_4^{15} 1,082, qui n'avait pas été signalé jusqu'ici.

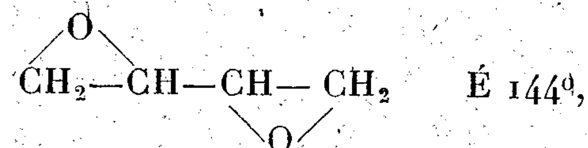
Ce glycol éthylénique fixe deux hydroxyles sous l'action du permanganate de potassium en solution diluée, selon la technique habituelle, engendrant ainsi l'érythrite inactive



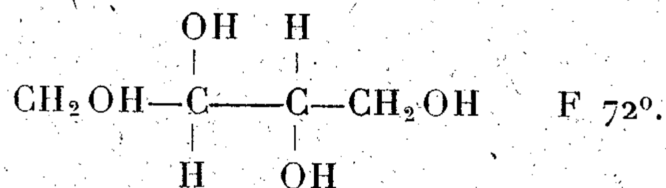
Au contraire, en passant par la dibromhydrine bisecondaire



puis par le dioxyde



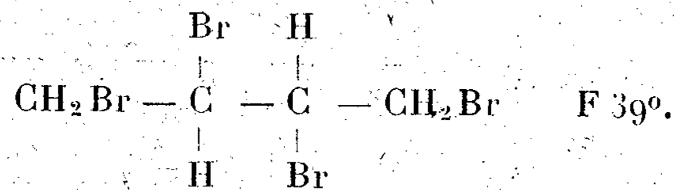
on obtient, après hydratation par l'eau bouillante, l'érythrite racémique



D'autre part, le *cis*-butène diol est transformé par le tribromure de phosphore en la dibromhydrine correspondante présumée *cis*.

$CH_2Br—CH=CH—CH_2Br$, liquide $É_{14}$ 82°; d 1,912; n_{15}^{D} 1,574; RM 36,9 et RM théorique 35,73, soit l'exaltation prévue (deux fois celle du bromure d'allyle).

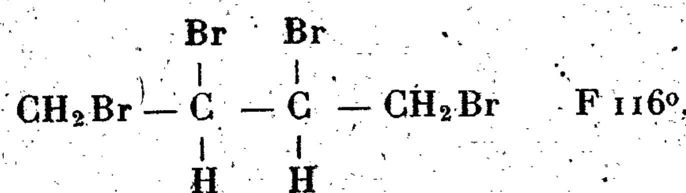
Celle-ci, par addition de brome, conduit au tétrabromure racémique du butadiène



([2]) *Comptes rendus*, 116, 1893, p. 724.

([3]) PRÉVOST, *Ann. Chimie*, 10e série, 1928, p. 412.

alors, que la *trans*-dibromhydrine (F 54°) donne le tétrabromure inactif



Par chauffage le dibromure liquide s'isomérise rapidement en son isomère *trans*, cristallisé, F 54°.

Ces résultats semblent confirmer l'existence, dans la série étudiée, d'isomères *trans* particulièrement stables et d'isomères *cis* beaucoup plus labiles. Le principe de *cis*-addition de deux hydroxydes par le permanganate de potassium et de la *trans*-addition de deux atomes de brome trouve là une nouvelle confirmation.

MINÉRALOGIE. — *Nouvelles observations sur le minéral d'Allevard. Type de palygorskite très alumineuse.* Note de Mlle **Simonne Caillère** et M. **Stéphane Hénin**.

Nous avons complété l'étude du minéral d'Allevard précédemment décrit et rattaché provisoirement par l'un de nous au groupe de la kaolinite ([1]), car sa nature minéralogique ne semblait pas correctement définie ([2]).

1. *Étude aux rayons X.* — L'examen à l'aide des rayons X a fourni un diagramme dont les raies correspondent aux équidistances suivantes :

9,80 (f), 6,21 (tf), 5,13 (tf), 4,37 (f), 3,81 (tf), 3,29 (f), 2,51 (f), 2,38 (tf), 2,18 (f), 1,96 (f), 1,66 (f), 1,61 (tf), 1,48 (f), 1,30 (f), 1,23 (f), exprimées en angströms.

Ce spectre présente les mêmes raies, avec les mêmes caractères d'intensités que celui des palygorskites ([3]). Cependant la raie à 1,48 Å est beaucoup plus intense que dans les spectres habituels.

2. *Étude thermique.* — D'autre part nous avons construit un certain nombre de courbes thermiques en utilisant l'échantillon tel quel et des produits traités ([4]). Nous avons obtenu presque toujours la courbe caractéristique des palygorskites, montrant un crochet endothermique plus ou moins accentué à 340°, mais ne présentant pas de phénomènes exothermiques.

Rappelons cependant qu'une courbe aberrante, ne mettant pas en évidence l'inflexion à 340° mais montrant un phénomène exothermique à 950°, avait conduit antérieurement à identifier ce minéral avec la kaolinite. C'est donc seulement une série de courbes qui a permis de découvrir l'ensemble des caractéristiques thermiques de l'échantillon d'Allevard.

([1]) S. Caillère, *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 1795; *Bull. Soc. fr. Min.*, **59**, 1936, p. 353.

([2]) M. Deribéré, *Bull. Soc. fr. Min.*, **66**, 1943, p. 222.

([3]) W. F. Bradley, *Amer. Miner.*, **25**, 1940, p. 405.

([4]) S. Caillère, S. Hénin et L. Turc, *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 630.

3. *Examen pectographique.* — Pour confirmer notre détermination, nous avons utilisé un nouveau caractère : le pectogramme de la solution. Suivant la technique de P. Bary ([5]), nous avons laissé déposer par évaporation une suspension fine sur une plaque de verre en partie immergée.

Dans ces conditions nous avons constaté que les montmorillonites et les kaolinites donnent des dépôts en plaques, alors que la sépiolite, les palygorskites et le minéral d'Allevard donnent une série de dépôts d'aspect filiforme, parallèles à la surface du liquide.

4. *Interprétation de l'analyse chimique.* — D'après les résultats précédents, on est conduit à rattacher le minéral d'Allevard au groupe des palygorskites ([6]). Mais l'analyse chimique montre par rapport au type normal un déficit de silice, un excès d'alumine et une teneur assez faible en CaO. On peut arriver à combler le déficit de silice en utilisant le remplacement de Si par Al généralement admis. D'autre part le calcul montre que le reste de R_2O_3, augmenté des molécules RO, correspond à la somme de Al_2O_3 plus MgO des autres palygorskites. Quant aux molécules R_2O, elles compensent en grande partie le déficit de charge dû à la substitution de Si par Al.

Il semble que le remplacement de Mg par Al et Ca explique le renforcement de la raie à 1,48 Å ([2]).

Si l'on admet pour la maille la formule de W. F. Bradley, la composition de cette palygorskite très alumineuse peut s'écrire



$$(OH_2)_4(OH)_2(Ca, Al)_5(Si, Al)_8O_2O_4H_2O.$$

GÉOLOGIE. — *Sur les terrains métamorphiques du Gabon occidental.* Note ([1]) de M. **Boris Choubert**, présentée par M. Charles Jacob.

Une publication antérieure ([2]) a fourni un aperçu général de la géologie du Gabon. Aujourd'hui, un nouveau séjour dans ce pays me permet d'apporter quelques précisions sur la structure de cette colonie, en particulier sur la région de l'Ikoy.

Cette rivière est l'un des principaux affluents de droite de la N'Gounié, qui se jette elle-même dans l'Ogooué, à quelques kilomètres en amont de Lambaréné. Elle prend sa source dans les plateaux qui forment le centre du Gabon et creuse son lit dans des terrains métamorphiques anciens. La région est très accidentée et couverte par la forêt dense.

La vallée encaissée de l'Ikoy, qui prend, par endroits, l'allure de véri-

([5]) *Revue Génér. Colloïdes*, 6, 1928, p. 209.

([6]) J. de Lapparent, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 481; H. Longchambon, *ibid.*, 203, 1936, p. 672.

([1]) Séance du 2 janvier 1946.

([2]) *Étude géologique des terrains anciens du Gabon*, Paris, 1937.

tables cañons, fournit une coupe naturelle d'un grand intérêt. La succession stratigraphique de ces terrains anciens, que nous rapportons au système de l'Ogooué, est la suivante, de bas en haut :

Elle débute, en discordance et en transgression sur les divers termes d'un socle plus ancien par un conglomérat sporadique à galets, atteignant parfois la dimension de la tête d'homme, formés de granite, de gneiss, d'amphibolite et de quartz, noyés dans une pâte gréso-argileuse fortement métamorphisée et transformée tantôt en quartzites à biotite, tantôt en schistes à amphibole.

Vers le haut le conglomérat passe à des quartzites à biotite de couleur sombre, qui constituent toute la base de la série, là où il n'y a pas de galets.

Plus haut, les niveaux précédents sont remplacés par des grès quartziteux arkosiens et argileux, avec des passées finement conglomératiques et des lits schisteux intercalés.

Ensuite cette série détritique fait place à une succession essentiellement schisteuse, à staurotide, à grenats, à andalousite, à disthène, graphiteuse, satinée à mouches de biotite, suivant les points et les niveaux.

Vers l'Ouest la succession schisteuse devient moins métamorphique et moins épaisse. Elle contient des intercalations de cipolins de quelques millimètres dans des schistes satinés et gaufrés, puis de véritables couches lenticulaires de 1^{m} d'épaisseur.

Enfin la série se termine par des quartzites qui semblent débuter par des conglomérats, malheureusement très mal représentés, comprenant des éléments schisteux et calcaires.

L'ensemble est faiblement plissé, avec une direction NNW-SSE; il est très faillé et affecté d'une schistosité intense ayant un pendage subvertical et une direction coïncidant en gros avec celle des plis.

Les galets du conglomérat sont aplatis et étirés dans le sens de la schistosité. Il semble démontré, grâce à certains endroits ayant échappé à cette schistosité à la faveur des failles, que l'allure générale du conglomérat est subhorizontale. Il en est de même des autres termes de la série qui, souvent, ne sont affectés que de pendages de 30° au maximum, mais compliqués de plissotements et de plis lilliputiens ne dépassant guère 1^{m} d'amplitude, et ayant souvent un axe vertical.

C'est à cette même schistosité qu'est dû le faciès spécial des quartzites, souvent transformées en itacolumites.

Cet ensemble est traversé par plusieurs venues de roches éruptives. La première granitisation a laissé des pegmatites schistosées et contenant des grenats. Elle a été suivie d'une venue de *roches vertes*, transformées en serpentines, schistes chloriteux et talqueux atteints par la schistosité. Ensuite vient l'intrusion du granite du type *Fougamou* (³), qui a entraîné le métamorphisme de l'ensemble. La plus récente, enfin, est constituée par des petits massifs de gabbro et des filons, puissants de plusieurs mètres, de pyroxénites très mélanocrates, riches en pyrite, ayant métamorphisé, par contact, les cipolins et provoqué la formation de minéraux nouveaux.

Les pyroxénites sont souvent interstratifiées dans les cipolins; elles épousent alors les plissements de ces derniers.

(³) *Loc. cit.*, p. 38.

Les effets du premier granite ne sont plus guère reconnaissables, car ils ont été estompés par ceux du granite de Fougamou. L'action de ce dernier s'est manifestée de plusieurs façons : intrusions en filons-couches et massifs; pegmatites et filons de quartz suivant certaines directions privilégiées, parallèles aux plis; feldspathisation intense ayant affecté les termes de la série métamorphique qui, à l'Est (bassin de la Kandé) et à l'Ouest, se confond progressivement avec les granito-gneiss archaïques.

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Sur la définition et la théorie des prises de potentiel en électricité atmosphérique.* Note de M. **Robert Lecolazet**, présentée par M. Charles Maurain.

Une définition précise de la prise de potentiel permet d'échafauder une théorie, sinon rigoureuse, du moins très approchée, des montages de mesure du champ électrique terrestre. C'est ce que je m'efforcerai de démontrer dans ce qui va suivre.

Je prendrai pour origine des potentiels le potentiel du sol. Je supposerai qu'en l'absence du conducteur destiné à sa mesure, le champ électrique terrestre conserve en un point fixe une direction constante et je le caractériserai par la valeur E de sa mesure en un point fixe arbitrairement choisi. Introduisons dans ce champ un conducteur A dont je désignerai la surface par Σ.

1° Supposons d'abord que A soit parfaitement isolé et donnons à E la valeur un : des charges électriques apparaissent sur Σ et s'y répartissent avec la densité $\sigma_1(M)$, M désignant le point courant de Σ. Le potentiel de A prend alors la valeur a;

2° Supposons que E soit nul et fournissons à A la charge électrique unité : elle se répartit sur Σ avec la densité $\sigma'_1(M)$ et le potentiel de A prend la valeur $1/C$;

3° Multiplions les grandeurs électriques du premier équilibre par E, celles du second par q et additionnons-les respectivement. Nous obtenons un nouvel état d'équilibre où le champ est E, la charge du conducteur q. La densité électrique sur Σ et le potentiel de A sont respectivement :

$$\sigma(M) = E\sigma_1(M) + q\sigma'_1(M), \tag{1}$$

$$V = aE + \frac{1}{C}q. \tag{2}$$

4° Je définirai maintenant la prise de potentiel comme un organe débitant un courant électrique $b\sigma(P)$ proportionnel à la densité électrique au point P de Σ où il est placé. Cette définition est parfaitement correcte pour une prise de potentiel à gouttes d'eau (si l'émission des gouttes se fait à une cadence assez rapide), car chaque goutte emporte évidemment une charge proportionnelle à $\sigma(P)$. Les prises de potentiel ionisantes répondent sans doute moins

bien à cette définition, mais elles tendent néanmoins à annuler la densité électrique en P car les ions produits au voisinage de ce point sont mus normalement au conducteur par le champ électrique $4\pi\sigma(P)$. Le fait général que la densité en P finit par devenir nulle suffit d'ailleurs pour calculer le potentiel d'équilibre du conducteur en présence d'un champ constant.

Je supposerai que les charges déversées dans l'atmosphère par la prise de potentiel ne troublent que d'une manière négligeable le champ électrique; ce n'est pas le cas pour les prises de potentiel ionisantes lorsque l'air est calme. J'introduirai enfin la résistance d'isolement R_1 du conducteur A par rapport au sol.

Dans ces conditions, soient V, q, E les valeurs instantanées respectives du potentiel de A, de sa charge et du champ. Le courant qui part de A a pour expression

$$(3) \qquad -\frac{dq}{dt} = b\sigma(P) + \frac{V}{R_1}.$$

Joignons cette relation aux relations (1) et (2) du paragraphe précédent où l'on remplace M par P, supposons que $\sigma'_1(P)$ ne soit ni nul ni infini, c'est-à-dire que P ne soit pas un point singulier de Σ et posons $R = 1/bC\sigma'_1(P)$, nous trouvons

$$\left(1 + \frac{R}{R_1}\right)V + CR\frac{dV}{dt} = \left[a - \frac{1}{C}\frac{\sigma_1(P)}{\sigma'_1(P)}\right]E + aCR\frac{dE}{dt}.$$

Remarquons que R est la résistance qu'on attribue, le plus souvent implicitement, à la prise de potentiel. On voit qu'elle est variable, non seulement avec la nature de cette dernière, mais aussi avec sa position sur le conducteur et la capacité de celui-ci. Par contre, elle est invariable pour une installation donnée.

L'équation précédente, avec des coefficients de signification moins précise, a déjà été obtenue par G. Grenet [1]. Il l'a discutée de façon approfondie et il a montré que, pour une position convenable de la prise de potentiel sur le conducteur, le potentiel de celui-ci suivait sans aucun retard toutes les variations, même rapides, du champ. Il est facile de voir, d'après l'équation précédente, que cette position (elle n'est d'ailleurs pas unique) est située très approximativement sur la ligne neutre de Σ lorsqu'on se place dans les conditions du paragraphe 1 (elle serait exactement sur cette ligne si l'isolement était parfait). La charge électrique du conducteur demeure alors constamment nulle.

---

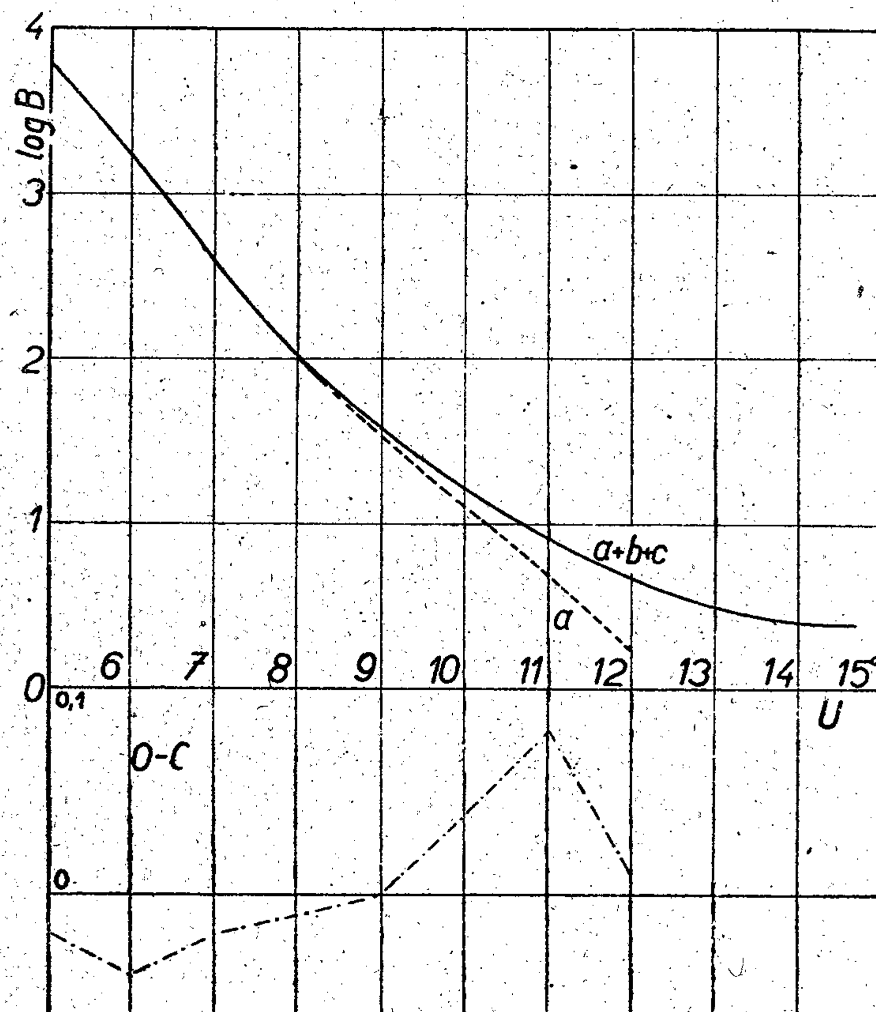
[1] *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 967; 67e *Congrès des Soc. Savantes*, Paris, 1934, p. 1.

GÉOPHYSIQUE. — *Mesures de la brillance du Ciel crépusculaire dans l'infrarouge et densité de l'ionosphère.* Note (¹) de M. **František Link**, présentée par M. Bernard Lyot.

Les mesures du Ciel crépusculaire dans l'infrarouge sont particulièrement intéressantes parce que l'influence de la diffusion secondaire s'y trouve réduite (²).

Nous avons réalisé un photomètre photoélectrique, composé d'une cellule au *cæsium* combinée avec un multiplicateur d'électrons à trois étages (Philips 3520).

A l'aide de cet appareil nous avons obtenu, en 1944-1945, une série de 27 courbes qui donnent la brillance du Ciel crépusculaire au zénith en fonction de la dépression du Soleil. La courbe moyenne est représentée sur la figure reproduite ci-dessous. Cette courbe donne, abstraction faite de la diffusion secondaire



très faible d'ailleurs, la lumière qui prend naissance au-dessus de 50^{km} par les trois mécanismes suivants :

a. la diffusion de la lumière solaire par les gaz de la haute atmosphère;

b. la luminescence de ces gaz excitée par les radiations solaires;

c. la composante extraterrestre.

Au début du crépuscule, c'est la première composante *a* qui prédomine,

(¹) Séance du 7 janvier 1946.

(²) *Met. Zeits.*, 59, 1942, pp. 7-12.

tandis que, vers la fin, la somme $b+c$ est prépondérante. Pour les sondages optiques de la haute atmosphère, seule la composante a est intéressante. Il faut donc corriger les valeurs observées qui donnent la somme $a+b+c$. Cela peut être effectué en supposant que la somme $b+c$, dans la phase avancée du crépuscule, est égale à la lumière constante du Ciel nocturne, que l'on mesure au début ou à la fin de la nuit. En retranchant cette lumière de la lumière observée, on obtient la courbe $a=f(U)$, qui donne, en première approximation, l'allure de la composante a.

Il y a dix ans, nous avons indiqué une méthode [3] qui permet de déduire de la composante a l'allure de la densité de l'air ρ en fonction de l'altitude h. Cette méthode a pu être perfectionnée grâce aux tables d'éclairement crépusculaire [4], qui donnent l'éclairement solaire E en un point quelconque de la verticale d'observation en fonction de son altitude h, de la longueur d'onde λ et de la dépression du Soleil U.

La brillance du Ciel au zénith est alors donnée par l'intégrale

$$a=\text{const.}\int_{h=h_0}^{h=\infty} \mathrm{E}\rho\, dh \qquad [\text{const.}=\varphi(\mathrm{U},\lambda)],$$

où h_0 est l'altitude de la limite de l'ombre sur la verticale d'observation. Sous le signe de l'intégrale, les fonctions E et ρ ne sont connues qu'approximativement. Dans les deux cas on fait varier systématiquement les quantités à corriger jusqu'à ce que les valeurs calculées de a ne diffèrent que d'un facteur constant des valeurs observées. Il va de soi que les densités ainsi trouvées diffèrent aussi d'un facteur constant des valeurs réelles. En plus, étant donné le grand intervalle d'intégration qui s'étend pratiquement de h_0 à $h_0+50+\ldots+100^{\text{km}}$, toutes les particularités de la fonction $\rho=\mathrm{F}(h)$ se trouvent en grande partie effacées dans nos résultats.

Avec les densités contenues dans le tableau suivant :

h(km)...	50.	60.	70.	80.	90.	100.	120.	140.	160.	180.
$-\log_{10}\rho$...	3,04	3,60	4,17	4,54	4,80	5,04	5,51	5,95	6,36	6,71

on obtient les déviations O — C représentées en bas de la figure 1. Elles montrent que, dans l'ensemble, les densités adoptées correspondent bien aux brillances crépusculaires, sauf peut-être au voisinage de $\mathrm{U}=11°$, où les déviations accusent une fluctuation bien marquée. Ce fait a été signalé par différents auteurs, notamment par Brunner-Hager [5]. L'explication est peut-être dans la luminescence des couches vers 100^{km} d'altitude ou dans la présence d'un autre milieu diffusant, poussières météoriques à la même altitude.

---

(3) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 78.

(4) F. Link, *Mem. Inst. Met.*, Pologne, 1935, v; *Mitt. u. Beob. d. Tschech. Astr. Ges.*, Prague, 1941, nº 6.

(5) *Publ. Sternw.*, Zürich, 6, 1935, p. 81.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Les plastes et les mitochondries dans la cellule apicale de quelques Muscinées.* Note (¹) de MM. **Pierre Dangeard** et **Jean Eymé.**

L'étude du contenu cytoplasmique de la cellule apicale siégeant au sommet de l'axe chez les Muscinées présente un grand intérêt, puisque c'est à partir de son propre matériel que vont se différencier les divers éléments cellulaires du gamétophyte : or nous sommes encore mal renseignés sur la nature de ce contenu.

La présence de plastes reconnaissables dans la cellule apicale des Mousses fut généralement admise à la suite des travaux de Schimper, Sapehin, P. Dangeard. Les plastes, déjà distincts par leur taille relativement considérable, y sont accompagnés de mitochondries en forme de grains ou de bâtonnets. Ces résultats sont encore confirmés dans les travaux de Motte (²) sur l'*Hypnum fluitans* : dans la cellule apicale de cette espèce, en effet, les éléments du plastidome et du chondriome sont déjà fort bien représentés; cependant, pour J. Motte, les chloroplastes se rattacheraient aux mitochondries par toute une série de formes de transition. Cette manière de voir nous paraît insuffisamment démontrée et elle n'est pas confirmée d'ailleurs par le dessin de l'auteur où aucune de ces formes de passage ne peut être saisie. D'autre part la cellule apicale de certaines espèces, comme les *Gasterogrimmia crinita* et *Rhynchostegium megapolitanum*, ne contiendrait que des mitochondries et des chondriocontes, et les chloroplastes feraient entièrement défaut. Cette dernière description nous a semblé peu vraisemblable et nous avons cherché à la vérifier. En l'absence des espèces étudiées par J. Motte, nous nous sommes adressés à des formes voisines telles que *Grimmia pulvinata* et *Scleropodium purum*.

La cellule apicale de *Grimmia pulvinata* se distingue facilement, au centre du bourgeon de l'axe, par sa taille plus élevée que celle des cellules voisines et par son gros noyau. Nous n'avons cependant jamais eu la possibilité de l'examiner à l'état vivant, mais seulement après fixation aux liquides de Helly ou de Regaud et après coloration à l'hématoxyline de Heidenhain. Autour du noyau à structure finement réticulée, nous avons toujours trouvé des amas de plastes très nettement différenciés; d'autres plastes sont au contraire disposés contre les parois cellulaires. Les uns et les autres nous font l'effet d'être ovoïdes, avec un contour très chromatique et une partie centrale incolore qui pourrait être occupée par de l'amidon. La taille des plastes de la cellule apicale est toujours environ moitié moindre que celle des cellules adultes de l'axe. Les plastes n'y ont jamais été observés à l'état de division, ce qui s'explique sans doute par le peu de vitalité du végétal au moment de sa fixation.

(¹) Séance du 14 janvier 1946.

(²) *Ann. Sc. Nat. Bot.*, 10ᵉ série, **10**, 1928, p. 293.

La constitution cytoplasmique du *Scleropodium purum* apparaît d'autre part beaucoup plus variée. Au centre de la cellule apicale, allongée et presque aussi large qu'elle, se trouve un noyau dont le diamètre est toujours au moins égal au double de celui des noyaux adultes. Le cytoplasme est uniformément réparti en une sorte de réseau serré aux mailles étroites; c'est au sein de ce cytoplasme que sont disposés plastes et mitochondries, avec une particulière abondance près de la membrane nucléaire. La taille des plastes n'atteint qu'environ la moitié de celle des adultes; or, comme celle-ci est déjà réduite, ce qui est assez général chez les Hypnacées, une observation soigneuse est nécessaire pour les mettre en évidence. Les plus gros d'entre eux ne renferment qu'une inclusion unique d'amidon, à la différence des adultes qui peuvent en posséder de multiples. Leur forme est lenticulaire et ils se présentent fréquemment à l'état de division par étirement; au moment où se fait la bipartition nous ne relevons d'ailleurs aucune inclusion d'amidon, et c'est après la séparation des deux plastes-fils qu'apparaît l'enclave amylacée dont la taille augmente alors progressivement. Dans la cellule apicale du *Scl. purum*, le chondriome est abondant, témoignant de l'activité intense de cette cellule : nombreuses et fines granulations, courts bâtonnets droits ou arqués, longs chondriocontes, rares d'ailleurs.

En dehors de ces deux types de Mousses étudiées plus particulièrement, nous avons étendu nos observations à la cellule apicale d'autres espèces parmi lesquelles nous citerons *Atrichum undulatum*, *Polytrichum formosum*, *Dicranum scoparium*, *Mnium rostratum*, *Sphagnum cymbifolium*. Partout nous avons obtenu la distinction entre un plastidome et un chondriome : plastes d'une part et mitochondries d'autre part forment deux lignées indépendantes, et jamais nous n'avons rencontré de passage entre éléments de ces deux formations, qui semblent bien, chez les Muscinées comme ailleurs, évoluer séparément.

CYTOGÉNÉTIQUE. — *Comportement caryologique d'hybrides et de nouvelles espèces amphidiploïdes dans le genre* Nicotania. Note de MM. **Joseph Lefèvre** et **Phit Panyalakshana**, présentée par M. Joseph Magrou.

Sur des croisements effectués en 1943, le traitement de jeunes plantules hybrides par la colchicine nous a permis d'obtenir en 1944 les nouvelles espèces amphidiploïdes suivantes : *N. tabacum* L. var. Cabot × *N. glauca* Grah.; *N. tabacum* var. purpurea Anast. × *N. glauca* Grah.; *N. rustica* L. × *N. glauca* Grah.; *N. tabacum* L. var. Cabot × *N. sylvestris* Speg et Comes (¹).

Pendant l'été 1945, elles se sont toutes quatre maintenues fertiles.

(¹) Simonet et Fardy ont décrit un hybride amphidiploïde *N. tabacum* var. *purpurea* Anast. × *N. sylvestris* Speg et Comes (*Comptes rendus*, 215, 1942, p. 378).

A. *N. tabacum* L. var. Cabot ($n = 24$) × *N. glauca* Grah. ($n = 12$). — Sarana (1935), Smith (1939), Fardy et Hitier (1945) ont signalé l'obtention d'hybrides amphidiploïdes *N. tabacum* × *N. glauca*; ils n'ont donné aucune indication sur la variété de *tabacum* employé dans le croisement. Nous avons constaté que les caractères variétaux des parents exercent une influence sur le comportement des hybrides à la méiose.

L'hybride normal a $12 + 24 = 36$ chromosomes ($2n$). En M-I les chromosomes sont univalents et dispersés dans le cytoplasme. Plus tard certains se réunissent en deux îlots comprenant chacun 5-6 éléments; ce sont des foyers polaires autour desquels vont se grouper les autres chromosomes; en T-I le nombre de chromosomes dans le noyau varie de 13 à 29, ceux qui sont restés dans le cytoplasme se diviseront au cours de la mitose homéotypique ou, plus rarement, ils s'uniront par 4-5 éléments pour former un micronucleus. Les combinaisons telles que $20 + 17$ et $29 + 24$ montrent que certains chromosomes peuvent se diviser en M-I.

En M-II les chromosomes isolés se divisent les premiers, chacune des moitiés se dirige ensuite vers l'une des plaques équatoriales; en A-II on rencontre à nouveau plusieurs retardataires de dimensions très diverses; les ponts chromatiques sont fréquents; en T-II le nombre de chromosomes varie de 11 à 24.

La majorité des microspores possèdent, en plus d'un noyau volumineux d'aspect normal, un micronucleus ou un chromosome extra-nucléaire. Les micronucleus réussissent quelquefois à engendrer des microspores de taille minuscule. L'hybride est stérile.

L'amphidiploïde a $2 \times (12 + 24) = 72$ chromosomes ($2n$); en M-I, on rencontre fréquemment un chromosome non inclus dans la plaque équatoriale; en T-I, environ 30 % des cellules-mères montrent 1-2 chromosomes égarés dans le cytoplasme; en M-II, on trouve encore des chromosomes isolés. Le nombre de retardataires est élevé à la T-II où le pourcentage des cellules aberrantes s'élève à 15 %. Parmi les microspores, 15 % possèdent un chromosome extra-nucléaire et près de 30 % sont de taille anormale. Les graines sont bonnes, peu abondantes.

B. *N. tabacum var. purpurea* Anast. ($n = 24$) × *N. glauca* Grah. ($n = 12$). — Cet hybride a $12 + 24 = 36$ chromosomes ($2n$); en M-I les chromosomes se rapprochent les uns des autres, les plaques équatoriales sont irrégulières, les divers éléments étant disposés sans ordre à des niveaux différents; en A-I deux groupes de 6-7 chromosomes se détachent pour former les foyers vers lesquels se dirigent les autres chromosomes; en T-I on constate 1-5 retardataires demeurés dans le cytoplasme; les noyaux possèdent un nombre chromosomique variant de 14 à 22, les types à 15-16 chromosomes sont les plus fréquents; en M-II les deux plaques équatoriales, souvent orientées parallèlement l'une à l'autre, ont 12 à 18 chromosomes. Parfois une seule plaque se développe alors que l'autre avorte; les retardataires sont nombreux; en T-II on distingue

deux catégories de cellules-mères de pollen : 1° celles qui formeront quatre microspores (80 %); elles renferment des noyaux à 11-12-13 ou 14 chromosomes; 2° celles qui donneront deux microspores (20 %); leurs noyaux ont 15 à 32 chromosomes avec la prédominance des types 21-22 ou 23. La plupart des microspores qui en dérivent (80 %) portent un chromosome extra-nucléaire. Parmi les pollens issus des cellules-mères de la première catégorie : 40 % possèdent un chromosome extra-nucléaire, 10 % sont morphologiquement anormaux (noyau étranglé, étiré etc.).

L'amphidiploïde possède $2 \times (12 + 24) = 72$ chromosomes ($2n$); en M-I, on rencontre un, parfois deux chromosomes à proximité des plaques équatoriales d'aspect banal; en T-I le nombre de chromosomes égarés est important; en M-II on retrouve un à deux chromosomes perdus dans le cytoplasme; en T-II environ 10 % des jeunes noyaux sont pourvus d'un chromosome extra-nucléaire, et près de 25 % sont morphologiquement mal constitués. Les chromosomes isolés peuvent former des microspores de très petite taille : on obtient dans ce cas des pentades ou hexades. Parmi les microspores 20 % sont anormales. Les graines sont bonnes mais rares.

L'hybride est manifestement mal adapté au climat parisien, sa floraison tardive et son développement trop prolongé en arrière-saison sont peu favorables à la maturation des graines.

C. *N. rustica* L. ($n = 24$) × *N. glauca* Grah. ($n = 12$). — L'hybride normal est une plante stérile de $1^m,50$, à feuilles pétiolées, à fleur jaune, du type Rustica. Il n'a pu faire l'objet d'un examen caryologique en raison de l'impossibilité d'accéder au terrain, occupé militairement.

L'amphidiploïde a $2 \times (24 + 12) = 72$ chromosomes ($2n$); en T-I un à deux chromosomes restent dans le cytoplasme; en M-II il se forme souvent une seule plaque équatoriale, l'autre noyau se décompose en deux îlots de chromosomes; en T-II les retardataires sont nombreux ainsi que les cellules-mères possédant deux gros noyaux (30 %). Le pollen est peu abondant; les capsules contiennent de bonnes graines.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Localisation du système phénol-polyphénolase dans le tubercule de Pomme de terre.* Note de M. **Henri Belval** et Mme **Pierre Laeuffer**, présentée par M. René Souèges.

Aucune diastase de la Pomme de terre ne catalyse l'oxydation du cytochrome; c'est dire qu'il ne saurait être question d'indophénoloxydase, ou mieux de cytochrome-oxydase, puisque, selon Keilin (1), seul le cytochrome tombe directement sous le coup de cet enzyme. Si certaines régions du tubercule donnent le bleu d'indophénol avec le nadi, cela est dû, comme

(1) *Ergbn. Enzymforsch.*, 2, 1933, p. 238.

dans les Champignons Basidiomycètes ([2]), à un système phénol-polyphénolase, la polyphénolase favorisant la transformation du phénol des tissus en quinone, laquelle oxyde à son tour le réactif. Les recherches de Szent-Györgyi ([3]), pour qui le phénol naturel ne serait autre que le pyrocatéchol lui-même, ne laissent aucun doute à ce sujet, tout au moins en ce qui concerne la région périphérique, la seule étudiée par l'auteur. Qu'en est-il des autres régions du tubercule ?

On sait que la Pomme de terre est une tige profondément modifiée par suite du développement excessif de certains tissus, parenchyme cortical et parenchyme médullaire surtout. On y distingue plusieurs zones particulièrement actives, l'assise subéro-phellodermique située juste sous la mince couche de suber, l'assise libéro-ligneuse entre les vaisseaux et le liber externe, enfin les faisceaux criblés dispersés sans ordre dans la partie externe de la moelle et qui, sous le nom de liber périmédullaire, sont caractéristiques de la plupart des Solanacées. C'est au voisinage de ces tissus que s'accumule l'amidon, tandis que le centre du tubercule, sans aucun élément conducteur, en est beaucoup plus pauvre. Bien entendu, les proportions relatives de ces parties diffèrent selon les variétés : sur une quarantaine, provenant de la collection Vilmorin, plus de vingt présentent une vascularisation abondante; les îlots libériens périmédullaires notamment y dominent, et il arrive qu'ils soient tellement rapprochés qu'ils paraissent ne faire qu'un tout (var. Carotte, Négresse); chez les autres variétés, par contre, ils se montrent bien moins nombreux; il n'est même pas rare qu'ils manquent complètement.

Cela dit, on constate que la polyphénolase est présente partout : une coupe transversale du tubercule se colore uniformément au contact de solutions de polyphénols; il n'est pas jusqu'au liège qui ne se montre actif. Rien de plus simple que de s'en assurer en préparant des extraits diastasiques à partir des différents tissus préalablement isolés, ce à quoi on parvient d'autant mieux qu'on s'adresse à des variétés moins vascularisées, telles que Hénaut ou Bintje.

Opère-t-on avec le nadi, le gaïac ou le réactif de Wolff à l'iodure de potassium, les résultats sont tout autres : négatifs avec l'écorce, le bois, la moelle centrale, ils sont au contraire positifs avec la zone phellodermique, qu'il s'agisse de phelloderme normal ou de phelloderme cicatriciel, et avec tous les tissus libériens, le liber externe aussi bien que les îlots périmédullaires. Si maintenant, partout où la réaction est négative, on ajoute une trace de polyphénol, aussitôt apparaît la coloration caractéristique. C'est donc que phelloderme et liber, et *eux seuls*, possèdent, à

([2]) H. Belval et G. Legrand, *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 525.
([3]) *Biochem. Zeits.*, **162**, 1925, p. 399.

côté de la polyphénolase, un chromogène naturel. On pouvait s'en douter à la façon dont se produit la rubéfaction, sur les coupes transversales des tubercules, toujours intense dans le phelloderme et le liber, à peu près nulle partout ailleurs. Il s'ensuit que si l'on mesure l'oxygène consommé par les différents tissus, on constate que l'absorption se produit seulement là où le phénol accompagne la phénolase. C'est encore dans ces mêmes tissus que l'on observe des variations de potentiel, l'oxydation du phénol sous l'action de la phénolase aboutissant à une quinone de potentiel plus élevé. On comprend mieux, dès lors, les résultats de Szent-Györgyi qui, opérant uniquement sur la périphérie, en réalité des pelures assez épaisses, ne pouvait manquer de déceler l'existence d'un phénol naturel à côté de l'oxydase.

Il apparaît donc que, dans le tubercule de Pomme de terre, la polyphénoloxydase est un élément banal, présent dans tous les tissus indifféremment, tandis que le système complet phénol-phénolase est strictement localisé dans le phelloderme et le tissu libérien, les seuls tissus vivants de l'organe. On observe d'ailleurs la même localisation dans les différentes parties de la plante, tige aérienne, feuilles, fleurs, fruits. Les autres Solanacées, les plantes de l'ordre des Solanales et nombre de plantes appartenant aux familles les plus diverses (Composées, Chénopodiacées etc.) se comportent de même. Dès lors, il n'est pas exagéré d'attribuer à ce système respiratoire un rôle important dans le métabolisme des végétaux supérieurs.

ZOOLOGIE. — *Les adultes de Doryphore peuvent s'attaquer à leurs propres œufs.* Note (¹) de M. **Maurice Durchon**, présentée par M. Maurice Caullery.

Renouvelant les expériences de R. Herpin sur l'attaque des tubercules de Pommes de terre par les adultes de Doryphore, je remarquai, le 15 juin dernier, vers 14^{h}, une femelle en ponte sur un tubercule. Après avoir déposé sa ponte, elle fit quelques allées et venues, puis, passant sur ses œufs, elle se mit à les manger et, à 16^{h}, aucun œuf ne restait.

Surpris par cette observation, je décidai de voir si ce fait pouvait se reproduire, ou s'il n'était qu'exceptionnel.

Je plaçai des Doryphores dans une cage grillagée, séparée en deux par une cloison. Cinq ou six insectes disposaient ainsi d'un espace de $11^{cm} \times 15^{cm} \times 15^{cm}$. Dans un compartiment, je leur donnai pour nourriture des feuilles de pommes de terre, dans l'autre des tubercules de l'année.

(¹) Séance du 14 janvier 1946.

D'autre part, pour distinguer aisément mâles et femelles, j'enlevai à ces dernières la partie postérieure de l'élytre droite, en profitant d'une copulation pour agir à coup sûr.

Dans ces conditions, le 25 juin, du côté des tubercules, vers 10h, une femelle est aperçue en ponte sur le montant inférieur de la cage. Après avoir pondu un œuf, elle se retourna dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Se trouvant ainsi la tête sur son premier œuf, elle en pond un second, et immédiatement mange le premier. Se retournant encore dans le même sens giratoire que la première fois, elle pond un troisième œuf et mange son second. Se tournant une troisième fois, elle dépose un quatrième œuf, mais ne touche pas au troisième. Pivotant ainsi et toujours dans le même sens, elle pond en tout six œufs. Sur les six œufs pondus, les deux derniers seulement subsistent.

Au début de l'après-midi du même jour, des œufs sont trouvés pondus, épars, sur le grillage de la cage, du côté des tubercules. Vers 15h30m un mâle, errant sur cette paroi exposée au soleil, rencontre les œufs et en mange trois.

Le soir, dans l'autre compartiment, où la nourriture consiste en feuilles de pommes de terre, une femelle est vue mangeant quatre œufs.

Après ces observations, pour rapprocher autant que possible les conditions de vie en captivité des conditions de vie normale, au lieu de mettre les feuilles de pommes de terre directement dans la cage, je plaçai le pied du rameau dans l'eau d'une petite fiole, dont le bouchon avait été percé, les feuilles gardant ainsi plus longtemps leur fraîcheur.

C'est dans ces conditions que, le 29 juin, vers 15h, une femelle est aperçue dans le compartiment à feuilles près de deux œufs qu'elle vient de pondre sur le grillage. Un œuf est englouti, puis se dirigeant vers le rameau, elle s'installe sur une feuille qu'elle attaque aussitôt.

Le 1er juillet au soir, je constate deux pontes, sur deux feuilles, à la face inférieure des limbes, pontes bien agglomérées, en tout point semblables à celles observées dans la nature. L'une comptait 31 œufs, l'autre 15. Le lendemain, à 15h, une femelle est occupée à manger l'une des pontes, la plus copieuse; sur les 31 œufs, 1 seul restera.

Le 11 juillet, dans la matinée, du côté des feuilles, une ponte est déposée sur le grillage. Le soir, vers 19h, un mâle mange 14 œufs de cette ponte, n'en laissant que 2.

Enfin, le 2 août, des œufs pondus sur les feuilles depuis le 31 juillet étaient encore mangés.

Il résulte de ces observations que les adultes de Doryphore peuvent manger leurs œufs, même si la nourriture habituelle, c'est-à-dire des feuilles de pommes de terre, ne leur fait pas défaut.

Il a été prétendu que les Coccinelles dévoraient les œufs de Doryphore. Or jamais je n'ai constaté une telle attaque lorsque des pontes ont été déposées dans une cage renfermant exclusivement des Coccinelles.

Une telle observation avait déjà été faite par R. Herpin [2]. On peut donc se demander si les œufs que l'on a prétendu avoir été mangés par des Coccinelles, ne l'auraient pas été par des Doryphores femelles ou mâles.

EMBRYOLOGIE. — *Plans de la croissance fœtale chez le Veau et le Mouton.* Note [1] de M. **Marcel Abeloos**, présentée par M. Maurice Caullery.

Le *plan de croissance* d'une espèce, c'est-à-dire le tableau, en coordonnées logarithmiques, des variations subies durant l'ontogenèse par les poids des divers organes du corps en fonction du poids total, n'est que la traduction biométrique d'un plan ontogénétique des *corrélations* embryonnaires; chacune des étapes ou phases mises en évidence par le plan de croissance apparaissant comme liée à un système de corrélations physiologiques accessibles à l'expérimentation. La comparaison des plans de croissance des espèces d'un même groupe naturel, en fournissant les bases d'une physiologie comparée de la croissance, permettra d'aborder, d'un point de vue *phénogénétique*, le problème de l'évolution : toute transformation évolutive d'une espèce, quel que puisse être son conditionnement génétique, comporte en effet une déviation des processus ontogénétiques et, par conséquent, un remaniement du plan des corrélations de croisances.

Le plan de la croissance fœtale du Mouton, établi sur une série d'une centaine de fœtus de poids compris entre 2^{g} et $2^{kg},5$, présente les plus grandes analogies avec celui du Veau [2] :

1° Le cœur, l'encéphale, le thymus présentent, chez le Mouton comme chez le Veau, le même coefficient d'allométrie durant toute la croissance fœtale. Pour le cœur et l'encéphale, les points figuratifs s'alignent sensiblement sur la même droite pour les deux espèces. La croissance relative du cœur, gouvernée sans doute par une adaptation fonctionnelle immédiate, paraît suivre la même loi chez de nombreux Mammifères. Quant à la loi d'allométrie de l'encéphale durant la première période de sa croissance (qui, chez les Ruminants, se poursuit jusqu'à la naissance), elle semble

(2) Observation inédite.

(1) Séance du 14 janvier 1946.

(2) M. Abeloos, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 241.

être une caractéristique de chaque groupe de Mammifères. Enfin, en ce qui concerne le thymus, le coefficient α est sensiblement le même dans les deux espèces, mais le coefficient K est plus élevé chez le Mouton.

2° Le plan de croissance du Mouton comporte un stade critique séparant deux étapes ou phases successives pour un poids compris entre 150 et 500^g, soit une longueur totale du fœtus d'une vingtaine de centimètres et un âge de 3 mois environ (durée totale de la gestation, 5 mois). Ce stade critique coïncide avec les mêmes phénomènes morphologiques et physiologiques que chez le Veau : descente des testicules dans le scrotum, entrée en fonction de l'hypophyse antérieure, de la thyroïde, du pancréas endocrine et début de la fonction glycogénique du foie, d'après les données de M. Aron [3]. Il coïnciderait également, d'après les recherches de Fauré-Frémiet et Dragoiu [4], avec une étape remarquable de la différenciation histologique du poumon fœtal.

Chez le Mouton comme chez le Veau, ce stade critique correspond à un abaissement du coefficient d'allométrie (α) pour le foie, les poumons, la rate, les reins, les capsules surrénales, le globe oculaire, à une augmentation de ce coefficient pour la peau et les testicules. Le corps thyroïde du Mouton présente à ce moment une nette *discontinuité* dans sa croissance relative, avec légère diminution du coefficient α, traduisant sans doute l'activité particulière de la sécrétion thyroïdienne dans l'espèce ovine, constatée par les physiologistes.

Les coefficients d'allométrie caractérisant les deux phases de la croissance fœtale sont en général, pour tous ces organes, légèrement différents dans les deux espèces; mais la similitude de comportement de la plupart d'entre eux, la similitude des événements anatomiques et physiologiques marquant les stades critiques, ne laissent pas de doute quant à l'*homologie* de ces stades entre les deux espèces. Si j'ajoute que des données partielles recueillies sur la Chèvre indiquent un plan de croissance identique à celui du Mouton, il sera permis de conclure à l'existence de lignes communes aux plans de croissance des divers Ruminants, permettant de caractériser ces animaux par rapport aux autres groupes de Mammifères.

---

(3) *Bull. Biol. France-Belgique*, 65, 1931, p. 438.
(4) *Arch. anat. microscopique*, 19, 1923, p. 411.

A 15^h50^m l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Botanique, par l'organe de M. **Louis Blaringhem** remplaçant le Doyen empêché, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *Alexandre Guilliermond* :

En première ligne...........	M. **Roger Heim**.
En seconde ligne, ex æquo *par ordre alphabétique*.........	MM. **Raoul Combes**. **Albert Goris**. **André Guillaumin**. **Henri Humbert**. **Lucien Plantefol**.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu en la prochaine séance.

La séance est levée à 17^h25^m.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 11 FÉVRIER 1946.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE CARTAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** donne lecture du décret, en date du 20 janvier 1946, publié au *Journal Officiel de la République française*, portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Paul Pascal** pour occuper, dans la Section de Chimie, la place vacante par le décès de M. *Marc Tiffeneau*.

Sur son invitation, M. **Paul Pascal** prend place parmi ses Confrères.

M. **René Souèges** dépose sur le Bureau de l'Académie, de la part de M. Henri Belval, un Ouvrage posthume de M. **Henri Colin** intitulé *La Chimie des plantes*.

OPTIQUE. — *Microscopes polarisants utilisant la réflexion vitreuse.* Note [1] de MM. **Aimé Cotton** et **Pierre Manigault**.

Le prix d'un microscope polarisant devient actuellement prohibitif : cela tient, en particulier, à ce qu'on emploie, pour le polariseur et l'analyseur, des appareils en spath, des nicols ou même des polariseurs à champ normal bien plus coûteux. Les films polariseurs, qui, comme les polaroïds utilisent aussi les propriétés optiques des cristaux, sont d'un emploi bien plus économique, mais ils ont toujours l'inconvénient de fournir, outre les rayons polarisés, des rayons qui ne le sont pas. Surtout lorsque deux de ces films sont associés, ces rayons parasites persistants altèrent les teintes observées.

On n'a pas essayé d'utiliser, pour les observations au microscope *en lumière parallèle*, la polarisation de la lumière par réflexion vitreuse, bien que le procédé soit employé dans l'appareil de Nörremberg avec lequel on observe, à l'œil nu, les propriétés des lames cristallines. Sans doute la perte de lumière accompagnant la polarisation sous l'incidence brewstérienne est importante. Mais l'œil humain s'adapte facilement à d'énormes

---

(1) Séance du 2 janvier 1946.

variations d'intensité lumineuse. Les naturalistes emploient souvent, comme sources de lumière artificielle, de petites lanternes à basse tension; or, à l'essai, elles se sont montrées suffisantes.

Pour que la polarisation par réflexion vitreuse fût complète, il faudrait que le faisceau éclairant soit parallèle (au moins à l'endroit où il se réfléchit sur le miroir), dirigé exactement sous l'angle voulu, et même monochromatique. En fait ces conditions théoriques ne sont pas remplies. A côté des rayons polarisés correctement il y a des rayons qui ne le sont qu'*à peu près*. Mais la proportion de lumière polarisée dans le faisceau utilisé varie, en somme, assez lentement au voisinage du maximum obtenu pour l'incidence brewstérienne. Sans doute on ne peut pas, comme en croisant des polariseurs à champ normal, obtenir l'extinction complète de faisceaux intenses de lumière, mais de tels faisceaux, dans le cas actuel, ne sont pas nécessaires. D'ailleurs on se contente d'extinctions incomplètes dans bien des microscopes polarisants équipés avec des nicols, ne serait-ce que parce que l'on ne s'assujettit pas à donner à l'analyseur l'orientation exacte : les teintes de polarisation chromatiques observées sont alors lavées de blanc; elles sont cependant bien reconnaissables.

Si l'on n'a pas employé plus souvent la polarisation par réflexion vitreuse, c'est probablement parce qu'elle change la direction des faisceaux. C'est un inconvénient qu'on peut atténuer de diverses façons. On peut d'abord laisser constamment le polariseur et l'analyseur dans la position du parallélisme et interposer entre les deux une de ces lames demi-onde pour le jaune moyen dont nous avons signalé les avantages dans les *Comptes rendus* du 27 novembre 1944, p. 528. La teinte sensible sombre que donne cette lame orientée correctement remplace l'extinction proprement dite. On a plus de possibilités en faisant tourner le polariseur et l'analyseur (tout au moins l'un d'entre eux) autour d'un axe parallèle à la direction des rayons polarisés qui lui correspondent. Pour cela il est commode de disposer les glaces qui les constituent dans des boîtiers pareils.

Le *polariseur* contient à demeure une glace de verre transparent non trempé à faces parallèles. Cette glace, bien propre et privée de poussières, est fixée dans le boîtier sous l'angle convenable. Ce boîtier est muni de deux pièces cylindriques creuses T_1 et T'_1 coaxiales définissant la direction des rayons polarisés par la glace, tandis que l'axe d'un troisième tube T_2 définit la direction du faisceau de lumière venant de la source. Celle-ci étant peu encombrante se fixe au tube T_2 et tourne en même temps que la glace polarisatrice autour de l'axe commun à T_1, T'_1 quand on change la direction des vibrations polarisées. L'ensemble forme alors une *lanterne polarisante*. Elle peut servir indépendamment du microscope et s'oriente comme on veut, en particulier de façon que le faisceau polarisé qu'elle fournit soit horizontal ou vertical.

Dans la figure 1, on a représenté la lanterne à côté du microscope et donnant un faisceau horizontal. Nous avons signalé toutes les facilités que procure cette disposition ([2]).

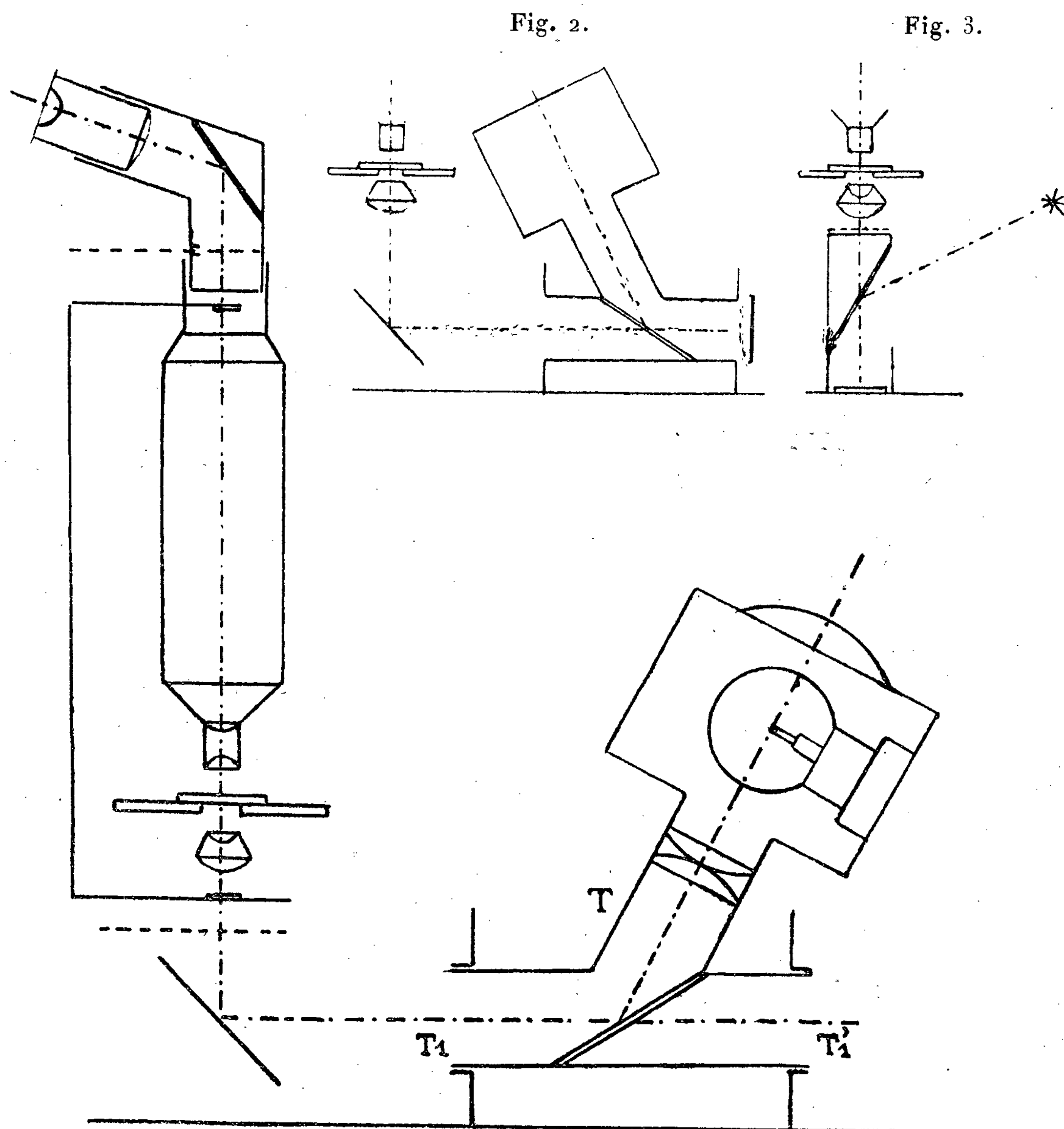


Fig. 1.

Ce polariseur étant formé par une glace transparente permet de faire arriver en même temps sur la préparation un autre faisceau de rayons, polarisés ou non, provenant d'une autre source telle qu'un arc au mercure, ou bien servant à désigner un point de la préparation. En le retournant bout pour bout, comme l'indique la figure 2, on peut le transformer en polariseur de Nörremberg : il suffit de le munir à l'extrémité T_1 d'un miroir plan renvoyant normalement les rayons polarisés par réflexion. Contre cette surface réfléchissante, on peut disposer des lames auxiliaires dont le retard propre sera doublé par la double traversée. Un tel pola-

([2]) *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 297. On a simplifié ici la figure 1 en supposant qu'on se contente d'une seule réflexion pour envoyer la lumière dans le microscope.

riseur, avec retour des rayons, peut être utilisé pour transformer rapidement un microscope ordinaire en microscope polarisant si l'on a la place nécessaire pour le substituer au miroir habituel du microscope (*fig.*3). Un polaroïd placé sur l'oculaire peut servir d'analyseur pour l'appareil ainsi improvisé.

L'*analyseur* est constitué comme le polariseur, avec cette différence qu'il doit être muni d'une glace en verre noir ou d'une glace noircie sur sa face postérieure; sinon toutes les images se trouveraient doublées. On place l'analyseur verticalement comme l'indique la figure 1, et le tube T'_1 peut être supprimé. L'oculaire se place dans le tube oblique T_2. On obtient ainsi, sans organe supplémentaire et en laissant la platine horizontale, cette inclinaison avantageuse de l'oculaire que les naturalistes apprécient de plus en plus. En outre cet analyseur à glace noire présente un avantage sur les autres au point de vue de l'optique géométrique : il n'altère en aucune façon la marche des rayons quelle que soit la place où on le met au-dessus de l'objectif.

HYDRAULIQUE.. — *Sur les veines liquides.*
Note [1] de MM. **Charles Camichel** et **Charles Bory.**

Au cours de nos recherches sur les veines liquides [2], nous avons étudié les tourbillons qui prennent naissance, en régime de Poiseuille, à l'origine de la veine, dans les ajutages employés.

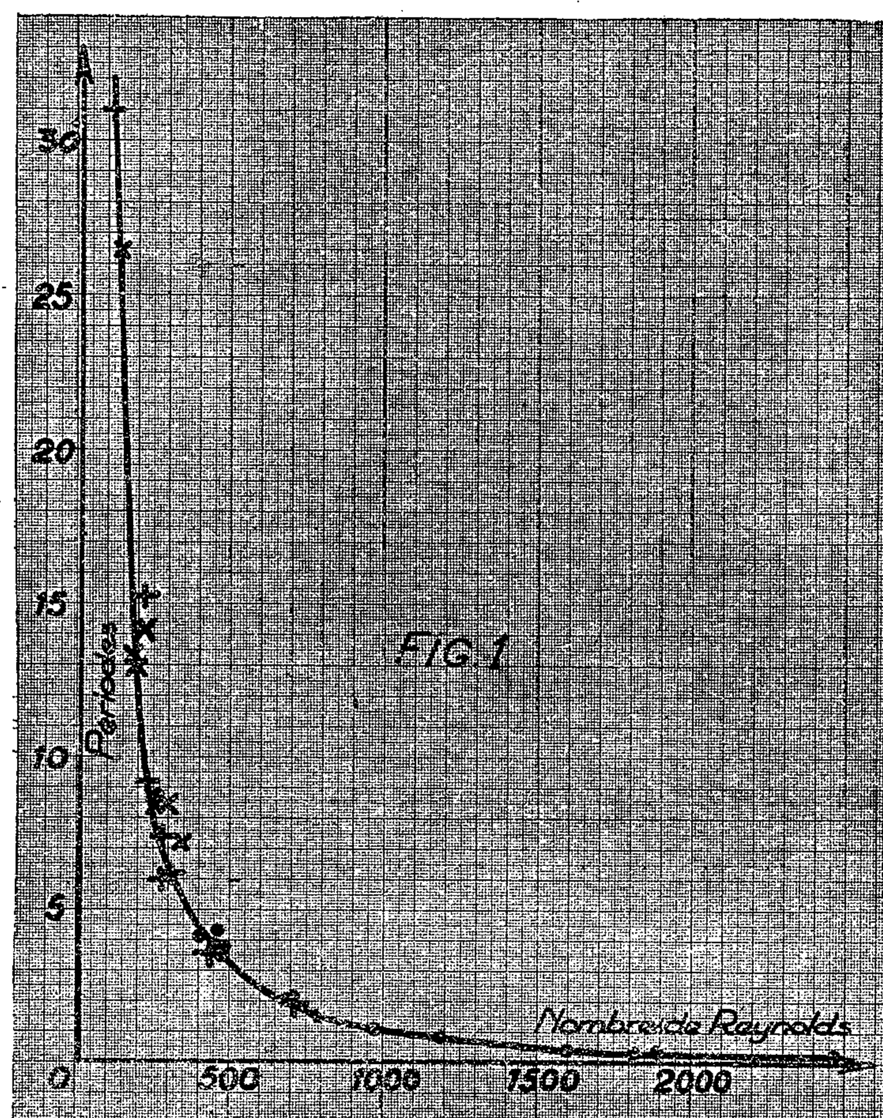
Les expériences ont porté sur trois ajutages. Le premier a comme dimensions : tube T : largeur, $0^{cm},4$; hauteur, 4^{cm}; longueur, 10^{cm}; tube T' : largeur, 2^{cm}; hauteur, 4^{cm}; longueur, 30^{cm}. Les deux autres ajutages sont semblables au premier, les rapports de similitude étant 2 et 5.

Les nombres de Reynolds sont évalués en prenant comme élément linéaire la largeur de la veine : $0^{cm},4$, $0^{cm},8$, 2^{cm}, et comme vitesse, la vitesse à l'extrémité amont du tube T.

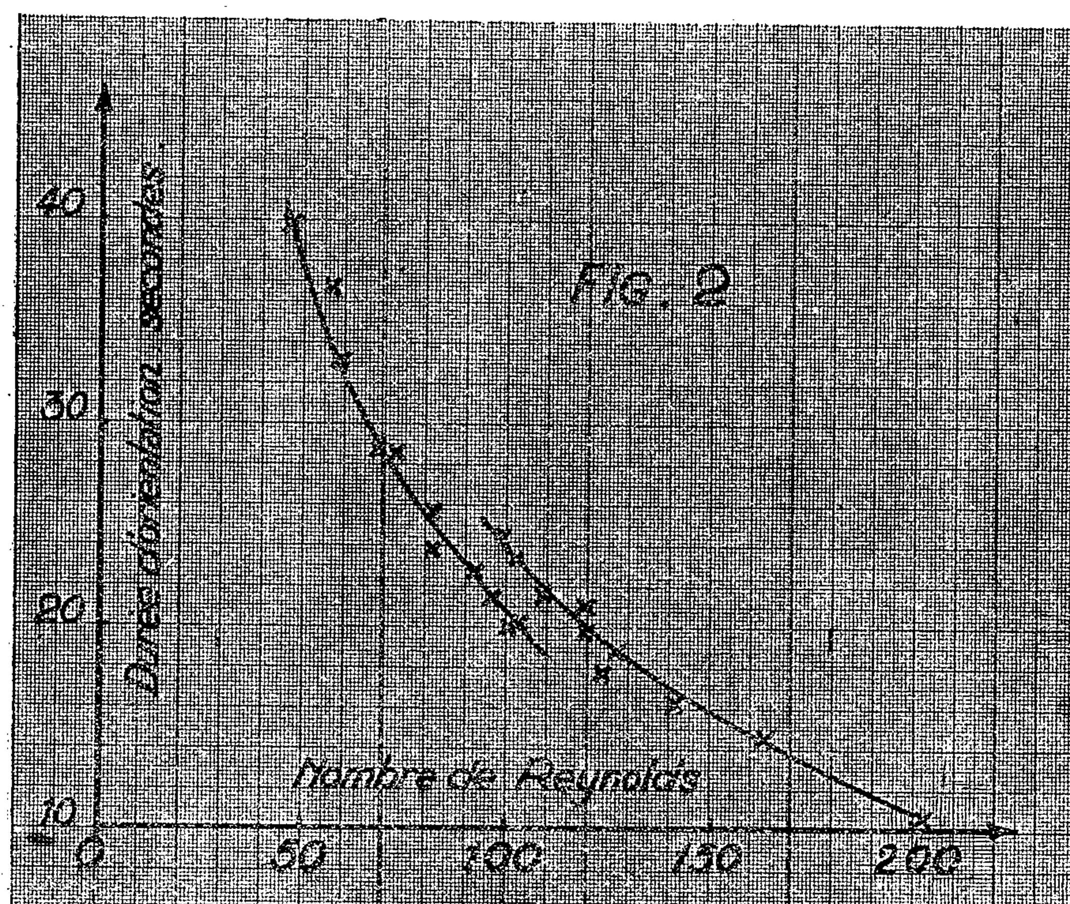
Les tourbillons apparaissent sur les bords de la veine pour un nombre de Reynolds égal à 110. On les observe directement. Leur période, d'abord infinie, décroît régulièrement quand le nombre de Reynolds augmente. La turbulence se développe autour de la veine, qui ne devient elle-même turbulente, depuis son origine dans le tube T', qu'à partir d'un nombre de Reynolds égal à 2100. Les périodes des tourbillons satisfont à la loi de similitude; elles varient dans le rapport $K^{-1}\lambda^2$, K étant le rapport des coefficients de viscosité cinématique et λ le rapport de similitude. La figure 1 représente la courbe de ces périodes en fonction des nombres de Reynolds

(1) Séance du 28 janvier 1946.
(2) *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 816; **220**, 1945, p. 418.

jusqu'à 2500, pour l'ajutage le plus grand. On a rapporté, sur la même



courbe, les points obtenus avec les deux autres ajutages, marqués × pour l'ajutage le plus petit et + pour l'ajutage intermédiaire.



Le changement de régime correspondant à ces tourbillons se manifeste dans les courbes représentatives de divers phénomènes, en particulier dans

celles des durées d'orientation de la veine : le robinet aval de l'ajutage étant ouvert, on observe le passage du tourbillon du front de la veine, la formation de la veine dirigée d'abord suivant l'axe de l'ajutage, puis son orientation dans la direction naturelle et le régime permanent. On détermine le moment où la veine vient rencontrer la paroi de l'ajutage. La durée d'orientation de la veine est le temps qui sépare cet instant de l'ouverture du robinet aval. La durée d'orientation diminue quand le nombre de Reynolds augmente (*fig.* 2). Les points déterminés expérimentalement se placent sur deux arcs de courbe distincts. Leur décalage correspond au nombre de Reynolds pour lequel les tourbillons apparaissent. La même remarque s'applique aux courbes C (2) qui présentent, au voisinage de l'origine, une portion rectiligne suivie d'une cassure correspondant au même changement de régime.

Ces tourbillons, sous l'influence d'un obstacle, sont susceptibles de provoquer l'orientation de la veine dans la direction artificielle. L'expérience peut se faire de la façon suivante : on ouvre le robinet aval de l'ajutage, on place une tige verticale de diamètre convenable immédiatement après le passage du tourbillon du front de la veine au voisinage de celle-ci, du côté de l'orientation naturelle. Comme nous l'avons déjà indiqué pour le tourbillon du front de la veine, l'altération de ces tourbillons par la tige produit un changement dans la répartition des pressions qui provoque le déplacement de la veine.

M. **Pierre Jolibois** fait hommage à l'Académie d'un fascicule extrait de la *Revue scientifique* et intitulé *Sainte-Claire Deville*.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un Membre de la Section de Botanique en remplacement de M. *Alexandre Guilliermond* décédé.

Le nombre de votants étant 45 et 47, le scrutin donne les résultats suivants :

	Nombre de suffrages.	
	1er tour.	2e tour.
M. Roger Heim	17	25
M. Lucien Plantefol	14	19
M. Raoul Combes	10	3
M. Albert Goris	2	
M. Henri Humbert	2	

M. **Roger Heim**, ayant obtenu la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation du Gouvernement provisoire de la République.

Par l'unanimité des suffrages, Sir **Alexandre Fleming** est élu Correspondant pour la Section de Médecine et Chirurgie en remplacement de M. *Émile Forgue* décédé.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° François Michelin. *Théorie du rendement de criblage.*

2° Raymond Furon. *Formulaire technique du Préhistorien. Ce qu'il faut savoir sur la Géologie et la Biogéographie du Quaternaire, l'Archéologie et l'Anthropologie préhistoriques* (présenté par M. É.-G. Barrillon).

3° Georges Dehaut. *Les doctrines de Georges Cuvier dans leurs rapports avec le transformisme* (présenté par M. É.-G. Barrillon).

4° Georges Levy-Hulot. *L'analyse immédiate des bois.* Préface de M. L. Crussard (présenté par M. P. Jolibois).

M. **Émile Brylinski** prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section des Applications de la Science à l'Industrie, par le décès de M. *Georges Charpy*.

ARITHMÉTIQUE. — *Les correspondances birationnelles à coefficients rationnels sur une courbe.* Note de M. **François Châtelet**, présentée par M. Gaston Julia.

1. Je me suis proposé de chercher toutes les correspondances birationnelles à coefficients rationnels qui transforment en elle-même une courbe algébrique γ dont l'équation a ses coefficients rationnels. C'est un problème qui complète l'étude diophantienne de γ, habituellement limitée à la recherche de ses points à coordonnées rationnelles. On peut traiter ce problème par identification directe en considérant les coefficients de la correspondance cherchée comme autant d'inconnues, qui vérifient un ou plusieurs systèmes d'équations, dont il faut chercher les solutions rationnelles. Le problème ainsi posé est donc encore de nature diophantienne.

Mais il est intéressant de mettre en évidence les rapports de ce problème avec le problème diophantien sur γ et de déduire la solution de l'un de celle de l'autre.

On sait que l'ensemble des correspondances birationnelles sur γ, à coefficients quelconques, forme un groupe, appelé *groupe birationnel sur* γ ; celles de ces correspondances dont les coefficients sont rationnels forment un sous-groupe du précédent, qu'il est commode d'appeler *groupe birationnel sur* γ *dans* R (corps des rationnels).

2. Si γ est de genre supérieur à 1, le groupe birationnel sur γ n'a qu'un nombre fini d'éléments, qu'il est possible de déterminer par un procédé purement algébrique. Pour en trouver le sous-groupe birationnel dans R, il suffit alors de reconnaître parmi les éléments ainsi déterminés ceux qui sont égaux à chacun de leurs conjugués. La solution du problème est donnée dans ce cas par des opérations algébriques et des essais en nombre fini.

J'ai traité d'autre part le problème diophantien sur une courbe de genre o (1). J'en rappelle les résultats : si une courbe γ, de genre o, contient des points rationnels, le groupe birationnel sur γ dans R est isomorphe au groupe des homographies à coefficients rationnels sur une droite rationnelle. Si γ ne contient pas de points rationnels, le groupe est isomorphe au groupe-quotient d'une algèbre de quaternions généralisés par le groupe multiplicatif des entiers rationnels.

3. Reste le cas d'une courbe de genre 1. J'ai pu le traiter en utilisant la méthode galoisienne que j'ai exposée par ailleurs sous une forme générale (2) et dont le Mémoire cité précédemment constitue une première application.

Si γ est de genre 1, on sait déterminer une correspondance birationnelle Θ, à coefficients algébriques, qui transforme γ en une cubique C de la forme de Weierstrass

$$y = x^3 - px - q \qquad (p \text{ et } q \text{ rationnels}, \quad 4p^3 - 27q^2 \neq 0).$$

J'envisage seulement le cas où p et q ne sont pas nuls; dans le cas contraire la méthode s'applique encore mais donne des résultats plus complexes.

Je désigne par k un corps galoisien contenant les coefficients de Θ et par $\Theta_1, \Theta_2, \ldots, \Theta_n$ les conjugués (absolus) de Θ. Le produit $\Theta_i\Theta^{-1}$ appartient au groupe birationnel sur C dans k. Il peut être défini par une relation entre l'argument elliptique u d'un point quelconque de C et l'argument u_i de son transformé dans ce produit; cette relation est de la forme

$$u_i = \varepsilon_i u + c_i;$$

où $\varepsilon_i = \pm 1$ et où c_i est l'argument elliptique d'un point fixe de C à coordonnées dans k. J'ai montré qu'on peut choisir Θ et C de façon que tous les ε_i soient égaux à $+1$ (3).

Par application de la méthode galoisienne rappelée, je remplace la recherche du groupe birationnel sur C dans R par la recherche des solutions d'un *système d'équivalence*

$$\varepsilon\, c_i + c = c^{(i)} + c_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

Dans ce système, c est l'argument elliptique d'un point de C, à coordonnées

(1) *Annales de l'École Normale*, 3e série, 61, 1944, pp. 249-300.
(2) *Bulletin de la Société math.*, 73, 1945 (sous presse).
(3) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1532.

dans k, qu'il s'agit de déterminer; $c^{(i)}$ est l'argument de son $i^{\text{ième}}$ conjugué et $\varepsilon = \pm 1$. Un couple ε, c, vérifiant le système, détermine un élément du groupe, birationnel sur γ dans R, savoir la transformée par Θ de la correspondance sur C, définie par l'équation

$$u' = \varepsilon u + c.$$

4. Le système précédent est équivalent, suivant la valeur de ε, à l'un des deux systèmes

$$c^{(i)} = c; \qquad c^{(i)} - c + 2c_i = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

Le premier a pour solutions les arguments des points rationnels sur C. J'ai montré qu'on peut aussi résoudre le second lorsqu'on a obtenu ces points rationnels. Ou bien on constate qu'il n'a pas de solution, ou bien on obtient des solutions en correspondance biunivoque avec les points rationnels sur C. J'en déduis que :

Le groupe birationnel sur γ *dans* R *est isomorphe soit au groupe des points rationnels sur* C *dans* R, *soit au groupe birationnel sur* C *dans* R.

Si γ est de la même classe ([4]) que C, c'est la seconde éventualité qui est vérifiée. Mais il existe d'autres courbes que celles de la classe de C qui vérifient aussi cette éventualité. On peut les caractériser en utilisant la notion de composition entre classes de courbes de genre 1 ([5]) : ce sont les courbes des classes dont le carré est la classe unité.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *La loi d'attente des appels téléphoniques.* Note ([1]) de M. **Félix Pollaczek**, présentée par M. Émile Borel.

Dans une Note ([2]) dont les notations x et y sont remplacées ici par s et $s\eta$, M. E. Vaulot a étudié la loi d'attente des appels téléphoniques qui, sur un groupe de $s \geq 1$ lignes, sont traités au hasard, et a considéré dans ce but la probabilité $F_n(t)$ pour qu'un appel, qui à un instant donné est en attente en même temps que $n \geq 0$ autres appels, ait une durée d'attente $> t$. En supposant que la probabilité pour qu'une communication ait une durée $> t$ est e^{-t}, M. Vaulot établit pour les $F_n(t)$ le système suivant d'équations différentielles et de conditions initiales où $\eta < 1$ est le nombre moyen d'appels par ligne et par unité de temps,

$$(1) \quad s(1+\eta)F_n(t) + F'_n(t) = \frac{n}{n+1} s F_{n-1}(t) + s\eta F_{n+1}(t); \quad F_n(0) = 0 \qquad (n = 0, 1, \ldots).$$

Grâce aux substitutions $F_n(t) = e^{-(1+\eta)st} f_n(st)$; $st = t_0$, les équations (1), dont

---

([4]) *Comptes rendus*, Note précédente, Remarque 3.

([5]) *Comptes rendus*, **212**, 1941, pp. 320-322.

([1]) Séance du 28 janvier 1946.

([2]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 268.

nous allons représenter les solutions sous forme d'intégrales définies, prennent la forme

$$(2) \qquad f'_n(t_0) = \frac{n}{n+1} f_{n-1}(t_0) + \eta f_{n+1}(t_0); \qquad f_n(0) = 1 \qquad (n = 0, 1, \ldots),$$

et, en y effectuant l'opération $\int_0^\infty \ldots e^{-zt_0}\, dt_0$, on obtient, pour les grandeurs $\varphi_n(z) = \int_0^\infty e^{-zt_0} f_n(t_0)\, dt_0$ $\left(R(z) > 2\sqrt{\eta}\right)$, les équations

$$z\,\varphi_n(z) - 1 = \frac{n}{n+1}\,\varphi_{n-1}(z) + \eta\,\varphi_{n+1}(z) \qquad (n = 0, 1, \ldots).$$

En ajoutant ces équations multipliées par $(n+1)x^n$, membre à membre (x désignant une variable complexe), on obtient pour la fonction

$$\Phi(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} x^n \varphi_n(z) \qquad (|x| < 1)$$

l'équation différentielle $(x^2 - zx + \eta)(\partial\Phi/\partial x) + (x - z)\Phi = -[1/(1-x)^2]$, dont la solution, régulière pour $x = \beta$, est

$$(3) \qquad \Phi(x, z) = (\alpha - x)^m (\beta - x)^{-m-1} \int_x^\beta (\alpha - \xi)^{-m-1} (\beta - \xi)^m \frac{d\xi}{(1-\xi)^2}, \qquad |x| \ll 1;$$

nous avons posé ici $\alpha = (z/2) + \sqrt{(z^2/4) - \eta}$, $\beta = (z/2) - \sqrt{(z^2/4) - \eta}$, $m = (\beta/\alpha - \beta)$; $\sqrt{(z^2/4) - \eta} \sim (z/2)$ pour $|z| \gg \sqrt{\eta}$, les grandeurs $(\alpha - \xi)^m (\beta - \xi)^{-m}$ et $(\alpha - x)^m (\beta - x)^{-m}$ étant définies de manière à coïncider pour $\xi = x$. Grâce au théorème de Fourier, on a (avec $c > 2\sqrt{\eta}$)

$$(4) \qquad \sum_{n=0}^{\infty} x^n F_n(t) = e^{-(1+\eta)st} \sum_{n=0}^{\infty} x^n f_n(st) = e^{-(1+\eta)st} \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty+c}^{i\infty+c} e^{zst}\, \Phi(x, z)\, dz,$$

et ici, le chemin d'intégration peut être remplacé par un lacet qui suit les deux bords de la coupure $-2\sqrt{\eta} \leqq z \leqq 2\sqrt{\eta}$; car pour $|x| < \sqrt{\eta}$, $\Phi(x, z)$ est holomorphe et bornée dans le plan des z découpé, et égale à $O(1/z)$ pour $z \to \infty$. En passant d'un bord de la coupure à l'autre bord, α et β, et de même m et $-m-1$, se permutent, de sorte que l'intégrale (4) devient

$$\lim_{\varepsilon=0} \int_{-2\sqrt{\eta}+\varepsilon}^{2\sqrt{\eta}-\varepsilon} e^{zst} [\Phi_1(x, z) - \Phi_2(x, z)]\, dz$$
$$= \int_{-2\sqrt{\eta}}^{2\sqrt{\eta}} e^{zst} (\alpha - x)^m (\beta - x)^{-m-1} \left(\int_x^\beta - \int_x^\alpha \ldots d\xi \right) dz.$$

Soit C_ξ un lacet tracé dans le plan des ξ autour de la coupure $\alpha \ldots \beta$, et parcouru au sens positif; on a

$$\int_x^\beta - \int_x^\alpha = \int_\alpha^\beta \ldots d\xi = -(1 - e^{-2\pi i m})^{-1} \int_{C_\xi} \ldots d\xi = (1 - e^{-2\pi i m})^{-1}\, 2\pi i \,\mathrm{Res}[\xi = 1],$$

car la fonction à intégrer est holomorphe dans le plan des ξ découpé, sauf en $\xi = 1$.

En posant ensuite $z = 2\sqrt{\eta}\cos\tau$, $m_0 = (i/2)\cot\tau - (1/2)$, on obtient

$$(5)\qquad \sum_0^\infty x^n F_n = \int_0^\pi e^{(-1-\eta+2\sqrt{\eta}\cos\ )st} \frac{(\sqrt{\eta}e^{-i\tau}-x)^{m_0}\ (1-\sqrt{\eta}e^{i\tau})^{m_0-1}}{(\sqrt{\eta}e^{i\tau}-x)^{m_0+1}(1-\sqrt{\eta}e^{-i\tau})^{m_0+2}} \frac{2\sqrt{\eta}\sin\tau\, d\tau}{e^{\pi\cot\tau}+1}$$

$$(|x| < 2\sqrt{\eta}),$$

où les arguments des expressions $\sqrt{\eta}\, e^{-i\tau} - x$, etc., sont ≈ 0 pour $|x| \ll \sqrt{\eta}$, $\tau \approx 0$.

Comme valeur asymptotique de cette intégrale pour les grandes valeurs du temps (pour des valeurs données de s, η, x) on obtient

$$(6)\qquad \sum_{n=0}^\infty x^n F_n(t) = \exp\left[-(1-\sqrt{\eta})^2 st - 3.2^{-\frac{2}{3}}\pi^{\frac{2}{3}}\eta^{\frac{1}{6}}(st)^{\frac{1}{3}} + \frac{\sqrt{\eta}}{1-\sqrt{\eta}} + \frac{\sqrt{\eta}}{\sqrt{\eta}-x}\right]$$
$$\times \pi^{\frac{5}{6}} 2(108)^{-\frac{1}{6}}\eta^{\frac{1}{12}}(st)^{-\frac{5}{6}}(1-\sqrt{\eta})^{-3}(\sqrt{\eta}-x)^{-1}\left[1+O\left(t^{-\frac{1}{3}}\right)\right], \quad (|x|<\sqrt{\eta}).$$

De là on tire pour la fonction

$$(7)\qquad A(t) = \frac{(s\eta)^s}{s!\,\Delta(s,\eta)}\sum_{n=0}^\infty \eta^n F_n(t), \qquad \Delta(s,\eta) = \sum_{\nu=0}^{s-1}\frac{(s\eta)^\nu}{\nu!} + \frac{1}{1-\eta}\frac{(s\eta)^s}{s!},$$

établie par M. Vaulot, qui donne la probabilité pour que la durée d'attente d'un appel soit $> t$, la formule

$$(8)\qquad A(t) = \frac{(s\eta)^s}{s!\,\Delta(s,\eta)}\exp\left[-(1-\sqrt{\eta})^2 st - 3.2^{-\frac{2}{3}}\pi^{\frac{2}{3}}\eta^{\frac{1}{6}}(st)^{\frac{1}{3}} + \frac{1+\sqrt{\eta}}{1-\sqrt{\eta}}\right]$$
$$\times 2(108)^{-\frac{1}{6}}\left(\frac{\sqrt{\eta}st}{\pi}\right)^{-\frac{5}{6}}(1-\sqrt{\eta})^{-4}\left[1+O\left(t^{-\frac{1}{3}}\right)\right].$$

Par contre, en posant dans $A(t)$, $\eta = 1 - b\sqrt{2/s}$, $t = \theta\sqrt{2/s}$, on obtient pour les grandes valeurs de s (pour des valeurs données de b et de θ)

$$(9)\quad A(t) = \left[1+\sqrt{\pi}\, b\, e^{b^2}(1+\Phi(b))\right]^{-1}(-\pi)\sqrt{2b\theta}\, H_1^{(1)}(2i\sqrt{2b\theta})\left[1+O\left(\frac{1}{\sqrt{s}}\right)\right].$$

($H_1^{(1)} \equiv$ fonction de Hankel; $\Phi(b) \equiv$ intégrale de Gauss).

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Le problème des stocks.*

Note (¹) de M. **Edgar Baticle**, présentée par M. Émile Borel.

Le problème que j'ai en vue est le suivant : n magasins ayant reçu chacun un stock de s objets, quelle est la probabilité que k magasins seront épuisés quand q achats auront été effectués dans l'ensemble des magasins ?

Ce problème se rattache directement au *problème des compartiments* traité dans ma Note des *Comptes rendus* du 4 novembre 1935.

(¹) Séance du 4 février 1946.

Il est en effet le même que celui du calcul de la probabilité pour que, q objets étant répartis au hasard dans n compartiments, il y ait k compartiments avec plus de $s - 1$ objets.

Aux notations près, la formule que j'ai donnée pour cette probabilité est $p_k = \sum (-1)^u C_n^k C_{n-k}^u C_{q+n-1-(k+u)s}^{n-1} : C_{q+n-1}^{n-1}$, où u a toutes les valeurs possibles depuis zéro jusqu'à celle après laquelle $q - (k+u)s$ change de signe.

Mais on remarquera que la probabilité la plus intéressante pour le problème en cause est la probabilité P pour que *aucun* magasin ne soit épuisé quand q achats auront été effectués. Cette probabilité s'obtient en faisant $k = 0$ dans la formule ci-dessus. On obtient ainsi

$$(1) \qquad P = \sum (-1)^u C_n^u C_{q+n-1-us}^{n-1} : C_{q+n-1}^{n-1}.$$

Si je suppose que q et s soient grands par rapport à n, j'aurai, en posant $x = s/q$, la formule asymptotique

$$(2) \qquad P(x) = \sum_0 (-1)^u C_n^u (1 - ux)^{n-1},$$

dans laquelle il ne faut retenir que les termes pour lesquels la parenthèse est positive.

C'est la fonction de répartition de la variable aléatoire $X = s/q$.

La densité de probabilité est

$$p(x) = \sum_1 (-1)^{u+1} C_n^u (n-1) u (1 - ux)^{n-2},$$

c'est-à-dire

$$(3) \qquad p(x) = n(n-1) \sum_1 (-1)^{u+1} C_{n-1}^{u-1} (1 - ux)^{n-2}.$$

Les courbes (2) et (3) sont formées de paraboles de degrés respectifs $n - 1$ et $n - 2$, qui se raccordent pour des valeurs de x égales à $1/2$, $1/3$, ..., $1/n$. La densité de probabilité a une allure *binomiale* et sa dissymétrie s'accentue quand on fait croître n.

On remarquera que, pour $x \leqq 1/n$, $P(x)$ et $p(x)$ sont nulles. L'expression complète du second membre de (2) est donc identiquement nulle, ainsi que ses dérivées.

On peut se proposer de rechercher quel est le stock à prévoir pour que q clients soient *en moyenne* satisfaits. Il suffit pour cela de calculer l'espérance mathématique E[X] de la variable aléatoire X.

On a

$$E[X] = \int_0^1 x\, dP = 1 - \int_0^1 P\, dx = \frac{1}{n}\left(C_n^1 - \frac{1}{2} C_n^2 + \frac{1}{3} C_n^3 \ldots + (-1)^{u+1} \frac{1}{u} C_n^u \ldots\right).$$

Si j'égale la parenthèse à $\varphi(n)$, j'aurai

$$\varphi(n)-\varphi(n-1)=\sum(-1)^{u+1}\frac{1}{u}(C_n^u-C_{n-1}^u)=\frac{1}{n}\sum(-1)^{u+1}C_n^u=\frac{1}{n}.$$

D'où

$$E[X]=\frac{1}{n}\left(1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}\right).$$

Or $nE[X]=E[ns/q]$ est le stock à prévoir par acheteur. On voit qu'il est égal à la somme des n premiers termes de la série harmonique.

Lorsque n est suffisamment grand on peut écrire $nE[X]\cong 1+\mathcal{L}n$. Donc $q\mathcal{L}n$ représente le *foisonnement* du stock et $\mathcal{L}n$ est la *marge de sécurité* à prévoir pour le stock, quand les acheteurs ont le choix entre n magasins.

On peut calculer $E[X^2]$, $E[X^3]$, ... en procédant comme pour $E[X]$. Par exemple, on aura

$$E[X^2]=\int_0^1 x^2\,dP=1-2\int_0^1 Px\,dx=\frac{2}{n(n+1)}\left(C_n^1-\frac{1}{2^2}C_n^2+\frac{1}{3^2}C_n^3+\ldots\right)=\frac{2}{n(n+1)}\psi(n)$$

et

$$\psi(n)-\psi(n-1)=\sum(-1)^{u+1}\frac{1}{un}C_n^u=\frac{1}{n}\left(1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}\right)\cong\frac{1}{n}(1+\mathcal{L}n).$$

D'où

$$\psi(n)\cong 1+\mathcal{L}n+\frac{1}{2}(\mathcal{L}n)^2 \qquad \text{et} \qquad E[X^2]\cong\frac{2}{n(n+1)}\left[1+\mathcal{L}n+\frac{1}{2}(\mathcal{L}n)^2\right].$$

On peut ainsi calculer la fluctuation $\mu'_2=E[X^2]-(E[X])^2$. Si l'on remplace $2/n(n+1)$ par $2/n^2$ on trouve $\mu'_2=1/n^2$ et l'on a pour l'écart-type

$$\sigma=\sqrt{\mu'_2}\cong\frac{1}{n}.$$

Le schéma étudié ci-dessus peut s'appliquer à d'autres problèmes. Par exemple, en matière de transports, on voit que, si l'on veut remplacer un train ayant à transporter q voyageurs par n trains, chaque voyageur pouvant emprunter l'un quelconque de ceux-ci, il faut prévoir une capacité totale de $q(1+1/2+\ldots+1/n)$ pour que, en moyenne, les q voyageurs puissent être transportés sans attente.

GÉOMÉTRIE. — *Sur une classe de surfaces.*

Note de M. **Gheorghe Th. Gheorghiu**, présentée par M. Paul Montel.

1. Récemment nous avons étudié une transformation asymptotique ([1]) et, à cette occasion, nous avons rencontré une classe de surfaces sur lesquelles nous voulons revenir dans cette Note. Elles sont définies par les propriétés : *a*. si M est le point courant de la surface rapporté aux asymptotiques, il existe sur la quadrique de Darboux d'indice c un point M′ qui décrit une surface (M′) trans-

([1]) *Sur les transformations asymptotiques* (*Bull. des Sc. Math.*, 2e série, janv.-fév., 1945); pour plus de détails voir le Mémoire avec le même titre publié dans *Disquisitiones Mathematicae et Physicae*, 4, Bucarest, 1945, pp. 131-173.

formée asymptotique de la surface (M); *b.* la quadrique de Darboux d'indice c de la surface (M′) en M′ passe par M; *c.* les surfaces (M) et (M′) sont applicables projectivement; *d.* les tangentes asymptotiques homologues aux deux surfaces sont concourantes en deux points R et S. Les surfaces (M) et (M′) définies par ces conditions sont identiques, à une homographie près. Analytiquement, si nous désignons par x le point qui décrit la surface initiale, par x',

$$x' = \left[\frac{1}{2}(\omega_u - \theta_u)(\omega_v - \theta_v) + (c-1)\beta\gamma - \theta_{uv}\right]x + (\omega_v - \theta_v)x_u + (\omega_u - \theta_u)x_v + 2x_{uv},$$

le point qui décrit la surface finale χ, et si nous posons

$$r = (\log C)_u - \omega_u, \qquad s = (\log C)_v - \omega_v,$$

nous devrons avoir les relations

$$\begin{aligned} &r_v = s_u = rs + c\beta\gamma, && rs = \beta\gamma + (\log C)_{uv} - 2C, \\ &r_u = r(\log C)_u + \beta(\log C)_v + \beta_v, && s_v = s(\log C)_v + \gamma(\log C)_u + \gamma_u, \\ &L = -\omega_{uu} + \frac{1}{2}\omega_u^2 - \beta\omega_v - \beta_v, && M = -\omega_{vv} + \frac{1}{2}\omega_v^2 - \gamma\omega_u - \gamma_u, \end{aligned}$$

où β, γ, L, M sont les fonctions fondamentales de M. Fubini, qui définissent la surface (M) projectivement. En particulier, si une des fonctions r ou s est nulle, nous avons nécessairement $c = 0$. Si $r = s = 0$, nous avons les surfaces de Tzitzéica dont les quadriques de Lie, aux points M et M′, sont confondues, car elles sont des cas particuliers des surfaces de M. Godeaux.

2. Les surfaces dont nous parlerons, satisfaisant à la condition (*d*), sont des cas particuliers d'une classe de surfaces plus étendue de M. Finikoff [2]. Avec les notations de M. Finikoff, nous sommes dans le cas où $a = b$. Plus précisément, si (*a*) $rs \neq 0$, $\varphi = 1/u + v$; (*b*) $r = 0$, $s = 1$, $\varphi = e^v$; (*c*) $r = s = 0$, $\varphi = \text{const.}$

3. En général, quelles que soient les fonctions r et s, la droite MM′ passe par un point fixe O tandis que la droite RS reste dans un plan fixe (P). Les quadriques de Darboux aux points correspondants M et M′ se coupent suivant deux courbes planes dont l'une se trouve dans le plan (P).

Ces propriétés imposent pour nos surfaces une étude centro-affine. Si l'on prend O comme origine et le plan (P) pour plan à l'infini, les coordonnées cartésiennes du point M dans le cas $rs \neq 0$, $c = 0$ (cas de la quadrique de Lie) vérifient le système

$$\begin{aligned} x_{uu} &= \frac{F_u}{F}x_u + \frac{A}{F}x_v, \\ x_{uv} &= -\frac{1}{u+v}x_u - \frac{1}{u+v}x_v + 2Cx, \\ x_{vv} &= \frac{D}{F}x_u + \frac{F_v}{F}x_v, \end{aligned}$$

où $F = C/(u+v)$.

---

(2) *Lincei*, **20**, 1934, pp. 164-168.

4. Au point M nous avons une quadrique osculatrice à la surface par rapport à laquelle le pôle du plan (P) est le point O. Cette quadrique, outre les tangentes asymptotiques, coupe la quadrique de Lie, au point M, suivant une conique dont le plan est (Q). Si le plan (Q) contient le point O, la surface répond à nos conditions et seulement dans ce cas (pour $c=0$).

5. Les quadriques de Darboux d'indice c relatives aux surfaces (M) et (M′), outre les points M et M′, ont quatre points caractéristiques. Les points homologues sont coplanaires avec les points M et M′. Dans le cas $rs \neq 0$, pour les quadriques de Lie, les quatre plans ainsi déterminés ont comme rapport anharmonique l'expression

$$I = \frac{\gamma s}{\beta r} \frac{(\beta\omega_v + \beta_v)^2 + 4C\beta r}{(\gamma\omega_u + \gamma_u)^2 + 4C\gamma s},$$

qui est invariante de la transformation conduisant de la surface (M) à la surface (M′).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'inégalité différentielle* $|f^{(n)}(x)| \geqq m|f(x)|$. Note de M. **Jean G. Mikusiński**, présentée par M. Paul Montel.

Nous esquissons ici une démonstration du théorème suivant :

Théorème. — *Si la* $n^{ième}$ *dérivée* $f^{(n)}(x)$ *d'une fonction satisfait, dans un intervalle ouvert* (a, b), *à l'inégalité*

$$|f^{(n)}(x)| \geqq m|f(x)| > 0 \qquad (m \text{ const.})$$

et si, de plus, cette fonction $f(x)$ *tend vers zéro aux deux extrémités de cet intervalle, on a toujours*

$$b - a < \mathrm{N}.m^{-\frac{1}{n}},$$

où N *ne dépend que de n.*

Ce théorème s'applique facilement à la théorie de l'équation différentielle

$$y^{(n)} + \mathrm{A}(x)y = 0.$$

Si $\mathrm{A}(x)$ est une fonction continue et si $|\mathrm{A}(x)| \geqq m > 0$, la distance entre les zéros successifs de toute fonction satisfaisant à cette équation (et possédant au moins deux zéros) est inférieure à $\mathrm{N}.m^{-(1/n)}$.

Pour démontrer le théorème, nous nous appuyons sur les deux lemmes suivants qu'on établit sans difficultés.

Lemme 1. — *Si l'on a, dans l'intervalle ouvert* $(0, 1)$, $\varphi(x).\varphi''(x) < 0$, *la fonction* $\varphi(x)$ *satisfait au moins à l'une des deux inégalités*

$$|\varphi(x)| > px, \qquad |\varphi(x)| > p(1-x),$$

où $p = |\varphi(1-0) - \varphi(0+0)|$.

LEMME 2. — *Si* $\varphi(x) \neq 0$ *dans* $(0, 1)$ *et si la dérivée* $\varphi'(x)$ *satisfait dans* $(0, 1)$ *au moins à l'une des deux inégalités*

$$|\varphi'(x)| > px^r \quad \text{ou} \quad |\varphi'(x)| > p(1-x)^r,$$

où $p, r > 0$, *alors, au moins une des deux inégalités*

$$|\varphi(x)| > \frac{p}{r+1} x^{r+1} \quad \text{ou} \quad |\varphi(x)| > \frac{p}{r+1}(1-x)^{r+1}$$

a lieu dans le même intervalle $(0, 1)$.

On s'assure ensuite que, les conditions du théorème étant remplies, le nombre q des points x_i de $(0, 1)$, où au moins une des fonctions

$$(1) \qquad f(x), f'(x), \ldots, f^{(n-1)}(x)$$

s'annule, ne peut pas surpasser $n(n-1)/2$. L'intervalle $(0, 1)$ est divisé, par ces points x_i, en $q+1$ parties P. On remarque de plus que, à l'intérieur de chaque intervalle P, toutes les fonctions (1) ainsi que $f^{(n)}(x)$ sont différentes de zéro et qu'il existe un nombre naturel $k \leq n-1$ tel que

$$f^{(k-1)}(x).f^{(k+1)}(x) < 0 \quad \text{dans P.}$$

Cela permet de démontrer que la longueur de chaque intervalle P est inférieure à $\sqrt[n]{(n+1)!}.m^{-(1/n)}$. En effet, posons

$$\varphi(x) = f[\alpha + (\beta - \alpha)x],$$

où α et β sont les extrémités de l'intervalle P. On a, dans $(0, 1)$,

$$(2) \quad \varphi(x).\varphi'(x)\ldots\varphi^{(n)}(x) \neq 0, \quad |\varphi^{(n)}(x)| \geqq m(\beta-\alpha)^n.|\varphi(x)|, \quad \varphi^{(k-1)}(x).\varphi^{(k+1)}(x) < 0.$$

En vertu du lemme 1, on a

$$|\varphi^{(k-1)}(x)| > px \quad \text{ou bien} \quad |\varphi^{(k-1)}(x)| > p(1-x),$$

où

$$p = |\varphi^{(k-1)}(1-0) - \varphi^{(k-1)}(0+0)|.$$

En appliquant maintenant le lemme 2, on trouve par induction

$$|\varphi(x)| > \frac{p}{k!}x^k \quad \text{ou} \quad |\varphi(x)| > \frac{p}{k!}(1-x)^k.$$

D'où, en comparant avec (2),

$$|\varphi^{(n)}(x)| > \frac{pm(\beta-\alpha)^n}{k!}x^k \quad \text{ou} \quad |\varphi^{(n)}(x)| > \frac{pm(\beta-\alpha)^n}{k!}(1-x)^k.$$

En appliquant de nouveau le lemme 2, on a, par induction,

$$|\varphi^{(k)}(x)| > \frac{pm(\beta-\alpha)^n}{n!}x^n \quad \text{ou} \quad |\varphi^{(k)}(x)| > \frac{pm(\beta-\alpha)^n}{n!}(1-x)^n.$$

L'intégration de ces inégalités entre les limites o et 1 donne, dans les deux cas,

$$|\varphi^{(k-1)}(1-0)-\varphi^{(k-1)}(0+0)|>p\,\frac{m(\beta-\alpha)^n}{(n+1)!},$$

d'où, en vertu de la définition de p, résulte l'inégalité annoncée

$$\beta-\alpha<\sqrt[n]{(n+1)!}\,m^{-\frac{1}{n}}.$$

Le nombre de tous les intervalles P ne pouvant surpasser le nombre $1+n(n+1)/2$, la méthode exposée donne pour N la valeur

$$\left[1+\frac{1}{2}n(n+1)\right]\sqrt[n]{(n+1)!}.$$

En appliquant un autre procédé, on peut trouver pour N des valeurs plus précises. On peut aussi généraliser les résultats aux systèmes d'inégalités

$$\begin{cases}|f'_i(x)|\geqq m_i|f_{i+1}(x)| & (i=1,\ldots,n-1),\\ |f'_n(x)|\geqq m_n|f_1(x)|,\end{cases}$$

où les m_i ($i=1, \ldots, n$) sont des constantes positives. Si les inégalités ci-dessus sont satisfaites dans un intervalle ouvert (a, b), par un système de fonctions $f_1(x), \ldots, f_n(x)$ et si $f_1(x)$, étant différent de zéro à l'intérieur de (a, b), tend vers zéro aux deux extrémités de cet intervalle, on a $b-a<\mathrm{N}.(m_1\ldots m_n)^{-1/n}$, où N ne dépend que de n. On peut admettre, pour N, la même valeur $[1+n(n+1)/2]\sqrt[n]{(n+1)!}$.

Le résultat énoncé dans cette Note a été obtenu en 1940, mais, à cause de l'occupation allemande en Pologne, il n'avait pu être publié.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions holomorphes et bornées dans une partie infinie d'un demi-plan.* Note (¹) de M. **Szolem Mandelbrojt**, présentée par M. Paul Montel.

Le théorème suivant est bien connu :

(A). *Si la fonction $f(z)$, non identiquement nulle, est holomorphe et bornée dans le demi-plan $x\geqq 0$ ($z=x+yi$), on a*

$$\int_1^{\infty}\frac{\log|f(iy)|}{y^2}\,dy>-\infty.$$

Ce théorème a servi à MM. Denjoy et Carleman dans leur démonstration des théorèmes sur la quasi-analyticité. Ce même théorème a pu servir dans plusieurs autres circonstances importantes.

(¹) Séance du 4 février 1946.

Posons $M(r) = \underset{|\varphi| \leqq \frac{\pi}{2}}{\text{Max}} |f(re^{i\varphi})|$ $(r > 0)$. On a évidemment

$$\int_1^\infty \frac{\log M(r)}{r^2} dr > -\infty.$$

Cette forme de l'énoncé peut être généralisée de manière à rendre des services importants dans la théorie des classes de fonctions indéfiniment dérivables. On peut, en effet, démontrer le théorème suivant :

(B). *Soit* $A(r)$ *une fonction décroissante, définie pour* $r \geqq a > 0$, *et telle que*

$$0 \leqq A(r) < \frac{\pi}{2}, \qquad \int_a^\infty \frac{A(r)}{r} dr < \infty.$$

Soit $f(z)$ *une fonction holomorphe et bornée dans la région définie par l'inégalité* $(z = re^{i\varphi})$

$$|\varphi| \leqq \frac{\pi}{2} - A(r) \; (r \geqq a).$$

En posant $M(r) = \underset{|\varphi| \leqq \frac{\pi}{2} - A(r)}{\text{Max}} |f(re^{i\varphi})|$, *on a*

$$\int_a^\infty \frac{\log M(r)}{r^2} dr > -\infty.$$

Le sens de ce théorème apparaît plus clairement lorsqu'on effectue la transformation $z = e^s$. Voici l'énoncé avec cette nouvelle variable s :

(C). *Soit* D *un domaine fermé défini par les inégalités* $(s = \sigma + ti)$, $\sigma \geqq d$, $|t| \leqq g(\sigma)$, *où* $g(\sigma)$ *est une fonction positive croissante pour* $\sigma \geqq d$, *telle que* $\lim_{\sigma=\infty} g(\sigma) = \pi/2$. *Supposons que l'aire de la partie de la demi-bande horizontale* S : $|t| \leqq \pi/2$, $\sigma \geqq d$, *non contenue dans* D, *soit finie. Soit* $F(s)$ *une fonction, non identiquement nulle, holomorphe et bornée dans* D. *En posant*

$$M(\sigma) = \underset{|t| \leqq g(\sigma)}{\text{Max}} |F(\sigma + ti)| \; (\sigma \geqq d),$$

on a

$$\int_d^\infty \log M(\sigma) \, e^{-\sigma} d\sigma > -\infty.$$

Le théorème classique, (A), correspond au cas où D est confondu avec la demi-bande $|t| \leqq \pi/2$, $\sigma \geqq d$.

La démonstration de ce théorème est basée sur le lemme suivant :

D *étant le domaine défini dans l'énoncé* (C), *et* h *étant suffisamment grand, il existe une fonction* $z(s) = x(s) + y(s)i$, *holomorphe dans la demi-bande horizontale* S : $\sigma \geqq h$, $|t| \leqq \pi/2$, *et satisfaisant dans* S *les conditions suivantes :*

$$z = z(s) \in D, \qquad |z(s) - s| < N < \infty, \qquad 0 < m < \frac{\partial x(s)}{\partial \sigma} < M < \infty,$$

où m, M *et* N *sont des constantes.*

La fonction satisfaisant les conditions de ce lemme est donnée par

$$z(s) = s + k\int_{\frac{h}{c}}^{\infty} \frac{u\left(\frac{\pi}{2} - g(u)\right)}{s+u}\,du.$$

où $k > 0$ est une constante suffisamment grande.

Le fait que l'aire de $S - D$, de l'énoncé (C), est borné est essentiel. On peut, en effet, démontrer que *si $a > \pi/2$, il existe une fonctian $F(s)$, non identiquement nulle, holomorphe et bornée dans le domaine fermé $|t| \leqq \pi/2 - a/\sigma$, $\sigma \geqq d\,(d > 0)$, et telle, qu'en posant*

$$M(\sigma) = \max_{|t| \leqq \pi/2 - a/\sigma} |F(\sigma + ti)|,$$

$$(a) \qquad \int_{d}^{\infty} \log M(\sigma)\, e^{-\sigma}\, d\sigma = -\infty.$$

Il est probable que la fonction a/σ puisse ici être remplacée par n'importe quelle fonction décroissante $u(\sigma) > 0$, telle que $\int_{d}^{\infty} u(\sigma)\, d\sigma = \infty$. Autrement dit, si l'aire de $S - D$ est infinie, il existe toujours une fonction, non identiquement nulle dans D et satisfaisant (a).

Nous utilisons les considérations de cette Note dans les recherches concernant les séries asymptotiques générales.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Essai d'une théorie des fonctions analytiques dans les corps valués complets : théorèmes de Nevanlinna; transformations holomorphes.* Note (¹) de M. **Marc Krasner**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Je conserve les notations de mes Notes précédentes [2]. En plus, dans la première partie de cette Note, K sera supposé algébriquement fermé. Une fonction $f(x)$, méromorphe dans une couronne $\bar{\rho} \leqq |x - \alpha| \leqq \rho$ de R peut se mettre sous la forme $g(x):h(x)$, où $g(x)$, $h(x)$ soient deux séries de Laurent en $x - \alpha$, convergeant et sans zéros communs dans la couronne, et dont $h(x)$ soit telle que, $r^{(m)}$ étant la moyenne géométrique des valeurs réelles [3] des $\bar{\rho}$, ρ, on ait $r_{-1,h} < r^{(m)} \leqq r_{0,h}$. Dès lors les fonctions $n(\bar{r}, r)$ et $N(\bar{r}, r; 0)$, prises pour la fonction $\lambda\, g(x) + \mu\, h(x)\,[\lambda, \mu \in K, \lambda\mu \neq 0]$, ne dépendent (pour $\bar{\rho} \leqq \bar{r}$, $r \leqq \rho$) que des $f(x)$ et $a = -\mu : \lambda$ (si $\lambda = 0$, on pose $a = \infty_K$), et seront notées, $f(x)$ étant fixée, $n(\bar{r}, r; a)$ et $N(\bar{r}, r; a)$. $M^{\star}_{\lambda g + \mu h}(r)$ désignant la fonction $M^{\star}(r)$ pour $\lambda g(x) + \mu h(x)$, $S(r; a) - S(\bar{r}; a)$ est égale à la différence des logarithmes des $M^{\star}_{g-ah}(r) : M^{\star}_{g-ah}(\bar{r})$ et $M^{\star}_{h}(r) : M^{\star}_{h}(\bar{r})$, égale à $N(\bar{r}, r; a) - N(\bar{r}, r, \infty_K)\,[\infty_K \neq a]$.

(¹) Séance du 28 janvier 1946.

(²) *Comptes rendus*, **222**, 1946, pp. 37-40 et 165-167.

(³) Voir Krasner, *Comptes rendus*, **219**, 1944, pp. 433-435.

Si l'on pose, pour $a \neq \infty_K$, $T(\bar{r}, r; a) = S_-(r, a) - S_-(\bar{r}, a) + N(\bar{r}, r; a)$, $T_a(\bar{r}, r; a) = S_+(r, a) - S_+(\bar{r}, a) + N(\bar{r}, r; \infty_K)$, *tous les* $T(\bar{r}, r; a)$ et $T_a(\bar{r}, r; \infty_K)$ *sont convexes en* $\bar{r}$ *et en* r, *et l'on a* $T(\bar{r}, r; a) = T_a(\bar{r}, r; \infty_K)$, ce qui constitue, si $\bar{\rho} = 0$ et si l'on pose $\bar{r} = 0$, l'analogue du 1er *théorème de Nevanlinna*. Deux fonctions réelles de deux variables réelles, définies sur le carré topologique du segment $[\bar{\rho}, \rho]$ de l'axe réel, étant considérées comme équivalentes si leur différence y est bornée en valeur absolue, tous les $T_a(\bar{r}, r; \infty_K)$ et, par suite, $T(\bar{r}, r; a)$ sont équivalentes, et la classe d'équivalence qu'elles définissent sera notée $T(\bar{r}, r)$ et dite la *caractéristique* de $f(x)$. On montre que si $a_1, a_2, \ldots, a_l$ sont l éléments distincts de K, $\Sigma N(\bar{r}, r; a_i) - (l-1) T(\bar{r}, r; 0)$, où la somme Σ est étendue aux $i = 1, 2, \ldots, l$, *est bornée inférieurement* (analogue du 2e *théorème de Nevanlinna*) et que, si $\bar{\rho} = 0^+$ et α n'est pas un point ordinaire ou un pôle de $f(x)$, il existe au plus *une* valeur $a_0 \in K$ telle qu'on puisse trouver un $a \in K$ de manière que, pour r fixe, 1 ne soit pas compris (au sens large) entre les limites inférieure et supérieure, pour $\bar{r} \to 0^+$, de $n(\bar{r}, r; a) : n(\bar{r}, r; a_0)$ [et que $n(\bar{r}, r; a_0)$ reste fini quand $\bar{r} \to 0^+$].

Dans la suite de la Note, K n'est plus supposé algébriquement fermé, sa fermeture algébrique est notée $\mathfrak{k}$ et le squelette ([4]) de $\mathfrak{k}$ est noté $\mathfrak{S}$. Une fonction $g(x)$ méromorphe dans un cercle de K de centre α est dite un *prolongement méromorphe* d'une série de Taylor $f(x)$ en $x - \alpha$ s'il existe un voisinage de α où $g(x) = f(x)$. Deux prolongements méromorphes de $f(x)$ sont égaux partout, où ils sont définis tous les deux, ce qui permet de définir, de manière évidente, le *prolongement méromorphe* et le *cercle de méromorphie* de $f(x)$, et les *formules de M. Hadamard* qui les déterminent à partir des coefficients de $f(x)$ restent valables dans les corps valués complets.

Si $\alpha \in K$, l'élément $\bar{\alpha}$ du squelette ([4]) S de K tel que $\alpha \in \bar{\alpha}$ sera dit le *reste squelettique de* α, et l'ensemble S(A) des restes squelettiques des $\alpha \in A \subseteq K$ sera dit le *squelette de* A. Soient $\psi(\zeta)$ un polynome dans S et Z_ψ l'ensemble des $\zeta \in S$, pour lesquels $\psi(\zeta)$ a un sens (autrement dit a tous ses termes addibles). $Z \subseteq Z_\psi$ étant une couronne $\bar{\rho} \leqq |\zeta| \leqq \rho$ de S, l'ensemble des valeurs de $\psi(\zeta)$ sur Z sera noté $(Z; \psi)$ et dit un *retract polynomial de* S. Une réunion $\wedge$ de retracts polynomiaux de S est dite un *ensemble retractif de* S. Si $\psi(\zeta)$ et S sont tels qu'il existe un sous-corpoïde ([4]) S' de S, contenant tous les coefficients de $\psi(\zeta)$ et tel que R soit une extension transcendante pure de son corps ([4]) R', le retract $(Z; \psi)$ est dit *analysable* (à l'aide de S'), et un ensemble retractif $\wedge$ de S est dit *analysable* s'il est une réunion de retracts analysables à l'aide d'un même corpoïde. On démontre qu'un retract analysable $(Z; \psi(\zeta))$ définit $\psi(\zeta)$ à une transformation linéaire $\zeta' = \alpha\zeta + \beta (\alpha, \beta \in S')$ sur ζ près, et qu'un ensemble retractif analysable $\wedge$ définit complètement ses retracts *maximaux*, autrement dit non contenus dans aucun autre de ses retracts. Soit $\Phi_\alpha(\zeta)$ la

---

([4]) Voir Krasner, *Comptes rendus*, **219**, 1944, pp. 345-347.

fonction définie sur la couronne $Z^\star : r' \leqq |\zeta| \leqq r^\star$ de (²) S, égale à $\bar{a}_n \zeta^n$, où $n = \lambda_i$, ou à $\zeta^{\lambda_i} f_i(\zeta)$ suivant que $r_{i-1} < |\zeta| < r_i$ ou $|\zeta| = r_i$. Soit $F(x)$ une série de Taylor de k en $x - \alpha$. L'application $T = \{x \to F(x)\}$, définie sur le cercle de convergence $C^\star$ de $F(x)$ dans K sera dite une *transformation holomorphe* de $C^\star$. Si l'on pose $f(x) = F(x) - F(\alpha)$, on a $a_0 = f(\alpha) = 0$, $r' = 0$, et $Z^\star$ est un cercle. z étant un zéro de $f(x)$ dans $\mathfrak{k}$, l'ensemble des $x \in K$ tels que pour tout zéro z' de $f(x)$, on ait $|z - x| \leqq |z' - x|$, sera noté E_z. En vertu de mes Notes citées (²), *on a* $|f(x)| \leqq |\Phi_\alpha(\overline{x - \alpha})|$, *le signe étant* $<$ *ou* $=$ *suivant que* $x \notin$ *ou* $\in E_\alpha$, *et si* $x \in E_\alpha$, *on a* $\overline{f(x)} = \Phi_\alpha(\overline{x - \alpha})$. Si $F'(\alpha) = a_1 \neq 0$, le cercle $C_\alpha(T) : |x - \alpha| < r_1$, de K, y est le cercle maximal C de centre α tel que, pour tous $x, x' \in C$, $|F(x) - F(x')| = |F'(\alpha)|\,|x - x'|$. T *est*, donc, *une similitude locale* (³) *en* α *de rapport de similitude* (³) $|F'(\alpha)|$, *dont* $C_\alpha(T)$ *est le cercle de similitude* (³) (analogue de la *représentation conforme*) *et, si* $K = \mathfrak{k}$, aussi *celui d'univalence*. $x \notin E_\alpha$ implique $\Phi_\alpha(\overline{x - \alpha}) = 0$, d'où $S(TE_\alpha - F(\alpha)) = \Phi_\alpha(Z^\star)$. z étant un zéro de $f(x)$ dans $\mathfrak{k}$, soient $\eta_K(z)$, dit le *nombre d'irrégularité de* K *en* z, la borne sup. (semi-réelle) de $\omega(z - x)$, où x parcourt K, $S_z = S(C^\star - z)$ [qui est la réunion de la couronne $Z(z) : \operatorname{Exp}(-\eta(z)) < |\zeta| \leqq r^\star$ de S et, si $\eta(z)$ est réel, d'un ensemble $J(z)$ des $\zeta \in \mathfrak{S}$ tels que $|\zeta| = \operatorname{Exp}(-\eta(z))$], $\Phi_z(\zeta)$ la fonction définie à l'aide des $F(x)$, z, $K(z)$ comme $\Phi_\alpha(\zeta)$ l'a été à l'aide des $F(x)$, α, K. $S(TE_z - F(\alpha)) = \Phi_z(S_z) = \Phi_z(Z(z)) \cup \Phi_z(J(z))$. Puisque $C^\star = \cup E_z$, $S(TC^\star - F(x))$ est la réunion des $\Phi_z(Z(z))$ et des $\Phi_z(J(z))$, z parcourant les zéros de $f(z)$ dans $\mathfrak{k}$. $\Phi_z(Z(z))$ et $\Phi_z(J(z))$ [comme on le montre], donc $S_\alpha(T; K) = S(TC^\star - F(\alpha))$ sont des ensembles retractifs de S. Il est analysable s'il existe un corps K′ entre k et K, tel que R soit une extension transcendante pure de son corps de restes R′.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Parallèle entre la détermination cinématique, de la dureté à l'aide d'un cône, d'une pyramide et d'une bille.* Note (¹) de MM. **Pierre Dubois** et **André Dumez**, transmise par M. Paul Pascal.

Nous avons défini (²) la *dureté cinématique*, donné le principe de sa mesure et quelques valeurs de cette dureté relative à différents solides.

Voici un résumé des nouvelles recherches que nous avons effectuées en vue d'établir un parallèle entre les résultats obtenus en utilisant des pénétrateurs coniques, pyramidaux et sphériques.

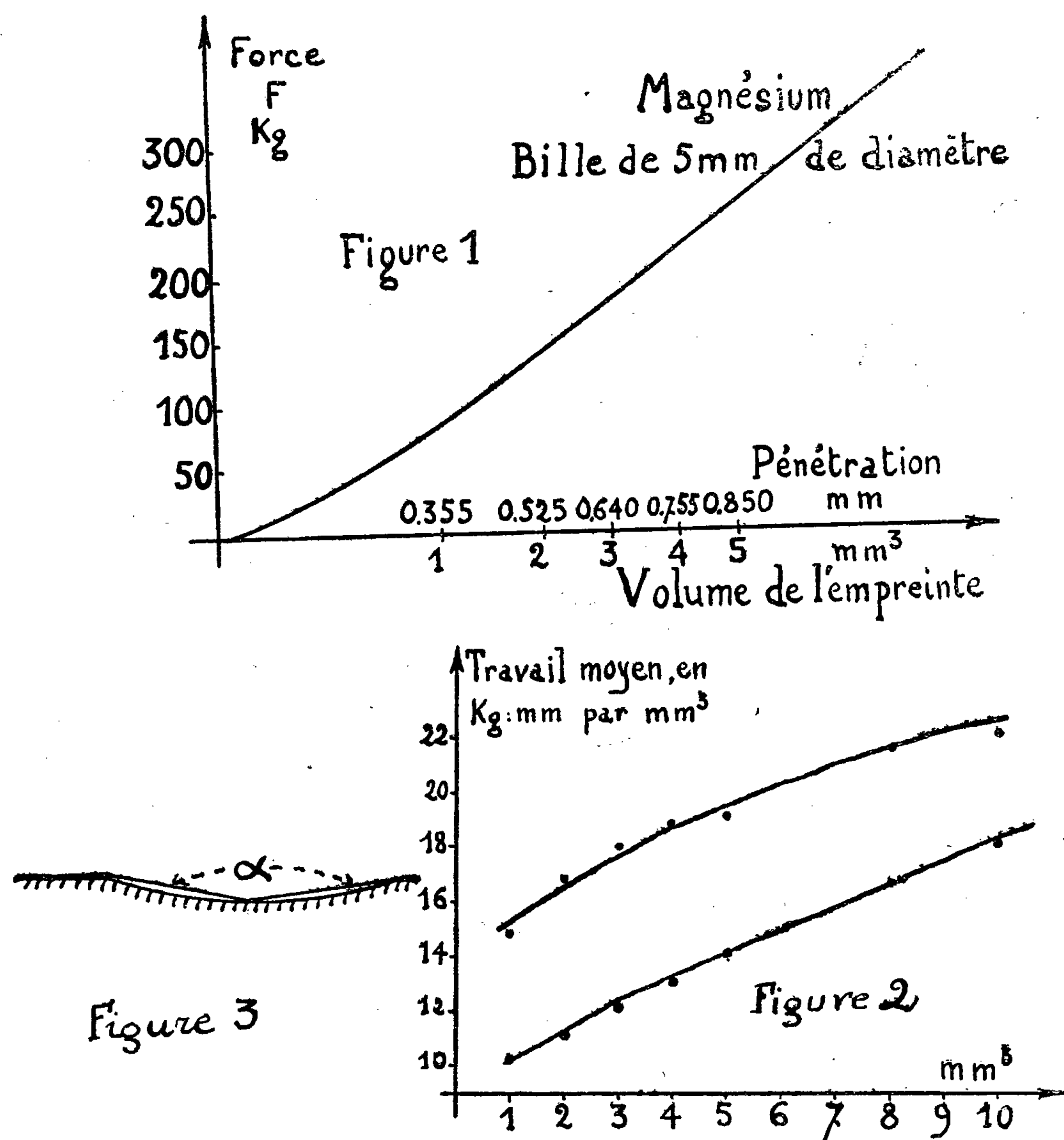
Méthode d'étude. — Les courbes force-pénétration ont été enregistrées et utilisées pour le calcul dans les conditions indiquées précédemment (²).

(¹) Séance du 14 janvier 1946.

(²) *Comptes rendus*, **219**, 1944, pp. 669-671.

Nous avons tout d'abord employé comme pénétrateurs un tétraèdre régulier, un trièdre trirectangle et les pyramides à base dodécagonale qui en dérivent; les angles au sommet des cônes qui sont tangents intérieurement à ces dernières ayant respectivement pour valeurs 68° 40′ et 107° 40′. Nous avons fait ensuite des expériences avec une pyramide à base carrée d'angle au sommet entre faces opposées égal à 136° 30′, et avec une pyramide à base octogonale telle que le cône tangent intérieurement ait un angle au sommet de 146° 10′. Enfin nous nous sommes servis de billes de différents diamètres (5, 10 et 20 mm).

Résultats. — Avec les pénétrateurs pyramidaux, les courbes enregistrées en faisant des empreintes sur différents solides, aluminium, cuivre,



magnésium etc., sont, comme celles que l'on obtient en utilisant des pénétrateurs coniques, des paraboles, pour lesquelles la force F est liée à la pénétration p par la relation $F = kp^2$. La constante k a une valeur intermédiaire entre celles qui correspondent aux cônes tangents intérieurement et extérieurement à chacune des pyramides utilisées. L'effet d'entaille, qui se manifeste pendant la pénétration avec d'autant plus d'intensité que l'angle du dièdre formé par deux faces de la pyramide est plus aigu,

n'introduit donc pas d'anomalie dans le classement de ces trois valeurs.

Avec les billes, les courbes force-pénétration diffèrent d'une parabole. A l'aide de courbes telles que celles de la figure 1, nous avons déterminé, par la planimétrie, le travail moyen, exprimé en kg/mm par mm^3, que nécessite le refoulement progressif du solide quand cette opération intéresse successivement 1, 2, 3, ... mm^3 de matière (*fig.* 2).

Si l'on calcule les valeurs des différents angles tels que α (*fig.* 3) qui correspondent à un refoulement de 1, 2, 3, ... mm^3 de matière, on peut lire ensuite, sur les courbes établies antérieurement ([2]), le travail en kg/mm par mm^3 que l'on ferait dans ces différents cas avec un cône ayant un angle au sommet égal à l'angle α considéré. L'exemple de la figure 2 et d'autres exemples relatifs à différents solides nous permettent de penser qu'il existe une analogie assez marquée entre les phénomènes qui interviennent dans le billage et ceux qui résulteraient, si cela était possible, de l'utilisation d'un cône dont l'angle au sommet se fermerait progressivement au cours de l'enfoncement. La bille semble donc être, *a priori*, comme l'avait remarqué Bouasse ([3]) un pénétrateur *singulièrement mal choisi*. Si la pyramide ou le cône donnent une empreinte dont la surface reste semblable à elle-même quel que soit l'enfoncement, le cône paraît préférable à la pyramide en raison de la symétrie de révolution qu'il présente et de l'absence d'effet d'entaille ailleurs qu'au sommet.

De l'ensemble des études que nous avons faites se dégage la conclusion suivante : Puisque les valeurs que l'on obtient dans la mesure de la dureté évaluée par une méthode de pénétration dépendent de la forme du pénétrateur et des conditions de son emploi, on peut penser que la notion de dureté relative à cette méthode ne correspond pas à une grandeur physique bien déterminée, mais à un complexe de grandeurs. Ces dernières sont, vraisemblablement, liées aux phénomènes d'élasticité, de plasticité, de frottement etc. qui interviennent au cours de la pénétration.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Étude statistique de la turbulence : corrélation et spectres dans un écoulement homogène* ([1]). Note de M. **François N. Frenkiel.**

Soit $u'(x, y, z, t)$ la composante de la vitesse turbulente parallèle à la direction de la vitesse moyenne $\overline{u}$ ([2]). On caractérise partiellement la

([3]) *Résistance des matériaux*, Paris, p. 486.

([1]) Travail effectué à Toulouse en 1941 dans la clandestinité avant la déportation de l'auteur.

([2]) La barre représente une moyenne prise sur les expériences pour lesquelles change seul l'instant initial $\overline{\Psi(X, Y, Z, t)} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T}\int_{-T}^{+T} (X, Y, Z, s)\, ds$.

turbulence par la moyenne quadratique $\overline{u'^2}$, le coefficient de corrélation

$$R = \frac{\overline{u'(x_1, y_1, z_1, t_1)\,u'(x_2, y_2, z_2, t_2)}}{\sqrt{\overline{[u'(x_1, y_1, z_1, t_1)]^2}}\sqrt{\overline{[u'(x_2, y_2, z_2, t_2)]^2}}}$$

en fonction d'une des variables, la longueur de corrélation $L = \int_0^\infty R(s)\,ds$ et le spectre $f(\omega)$ qui représente la répartition de l'énergie turbulente $1/2(\rho\overline{u'^2})$ (ρ masse spécifique) en fonction de la fréquence cyclique ω. Dans le système d'Euler, on obtient la corrélation au point fixe $R_t(h)$ et le spectre de G. I. Taylor $f_t(\omega)$. On peut aussi étudier la corrélation $R_\Delta(r)$ entre les u' simultanées à deux points distants de r et placés sur une droite de direction Δ et le spectre $f_\Delta(\omega)$. Quand $\Delta \parallel Ox$, on a la corrélation longitudinale $R_x(x)$ et le spectre longitudinal $f_x(\omega)$, et quand $\Delta \perp O_x$, on aura la corrélation transversale $R_y(y)$ et le spectre transversal $f_y(\omega)$. Dans le système de Lagrange on trouve, en suivant les particules, la corrélation $R_{tL}(h)$ et le spectre de J. Kampé de Feriet $f_{tL}(\omega)$. On peut aussi définir les corrélations $R_{\Delta L}(r)$, $R_{xL}(x)$, $R_{yL}(y)$ et les spectres $f_{\Delta L}(\omega)$, $f_{xL}(\omega)$, $f_{yL}(\omega)$. En suivant l'écoulement moyen (système pseudo-eulérien), on aura les fonctions $R_m(h)$ et $f_m(\omega)$.

Dans l'écoulement de turbulence homogène où les moyennes temporelles sont égales aux moyennes spatiales, les u' sont égaux dans tous les systèmes étudiés. Soient P, Q, R, S des points de l'écoulement et A, B, ..., G des particules. On aura $\overline{u'^2}\,R_\Delta(r) = \overline{u'_P(t)u'_Q(t)}$, cette moyenne étant formée par des produits tels que $u'_P(t)u'_Q(t)$, $u'_P(t+h)u'_Q(t+h)$, ..., ou bien par $u'_P(t)u'_Q(t)$, $u'_R(t)u'_S(t)$, ... D'autre part $\overline{u'^2}\,R_{\Delta L}(r) = \overline{u'_A(t)u'_B(t)}$ peut être obtenu en se basant sur $u'_A(t)u'_B(t)$, $u'_A(t+h)u'_G(t+h)$, ..., ou bien en employant $u'_A(t)u'_B(t)$, $u'_C(t)u'_D(t)$, ... Il en résulte que

$$(1) \qquad R_\Delta(r) = R_{\Delta L}(r).$$

G. I. Taylor (³) trouve, en admettant $u' \ll \overline{u}$, les équations

$$(2) \qquad f_t(\omega) = \frac{2}{\pi\overline{u}}\int_0^\infty \cos\left(\frac{\omega s}{\overline{u}}\right)R_x(s)\,ds, \qquad R_x(x) = \int_0^\infty \cos\left(\frac{sx}{u}\right)f_t(s)\,ds.$$

Dans le système de Lagrange, J. Kampé de Feriet (⁴) trouve

$$(3) \qquad f_{tL}(\omega) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \cos(\omega s)R_{tL}(s)\,ds, \qquad R_{tL}(h) = \int_0^\infty \cos(sh)f_{tL}(s)\,ds.$$

On peut de même obtenir les relations, entre $R_t(h)$ et $f_t(\omega)$, analogues à (3) sans qu'il soit nécessaire d'admettre que la vitesse turbulente soit petite. On

(³) *Proc. Roy. Soc. London*, A, 164, 1938, p. 476.
(⁴) *Ann. Soc. Scient. Brux.*, 1re série, 59, 1939, p. 145.

aura des équations analogues pour $R_x(x)$ et $f_x(\omega)$. Aux relations approchées (2) correspondent alors les équations exactes

$$(4)\qquad f_t(x)=\frac{2}{\pi}\int_0^{\infty}\cos(\omega s)R_t(s)\,ds,\qquad R_x(x)=\int_0^{\infty}\cos\left(\frac{sx}{\overline{u}}\right)f_x(s)\,ds.$$

En comparant les courbes expérimentales $f_t(\omega)$ et $R_x(x)$, Taylor a montré ([3]) que dans l'écoulement qu'il a étudié les équations (2) sont vérifiées. J'en déduis que dans ce cas particulier on aura

$$(5)\qquad f_t(\omega)=f_x(\omega),\qquad R_t(h)=R_x(h\overline{u}).$$

Pour les expériences de A. A. Kalinske et E. R. Van Driest ([5]), on a trouvé $P_t^{\nu}(h)\neq R_x^{\nu}(h\overline{u})$ (entre les composantes ν'). Les expériences de E. G. Richardson ([6]) montrent que $R_m(h)$ est déjà différent de l'unité pour des valeurs de $h\overline{u}$ auxquelles correspond un $R_x(h\overline{u})$ assez grand. J'en déduis que $R_t(h)\neq R_x(h\overline{u})$. Pour ces deux séries d'expériences les équations (2) ne seront donc pas vérifiées.

Au lieu de demander que u' soit petit par rapport à $\overline{u}$, on peut exiger que $R_m(h)$ reste encore très proche de l'unité quand $R_x(h\overline{u})$ est déjà négligeable. Ceci se produira quand le coefficient sans dimension

$$(6)\qquad -\frac{L_x}{\overline{u}}\sqrt{\frac{d^2R_m(0)}{dh^2}}\qquad\left[L_x=\int_0^{\infty}R_x(s)\,ds\right]$$

sera très petit. Cette condition peut être considérée comme un critère de l'exactitude des équations (2) de Taylor.

RELATIVITÉ. — *Équations générales de l'hydrodynamique des fluides parfaits.* Note ([1]) de M. **Olivier Costa de Beauregard**, présentée par M. Henri Villat.

Si ρ_0, V^i et $-f^i$ désignent la densité massique propre, la quadri-vitesse et la quadri-densité de force d'inertie d'un fluide, nous avons montré que si l'on fait la double hypothèse

$$(1)\qquad f^i=\partial^i\varpi,\qquad V_i f^i=0,$$

le fluide est incompressible, et qu'il admet des lignes et des tubes de courant d'Univers le long desquels V_i reste irrotationnel ([2]). Soient alors σ le débit densitaire d'une distribution continue de sources ou de puits, non nul seulement à l'intérieur de certaines régions de l'espace-temps, et τ^{ij} la valeur de $\partial^j V^i-\partial^i V^j$

([5]) V[th] *Intern. Cong. Appl. Mech.*, Cambridge (U. S. A.), 1938, p. 416.
([6]) *Ibid.*, 1938, p. 382.

([1]) Séance du 4 février 1946.
([2]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 271.

en un point d'un tube d'Univers tourbillonnaire; le champ V^i satisfait par hypothèse aux deux équations

(2) $$\partial_i V^i = \sigma, \qquad \partial^j V^i - \partial^i V^j = \tau^{ij};$$

on voit que τ^{ij} satisfait identiquement à la relation

(3) $$\sum \partial^i \tau^{jk} = 0,$$

dans laquelle la sommation s'entend par permutation circulaire.

Cela étant, le premier problème consistera à déterminer le champ V^i à partir des (2) ([3]). Il dérive de deux potentiels, l'un scalaire P et l'autre tenseur antisymétrique R^{ij} satisfaisant à

(4) $$\sum \partial^i R^{jk} = 0,$$

suivant

(5) $$V^k = \partial^k P + \partial_l R^{kl};$$

en effet, portant (5) dans les (2) et tenant compte de (4), il vient

(6) $$\partial_i^i P = \sigma, \qquad \partial_i^i R^{kl} = \tau^{kl},$$

qui sont les généralisations d'équations bien connues de la théorie classique; la solution de (6_2) satisfait bien à (4) en vertu de (3). Appliquant aux deux membres de (5) l'opérateur ∂_i^i, et tenant compte des (6), il vient

(7) $$\partial_i^i V^k = \partial^k \sigma + \partial_l \tau^{kl};$$

les équations (6) et (7) admettent les solutions *retardées* du type bien connu.

L'on peut à nouveau faire dériver P et R^{kl} d'un quadrivecteur A^i. La condition (4), qui a été satisfaite, montre que R^{ij} est un rotationnel, défini à un quadri-gradient près; en résolvant l'équation $\partial_i^i Y_0 = P - \partial_i A_0^i$, on fera en sorte d'avoir à la fois

(8) $$P = \partial_i A^i, \qquad R^{ij} = \partial^j A^i - \partial^i A^j.$$

Enfin, de (8) et (5) on conclut la relation

(9) $$\partial_i^j A^i = V^i,$$

qui achève de montrer que A^i est la généralisation relativiste du potentiel-vecteur de Poincaré; sa quadri-divergence est nulle en l'absence de sources ou de puits.

Le second problème consiste en le calcul de la densité de force d'Univers appliquée par le champ V^i aux distributions σ et τ^{ij}. En faisant jouer les rela-

([3]) La donnée des distributions σ et τ^{ij} n'est pas absolument arbitraire, parce que le champ V^i satisfait par hypothèse à la relation $V_i V^i = -U$.

tions $\rho_0 = \text{const.}$, $f^i = \partial_j(\rho_0 V^i V^j)$, et $V_i V^i = -c^2$, on écrit ([4])

(10) $$f^i = \rho_0(\sigma V^i + \tau^{ij} V_j).$$

Formant l'expression $\partial_i f^i$, et tenant compte de (1_1), il vient l'équation

(11) $$\partial_i^i \varpi = \rho_0 \left\{ \sigma^2 - \frac{1}{2} \tau_{ij}\tau^{ij} + V_i(\partial^i \sigma - \partial_k \tau^{ik}) \right\},$$

dont la { } contient les mêmes tenseurs que le second membre de (7), mais avec un changement de signe; on voit que les distributions σ et τ^{ij} sont, au sens large, des *sources* pour la pression ϖ.

Les équations précédentes constituent l'extension relativiste, valable dans le cas général du régime variable, d'équations, pour la plupart bien connues, de l'hydrodynamique des fluides parfaits. Elles offrent théoriquement l'intérêt de concrétiser l'exemple d'un champ transmetteur de forces, au sein duquel les perturbations se propagent à la vitesse limite c, et dont les équations tensorielles diffèrent absolument de celles de l'électromagnétisme; cela malgré certaines similitudes très poussées qui apparaissent sur les écritures vectorielles d'espace, et lorsqu'on sépare le cas irrotationnel du cas lamellaire.

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *Sur les magnitudes absolues des étoiles à hélium.* Note ([1]) de M. PIERRE GUINTINI, présentée par M. Ernest Esclangon.

La détermination des magnitudes absolues moyennes des étoiles à hélium, qui présente un grand intérêt en statistique stellaire, a déjà été effectuée par de nombreux auteurs; mais les résultats obtenus ne sont pas exempts de critiques.

J'ai repris cette étude en partant des vitesses radiales et des mouvements propres tirés respectivement des catalogues de Moore et de Boss. La méthode que j'ai employée, voisine de celle appliquée par M. Henri Mineur aux Céphéides ([2]), consiste à partir de magnitudes absolues moyennes approchées et à calculer les corrections à leur apporter.

La vitesse radiale ρ d'une étoile peut s'écrire, en tenant compte de la rotation galactique,

(1) $$\rho = K + X_0\alpha_1 + Y_0\beta_1 + Z_0\gamma_1 + 2A_1 r_v \alpha_1\beta_1 + A_2 r_v(\beta_1^2 - \alpha_1^2).$$

Dans cette relation r_v est la distance vraie, $-X_0$, $-Y_0$, $-Z_0$ sont les

([4]) M. E. Durand a indiqué la forme du second terme de f_i. Le premier terme correspond au débit d'impulsion dû aux sources ou aux puits; dans les régions où il n'est pas nul, on a $V_i f^i = -c^2\rho_0\sigma$; on voit ainsi que l'hypothèse (1_2), ainsi d'ailleurs que l'expression $\partial_i V^i = 0$ de l'incompressibilité, sont essentiellement formulées pour le cas d'absence de sources ou de puits.

([1]) Séance du 4 février 1946.

([2]) *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 445.

composantes de la translation solaire suivant trois axes galactiques; α_1, β_1, γ_1, sont, par rapport à ces axes, les cosinus directeurs de la direction qui joint le Soleil à l'étoile.

Nous avons posé

$$A_1 = A\cos 2l_0, \qquad A_2 = A\sin 2l_0;$$

A est la constante de la rotation différentielle de Oort, l_0 est la longitude du centre galactique.

La plupart des auteurs supposent X_0, Y_0, Z_0, constants et indépendants de la catégorie d'étoiles considérée, ils écrivent en retranchant de la vitesse radiale les termes de translation solaire

$$(1') \qquad \rho' = K + A\bar{r}\sin 2(l - l_0)\cos^2 b \qquad (b, \text{ latitude galactique}).$$

Les valeurs adoptées pour l_0 varient entre 325° et 330°.

La résolution des équations (1′) se ramène à celle d'un système à deux inconnues K et $A\bar{r}$, qui peut être effectuée par la méthode des moindres carrés. Si A est connu on obtient $\bar{r}$, distance moyenne des étoiles étudiées, dont on peut déduire la magnitude absolue moyenne.

Cette dernière façon de procéder présentant plusieurs inconvénients, j'ai traité directement le système (1).

Soient r_a, la distance provisoire d'une étoile, correspondant à la magnitude absolue M, r_v la distance vraie correspondant à la magnitude absolue $M + \delta M$, δM est la correction que nous nous proposons de déterminer.

Posons $r_v = \lambda r_a$. Chaque étoile nous donne une équation (1). En traitant par la méthode des moindres carrés le système des N équations, données par les N étoiles étudiées, nous obtenons K, X_0, Y_0, Z_0, $A_1\lambda$, $A_2\lambda$.

De $A_1\lambda$ et $A_2\lambda$, nous pouvons tirer l_0, mais λ ne sera déterminé que si A est connu.

D'autre part, les mouvements propres en longitude galactique nous donnent

$$(2) \qquad \mu_l\cos b = \frac{X_0}{4,74\lambda r_a}\alpha_2 + \frac{Y_0}{4,74\lambda r_a}\beta_2 + \frac{A_1}{4,74}(\alpha_2\beta_1 + \alpha_1\beta_2) + \frac{A_2}{4,74}(\beta_1\beta_2 - \alpha_1\alpha_2) + \frac{B}{4,74}\cos b;$$

α_2, β_2 sont les cosinus directeurs de la tangente au cercle de latitude galactique; B est la constante de rotation absolue de Oort.

La résolution du système (2) donne X_0/λ, Y_0/λ, A_1, A_2, B.

Pour les étoiles qui ne sont pas trop éloignées, on peut négliger les termes de rotation galactique.

Par comparaison avec X_0, Y_0, tirés des vitesses radiales, on obtiendra λ, d'où l'on tire la correction δM.

On pourra également tirer λ du facteur $A\lambda$ des vitesses radiales; A étant donné par la résolution des équations (2).

J'ai appliqué ces méthodes aux étoiles à hélium de sous-types O à B_5.

Les distances provisoires r_a étaient données directement par une table. Cette table a été construite en supposant l'absorption visuelle dans le plan galactique égale à $0^m,35$ °/₀₀ parsecs et indépendante de la longitude, la densité de la matière absorbante étant répartie suivant une loi de Gauss en fonction de la distance au plan galactique.

Le tableau ci-dessous donne le résumé des résultats obtenus.

Sous-type spectral.	M. départ.	λ (X₀).	λ (Y)₀.	λ moy. pondérée.	λ tiré de Aλ.	λ adopté.	δM.		M (adopté).
O	−4,5	0,42±0,18	0,49±0,45	0,43±0,17	0,72±0,15	0,60±0,12	+1,2		−3,3
B_0	−3,9	1,17±0,36	0,57±0,30	0,81±0,23	–	–	–		−3,3
B_1	−3,6	1,55±0,50	0,37±0,42	0,86±0,32	–	–	–		−3,0
B_0 et B_1	–	1,47±0,46	−0,29±0,34	0,33±0,27	1,04±0,19	0,80±0,16	+0,6		
$B_2(r_a < 0,4)$	−3,0	1,15±0,23	1,41±0,53	1,19±0,21	–	–	−0,4		
$B_2(r_a > 0,4)$	−3,0	1,85±0,97	0,21±0,22	0,29±0,21	1,07±0,30	0,55±0,17	+1,4	+0,6	−2,4
$B_3(r_a < 0,3)$	−2,2	0,70±0,04	1,10±0,15	0,75±0,04	1,02±0,13	0,77±0,05	+0,6		−1,6
$B_3(r_a > 0,3)$	−2,2	0,87±0,13	0,86±0,12	0,87±0,12	0,58±0,17	0,78±0,10	+0,6		−1,6
B_3e	−2,2	0,96±0,12	0,67±0,26	0,88±0,10	0,65±0,33	0,86±0,09	+0,3		−1,9
$B_5(r_a < 0,3)$	−1,6	0,91±0,06	1,39±0,19	0,95±0,06	–	–	+0,1		
$B_5(r_a > 0,3)$	−1,6	0,86±0,09	0,34±0,15	0,71±0,08	0,76±0,21	0,72±0,07	+0,8	+0,4	−1,2

GRAVITATION. — *Sur la mesure absolue de la gravité.*

Note de M. **Charles Volet**, présentée par M. Albert Pérard.

Deux méthodes ont été proposées jusqu'ici en vue de déterminer l'accélération due à la pesanteur. La plus directe consiste à étudier le mouvement de chute libre d'un corps; l'autre utilise la loi qui régit les oscillations d'un pendule.

Cette dernière méthode a été jusqu'à aujourd'hui exclusivement utilisée dans les déterminations fondamentales, grâce à la faculté qu'elle donne de prolonger suffisamment l'expérience pour obtenir l'exactitude requise dans la mesure du temps. Par contre elle s'accompagne de grandes difficultés dans la détermination de la longueur du pendule simple synchrone.

Les expérimentateurs qui se sont servis du pendule ont successivement mis en évidence diverses causes d'erreurs et ont exécuté, à leur sujet, des recherches dont les résultats n'ont pas toujours été concordants. On peut citer, parmi ces actions perturbatrices, l'influence de l'air, la courbure des couteaux, leur glissement, leur déformation sous l'action de la charge et du mouvement du pendule, la flexion élastique de celui-ci, l'entraînement du support, l'influence de l'amplitude etc.

En fait, les progrès accomplis depuis un demi-siècle dans la détermination absolue de g résultent plus de la recherche des lois du mouvement réel du pendule que d'une amélioration foncière dans la mesure des longueurs ou du temps. Et il semble que l'on soit arrivé, par ce moyen,

au maximum de précision compatible avec la nature de l'instrument. Cette précision est estimée actuellement à environ $\pm 2.10^{-6}$, alors que les longueurs, comme le temps, peuvent être mesurés, dans de bonnes conditions, à quelques dix-millionièmes près. Un progrès paraît donc encore possible.

Les perfectionnements apportés dans la mesure des courts intervalles de temps permettent de préconiser maintenant l'emploi de la méthode de la chute d'un corps. Amédée Guillet a déjà recommandé ce procédé ([1]) et insisté, avec beaucoup de perspicacité, sur ses avantages, dont le principal réside certainement dans l'absence de toute correction à apporter à la loi du mouvement, pourvu que celui-ci se fasse dans un vide même modéré. Mais les dispositifs mis en œuvre par cet expérimentateur ne lui ont pas permis de tirer tout le parti possible de la méthode. Par exemple, l'observation de l'instant du départ du corps qui tombe est extrêmement difficile par le fait que, à cette époque, la vitesse est nulle. La détermination des espaces parcourus par report sur une échelle verticale voisine pose aussi un problème très délicat, assez mal résolu par le moyen d'un appareil photographique qui tombe en même temps que le corps. D'autre part la mesure d'un petit intervalle de temps par l'enregistrement des élongations d'un diapason ne saurait se faire avec toute la précision nécessaire à notre but.

Il m'a paru que l'on pouvait conférer à la méthode de la chute libre le maximum de valeur métrologique en laissant tomber, verticalement, la règle graduée elle-même. La mesure du temps est obtenue par rapport à une échelle chronométrique réalisée par le moyen d'un quartz étalon dont les vibrations sont enregistrées sur un film sous la forme de plages alternativement noires et blanches permettant une interpolation précise. Quant aux espaces parcourus, deux procédés peuvent être envisagés pour les déterminer. On peut cinématographier la règle qui tombe en provoquant une succession d'éclairs extrêmement brefs (de l'ordre du millionième de seconde) qui, simultanément, s'impriment sur l'échelle du temps, ou bien enregistrer, sur cette même échelle, le passage des traits de la règle en coïncidence avec un repère approprié, en utilisant les ressources apportées par les cellules photoélectriques et les oscillographes cathodiques par exemple.

Dans le premier cas, les photographies successives de la division et d'un repère permettent, moyennant une interpolation, de déterminer les hauteurs de chute correspondant à chaque éclair. Dans le deuxième cas, c'est l'instant du passage de chaque trait qui est repéré directement sur l'échelle des temps.

([1]) *Comptes rendus*, **165**, 1917, p. 1050; **207**, 1938, p. 614.

L'expérience aura une durée d'environ une demi-seconde et la précision réalisable pour la mesure de ce laps de temps dépasse actuellement 10^{-6} ; il en est de même pour la mesure des espaces parcourus. Il semble donc possible d'atteindre ainsi une précision au moins égale à celle que donnent les meilleures observations par le pendule.

De toute façon une mesure précise par une méthode entièrement différente de la méthode habituelle ne peut être que souhaitable pour une constante aussi importante que celle de la gravitation, qui joue, en particulier, un rôle fondamental dans le rattachement des unités électriques absolues aux unités mécaniques. Une telle détermination est actuellement à l'étude.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Quelques formules relatives aux ondes planes de corpuscules de spin $nh/4\pi$.* Note [1] de M. **Jacques van Isacker.**

1. Le but de cette Note est de donner une forme explicite de l'onde plane monochromatique d'une particule de spin quelconque et de calculer certaines expressions qui interviennent dans le calcul des perturbations.

2. Les équations d'une particule, de spin maximum $nh/4\pi$ et de masse minimum $h\varkappa_0/2\pi c$, soumise à un champ électro-magnétique donné par son potentiel 4-vecteur φ, s'écrivent

$$\left[\sum_k \Gamma^k\left(\frac{\partial_k + ie\,\varphi_k}{c}\right) + n\varkappa_0\right]\psi = 0. \tag{1}$$

Lorsque la particule est libre on peut décomposer ψ en parties correspondant à des masses déterminées $h\varkappa/2\pi c$, $\varkappa = n\varkappa_0/n - 2\nu$, qui vérifient les équations [2]

$$\left(i\underset{(m)}{\mathrm{A}}\,\mathrm{grad} + \partial_4 \pm \underset{(m)}{\mathrm{A}^4}\varkappa\right)\psi = 0 \qquad (m = 1, 2, \ldots, n). \tag{2}$$

Rappelons qu'il faut prendre $n - \nu$ fois le signe $+$ et ν fois le signe $-$. Les matrices $\underset{(m)}{\mathrm{A}^i}$ s'obtiennent par fusion à partir des matrices α de Dirac, construites elles-mêmes avec les matrices σ de Pauli

$$\underset{(m)}{\mathrm{A}^i} = \underset{(1)}{\mathrm{I}} \times \ldots \times \underset{(m)}{\alpha^i} \times \ldots \times \underset{(n)}{\mathrm{I}}.$$

Pour obtenir un système complet de solutions, il faudra prendre simultanément les solutions de tous les systèmes (2).

3. Les 2^n ondes planes à énergie positive satisfaisant aux équations (2) seront de la forme

$$\psi_{\mu_1\ldots\mu_n} = \mathcal{A}_{\mu_1\ldots\mu_n}\exp i(k_0ct - \overline{k}\overline{x}) \qquad (\mu = 1, \ldots, 4) \tag{3}$$

[1] Séance du 4 février 1946.

[2] *Comptes rendus,* **219**, 1944, p. 51.

avec

$$(4)\qquad k_0 = (k^2 + \varkappa^2)^{\frac{1}{2}} \qquad \text{et} \qquad (\underset{(m)}{\overline{\mathrm{A}}}\overline{k} + k_0 \pm \underset{(m)}{\mathrm{A}^4}\varkappa)\mathcal{A} = 0.$$

On peut mettre $\mathcal{A}$ sous la forme plus explicite

$$(5)\qquad \mathcal{A}_{\mu_1 \ldots \mu_n} = \varepsilon^{\tau_1 \ldots \tau_n}_{\mu_1 \ldots \mu_n} \mathrm{A}_{\tau_1 \ldots \tau_n}, \qquad \Sigma |\mathrm{A}|^2 = 1 \qquad (\tau = 1, 2),$$

les ε étant des matrices rectangulaires de la forme ([3])

$$(6)\qquad \varepsilon^{\tau_1 \ldots \tau_n}_{\mu_1 \ldots \mu_n} = [2^n \varkappa^{n-1} k_0 (k_0 + \varkappa)^n]^{-\frac{1}{2}} \underset{\pm}{\varepsilon^{\tau_1}_{\mu_1}} \times \underset{\pm}{\varepsilon^{\tau_2}_{\mu_2}} \times \ldots \times \underset{\pm}{\varepsilon^{\tau_n}_{\mu_n}}.$$

Dans cette expression les signes $\pm$ correspondent à ceux des équations (2) et (4); on a ([4])

$$(7)\qquad \underset{+}{\varepsilon^{\tau}_{\mu}} = \left(\begin{vmatrix} \overline{\sigma} \\ 0 \end{vmatrix} \overline{k} - (k_0 + \varkappa) \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix} \right)^{\tau}_{\mu}, \qquad \underset{-}{\varepsilon^{\tau}_{\mu}} = \left(\begin{vmatrix} 0 \\ \overline{\sigma} \end{vmatrix} \overline{k} - (k_0 + \varkappa) \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix} \right)^{\tau}_{\mu}.$$

4. Ces ε jouissent de propriétés remarquables résumées dans le tableau suivant :

$$\underset{+}{\varepsilon^+} \alpha^4 \underset{+}{\varepsilon'} = \underset{-}{\varepsilon^+} \alpha^4 \underset{-}{\varepsilon'} = \varkappa\varkappa' [(\eta + 1)(\eta' + 1)]^{\frac{1}{2}} \mathrm{P},$$

$$\underset{+}{\varepsilon^+} \underset{+}{\varepsilon'} = - \underset{-}{\varepsilon^+} \underset{-}{\varepsilon'} = - \varkappa\varkappa' [(\eta + 1)(\eta' + 1)]^{\frac{1}{2}} \mathrm{Q},$$

$$\underset{+}{\varepsilon^+} \alpha^4 \underset{-}{\varepsilon'} = \underset{-}{\varepsilon^+} \alpha^4 \underset{+}{\varepsilon'} = \varkappa\varkappa' [(\eta + 1)(\eta' + 1)]^{\frac{1}{2}} \mathrm{R},$$

$$\underset{+}{\varepsilon^+} \underset{-}{\varepsilon'} = - \underset{-}{\varepsilon^+} \underset{+}{\varepsilon'} = - \varkappa\varkappa' [(\eta + 1)(\eta' + 1)]^{\frac{1}{2}} \mathrm{S},$$

$$\mathrm{P} = \sqrt{(\eta + 1)(\eta' + 1)} + \sqrt{(\eta - 1)(\eta' - 1)} \cos\Theta + i\sqrt{(\eta - 1)(\eta' - 1)} \sin\Theta\Phi,$$

$$\mathrm{Q} = \sqrt{(\eta + 1)(\eta' + 1)} - \sqrt{(\eta - 1)(\eta' - 1)} \cos\Theta - i\sqrt{(\eta - 1)(\eta' - 1)} \sin\Theta\Phi,$$

$$\mathrm{R} = -\sigma^3 \left(\sqrt{(\eta - 1)(\eta' + 1)} + \sqrt{(\eta + 1)(\eta' - 1)} \cos\Theta + i\sqrt{(\eta + 1)(\eta' - 1)} \sin\Theta\Phi \right),$$

$$\mathrm{S} = \sigma^3 \left(\sqrt{(\eta - 1)(\eta' + 1)} - \sqrt{(\eta + 1)(\eta' - 1)} \cos\Theta - i\sqrt{(\eta + 1)(\eta' - 1)} \sin\Theta\Phi \right),$$

$$\eta = \frac{k_0}{\varkappa}, \qquad \eta' = \frac{k_0}{\varkappa'}, \qquad \Phi = \sigma^1 \sin\varphi - \sigma^2 \cos\varphi.$$

Dans ces formules ε^+ représente l'adjointe de ε, c'est-à-dire la conjuguée hermitique multipliée par α^4. ε et ε' correspondent à deux états de même énergie; dans le premier la vitesse est parallèle à l'axe Oz; dans le second la vitesse est donnée par les deux angles polaires Θ et φ.

Ces expressions interviennent dans le calcul des perturbations, notamment dans la recherche de la section efficace de diffusion par une particule électrisée.

([3]) GEHENIAU, *Comptes rendus*, **209**, 1939, p. 87; *Revue de l'A. F. A. S., Congrès de Liége*, 1939.

([4]) PETIAU, *Journal de Physique*, 9, 1938, p. 171. Voir aussi *Comptes rendus*, **216**, 1943, p. 196.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Les expanseurs.*
Note (1) de M. **Jacques Courtois.**

Sous le nom d'*expansors* M. Dirac (2) a défini des *représentations du groupe de Lorentz,* à une infinité dénombrable de composantes dans l'espace-temps ordinaire. Ce sont en fait des *représentations du groupe affine* (tenseurs généralisés), que nous allons définir dans un espace à un nombre quelconque, fini ou infini dénombrable, de dimensions. Pour la commodité de l'exposé, nous nous limitons aux *expanseurs homogènes symétriques.*

Soient l un indice déterminé, i un indice prenant toutes les valeurs différentes de l, $\vec{a}$ et $\vec{x}$ deux vecteurs tels que $a_l \neq 0$, $x^l \neq 0$. On a

$$\vec{a}.\vec{x} = a_l x^l + a_i x^i$$

et

$$(\vec{a}.\vec{x})^{-u} = (a_l x^l)^{-u}[1 + (a_l x^l)^{-1} a_i x^i]^{-u},$$

soit, sous réserve de convergence,

(1) $$(\vec{a}.\vec{a})^{-u} = \sum_{n_i} (-1)^{\Sigma_i n_i} \frac{(n_l - 1)!}{(u-1)!\,\Pi_i(n_i!)} (a_l x^l)^{-n_l} \Pi_i (a_i x^i)^{n_i},$$

avec

$$-n_l + \Sigma_i n_i = -u.$$

Les coefficients

(2) $$a_n^{-n_l} \Pi_i (a_i{}^{n_i}) = A_{-n_l, n_i}$$

définissent la représentation cherchée. Soit un changement de coordonnées

$$a'_{l'} = c^l_{l'} a_l + c^i_{l'} a_i, \qquad a'_{i'} = c^l_{i'} a_l + c^i_{i'} a_i.$$

Les nouvelles quantités $A'_{-n_{l'}, n_{i'}}$ s'expriment en fonction des anciennes en remplaçant $a'^{-n_{l'}}_{l'}$ par la série correspondante. *Si ces séries convergent,* les nouvelles composantes sont des fonctions linéaires des anciennes (3). Il en est ainsi lorsque les $c^i_{l'}$ sont suffisamment petits par rapport à $c^l_{l'}$, autrement dit lorsque la coordonnée (a_l) à laquelle on fait jouer un rôle privilégié est assez peu modifiée (sauf multiplication par un scalaire).

On appellera *expanseur* (homogène symétrique, d'ordre $-u$) tout système

(1) Séance du 4 février 1946.

(2) *Proc. Roy. Soc.*, A, **183**, 1945, p. 284.

(3) Si au contraire les séries divergent, la relation entre les A' et les A est celle de coefficients de séries représentant la même fonction $(\vec{a}.\vec{x})^{-u}$ dans des domaines différents (prolongement analytique). Par exemple, si l'on échange simplement l'indice l avec un autre, il n'y a aucune relation linéaire convergente entre les anciennes coordonnées et les nouvelles.

de composantes A_{-n_l, n_i} (avec $-n_l + \Sigma_i n_i = -u$) se transformant, dans un changement de coordonnées, suivant la loi ainsi obtenue. L'expanseur (2) sera désigné par $(\vec{a})^{-u}$. La loi de transformation est définie par l'invariance de la forme algébrique

$$(3) \qquad \Sigma(-1)^{\Sigma_i n_i} \frac{(n_l-1)!}{(u-1)!\,\Pi_i(n_i!)} A_{-n_l, n_i}\, x^{l-n_l} \Pi_i x^i(n_i).$$

Un changement de coordonnées particulier consiste à passer de a_l, a_i à a^l, a^i. x^l, x^i sont alors transformés en x_l, x_i. On obtient ainsi pour A des coordonnées entièrement contravariantes. On voit en même temps que $\vec{a}$ et $\vec{x}$ jouent ici le même rôle.

Le *produit scalaire* défini par M. Dirac est tel que

$$(\vec{a})^{-u}.(\vec{b})^{-u} = (\vec{a}.\vec{b})^{-u}.$$

Ainsi (3) est l'expression de

$$A.(\vec{x})^{-u}.$$

Dans l'espace-temps, en prenant uniquement des coordonnées contravariantes, avec $\vec{a}.\vec{x} = a^0 x^0 - a^1 x^1 - a^2 x^2 - a^3 x^3$ et en prenant pour l l'indice o, l'expression du carré scalaire est une forme *définie positive*. C'est le cas étudié par M. Dirac.

Nous avons jusqu'ici supposé u entier positif, mais u peut être *absolument quelconque*.

Un expanseur d'ordre p/q possède q déterminations. Vis-à-vis des affinités ou changements de coordonnées *réels*, ces déterminations, définies par continuité, sont *distinctes* et chacune est *uniforme*. Une rotation de 2π se réduit à la transformation identique. Il n'y a donc pas d'identification possible entre les expanseurs d'ordre demi-entier et les spineurs.

Les expanseurs d'ordre *irrationnel* ou *complexe*, définis comme précédemment, peuvent de même être uniformisés vis-à-vis des affinités ou changements de coordonnées réels.

Les expanseurs d'ordre *entier positif* ne peuvent être définis directement par la méthode indiquée. Ils s'obtiennent en formant le produit

$$(\vec{a}.\vec{x})^{u+v}(\vec{b}.\vec{x})^{-v}.$$

Nous avons ainsi défini les expanseurs à partir du vecteur. La même méthode, appliquée au *spineur*, donne les *spinexpanseurs*, représentations infinies du seul *groupe de Lorentz*.

ÉLECTRICITÉ. — *Détermination du groupe des ensembles de n circuits couplés ayant mêmes fréquences propres qu'un ensemble donné de n circuits, les mailles de même rang des divers ensembles ayant même self-inductance, totale et de couplage, que la maille correspondante de l'ensemble initial.* Note de M. **Maurice Parodi**.

Nous adoptons les notations d'un travail antérieur [1]; à un ensemble à n mailles indépendantes, on peut faire correspondre trois formes quadratiques T, U et F fonctions des quantités d'électricité x_i qui circulent dans les différentes mailles ainsi que des constantes de ces dernières l_{ik}, s_{ik}, r_{ik} ($l_{ik}=l_{ki}$, $s_{ik}=s_{ki}$, $r_{ik}=r_{ki}$) et trois matrices symétriques (T), (U) et (F) fonctions seulement de ces constantes.

En faisant le changement de variables

$$x_i=\sum_{k=1}^{n} a_{ik}y_k,$$

les formes quadratiques exprimées en fonction des y_k s'écrivent $\mathfrak{T}$, $\mathfrak{U}$, $\mathcal{F}$ et les matrices (T), (U) et (F) doivent être remplacées respectivement par les suivantes :

$$(1)\qquad (\mathfrak{T})=(A')(T)(A),\qquad (\mathfrak{U})=(A')(U)(A),\qquad (\mathcal{F})=(A')(F)(A),$$

(A') étant la matrice transposée de $(A)=a_{ik}$.

Ces nouvelles matrices donnent les constantes de n circuits constituant de nouveaux ensembles que l'on obtiendra dans leur totalité en donnant aux a_{ik} toutes les valeurs possibles.

On sait, nous l'avons montré dans la Note précitée, que les ensembles à n mailles du groupe ainsi obtenu ont les mêmes fréquences propres que l'ensemble initial; nous allons indiquer maintenant la forme qu'il faut donner à (A) pour que les ensembles du groupe soient tels que les mailles qui les composent aient les mêmes self-inductances, totales et de couplage, que les mailles correspondantes de l'ensemble initial.

Il faut trouver une transformation caractérisée par une matrice (A) telle que

$$(A')(T)(A)=(T).$$

Or un théorème d'Hermite [2] nous apprend que si $(Q)=\alpha_{ik}$ est une matrice *symétrique* quelconque et (S) une matrice *symétrique gauche* également

---

[1] *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 281.

[2] Turnbull, *The theory of determinants, matrices and invariants*, Londres, 1928, p. 159.

quelconque, la matrice

$$(R)=(Q+S)^{-1}(Q-S)$$

est telle que

$$(R')(Q)(R)=(Q).$$

Il suffira donc de prendre, puisque (T) est symétrique,

$$(A)=(T+S)^{-1}(T-S),$$

(S) étant une matrice *symétrique gauche quelconque* d'ordre n, pour obtenir la transformation qui conduit à l'invariance de (T).

En donnant aux éléments de (S) toutes les valeurs possibles, on obtiendra par la relation (1) les constantes des n mailles qui constituent des ensembles du groupe jouissant des propriétés demandées : invariance de l'équation aux fréquences propres et invariance des self-inductances, totales et de couplage, des mailles de même rang.

Remarque. — La même méthode s'appliquerait à la détermination du groupe d'ensembles à n mailles possédant les mêmes fréquences propres qu'un ensemble donné et soit les mêmes résistances, soit les mêmes capacités, totales et de couplage, que les mailles correspondantes de cet ensemble.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Sur les valeurs propres multiples dans un guide d'onde électromagnétique.* Note [1] de M. **Théo Kahan**.

L'équation de propagation dans un guide d'onde électromagnétique rectiligne de section rectangulaire (x, y) a pour expression

$$\Delta\psi=\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+k^2\psi=0,$$

l'amplitude du potentiel-vecteur étant par définition

$$A=\psi(x, y)\,Z(z),$$

$Z(z)$ étant une fonction périodique des z, comptés sur l'axe du guide. Si a et b sont les côtés de la section transversale, les valeurs propres sont définies par

$$k^2=\frac{\Delta\psi}{\psi}=\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2+\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2,$$

m et n étant entiers.

L'exemple de la membrane rectangulaire montre qu'il peut se produire des valeurs propres multiples. Cela a lieu toutes les fois que le rapport des côtés a/b est rationnel, car alors l'équation

$$\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}=\frac{m'^2}{a^2}+\frac{n'^2}{b^2}$$

---

[1] Séance du 4 février 1946.

possède des solutions différentes de zéro pour les entiers m, m', n, n'. Pour un carré par exemple, $(a = b = 1)$, une telle solution est $m' = n$, $n' = m$; les fonctions propres correspondantes étant respectivement

$$\psi(mn) = \sin m\pi x \sin n\pi y \qquad \text{et} \qquad \psi(nm) = \sin n\pi x \sin m\pi y \qquad [\text{ondes TM}].$$

Le problème de la recherche des valeurs propres multiples revient alors au problème suivant de la théorie des nombres : combien de fois un nombre k^2 peut-il être représenté sous la forme d'une somme de

$$k^2 = m^2 + n^2$$

des deux carrés [2].

Les lignes nodales de la section transversale du guide (correspondant aux plans nodaux de celui-ci), de la fonction propre $\psi(mn)$ sont parallèles aux axes des coordonnées x, y. Dans le cas de valeurs propres multiples, des lignes nodales (et par suite des plans nodaux) très variées peuvent se présenter telles que les zéros de la fonction

$$\psi = \text{A} \sin\pi mx \sin n\pi y + \text{B} \sin\pi nx . \sin\pi my$$

(A, B coefficients quelconques) pour le carré. La fonction propre

$$\psi(13) + \psi(31)$$

offre, par exemple, une ligne nodale circulaire centrée sur l'axe du guide. La fonction propre

$$\psi(12) + \psi(21) = \sin n\pi x \sin 2\pi y + \sin 2\pi x . \sin \pi y$$

représente une oscillation avec lignes nodales diamétrales. Cette fonction nous offre donc la possibilité d'un guide d'onde de section triangulaire, car la ligne nodale diamétrale correspond, dans le guide, à un plan nodal diamétral, et rien n'empêche de substituer à ce plan nodal un plan conducteur séparant le guide carré en deux guides de section triangulaire complètement indépendant l'un de l'autre et offrant, par conséquent, deux voies de transmission absolument distinctes.

De même, deux plans diamétraux, correspondant à une certaine structure de fonction propre, partageront un guide de section carrée en quatre compartiments électriquement distincts. Ces remarques se généralisent sans peine.

On conçoit aisément que ce principe de superposition des fonctions propres multiples correspondant à des valeurs propres multiples, permette d'obtenir une grande variété de lignes nodales fermées (et par suite une grande multiplicité de modes de vibration) susceptibles d'être remplacées, dans le guide, par des surfaces (parois) conductrices appropriées.

---

(2) Voir par exemple BOREL et DRACH, *Introduction à la Théorie des Nombres et de l'Algèbre supérieure*; CAHEN, *Théorie des Nombres*.

ÉLECTROCHIMIE. — *Électrolyse d'un sel de cuivre en solution diluée.* Note de M. **Albert Nicol**, présentée par M. Pierre Jolibois.

L'électrolyse de solutions diluées de sels d'argent ayant montré un dépôt cathodique renfermant de l'oxyde [1], des expériences dans les mêmes conditions, avec le même dispositif, ont été entreprises pour un sel de cuivre. Les solutions de sulfate de cuivre électrolysées avaient des concentrations allant de N/200 à N/4000.

Dans le cas de l'argent, l'oxyde était entièrement dissous alors qu'ici de l'oxyde se dissout mais est présent également dans le dépôt. L'acidité toujours existante dans ces solutions pouvant être la cause de cette différence, ce qui conduisit à traiter des solutions de sulfate par de l'oxyde et à les électrolyser. Donc deux séries d'expériences : électrolyses au moyen d'électrodes en platine, de sulfate de cuivre pur ou de sulfate avec oxyde dissous.

Sur les solutions ne renfermant que du sulfate, les observations suivantes peuvent être faites.

Avec cathode tournante et agitation, il se dépose sur celle-ci des arborescences noires, qui, peu à peu, se détachent et tombent dans le fond du vase. Au bout d'un temps, qui se réduit à mesure que la concentration diminue, ce produit noir se transforme, prenant une couleur jaunâtre, ce que la présence de cuivre seul ne saurait expliquer.

En employant une électrode mobile dans le plan vertical, il fut possible de recueillir ce dépôt cathodique avant sa transformation. Rapidement essoré, l'examen du dépôt, au retour de l'essoreuse, fait voir autour du produit noir une bande bleue semblable à l'aspect de l'hydrate bleu. Lavé et conservé dans l'alcool absolu, le dépôt cathodique conserve l'aspect de masses noires et bleues.

Avec une cathode fixe et sans agitation, il se forme les mêmes arborescences noires alors que très rapidement un dépôt d'hydrates bleus se forme et tombe.

Ce n'est que pour une concentration plus grande que N/200 qu'une couche rouge et spongieuse de cuivre se dépose sur le produit noir.

Donc l'observation conclut à la présence d'oxyde de cuivre à la cathode. Les mesures suivantes conduisent à la même interprétation. Elles comportent :

la mesure de H dégagé en coulomètre, ce qui détermine le poids théorique du cuivre déposé selon les lois de Faraday ;

la pesée du précipité, dissolution de celui-ci dans l'acide nitrique et dosage du cuivre qu'il renferme ;

la neutralisation de l'oxyde dissous par une solution à N/10 de SO_4H_2 ; la marche de la neutralisation étant suivie par conductibilité.

---

[1] *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 491.

Normalité.	Poids du Cu farad (en mmg).	Poids du précipité (en mmg).	q.	q'.	Poids du Cu dosé.	Poids du Cu à l'état d'oxyde dissous.
N/200	26,1	25,4	25,4	16,3	22,3	0
N/500	25,5	23,9	23,9	15,5	18,3	0,41
	25,5	25,0	25,0	16,3	18	
N/1000	28,3	20,3	20,3	13,2	12,4	1,15
	28,3	20,7	20,7	13,4	12,7	
N/2000	26,6	16,3	16,3	10,6	10,2	5,2
	22,7	10,2	10,2	6,6	7,1	
	22,7	12,1	12,1	7,9	9,6	
N/4000	11,1	2,3	2,3	1,5	1,9	5,2
	8,1	2	2	1,3	1,4	

q étant le poids de cuivre si tout le précipité était du cuivre et q' si tout le précipité était de l'hydrate. La comparaison des nombres q, q' et poids du cuivre dosé montre l'existence d'hydrate dans le précipité.

La deuxième série d'expériences porte sur des électrolyses de solutions de sulfate ayant dissous l'oxyde de cuivre. Ces solutions étaient agitées pendant une semaine à la température sensiblement constante de 16° avec CuO et $Cu(OH)_2$. Les déterminations, par conductibilité, de la teneur en oxyde donnèrent par litre et en milligrammes les résultats suivants :

	N/500.	N/1000.	N/2000.	N/4000.	N/8000.
CuO	1,1	0,6	0,7	1	1,4
$Cu(OH)_2$	7,8	2,5	–	1,4	2,3

La solution à N/200 a donné lieu par agitation avec CuO à la précipitation de sulfate basique. Il est possible que la solubilité relativement grande à la concentration de N/500 puisse trouver dans ce fait une explication.

D'autre part, il faut remarquer que la saturation n'est pas complète par rapport aux oxydes qui se forment par électrolyse, et ces diverses solutions sont capables d'en solubiliser une quantité plus grande.

Pendant l'électrolyse, l'hydrate bleu apparaît en petits flocons, ce qui permet de recueillir cet hydrate sur le filtre, accompagné d'une masse noirâtre.

Les mesures analogues aux premières confirment la présence d'hydrates.

Normalité.	Poids du Cu farad (en mmg).	Poids du précipité (en mmg).	q.	q'.	Poids du Cu dosé.	Poids du Cu à l'état d'oxyde dissous.
N/500	25,8	37,7	37,7	24,6	25,8	0
N/1000	27,2	29,1	29,1	18,9	19,2	4,6
N/2000	21,1	22,7	22,7	14,8	13,6	6,7
N/4000	11,3	5,2	5,2	3,4	3,2	7,11

Pour une dilution atteignant N/2000, le cuivre est tout entier à l'état d'oxyde. Dans l'électrolyse de sels d'argent, pour les mêmes dilutions, de l'argent métallique se déposait encore.

L'électrolyse des solutions diluées de sulfate de cuivre montre donc la formation d'oxyde de cuivre dans le dépôt cathodique. Une partie de cet oxyde se dissout dans la solution; ceci a conduit à étudier la solubilité de l'oxyde dans ces solutions et à constater que la quantité d'oxyde en solution n'est pas négligeable; de plus, par l'électrolyse, on le dissout davantage et plus rapidement que par l'agitation mécanique.

ÉLECTROTECHNIQUE. — *Sur l'étude des régimes transitoires dans le fonctionnement des machines électriques tournantes à courants alternatifs polyphasés.* Note [1] de M. **Émile Pillet**, présentée par M. Joseph Pérès.

La mise en équations des valeurs instantanées des intensités et des tensions, dans une machine électrique tournante non saturée, conduit à un système d'équations différentielles linéaires dont certains coefficients sont des fonctions sinusoïdales du temps. En appliquant à ce système la transformation de Laplace on obtient un système que l'on peut résoudre, dans le cas des machines polyphasées, en combinant linéairement les équations transformées. On est ainsi conduit, systématiquement, à une généralisation des coordonnées symétriques de Fortescue.

Appliquée à l'étude des régimes transitoires, et plus particulièrement des courants de court-circuit, la méthode conduit aux résultats suivants :

1° Dans l'analyse des phénomènes statoriques, le nombre des phases du rotor polyphasé est indifférent. C'est le résultat déjà obtenu d'une autre manière par G. Kron (*The application of tensors to the analysis of rotating electrical machinery*, Schenectady, 1938). On peut donc toujours remplacer une cage d'écureuil complète par un rotor di- ou triphasé équivalent.

2° La mise en équations d'un alternateur triphasé amorti conduit à :

$$(\mathrm{I})\left\{\begin{array}{ll}
(1) & u_a = \mathrm{R}_a i_a + \mathrm{L}_a \dfrac{di_a}{dt} + \mathrm{M}_{ab}\dfrac{d}{dt}(i_b + i_c) + \mu\dfrac{d}{dt}[i_e\cos(\omega_r t + \varphi_0)] \\
& \quad + \mathfrak{M}\dfrac{d}{dt}\left[i_1\cos(\omega_r t + \varphi_0) + i_2\cos\left(\omega_r t + \varphi_0 + \dfrac{2\pi}{3}\right)\right. \\
& \quad \left. + i_3\cos\left(\omega_r t + \varphi_0 - \dfrac{2\pi}{3}\right)\right], \\
(2) \text{ et } (3) & \text{équations analogues pour } u_b \text{ et } u_c, \\
(4) & e = \mu\dfrac{d}{dt}\left[i_a\cos(\omega_r t + \varphi_0) + i_b\cos\left(\omega_r t + \varphi_0 - \dfrac{2\pi}{3}\right) + i_c\cos\left(\omega_r t + \varphi_0 + \dfrac{2\pi}{3}\right)\right] \\
& \quad + \mathrm{R}_e i_e + \mathrm{L}_e\dfrac{di_e}{dt} + \mu_{e1}\dfrac{di_1}{dt} + \mu_{e2}\dfrac{di_2}{dt} + \mu_{e3}\dfrac{di_3}{dt}, \\
(5), (6) \text{ et } (7) & \text{équations analogues pour les circuits 1, 2, et 3.}
\end{array}\right.$$

[1] Séance du 13 août 1945.

La transformation de Laplace donne le système (II)

$$(\mathrm{II})\begin{cases}(1) & y_a=(\mathrm{R}_a+p\mathrm{L}_a)x_a+p\mathrm{M}_{ab}(x_b+x_c)+\frac{1}{2}p\mu(\varepsilon x_{c_-}+\varepsilon^{-1}x_{c_+})\\ & \quad+\frac{1}{2}p\mathcal{M}(\varepsilon x_{1_-}+\varepsilon^{-1}x_{1_+}+\varepsilon a x_{2_-}+\varepsilon^{-1}a^2x_{2_+}+\varepsilon a^2 x_{3_-}+\varepsilon^{-1}a x_{3_+}),\\ (2)\ (3) & \text{équations analogues en } y_b \text{ et } y_c,\\ (4) & y_e=\frac{1}{2}p\mu[\varepsilon x_{a_-}+\varepsilon^{-1}x_{a_+}+\ldots]+(\mathrm{R}_e+p\mathrm{L}_e)x_e+p(\mu_{e1}x_1+\mu_{e2}x_2+\mu_{e3}x_3),\\ (5),\ (6)\ \text{et}\ (7) & \text{équations analogues en } y_1,\ y_2 \text{ et } y_3,\end{cases}$$

où $a=e^{j\frac{2\pi}{3}}$, $\varepsilon=e^{j\varphi_0}$, $x_{k_+}=x_{k_{(p+j\omega_r)}}$ et $x_{k_-}=x_{k_{(p-j\omega_r)}}$

et où les constantes initiales sont groupées dans les termes y_k.

Posons $y_a+y_b+y_c=\mathrm{Y}_0$, $y_a+ay_b+a^2y_c=\mathrm{Y}_d$, …; $y_1+y_2+y_3=\mathcal{Y}_0$, …. $x_a+x_b+x_c=\mathrm{X}_0$, …,

les combinaisons linéaires classiques donnent le système (III).

$$(\mathrm{III})\begin{cases}(1) & \mathrm{Y}_0=(\mathrm{R}_a+p\lambda_a)\mathrm{X}_0,\\ (2) & \mathcal{Y}_0=(\mathrm{R}_1+p\lambda_1)\mathcal{X}_0,\\ (3) & \mathrm{Y}_{d_+}=\big(\mathrm{R}_a+(p+j\omega_r)\mathcal{L}_a\big)\mathrm{X}_{d_+}+\frac{3}{2}(p+j\omega_r)\mu\ \varepsilon x_e+\frac{3}{2}(p+j\omega_r)\mathcal{M}\ \varepsilon\ \mathcal{X}_d,\\ (4) & \mathrm{Y}_{i_-}=\big(\mathrm{R}_a+(p-j\omega_r)\mathcal{L}_a\big)\mathrm{X}_{i_-}+\frac{3}{2}(p-j\omega_r)\mu\varepsilon^{-1}x_e+\frac{3}{2}(p-j\omega_r)\mathcal{M}\varepsilon^{-1}\mathcal{X}_i,\\ (5) & y_e=\frac{1}{2}p\mu[\varepsilon^{-1}\mathrm{X}_{d_+}+\varepsilon\mathrm{X}_{i_-}]+(\mathrm{R}_e+p\mathrm{L}_e)x_e+\frac{1}{2}p\mu_{e1}(\mathcal{X}_d+\mathcal{X}_i),\\ (6) & \mathcal{Y}_d=\frac{3}{2}p\mathcal{M}\varepsilon^{-1}\mathrm{X}_{d_+}+\frac{3}{2}p\mu_{e1}x_e+(\mathrm{R}_1+p\mathcal{L}_1)\mathcal{X}_d,\\ (7) & \mathcal{Y}_i=\frac{3}{2}p\mathcal{M}\ \varepsilon\ \mathrm{X}_{i_-}+\frac{3}{2}p\mu_{e1}x_e+(\mathrm{R}_1+p\mathcal{L}_1)\mathcal{X}_i.\end{cases}$$

Les deux premières équations donnent immédiatement les composantes homopolaires; les cinq autres conduisent à un déterminant du 5e ordre.

3° *Cas particuliers importants.* — *a*. Machine d'induction à simple rotor; il reste deux systèmes séparés (IV_d) et (IV_i)

$$(\mathrm{IV}_d)\begin{cases}(\mathrm{R}_a+p\mathcal{L}_a)\mathrm{X}_d+\frac{3}{2}p\mathcal{M}\varepsilon\mathcal{X}_{d_-}=\mathrm{Y}_d,\\ \frac{3}{2}(p-j\omega_r)\mathcal{M}\varepsilon^{-1}\mathrm{X}_d+[\mathrm{R}_1+(p-j\omega_r)\mathcal{L}_1]\mathcal{X}_{d_-}=\mathcal{Y}_{d_-},\end{cases}$$

(IV_i) analogue, avec changement du signe de $j\omega_r$ et des exposants de ε.

Les pôles de X_d, autres que ceux provenant des y, sont les racines de l'équation

$$(\mathrm{R}_a+p\mathcal{L}_a)[\mathrm{R}_1+(p-j\omega_r)\mathcal{L}_1]-\frac{9}{4}p(p-j\omega_r)\mathcal{M}^2=0,$$

c'est-à-dire, en première approximation,

$$\left.\begin{aligned} p_1 &= -\frac{R_a}{\sigma \mathcal{L}_a} + \Delta p, \\ p_2 &= -\frac{R_1}{\sigma \mathcal{L}_1} - \Delta p + j\omega_r, \end{aligned}\right\} \text{ avec } \Delta p \simeq j\omega_r \frac{(1-\sigma) R_a R_1}{\sigma^2 \omega_r^2 \mathcal{L}_a \mathcal{L}_1}.$$

b. Alternateur non amorti; il reste un système du 3e ordre.

Les pôles de x_e, autres que ceux provenant des y, sont les racines du déterminant des coefficients, soit, en première approximation,

$$p_1 = -\frac{R_e}{\sigma L_e}, \qquad \left.\begin{matrix} p_2 \\ p_3 \end{matrix}\right\} = -\frac{(1+\sigma) R_a}{2\sigma \mathcal{L}_a} \mp j\omega_r.$$

4° Appliquées à l'étude des courants de court-circuit les formules précédentes conduisent à apporter quelques corrections aux résultats classiques (tels qu'ils sont développés par J. Fallou, *Électrotechnique générale*, tome II).

Pour les machines d'induction, la correction Δp porte sur les pulsations; elle est maximum pour les petits moteurs ayant de faibles constantes de temps; elle peut alors atteindre 10 % de la pulsation de rotation ω_r.

Pour les alternateurs, la correction porte sur les constantes de temps; il faut remplacer $R_a/\sigma\mathcal{L}_a$ par $(1+\sigma)(\mathcal{R}_a/2\sigma\mathcal{L}_a)$. De plus, il apparaît des termes nouveaux de pulsation $2\omega_r$.

MAGNÉTISME. — *Propriétés ferromagnétiques du composé défini* CrTe. Note (1) de M. CHARLES GUILLAUD et Mme SUZANNE BARBEZAT, présentée par M. Aimé Cotton.

Les alliages ont été préparés en partant de poudres très fines de Cr et de Te (tamis 350) bien mélangées et placées dans un creuset d'alumine contenu lui-même dans un four dans lequel, après y avoir fait le vide, on pouvait introduire de l'argon très pur. La préparation a été faite sous pression d'argon et en chauffant à 1200° C. pendant une heure. Nous avons obtenu ainsi des alliages homogènes et bien cristallisés. L'homogénéité a été vérifiée à l'aide des mesures magnétiques. La composition de l'alliage se déduit de la masse des constituants et de la masse de l'alliage obtenu, la perte en Cr étant négligeable. Ces synthèses ont été confirmées par des analyses chimiques.

Afin de bien connaître la composition de l'alliage donnant le maximum de moment magnétique, des alliages de titres différents ont été préparés. L'étude magnétique de tous ces alliages a été faite. Il a donc été possible de tracer la courbe donnant le moment magnétique en fonction du titre. Cette courbe montre que le moment est maximum pour le composé défini Cr Te.

---

(1) Séance du 4 février 1946.

Propriétés magnétiques. — Les figures ci-contre traduisent les propriétés magnétiques de l'alliage dont la composition (70,9 % de Te) était la plus proche de celle du composé Cr Te (71,04 % de Te). Les propriétés magnétiques sont qualitativement les mêmes pour tous les alliages étudiés, seuls les moments diffèrent.

La courbe (*fig.* 1) montre qu'aux basses températures, l'aimantation spéci-

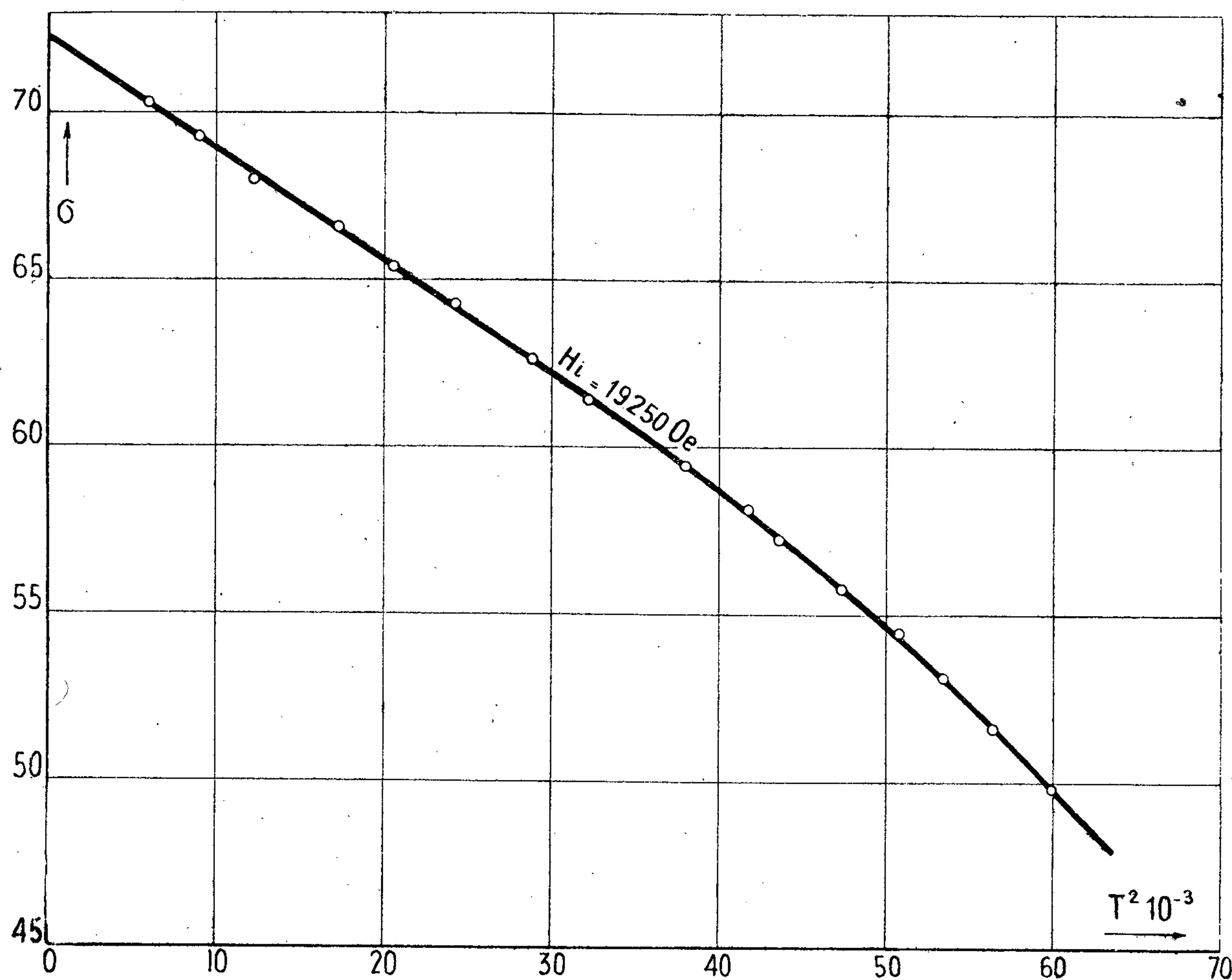


Fig. 1.

fique varie linéairement en fonction de T^2, la loi d'approche $\sigma_T = \sigma_0(1 - AT^2)$ est donc valable.

Les courbes (*fig.* 2) donnent l'aimantation spécifique en fonction de H_i (H_i champ intérieur). A la température ordinaire la loi d'approche $\sigma_H = \sigma_0[1 - (a/H)]$ n'est pas vérifiée, elle ne devient valable qu'à partir de 90° K. La valeur de a est indépendante de la température et de l'échantillon. Nous trouvons pour l'aimantation spécifique absolue de cet alliage

$$\sigma_{\infty, 0°K.} = 74,43.$$

De la courbe donnant l'aimantation en fonction du titre, nous déduisons pour le composé défini CrTe, la valeur suivante :

$$\sigma_{\infty, 0°K} = 74,57, \qquad \text{d'où} \quad \sigma_{at} = 13394.$$

Le moment de l'atome de chrome entrant dans la molécule est donc

$n = 11,90$ μW. (magnétons de Weiss) ou 2,39 μW. (magnétons de Bohr).

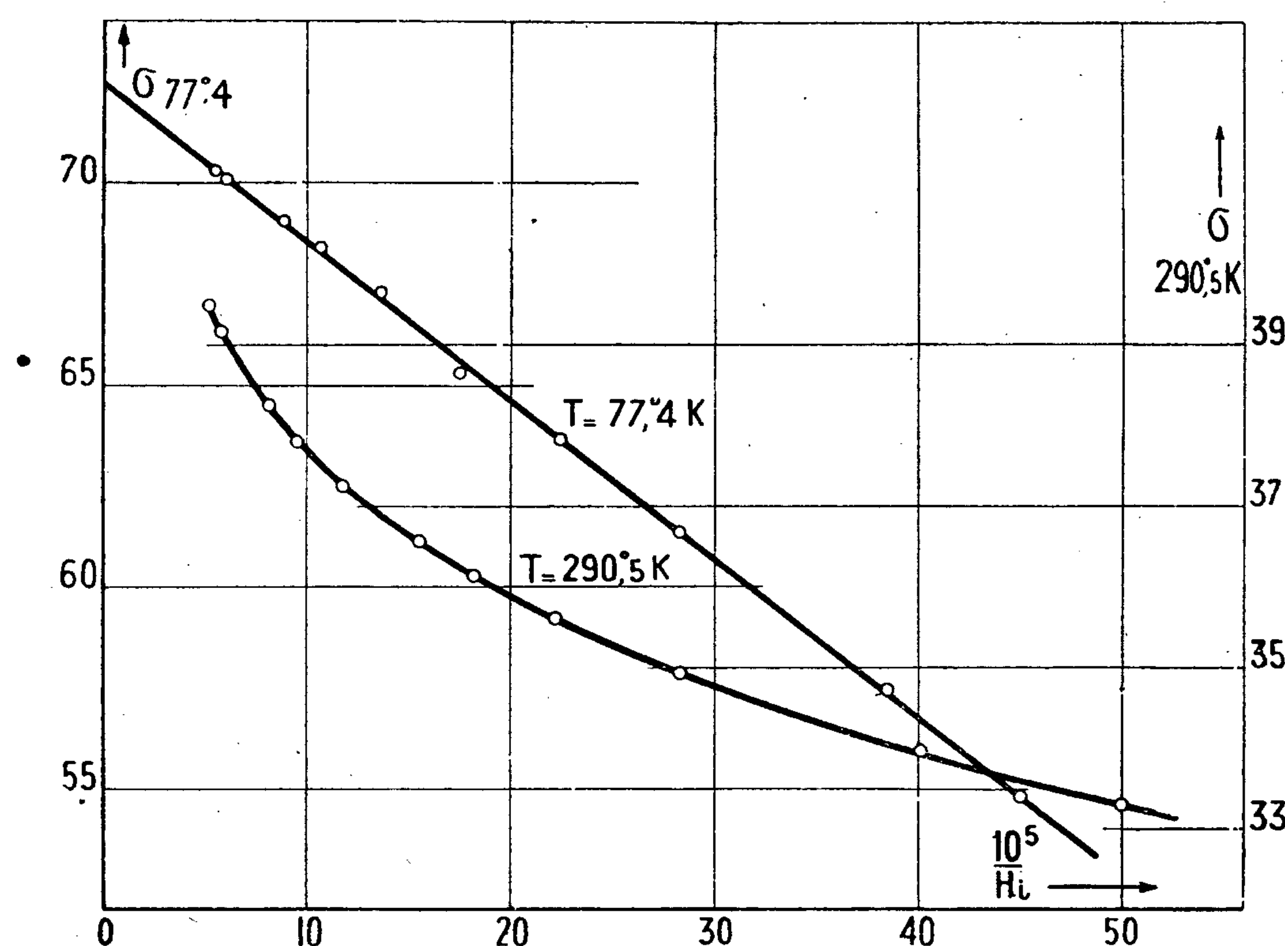


Fig. 2.

Le point de Curie identique pour tous les alliages est

$$\theta_f = 66^\circ C.$$

Étude Röntgenographique. — Oftedal ([2]) a montré que CrTe avait une structure hexagonale du type NiAs avec $a = 3,98$ Å, $c = 6,21$ Å, $c/a = 1,56$. Nous avons repris cette étude au Laboratoire de rayons X du C.N.R.S. en collaboration avec J.-J. Trillat; les échantillons ont été examinés par la méthode de Debye-Scherrer avec le rayonnement K_α du cuivre. Les diagrammes obtenus confirment les résultats d'Oftedal et fournissent les mêmes paramètres; de plus ils permettent de montrer que la phase ferromagnétique débute au composé CrTe et qu'il n'existe pas de solution solide de Cr dans CrTe, mais seulement le mélange Cr + CrTe. Ces résultats sont en accord avec ceux obtenus par l'étude magnétique.

EFFET RAMAN. — *Spectres de vibrations des sulfates orthorhombiques naturels : étude théorique.* Note de M[lle] **Lucienne Couture**, présentée par M. Aimé Cotton.

Les sulfates orthorhombiques SO_4M (M = Sr, Ba, Pb) ont un seul plan de symétrie vrai σ_Y (OY étant la direction perpendiculaire à ce plan, on a

([2]) *Zeits. phys. Chem.*, **128**, 1927, p. 135.

OX : n_g, OY : n_m, OZ : n_p). Leur maille contient quatre ions M^{++} et quatre ions SO_4^{--} de symétrie propre C_s.

Étude des vibrations internes. — L'ion SO_4 libre, de symétrie T_d, possède quatre fréquences de vibration : ν_1 ($\sim$ 980 cm^{-1}), vibration simple totalement symétrique; ν_2 ($\sim$ 458 cm^{-1}), vibration doublement dégénérée de déformation; ν_3 ($\sim$ 615 cm^{-1}), vibration triplement dégénérée de déformation; ν_4 ($\sim$ 1105 cm^{-1}), vibration triplement dégénérée de valence. Dans le cristal la symétrie de l'ion est plus basse, les vibrations dégénérées se séparent en un nombre de vibrations simples égal au degré de la dégénérescence; chaque vibration simple de l'ion donne par couplage quatre vibrations d'ensemble du cristal. Le tableau suivant donne les types de ces vibrations avec leur origine :

1.	2.	3.	
ν_1	$s(\sigma_Y)$	A_{1g}, B_{2g}, B_{1u}, B_{3u}	Ensemble E_1
ν_2	$a(\sigma_Y)$	B_{1g}, B_{3g}, A_{1u}, B_{2u}	Ensemble E_2
	$s(\sigma_Y)$	A_{1g}, B_{2g}, B_{1u}, B_{3u}	
ν_3 ou ν_4	$a(\sigma_Y)$	B_{1g}, B_{3g}, A_{1u}, B_{2u}	Ensemble E_3 ou E_4
	$s(\sigma_Y)$	A_{1g}, B_{2g}, B_{1u}, B_{3u}	
	$s(\sigma_Y)$	A_{1g}, B_{2g}, B_{1u}, B_{3u}	

1. Vibration de l'ion libre. — 2. Symétrie de la vibration simple de l'ion dans le cristal. — 3. Types des vibrations de la maille.

Les vibrations de types A_{1g}, B_{1g}, B_{2g}, B_{3g} sont actives en effet Raman; celles de types B_{1u}, B_{2u}, B_{3u} actives en infrarouge. Toutes les fréquences de vibration de l'ensemble E_i ($i = 1, 2, 3, 4$) doivent être voisines de la fréquence ν_i de l'ion libre. Les ensembles E_i contiennent 2, 4 ou 6 vibrations actives en effet Raman selon que la vibration correspondante de l'ion libre est simple, doublement ou triplement dégénérée.

Les considérations de symétrie donnent donc le nombre et les types des vibrations des ensembles E_i; nous allons montrer qu'on peut, de plus, prévoir les intensités relatives de toutes les raies de Raman comprises dans un même ensemble, dans l'hypothèse où le champ cristallin entourant chaque ion SO_4, suffisant pour faire cesser la dégénérescence, trouble peu les vibrations de l'ion et les variations de la polarisabilité au cours de ces vibrations. Les écarts avec l'expérience renseigneront de façon précise sur la perturbation apportée à l'ion par son entourage.

Une étude, faite en collaboration avec J.-P. Mathieu, à paraître au *Journal de Physique*, a montré que, dans l'effet Raman produit par une vibration dégénérée, l'on doit considérer un nombre de tenseurs de polarisabilité dérivés

égal au nombre des coordonnées normales, c'est-à-dire au degré de la dégénérescence. (Ces tenseurs ont entre eux des relations qui conduisent aux règles de sélection habituelles.) Il en résulte qu'on peut attribuer un tenseur à chacune des vibrations simples de l'ion qui, dans le cristal, proviennent d'une même vibration dégénérée de l'ion libre. De ces tenseurs l'on déduit les tenseurs relatifs aux vibrations de l'ensemble de la maille par la méthode employée par J. Cabannes et R. Aynard (1). Comme les tenseurs dont nous partons ont entre eux des relations, ceux auxquels nous arrivons en ont aussi; ils nous servent à calculer les valeurs relatives des intensités des raies de Raman correspondant aux vibrations d'un même ensemble.

Les valeurs relatives des intensités des raies de l'ensemble E_2 s'expriment en fonction d'un angle α qui suffit à définir la position de l'ion SO_4 dans le cristal, paramètre connu par l'étude du cristal aux rayons X. Les valeurs relatives des intensités des six raies de chacun des ensembles E_3 et E_4 s'expriment en fonction de α et d'un angle θ. Cet angle détermine la façon dont se fait la cessation de dégénérescence entre les deux vibrations simples $s(\sigma_Y)$ de l'ion provenant d'une vibration triplement dégénérée. Comme ces deux vibrations sont de même type, θ n'est pas fixé par les conditions de symétrie.

(Les résultats expérimentaux pourront fixer cet angle θ et permettre de préciser la façon dont se fait la cessation de dégénérescence). Plus particulièrement, on trouve les résultats suivants : dans l'ensemble E_1, la raie de type B_{2g} a une intensité théorique nulle; dans l'ensemble E_2, la raie de type B_{3g}, et dans les ensembles E_3 et E_4, les raies de type B_{1g}, ont des intensités relatives égales à $\sin^2\alpha$. L'angle α étant de l'ordre de 10°, ces intensités sont très petites.

CHIMIE MINÉRALE. — *Étude calorimétrique comparée de l'oxydation des hydroxydes nickeleux, cobalteux, manganeux et ferreux.* Note (1) de M. **Jean Besson**, présentée par M. Louis Hackspill.

La méthode calorimétrique que nous utilisons, préconisée d'abord par Dutoit et Grobet (2), puis Mondain-Monval et Paris (3), a été appliquée récemment par Rivenq (4) à l'étude de quelques persels. Une des substances réagissantes, introduite dans un vase Dewar, est agitée mécaniquement; à intervalles réguliers, on y ajoute une quantité déterminée de l'autre réactif. On note en même temps l'élévation de température ΔT produite par la chaleur de réaction et l'on trace la courbe donnant ΔT en fonction du volume de réactif

---

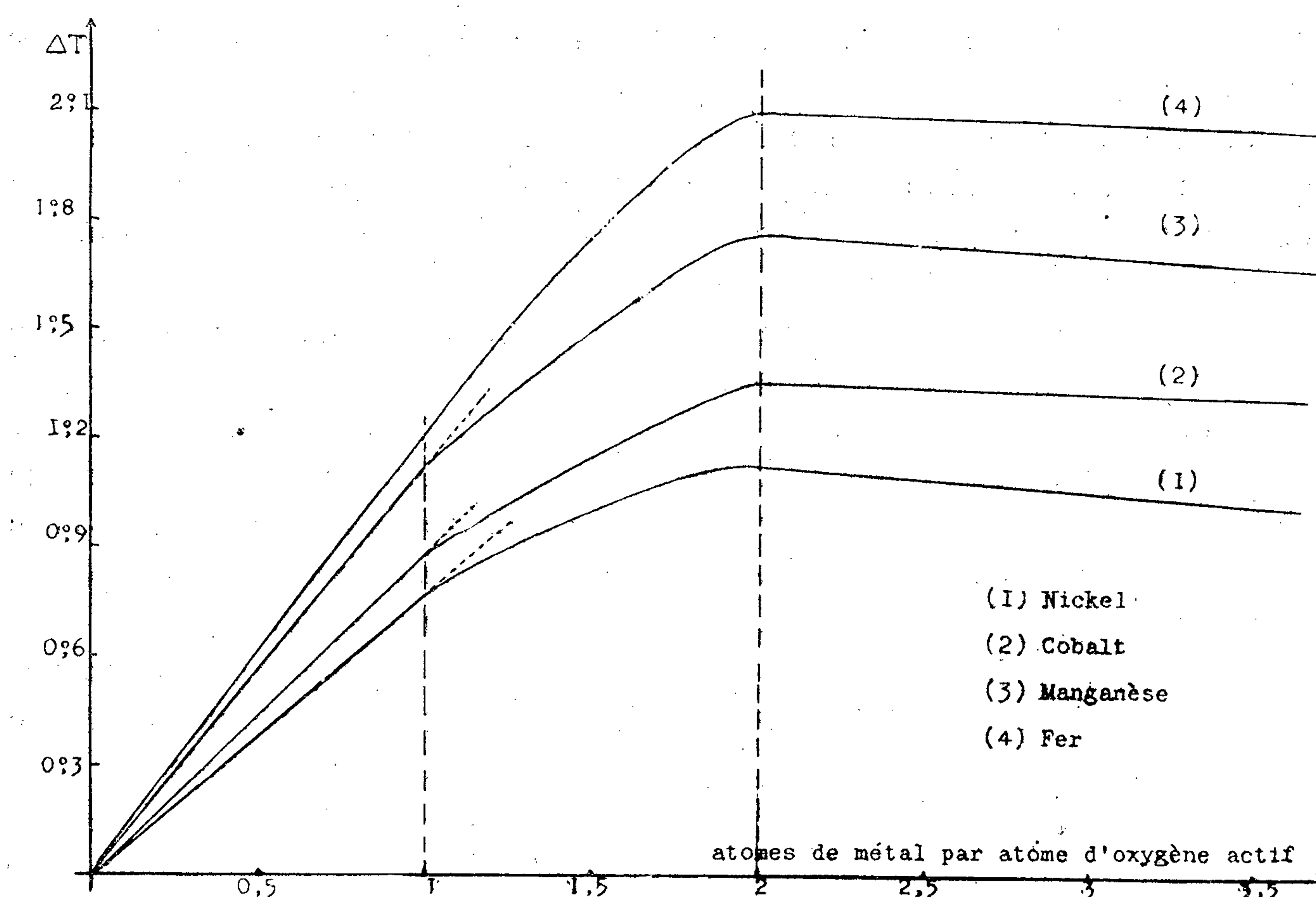
(1) *Journal de Physique*, **3**, 1942, p. 137.

(1) Séance du 4 février 1946.
(2) *Jour. Chim. Phys.*, **19**, 1921, p. 324.
(3) *Bull. Soc. Chim.*, **5**, 1938, p. 1641.
(4) *Bull. Soc. Chim.*, **12**, 1945, p. 283.

ajouté. Une discontinuité ou un maximum de cette courbe indiquent la fin d'une réaction; on en déduit la composition des produits de cette réaction. Voici les résultats obtenus dans le cas étudié :

Par addition d'un oxydant quelconque à la suspension alcaline d'un des hydroxydes considérés, on n'obtient qu'un dégagement calorifique régulier et indéfini, se traduisant par une courbe continue.

Par contre l'addition à température ordinaire du sel métallique à une solution alcaline de persulfate de sodium conduit à des courbes présentant des singularités intéressantes. La figure les donne pour le nickel, le cobalt, le



manganèse et le fer. Elles ont été rendues comparables en portant en abscisses le rapport : atomes de métal ajoutés par atome d'oxygène actif, et en utilisant des quantités égales d'oxydant (20^{cm^3} de persulfate 0,05N) et de soude (100^{cm^3} 0,7N).

Pour $Ni(OH)_2$, $Co(OH)_2$ et $Mn(OH)_2$ on y distingue une première partie parfaitement rectiligne qui se termine exactement pour le rapport

$$\frac{\text{métal}}{\text{oxygène}} = 1.$$

Puis la courbe s'incurve et ΔT continue de croître jusqu'à un maximum correspondant à un rapport

$$\frac{\text{métal}}{\text{oxygène}} = 2.$$

Enfin elle décroît lentement et régulièrement sans autre singularité apparente.

Pour $Fe(OH)_2$, au contraire, on ne distingue nettement qu'un maximum pour $Fe/O = 2$.

Or l'oxydation de l'hydroxyde manganeux, étudiée par d'autres procédés, est bien connue. On sait qu'en présence d'un excès d'oxydant, cette oxydation va jusqu'au bioxyde MnO_2, bioxyde à fonction acide qui peut ensuite réagir sur un excès d'hydroxyde manganeux pour donner le sesquioxyde $Mn_2O_3 = MnO_2, MnO$, oxyde à la fois salin et basique. C'est l'explication des trois parties observées sur la courbe expérimentale. Le bioxyde peut d'ailleurs réagir sur une nouvelle molécule de protoxyde en donnant l'oxyde salin $Mn_3O_4 = MnO_2, 2MnO$. Mais la formation de ce corps n'apparaît pas sur notre courbe.

L'analogie parfaite des courbes relatives au manganèse, au nickel et au cobalt nous autorise donc à envisager de façon identique l'oxydation de ces deux derniers : par addition d'un sel nickeleux ou cobalteux à une solution alcaline de persulfate, on arrive d'abord jusqu'aux bioxydes NiO_2 ou CoO_2, bioxydes instables à fonction acide réagissant immédiatement sur un excès de protoxyde en donnant les sesquioxydes Ni_2O_3 ou Co_2O_3, qui apparaissent ainsi comme des oxydes salins. On sait d'ailleurs que Co_2O_3, comme Mn_2O_3, est aussi basique. Enfin rappelons que nous avons mis en évidence par une méthode différente ([4]) la formation par voie humide de Ni_3O_4, autre oxyde salin analogue à Mn_3O_4 et Co_3O_4. Pour le fer au contraire on ne peut caractériser que le degré d'oxydation correspondant au sesquioxyde.

En résumé les hydroxydes manganeux, nickeleux et cobalteux se comportent de façon absolument identique au cours de leur oxydation par le persulfate de sodium. Pour l'hydroxyde ferreux on ne peut conclure avec certitude.

CHIMIE THÉORIQUE. — *Une méthode de calcul de l'influence des substituants sur la répartition des charges électroniques d'une molécule aromatique. Application à certains carbures cancérigènes.* Note ([1]) de Mme **Alberte Pullman.**

L'introduction d'un substituant ou d'un hétéroatome (que nous désignerons désormais par le terme général de *substituant*) dans un hydrocarbure aromatique a pour effet de modifier la réactivité de la molécule (elle détermine par exemple la place d'une seconde substitution éventuelle). Wheland et Pauling ([2]) ont étudié cette question par la méthode des orbites moléculaires qui conduit, dans le cas des grosses molécules, à des calculs pénibles et à des résultats peu satisfaisants. Nous avons cherché

([5]) *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 130.

([1]) Séance du 22 octobre 1945.

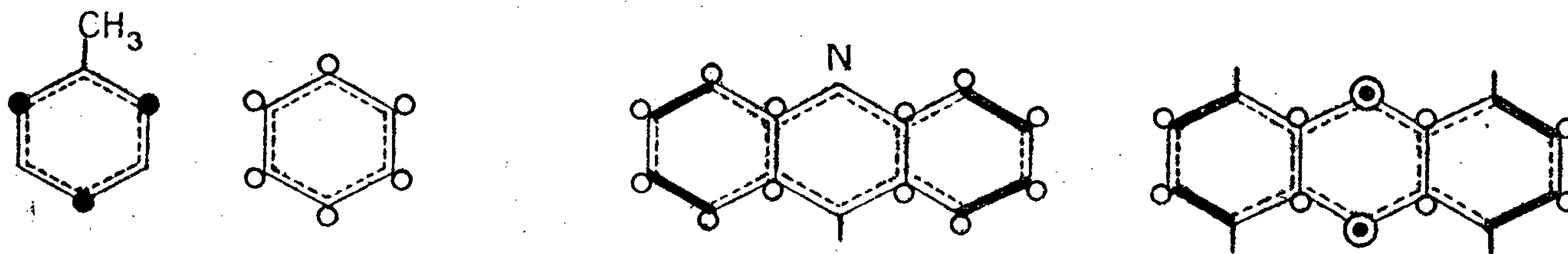
([2]) *Journ. of Am. Chem. Soc.*, **57**, 1935, p. 2086.

à introduire cette influence dans le cadre de la méthode du *diagramme moléculaire* [3] (diagramme des charges électroniques) qui est relativement simple et donne de bons résultats dans le cas des hydrocarbures non substitués.

Le problème qui se pose est de savoir quels points de la molécule sont particulièrement affectés par la présence du substituant et de déterminer quantitativement la perturbation. Nous avons spécialement étudié le cas du radical méthyle (substitué à un hydrogène de l'hydrocarbure) et celui de l'azote (à la place d'un carbone du cycle), en vue de répondre aux deux questions de ce problème. Le principe de la méthode que nous indiquons est très probablement applicable à d'autres substituants.

En accord avec Wheland et Pauling [2] nous considérons que CH_3 repousse les électrons, alors que N au contraire les attire. Nous décomposons l'effet en deux : l'effet sur la résonance, et l'effet inductif du substituant en son voisinage. Pour introduire le premier effet, nous calculons les diagrammes électroniques pour chaque degré d'excitation de la même façon que dans la méthode de Swartholm [4] avec la modification suivante : pour une liaison ineffective donnée aboutissant en un sommet substitué, nous admettons que les deux électrons sont rejetés à l'autre sommet si le substituant est répulsif (CH_3); au contraire qu'ils sont rejetés au sommet substitué si le substituant est attractif (N). On calcule alors le diagramme des charges à l'aide des nombres obtenus qui leur sont proportionnels. En ce qui concerne l'effet inductif, nous admettons qu'un substituant attractif diminue de 50 % la charge du sommet adjacent et de 10 % celle du sommet suivant. L'effet est inverse pour un substituant répulsif. Étant donnée la grande dimension des zones des liaisons par rapport à celles des sommets, il est licite de supposer que la charge des liaisons n'est pas modifiée de façon sensible.

Nous donnons comme exemple les diagrammes obtenus pour le toluène (comparé au benzène) et pour l'acridine (comparée à l'anthracène) [5].



On comprend ainsi pourquoi les points actifs du toluène sont *ortho* et *para*; on comprend également que l'acridine soit un corps particulièrement stable.

---

(3) *J. de Chim. Phys.* (sous presse).

(4) *Arkiv for Kem., Min., Geol.*, mai 1941.

(5) Pour les notations, voir Daudel et Pullmann, *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 201.

Nous avons appliqué cette méthode à certaines benzacridines; le Tableau ci-dessous montre que les résultats semblent confirmer l'hypothèse faite par nous précédemment [6] quant à la nécessité d'une région mésophénanthrénique fortement chargée pour l'apparition du pouvoir cancérigène dans cette classe de corps.

	7-8 benzacridines.		5-6 benzacridines.	
	Charge Rmp unités arbitraires.	Activité.	Charge Rmp unités arbitraires.	Activité.
Simple............	172	inactive	162	inactive
Monométhylée	207	active	187	»
Diméthylée........	222	trés active	174	»

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les hydrazides de l'acide nicotique : le bis-nicotamide (dihydrazide nicotique symétrique).* Note de M. **Jean-Albert Gautier**, présentée par M. Marcel Delépine.

La publication de divers Mémoires étrangers [1] récemment parvenus à la connaissance des lecteurs français m'incite à exposer les résultats partiels que j'ai obtenus au cours de recherches sur les hydrazides de l'acide nicotique. La présente Note a particulièrement pour objet la description du dihydrazide symétrique (C_5H_4N) CONH-NHCO (C_5H_4N) non encore préparé, à ma connaissance. Ce composé m'a paru présenter de l'intérêt pour des raisons d'ordre biologique, liées à la notion nouvelle d'*antimétabolite* [2] et d'*antivitamine*. La découverte, par Meunier et Mentzer [3], de l'antivitamine K amena ces auteurs à envisager comme doués d'activité *anti* les corps que l'on obtient par doublement des molécules à action vitaminique [4]. Il m'a semblé aisé de contrôler cette hypothèse dans le cas du facteur PP, dont la constitution chimique est particulièrement simple (amide nicotique); le doublement de sa molécule autour de l'unique groupement fonctionnel qu'elle renferme $(CONH_2)$, amenait à envisager dans ce cas, comme antivitamine spécifique, le dihydrazide symétrique dont la constitution est donnée plus haut, et que l'on peut nommer *bis-nicotamide*.

L'expérience m'a montré que ce composé pouvait être obtenu facilement au moyen de réactions classiques. Bien que cette Note soit consacrée à la relation de résultats purement chimiques, j'indiquerai d'ores et déjà que les essais

---

(6) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 140.

(1) En particulier, Fox et Field, *J. Biol. Chem.*, 147, 1943, p. 651.

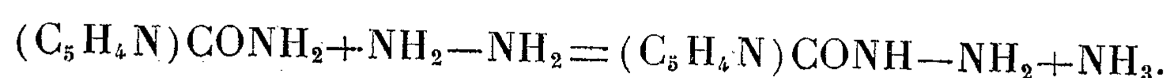
(2) Knight, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 27, 1945, p. 276.

(3) *Comptes rendus*, 215, 1942, p. 259.

(4) *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 25, 1943, p. 84.

biologiques auxquels a été soumis le bisnicotamide tendent à lui dénier toute activité antivitaminique [5].

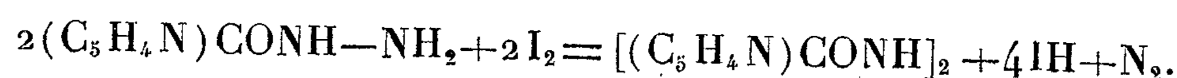
Le bis-nicotamide se forme régulièrement au cours de l'oxydation du monohydrazide nicotique, $(C_5H_4N)—CONH—NH_2$. Ce dernier a été obtenu antérieurement par Curtius et Mohr [6] au moyen de l'hydrate d'hydrazine et du nicotate d'éthyle; Fox et Field (*loc. cit.*) ont préféré le préparer par une réaction comparable à celle qui donne naissance au benzhydrazide [7], à partir de l'amide nicotique :



$$(C_5H_4N)CONH_2 + NH_2—NH_2 = (C_5H_4N)CONH—NH_2 + NH_3.$$

Simultanément, j'avais de mon côté utilisé, pour accéder au monohydrazide, l'une et l'autre voie et donné la préférence à la première; elle est en effet expéditive et livre d'emblée un produit pur avec le rendement théorique; quand, par contre, on chauffe, comme Fox et Field, l'amide nicotique avec l'hydrazine en solution aqueuse, la réaction, pour peu qu'on opère sur des quantités de quelque importance, est lente et incomplète, ce qui pose le problème délicat de la séparation de l'hydrazide et de l'amide en excès (mêmes caractères de solubilité).

J'ai obtenu le monohydrazide sous forme de cristaux incolores très solubles dans l'eau, F 161°,5 (bloc); Curtius et Mohr (*loc. cit.*), de même que Fox et Field, indiquent F 158-159°. Sa fonction hydrazide lui confère des propriétés réductrices accentuées; sous l'influence de l'iode en milieu neutre, il libère la moitié de l'azote de la fonction hydrazide en se transformant en dihydrazide



$$2(C_5H_4N)CONH—NH_2 + 2I_2 = [(C_5H_4N)CONH]_2 + 4IH + N_2.$$

En milieu alcalin, l'iode et le brome le décomposent plus profondément avec élimination à l'état gazeux de la totalité de l'azote hydrazidé (une molécule N_2 pour une d'hydrazide).

La transformation du monohydrazide en dihydrazide symétrique est réalisable par les procédés appliqués aux hydrazides de l'acide benzoïque [7], [8] : oxydation en milieu alcoolique par l'iode ou l'oxyde jaune de mercure. Le second moyen est ici préférable, l'action de l'iode pouvant conduire à précipiter le dihydrazide formé sous forme d'un periodure dont il est difficile de le régénérer.

Le monohydrazide en solution alcoolique est agité quelques heures avec la quantité théorique d'oxyde jaune finement pulvérisé; on observe un dégagement d'azote et la réduction de l'oxyde; le bis-nicotamide, peu soluble, précipite avec le mercure. On

---

(5) Ces essais, effectués en commun avec M. P. Cordier, seront exposés en détail dans un autre Recueil.

(6) *Ber. d. chem. Gesellsch.*, **31**, 1898, p. 2493.

(7) CURTIUS et STRUVE, *J. prakt. Chem.*, **50**, 1894, p. 296.

(8) CURTIUS, *J. prakt. Chem.*, **52**, 1895, p. 219.

l'extrait au moyen de l'acide chlorhydrique du précipité mixte essoré et on l'isole en le précipitant de nouveau par exacte neutralisation; les eaux mères alcooliques, distillées, en abandonnent une nouvelle quantité; R' 70 %.

Le bis-nicotamide forme une poudre blanche, très peu soluble dans l'eau et les solvants organiques, F 226°. C'est un composé stable, résistant à l'action décomposante des acides et des alcalis; peu réducteur en milieu neutre, il est par contre oxydable en milieu alcalin au niveau de sa fonction hydrazide : sous l'influence de l'hypobromite et de l'hypoiodite, il perd, dès la température ordinaire, la totalité de son azote hydrazidé sous forme élémentaire, avec transformation au moins partielle en acide nicotique. Sa molécule présente la particularité de renfermer à la fois deux atomes d'azote à propriétés acides (ceux de la fonction hydrazide) et deux à propriétés basiques (azotes intranucléaires); de sorte qu'il se comporte en définitive comme amphotère : il forme, grâce aux azotes fonctionnels, des sels alcalins, jaunes et solubles, un sel d'argent, jaune et insoluble, les uns et les autres peu stables, difficiles à isoler purs; d'autre part, il donne, par ses azotes intracycliques, des sels bien définis, cristallisés, solubles dans l'eau et l'alcool : dichlorhydrate, F 235° (déc.), diiodhydrate, F 248° (déc.), ainsi qu'un periodure complexe, de composition $(C_{12}H_{10}N_4O_2)$, 2IH, I_3, poudre brune insoluble, F vers 200°, cédant facilement en milieu aqueux ses trois atomes d'iode d'addition. Le bis-nicotamide forme aussi un iodométhylate, mais qui, instable, se résinifie en cours de purification.

En résumé, le bis-nicotamide présente les caractères des dihydrazides aromatiques tout en s'écartant de ces derniers par ses propriétés amphotères.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le mécanisme de la réaction de β-hydroxycarbonylation.* Note (1) de M. **Henry Gault**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'étude méthodique d'un grand nombre de réactions d'*aldolisation* et surtout de *cétolisation* (2), génératrices de β-hydroxyaldéhydes et, respectivement, de β-hydroxycétones, ensemble de réactions auquel j'ai proposé de donner le nom général de *β-hydroxycarbonylation*, en y incorporant les réactions d'*acidolisation*, génératrices de β-hydroxyacides, m'a conduit à suggérer une explication relative au mécanisme de cette réaction, lorsqu'elle s'effectue en milieu aqueux alcalin.

J'ai admis (3) que, dans ce cas, la condensation β-hydroxycarbonylique s'établit entre deux molécules de composés carbonylés, soit identiques, soit différentes, dont l'une a pris la forme d'*hydrate* et l'autre la forme d'*énolate alcalin*.

L'un des hydroxyles de la forme hydrate, *molécule associable*, se porte à l'un des atomes de carbone de la double liaison de la molécule énol, *molécule associante*, le reste hydroxyalcoolique libéré se portant à l'autre atome de carbone

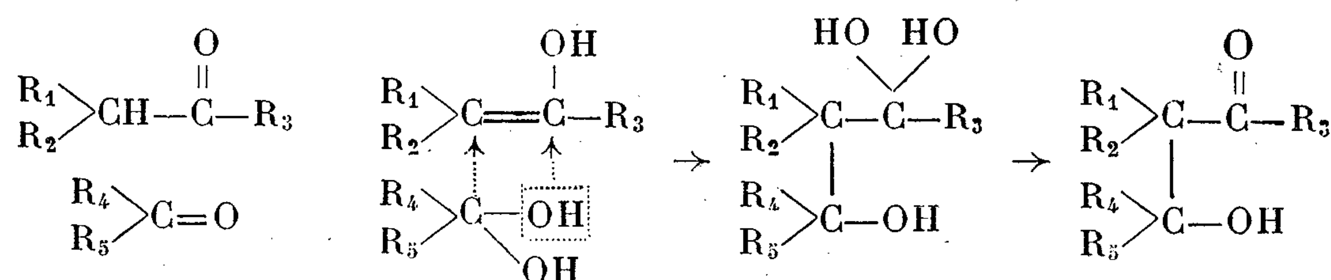
---

(1) Séance du 28 janvier 1946.

(2) H. Gault et R. Durand, *Comptes rendus*, **216**, 1943, p. 848; H. Gault et T. Wendling, *Bull. Soc. chim.*, 5e série, **3**, 1936, p. 567; H. Gault et L. Erichomovitch, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 294; H. Gault et J. Suprin, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 185.

(3) H. Gault, *Exposé de titres*, 1941.

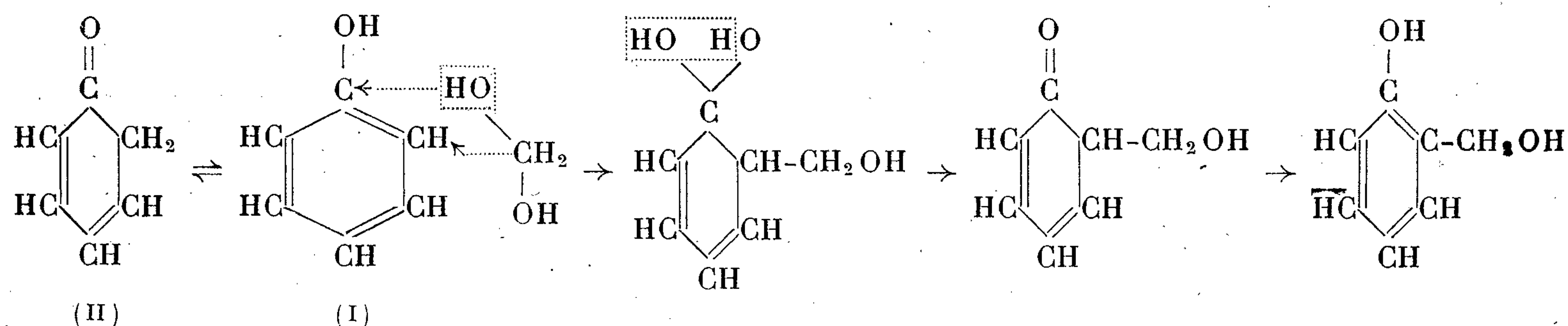
de cette même double liaison



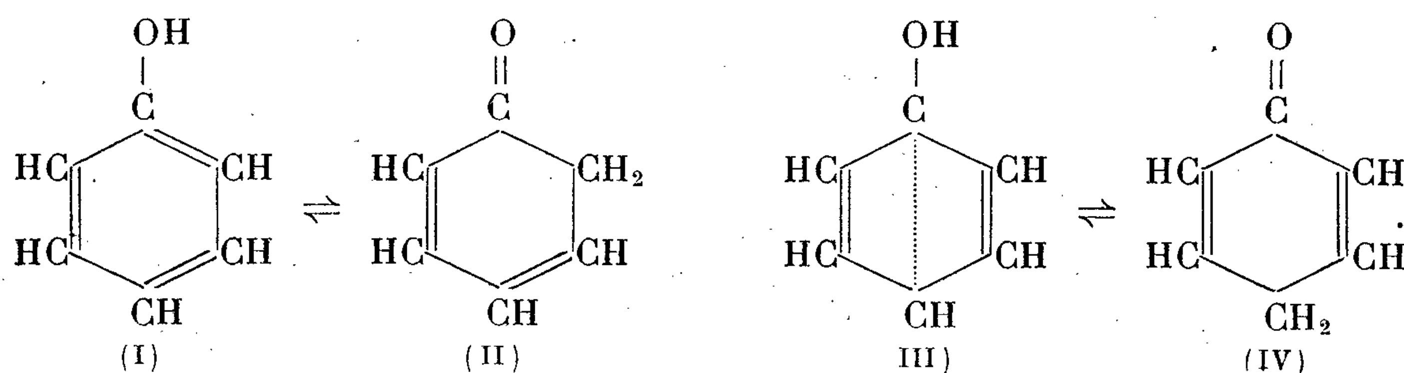
où R_1, R_2, R_3, R_4 et R_5 peuvent être soit des atomes d'hydrogène, soit des radicaux identiques ou différents.

On peut se demander si cette hypothèse n'est pas transposable à la condensation β-hydroxycarbonylique d'autres molécules que celles des composés carbonylés proprement dits entre eux, par exemple à la condensation, en milieu aqueux alcalin, des *phénols* avec les aldéhydes, génératrices d'hydroxyalcoylphénols et, entre autres, à la condensation du phénol lui-même avec le formaldéhyde qui engendre la saligénine comme produit principal de la réaction.

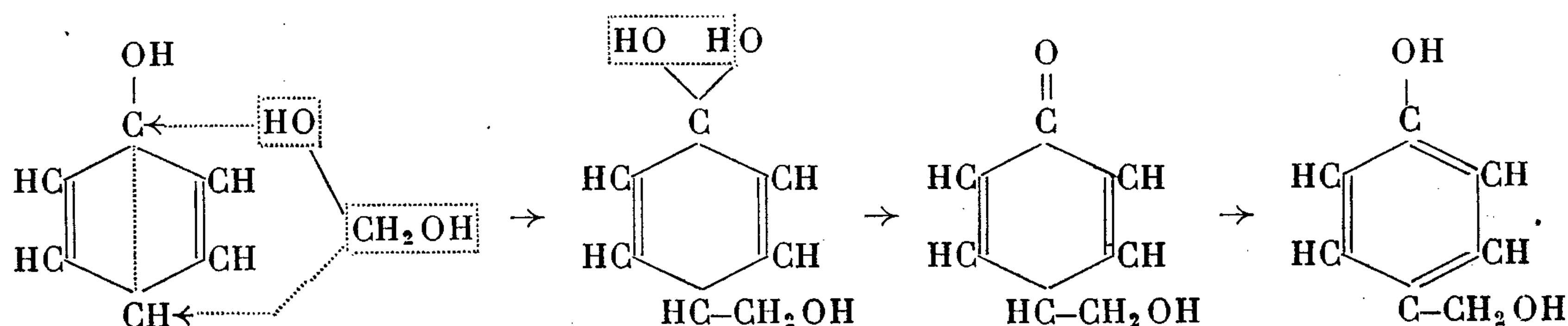
Si l'on envisage que le phénol est la forme énolique [cyclohexatriénol (I)] de la cyclohexadiénone (II), la formation de la saligénine peut s'expliquer par un mécanisme identique à celui que je viens d'exposer, en admettant que l'un des hydroxyles de l'hydrate de formaldéhyde se porte à l'un des atomes de carbone de la double liaison énolique, le reste hydroxyméthylique se portant à l'autre atome de carbone de cette même double liaison :



On sait toutefois que la condensation phénol-formaldéhyde donne simultanément naissance à de petites quantités de *p*-hydroxyméthylphénol, et je suis ainsi conduit à admettre que le phénol est, en réalité, un mélange de deux formes tautomériques se rattachant l'une [cyclohexatriénol (I)] à la cyclohexadiénone (II), l'autre [cyclohexadiénol ponté (III)] à la cyclohexadiénone (IV), formes qui présentent toutes deux le même pouvoir additif au regard des deux groupements constituants du formaldhéhyde : l'hydroxyle et le reste hydroxyméthylique :



On comprend ainsi que, le cyclohexatriénol (I) conduisant à l'*o*-hydroxyméthylphénol, c'est-à-dire à la saligénine, le cyclohexadiénol (III), à pont instable, engendre le *p*-hydroxyméthylphénol :



Ces vues, émises sur le plan purement atomique, ne paraissent pas être en désaccord avec les hypothèses électroniques ([4]), étendues au cas des phénols.

Du fait, d'ailleurs, que les réactions de β-hydroxycarboxylation dont je cherche à élucider le mécanisme, entre autres les réactions de condensation entre phénols et aldhéhydes, sont exclusivement, pour l'instant. celles qui s'établissent *en milieu aqueux alcalin*, on doit considérer que ce sont, en fait, des réactions entre ions, auxquelles j'ai reconnu qu'il est possible de donner, précisément, une interprétation ionique.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparation et propriétés du benzylcæsium.* Note ([1]) de M. **Jean de Postis**, présentée par M. Louis Hackspill.

L'attaque du benzène, pur et sec, par le cæsium a été observée il y a plus de trente ans ([2]). Elle a lieu sans dégagement gazeux, et donne naissance à un produit amorphe noir, insoluble dans le benzène et dans l'éther, spontanément inflammable à l'air, donnant avec l'eau de l'hydrate CsOH et un carbure d'hydrogène solide fondant vers 70°.

Nous avons repris cette expérience en remplaçant le benzène par le toluène.

Les corps réagissants, soigneusement purifiés, étaient amenés au contact par distillation dans le vide de la trompe à mercure.

A froid, le cæsium est apparemment inaltéré sous le carbure, la surface du métal reste brillante; mais, au voisinage de 28°,5, température de fusion du cæsium, une réaction prend naissance, avec formation d'un produit floconneux brun foncé et dégagement d'hydrogène. En chauffant légèrement, l'attaque devient rapide et, en présence d'un excès de toluène, on arrive par agitation à transformer la totalité du métal mis en jeu.

La combinaison obtenue n'est soluble ni dans le toluène, ni dans l'éther, ni dans le cyclohexane. Après séchage dans le vide, c'est-à-dire débarrassée de tout liquide humectant, sa couleur reste brune, mais d'un ton beaucoup plus

([4]) B. Eistert, *Tautomerie und Mesomerie*, 1938. Stuttgart.

([1]) Séance du 16 avril 1945.

([2]) L. Hackspill, *Comptes rendus du Congrès de Chimie*, New-York, **2**, 1912, p. 113; *Helv. Chim. Acta*, **11**, 1928, p. 1003.

clair. Dans cet état elle se détruit rapidement à l'air en répandant une forte odeur d'acide phénylacétique.

Sa formule a été établie de plusieurs manières :

1° La masse de cæsium mis en œuvre étant connue, on a mesuré le volume d'hydrogène dégagé :

Masse de cæsium	0,518 (4)
Volume gazeux recueilli à 15°, 760^{mm} Hg	43$^{cm^3}$

Théoriquement, à 0° et 760^{mm} Hg, on aurait

$$\frac{11200 \times 0,5184}{133} = 43^{cm^3},5 \qquad (Cs = 133),$$

ce qui, ramené à 15°, donne 45$^{cm^3}$,8 au lieu de 43$^{cm^3}$ obtenu expérimentalement.

On peut donc évaluer le rendement de la réaction en produit de subtitution à $43/46 = 0,94$ environ.

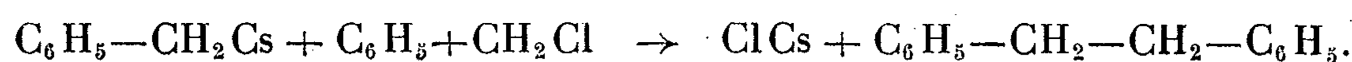
2° La combinaison obtenue a été pesée dans le vide, ce qui a donné

$$\frac{\text{masse de composé}}{\text{masse de cæsium}} = \frac{2^g,176}{1^g,347} = 1,62.$$

Le calcul donne

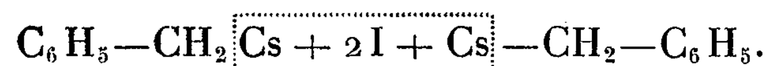
$$\frac{C_7H_7Cs}{Cs} = 1,685, \qquad \text{tandis que } \frac{C_7H_6Cs_2}{2\,Cs} = 1,338.$$

3° Une quantité calculée de chlorure de benzyle $C_6H_5—CH_2Cl$, ajoutée graduellement à de l'éther tenant en suspension le composé cæsique, attaque ce dernier et fournit un précipité blanc de chlorure de cæsium. L'éther évaporé abandonne des cristaux de dibenzyle fondant à 52°. Il paraît naturel d'admettre que la réaction est la suivante :



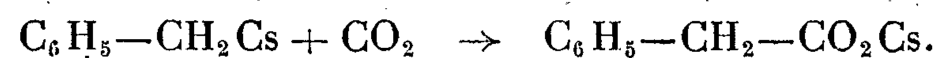
$$C_6H_5—CH_2Cs + C_6H_5+CH_2Cl \rightarrow ClCs + C_6H_5—CH_2—CH_2—C_6H_5.$$

4° L'iode introduit dans les mêmes conditions fournit également le dibenzyle et l'iodure de cæsium :



$$C_6H_5—CH_2\boxed{Cs + 2I + Cs}—CH_2—C_6H_5.$$

5° Enfin, avec l'anhydride carbonique, en milieu éthéré, on obtient l'acide phénylacétique facile à caractériser

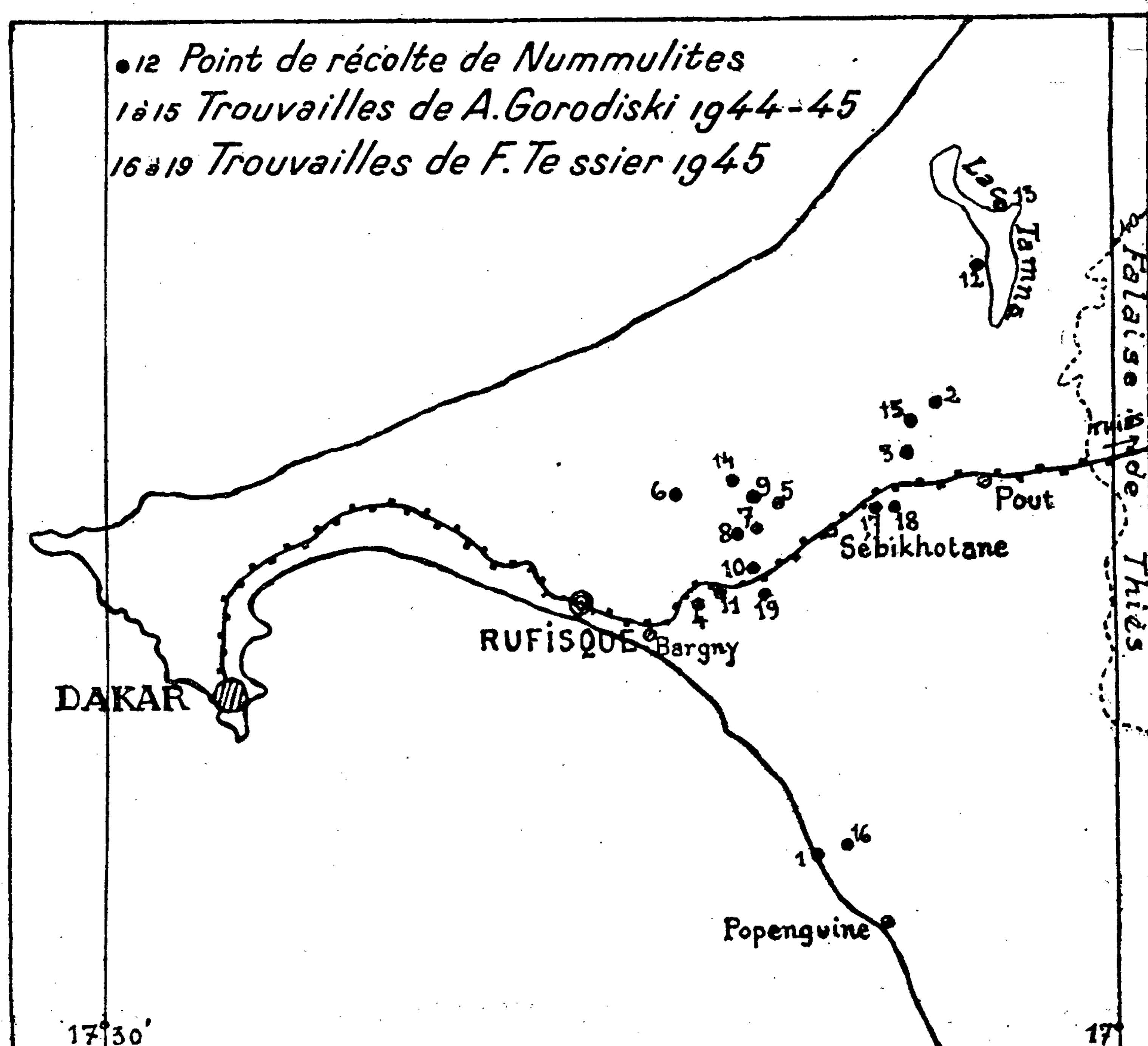


$$C_6H_5—CH_2Cs + CO_2 \rightarrow C_6H_5—CH_2—CO_2Cs.$$

En résumé, le cæsium réagit à partir de sa température de fusion sur le toluène en donnant le composé $C_6H_5—CH_2Cs$ (benzylcæsium), solide brun, d'apparence amorphe, réagissant dès la température ordinaire sur un grand nombre de corps.

GÉOLOGIE. — *Contribution à l'étude du Lutétien du Sénégal.* Note ([1]) de MM. **Alexandre Gorodiski** et **Fernand Tessier**, présentée par M. Charles Jacob.

F. Jacquet ([2]) a donné une coupe de Dakar au Cayor, considérée jusqu'à ces derniers temps comme un schéma de la stratigraphie du Sénégal. La découverte, au cours des années 1944 et 1945, de nombreuses Nummulites lutétiennes dans des faciès auparavant attribués à l'Éocène de base oblige à modifier cette coupe dans le secteur compris entre Rufisque et la falaise de Thiès. On trouvera sur le croquis au 1/500.000ᵉ la position des points de récolte.



Faciès. — Le pédoncule de la Presqu'île du Cap Vert est constitué sur une douzaine de kilomètres par une épaisse accumulation sableuse présentant en surface des modelés dunaires plus ou moins récents. Ces sables masquent

([1]) Séance du 4 Février 1946.
([2]) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 335

complètement la relation de la série de Dakar avec une série marneuse qui affleure dès l'ouest de Rufisque et que constituent les Marnes de Tiokho à l'Ouest et les Marnes de l'Ouaiga à l'Est. Ces dernières, dont l'épaisseur minima est de 40 mètres (base inconnue), sont surmontées par les Calcaires de Bargny (15 mètres environ) localement discordants : dépôts bréchoïdes et phosphatés à la base. On y relève de nombreuses intercalations de marnes ainsi que plusieurs niveaux de silex et divers faciès calcaires englobés sous la même rubrique. Au-dessus viennent des argiles blanches légèrement marneuses (Yen, Pantior, Camp de Sébikotane) contenant à divers niveaux des bancs plus durs : silex blanc bleuté, calcaire siliceux brun, calcaire phosphaté silicifié (Sébikotane), calcaire phosphaté (Keur Yakha N'Diaye), silex phosphatés (Lguer), phosphate de chaux (Keur Yakha N'Diaye).

La série se termine au lac Tamna par des calcaires blancs lapiazés, peu épais; vers la côte sud ils deviennent en partie gréso-glauconieux.

L'ensemble lithologique énuméré correspond aux n°s 4 à 7 de la coupe I de Jacquet ([1]) et se développe d'Ouest en Est.

Age. — La faune découverte nous interdit de subordonner cette série à la suite naturelle de la coupe : calcaires coquilliers de Bandia et marnes de la falaise de Thiès, que, à la suite de Jacquet, nous considérons comme probablement yprésiennes. En effet, dans de nombreux silex trouvés sur les aires d'extension des Marnes de L'Ouaiga, dans le calcaire de Bargny et dans les faciès supérieurs, L. M. Davies, qui a bien voulu se charger de l'étude de ces échantillons, a déjà déterminé des espèces de Nummulites dont certaines ont été signalées en d'autres points du Sénégal ([3]) :

Nummulites curvispira (Savi et Menegh.) très nombreuses. — Points 1, 3, 18, 19.
N. cf. gizehensis (Forskal) fragments. — Points 3, 19.
N. cf. Heeri (de La Harpe) rares ou très rares. — Points 1, 3.
N. cf. Beaumonti (d'Archiac) rare. — Point 3.

N. Beaumonti d'Archiac n'avait pas encore été signalée au Sénégal; seule sa forme mégasphérique *N. sub.-Beaumonti* de La Harpe l'avait été ([2]).

L'âge de ces formations est donc Lutétien Supérieur; la présence de quelques rares *N. Heeri* ne pouvant être retenue en face de l'abondance de *N. curvispira*.

Les autres fossiles, en particulier diverses espèces d'Orthophragmines, n'ont pas encore été l'objet de déterminations.

Quel est donc le rapport de ce Lutétien Supérieur avec l'Yprésien de la falaise de Thiès qui le domine topographiquement à l'Est? L'Yprésien ayant un faible pendage Est (6/1000 à Thiès), et le niveau Lutétien à *N. curvispira* ayant été en plus retrouvé à l'Est de la falaise, il y a lieu de penser qu'une faille a abaissé le compartiment situé à l'Ouest de la falaise, mais son tracé exact sur le terrain reste encore à préciser.

([3]) J.-F. Flandrin et F. Jacquet, *Bull. Soc. Géol. France*, 5e série, 6, 1936, pp. 363-373.

En conclusion : 1° la série citée à partir des Calcaires de Bargny inclus appartient certainement au Lutétien Supérieur;

2° elle ne présente pas de relation visible avec la série de Dakar;

3° elle est séparée de la falaise de Thiès par un contact anormal vraisemblablement faillé.

GÉOLOGIE. — *Sur le dispositif des fractures dans la région d'Abreschwiller, au Sud de Sarrebourg.* Note (¹) de M. **Fridolin Firtion**, présentée par M. Emmanuel de Margerie.

Les pentes vosgiennes vers Sarrebourg présentent la succession classique des terrains triasiques depuis le Grès vosgien des crêtes jusqu'au Muschelkalk sarrebourgeois, succession dont la régularité est pourtant troublée par des failles d'âge alpin déjà observées avant moi (²), mais au sujet desquelles il m'est possible de présenter quelques précisions, à la suite de courses autour d'Abreschviller, antérieures à 1939.

Les deux Sarre, blanche et rouge, et la Bièvre, ainsi que leurs affluents, entaillent en un dispositif sensiblement conséquent dans l'ensemble (sauf quelques irrégularités de détail sur lesquelles je ne puis m'arrêter ici), les tables gréseuses et marno-dolomitiques triasiques, de manière assez sensible pour permettre l'observation d'ailleurs difficile en contrée boisée.

1. *Failles directionnelles.* — Les failles les plus apparentes, au moins par leur nombre, sont orientées SSW-NNE et groupées en un faisceau assez serré qui est relayé au NE par le faisceau de Phalsbourg comportant des failles de même direction générale. On est ainsi amené à considérer toutes ces failles comme directionnelles rhénanes.

Suivies de plus près, les failles ne sont d'ailleurs ni rectilignes, ni exactement parallèles entres elles. Leurs amplitudes approximatives qui varient pour une même faille au long de son parcours, sont elles-mêmes très diverses. Les valeurs maximales de ces amplitudes sont indiquées entre parenthèses dans le texte ci-après. On peut distinguer en descendant la pente vosgienne, de l'E à l'W, les failles suivantes : 1° faille Saint-Quirin, Abreschviller, La-Valette (20^m), se prolongeant au NE par la faille Sitifort, Rehthal qui se continue vers Arzviller (20^m); 2° faille Saint-Quirin, Vasperviller, Abreschviller, Biberkirch, Vallerysthal, Schafkopf ($20-60^m$); 3° faille Saint-Quirin, Chapelle Sainte-Claire, Vasperviller, la Tuilerie, Voyer ($5-15^m$); 4° faille Voyer, Melkerhof, Schindelthal ($20-25^m$); 5° faille Halle, Pont-Poucher, Haute-Bourdonne (12^m); 6° faille Halle, Jean Limon,

(¹) Séance du 4 février 1946.

(²) Notamment par A. Tornquist, L. van Werveke, dont les levés ont été utilisés en vue de l'établissement de la carte murale d'Alsace et de Lorraine au 1/200000ᵉ sous la direction de E. de Margerie.

Barville-Haut, Bourdonne, Harzwiller, Schindelthal (12-20m). En plus à l'W de ce réseau, un accident, en grande partie masqué par des formations superficielles, affecte près de Hesse le Muschelkalk inférieur et moyen.

Les failles ont presque toutes un regard WNW, à l'exception des failles numérotées ci-dessus 3° (Saint-Quirin-Voyer) et 5° (Halle-Haute-Bourdonne), qui sont légèrement compensatrices. Elles découpent la pente vosgienne en compartiments allongés directionnellement, monoclinaux, oligoclinaux ou aclinaux, parfois légèrement gauchis, tel celui borné par les failles 2° et 4°, faiblement incurvé en voûte entre Voyer et Biberkirch.

2. *Failles transverses.* — Elles sont moins nombreuses que les précédentes, de direction moins constante et moins rectilignes. Des accidents de même direction se retrouvent dans la région de Lunéville (carte géologique au 1/80 000e, feuille 70, Lunéville, 2e édition). Ce sont du NE au SW : 1° faille Saint-Léon, Wolfsthal, Voyer, Barville-Bas (20m); 2° faille Saint-Quirin, Engelthal, Quatre-Chemins, Kulberg (40-50m); 3° faille Saint-Quirin, Chapelle Notre-Dame-de-Lohr, Halle, Halmoze, Fraquelfing (20-60m); 4° faille forêt de Labreheux, Voinotte, Neuve-Grange, Niederhof (35-80m) qui paraît être en continuité avec la faille du Blanc-Rupt qui s'étend jusqu'au pied Nord du Donon (60m).

Conclusion. — Parmi toutes ces fractures, c'est le faisceau de failles directionnelles qui attire surtout l'attention. Sa parenté avec le faisceau de Phalsbourg, qui le relaie au Nord-Est, et avec le système de failles directionnelles du champ de fractures de Saverne, est très sensible. On notera en outre le fait suivant : tandis que les failles sont en direction rhénane dominante SSW-NNE, leur ensemble : faisceaux d'Abreschviller et de Phalsbourg réunis, se dessine en une zone de direction SW-NE, dispositif en écho de tectonique hercynienne (varisque) sur lequel M. G. Dubois [3] a rappelé récemment l'attention en ce qui concerne le champ de fractures de Saverne.

GÉOCHIMIE. — *Étude d'un glissement de terrain dû à la présence de Glauconie.* Note de Mme **Marthe Proix-Noé**.

Les falaises mollassiques qui couronnent l'amphithéâtre de la baie d'Alger s'effondrent périodiquement à la fin de la saison des pluies dans la région dite de Mustapha Supérieur. Il y a éboulement de la falaise et glissement des marnes sur les pentes. Ces accidents avaient déjà été observés par la Société Géologique de France lors de sa réunion extraordinaire à Alger le 7 octobre 1896 [1]. Depuis 1896 l'amplitude de ces

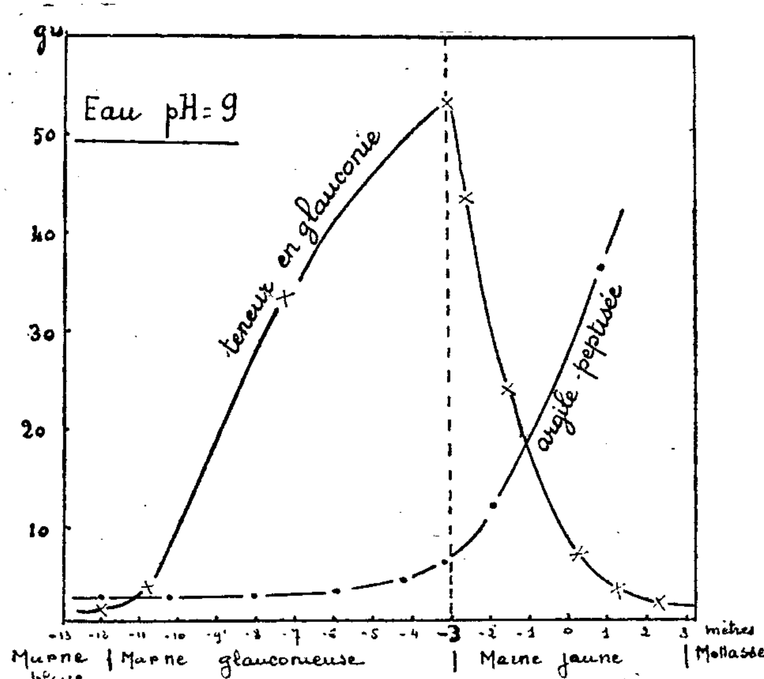
---

(3) *C. R. Soc. Géol. Fr.*, n° 15, 1944, pp. 169-171.

(1) Ficheur, *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 24, 1896, pp. 944-949 et 959-973.

accidents ne fait que croître par suite du déboisement effectué sur les pentes en vue de lotissements urbains.

La coupe géologique des terrains affectés est la suivante : la molasse de Mustapha forme des falaises pouvant avoir une épaisseur de 80^{m} dont 35 à 40^{m} visibles ; c'est un calcaire sableux ou gréseux blanc jaunâtre à *Pecten scabrellus*, en contact franc avec des marnes grises, bleues ou jaunâtres, sableuses ou à lits sableux fossilifères à *Ostrea cochlear* et *Turritella angulata*, d'épaisseur variable ; elles se rattachent au Plaisancien et surmonteraient des marnes bleues d'époque carténienne, d'épaisseur également variable en contact franc sur des grès carténiens compacts.



En janvier 1943, l'éboulement de la falaise a pris l'aspect d'un effondrement de blocs de mollasse dans l'assise marneuse. Nous avons étudié les causes physico-chimiques du phénomène. Au moment des pluies, la quantité d'eau qui afflue est considérable, tant par ruissellement que par infiltration ; cependant la localisation des effondrements oblige à ne considérer que les eaux d'infiltration provenant soit de l'impluvium, soit des eaux de circulation souterraine et affectant un terrain particulier très localisé. Les eaux en circulation souterraine proviennent de la plaine de Châteauneuf, qui reçoit en outre les eaux de ruissellement du massif montagneux de la Bouzareah.

La visite sur le terrain après l'effondrement et entre deux grosses averses a permis de constater qu'il n'y avait aucun suintement d'eau dans la mollasse. D'autre part toute la masse argileuse est imprégnée d'eau jusqu'à l'assise gréseuse, mais il n'a pu être fait de prélèvement d'eau que dans la marne jaune sous la mollasse.

On peut en conclure que l'eau en circulation dans toute la marne trouve un passage privilégié dans la marne jaune. Le pH pris sur le terrain est fortement alcalin (pH 9). L'analyse chimique de l'eau ci-après donne,

Composition chimique de l'eau circulant dans la marne

(1 litre d'eau contient : résidu sec à 180°, 0g,914).

Cation...	potassium.......	K_+....................	g 0,051
	sodium..........	Na_+....................	0,183
	calcium.........	Ca_{++}..................	0,160
	magnésium......	Mg_{++}..................	0,024
	fer + aluminium.	$Fe_{+++} + Al_{+++}$.........	0,010
Anion...	sulfurique.......	SO_{4--}..................	0,104
	chlore..........	Cl_-....................	0,189
	carbonique......	CO_3H_-................	0,140
Acide non dissocié,	silice....	SiO_2....................	0,147

outre les teneurs habituelles en électrolytes pour l'Algérie, une forte proportion de silice et d'ions alcalins. Un sondage exécuté sous les jardins d'El Biar directement menacés à été étudié au laboratoire, il en résulte que :

1° la glauconie se trouve à tous les niveaux sous l'aspect de grains typiques vert foncé et en quantité croissante jusqu'au niveau — 3m (courbe) et décroît brusquement, les grains s'altèrent et dans la mollasse ils se colmatent dans la masse.

2° à tous les niveaux, la glauconie est associée au même complexe de micro-fossiles, dont l'abondance est proportionnelle aux grains de glauconie.

3° à tous les niveaux on retrouve les mêmes grains de quartz anguleux en proportions constantes.

4° la composition de l'ensemble marneux, que l'on peut exprimer par le rapport CO_3 Ca/argile, est légèrement croissante jusqu'au niveau — 3m, où elle augmente brusquement jusqu'à la mollasse (courbe).

La marne jaune apparaît comme le lieu de réactions physico-chimiques intenses entre les niveaux — 3 et 0m.

L'action géochimique de l'eau est déterminée par la présence de la glauconie. La glauconie est essentiellement un aluminosilicate hydraté à fortes teneurs en potassium, dont la structure se prête aux échanges de bases ([2]).

En traversant la mollasse ou des terrains calcaires, l'eau s'est chargée en électrolytes, en particulier en sels de calcium. Au contact avec de la glauconie, il y a fixation de l'ion Ca″, et mise en liberté d'ions alcalins qui fixent l'eau à pH 9. L'eau alcalinisée agit comme agent peptisant sur les micelles colloïdales et hydrolyse les aluminosilicates, de sorte que la perméabilité augmente par remise en suspension des particules qui sont entraînées par l'eau en circulation et par la solubilisation de l'ion silicique. L'assise marneuse perd progressivement sa rigidité et glisse. L'affouillement à la base de la falaise provoque l'effondrement périodique de celle-ci.

([2]) JOHN W. GRUNER, *The American Mineralogist*, 20, 1935, p. 699; V. I. PARAMONOVA et E. A. MATEROVA, *Pedology* (en russe), 6, 1940, p. 65.

PALÉONTOLOGIE. — *Découverte en Europe de Ruminants fossiles à corne occipitale.* Note ([1]) de MM. **José F. de Villalta Comella**, **Origuel Crusafont Pairo** et **René Lavocat**, présentée par M. Charles Jacob.

On sait qu'il existe dans le Tertiaire supérieur des États-Unis un groupe de Ruminants, les Craniocératinés, qui possèdent, en outre des habituelles cornes orbitaires du frontal, une corne occipitale impaire bien développée. Par leur dentition, ces animaux se montrent voisins des Paléomérycidés européens. Bien que les mâchoires de ceux-ci soient assez abondantes dans plusieurs gisements, on n'a jamais signalé jusqu'ici de cornes pouvant leur être attribuées. Mais si l'on peut, à cause de cela, supposer que les *Paleomeryx* au sens strict étaient inermes, nous venons d'acquérir la certitude qu'il a existé dans le Tertiaire espagnol des Ruminants, très proches de *Paleomeryx* par leur dentition et munis d'une corne occipitale comme les *Cranioceras*. En effet le gisement de la Hidroelectrica dans la vallée du Manzanares, près de Madrid, a fourni les dentitions inférieures et supérieures, à type *Paleomeryx*, de plusieurs individus, en étroite association avec une corne orbitaire, une de position douteuse, et deux occipitales. Ces dernières se distinguent de leurs homologues américaines par le fait qu'elles sont bifurquées distalement, au lieu d'être simples. Le gisement renferme également *Mastodon angustidens* et *Anchitherium aurelianense* de petite taille, *Bunolistriodon latidens*, *Lagomeryx Meyeri* (déterminations Villalta et Crusafont). Cette association caractérise normalement le Miocène. C'est donc approximativement à la même époque qu'en Amérique, sinon même antérieurement, que nous constatons la présence en Europe, où il est signalé pour la première fois, du type si particulier de Ruminant, objet de la présente Note ([2]).

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Pléomorphisme du* Penicillium notatum *et potentialité antibiotique.* Note de MM. **Henri Velu**, **Jean Comandon**, **Pierre de Fonbrune** et **Maurice-Marie Janot**, présentée par M. René Souèges.

Dès le début de ces recherches sur le *Penicillium notatum*, nous avons été frappés par l'apparition, sur la gélose de Czapeck, la gélose d'isolement de Sabouraud, plus rarement sur gélose au moût, fréquemment sur les voiles en milieu liquide, de colonies secondaires blanches, duveteuses, qui rappellent immédiatement les cultures pléomorphiques des teignes.

([1]) Séance du 4 février 1946.

([2]) M. Jean Viret, qui a eu communication de moulages desdites cornes, veut bien me faire savoir que ses conclusions sont analogues aux miennes (R. Lavocat).

Au cours de nos essais sur la dissociation et sur les variations du *P. notatum* et sur l'analyse de la potentialité antibiotique des spores, d'abord par la méthode des dilutions et ensuite par la méthode des cultures monospores au micromanipulateur [1], nous avons obtenu, de façon régulière, sur gélose de Sabouraud, à partir de souches diverses, un certain nombre de types parmi lesquels une variété blanche, sporulant mal, ou même totalement asporogène qui représente un cas nettement caractérisé de pléomorphisme (au sens de Sabouraud). Ce pléomorphisme est défini par la perte progressive ou brutale des caractères culturaux : la margination de plus en plus envahissante des colonies, qui, finalement, sont constituées en totalité par un mycélium blanc mat, exubérant, très duveteux, poussant jusque sur les parois du tube; la faible coloration ou l'absence de coloration des revers; l'exsudation nulle ou peu accusée et, dans ce cas, incolore; l'irrégularité de forme et de taille, ainsi que la mouillabilité des spores quand elles existent; la présence d'hyphes avec cellules souvent boursouflées, bourgeonnantes, dans les cultures plurispores en chambre à huile [2].

Les souches 4222 de l'Institut Lister, 1249 des N. R. R. L. (Northern Regional Research Laboratories, Peoria, U. S. A.), 1978 ont présenté une tendance très marquée au pléomorphisme, tendance beaucoup moins accusée chez d'autres souches, chez 832 N. R. R. L. 1951 (*P. chrysogenum*) par exemple.

Nous avons suivi sur l'une d'elles (4222 de Lister), pendant trois générations monospores, la fixité des caractères de trois types dissociés, dont un blanc pléomorphique. Les 56 mycéliums obtenus sur Sabouraud à la troisième génération reproduisent très exactement les caractères des mycéliums déjà sélectionnés dont ils sont issus. Les souches pléomorphisées donnent fréquemment, en milieu liquide, des cultures submergées, d'aspect gélatineux, visqueux, qui finissent par produire tardivement un voile secondaire. Leur activité bactériostatique est souvent très faible ou nulle; d'autres fois elle est égale à celle des autres dissociations de la même souche, ce qui tendrait à faire croire que ces variations d'activité sont le fait d'un pléomorphisme incomplet et de la formation lente et difficile des voiles en milieu liquide.

Par cultures successives, la transformation pléomorphique devient de plus en plus complète; les phialospores finissent par disparaître. Le retour au type d'origine devient de plus en plus difficile sur Sabouraud, comme Langeron et Milochevitch l'ont observé pour les dermatophytes [3].

---

(1) *Soc. franc. de Microbiol.*, séance du 7 février 1946.

(2) J. Comandon et P. de Fonbrune, *Ann. Inst. Pasteur*, 60, 1938, p. 113.

(3) *Ann. de Parasit.*, 15, 1937, p. 177.

Cependant, lorsque la culture n'est pas complètement pléomorphisée, le passage sur moût permet, dans une certaine mesure, ce retour plus ou moins rapide au type d'origine, mais les colonies conservent alors une large marge blanche, duveteuse, asporogène; cette constatation vient à l'appui de la thèse de Langeron et Milochevitch sur l'absence de pléomorphisme des dermatophytes dans les milieux naturels.

En résumé, comme les dermatophytes, le *Penicillium notatum* peut présenter un pléomorphisme, difficilement réversible, qui peut s'accompagner d'une réduction ou même de la suppression de l'activité bactériostatique. La margination marquerait le premier pas vers le pléomorphisme. Les cultures monospores semblent indispensables pour faciliter l'obtention de spores à grande potentialité antibiotique.

ÉCONOMIE RURALE. — *Essais de culture de 23 variétés de Soja à la Station universitaire de Richelieu (Indre-et-Loire).* Note de M. **Émile Brumpt**, présentée par M. Maurice Javillier.

Parmi les produits alimentaires qu'il est inutile d'acheter à l'étranger, nous tenons à signaler le Soja qui, nous en sommes persuadé, sera, un jour ou l'autre, cultivé par nécessité dans plusieurs régions de la France où prospèrent la Vigne et le Maïs, et même dans des régions moins tempérées.

D'après certains auteurs, il existerait douze cents variétés de Soja (Kornfeld, 1935); pour d'autres, ce chiffre pourrait atteindre deux ou trois mille.

Tous les peuples d'Extrême-Orient utilisent cette plante depuis la plus haute antiquité. Le Soja est un aliment complet dans lequel les diverses substances nutritives sont très bien équilibrées, Le Dr Georges (1), d'Antibes, a fait remarquer que 72^{kg} de graines de Soja renferment en moyenne 26^{kg} de protides et 14^{kg} de lipides, quantités nécessaires et suffisantes pour l'entretien d'un adulte de 65^{kg} pendant 365 jours. Or, ces 72^{kg} de graines, nous avons pu les obtenir à Richelieu (2) sur une surface de 3 ares; il est donc permis d'admettre qu'un hectare de Soja pourrait suffire à l'entretien de 33 sujets adultes de 65^{kg}.

La culture du Soja est facile, car elle est identique à celle des haricots que tous les agriculteurs de France savent pratiquer.

Le Soja ne peut être utilisé daus l'alimentation humaine en Europe que sous forme de farines, déshuilées ou non, et de lait. C'est surtout le lait de Soja, facile à préparer, qui intéresse les agriculteurs, car il permet de remplacer le lait maternel dans l'alimentation des veaux. C'est grâce à l'utilisation de cette technique que les Hollandais et les Danois, grands importateurs de Soja, peuvent transformer le lait de vache en beurre et en fromages qu'ils exportent.

Afin de connaître les meilleures variétés de Soja à utiliser en Touraine, nous avons entrepris depuis 1943 des essais qui nous ont permis de retenir les

(1) *Rev. Intern. Soya*, 2, 1942, p. 14.
(2) *Ibid.*, 3, 1943, pp. 147-149.

variétés qui sont susceptibles de mûrir dans cette région. Nous donnons dans le tableau ci-dessous un résumé de nos recherches. Les analyses chimiques ont été effectuées par M. et Mme Gonard.

Variétés de Soja cultivées à la Station expérimentale du Domaine universitaire de Richelieu (Indre-et-Loire).

Variété, par ordre de précocité.	Encemencement.	Récolte.	Maturité (nombre de jours).	Rendement par poquet. (en g).	Rendement à l'hectare. (en kg).	Matières (%) grasses.	Matières (%) protéiques.
			A. *Année* 1944.				
Kouban 0,375	29/4	5/9	129	21,4	1926	15	35,3
Rouest 178	29/4	5/9	129	15,5	1395	14,4	33,1
» 29	28/4	5/9	130	20,5	1845	13,3	42,5
S 3828/38	2/5	10/9	132	10,8	972	13,3	33,1
Dieckmann schwarze	29/4	10/9	134	23,8	2142	17,4	33,2
» fruhgelbe	28/4	10/9	135	15,5	1395	16,25	38
» grüngelbe	28/4	10/9	135	17,9	1611	16,4	31,5
» hellgelbe	1/5	15/9	138	9,7	873	16,9	36,2
Illini Garnier	28/4	15/9	140	14,7	1223	13,2	38,7
Vilnensis	28/4	10/9	145	10,8	972	12,9	40,6
Tokio noir	29/4	25/9	149	18,2	1638	14	35
Hispida Vilmorin	29/4	1/10	154	23,5	2115	?	?
P. G. A. Dr Georges	28/4	4/10	159	22,5	2025	13,7	36,8
Illini Bordeaux	28/4	8/10	163	18,8	1692	?	?
Rouest Garola	29/4	20/10	174	14,7	1323	14,5	36,2
Soy Sota	29/4	20/10	174	23,4	2106	16,4	35,3
			B. *Année* 1945.				
Superearly Chéron	24/4	10/8	108	12,4	1116	–	–
Hâtif jaune »	24/4	14/8	112	12	1080	–	–
Rouest 29	24/4	20/8	118	18,20	1638	–	–
Tokio noir	24/4	27/8	125	23	2070	–	–
Kouban 0,375	24/4	28/8	126	18,6	1674	–	–
Dieckmann grüngelbe	24/4	28/8	126	19,3	1737	15,5	33,6
» frühgelbe	24/4	1/9	130	12,7	1136	–	–
Universal	24/4	6/9	135	18,5	1665	–	–
Platter 458	24/4	7/9	136	16,3	1467	15,1	33
Comtesse de St-Baudel	24/4	7/9	136	10,1	909	–	–
Dieckmann schwarze	24/4	11/9	140	20,56	1850	–	–
N^lle^ var. Platter gelbe	24/4	11/9	140	20	1800	16,8	33,2
Illini Garnier	24/4	15/9	144	11,8	1062	–	–
Platter 464 (3)	24/4	15/9	144	26,33	2369	17,5	33,1
Hispida Vilmorin	24/4	15/9	144	19	1710	–	–
P. G. A. Dr Georges	24/4	1/10	160	21,86	1967	16	30,6

(3) Cette variété, relativement précoce et très prolifique, a malheureusement l'inconvénient de garder ses feuilles à la maturité, ce qui complique la récolte et le battage.

En 1946 nous poursuivrons nos études en observant, en outre, le comportement d'un assez grand nombre de variétés, sélectionnées aux États-Unis, que MM. H. J. van Cleave et C. M. Woodworth nous ont expédiées il y a quelques jours.

BIOLOGIE AGRICOLE. — *Courbes caractéristiques du développement du grain de Blé au point de vue physique.* Note de MM. **Henri Geslin** et **Pierre Jonard**, présentée par M. Maurice Javillier.

Une étude d'ensemble de la maturité du Blé doit comporter nécessairement à la base l'étude, en fonction des facteurs du milieu, des courbes caractéristiques du développement du grain. Suivant une technique déjà utilisée [1], celles-ci peuvent être établies directement en fonction du facteur physique dont l'action apparaît prépondérante. On porte alors en abscisses, non plus le temps exprimé en jours, comme on le fait habituellement, mais la somme des valeurs journalières accumulées de l'élément considéré. Celui-ci peut être, par exemple, soit la température, soit la radiation globale ou une combinaison de ces deux éléments, telle que celle définie par l'un de nous [2] sous le nom de *facteur physique élémentaire d'action* K. Les courbes obtenues sont extrêmement régulières et suggestives, mettant bien en évidence l'action de chacun de ces éléments sur les phénomènes étudiés. Nous ne donnons ci-dessus que les courbes établies en fonction du facteur d'action K. Avec la température ou la radiation globale, les résultats obtenus sont entièrement comparables.

Les courbes 1 et 2 sont relatives à la variation du poids de 1000 grains, frais ou secs. Ce sont des courbes classiques, dont la régularité doit être soulignée plus spécialement. Le maximum de poids frais ou de poids sec est atteint simultanément quelques jours avant la maturité, puis le poids sec se maintient constant, tandis que le poids frais diminue rapidement suivant une loi sensiblement linéaire (branche descendante de la courbe approximativement rectiligne), jusqu'à un équilibre correspondant à l'humidité normale du grain au moment de la récolte.

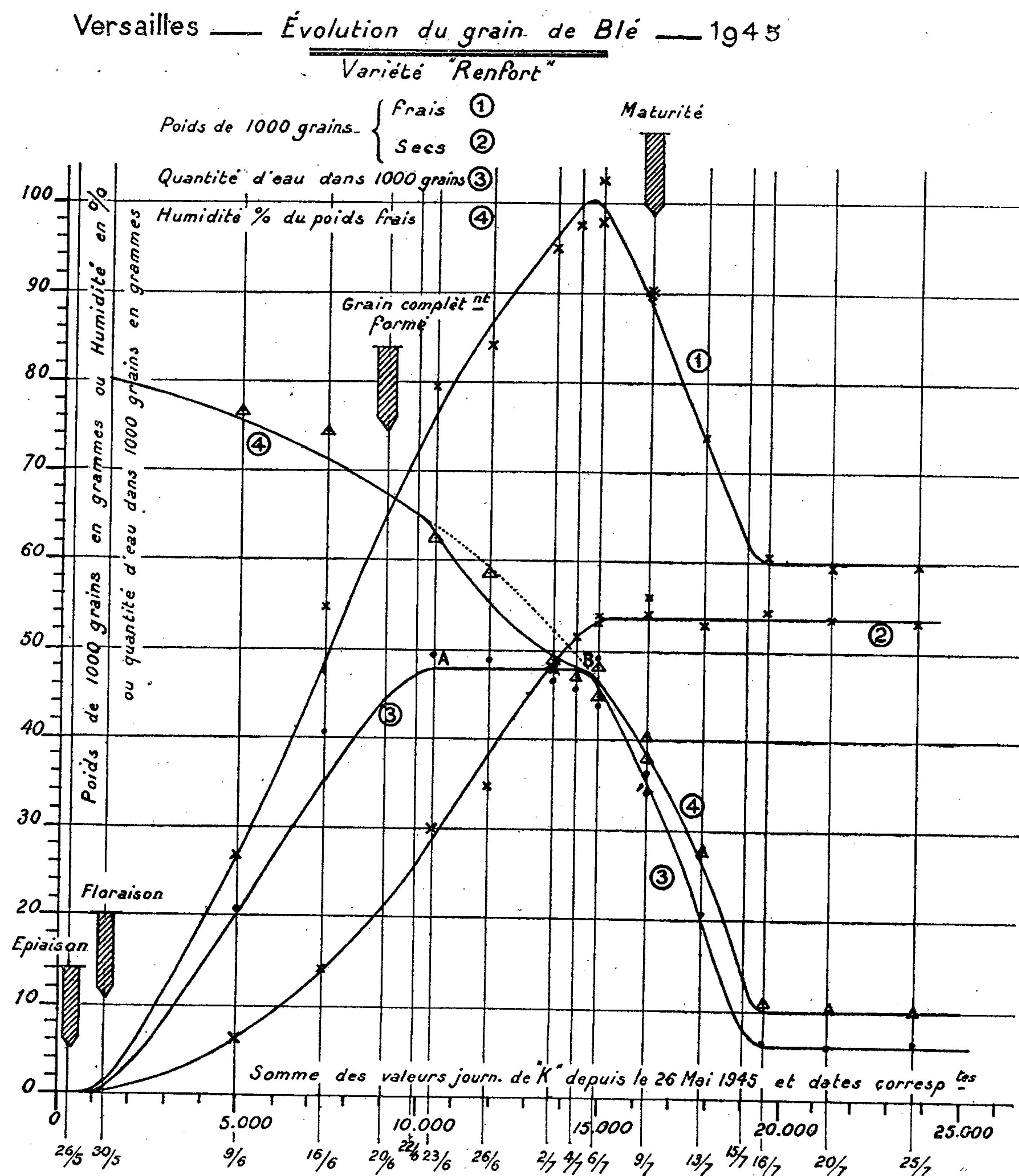
La courbe 3 se rapporte à la quantité d'eau, en valeur absolue, contenue à chaque instant dans 1000 grains. Elle doit retenir plus complètement notre attention. Au cours d'une première phase allant de l'épiaison jusqu'au moment où le grain a pris sa forme définitive, la quantité d'eau, en valeur absolue, augmente régulièrement et rapidement. Puis, tandis que le volume

---

(1) H. Geslin, *Thèse*, Paris, 1944.

(2) Le facteur d'action K est défini comme le produit de la température moyenne journalière par la racine carrée de la radiation globale correspondante. Cf. Mémoire précédent, p. 81 et suivantes.

et la densité du grain continuent à croître, la quantité d'eau contenue dans le grain se maintient constante pendant une dizaine de jours environ. Le palier $\overline{AB}$ s'achève sensiblement au début du stade *pâteux*, qui précède



de quelques jours la maturité physiologique [3]. On constate ensuite une dessiccation rapide du grain suivant une loi sensiblement linéaire, comme dans le cas de la courbe 1.

On peut penser que la première partie de la courbe 3 correspond à la phase de multiplication cellulaire; la seconde, bien que l'enrichissement du grain en principes immédiats se poursuive, à la phase de condensation active notamment des matières protéiques; la troisième à la phase

---

([3]) Les grains ne se laissent pas écraser entre les doigts, mais l'ongle s'imprime encore dans la substance du grain comme dans un morceau de cire; la paille est verdâtre sur 2 à 3^{cm}, juste au-dessous de la base de l'épi.

purement physique de dessiccation du grain, l'évolution biochimique de celui-ci étant pratiquement achevée. Corrélativement à l'existence du palier $\overline{AB}$, notons la dépression correspondante observée sur la courbe 4 dans la diminution, par ailleurs extrêmement régulière, de l'humidité du grain exprimée en pour cent du poids frais.

Sans préjuger de ce que pourra apporter l'étude du biochimisme de la plante, la période caractérisée par le palier $\overline{AB}$ apparaît comme une période singulière que ne révélait pas l'examen des courbes de développement en poids frais et en poids sec. Elle constitue sans doute une phase critique dans l'évolution du grain. Si les conditions physiques externes nécessaires sont réalisées, c'est vraisemblablement au cours de cette phase que peut le plus facilement se produire le brusque blocage des matériaux constitutifs du grain, se traduisant notamment par l'échaudage.

Ajoutons que, en nous appuyant sur les observations et mesures biométriques effectuées sur diverses variétés et au cours d'années différentes, nous avons pu définir les caractéristiques du point de vue physique.

ENTOMOLOGIE APPLIQUÉE. — *Sur la substance qui, dans les feuilles de Melia Azedarach, repousse les Criquets.* Note ([1]) de M. **Rémy Chauvin**, présentée par M. Maurice Caullery.

Les arbres de la famille des Méliacées ont été l'objet d'investigations assez poussées de la part des botanistes et des chimistes. On a pu extraire de leurs fruits, de leurs feuilles et de leur écorce des principes amers, très voisins dans les différentes espèces et appelés suivant le nom de l'arbre, *caïl-cédrin*, *touloucounin*, *pseudo-cédrélin* etc. Ces corps viennent d'être étudiés avec soin par H. Moyse-Mignon ([2]). En lisant cet auteur, on ne peut manquer d'être frappé de la grande analogie des propriétés du caïl-cédrin de *Khaya senegalensis*, avec celles de la substance étudiée par M. Volkonsky ([3]) dans les feuilles de *Melia azedarach* et qui fait fuir les Criquets de nombreuses espèces, lorsqu'on en asperge les végétaux qu'ils dévorent habituellement. J'ai tenté de vérifier cette analogie entre les deux substances, et j'ai obtenu des résultats positifs.

Pour extraire des feuilles de *Melia* la substance répulsive (que j'appellerai *méliatine*, car elle ne porte aucun nom jusqu'à présent), je me suis inspiré de la technique de Moyse-Mignon, en la simplifiant. Les feuilles de *Melia*, desséchées et pulvérisées, sont bouillies deux heures à reflux en présence de chloroforme, à raison de 5 centicubes de chloroforme par gramme de feuilles. On essore ensuite au Büchner, et l'on constate alors

---

([1]) Séance du 4 février 1946.

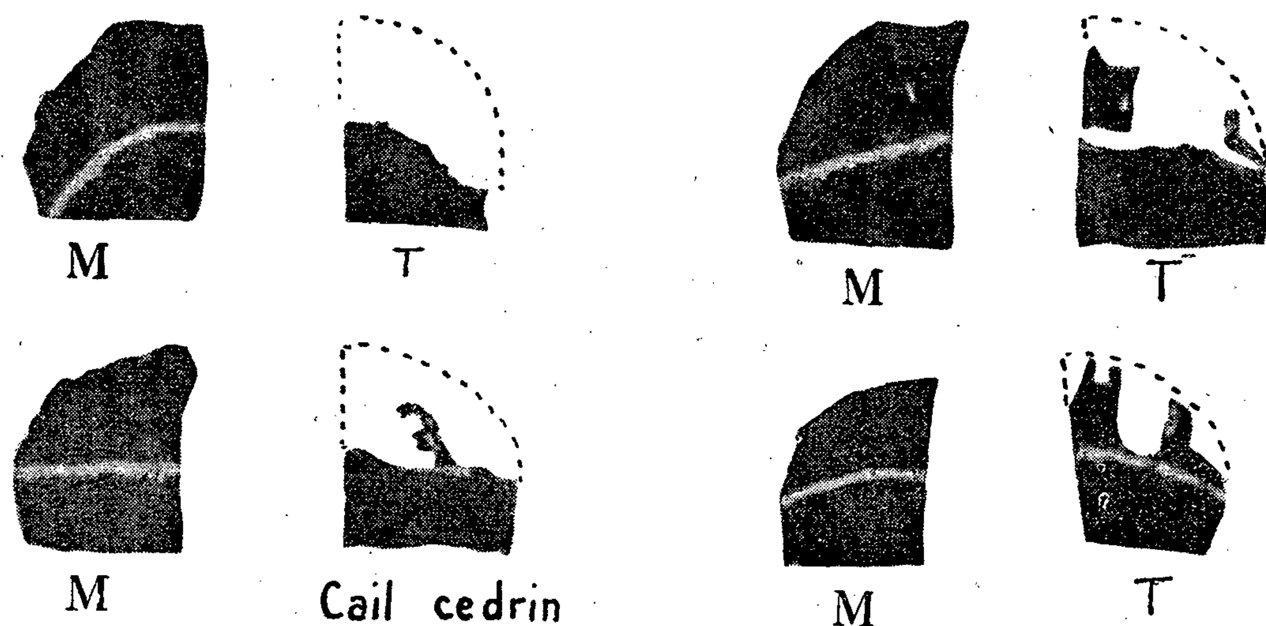
([2]) *Sur quelques Méliacées africaines et leurs principes amers*. Thèse Pharmacie, Paris, 1942.

([3]) *Arch. Inst. Pasteur Algérie*, 15, 1937, p. 427.

que les feuilles ont perdu toute leur amertume, qui est passée dans le solvant. Ce dernier est évaporé à quelques centicubes et additionné de 10 fois son volume d'éther de pétrole; l'abondant précipité vert ainsi obtenu est redissous dans le chloroforme et la liqueur chromatographiée sur alumine. Il se forme trois zones superposées : une supérieure vert sombre peu étendue, une moyenne jaune verdâtre qui contient des caroténoïdes plus ou moins altérés, une inférieure constituée de deux bandes étroites. Quand toute la liqueur est passée, on ajoute du chloroforme à la partie supérieure de la colonne, jusqu'à écoulement de toute la zone verte inférieure : elle ne contient que peu ou pas de méliatine. Celle-ci s'adsorbe, en effet, en même temps que les caroténoïdes, dans la large zone jaune moyenne. Il suffit alors d'ajouter du solvant, jusqu'à ce que la liqueur recueillie à la partie inférieure de l'appareil ne soit plus que faiblement jaunâtre. Cette liqueur est évaporée à quelques centicubes et additionnée de 10 fois son volume d'éther de pétrole. Le précipité, jaune et très amer, est recueilli, séché et épuisé à l'eau bouillante, qui en extrait la méliatine; après refroidissement, on agite avec du chloroforme, qui enlève des impuretés et un peu de méliatine, puis on concentre au bain-marie.

On obtient une poudre jaune brunâtre, très amère, fondant au bloc Maquenne à 240°; on en retire environ 35^{mg} pour 100^{g} de feuilles. Elle est tout à fait analogue dans toutes ses propriétés, au caïl-cédrin de Moyse-Mignon.

La méliatine, en suspension dans l'eau, vaporisée sur des feuilles de scarole que l'on place dans l'étuve à 35°, protège celles-ci complètement de l'attaque du Criquet pèlerin, alors que des feuilles témoins sont totalement dévorées. Un échantillon de caïl-cédrin de *Khaya* (aimablement prêté par Mme Moyse-Mignon) n'a, au contraire, aucun pouvoir protecteur dans les mêmes conditions (voir figure) : comme il est aussi amer que la méliatine, il



Quelques tests sur Méliatine. — Un limbe de feuille de Scarole a été découpé en demi-cercle et le demi-cercle sectionné en deux moitiés d'égale surface. Les deux moitiés, dont la base trempe dans un peu d'eau (jusqu'au trait blanc indiqué sur les photos) sont placées dans l'étuve à 35° avec les Criquets. La moitié marquée M est imbibée de méliatine, l'autre, servant de témoin (T), ne l'est pas. Noter également l'attaque dans le cas de l'imbibition par le caïl-cédrin de *Khaya*.

en faut conclure que ce n'est pas le goût désagréable pour l'homme de ces substances qui repousse les Acridiens.

La structure chimique du caïl-cédrin et des substances voisines commence à être connue et sera complètement élucidée dans un proche avenir; ces corps sont relativement simples et l'on pourra sans doute en envisager la synthèse.

Nous disposerions alors, avec la méliatine, d'un moyen extrêmement efficace de lutte contre les Acridiens migrateurs, puisque les Insecticides, quoique très actifs, ne peuvent tuer assez vite les Criquets pour empêcher totalement leurs dégâts, et puisque, d'autre part, la méliatine est le seul acridifuge actuellement connu.

Rappelons que les expériences de protection des cultures, tentées par Volkonsky avec l'extrait brut de *Melia azedarach*, sur des céréales, ont donné des résultats positifs.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Suppression des troubles neuromusculaires de l'alcoolisme chronique expérimental par injection ou ingestion de vitamines* B_3 *et* B_4. Note [1] de MM. **Raoul Lecoq, Paul Chauchard** et Mlle **Henriette Mazoué**, présentée par M. Emmanuel Leclainche.

On admet que le métabolisme de l'alcool éthylique (éthanol) s'effectue en passant par les stades intermédiaires de désintégration : acétaldéhyde et acide acétique, grâce à l'intervention d'un système enzymatique accepteur d'hydrogène, composé d'alcooldéshydrase et d'un coferment, dinucléotide dont les bases sont l'amide nicotinique et l'adénine. Mais les doses d'alcool supportées sans perturbation apparente, par l'Homme comme par les animaux, restent voisines de 1^g par kilo et par 24 heures, les quantités plus fortes aboutissant plus ou moins rapidement à des manifestations de déséquilibre alimentaire, caractéristiques de l'alcoolisme chronique [2]. Ces faits étant connus, on peut se demander s'il n'est pas possible d'augmenter les doses d'alcool normalement métabolisées par l'organisme en mettant à la disposition de celui-ci un apport complémentaire des éléments constitutifs du coenzyme, amide nicotinique et adénine, substances que nous avons désignées sous les noms de vitamines B_3 et B_4, en soulignant le rôle complémentaire qu'elles jouent dans le complexe vitaminique B [3].

Les troubles neuromusculaires de l'alcoolisme chronique peuvent être aisément mis en évidence par détermination des chronaxies motrices nerveuses périphériques des nerfs extenseurs et fléchisseurs des orteils et des chronaxies musculaires correspondantes [4]. L'expérience, poursuivie sur des Rats adultes ou préadultes, soumis au régime varié et recevant chaque jour par voie parentérale ou buccale $1^{cm^3},33$ d'alcool à 50^c, montre, en 2 à 3 jours, une diminution des temps d'excitation nerveuse avec égalisation à niveau bas

---

(1) Séance du 4 février 1946.

(2) R. Lecoq, *Bull. Soc. Chim. biol.*, **24**, 1942, p. 320 et *Gazette méd. France*, **52**, 1945, p. 247.

(3) R. Lecoq, P. Chauchard et H. Mazoué, *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 31.

(4) P. Chauchard, H. Mazoué et R. Lecoq, *C. R. Soc. Biol.*, 26 janvier 1946.

(indice d'excitation nerveuse centrale), suivie 3 à 7 jours plus tard d'une augmentation des temps d'excitation musculaire (tableau chronaxique des polynévrites), résultat des agressions répétées des produits acides de la désintégration incomplète de l'alcool éthylique et de l'alcool lui-même. Ces mesures étaient effectuées chaque fois 24 heures environ après l'administration d'alcool afin d'éliminer l'action immédiate transitoire de ce corps.

Comparativement à ce lot témoin, nous avons administré à d'autres lots d'animaux et conjointement à l'alcool éthylique, en injection sous-cutanée ou par ingestion, les vitamines B_1 (aneurine), B_2 (riboflavine), B_3 (amide nicotinique) et B_4 (adénine), sans que l'évolution des troubles chronaximétriques parût modifiée. Réunissant B_1 et B_2, nous avons obtenu des résultats identiques; mais il n'en fut pas de même pour B_3 et B_4. Réalisée préventivement, cette association empêche les troubles neuromusculaires de se manifester. Curativement, elle ramène les chiffres des chronaxies à la normale en 2 ou 4 jours, en dépit de l'imbibition alcoolique régulièrement poursuivie. Une première administration d'une seule des vitamines B_3 et B_4, pratiquée jusque-là sans succès, se trouve corrigée rapidement dans ses effets quand on adjoint la vitamine manquante (amide nicotinique ou adénine), et les résultats restent aussi nets, que les voies d'absorption choisies (injection ou ingestion) soient croisées ou de même sens.

Les doses mises en œuvre quotidiennement pour rétablir l'équilibre chronaximétrique des Rats recevant $1^{cm^3},33$ d'alcool à 50° (ce qui représentait, suivant leur poids, 5 à 10^g par kilo corporel) correspondaient approximativement à 100γ de vitamine B_3 et 150γ de vitamine B_4.

L'association aneurine, riboflavine, nicotinamide et adénine empêche également l'apparition des troubles neuromusculaires de l'intoxication alcoolique chronique, mais la suppression brusque de B_1 et B_2 est suivie, pendant 2 à 3 jours, d'une chute transitoire des chronaxies nerveuses, temps nécessaire au rétablissement de l'équilibre perturbé. Ce qui laisse à penser que le faisceau des quatre vitamines l'emporte en efficacité sur le simple tandem B_3B_4, la présence de B_1B_2 entraînant une consommation vitaminique *de luxe* qui, à la vérité, n'apparaît pas indispensable.

On conçoit qu'une consommation d'alcool éthylique élevée entraîne chez l'Homme une mobilisation de toutes les quantités de vitamines B_3 et B_4 dont l'organisme peut disposer, et que celles-ci fassent bientôt défaut si les ingestions d'alcool sont fréquemment répétées ; ainsi s'explique l'apparition fréquente chez les sujets alcooliques de troubles pellagreux, ceux-ci étant pour une large part dus à une carence d'amide nicotinique (vitamine B_3, souvent encore désignée sous le nom de vitamine P-P), compliquée d'ailleurs d'autres facteurs pathogéniques ([5]).

([5]) R. LECOQ, *C. R. Soc. Biol.*, 13 octobre 1945.

Conclusions. — L'ingestion ou l'injection répétées d'alcool éthylique suffisent à créer le tableau chronaxique des polynévrites : diminution rapide des chronaxies nerveuses avec égalisation à niveau bas, révélant une atteinte nerveuse centrale, et augmentation des chronaxies musculaires secondaire aux dégénérescences nerveuses.

Les vitamines B_1 (aneurine), B_2 (riboflavine), B_3 (nicotinamide) et B_4 (adénine), données seules, n'apportent aucune modification dans la rapidité d'apparition des troubles neuromusculaires de l'alcoolisme expérimental chronique. L'association B_1 B_2 reste sans effet ; mais la réunion de B_3 et B_4 (nicotinamide et adénine), vitamines qui entrent dans la constitution du coenzyme nécessaire à la désintégration de l'alcool dans l'organisme, prévient ou guérit les troubles nerveux et musculaires décelés chronaximétriquement.

Ces faits confirment le rôle de premier plan joué par le coenzyme dans le métabolisme de l'alcool éthylique et semblent fournir une arme thérapeutique nouvelle utilisable préventivement et curativement dans les petites manifestations nerveuses et musculaires de l'alcoolisme larvé. Ils expliquent en outre comment l'alcoolisme peut devenir facteur de révélation du syndrome pellagreux.

CHIMIE BIOLOGIQUE APPLIQUÉE. — *Influence de l'élimination partielle des matières azotées des moûts de pommes sur la fermentation des cidres. Importance de la* défécation *en cidrerie.* Note de MM. **Jean Tavernier** et **Pierre Jacquin**, présentée par M. Maurice Javillier.

Les praticiens ont remarqué qu'un moût de pommes à cidre ayant subi la *défécation*, ferment eplus lentement et se conserve doux plus longtemps qu'un moût de même provenance n'ayant pas subi la coagulation diastasique des matières pectiques. Nous avons pensé que ce phénomène, considéré jusqu'à présent comme un procédé de clarification et d'épuration microbiologique des moûts, était plus complexe : les matières pectiques coagulées, entraînant dans leur réseau une partie des matières azotées, les insolubiliseraient, appauvrissant ainsi le moût déféqué en azote organique soluble.

Nous avons d'abord précisé les diverses formes des substances azotées du moût de pommes. Pour effectuer ces déterminations, nous avons mis à profit des données classiques : l'azote total, dosé par la méthode Kjeldahl; la fonction aminée, par la méthode de Sörensen; l'azote amidé et l'azote ammoniacal, par la technique de E. Peynaud (1); l'azote albuminoïde, selon E. Voit (2). De nombreuses analyses de moûts de pommes provenant de variétés déterminées brassées à complète maturité, nous permettent de

(1) *Ann. des Falsifications et des Fraudes*, 366, 1939, p. 228.
(2) *Zeits. Biol.*, 84, 1926, p. 153.

signaler que la plus grande partie de l'azote organique des moûts de pommes se trouve sous la forme albuminoïde. La teneur en substances azotées d'un moût de pommes est fonction de l'état de maturité des fruits brassés : une variété brassée à maturité physiologique vraie fournit un moût plus pauvre en matières azotées que celui provenant de la même variété brassée avant complète maturité, c'est-à-dire renfermant encore de l'amidon non saccharifié. Le tableau suivant condense ces résultats :

Matières azotées exprimées en mg N/*litre.*

Variétés.	Date de cueillette des pommes.					
	3 août.	17 août.	1 sept.	14 sept.	27 sept.	5 nov.
Précoce David...........	258,1	290,9	217,8	102,2	84,8	
Reine des pommes.......	397,8	371,5	330,2	295,6	257,3	123,6

Pour vérifier notre hypothèse sur la défécation, nous avons effectué de nombreux essais, parmi lesquels nous citerons le suivant : un moût de pommes analysé dès la sortie du pressoir, additionné de 300^{mg} de CO_3Ca et 400^{mg} de NaCl par litre est mis à déféquer en glacière réglée à + 3° afin d'éviter tout départ de fermentation; 48 heures après, les matières pectiques sont coagulées et la rétractation du coagulum obtenue 24 heures plus tard, permet de soutirer le moût déféqué limpide. Soumis à l'analyse, ce moût accuse une perte importante en éléments azotés, notamment en albuminoïdes. Voici les résultats :

Moût.	En milligrammes par litre.					Perte en N total.
	N ammoniacal.	N aminé.	N amidé.	N albuminoïde.	N total.	
Avant défécation (%).......	1,4	33,7	5,8	63,8	104,7	
Après défécation...........	1,4	33,7	5,8	néant	40,9	60,9 %

Conservés à la température de + 13° et à l'abri du contact de l'air, le moût déféqué soutiré et le moût témoin non déféqué entrent spontanément en fermentation. Le dosage des sucres permet de constater une allure différente dans la vitesse de fermentation de ces deux moûts. Dans le moût témoin, la fonction végétative de la levure est favorisée par l'azote albuminoïde, bon aliment de croissance; la levure se multiplie rapidement, puis, la fonction ferment se substituant à la fonction végétative, le moût entre brusquement en fermentation très active. Suffisamment riche en aliments azotés, le moût témoin assure le développement de la levure jusqu'à la transformation complète des sucres en alcool et CO_2. Dans le moût déféqué, la levure-végétal se multiplie lentement par suite de la carence du milieu en azote albuminoïde, et les amino-acides se comportant comme de médiocres aliments de croissance, la fermentation est lente et le cidre conserve une certaine richesse saccharine par suite de sa pauvreté

en aliments azotés totaux. Ainsi les théories sur l'alimentation azotée de la levure sont d'accord avec les faits observés dans la pratique cidricole et permettent de les interpréter.

Conclusions. — Nous avons précisé la composition azotée des moûts de pommes à cidre et signalé l'insolubilisation d'une partie des matières azotées du moût, notamment de l'azote albuminoïde, par la *défécation*.

De notre étude, se dégagent deux notions pratiques :

1° Pour obtenir le minimum de matières azotées dans les moûts, les cidriers ne brasseront que des pommes à complète maturité;

2° La technique cidricole et plus particulièrement la fabrication des cidres doux resteront basées sur la *défécation* qui, par élimination de 40 à 60 % des matières azotées des moûts, permettra d'obtenir des fermentations lentes, par carence d'aliments azotés.

MICROBIOLOGIE. — *Sporulation d'une souche de* Bacillus megatherium *par épuisement soit du fer, soit du carbone, soit de l'azote en milieu synthétique.* Note [1] de M. **Norbert Grelet**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

L'élaboration, par un organisme, de spores ou autres formes de conservation, dépend de conditions qui la provoquent, et de conditions qui la permettent.

Ainsi *Sterigmatocystis nigra*, poussant à la surface d'un milieu convenable, produit, au bout de quelques jours, des conidies sur sa face exposée à l'air. Mais un milieu où le fer est absent et le zinc présent [2], ou bien un milieu où manque le manganèse [3], donnent lieu à un développement réduit, et ne permettent plus la sporulation.

Pour les Bactéries sporulantes, deux conceptions s'affrontent dans la littérature récente [4] à [11] :

Classiquement, depuis Büchner (1890) la sporulation est une réaction à des conditions défavorables du milieu, pénurie de substances utiles, ou accumulation de produits de déchet [6];

Au contraire, on s'est souvent attaché à montrer que des conditions défavorables au développement peuvent inhiber également la sporulation [7] et [8],

---

(1) Séance du 4 février 1946.
(2) M. Javillier et B. Sauton, *Comptes rendus*, **153**, 1911, p. 1177.
(3) G. Bertrand, *Comptes rendus*, **154**, 1912, p. 381.
(4) E. Leifson, *J. of Bact.*, **21**, 1931, p. 330.
(5) R. Cook, *Zentralbl. f. Bakt.*, **122**, 1931, I, p. 329.
(6) B. C. Brunstetter et C. A. Magon, *J. of Bact.*, **24**, 1932, p. 85.
(7) St. Bayne Jones et A. Petrilli, *J. of Bact.*, **25**, 1933, p. 261.
(8) F. W. Fabian et C. S. Bryan, *J. of Bact.*, **26**, 1933, p. 543.

ce qui conduit certains ([5]) et ([10]) à présenter la sporulation comme un processus commandé, au bout d'un cycle de division, par des facteurs propres au germe.

Nous nous sommes posé le problème suivant : étant donné un milieu sur lequel un organisme pousse bien sans sporuler, quelles modifications apporter pour déclencher la sporulation ?

Dans un travail antérieur ([12]), nous avons étudié la culture de *Bacillus megatherium*, souche de M. Lemoigne, sur un milieu synthétique, aéré par agitation, permettant à 30° un développement abondant (poids sec, jusqu'à 1300^{mg} pour 100^{cm^3}) :

Ce milieu est ainsi constitué, avec des produits *purs pour analyses* du commerce : pour 100^{cm^3} d'eau de source :

PO_4H_2K	$SO_4Mg, 7H_2O$	$SO_4Mn, 4H_2O$	$SO_4Fe, 7H_2O$	Nitrate	Glucose
500^{mg}	15^{mg}	3^{mg}	3^{mg}	1000^{mg}	6000^{mg}

le pH initial est de 5,2.

Un milieu sans addition de SO_4Fe, un milieu contenant 1500^{mg} de glucose au lieu de 6000, un milieu contenant 100^{mg} de nitrate au lieu de 1000, n'ont donné que des densités bactériennes variant du 1/6 au 1/3 de celles atteintes avec le milieu complet. Il faut noter que le milieu sans addition de SO^4Fe contient certainement un peu de fer, apporté par les produits chimiques et l'eau de source : il permet un certain développement, même au cours de passages successifs.

La souche M, que nous avions conservée jusque-là sous une forme rugueuse, s'étant dissociée, nous avons étudié d'abord la forme rugueuse : elle donne sur moût de bière gélosé des colonies rugueuses en membranes cohérentes, qui sporulent lentement.

Nous avons vérifié que, dans le milieu synthétique riche en fer, glucose et nitrate, la sporulation n'est pas déclenchée : une fois atteintes les densités bactériennes qui semblent correspondre à un maximum, la culture reste stationnaire, mais ne sporule pas tant qu'il reste du glucose.

Au contraire, avec les trois autres milieux, où s'épuisent rapidement le fer, le glucose ou le nitrate, la sporulation accompagne l'arrêt du développement ([13]).

Nous avons vérifié que dans une culture sporulée par épuisement de fer, de glucose ou de nitrate, l'addition de la substance qui manque provoque la germination d'une partie des spores et un nouveau développement. Mais si l'addition

---

([9]) A. J. Manteufel, *Microbiol.* (russe), 9, 1940, pp. 16 et 89; 10, 1941, p. 419.
([10]) A. Zironi et E. Carlinfanti, *Zentralbl. f. Bakt.*, 149, 1943, I, p. 142.
([11]) A. E. Hayward, *J. of Bact.*, 45, 1943, p. 200.
([12]) *Annales de l'Institut Pasteur*, 72, 1946, p. 153.
([13]) Des cultures où l'aliment carboné est apporté sous forme de glycérine, d'acide pyruvique ou d'acide acétique, ont sporulé également après épuisement de l'aliment carboné.

du glucose ou de nitrate a lieu au stade où les bâtonnets contiennent des ébauches de spores, le processus n'en continue pas moins et aboutit à la libération des spores, qui germent ensuite si le pH n'est pas devenu trop acide.

Nous pouvons conclure de ces essais que, pour la souche étudiée du *B. megatherium*, un développement abondant, sans sporulation, a lieu dans un milieu synthétique convenable, en présence de fer, de glucose et de nitrate ; par contre, l'épuisement du fer (dans un milieu qui n'en contient pas plus que n'en apportent les impuretés des produits *purs* du commerce ou de l'eau de source), l'épuisement du glucose (ou autre aliment carboné), ou l'épuisement du nitrate, provoquent la sporulation.

A 16^h l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $17^h 5^m$.

L. B.

ERRATA.

(Séance du 19 janvier 1942.)

Note de MM. *Buu-Hoï* et *Paul Cagniant*, Sur une nouvelle famille de composés odorants :

Page 117, ligne 14, intercaler entre $C^{16}H^{22}O$ et E_{9-10} 183-186°... la phrase : E_2 178-180°, ne donne pas de semicarbazone; comme sous-produit, on obtient la 5-méthyl-7-méthoxy α-tétralone...; ligne 16, *au lieu de* $C^{32}H^{38}$..., *lire* $C^{28}H^{30}$....

(Séance du 11 janvier 1943.)

Note de MM. *Buu-Hoï* et *Paul Cagniant*, Des phénols et quinones dérivés du chaulmoogra :

Dans la formule (VIII), *remplacer* le cycle cyclohexane *par* un cycle cyclopentane.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 18 FÉVRIER 1946.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE CARTAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Après le dépouillement de la Correspondance, M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

Il y a trois mois, nous déplorions la disparition d'un grand géodésien, le général Bourgeois. Aujourd'hui j'ai le regret de vous informer de la perte d'un autre grand géodésien, le général **Perrier**, Membre de la Section de Géographie et Navigation depuis le 22 février 1926, décédé après une courte maladie avant-hier samedi 16 février.

Antoine-François-Jacques-Justin-Georges Perrier était né à Montpellier le 28 octobre 1872. Il était le fils du général François Perrier qui fut aussi Membre de notre Académie dans la Section de Géographie et Navigation, directeur du Service géographique de l'Armée et réorganisateur de ce Service après la guerre de 1870, Membre du Bureau des Longitudes. Le jeune Georges avait 16 ans à la mort de son père; dès ce moment il s'était donné comme but de sa vie la continuation de la carrière de son père; il en a poursuivi la réalisation avec une inlassable volonté et il y a brillamment réussi.

Reçu à l'École Polytechnique en 1892, Georges Perrier en sort dans un rang qui lui aurait permis de choisir largement parmi les carrières civiles; c'est l'Artillerie qu'il choisit avec l'intention bien arrêtée d'entrer un jour au Service géographique de l'Armée. Son désir fut bientôt réalisé; dès 1898 il était détaché à ce Service dans la Section de Géodésie et d'Astronomie. Ses qualités scientifiques allaient bientôt trouver l'occasion de s'y manifester; il se voit tout de suite chargé de travaux spéciaux, comme la détermination des différences de longitude Alger-Sétif et Alger-Gafsa (1899), ainsi que le rattachement des nivellements de précision français et suisses dans les régions de Chamonix et de Pontarlier (1900).

Georges Perrier montre bientôt toute sa maîtrise dans sa participation à la Mission de l'Équateur organisée sous la direction scientifique de l'Académie

des Sciences et dont le but était de reprendre avec une plus grande précision l'œuvre accomplie au XVIIIe siècle, sur l'initiative de l'Académie des Sciences, par Bouguer, La Condamine et Godin. Parti pour l'Équateur avec le premier détachement en 1901, le capitaine Perrier est rentré en France en 1906, le dernier de tous les officiers ayant pris part à la Mission. Pendant ces cinq années de travail, la mission eut à surmonter des difficultés de toutes sortes. Si elle put être menée à bien jusqu'au bout, une part prépondérante de son succès revient au dévouement inlassable du capitaine Perrier, et aussi à son esprit de méthode scientifique qui l'a amené à introduire de notables perfectionnements techniques dans les nombreuses observations géodésiques et astronomiques qui incombaient aux membres de la mission. Ce fut une grande réussite qui fait honneur à la France et à l'Académie des Sciences sous le patronage de laquelle elle fut conduite.

Après les nombreuses opérations sur le terrain, c'est le capitaine Perrier qui se chargea des calculs, de la rédaction et de la discussion des travaux de la Mission. C'était une œuvre de longue haleine à laquelle il consacra plusieurs années de travail. Les volumes qui ont paru de ce magistral exposé resteront comme autant de traités classiques de l'application des méthodes les plus modernes aux opérations de haute géodésie.

Je signale en passant deux missions confiées au capitaine Perrier avant la guerre de 1914. Il fit partie de la Commission mixte de délimitation de la frontière franco-espagnole au Maroc, ainsi que de la Commission internationale de délimitation du nouvel État albanais, commission dans laquelle il remplit les fonctions de secrétaire.

Vient la mobilisation de 1914. Le capitaine, bientôt chef d'escadron et lieutenant-colonel, Perrier consacre naturellement tout son temps à la guerre. Le savant prend une part active à l'organisation des groupes de canevas de tir fonctionnant dans les États-Majors d'Armée et à la création des nombreux organismes variés qui en dépendent (sections de repérage par le son, etc.). L'officier prend plusieurs fois le commandement dans les opérations militaires et y recueille 6 citations (bataille de la Somme, 1916; bataille de Verdun, 1917; offensive allemande du Chemin des Dames, mai 1918; offensive allemande de Champagne, juillet 1918; offensive sur Vouziers, octobre 1918; offensive sur Sedan, novembre 1918).

Nommé en 1919 directeur de la Section de Géodésie du Service géographique de l'Armée, le colonel Perrier réorganise complètement cette Section cruellement éprouvée par la guerre. Il doit former de toutes pièces une nouvelle pépinière d'officiers capables d'opérer au plus tôt sur le terrain. Sous sa direction et avec sa collaboration personnelle furent entreprises les opérations destinées à fournir le canevas astronomique d'une carte du Sud Algérien, les triangulations régulières de la Syrie et du Maroc; enfin il organisa la réfection si urgente de la triangulation des régions libérées, où toutes les traces de

l'ancienne triangulation avaient disparu. Toutes ces opérations ont une importance scientifique de premier ordre pour la géodésie supérieure.

A côté des travaux de Géodésie et d'astronomie proprement dites, le directeur de la Section de géodésie du Service géographique de l'Armée reprit bientôt la tradition, qui s'était pour ainsi dire perdue, des travaux purement scientifiques, comme par exemple les observations d'intensité de la pesanteur. En collaboration avec le général Ferrié, il conçut le principe d'une méthode d'enregistrement des oscillations du pendule au moyen de signaux hertziens et de lampes à trois électrodes. Bien que cette technique ait été maintenant dépassée, elle n'en a pas moins rendu des services remarquables.

Le rôle joué par le colonel Perrier dans les Assemblées générales de l'Union géodésique et géophysique internationale a eu une grande importance du point de vue scientifique français. Chargé dès 1919 du secrétariat de la Section de Géodésie de l'Union, il assuma à lui seul la tâche de préparer les Assemblées générales et d'en publier les comptes rendus. Aux Assemblées de Rome (1922) et de Madrid (1924), il s'est imposé comme un représentant éminent de la Section française.

Correspondant en 1922 du Bureau des Longitudes, le général Perrier y a été nommé en 1935 comme Membre titulaire. Il avait succédé en 1929 au général Bourgeois comme professeur de Géodésie et d'Astronomie à l'École Polytechnique; atteint par la limite d'âge, il était obligé de prendre sa retraite en 1942.

Nous avons tous goûté ici les qualités de l'homme : affable sous son aspect un peu sévère, c'était une âme franche et loyale. Président de notre Académie dans la douloureuse année 1940, il se sentit obligé de donner sa démission dans le courant de l'année. Beaucoup d'entre nous n'ont pu oublier les circonstances qui l'ont conduit à cette détermination; elles n'ont pu qu'augmenter l'estime dans laquelle nous tenions son caractère. Jusqu'à la fin il prit une part régulière à nos travaux. Avant sa brusque disparition, il a pu se rendre ce témoignage que son père aurait été fier de lui. En votre nom j'adresse à sa famille l'expression de notre profonde et respectueuse sympathie; en votre nom je salue avec émotion son souvenir.

Aussitôt après les scrutins annoncés à l'ordre du jour, la séance sera levée en signe de deuil.

M. Louis de Broglie dépose sur le bureau l'*Annuaire pour l'an* 1946 publié par le Bureau des Longitudes.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Le rubidium chez les Phanérogames.* Note (¹) de MM. **Gabriel Bertrand** et **Didier Bertrand.**

Considérant l'intérêt de plus en plus manifeste présenté par le rubidium au point de vue biologique, nous avons entrepris de nouvelles séries de

(¹) Séance du 11 février 1946.

déterminations quantitatives de ce métal alcalin chez les Végétaux. Nous résumons ici les résultats que nous avons obtenus en opérant sur les Phanérogames.

Dans la nouvelle série, plus importante que la première, 66 échantillons d'organes ou de plantes appartenant à 64 espèces de Gymnospermes et d'Angiospermes ont été rassemblés et soumis à l'analyse. La plupart ont été récoltés par nous soit dans le jardin de l'Institut Pasteur, à Paris, soit dans le bois de Meudon, la forêt de Fontainebleau ou en Vendée. Le gui provenait de Garches, où il croissait sur du Robinier (faux-acacia). Un certain nombre d'échantillons, représentant des espèces comestibles, ont été achetés au marché, et la plupart des graines ont été trouvées dans des magasins spéciaux; le riz entier ou paddy, originaire des Indes anglaises, venait du droguier de la Faculté de Pharmacie de Paris. Les graines de Dattier, extraites par nous de fruits tunisiens, ont été lavées et frottées rapidement sous l'eau, pour en enlever les parties molles, et séchées à l'air libre. Quant aux fruits charnus, Raisin, Cerise, Prune, Pomme, Poire, Citron, Tomate, Concombre, examinés secondairement en vue d'évaluations alimentaires, on n'en a analysé que les parties comestibles après élimination, pour tous, des noyaux ou des pépins et, en outre, pour le Citron, de la partie corticale.

D'une manière générale les résultats atteints ont, non seulement étendu, mais confirmé, en ce qu'ils offrent d'essentiel, ceux obtenus avec la série des Phanérogames précédemment étudiées [2].

Dans nos premières déterminations quantitatives, nous avions trouvé de 2^{mg} (dans l'Orobanche en plein développement et dans les feuilles du Lis ordinaire) à 81^{mg} (dans la partie aérienne fleurie du Colza). Les nouveaux dosages ont porté ces limites à 1^{mg} pour l'inférieure (dans le noyau de datte) et à $98^{mg},5$ pour la supérieure (dans le *Joncus effusus*, récolté à la floraison). Les quantités de rubidium présentes dans les divers tissus des plantes phanérogames peuvent donc varier à peu près de 1 à 100^{mg} par kilogramme de matière sèche. Il est à remarquer que les teneurs extrêmes sont tout à fait exceptionnelles; 50 % environ restent comprises entre 15 et 30^{mg}.

La conclusion la plus importante que l'on puisse tirer de ces nouvelles expériences est donc que, cette fois encore, le rubidium a été rencontré dans toutes les plantes et dans toutes les parties de plantes étudiées.

En rapprochant les derniers résultats des précédents, ce qui permet de comparer environ 120 échantillons de plantes ou d'organes appartenant à 105 espèces de Phanérogames, on peut faire en outre quelques remarques intéressantes.

Tout d'abord, en portant son attention sur les plantes, cultivées ou

(2) *Comptes rendus*, 219, 1944, p. 325 et *Erratum*, *ibid.*, p. 632.

spontanées, qui ont été récoltées dans le jardin de l'Institut Pasteur, c'est-à-dire développées à peu près dans le même sol, on observe que la teneur en rubidium dépend très largement de l'espèce ([3]). Il a été obtenu en effet, en allant de la plus pauvre à la plus riche, les résultats suivants :

Plante.	Rb par kg/sec.	Plante.	Rb par kg/sec.
	mg		mg
Souci	6,2	Chélidoine	22,0
Soja	8,1	Morelle	23,7
Pivoine	9,4	Compagnon blanc	25,1
Galinga	11,3	Érigéron	25,4
Chiendent	11,8	Pomme de terre	30,0
Maïs	15,9	Moutarde blanche	35,3
Mauve	16,0	Tabac rustique	39,0
Grand Liseron	17,5	Colza	81,0
Euphorbe	21,2		

On connaît des cas d'absorption et de fixation d'une proportion relativement élevée d'un ou de plusieurs éléments par les membres d'une famille végétale ou même d'un groupe botanique plus étendu. Il est pour ainsi dire classique, bien que la preuve n'en ait pas été fournie par une étude appropriée, que les Graminées et les Cypéracées accumulent ordinairement des quantités importantes de silicium; les Crucifères des proportions relativement élevées de soufre. D'autre part l'un de nous a reconnu ([4]) que les Légumineuses et les Crucifères comprennent beaucoup d'espèces parmi les plus riches en bore, alors que les Graminées se montrent nettement parmi les plus pauvres. Enfin, d'après une Communication toute récente de L. Maume à l'Académie ([5]), les Légumineuses sont toujours plus riches en azote et en calcium que les Graminées vivant en concurrence avec elles. Pour le rubidium, autant qu'il est permis de conclure d'après le nombre réduit des espèces examinées, les Crucifères apparaissent en moyenne près de trois fois plus riches que les Graminées et les Légumineuses. Nous avons trouvé en effet, en dosant le rubidium dans les parties aériennes séchées à l'étuve des plantes suivantes :

Graminées (par kg. s.).		Légumineuses (par kg. s.).		Crucifères (par kg. s.).	
	mg		mg		mg
Maïs	16,9	Soja	8,1	Radis	17,2
Molinia	33,3	Haricot	3,3	Moutarde bl.	35,3
Orge des rats	19,9	Trèfle	20,0	Colza	81,0
Dactylis glom.	3,0	Luzerne	20,6	Cresson	51,1
Chiendent	11,8	Lupin bl.	20,3		
		Ajonc nain	17,4		
Total	83,9		95,7		184,6
Moyenne	16,8		16,1		46,1

([3]) Pour la désignation exacte des espèces et le tableau complet des résultats, voir le Mémoire qui paraîtra ultérieurement.

([4]) GAB. BERTRAND, en collaboration avec L. SILBERSTEIN, *Comptes rendus*, **211**, 1940, p. 624, plus Mémoire *Ann. Inst. Past.*, **67**, 1941, p. 154 et *Ann. Agr.*, **11**, 1941, p. 1.

([5]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 105.

Il semble que, en plus de l'espèce, la nature du milieu nutritif ait joué un grand rôle dans la répartition respective du rubidium chez les plantes utilisées dans nos recherches. Ainsi, en fixant son attention sur les espèces les plus riches, celles qui renferment au moins le double de la proportion moyenne de rubidium, qui est pour les plantes complètes d'environ 20^{mg} par kilogramme sec, on observe que *Gnaphalium uliginosum* ($40^{mg},3$) avait été récolté à la lisière d'un bois à Viroflay, dans une terre argileuse, qu'*Elodea palustris* ($40^{mg},5$) croissait immédiatement au bord d'un étang situé en Vendée dans une cuvette argileuse, que le Cresson de fontaine ($51^{mg},5$) avait été cueilli dans une sorte de rigole courant en terre forte, que *Joncus effusus*, le plus riche avec $98^{mg},5$, provenait d'une partie presque marécageuse du bois de Meudon. L'influence de l'argile et plus encore l'action combinée de l'argile et de l'eau sont probablement pour beaucoup, d'après ces quelques exemples, dans l'enrichissement en rubidium de certaines espèces végétales.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Le rôle de la Mécanique des fluides dans le développement de la théorie des fonctions d'une variable complexe.* Note de **Dimitri Riabouchinsky.**

Le fait qu'Euler a été un précurseur dans le développement de la théorie des fonctions d'une variable complexe est comparativement peu connu. En 1755, dans son ouvrage *Continuation des recherches sur la théorie du mouvement des fluides* (¹), Euler considère des mouvements qu'il définit par les conditions

$$(1) \qquad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \qquad \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = 0,$$

u, v étant les composantes de la vitesse. Le fluide est incompressible et le mouvement (nous employerons la terminologie et les notations admises actuellement) est irrotationnel. La différentielle des lignes de courant $u\,dx - v\,dx$ et celle des lignes équipotentielles $u\,dx + v\,dy$ étant intégrables en raison des équations (1), Euler constate qu'il doit en être de même pour l'expression

$$(2) \quad (u\,dx + v\,dy) \pm i(u\,dy - v\,dx) = (u \mp iv)(dx \pm i\,dy), \qquad u \mp iv = f(x \pm iy),$$

et inversement, comme on le met en évidence « par la méthode fort ingénieuse de M. d'Alembert » (²), et il obtient les valeurs réelles de u et v en prenant la somme et la différences des expressions

$$u - iv = f(z) = f_1(z) - if_2(z), \qquad u + iv = f(\bar{z}) = f_1(\bar{z}) + if_2(\bar{z}),$$

(¹) *Histoire de l'Académie Royale des Sciences et Belles Lettres*, Berlin, 1755, p. 316.

(²) La deuxième des expressions (2) est une solution de l'équation déduite de (1)

$$\frac{\partial^2(u \mp iv)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2(u \mp iv)}{\partial(iy)^2} = 0,$$

où $z = x + iy = \rho e^{i\omega}$, $\bar{z} = x - iy = \rho e^{-i\omega}$. Il représente ensuite u, v sous la forme de séries dont les termes sont $a_n \rho^n \cos n\omega$ et $b_n \rho^n \sin n\omega$, et prend, en intégrant (2), comme expression générale de la fonction de courant,

$$\psi_1(z) + \psi_1(\bar{z}) - i\psi_2(z) + i\psi_2(\bar{z}) = C.$$

Euler attire l'attention sur les singularités logarithmiques (tourbillons et sources ou puits, mais sans les nommer ainsi) et considère le problème de la détermination des fonctions ψ_1, ψ_2, telles que les courbes limitant le fluide soient des lignes prescrites à l'avance.

Euler n'oublie pas de mentionner qu'hormis les mouvements d'un fluide imcompressible définis par les équations (1), il y en a une infinité d'autres ne satisfaisant pas à la deuxième de ces équations.

L'auteur a étendu ([3]) la théorie d'Euler à une classe de mouvements rotationnels en introduisant la notion de *potentiel des vitesses généralisé* φ conjugué à la fonction de courant ψ, dans des expressions de la forme

$$\varphi + i_\varepsilon \psi = f(x + i_\varepsilon y), \qquad i_\varepsilon^2 = -\varepsilon, \qquad i_\varepsilon = \pm\sqrt{-\varepsilon},$$

où ε est une constante ou une fonction continue de x, y. La condition de monogénéité conduit aux expressions

$$\frac{dw}{dz} = \frac{\dfrac{\partial w}{\partial x}dx + \dfrac{\partial w}{\partial y}dy}{\dfrac{\partial z}{\partial x}dx + \dfrac{\partial z}{\partial y}dy} = \frac{\dfrac{\partial w}{\partial x}}{\dfrac{\partial z}{\partial x}} = \frac{\dfrac{\partial w}{\partial y}}{\dfrac{\partial z}{\partial y}} = f'(z),$$

où $w = \varphi + i_\varepsilon \psi$, $z = x + i_\varepsilon y$. En remarquant que

$$\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial z}{\partial x} = 0, \qquad \frac{\partial i_\varepsilon}{\partial x} = \frac{i_\varepsilon}{2\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}, \qquad \frac{\partial i_\varepsilon}{\partial y} = \frac{i_\varepsilon}{2\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}$$

et en tenant compte de l'indétermination du signe de i_ε, on obtient les équations

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \left(1 + \frac{y}{2\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}\right)\frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{y}{2\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}\frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{1}{2\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}\psi,$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{y}{2\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \left[1 + \frac{y^2}{4\varepsilon}\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}\right)^2\right]\left(\varepsilon + \frac{y}{2}\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}\right)^{-1}\frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{1}{2\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}\psi.$$

En séparant, par différentiation, dans ces équations les fonctions φ et ψ, on obtient des équations aux dérivées partielles du second ordre, dont ces fonctions sont des solutions. Si l'on pose

$$(3) \quad w = u_0(z + c^2 z^{-1}), \qquad \varphi = u_0\left(1 + \frac{c^2}{x^2 + \varepsilon y^2}\right)x, \qquad \psi = u_0\left(1 - \frac{c^2}{x^2 + \varepsilon y^2}\right)y,$$

où φ et ψ ont été séparés en égalant les parties réelles et les coefficients de i_ε, dans la première des équations (3), on obtient le potentiel des vitesses

---

([3]) *Hydrodynamiques non lagrangiennes* (*Atti del Congresso internazionale dei Matematici*, Bologna, V, 1928, p. 181).

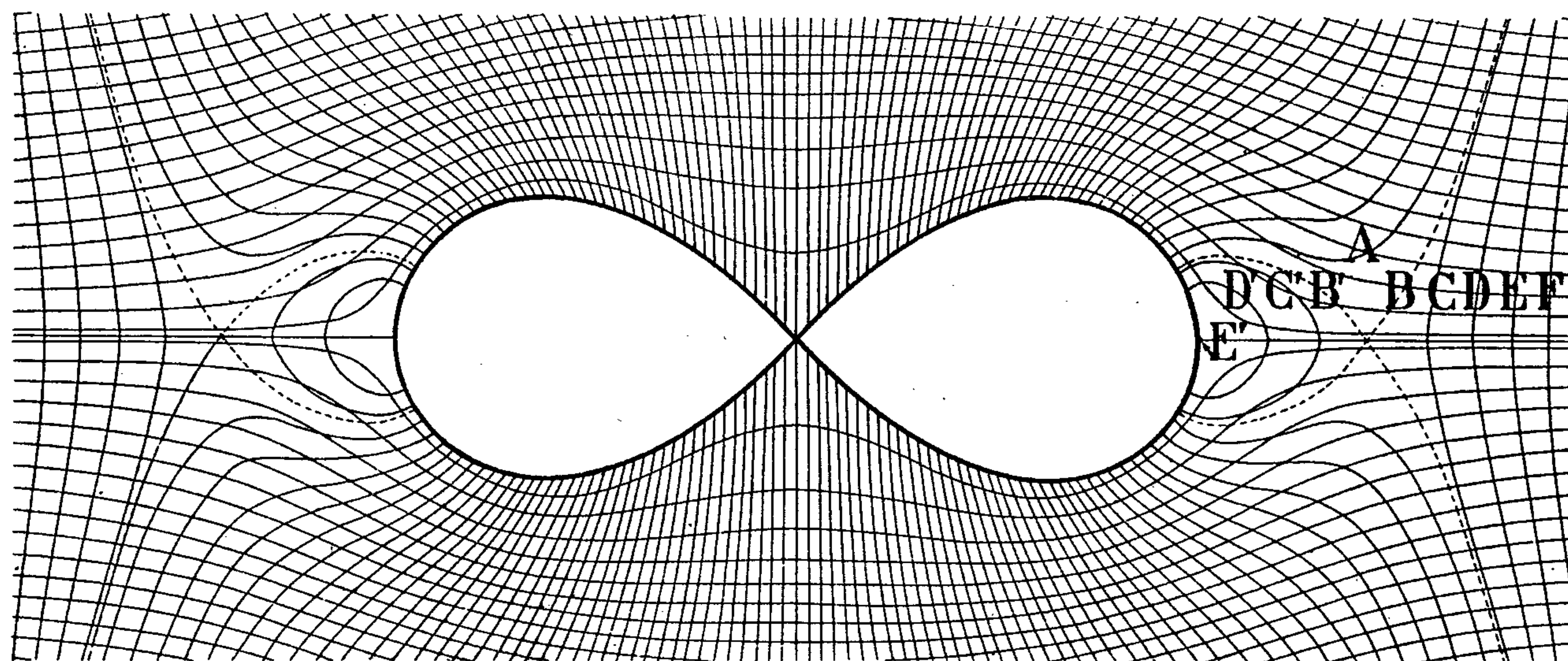
généralisé et la fonction de courant d'un mouvement rotationnel de vitesse u_0 à l'infini, contournant un corps, dont le profil est déterminé par l'équation $x^2+\varepsilon y^2=c^2$. Le choix de la fonction ε est limité par la condition que la fonction de courant ψ doit s'annuler sur ce profil et tendre vers $u_0 y$ à l'infini.

Appliquons cette théorie à un cas particulier. Admettons que le profil du corps est une lemniscate. On peut définir la fonction ε dans ce cas, par exemple, comme suit

$$\frac{x^2}{c^2}+\varepsilon\left(\frac{x}{c},\frac{y}{c}\right)\frac{y^2}{c^2}=1+\sum_n \mathrm{A}_n\left[\left(\frac{x^2}{c^2}+\frac{y^2}{c^2}\right)^2-\frac{x^2}{c^2}+\frac{y^2}{c^2}\right]^n, \tag{4}$$

où les A_n sont des fonctions de x, y ou des constantes positives ou nulles et les exposants $n=1, 2, 3, \ldots$.

Le réseau formé par les *équipotentielles* et les lignes de courant de la figure ci-contre correspond aux valeurs $n=1$, $\mathrm{A}_1=1$, $\mathrm{A}_2=\mathrm{A}_3=\ldots=0$. Ce réseau a été calculé et tracé, d'après les formules (3), (4), par M. S. Vladimirsky. Le point isolé E' et la courbe E, les arcs D' et D, C' et C, B' et B appartiennent aux mêmes équipotentielles.



Si l'exposant n du premier terme figurant sous le signe Σ dans l'équation (4) est égal à 2, les composantes u, v de la vitesse sont nulles sur la lemniscate. Cette remarque conduit à une méthode de calcul approché des mouvements laminaires et des forces de frottement exercées par un fluide visqueux sur un corps de forme arbitraire qu'il contourne, sans glissement sur sa paroi.

BACTÉRIOLOGIE. — *Les études d'Élie Metchnikoff sur les bacilles lactiques.* Note (¹) de M. **Costantino Gorini**.

A l'occasion du Centenaire d'Élie Metchnikoff, une récente publication (²) critique ses études sur l'action bienfaisante de l'Yoghurt contre les intoxications

(¹) Séance du 21 janvier 1946.

(²) Orla Jensen, E. Olsen, T. Geil, *Senility and intestinal flora* (Académie Royale Danoise des Sciences et Lettres, Kopenhagen, 1945).

intestinales; celle-ci ne serait pas due aux bacilles de l'Yoghurt (*Thermob. Bulgaricum* et *Thermob. Yoghurti*), mais à d'autres bacilles lactiques (*B. Bifidum* et *Thermob. intestinale*) qui sont capables de se développer vigoureusement dans l'intestin.

Je ne veux point entrer ici dans une discussion de nomenclature et de classification bactérienne, où l'on est par trop incliné à baptiser espèces nouvelles des variantes enzymatiques ambiantales par divergences individuelles ([3]).

Mais je désire rétablir la vérité au sujet des recherches de Metchnikoff, avec lequel j'ai eu le bonheur de m'entretenir de la question. Il n'a pas recommandé exclusivement le *Yoghurt* et le *B. Bulgaricum*. Lui aussi avait constaté que plusieurs sortes de bactéries lactiques, y compris le *B. Bifidus* Tissier, sont à même d'exercer une action bactériothérapique intestinale, et il préconisait même la recherche de nouveaux microbes plus particulièrement utiles (voir *Médicaments microbiens*, p. 39, Paris, 1909).

En effet, dans les nombreux laits aigris qui sont consommés traditionnellement chez différents peuples, on a rencontré maints types enzymatiques de lactobacilles et de lactocoques; certains d'entre eux sont acidoprotéolytiques ([4]). Or désormais on a établi que, dans les processus microbiens, l'importance d'une espèce ne dépend pas tant du nombre de ses cellules présentes que de sa production enzymatique ([5]). Par conséquent, dans l'usage des laits aigris, on ne doit pas considérer seulement le développement des bactéries introduites dans l'intestin, mais aussi les produits microbiens (acide lactique, enzymes) que l'on ingère et qui, avec le lactose, peuvent contribuer à améliorer la flore intestinale et la digestion.

Si les auteurs de la publication citée ci-dessus avaient connu tous les travaux d'Élie Metchnikoff, ils se seraient certainement abstenus de les minimiser et de conclure : « Metchnikoff was more blessed with intuition than with the patience of the true scientist ».

M. **Louis Roy** fait hommage à l'Académie de son *Cours de Mécanique rationnelle*, dont il vient de publier la deuxième édition, en trois volumes.

M. **Alexandre Bigot** fait hommage à l'Académie du *Bulletin de la Société Linnéenne de Normandie*. Volume supplémentaire, 1945, dans lequel il a publié une Note intitulée *La destruction des Collections et des Bibliothèques scientifiques de Caen*.

([3]) Par exemple *Thermob. Bulgaricum* et *Thermob. Yoghurti* ont été unifiés (Puntoni, *Ann. Microb.*, 2, 1942); *Thermob. intestinale* a été unifié avec *Lactob. acidophilus* (Rettger, *Yale University Press*, 1935); Gorini, *Rend. Ist. Lomb. Sc. Let.*, **77**, 1943-44.

([4]) Rist et Khoury, *Ann. Inst. Pasteur*, 1902; Grixoni, *Ann. medicina navale*, **1**, xi, 1905; Gorini, *Rend. Ist. Lomb. Sc. Let.*, **41**, 1908.

([5]) C'est ainsi que, dans la maturation des fromages, les acidoprotéolytes, même en petit nombre, peuvent exercer une influence essentielle.

COMMISSIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, MM. **Charles Maurain**, **Paul Langevin** pour la Division des Sciences mathématiques; **Hyacinthe Vincent**, **Louis Blaringhem** pour la Division des Sciences physiques; **Léon Guillet**, **Albert Portevin** pour la Section des Applications de la Science à l'Industrie, sont élus membres de la Commission qui, sous la présidence de M. le Président de l'Académie, dressera la liste des candidats à la place vacante, dans la Section des Applications de la Science à l'Industrie, par le décès de M. *Georges Charpy*.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de candidats à la place d'Astronome titulaire vacante à l'Observatoire de Paris, pour la première ligne M. *Nicolas Stoyko* obtient 34 suffrages contre 4 à M. *Henri Mineur*.

Pour la seconde ligne M. *André Lallemand* obtient 34 suffrages contre 3 à M. *Henri Mineur*; il y a 2 bulletins blancs.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation Nationale comprendra :

En première ligne .... M. **Nicolas Stoyko**.
En seconde ligne .... M. **André Lallemand**.

Dans la formation d'une liste de candidats au poste de Directeur de l'Observatoire de Strasbourg, pour la première ligne M. *Pierre Lacroute* obtient 36 suffrages contre 1 à M. *Jean Rösch*.

Pour la seconde ligne M. *Pierre Sémirot* obtient 29 suffrages contre 4 à M. *Jean Rösch* et 2 à M. *Junior Gauzit*.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation Nationale comprendra :

En première ligne .... M. **Pierre Lacroute**.
En seconde ligne .... M. **Pierre Sémirot**.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats à la Chaire de Physique atomique et moléculaire créée et déclarée vacante au Collège de France par arrêté du 19 décembre 1945.

(Renvoi à la Section de Physique générale.)

M. **André Mayer** prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section d'Économie rurale, par le décès de M. *Gustave Moussu*.

ALGÈBRE. — *Extension d'un théorème sur les répartitions en classes.* Note de M. **Germain Kreweras**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Zassenhaus cite ([1]) la proposition suivante, démontrée par Willi Maak : si deux répartitions A et B d'un ensemble E en n classes (sans éléments communs) sont telles qu'une réunion de classes A en nombre quelconque r ne contient jamais plus de r classes B, les deux répartitions admettent un système commun de représentants.

Nous nous proposons d'étendre la méthode utilisée par Zassenhaus à la démonstration d'un théorème plus général.

Soient A et B deux répartitions quelconques d'un ensemble E en n classes. Soit h le plus petit nombre tel qu'une réunion de classes A en nombre quelconque r contienne au plus $r+h$ classes B, et soit k le plus petit nombre tel qu'il existe $n+k$ éléments comprenant un système de représentants de A et un système de représentants de B; on a toujours $h=k$.

I. $h \geqq k$. — Cette inégalité sera établie par récurrence sur n. Elle est évidente pour $n=2$, car on a alors nécessairement $h=k=0$. Montrons-la pour n, en la supposant vraie pour $n-1$.

Pour cela appelons *ensemble principal* toute réunion de r classes A contenant $r+h$ classes B. Soient N_1 et N_2 deux ensembles principaux contenant l'un r, l'autre s classes A. L'intersection $N_1 \cap N_2$ se compose de d classes A, la réunion de $r+s-d$ classes A. Par hypothèse l'intersection contient $d+h$ classes B, avec $d' \leqq d$. Comme dans N_1 et N_2 il y a respectivement $r+h$ et $s+h$ classes B, leur réunion contient au moins $(r+h)+(s+h)-(d'+h)=r+s-d'+h$ classes B. L'hypothèse entraîne $d' \leqq d$ et $r+s=d'+h \leqq r+s-d+h$; donc $d'=d$. Réunion et intersection d'ensembles principaux sont donc encore des ensembles principaux.

Il existe un plus petit ensemble principal N. N contient une classe A, soit A_1, et une classe B, soit B_1, qui ont un élément commun a_1. Soit E′ l'ensemble des éléments de E étrangers à A_1 et à B_1. Soit, pour $i \geqq 2$, A'_i l'ensemble des éléments de A_i étrangers à B_1 et B'_i l'ensemble des éléments de B_i étrangers à A_1. Les A'_i et B_i réalisent deux répartitions de l'ensemble E′ en $n-1$ classes. Soient h' et k' les valeurs de h et k correspondantes.

1° $h' \leqq h$. — En effet, si r classes A pouvaient contenir plus de $r+h$ classe B, on aurait par exemple

$$A'_2 \cup A'_3 \cup \ldots \cup A'_{r+1} \supseteq B'_2 \cup B'_3 \cup \ldots \cup B'_{r+h+2}$$

et, en réunissant aux deux membres les éléments de A_1,

$$A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_{r+1} \supseteq B_2 \cup B_3 \cup \ldots \cup B_{r+h+2}.$$

([1]) *Lehrbuch der Gruppentheorie*, t. 1, p. 11.

La réunion U du premier membre serait un ensemble principal contenant A_1, donc aussi N tout entier, d'après la définition de N. Mais $N \supseteq B$; U contiendrait donc les $r+h+2$ classes $B_1, B_2, \ldots, B_{r+h+2}$, ce qui est contraire à la définition de h.

2° $k \leq k'$. — En effet, par suite de la définition de k', il existe une réunion de $n-1+k'$ éléments représentant chacune des classes A'_i et $B^i (2 \leq i \leq n)$; en ajoutant l'élément a_1, on a une réunion de $n+k'$ éléments représentant chacune des classes A_i et $B_i (1 \leq i \leq n)$. Donc $n+k \leq n+k'$.

3° $h' \geq k'$ par hypothèse. — Il en résulte, en tenant compte des inégalités (1°) et (2°), $h \geq k$.

• II. $h \leq k$. — En effet une réunion R de r classes A ne peut contenir plus de $r+k$ classes B. C'est évident si $r \geq n-k$. Si $r < n-k$, considérons un système de représentants S de A et un système de représentants S′ de B, dont la réunion est composée de $n+k$ éléments. L'intersection $S \cap S'$ est alors composée de $n-k$ éléments, et il y a au moins $n-k-r$ éléments de cette intersection qui ne font pas partie de R, donc au moins $n-k-r$ classes B non contenues dans R; donc au plus $r+k$ classes B contenues dans R.

On a finalement toujours, d'après (I) et (II), $h=k$. La proposition citée par Zassenhaus correspond au cas particulier où $h=k=0$.

GÉOMÉTRIE. — *Sur le caractère euclidien d'espaces-temps extérieurs statiques partout réguliers.* Note [1] de M. **André Lichnerowicz**, présentée par M. Élie Cartan.

J'ai récemment exposé [2] l'état actuel de l'étude des espaces-temps extérieurs d'Einstein qui sont partout réguliers dans l'espace. En ce qui concerne les ds^2 statiques du type le plus général, les résultats obtenus par Einstein, W. Pauli et moi-même [3] ne permettaient pas encore, dans le cas d'une métrique à comportement asymptotique euclidien, d'écarter toute hypothèse à l'infini autre que le caractère euclidien de la métrique. Dans une correspondance privée, W. Pauli m'a signalé l'intérêt qu'il y aurait à écarter toute hypothèse auxiliaire : il pensait qu'on devait pouvoir y parvenir par une synthèse de nos méthodes respectives. C'est en effet ce qui a lieu : un problème important de la théorie de la Relativité se trouve ainsi résolu.

Considérons donc un espace-temps à comportement asymptotique euclidien. Les potentiels $g_{\alpha\beta}$ correspondants pourront dans le cas statique être mis sous

---

(1) Séance du 28 janvier 1946.

(2) Cf. *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 652.

(3) Cf. Einstein, *Univ. Nac. Tucuman Rev.*, 2, 1941, p. 11; Einstein et Pauli, *Ann. of Math.*, 44, 1943, p. 131; Lichnerowicz, *Actual. Scient. Ind.*, n° 833, 1939, pp. 44-70 (les notations de cet Ouvrage sont utilisées dans la présente Note; cet Ouvrage sera désigné dans la suite par L.).

la forme

$$g_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} + \gamma_{\alpha\beta} \quad (\alpha, \beta = 1, 2, 3, 4),$$

avec

$$\gamma_{\alpha\beta} = \frac{\varepsilon_{\alpha\beta}}{r},$$

où les $\delta_{\alpha\beta}$ sont les potentiels de l'espace-temps de Minkowski, r la distance géodésique spatiale à un point fixe o et où les $\gamma_{\alpha\beta}$ tendent uniformément vers zéro quand r augmente indéfiniment. Je me propose d'établir le résultat suivant :

THÉORÈME. — *Si un espace-temps extérieur statique du type le plus général admet un comportement asymptotique euclidien, il ne peut être partout régulier sans se réduire à l'espace-temps euclidien.*

La démonstration est basée sur deux identités relatives aux ds^2 statiques généraux. La première n'est autre que mon extension du théorème de Gauss ([4]); d'après celle-ci, l'équation $R_4^4 = 0$ peut s'écrire

$$(1) \qquad \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_i [\Gamma^i_{4\alpha} g^{4\alpha} \sqrt{-g}] = 0.$$

Soit

$$(1') \qquad \nabla_\lambda h^\lambda = 0,$$

si l'on désigne par $\vec{h}$ le vecteur de composantes

$$h^i = \Gamma^i_{4\alpha} g^{4\alpha}; \qquad h^4 = 0 \qquad (i = 1, 2, 3).$$

La seconde identité peut être construite en explicitant une relation fondamentale de mon travail antérieur ([5]). Nous introduirons les quantités

$$Q_{ij} = \frac{1}{2} g_{44} \left[\partial_i \left(\frac{g_{4j}}{g_{44}} \right) - \partial_j \left(\frac{g_{4i}}{g_{44}} \right) \right],$$

$$M^2 = \frac{1}{2} (g^{ik} g^{jK} - g^{iK} g^{jk}) Q_{ij} Q_{kK};$$

pour un ds^2 statique, l'équation $R_{44} = 0$ peut alors être mise sous la forme

$$(2) \qquad \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_i \left[g^{ij} \frac{\partial_j g_{44}}{g_{44}} \sqrt{-g} \right] = \frac{2M^2}{g_{44}},$$

soit

$$(2') \qquad \nabla_\lambda K^\lambda = \frac{2M^2}{g_{44}},$$

si l'on désigne par $\vec{K}$ le vecteur de composantes

$$K^i = g^{ij} \frac{\partial_j g_{44}}{g_{44}}, \qquad K^4 = 0.$$

([4]) Cf. L., pp. 64-65.
([5]) Cf. L. p. 44; équation (9.2).

a. La déviation de g_{44} par rapport à δ_{44} ne peut être de l'ordre $1/r$. En effet en intégrant l'équation (1) dans le volume limité par une sphère géodésique Σ, de centre O, de rayon ρ arbitrairement grand, il vient

$$\text{flux}_\Sigma \vec{h} = \iiint \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_i [\Gamma^i_{4\alpha} g^{4\alpha} \sqrt{-g}] \sqrt{-g}\, dx^1\, dx^2\, dx^3 = 0.$$

Or ce flux ne peut être nul que si la déviation est d'ordre supérieur à $1/r$. C'est le résultat d'Einstein et Pauli.

b. S'il en est ainsi, intégrons les deux membres de l'équation (2) dans le volume limité par Σ. Il vient

$$\text{flux}_\Sigma \vec{K} = \iiint \frac{2 M^2}{g^{44}} \sqrt{-g}\, dx^1\, dx^2\, dx^3.$$

Ce flux doit tendre vers zéro quand le rayon ρ de Σ augmente indéfiniment. Il en résulte

$$M^2 = 0, \qquad Q_{ij} = 0.$$

Or les relations $Q_{ij} = 0$ sont les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'il existe un changement de coordonnées

$$x^i = x^{i'}, \qquad x^4 = x^{4'} - f(x^{1'}, x^{2'}, x^{3'})$$

tel que les lignes de temps soient les trajectoires orthogonales des surfaces $x^{4'} =$ const. On se trouve alors ramené au cas statique orthogonal, ce qui démontre le théorème.

ANALYSE GÉNÉRALE. — *Problème de Wiener. Recherche de solutions séparées. Caractérisation de certains espaces par leur groupe de déformations.* Note [1] de M. **Jean Colmez**, présentée par M. Élie Cartan.

Introduction. — Introduisons dans l'ensemble des Topologies générales [2] les notions de Topologie plus fine ($\mathfrak{T} \subset \mathfrak{T}'$ si $\mathfrak{T}$ est plus fine que $\mathfrak{T}'$), d'image réciproque [directe] d'une Topologie dans une transformation en conservant mot pour mot les définitions données par N. Bourbaki [3]. Nous pouvons alors, généralisant une notion donnée par A. Appert, associer à une Topologie $\mathfrak{T}$ une Topologie $\mathfrak{T}^1_P[\mathfrak{T}^2_P]$ dite associée P qui sera, si elle existe, la plus [moins] fine des Topologies moins [plus] fines que $\mathfrak{T}$ et vérifiant la propriété P.

Nous avons :

Si P est une propriété invariante par image directe [réciproque] dans une transformation f de l'ensemble E dans lui-même et, si $\mathfrak{T}$ est telle que f soit continue, il en est de même pour $\mathfrak{T}^1_P[\mathfrak{T}^2_P]$.

---

(1) Séance du 28 janvier 1946.

(2) Voir Alexandroff und Hopf, *Topologie*, I, Berlin, 1935.

(3) *Éléments de Mathématiques*, II, livre III, chap. I.

Désignons par I, II, III, IV, T_1 les axiomes suivants : I, $A \subset \bar{A}$; II, $A \subset B$, $\bar{A} \subset \bar{B}$ et $\bar{o} = o$; III, $\bar{\bar{A}} \subset \bar{A}$; IV, $\overline{A \cup B} \subset \bar{A} \cup \bar{B}$; T_1, $\bar{a} \subset a$ (a = ensemble formé d'un élément). Alors $\mathfrak{T}^1_{I}$, $\mathfrak{T}^1_{II}$, $\mathfrak{T}^1_{III}$, $\mathfrak{T}^2_{IV}$ vérifient le théorème précédent.

Nous dirons qu'un ensemble est compact ([4]) si tout ultrafiltre $\mathcal{F}$ tel que $A \in \mathcal{F}$ a un point limite $\in A$ (c'est-à-dire un point $\in$ l'intersection des fermetures des éléments de $\mathcal{F}$).

On montre que si $\mathfrak{T}$ est compacte, les associées $\mathfrak{T}^2_{II}$, $\mathfrak{T}^2_{IV}$, $\mathfrak{T}^2_{II\text{-}IV}$ sont compactes et ont mêmes limites d'ultrafiltres, et $\mathfrak{T}^2_{II\text{-}IV}$ est définie à partir des limites d'ultrafiltres, c'est-àdire que $a \in \bar{A}$ ($\mathfrak{T}^2_{II\text{-}IV}$) s'il existe $\mathcal{F} \ni A$ et a limite de $\mathcal{F}$ dans la Topologie $\mathfrak{T}$ ([5]).

On montre enfin qu'un espace muni d'une Topologie $\mathfrak{T}$ vérifiant II-III et admettant un groupe transitif de déformations et possédant au moins un ensemble fermé compact vérifie I-II-III et est symétrique ([6]).

Recherche de solutions séparées au Problème de Wiener. — Soit G un groupe de permutations sur un ensemble E; (A, G, A) désignant l'ensemble des éléments invariants dans toutes les permutations du groupe (G, A) laissant chaque point de A invariant, on appellera Topologie naturelle du groupe G l'associée $\mathfrak{T}^2_{IV}$ de ($\mathfrak{T}$, G), ($\mathfrak{T}$, G) étant la Topologie définie par $\bar{A} = (A, G, A)$.

Cette Topologie naturelle est quasi accessible ([7]) et, avec ($\mathfrak{T}$, G), admet G comme groupe de déformations. Elle est définie par ses ultrafiltres de la façon suivante : a est limite de $\mathcal{F}$ si et seulement si $(G, a) \supset (G, \mathcal{F}) = \bigcup_{u \in \mathcal{F}} (G, u)$; $(G, \mathcal{F})$ groupe laissant $\mathcal{F}$ invariant.

Cette Topologie est moins fine que toute solution séparée du Problème de Wiener. Une condition nécessaire pour qu'il y ait des solutions non discrètes séparées [et compactes] est que ($\mathfrak{T}$, G) soit non discrète [et compacte ce qui exige, si G est transitif, que $(G, a) \supset (G, b)$ entraîne $(G, a) = (G, b)$].

Caractérisation de certains espaces par leur groupe de déformations. — Supposons dans la suite que la Topologie $(\mathfrak{T}, G)^2_{IV}$ soit séparée non discrète [compacte]. C'est alors la solution séparée la moins fine [la seule compacte].

Une topologie $\mathfrak{T}$ séparée [compacte] coïncidant avec la Topologie naturelle d'un de ses groupes de déformations est caractérisée à partir de ce groupe par la condition d'être la moins fine des Topologies (la seule compacte) séparée admettant ce groupe comme groupe de déformations. La condition nécessaire

---

([4]) TUKEY (*Annals of Math. Studies*, II, Princeton, 1940) dit *bicompact*; avec notre notation les compacts de N. Bourbaki sont compacts et séparés.

([5]) En ce qui concerne $\mathfrak{T}^2_{II\text{-}IV}$, ces résultats se trouvent sous une forme très différente dans M. M. DAY, *Convergence, Closure and Neighborhoods* (*Duke Math. Journal*, **11**, I, mars 1944, p. 199).

([6]) Espace symétrique : dont les fermetures des éléments forment des classes d'équivalence sur E.

([7]) C'est-à dire une Topologie au sens d'Alexandroff et Hopf.

et suffisante pour que $\mathfrak{T} = (\mathfrak{T}, G)^{2}_{IV}$ est que : si $a \notin \overline{A}$, il existe $A_1, \ldots, A_n$ tels que $A = \bigcup_{1}^{n} A_i$ et que pour chaque A_i il existe $fi \in (G, A_i)$, $fi \notin (G, a)$, condition réalisée en particulier dans les espaces R^n et T^n : on montre que les Topologies des espaces T^n et R^n coïncident avec la Topologie naturelle d'un groupe G laissant les éléments d'abscisses rationnelles invariants.

En général un groupe de permutations admettant une Topologie naturelle séparée n'est pas le groupe des déformations de l'espace ainsi construit. Ce groupe est $\bigcup G'$ réunion de tous les groupes G' admettant cette même topologie naturelle et admet cette même Topologie naturelle.

On montre que si les E_λ, $\lambda \in \Phi$ forment une famille d'espaces telle que leur Topologie respective $\mathfrak{T}_\lambda$ coïncide respectivement avec la Topologie naturelle d'un de leurs groupes G_λ de déformations, il en est de même pour l'espace produit topologique ΠE_λ.

HYDRAULIQUE. — *Étude théorique des oscillations dans une chambre d'équilibre à section horizontale variable* (pertes de charge négligeables). Note ([1]) de M. **Léopold Escande**, transmise par M. Charles Camichel.

Nous avons déduit des équations fondamentales des chambres d'équilibre la solution théorique de certains problèmes relatifs aux chambres d'équilibre à section F variable avec Z. Nous avons comparé aux résultats ainsi calculés ceux qui nous étaient fournis par notre méthode D. F. et par notre méthode semi-graphique ([2]).

1° *Fermeture totale instantanée de* Q_0 *à* 0 *en négligeant les pertes de charge.* — Si l'on essaie de traiter le problème en tenant compte du terme des pertes de charge $\varepsilon K W^2$, on aboutit à l'équation différentielle

$$V^2\left(\frac{dF}{dZ} + \varepsilon \frac{gKF^2}{Lf}\right) + FV\frac{dV}{dZ} + \frac{gf}{L} Z = 0, \tag{1}$$

qui donne l'expression

$$V^2 = \left[\lambda - \frac{2gf}{L}\int Z e^{\varepsilon \frac{2gK}{Lf}\int F\,dZ} dZ\right] \frac{e^{-\varepsilon \frac{2gK}{Lf}\int F\,dZ}}{F^2}, \tag{2}$$

dont l'intégration n'est pas possible en général par voie analytique. Au contraire, si les pertes de charge dans le canal d'amenée sont négligeables, on a $K = 0$, et l'équation (1) devient

$$V^2 = \left[\lambda - \frac{2gf}{L}\int ZF\,dZ\right]\frac{1}{F^2}. \tag{3}$$

([1]) Séance du 4 février 1946.

([2]) *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 479.

Dans la plupart des cas, l'intégration devient possible : ainsi, pour un tronc de cône, on a

$$F(Z) = \pi(a + bZ)^2, \tag{4}$$

$$V^2 = \frac{1}{\pi^2(a+bZ)^4}\left[Q_0^2 - \frac{2gf\pi}{L}Z^2\left(\frac{a^2}{2} + \frac{2abZ}{3} + \frac{b^2Z^2}{4}\right)\right]. \tag{5}$$

Nous avons appliqué ces équations, ainsi que la méthode D. F. et la méthode semi-graphique, à l'étude de l'exemple suivant :

$$Q_0 = 20\ \text{m}^3/\text{sec}, \quad f = 10\ \text{m}^2, \quad L = 4000^{\text{m}},$$
$$F = \pi[9,76 + Z]^2.$$

La concordance obtenue est excellente, comme on peut en juger par les valeurs suivantes relatives au maximum de Z :

Valeur théorique	$5^{\text{m}},38$
Méthode D. F.	5,345
Méthode semi-graphique	5,39

2° *Fermeture partielle instantanée de Q_0 à Q_1 en négligeant les pertes de charge.*

La solution théorique est analogue à celle du problème précédent : nous l'avons appliquée, ainsi que la méthode D. F. et la méthode semi-graphique, à l'étude de la même installation, la manœuvre considérée étant une fermeture instantanée de $Q_0 = 20\ \text{m}^3/\text{sec}$ à $Q_1 = 10\ \text{m}^3/\text{sec}$.

On se rend compte de l'excellente concordance obtenue par les chiffres suivants, relatifs à la cote maxima atteinte par le plan d'eau à la fin de la première montée :

Valeur théorique	$3^{\text{m}},05$
Méthode D. F.	3,046
Méthode semi-graphique	3,065

3° *Fermeture totale linéaire de durée $\mathfrak{T}$ de Q_0 à 0 en négligeant les pertes de charge.* — Nous nous limitons à l'hypothèse $K = 0$ (pertes de charge négligeables), et nous étudions ce qui se passe entre les instants 0 et $\mathfrak{T}$, c'est-à-dire lorsque l'on a

$$Q = Q_0\left(1 - \frac{t}{\mathfrak{T}}\right).$$

On aboutit à l'équation différentielle

$$V^2\frac{dF}{dZ} + FV\frac{dV}{dZ} - \frac{Q_0}{\mathfrak{T}} + \frac{gf}{L}Z = 0 \tag{6}$$

et à la solution

$$V^2 = \frac{2}{F^2}\int_0^Z\left(\frac{Q_0}{\mathfrak{T}} - \frac{gf}{L}Z\right)F\,dZ, \tag{7}$$

qui permet de construire la courbe V(Z) jusqu'à l'instant $\mathfrak{T}$ par intégration

mathématique ou graphique. Après l'instant $\mathfrak{T}$, on est ramené au problème précédent.

Par exemple, pour une chambre tronconique, on a les expressions successives de V^2, valables la première pour $t < \mathfrak{T}$, la seconde pour $t > \mathfrak{T}$,

$$(8)\quad V^2 = \frac{2Z}{\pi(a+bZ)^4}\left[\frac{a^2Q_0}{\mathfrak{T}} + \left(\frac{abQ_0}{\mathfrak{T}} - \frac{a^2gf}{2L}\right)Z + \frac{1}{3}\left(\frac{b^2Q_0}{\mathfrak{T}} - \frac{2abgf}{L}\right)Z^2 - \frac{b^2gf}{4L}Z^3\right],$$

$$(9)\quad V^2 = \frac{1}{F^2}\left\{V_{\mathfrak{T}}^2F_{\mathfrak{T}}^2 - \frac{2gf\pi}{L}\left[Z^2\left(\frac{a^2}{2} + \frac{2abZ}{3} + \frac{b^2Z^2}{4}\right) - Z_{\mathfrak{T}}^2\left(\frac{a^2}{2} + \frac{2abZ_{\mathfrak{T}}}{3} + \frac{b^2Z_{\mathfrak{T}}^2}{4}\right)\right]\right\}.$$

Nous avons appliqué ces équations à l'étude de l'installation précédemment envisagée, le débit passant linéairement de 20 m³/sec à 0 en 100 secondes. Nous avons comparé les résultats obtenus à ceux que donnent la méthode D. F. et la méthode semi-graphique. La concordance reste aussi bonne que dans les problèmes précédents, les valeurs maxima de Z étant maintenant les suivantes :

	m
Valeur théorique	5,30
Méthode D. F.	5,262
» semi-graphique	5.31

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur le spectre acoustique d'une corde.* Note de M. **B. Hostinsky**, présentée par M. Henri Villat.

1. Considérons une corde tendue sans masse dont les extrémités A et B sont fixes et qui est chargée de m petits corps égaux $M_1, M_2, \ldots, M_m$ placés à distances égales entre eux. Posons, si la corde se trouve dans sa position d'équilibre,

$$AM_1 = M_1M_2 = \ldots = M_{m-1}M_m = M_mB = a.$$

Si μ est la masse d'un de ces corps, la masse totale M portée par la corde est égale à $m\mu$ et sa longueur totale l est égale à $(m+1)a$. Représentons par S la tension de la corde et par y_k le déplacement transversal du corps M_k; nous supposons que la corde reste toujours dans un plan fixe passant par AB. Tout petit mouvement transversal de la corde résulte d'une superposition de m vibrations principales. La fréquence, multipliée par 2π, de la $r^{\text{ième}}$ vibration principale est

$$(1)\quad \nu_r = 2\sqrt{\frac{S}{\mu a}}\sin\frac{r\pi}{2(m+1)} \qquad (r = 1, 2, \ldots, m).$$

L'ensemble de ces r fréquences constitue le *spectre acoustique* de la corde.

Le mouvement de la corde est représenté par la formule générale $(k = 1, 2, \ldots, m)$

$$(2)\quad y_k = \frac{2}{m+1}\sum_{r=1}^{m}\sin\frac{kr\pi}{m+1}\left\{\left[\sum_{s=1}^{m}\sin\frac{rs\pi}{m+1}y_s^{(0)}\right]\cos\nu_r t + \frac{1}{\nu_r}\left[\sum_{s=1}^{m}\sin\frac{rs\pi}{m+1}v_s^{(0)}\right]\sin\nu_r t\right\},$$

où $y_s^{(0)}$ et $v_s^{(0)}$ sont les valeurs initiales des y_s (pour $t = 0$) et des (dy_s/dt).

2. La formule (2) permet de résoudre le problème suivant : « La corde est au repos pour $t < 0$. A l'instant $t = 0$ on imprime une vitesse $v^{(0)}$ au corps M_1; à l'instant $t = \tau$ ($\tau > 0$) on fait augmenter de nouveau la vitesse du point M_1 de la même quantité $v^{(0)}$. Exprimer l'énergie $E_p^{(2)}$ relative à la $p^{\text{ième}}$ vibration principale de la corde après ces deux impulsions en fonction de p et de l'intervalle de temps τ qui sépare l'une de l'autre ». Pour cela, il faut calculer les y_k, décomposer le mouvement en vibrations principales et ajouter l'énergie cinétique relative à la $p^{\text{ième}}$ à l'énergie potentielle correspondante. Le calcul donne

$$E_p^{(2)} = 4\,\frac{\mu v_0^2}{m+1}\sin^2\frac{p\pi}{m+1}\cdot\cos^2\frac{\nu_p\tau}{2}, \tag{3}$$

où ν_p est donné par la formule (1).

Le cas où m est un très grand nombre est particulièrement intéressant. Nous allons examiner successivement deux méthodes différentes qui permettent d'introduire, dans ce cas, des variables continues au lieu des indices 1, 2, ..., m.

3. La première de ces méthodes est due à Lagrange. Il suppose que la longueur l et la masse totale M ne varient pas, et il fait m augmenter indéfiniment, de sorte que μ et a deviennent infiniment petites avec la condition $m^2\mu a = M(l-a)$. La formule (1) donne *pour une valeur fixe de r* la formule classique (hauteurs des sous-harmoniques) :

$$\lim_{m\to\infty}\nu_r = \pi r\sqrt{\frac{S}{Ml}} \qquad (r = 1, 2, 3, \ldots). \tag{1a}$$

La formule (1 a) convient au cas d'une corde continue avec une répartition uniforme de la masse; le nombre de vibrations principales (sous-harmoniques) est alors infini.

Cette méthode fait disparaître une propriété remarquable du spectre acoustique (1). En effet, suivant (1), les fréquences s'accumulent vers l'extrémité droite du spectre, tandis que, suivant (1 a), les fréquences des vibrations principales de la corde continue forment une progression arithmétique.

4. Passons à la seconde méthode. Si m est très grand, posons $r/m = x$ et *faisons croître m et r en même temps*, de sorte que x ne change pas. Alors sous l'hypothèse que M et l ne varient pas, la formule (1) donne, pour m très grand,

$$\nu(X) = 2m\sqrt{\frac{S}{Ml}}\sin\frac{\pi X}{2}. \tag{1b}$$

La fréquence d'une vibration principale, multipliée par 2π, se trouve ainsi exprimée en fonction de la variable auxiliaire x ($0 < x < 1$). Pour que le second membre de (1 b) donne correctement les m fréquences, il faut : 1° écrire $(l-a)$ à la place de l au dénominateur; 2° substituer $r/(m+1)$ à la place de x; 3° remplacer r successivement par 1, 2, ..., m. Mais, si m est très grand et s'il s'agit de fréquences élevées, on peut regarder x dans (1 b) comme une variable continue. Le nombre total m de fréquences est réparti uniformément sur

l'intervalle o, ..., 1 de la variable x. Le nombre de fréquences qui correspondent aux valeurs de x comprises entre x et $x+dx$ est égal à $m\,dx$. La formule (1 b) donne, pour définir $m\,dx$,

$$(4)\qquad d\nu = \pi\sqrt{\frac{S}{Ml}}\cos\frac{\pi X}{2}\,m\,dx.$$

$m\,dx$ est le *nombre de fréquences* (multiplié par 2π) *de la corde, comprises entre* ν *et* $\nu+d\nu$; ν est lié à x par l'équation (1 b).

5. Si donc m est très grand, l'énergie $dE^{(2)}(\nu)$ de la corde après deux impulsions successives (voir n° 2), relative aux fréquences comprises entre ν et $\nu+d\nu$, est égale au produit des seconds membres des formules (3) et (4). Mettons, dans (3), α au lieu de $p/(m+1)$ et ν au lieu de ν_p; il vient

$$(5)\qquad \frac{dE^{(2)}(\nu)}{d\nu} = \frac{\mu\nu_0^2}{m+1}\,\frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{Ml}{S}}\sin^2\frac{\pi X}{2}\cos\frac{\pi X}{2}\cos^2\frac{\nu\tau}{2},$$

où ν est déterminé par l'équation (1 b).

Pour une valeur donnée de τ, les formules (1 b) et (5) donnent ν et la densité d'énergie $dE^{(2)}(\nu)/d\nu$ en fonction de la variable auxiliaire x. Faisons varier x de o à 1; chaque valeur de x donne ainsi un point de la courbe qui représente la densité d'énergie en fonction de ν. Si τ est suffisamment petit, la courbe a un seul maximum; ce maximum se déplace vers l'extrémité droite du spectre, si τ tend vers zéro. La valeur limite de x qui correspond au maximum de la courbe pour $\tau = 0$ est déterminée par l'équation $\operatorname{tg}(\pi x/2) = 2$.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Sur la propagation des ondes électromagnétiques dans les tuyaux courbés.* Note de M. **Marc Jouguet**.

Étant donnée une onde se propageant dans un tuyau cylindrique à paroi parfaitement conductrice, on se propose de rechercher ce qu'elle devient, si le tuyau présente une partie courbée, qu'on assimilera à un tore de rayon a. Pour cela on utilisera des coordonnées orthogonales z, r et φ définies de la façon suivante : M étant un point situé dans le tore, soit C le centre du cercle méridien dont le plan contient M, z est l'abscisse de C comptée sur l'axe courbé du guide; r est la distance CM et φ l'angle de CM avec la parallèle à l'axe du tore, menée par C. Les équations de Maxwell, écrites dans ce système de coordonnées, se réduisent aux équations classiques en coordonnées cylindriques quand a est infini.

Considérons une solution déterminée du guide cylindrique. Les composantes des champs sont, en sous-entendant un facteur $e^{i(kct-k_z z)}$, des quantités E_{z0}, E_{r0}, $E_{\varphi 0}$, H_{z0}, H_{r0}, $H_{\varphi 0}$, qui ne dépendent que de r et de φ. Supposons la courbure du guide faible et proposons-nous de trouver une solution de la forme

$$(1)\qquad E_z = E_{z0} + \Delta E_z,\quad \ldots,\quad H_z = H_{z0} + \Delta H_z,\quad \ldots,$$

où les ΔE et les ΔH ne dépendent que de r et de φ et doivent être multipliés par le même facteur exponentiel que les E_0 et les H_0. En portant les expressions (1) dans les équations de Maxwell et en négligeant des infiniment petits d'ordre supérieur, on est conduit, pour déterminer les ΔE et les ΔH, à intégrer des équations qui sont celles de Maxwell en coordonnées cylindriques, mais avec des seconds membres qui s'expriment en fonction des E_0 et des H_0.

Ondes (E_0). — Dans ce cas l'intégration de ces équations peut être effectuée, si l'on admet *a priori* que les ΔE et les ΔH ne dépendent de φ que par des facteurs $\cos\varphi$ ou $\sin\varphi$. Les intégrales régulières sur l'axe du guide dépendent de deux constantes arbitraires qu'on détermine par les conditions aux limites

$$\Delta E_z = \Delta E_\varphi = 0 \quad \text{pour } r = r_0. \tag{3}$$

Les ΔE et les ΔH étant ainsi déterminés, on en déduit par (1) les composantes des ondes qui correspondent aux ondes (E_0) du guide cylindrique. On trouve

$$(4)\left\{\begin{aligned}
E_z &= \left[\alpha^2 - \frac{1}{2a}(k^2 - 3k_z^2)r\sin\varphi\right]J_0(\alpha r) + \frac{k_z^2}{2a}(r_0^2 - r^2)\sin\varphi J_1(\alpha r),\\
E_r &= ik_z\left\{\alpha - \frac{1}{2a\alpha r}[(k^2+\alpha^2)r_0^2 + (k^2 + 2\alpha^2)r^2]\sin\varphi\right\}J_1(\alpha r)\\
&\quad + \frac{ik_z}{2a}[1 - k_z^2(r_0^2 - r^2)]\sin\varphi J_0(\alpha r),\\
E_\varphi &= -\frac{ik_z}{2a}(2k^2r_0^2 - 1)\cos\varphi J_0(\alpha r) + \frac{ik_z}{2a\alpha r}(k^2+\alpha^2)(r_0^2 - r^2)\cos\varphi J_1(\alpha r),\\
H_z &= \frac{kk_z}{a}[rJ_0(\alpha r) + \alpha r_0^2 J_1(\alpha r)]\cos\varphi,\\
H_r &= \frac{ik}{2a}\left[(1 + 2k_z^2r_0^2)J_0(\alpha r) - \frac{k_z^2}{\alpha r}(r_0^2 - r^2)J_1(\alpha r)\right]\cos\varphi,\\
H_\varphi &= ik\left[\alpha - \frac{1}{2a\alpha r}(k_z^2 r_0^2 + k^2 r^2)\sin\varphi\right]J_1(\alpha r)\\
&\quad - \frac{ik}{2a}[1 + k_z^2(r_0^2 - r^2)]J_0(\alpha r)\sin\varphi.
\end{aligned}\right.$$

Ces expressions sont toutes à multiplier par const. $e^{i(kct-k_z z)}$. On a $\alpha^2 = k^2 - k_z^2$ et α est une racine de $J_0(\alpha r) = 0$. Pour a infini, on retombe sur les ondes (E_0) du guide cylindrique. On voit sur ces formules que :

1° il n'y a aucune modification de la vitesse de phase (k_z est le même que pour le guide rectiligne);

2° contrairement à ce qui a lieu dans les guides de forme simple habituellement considérés, les champs E et H ne sont pas orthogonaux.

Ondes (H_0). — On peut essayer d'appliquer la même méthode aux ondes (H_0). Avec un chargement convenable de notations, on est conduit à intégrer les mêmes équations. Mais quand on écrit les conditions (3), on obtient deux équations incompatibles et il n'est pas possible d'annuler ΔE_z sur la paroi. Il semble qu'on puisse en conclure qu'il ne peut exister d'ondes (H_0) dans

un tube courbé. Mais cette conclusion ne doit être accueillie que sous réserves, en raison des hypothèses faites sur la forme des intégrales. Nous n'avons pu établir, jusqu'ici, qu'il n'existait pas d'autres intégrales, donnant la solution du problème dans le cas des ondes (H_0) et ne convenant pas aux ondes (E_0). Il est en tous cas certain que si ces intégrales existent, elles sont de forme beaucoup plus compliquée et que, par conséquent, il y a au moins une différence profonde entre le cas des ondes (E_0) et celui des ondes (H_0).

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la combustion du graphite dans l'air.* Note [1] de MM. **Félix Trombe** et **Marc Foëx**.

La combustion du graphite en atmosphère raréfiée d'oxygène, étudiée en particulier par Eucken [2], Meyer [3], Khaikina [4], Audubert [5], s'effectue suivant deux types de réactions :

1° au-dessous de 1300° C., l'oxygène pénètre dans le réseau du graphite. La réaction ($4C + 3O_2 \rightarrow 2CO + 2CO_2$) est proportionnelle à la pression (ordre 1);

2° au-dessus de 1500° C., la réaction est superficielle, indépendante de la pression (ordre 0) et serait ($3C + 2O_2 \rightarrow 2CO + CO_2$).

Le passage du premier au deuxième type de réaction entraîne une grande diminution de la vitesse de combustion du graphite.

Dans l'air, sous la pression normale, il n'a pas été fait, semble-t-il, de recherche systématique du même genre. L'intérêt d'une telle étude, dont nous donnons ici les premiers résultats, est particulièrement souligné dans un travail précédent de Henri George [6] sur les fours industriels à radiateurs de graphite. Cet auteur avait remarqué, en effet, la faible vitesse d'usure, même en présence d'air, des résistances de graphite, portées à très haute température.

Nous nous sommes proposé de déterminer la vitesse de combustion de tiges de graphite de 8^{mm} de diamètre et de 30^{cm} de longueur, portées dans l'air et pendant un même temps à différentes températures, par passage direct de courant électrique.

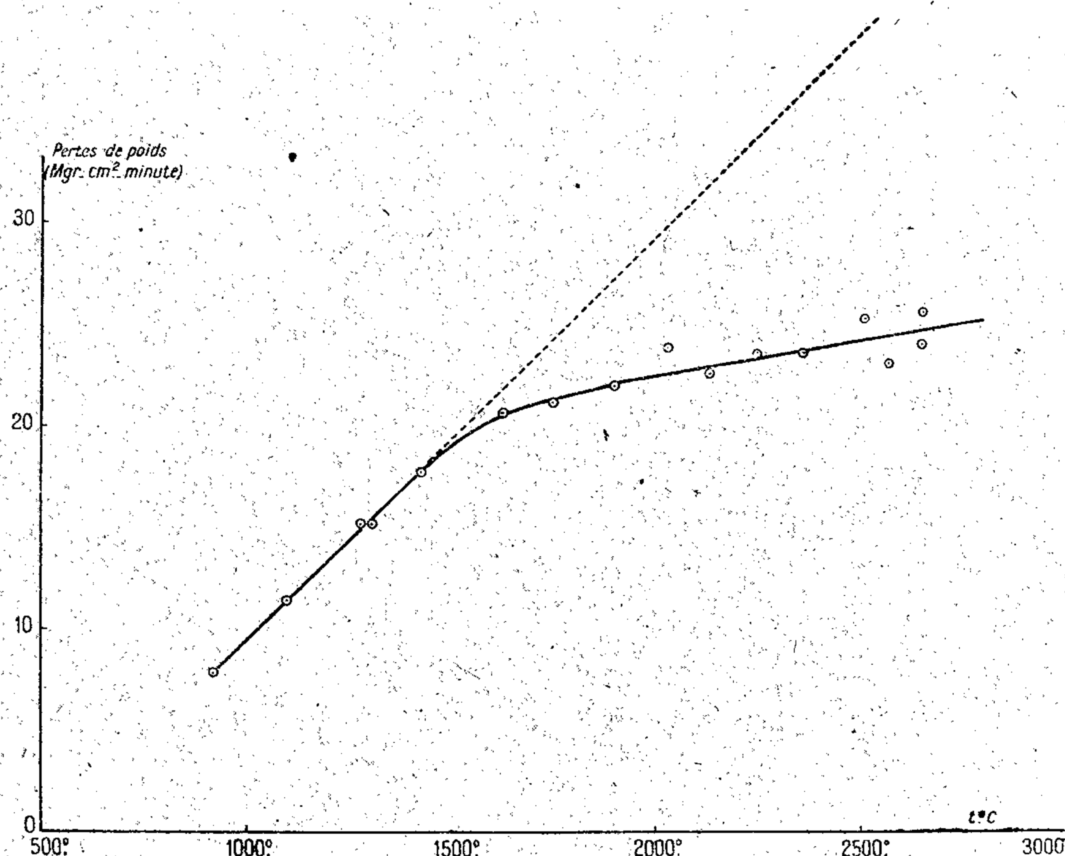
Les pertes de poids des tiges, dont la surface est déterminée en tenant compte de la variation de diamètre de la partie chauffée au cours du traitement, permettent de calculer, pour chacune des températures réalisées, la vitesse de combustion du graphite par centimètre carré.

---

(1) Séance du 4 février 1946.
(2) *Zeits. angew. Chem.*, 43, 1930, p. 987.
(3) *Z. physik. Chem.*, 17, 1932, p. 385; 40, 1934, p. 456.
(4) *Acta U. R. S. S.*, 8, 1938, p. 343.
(5) *Bull. Soc. Chim.* (en cours d'impression).
(6) *Revue générale d'Électricité*, 35, 1934, p. 3; *Bull. Soc. franç. Électr.*, août 1937, p. 851.

L'inertie thermique du système étant très faible, la montée et la descente de température s'effectuent pendant un temps négligeable par rapport à celui qui caractérise la durée des essais (5 minutes).

La représentation ci-dessous de la vitesse de combustion (perte de poids en



milligrammes par centimètre carré et par minute) en fonction de la température, donne une courbure nette autour d'une température voisine de 1600°C. De même la représentation du logarithme des vitesses de combustion en fonction de $1/T$ permet de tracer deux droites qui se coupent pour $(1/T).10^4 = 5,5$, soit $T = 1820°K$. ($t = 1550°$ environ).

La température limite des deux réactions serait donc plus élevée à l'air libre (1550°C.) que dans l'oxygène raréfié (température moyenne 1400°C.).

Signalons également la fragilité, au-dessous de 1550°C., des zones superficielles d'une baguette de *graphite pur*. Un faible choc, ou même l'action du courant d'air, produit par convection sur la surface chaude de la baguette, détachent de nombreuses particules incandescentes. Ce résultat semble en accord avec l'hypothèse faite par Meyer [2], pour le premier type de combustion, d'une pénétration de l'oxygène dans le réseau du graphite, pénétration qui diminue l'adhérence des cristaux superficiels.

Nous pensons avec Maurice Letort que l'on pourrait donner, de nos résultats, l'interprétation suivante :

Au-dessous de 1550°C., la vitesse de la réaction (ordre 1) est proportionnelle à la pression d'oxygène, elle-même liée à la vitesse du courant de convection de l'air, au voisinage de la baguette. La vitesse de ce courant dépend de la température de la baguette; il s'ensuit que la combustion croît fortement avec cette température.

Au-dessus de 1550°C., la réaction étant d'ordre zéro, c'est la surface du

carbone qui règle seule la vitesse de réaction. Les courants de convection n'interviennent plus, et la vitesse de combustion ne croît plus alors, comme le montrent nos essais, que très lentement avec la température.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur un procédé chimique permettant de déceler l'addition frauduleuse de graines de Colza et de Navette à la farine de Moutarde noire.* Note de M. **Émile André** et Mme **Madeleine Kogane-Charles**, présentée par M. Marcel Delépine.

Récemment nous avons montré ([1]) que le dosage de l'allyl-sénevol des graines de Moutarde noire pouvait être effectué par trois méthodes différentes, et qu'il existait une concordance satisfaisante entre les résultats obtenus. D'autre part nous avons remarqué ([2]) qu'en appliquant les mêmes méthodes au dosage du crotonyl-sénevol des graines de Colza et de Navette, la concordance entre les données analytiques obtenues n'existe plus.

Les raisons de ces divergences peuvent être attribuées : 1° au dégagement de produits sulfurés volatils autres que le sénevol ; 2° à la décomposition partielle du crotonyl-sénevol sous l'influence de l'eau à 100°, et 3° à la possibilité d'existence de plusieurs sénevols isomères dans le distillat.

A titre d'application pratique, les résultats de nos expériences permettent de déceler dans les produits vendus sous le nom de *farine de Moutarde*, l'addition frauduleuse de poudre de graines de Navette ou de Colza. Si l'on est en présence d'un échantillon de farine de Moutarde pure, les résultats analytiques obtenus par les méthodes que nous avons indiquées seront concordants, mais l'addition d'autres graines de Crucifères en proportion notable amènera des différences très nettes dans les données fournies par l'analyse.

La *Pharmacopée française*, édition de 1937, indique que la graine de Moutarde noire ne doit pas fournir moins de 0,7 % d'allylsénevol. On trouve couramment des graines de Moutarde qui donnent de 1g,10 à 1g,20 d'essence. Si l'on s'en tient au procédé officiel par le nitrate d'argent, l'addition de graines de Navette ou de Colza peut atteindre 30 à 40 % sans que l'échantillon cesse de satisfaire aux conditions exigées.

Nous avons préparé : 1° un mélange de graines de Moutarde noire d'Alsace avec des graines de Navette dans les proportions de 40 % de Navette et de 60 % de Moutarde et 2° un mélange de graines de Colza (33 %) avec les mêmes graines de Moutarde (66 %). Les graines de Moutarde noire étaient riches en allylsénevol; le dosage par la méthode à l'argent a donné 1,19 % et par la méthode à l'iode 1,12 %. Les graines de Navette titraient 0,393 par le nitrate d'argent et 0,313 par l'iode, ces résultats étant exprimés en allylsénevol. Dans

([1]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 103.
([2]) *Ibid.* **222**, 1946, p. 201.

les mêmes conditions, les graines de Colza donnaient 0,133 par la méthode à l'argent et 0,085 par la méthode à l'iode. Les résultats obtenus figurent dans le tableau ci-dessous :

	Allylsénevol %		
Méthode............	à l'argent.	à l'iode.	par pesée.
1° *Mélange de graines* 60 % *Moutarde noire et* 40 % *Navette.*			
1re opération....................	0,88	0,78	–
2e »	0,89	0,78	0,73
3e »	0,89	0,79	0,61 (*a*)
Teneur calculée d'après les chiffres trouvés pour chaque constituant.	0,72 / 0,15 } 0,87	0,67 / 0,12 } 0,79	–
2° *Mélange* 66,6 % *Moutarde noire et* 33,3 % *Colza.*			
1re opération....................	0,79	0,75	0,68
2e »	0,82	0,77	0,68
3e »	0,79	0,75	0,45 (*a*)
Teneur calculée d'après les chiffres trouvés pour chaque constituant.	0,79 / 0,04 } 0,83	0,74 / 0,03 } 0,77	–

(*a*) Le chauffage au bain-marie a été très prolongé. On ne parvient jamais à obtenir un poids constant.

Dans l'un et l'autre cas, le mélange obtenu satisfait aux exigences de la Pharmacopée. Pour le mélange Moutarde-Navette, les chiffres donnés par les deux méthodes volumétriques diffèrent notablement (15 % environ); pour le mélange Moutarde-Colza, la différence est moindre (7 % seulement) parce que la très faible teneur en sénevol de la graine de Colza atténue l'écart.

Quant à la méthode par pesée déjà délicate dans le cas de la Moutarde noire pure, elle donne des résultats incohérents si l'on a affaire à un mélange. Le point de fusion de la thiourée obtenue s'abaisse de 70° à 40-50°; les cristaux sont souillés par un produit huileux qui semble provenir de la décomposition de la crotonylthiourée par la chaleur.

Pour résumer et conclure, nous conseillons, pour déceler la fraude de la farine de Moutarde noire par d'autres graines de Crucifères, d'appliquer ces trois méthodes. On constatera : 1° un écart entre les chiffres fournis par les deux méthodes volumétriques et 2° un trouble considérable, tant qualitatif que quantitatif, dans les résultats de la méthode par pesée.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le passage de l'acide crotonique à l'acide méthylpyruvique.* Note de MM. **Henri Moureu, Paul Chovin** et **Jean Ventrillard**, présentée par M. Marcel Delépine.

Il a été montré [1] que le passage de l'acide cinnamique à l'acide phénylpyruvique s'obtenait régulièrement par une série de réactions calquées sur

[1] H. Moureu, P. Chovin et M. Garein, *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 410.

celles, désormais classiques, qui permettent d'obtenir les dicétones α à partir des cétones α-β-éthyléniques ([2]). Ces réactions consistent en l'action de la pipéridine sur l'ester dibromé, ou sur chacun des deux esters α-monobromés isomères et en l'hydrolyse acide des esters dipipéridinés intermédiairement formés.

Dans le présent travail, on montre que les transformations successives peuvent s'appliquer à l'acide crotonique, ou plutôt à son ester éthylique $CH_3—CH=CH—CO_2C_2H_5$, et aboutissent ainsi à l'acide méthylpyruvique $CH_3—CH_2—CO—CO_2H$.

En fait les caractères des différentes phases sont moins tranchés que dans le cas de l'acide cinnamique, car les divers isomères qui prennent naissance sont moins facilement séparables, leurs constantes physiques étant très proches les unes des autres.

Dans le cas de la série cinnamique, l'obtention des deux isomères α-bromés éthyléniques $C_6H_5—CH=CBr—CO_2C_2H_5$ était assez aisée. Il suffisait de traiter l'ester dibromé $C_6H_5—CHBr—CHBr—CO_2C_2H_5$ soit par une molécule de pipéridine, soit par une molécule d'éthylate de sodium, pour obtenir d'emblée des produits riches en l'un ou l'autre des deux corps attendus. Dans le cas de l'ester crotonique dibromé $CH_3—CHBr—CHBr—CO_2C_2H_5$, confirmant les données de Preiswerk ([3]), il n'en est pas de même et l'on aboutit toujours à des mélanges difficilement séparables, et d'autant plus difficilement identifiables qu'il règne dans la littérature une certaine confusion quant aux points d'ébullition des produits en question. De tous les essais que nous avons tentés, il résulte que les mélanges résultant de l'action, soit d'une molécule de pipéridine, soit d'une molécule d'éthylate de sodium sur l'ester dibromé $CH_3—CHBr—CHBr—CO_2C_2H_5$, se laissent résoudre, après plusieurs rectifications sous vide, en deux isomères $CH_3—CH=CBr—CO_2C_2H_5$ dont les points d'ébullition, sous 18^{mm}, sont respectivement 93-96° et 83-85°.

Lorsqu'on traite chacun des deux esters éthyléniques α-bromés ainsi obtenus par 3 molécules de pipéridine, on obtient deux dérivés dipipéridinés, très voisins l'un de l'autre par leurs constantes : le dérivé dipipéridiné formé à partir de l'ester éthylénique α-bromé à plus haut point d'ébullition bout à 163-164° sous 11^{mm}, et le dérivé dipipéridiné formé à partir de l'ester éthylénique α-bromé à plus bas point d'ébullition bout à 168-169° sous le même vide et dans le même appareil.

Pour les mêmes raisons que dans le cas des dérivés cinnamiques, il est admis qu'il s'agit de dérivés α-β-dipipéridinés isomères



$$CH_3—CH(NC_5H_{10})—CH(NC_5H_{10})—CO_2C_2H_5,$$

([2]) CH. DUFRAISSE et H. MOUREU, *Bull. Soc Chim.*, 4ᵉ série, **41**, 1927, p. 1370.

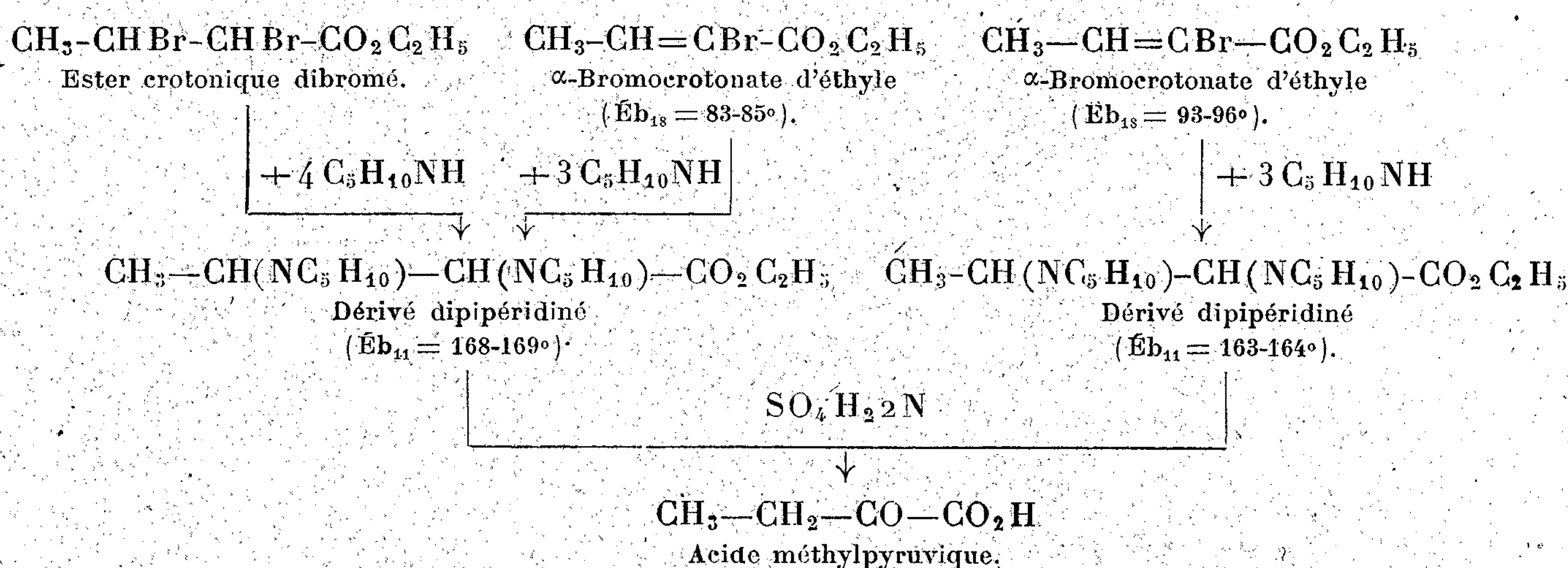
([3]) *Ber. d. chem. Ges.*, **36**, 1903, p. 1085.

bien que leur ressemblance ne doive pas écarter l'hypothèse d'une isomérisation au moins partielle.

Lorsqu'on traite directement le dérivé dibromé de l'ester crotonique par 4 molécules de pipéridine, il semble qu'il se forme un mélange où prédomine le dérivé dipipéridiné à plus haut point d'ébullition. Ce même corps aurait déjà été obtenu par un auteur anglais ([4]) en traitant l'α-chlorocrotonate d'éthyle par la pipéridine.

L'hydrolyse acide des deux dérivés dipipéridinés isomères conduit à l'acide méthylpyruvique $CH_3—CH_2—CO—CO_2C_2H_5$, avec un rendement assez faible ne dépassant pas 40 % en produit brut. L'acide méthylpyruvique formé a été identifié par son oxime (F. inst. : 165°) qu'il a été possible de comparer avec l'oxime d'un acide méthylpyruvique obtenu selon la méthode de Schreiber ([5]).

L'ensemble des réactions décrites ci-dessus est résumé dans le tableau suivant :



CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèses au moyen des isonitrosocétones.* Note de M. **Pierre Fréon** et M[lle] **Suzanne Ser**, transmise par M. Paul Pascal.

En utilisant les isonitrosocétones du type R—CO—CH=NOH, préparées par l'un de nous ([1]), nous avons essayé :

1° par réduction, au moyen du couple zinc-nickel, de préparer les amino-alcools correspondants;

2° par hydrolyse, au moyen de l'acide chlorhydrique et de l'aldéhyde formique, de préparer les alcoylglyoxals.

1° *Réduction.* — La réduction a été effectuée par la méthode indiquée par Harlay ([2]).

A partir de l'isonitrosocétone $C_5H_{11}.CO.CH=NOH$, nous avons obtenu avec

---

([4]) J. C. Roberts, *J. Chem. Soc.*, London, 1938, pp. 963-965.

([5]) *Comptes rendus*, **218**, 1944, pp. 464-466.

([1]) P. Fréon, *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 845.

([2]) *Comptes rendus*, **213**, 1941, p. 304.

un rendement de 40 % environ, l'amino-1 heptanol-2 $C_5H_{11}.CH(OH).CH_2NH_2$.

C'est un liquide incolore, d'odeur aminée, qui se carbonate rapidement à l'air. Son point d'ébullition est de 109-111°, sous 16^{mm}.

Il donne un sulfate neutre fondant vers 275°, avec décomposition.

A partir de l'isonitrosocétone $C_6H_{13}.CO.CH{=}NOH$, et ne disposant que de très peu de produit, nous n'avons pu isoler qu'une très petite quantité d'une base se carbonatant très rapidement à l'air. Le carbonate obtenu, chauffé progressivement, fait d'abord effervescence, vers 65-79°, puis la base libérée fond, pour recristalliser vers 92-95°. Ce point correspond à celui trouvé par Kanao [3] pour l'amino-1 octanol-2.

Les essais ont dû être interrompus dans cette voie, par suite du manque des matières premières nécessaires à la préparation des isonitrosocétones initiales.

2° *Hydrolyse.* — A partir de l'isonitrosocétone, $C_5H_{11}.CO.CH{=}NOH$, nous avons effectué l'hydrolyse de la façon suivante :

Isonitrosocétone	14^g,3
Aldéhyde formique (Sol. commmerciale)	20$^{cm^3}$
Acide chlorhydrique concentré	20 »

l'isonitrosocétone est dissoute dans l'acide chlorhydrique, puis l'on ajoute l'aldéhyde formique. Il se sépare peu à peu une huile. On agite mécaniquement quelques heures, et l'on abandonne la solution deux ou trois jours. En séparant la couche huileuse, puis extrayant la couche aqueuse à l'éther, on obtient, après lavage au bicarbonate de sodium, séchage sur sulfate de sodium, et chasse de l'éther, 5^g d'un liquide jaune, bouillant entre 50 et 100° sous 18^{mm}.

Après deux distillations la majeure partie passe entre 65 et 70° sous 15^{mm}. C'est un liquide légèrement huileux, de couleur jaune verdâtre, d'odeur douce, rappelant un peu celle du diacétyle. Il réduit fortement la liqueur de Fehling.

Les analyses correspondent à la formule $C_7.H_{12}.O_2$. La semicarbazide, en excès, donne avec un très bon rendement la disemicarbazone $C_9.H_{18}.O_2N_6$, fondant vers 280°, avec décomposition.

Ces résultats correspondent bien à l'aldéhyde-cétone attendue



$$C^5H^{11}.CO.CHO.$$

On voit qu'il est possible, à partir des isonitrosocétones, $R.CO.CH{=}NOH$, d'obtenir d'une part les amino-alcools du type, $R.CH(OH).CH_2NH_2$, et, d'autre part les aldéhydes-cétones du type $R.CO.CHO$, dont on ne connaît actuellement que quelques termes.

Nous nous proposons de poursuivre ces différents essais dès que les circonstances permettront l'arrivage des matières premières nécessaires à la préparation de ces isonitrosocétones.

---

[3] *J. Pharm. Soc. Jap.*, 50, 1930, p. 115; *Chem. Zentr.*, 1, 1931, p. 920.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Relations entre les perturbations magnétiques et les éruptions solaires.* Note (¹) de M. **Maurice Burgaud**, présentée par M. Charles Maurain.

Une étude détaillée des tempêtes magnétiques (T. M.), et, en particulier, de la T. M. qui, débutant le 24 mars 1940, à $13^h 49^m$, dura huit jours, comporta huit perturbations individuelles (T. M.) se rattachant, chacune, soit à une éruption solaire, soit à un crochet magnétique (qui suppose une éruption), soit à un évanouissement profond, nous a conduit aux conclusions suivantes :

1° La T. M. ne dépend ni de l'étendue, ni de l'accroissement des taches et facules, mais de l'éruption qui, pour agir, doit être intense. Sans éruption, pas de T. M. caractérisée, à début brusque.

2° Une T. M. peut se produire quelle que soit la place où surgit l'éruption sur le disque solaire (cas de la T. M. du 25 janvier 1938, à 15^h, dont le début coïncidait avec le passage d'une tache sur le limbe Ouest). Notre étude vérifie et précise les conclusions de Greaves et Newton, qui ont mis en évidence en 1928 l'association des plus fortes T. M. et du passage des taches au méridien central. Une éruption au voisinage de celui-ci produit un effet maximum, mais de fortes T. M. peuvent se produire si une éruption intense surgit dans les quadrants Est ou Ouest.

3° Des P. M. caractérisées ont lieu alors qu'aucune tache n'est visible sur le Soleil; elles suivent des éruptions: nous avons relevé une quinzaine de cas où le nombre de Wolfer étant nul, des crochets très nets s'inscrivaient sur les magnétogrammes, ce qui suppose une éruption.

On remarque de plus que :

a. l'éruption fait cesser des périodes de calme magnétique;

b. la durée des violentes T. M. est en rapport avec le nombre des éruptions, crochets et évanouissements;

c. dans ces T. M. prolongées, il est souvent possible d'assigner à chaque début brusque de P. M. l'éruption qui lui correspond;

d. des taches très actives, où les éruptions sont nombreuses mais de faible intensité, passent sur le Soleil sans provoquer de trouble magnétique sérieux.

En comparant d'une part les heures des éruptions d'intensité 2 ou 3 signalées dans les Bulletins de Zurich de 1935 à 1940, des crochets inscrits sur les magnétogrammes de Zo Sé et d'ailleurs, des évanouissements, et, d'autre part les débuts brusques relevés à Zo Sé, on constate que, sur 330 éruptions ou crochets, 200 sont suivis d'un début brusque dans les 4 jours; 99 fois on note une augmentation du caractère magnétique; en 31 cas aucun trouble magnétique n'apparaît dans les 4 jours; *l'éruption semble susciter le trouble magnétique, à un intervalle variable, dans* 95 % *des cas.*

(¹) Séance du 11 février 1946.

La place de l'éruption influence la violence de la T. M. Quand l'éruption jaillit aux environs du méridien central, elle provoque, à égalité d'intensité, un renforcement marqué de la T. M. Celle-ci reste notable pour une position très occidentale de l'éruption, alors que, pour des positions symétriques, entre 90° et 60° Est, l'action semble être nulle ou très faible.

Nous avons groupé par secteurs, de 10° en 10°, toutes les éruptions survenues entre 1935 et 1940 et noté le caractère magnétique le plus élevé dans les 2 jours suivant chaque éruption. Les valeurs moyennes du caractère magnétique pour chacun des groupes (qui représentent la violence moyenne des perturbations magnétiques correspondant à chaque secteur), montrent qu'il y a maximum d'action aux environs du méridien central et symétrie par rapport à cette position des éruptions, sauf pour les secteurs extrêmes. Une tempête magnétique de quelque importance n'aura donc lieu qu'à partir de 4 ou 5 jours après l'entrée d'une tache par le bord Est du Soleil et s'il se produit une éruption. Au contraire, une forte tempête peut encore se produire quand la tache atteint le bord Ouest.

En résumé, à l'exclusion de la tache solaire, l'*éruption* apparaît liée à la T. M.; l'éruption, quelle que soit sa place sur le disque solaire, déclenche la tempête, et il n'y a pas de tempête sans éruption. Pareille connexion n'est admissible que pour les *perturbations à début brusque*; il convient de distinguer celles-ci des troubles magnétiques quelconques, même importants qui peuvent avoir une liaison avec d'autres phénomènes solaires; c'est ce qui nous reste à préciser.

PHYSIQUE ATMOSPHÉRIQUE. — *Sur les sondages aériens*. Note (¹) de M. **René Barthélemy**, présentée par M. Camille Gutton.

Les mesures des hauteurs de nuages sont effectuées couramment par des ballonnets-sonde, ou, en Amérique, par des systèmes de triangulation optiques, utilisant un pinceau lumineux et une base de visée.

L'idée d'appliquer à cette mesure de distance la méthode du temps d'écho d'une brève impulsion lumineuse fut émise par M. Robert Bureau au cours d'essais entrepris par nous en 1938. La réalisation commencée alors fut interrompue pendant l'occupation et les appareils furent dispersés, après quelques essais décisifs en 1940. J'ai repris ces travaux depuis un an, et les mesures effectuées ont confirmé les espoirs fondés sur les premiers essais.

L'appareil comporte comme source lumineuse un éclateur où vient se dissiper une partie de l'énergie emmagasinée dans une forte batterie de condensateurs. Les constantes de temps du circuit de décharge, abaissées à l'extrême limite, ont permis d'obtenir une étincelle dont la durée n'excède pas quelques microsecondes (une dizaine). *La puissance* mise en jeu, dans ce temps très court, est énorme, elle dépasse 10000 kW; l'arc procure une brillance très élevée, que nous n'avons pas mesurée. Le générateur est placé au foyer d'un

(¹) Séance du 11 février 1946.

miroir de projection de 90^{cm} et le pinceau lumineux est dirigé verticalement. L'étincelle est amorcée par un circuit auxiliaire qui déclenche aussi le balayage le long de l'axe des x d'un tube cathodique, spécial pour enregistrement des phénomènes transitoires. Le jet de lumière est réfléchi partiellement par la base des nuages, et l'écho revenant vers le sol est reçu par une cellule photoélectrique à antimoine placée également au foyer d'un miroir parabolique. Un amplificateur à large bande, analogue aux étages apériodiques des récepteurs de télévision, amène, sans la déformer, l'impulsion d'écho, amplifiée, au tube cathodique. La position de la déviation verticale, alors observée sur l'écran du tube, permet de connaître instantanément la distance du nuage au sol.

En renouvelant l'étincelle plusieurs fois par minute, on a sur le tube, assez rémanent, une lecture facile. Une cadence supérieure d'étincelle n'est pas nécessaire car la vitesse de déplacement des nuages est relativement faible. Des photographies complètent l'observation instantanée. On s'aperçoit que, si des couches nuageuses superposées ne sont pas trop épaisses, le rayon les traverse et donne des échos successifs.

Des sondages ont donné, dans certains cas favorables, des indications visibles jusqu'à des hauteurs de 7000^{m}; la mesure n'est pratiquement pas gênée par la lumière solaire.

L'interprétation des diagrammes a permis à M. Bureau des constatations fort intéressantes pour la météorologie et la navigation aérienne.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Modifications de la morphologie et de l'économie hydrique des feuilles de* Fagus silvatica *par l'action d'une période de gel au cours de la feuillaison.* Note de M. **Georges Lemée**, présentée par M. Louis Blaringhem.

La période de froid avec gelée nocturne du début de mai 1945 a surpris les hêtres au début de leur feuillaison dans les Monts Dore d'Auvergne. Sur de nombreux rameaux, les feuilles qui se sont développées à la suite de cette période ont subi des modifications morphologiques très apparentes. Ces thermomorphoses, qui n'ont pu être étudiées avec certitude que sur des feuilles de soleil, affectent de nombreux caractères :

1° La croissance devient inégale; il en résulte une irrégularité des contours du limbe dont les bords deviennent sinueux, presque lobés parfois; la hiérarchisation de la nervation est moins nette, les nervures principales et latérales, normalement droites, perdent leur rectitude et parfois se bifurquent.

2° La différenciation des tissus est affaiblie. Les tissus de soutien sont moins développés et moins épaissis, faisant totalement défaut dans les petites nervures. Le parenchyme palissadique ne possède plus qu'une assise bien caractérisée. La conservation des poils sur l'épiderme supérieur, alors que ceux-ci sont normalement caducs, est un cas de persistance d'un caractère juvénile. Cependant, les indices stomatique et de pilosité, rapport des stomates ou des poils aux cellules épidermiques indifférenciées, demeurent identiques.

3° Ce juvénilisme s'accompagne d'une hypertrophie qui porte sur une augmentation de volume des cellules, non de leur nombre, et qui est plus ou moins accentuée suivant les tissus. L'épiderme supérieur offre, par rapport à

celui des feuilles normales de soleil, la surface de ses cellules augmentée en moyenne de 85 % et son épaisseur de 50 %, le volume calculé se trouvant augmenté de 170 %. Les cellules palissadiques supérieures sont à peine plus hautes, mais sont de près de 30 % plus larges, de telle sorte que leur volume moyen est augmenté de 60 %. L'assise palissadique inférieure, mal différenciée, subit une augmentation du volume cellulaire de l'ordre de 25 %. Alors que le parenchyme palissadique a au total la même épaisseur, le parenchyme lacuneux a son épaisseur augmentée de 30 %. Enfin les cellules épidermiques inférieures, de même épaisseur, mais dont la surface est augmentée de 35 %, ont leur volume également augmenté de 35 %. Ces données numériques montrent que l'hypertrophie atteint inégalement les différents tissus, et qu'elle est de moins en moins accentuée depuis les cellules les plus externes jusqu'aux plus profondes, comme s'il y avait eu une influence directe du facteur traumatisant. En outre l'augmentation de volume s'exerce surtout ou uniquement dans le sens latéral; pour les épidermes, elle n'est pas accompagnée d'une diminution des sinuosités des membranes latérales; ces sinuosités sont au contraire plus accentuées sur l'épiderme inférieur.

4° Cette hypertrophie est compensée par une division cellulaire moins active dans le plan de la surface du limbe. La conséquence en est une réduction sensible de la surface foliaire, le nombre des cellules étant réduit environ au tiers pour l'épiderme supérieur, à la moitié pour l'épiderme inférieur.

On voit que cette thermomorphose des feuilles de soleil ne constitue nullement une convergence vers la forme d'ombre; elle constitue par contre un acheminement vers l'hygrophilie.

En relation avec ces modifications morphologiques, l'état hydrique des feuilles anormales présente des différences avec celui des feuilles normales de soleil. Le contenu en eau à saturation est plus élevé, fait en rapport avec le plus grand volume cellulaire : 63 % contre 57 % du poids frais. De plus, l'épaisseur du limbe étant plus grande, le contenu en eau à surface égale (degré de succulence) est sensiblement plus élevé.

Malgré cette plus grande réserve d'eau et cette moindre extension des surfaces, la transpiration des feuilles anormales est plus intense que celle des feuilles normales de soleil. Des séries de mesures faites sur place à des époques différentes de l'année, par la méthode dite des rameaux coupés, m'ont indiqué une transpiration diurne moyenne de $0^g,34$ par gramme de poids frais et par heure, pour une feuille normale, et de $0^g,47$ pour une feuille anormale, dans les mêmes conditions de milieu. Ces différences sont plus marquées si elles sont évaluées par rapport à l'unité de surface : $0^g,42$ par décimètre carré et par heure contre 0,74. Le renouvellement complet de l'eau serait effectué en 160 minutes en moyenne pour une feuille normale, en 78 seulement pour une feuille anormale. Enfin le maximum de transpiration

observé chez ces dernières dépasse le double du maximum relevé pour les feuilles normales.

Des observations dans des conditions de milieu identiques et régulières montrent que cet excès de transpiration des feuilles anormales porte à la fois sur la transpiration stomatique et cuticulaire. Les feuilles anormales en état d'hydratation voisin de la saturation présentent des ouvertures stomatiques supérieures à celles des feuilles normales de soleil, et lorsque les stomates sont fermés par un début de fanaison, la transpiration cuticulaire se montre encore supérieure d'un sixième environ. L'étude des variations journalières de l'ouverture stomatique montre que celle-ci est constamment supérieure chez les feuilles anormales; l'allure de la courbe journalière de transpiration de ces feuilles, qui est parallèle à l'évaporation physique, en est une conséquence. Au contraire la courbe de transpiration des feuilles normales de soleil montre une nette dépression au moment du maximum d'évaporation diurne, coïncidant avec une quasi-fermeture des stomates. Cette constante ouverture stomatique chez les feuilles anormales semble liée à un taux d'hydratation constamment plus élevé malgré une plus forte transpiration, grâce à une plus grande réserve d'eau par unité de surface et à un plus grand développement du bois relativement à la surface transpirante.

De même que la morphologie des feuilles anormales les achemine vers l'hygromorphie, leur comportement hydrique, caractérisé par une faible défense contre les pertes d'eau, compensée par une bonne alimentation, leur confère une tendance hygrophile.

BIOLOGIE VÉGÉTALE APPLIQUÉE. — *Action de l'acide phénylacétique et de l'acide naphtylamine sulfonique β sur la croissance des racines de quelques végétaux cultivés.* Note de Mlle **Jacqueline Rousseau**, présentée par M. Auguste Chevalier.

Nos recherches ont porté sur l'acide phénylacétique et sur l'acide naphtylamine sulfonique β, qui ont été signalés par Tincker (¹) et King (²) comme des substances de croissance et sur lesquels aucune expérience précise en culture pure n'a été publiée.

Nous avons étudié l'action de ces deux substances sur *Brassica oleracea, Lathyrus cicera, Raphanus sativus et Triticum vulgare,* de façon à reconnaître si ces substances sont de véritables substances de croissance ou si tout simplement elles se comportent comme des substances oligodynamiques ou toxiques. Nos expériences ont duré 30 jours, du 25 septembre au 25 octobre

---

(¹) Tincker, *Nature London*, 147, 12 avril 1941, pp. 439-42.
(²) King, *Bot. Gaz.*, 105, déc. 1943, pp. 127-31.

pour les trois premières plantes et du 6 novembre au 6 décembre pour le *Triticum vulgare*.

Nous nous sommes toujours servie de germinations comparables obtenues aseptiquement et, ayant au début une radicule de 10^{mm}; elles ont été placées dans le liquide de M. Becquerel, utilisé dans nos précédentes expériences ([3]). Cette solution était diluée au 1/3 et son pH voisin de 5.

Nous versions dans chaque tube stérilisé 20^{cm^3} du liquide et, sauf dans le tube témoin, nous y apportions une dose particulière de la substance à expérimenter, puis après stérilisation nous y suspendions une germination et nous fermions les tubes par du coton cardé stérilisé. Au début de l'expérience, la radicelle de chaque plantule fut mesurée, puis tous les jours suivants. Au bout du trentième jour, la croissance de chaque racine donnait les derniers résultats que présente le tableau ci-dessous :

Croissance des racines après 30 jours, en millimètres.

Milieu témoin	0.	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{10000}$	$\frac{1}{100000}$	$\frac{1}{1000000}$	$\frac{1}{10000000}$	$\frac{1}{100000000}$
	Acide naphtylamine sulfonique β.							
Lathyrus cicera	1700	100	150	850	1290	1680	1870	1650
Brassica oleracea	620	100	125	400	575	630	600	625
Raphanns sativus	1000	100	160	720	975	1100	1050	980
Triticum vulgare	810	100	160	550	770	800	950	850
	Acide phénylacétique.							
Lathyrus cicera	1700	100	125	300	1100	1600	1750	1900
Brassica oleracea	600	100	140	300	500	600	750	625
Raphanus sativus	1000	100	150	450	800	1025	1500	1050
Triticum vulgare	800	100	150	340	610	800	925	800

Ces résultats indiquent que ces substances ne sont pas de véritables substances de croissance pour les plantules des espèces expérimentées; elles n'ont même pas l'activité de substances oligodynamiques, qui permettent d'augmenter beaucoup la croissance des racines.

Elles suivent simplement la loi de l'optimum, au delà duquel soit l'activité, soit l'inactivité, soit la toxicité se manifeste.

Une seule espèce, Raphanus sativus, *a bénéficié de traces au dix-millionième d'acide phénylacétique; car en 30 jours la croissance de sa racine a augmenté de 1/3.* Dans ces conditions il serait intéressant de savoir si, cultivé en terre et arrosé par des solutions ayant une teneur analogue en acide phynylacétique, le Radis n'augmenterait pas de volume et de poids. C'est ce que nous proposons de déterminer dans nos prochains essais.

([3]) P. Becquerel et J. Rousseau, *Comptes rendus*, 213, 1941, p. 1028; J. Rousseau, *Comptes rendus*, 217, 1943, pp. 279-280.

BIOGÉOGRAPHIE. — *L'analyse pollinique de la tourbière de Pinet à Roquefeuil (Aude).* Note (¹) de M. **Georges Dubois** et Mme **Camille Dubois**, présentée par M. Emmanuel de Margerie.

Il s'agit d'une tourbière à 800m d'altitude, dans le Bois de Pinet, en Pays de Sault subpyrénéen. Assez voisine de sapinières, entourée de Pins sylvestres, elle porte des Pins à crochets (*P. montana uncinata*) (²).

M. P. Keller (³) en établit, sur 4m d'épaisseur, une analyse pollinique dont

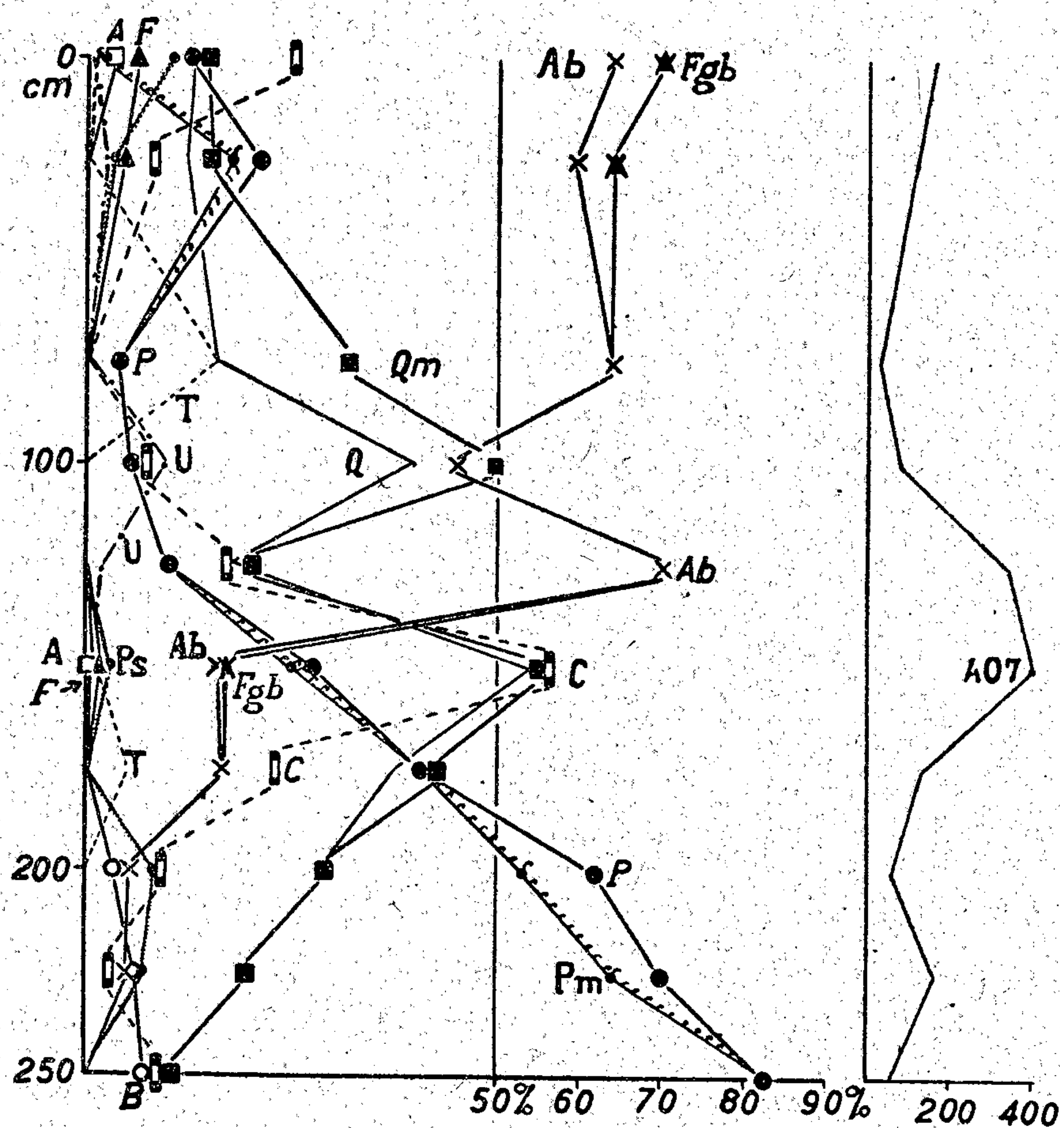


Figure. — Diagramme pollinique (à gauche) et courbe de fréquence pollinique (à droite) de la tourbière de Pinet. B, *Betula* Bouleau; P, *Pinus* Pin (Pm, type *montana* + Ps, type *silvestris*); Qm, Chênaie mixte (Q, *Quercus* Chêne + T, *Tilia* Tilleul + U, *Ulmus* Orme); Fgb, Fagabiétaie (Ab, *Abies* Sapin + F, *Fagus* Hêtre); A, *Alnus* Aulne; compté séparément : C, *Corylus* Coudrier; 407, Maximum de fréquence relative totale (y compris *Corylus*).

les résultats inquiétèrent les phytogéographes, en raison de la présence signalée en cette analyse, des couches subboréales aux subactuelles, de pollen d'Épicéa, arbre qui n'existe pourtant pas à l'état spontané dans la région.

MM. J. Braun-Blanquet et H. Gaussen nous ont écrit et dit à plusieurs reprises qu'ils ne pouvaient considérer comme acquis ce résultat qui, selon

---

(¹) Séance du 4 février 1946.

(²) H. Gaussen, *Végétation de la moitié orientale des Pyrénées*, 1926, pp. 400-401, pl. XXV, *b*.

(³) *Arch. de Botanique*, Caen, 3, 1929 (*B. mens.*), 4, pp. 57-63, fig. 1.

M. Gaussen (4), s'explique par une contamination de la tourbe par des pollens actuels provenant de plantations voisines d'Épicéa. L'un de nous (5) a tenté d'expliquer l'insolite présence d'Épicéa fossile de Pinet par des considérations paléogéographiques. En une récente Communication (6) nous rappelions que cette présence était remise en discussion.

Les circonstances ne nous ont pas permis encore de nous rendre à Roquefeuil, ainsi que nous le souhaitions; mais à défaut, la tourbière a été prospectée par les soins du Comité d'Organisation de l'Industrie des Combustibles minéraux solides (C. O. H.), qui nous a communiqué une série d'échantillons d'un sondage de $2^{m},50$ dont nous venons de terminer l'étude (7). Il s'agit d'une tourbe essentiellement caricière quoique sphagneuse à certains niveaux.

Histoire forestière. — Elle débute par la Pinède en décroissance, avec Chêne croissant, Bouleau rare en cours d'extinction, Coudrier présent. Bientôt apparaît le Sapin. La poussée du Coudrier coïncide avec une première poussée de Chênaie mixte. Après une pointe de Sapin, puis une nouvelle poussée de Chênaie mixte, règne définitivement le Sapin jusqu'à nos jours.

Après une fugace apparition dans la Chênaie-Coudraie, le Hêtre ne réapparaît plus que tardivement près de la surface.

Dans la Pinède, c'est le type *montana* qui domine très fortement le type *silvestris* à tous niveaux, surtout à la base, mais sauf à la profondeur 0^{cm}.

La Chênaie mixte est composée presque exclusivement de Chêne, avec Orme rare à plusieurs niveaux et Tilleul plus rare encore, mais avec maximum marqué alors que décroît déjà la Chênaie mixte. L'Aulne s'est montré rare.

Remarques générales et conclusions. — Nos résultats sont de même allure générale que ceux de M. P. Keller (8), mais nous relevons une plus forte proportion de Sapin et *ne reconnaissons aucune trace d'Épicéa*. Ceci sur 1552 pollens d'arbres comptés (y compris ceux du Coudrier), dont 474 de Sapin.

Notre étude, donnant raison à MM. J. Braun-Blanquet et H. Gaussen, confirme la non-spontanéité de l'Épicéa dans la région subpyrénéenne orientale. Dans l'état actuel de nos connaissances et en suite à cette mise au point, cet arbre n'est plus à mentionner dans la flore flandrienne française spontanée qu'en Jura et dans les Alpes de Savoie.

---

(4) *Bull. Soc. Hist. Nat. Toulouse*, 58, 1929, pp. 656-660, fig. 1.

(5) G. Dubois, *Rev. Géogr. Alpine*, Grenoble, 28, 1939, p. 620.

(6) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 635.

(7) Il manque l'échantillon de profondeur 50^{cm}. La profondeur zéro des prises est un peu plus basse que le sol naturel.

(8) Les lits les plus anciens du sondage Keller, avec maximum de Pin, n'ont pas été touchés par le sondage C. O. H.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la formation des acides acétique, lactique et citrique au cours de la fermentation alcoolique*. Note de MM. **Jean Ribereau-Gayon** et **Émile Peynaud**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Nous avons suivi, dans des moûts de raisins purs ou plus ou moins complètement neutralisés, ou dans des solutions de saccharose, toujours stérilisés et ensemencés de levures pures, la formation ou la disparition des acides organiques; nous avons, dans un certain nombre de cas, établi le bilan des acides au cours de la fermentation; nous avons répété nos expériences avec une douzaine de levures de vin différentes, isolées par nous-mêmes de divers vins de la région girondine. Voici nos résultats.

1° Il apparaît régulièrement des quantités petites, mais constantes, d'acide lactique : 5 à 7 milliéquivalents par litre, pour un moût de 156^g de sucre au litre, cela pour douze levures pures différentes, et pour des pH de 2,6 à 7,0.

2° Il apparaît de l'acide succinique, plus vite au début de la fermentation qu'à la fin; par exemple : 1 m. éq. pour 10^g de sucre fermenté au début, 0,5 pour 10^g à la fin. D'un moût à un autre, d'une levure à l'autre, les différences sont grandes : de 4 à 11 m. éq. pour 100 de sucre fermenté.

3° Il apparaît de l'acide citrique : de 1 à 2 m. éq. par litre dans un moût à 166^g de sucre au litre, selon la levure employée; la teneur initiale en acide citrique augmente de 40 % en certains cas. Si l'on chasse l'alcool du milieu, que l'on rajoute du sucre, et que l'on fasse refermenter, il apparaît à nouveau la même quantité d'acide citrique. On peut répéter cinq fois de suite l'opération avec le même succès. L'acide citrique semble donc se former aux dépens du sucre.

4° Il disparaît de l'acide malique; 10 à 30 % de l'acide malique présent disparaissent, si le pH est compris entre 2,6 et 3,6. Si l'on élève le pH, la destruction d'acide malique diminue, pour s'annuler au delà de pH 5. Tout se passe comme si l'acide malique fermentait en alcool et gaz carbonique, vraisemblablement par les stades intermédiaires d'acide oxalacétique et d'aldéhyde acétique.

5° L'acide acétique subit une évolution très curieuse : il apparaît au début de la fermentation, passe par un maximum, puis souvent décroît et peut disparaître pour plus de moitié; 10^g de sucre, fermentant dans un milieu sans alcool à pH 3,3, font apparaître de 2 à 3 m. éq. d'acide acétique; 10^g de sucre en fin de fermentation font généralement disparaître au contraire de 0,1 à 0,8 m. éq. d'acide acétique. Ce phénomène varie énormément d'une levure à l'autre; le maximum d'acide acétique peut être atteint en deux jours, pour 46^g de sucre fermenté, ou en sept jours, avec 157^g; le maximum peut ne pas être visible. L'acide acétique, ajouté au début

de la fermentation, à des doses de 6 à 12 m. éq., diminue aussitôt. Le bilan de fermentation démontre que l'acide acétique est réduit en alcool éthylique; l'expérience montre que ce sont les levures les plus réductrices, dont le rH est le plus bas, qui font disparaître le plus d'acide acétique. L'addition de cystéine au milieu favorise la disparition d'acide acétique. Si l'on suit la formation d'acide acétique en fonction du pH, on constate qu'elle passe par un minimum très net vers pH 5; les teneurs finales passent de 11 m. éq. à pH 2,6, à 6,5 à pH 5,0, pour monter à 27,5 à pH 7,5 (milieu à l'eau de levure et 150^{g} de saccharose au litre).

Voici un bilan des cations et des anions au cours d'une fermentation alcoolique d'un moût du cépage Petit-Verdot : les nombres sont, sauf spécification contraire, des dixièmes de milliéquivalent par litre; remarquer la précipitation de bitartrate et la constance de l'acide phosphorique.

Temps.	Sucres réducteurs (g).	Alcool degrés.	Glycérol moléc. ($\times 10^4$).	pH.	Cation. Acidité.	Alcali des cendres.	NH^4.	Total.
0.........	166	0	0	3,40	720	380	19	1119
24 heures...	134	2,2	530	3,40	780	353	4	1137
2 jours....	86	5,0	580	3,45	800	350	4	1154
3 »	56	6,8	670	3,45	800	348	3	1151
8 »	6	9,9	820	3,49	800	305	3	1108
			Différence...........		+80	−75	−16	−11

Temps.	Anion. Tartr.	Mal.	Citr.	Acét.	Succin.	Lact.	Phosphor.	Total.
0.........	552	465	35	0	0	0	15	1077
24 heures...	482	453	40	65	29	20	15	1104
2 jours....	470	450	42	55	71	32	15	1135
3 »	463	435	45	50	87	40	15	1135
8 »	372	414	47	38	112	90	15	1088
Différence.	−180	−51	+12	+38	+112	+90	0	+11

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur le mécanisme biochimique d'une* stabilisation *provisoire des laits par pasteurisation et oxygénation à chaud.* Note de M. **Gustave Guittonneau**, Mlle **Marie Bejambes**, MM. **Roger Veisseyre** et **Gaston Faurot de Lamothe**, présentée par M. Emmanuel Leclainche.

De nombreux essais tendant à prolonger la durée de conservation des laits par action de l'oxygène ont été tentés. Récemment le Luxembourgeois Wiser a proposé de stabiliser provisoirement les laits de consommation par une insufflation d'oxygène à chaud en fin de pasteurisation. La méthode, reconnue efficace dans certains de nos essais, s'est, au contraire, révélée défaillante dans d'autres cas. Son étude approfondie nous a montré

qu'elle relève d'un mécanisme biochimique complexe résultant de deux actions élémentaires que nous allons envisager séparément :

1° *Une désacidification.* — Une simple pasteurisation suffit à faire perdre au lait une partie sensible de son acidité. Dans nos essais la baisse d'acidité des laits de qualité courante était généralement de l'ordre de 100^{mg} d'acide lactique par litre. Dans le cas où la pasteurisation avait lieu sous courant d'oxygène, la baisse d'acidité était nettement accentuée et atteignait fréquemment 150 à 200^{mg}.

Pour expliquer cette désacidification, on pense, tout d'abord, au départ du CO_2 et des produits volatils et acides extractibles du lait par un courant gazeux à chaud. Un fait semble en faveur de cette hypothèse : si, en fin de chauffage, on insuffle dans le lait de l'air ou de l'azote, on observe une baisse d'acidité analogue à celle qui se produit dans le cas d'une insufflation d'oxygène. La désacidification pourrait donc être le fait de l'entraînement mécanique des produits volatils et acides.

Cette hypothèse ne saurait être retenue. L'essai suivant montre, en effet, que la diminution d'acidité provoquée dans le lait par la pasteurisation suivie d'une insufflation d'oxygène a une valeur supérieure à celle qui exprime l'acidité des produits volatils effectivement entraînés au cours de l'opération.

Nous rapprochant, en les exagérant, des conditions de la pratique, nous avons chauffé des échantillons de lait pendant 15 minutes entre 78 et 82°, avec et sans courant d'oxygène, et nous avons recueilli et dosé les produits entraînés. Dans une de nos expériences, leur taux, exprimé en milligrammes d'acide lactique par litre, s'est élevé, dans le premier cas, à 52,30, dans le deuxième à 31,50. Les produits volatils et acides dont le dégagement gazeux a provoqué le départ pouvaient donc s'évaluer à 20,80. Or la différence d'acidité des laits en fin d'expérience était, en milligrammes d'acide lactique par litre, de 90. Le départ des produits volatils, CO_2 en particulier, ne permet donc de l'expliquer que si l'on admet qu'il provoque dans le lait des modifications plus profondes. Ch. Porcher [1] a signalé le rôle important que le CO_2 doit jouer dans les équilibres salins du lait. On sait qu'il solubilise les phosphates insolubles. Inversement, on peut penser que son élimination est de nature à provoquer l'insolubilisation des composés phosphatés solubles.

Au cours d'une pasteurisation industrielle, nous avons recueilli des échantillons de lait, traité ou non par oxygène. Une partie de chacun de ces échantillons a été filtrée sous pression à travers une bougie Chamberland 1 B. Sur le lait entier et filtré, nous avons dosé le phosphore minéral

(1) *Le Lait*, **10**, 1930, p. 162.

par la méthode de Posternak ([2]). Voici, à titre d'exemple, les résultats d'une expérience :

Lait.	Acidité en mg. ac. lact./l.	P. minéral en mg./litre. total.	soluble.	insol. (par diff.).	insolubilisé.
Pasteurisé	1890	601	349	252	–
Stabilisé	1800	604	330	274	22

Le traitement du lait par l'oxygène s'est donc accompagné d'un changement d'état des phosphates qui se traduit par une insolubilisation. L'acidité des phosphates de calcium variant dans le même sens que leur solubilité, on s'explique que le phénomène s'accompagne d'une baisse d'acidité du lait. On peut considérer que la perte d'acidité, qu'elle soit directe ou indirecte, constitue un facteur de stabilisation des laits.

2° *Une orientation des proliférations suivant l'affinité des germes pour l'oxygène.* — La pasteurisation qui a précédé l'insufflation d'oxygène n'a laissé subsister dans le lait que les espèces caractéristiques des laits chauffés : ferments lactiques thermorésistants et germes sporulés.

Envisageons d'abord le cas théorique où il n'y a aucune réinfection après la pasteurisation. La flore microbienne, peu abondante dans le cas d'un traitement thermique bien conduit, prolifère dans le milieu. Or les ferments lactiques thermorésistants, qui en constituent la majorité, sont, surtout en ce qui concerne leur multiplication, à tendance nettement anaérobie. La présence d'oxygène retarde donc leur développement et, par suite, l'acidification du lait. Les sporulés, au contraire, sont plus généralement aérobies, et certains d'entre eux sont, par surcroît, présurigènes. Si, ce qui se produit assez rarement, ils envahissent le milieu, ils peuvent provoquer la prise en masse prématurée du lait. La stabilisation conduit alors à un échec.

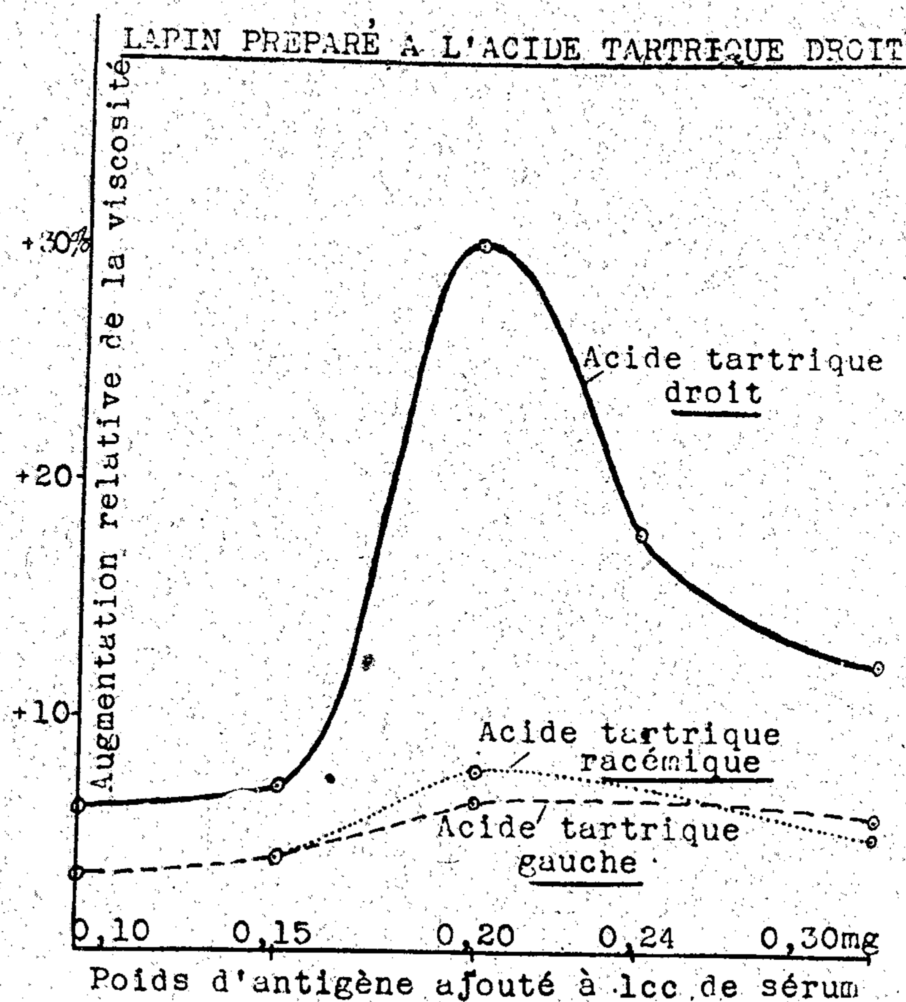
Un autre cas reste à envisager, celui, trop fréquent, d'une recontamination après la pasteurisation. Suivant le nombre de germes recontaminants, suivant leur nature conditionnant leur affinité pour l'oxygène, on obtient, par le traitement du lait, une action favorable ou nuisible que l'on ne saurait prévoir. L'expérience a démontré que le procédé est d'autant plus efficace que les recontaminations sont moins importantes.

Les considérations rapportées dans cette Note expliquent les faits précédemment signalés par deux d'entre nous dans une Communication à l'Académie d'Agriculture ([3]).

([2]) *Bull. Soc. Chim.*, 27, 1920, p. 564.
([3]) *C. R. Acad. Agr.*, 31, 1945, p. 319.

IMMUNOLOGIE. — *Mise en évidence des propriétés antigéniques des molécules organiques de faible poids moléculaire.* Note ([1]) de M. **Jean Loiseleur**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

L'apparition d'une aptitude de combinaison du sérum pour la phloridzine ([2]) ne constitue pas un phénomène limité à cette seule substance. En réalité l'expérience montre que les molécules organiques de faible poids moléculaire constituent de véritables antigènes et entraînent la formation d'anticorps incomplets, démunis du pouvoir précipitant, mais doués d'un degré élevé de spécificité. Ces anticorps peuvent être mis en évidence par l'épreuve de viscosité exposée dans la Note précédente ([2]), et qui consiste à étudier la réaction spécifique, entre l'antigène et l'anticorps, à son terme initial, c'est-à-dire au stade de l'accolement des deux molécules.



I. La caractéristique essentielle du phénomène est sa chronologie : *a.* un premier facteur est la cadence rapide des injections préparantes (deux injections par jour au minimum). La préparation d'un Lapin par l'arabinose est obtenue en injectant pendant 10 jours une dose totale de 1^{g}, répartie en 20 injections intramusculaires. Cette condition apparaît comme la conséquence directe de la taille de la molécule d'antigène, c'est-à-dire de sa diffusibilité; *b.* autre particularité : l'anticorps apparaît immédiatement après la fin du traitement et atteint généralement son taux maximum le lendemain de la dernière injection préparante.

([1]) Séance du 4 février 1946.

([2]) J. Loiseleur, *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 159.

II. La dose d'antigène et la durée du traitement dépendent de la molécule expérimentée : par exemple, la préparation du Lapin est obtenue, pour la phloridzine, avec un poids total de 90^{mg} injecté pendant 9 jours, pour le disulfonate d'indigo avec 885^{mg} injectés pendant 17 jours et pour la *p*-aminophénylsulfamide avec 2000^{mg} injectés pendant 10 jours.

L'intensité de la réaction sérique est, dans une certaine mesure, proportionnelle à la dose d'antigène et à la durée du traitement. C'est ainsi que les sérums de Lapins préparés par la phloridzine, présentent, au contact de cet antigène, des maxima de viscosité proportionnels à la durée de la préparation.

Lapins préparés à la phloridzine.

Durée de la préparation (jours)	2.	4.	10.
Nombre d'injections	4	8	20
Poids total de diphloridzine injectée (mg)	20	40	100
Valeur du maximum de l'épreuve de viscosité (%)	+10	+17	+ 30

La persistance de l'anticorps est liée à la durée du traitement et à la dose d'antigène. Cette persistance est augmentée en pratiquant plusieurs périodes de préparation (2 à 3), d'une durée de 8 jours chacune et espacées d'une période égale de repos.

III. La spécificité de la réaction est très élevée et peut être comparée à celle des anticorps obtenus en copulant des molécules organiques sur des protéides (Landsteiner, Avery et leurs collaborateurs).

Les sérums des deux Lapins, préparés respectivement avec le xylose et l'arabinose et éprouvés par l'un et l'autre de ces sucres, montrent une spécificité réelle pour le sucre ayant servi à la préparation. Le même résultat est obtenu avec la saccharose et le tréhalose. La courbe reproduit l'épreuve de viscosité pratiquée avec le sérum d'un Lapin préparé par l'acide tartrique droit ([3]) (dose totale de 400^{mg} administrée pendant 4 jours en 8 injections intramusculaires, prise de sang le lendemain). On note, sur la courbe, que l'augmentation de viscosité atteint son maximum (+ 30 %) consécutivement à l'introduction de $0^{mg},2$ d'acide droit dans 1^{cm^3} du sérum. De part et d'autre de cette dose l'intensité de la réaction diminue (phénomène de zone). D'autre part, ce sérum donne un résultat presque nul avec l'acide gauche et à peine marqué avec l'acide racémique. Remarque importante : la prolongation de la préparation avec des doses excessives diminuerait ces écarts spécifiques, vraisemblablement par suite de la multiplicité des *motifs spécifiques* sur les molécules sériques.

En résumé, les molécules organiques de faible poids moléculaire, injectées directement dans l'organisme à une cadence et à des doses en rapport avec leurs diffusibilités, entraînent la formation d'anticorps spécifiques, décelables par l'épreuve de viscosité.

([3]) La solution doit être isotonique et amenée à pH 7,4.

A $16^h 5^m$ l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Mécanique, par l'organe de M. **Henri Villat**, remplaçant le Doyen empêché, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *Émile Jouguet* :

En première ligne .... M. **Jean Villey**.

En seconde ligne ex æquo *par ordre alphabétique*........... MM. **Henri Beghin**, **Alfred Liénard**, **Charles Platrier**, **Maurice Roy**.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu en la prochaine séance.

La séance est levée à $17^h 10^m$.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 23 juillet 1945.)

Note de MM. *René Jacquemain* et *Pierre Galliot*, Sur un cas d'existence d'empêchement stérique explicable par l'hypothèse de Sachse.

Page 105, ligne 5, *au lieu de* Sur un cas d'existence..., *lire* Sur un cas d'inexistence....

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de janvier 1946.

Que sais-je ?. — Le froid, par Roger Simonet. Paris, Presses universitaires de France, 1944; 1 vol. $17^{cm},5$.

Que sais-je ?. — Les produits de remplacement, par Roger Simonet. Paris, Presses universitaires de France, 1943; 1 vol. $17^{cm},5$.

Les derniers progrès de la physique, par Roger Simonet. Paris, Calmann-Lévy, 1945; 1 vol. 19^{cm}.

Les derniers progrès de la chimie, par Roger Simonet. Paris, Éditions Balzac, 1944; 1 vol. 19^{cm}.

L'ionosphère, par Raymond Jouaust. Paris, Éditions de la Revue d'Optique théorique et instrumentale, 1946; 1 vol. 23^{cm}.

Sciences d'aujourd'hui. — Les rayons cosmiques. Les mésotons, par Louis Leprince-Ringuet. Paris, Albin-Michel, 1945; 1 vol. $19^{cm},5$.

Les améliorations scientifiques et techniques réalisées par la France en Indochine.

Historique de l'exploration et des Institutions. *Recherches scientifiques agronomiques, forestières et pastoriennes. Réformes à promouvoir. Bibliographie*, par AUGUSTE CHEVALIER. Extrait de la *Revue de botanique appliquée et d'Agriculture tropicale*, novembre-décembre 1945. Paris, Muséum national d'histoire naturelle. Laboratoire d'Agronomie coloniale, 1945; 1 fasc. 25cm.

Biological Actions of sex Hormones, par HAROLD BURROWS. Cambridge, University Press, 1945; 1 vol. 26cm.

Initiation aux Mécaniques relativistes, par CHARLES PLATRIER. Juin 1944; 1 vol. polycopié 31cm.

Autorelief, par CHARLES BRENAJZYN. Paris, chez l'Auteur, 1946; 1 fasc. 21cm × 27cm (présenté par M. J. Pérès).

Instituts Pasteur de l'Indochine. — *Les Tiques (Ixodoidea) de l'Indochine*, par CONSTANTIN TOUMANOFF. Saïgon, S. I. L. I., 1944; 1 vol. 25cm.

Actualités scientifiques et industrielles. 994. *Exposés de géométrie*. XIV. — *Les systèmes différentiels extérieurs et leurs applications géométriques*, par ÉLIE CARTAN. Paris, Hermann et Cie, 1945; 1 vol. 25cm.

Collection de l'Institut Pasteur. La Pénicilline et ses applications cliniques, par RENÉ MARTIN, FRÉDÉRIC NITTI, BERNARD SUREAU et JEAN BERROD. Paris, Les Éditions médicales Flammarion, 1945; 1 vol. 25cm.

L'Avenir de la Science. — 22. *Vers l'Infiniment petit*, par ARMAND DE GRAMONT. Paris, Gallimard, 1945; 1 vol. 19cm,5.

Interprétation de quelques enregistrements obtenus lors du tremblement de terre du 11 juin 1938, par CH. CHARLIER et L. PONCELET. Extrait du bulletin *Ciel et Terre*. Bruxelles, Éditions l'Avenir, 1940; 1 fasc. 23cm.

La prédiction des Marées des ports de la côte belge par la méthode de concordance, par CH. CHARLIER. Extrait du bulletin *Ciel et Terre*. Bruxelles, Éditions l'Avenir, 1941; 1 fasc. 23cm.

Observatoire royal de Belgique. — *La prédiction des Marées de la côte belge*, par CH. CHARLIER. Gembloux, Imprimerie J. Duculot, 1941; 1 fasc. 23cm (en français et en flamand).

Direction générale des mines et services géologiques. Services géologiques du Portugal. *Nymphéacées fossiles du Portugal*, par CARLOS TEIXEIRA. Lisbonne, 1945; 1 fasc. 31cm,5.

Esquisse d'une histoire de la Biologie, par JEAN ROSTAND. Paris, Gallimard, 1945; 1 vol. 20cm (présenté par M. M. Caullery).

Commémoration du Centenaire de la naissance de Antoine Balland. Mémorial. Paris, J. Peyronnet et Cie, 1946; 1 fasc. 24cm,5.

Universidad nacional autonoma de Mexico. Instituto de Geologia. *El Paricutin. Estado de Michoacan*. Mexico, Imprenta Universitaria, 1945; 1 vol. 29cm,5.

Faune de l'Empire français. IV. *Oiseaux de la Réunion*, par JACQUES BERLIOZ. Paris, Librairie Larose, 1946; 1 vol. 28cm.

Les sources thermominérales. Hydrogéologie, Géochimie, Biologie, par LÉON MORET. Paris, Masson et Cie, 1946; 1 vol. 22cm,5 (présenté par M. Ch. Jacob).

Collection de l'Institut Pasteur. *La fièvre jaune*, par J. BABLET. Paris, Éditions médicales Flammarion, 1945; 1 vol. 25cm.

Le cancer de la prostate et l'hypertrophie des glandes paraprostatiques, par PAUL NIEHANS. Berne, W. Eschang et H. Flück, 1941; 1 fasc. 24cm,5.

Le cancer maladie hormonale. Sa prophylaxie et son traitement endocrinien, par PAUL NIEHANS. Vevey, Imprimerie Klausfelder, s. d.; 1 fasc. 18cm.

Figures de Savants français, par LÉON BINET. Paris, Vigot Frères, 1945; 1 vol. 35cm,5.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 25 FÉVRIER 1946.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE CARTAN

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** adresse ampliation du décret, en date du 13 février 1946, portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Jean Becquerel**, pour occuper, dans la Section de Physique générale, la place vacante par le décès de M. *Jean Perrin*.

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Jean Becquerel** prend place parmi ses Confrères.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Georges Georgalas**, Membre de l'Académie d'Athènes, qui assiste à la séance.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le bureau le fascicule 2, tome 84 des *Proceedings of the American Philosophical Society*, consacré à la Commémoration de la vie et de l'œuvre de **Alexander Dallas Bache** (1806-1867) qui fut Correspondant de l'Académie pour la Section de Géographie et Navigation.

M. **Élie Cartan** s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur de présenter à l'Académie la seconde édition de mes *Leçons sur la Géométrie des espaces de Riemann*, dont la première édition a paru en 1928 dans la Collection des *Cahiers scientifiques*, dirigée par notre Confrère Julia. Cette seconde édition diffère de la première par d'assez nombreuses additions. Un nouveau Chapitre est consacré à la méthode du repère mobile. Le Chapitre sur les coordonnées normales de Riemann a été complété par un nouveau Chapitre sur la symétrie, le transport parallèle et les espaces symétriques. Enfin deux nouveaux Chapitres sont consacrés aux groupes de déplacement des espaces de Riemann et aux conditions d'application de deux espaces de Riemann.

NOMINATIONS.

MM. **Émile Borel** et **Gaston Julia** sont désignés pour représenter l'Académie aux Cérémonies qui auront lieu à Londres et à Cambridge, les 15 juillet 1946 et jours suivants, en commémoration du trois-centième anniversaire de la naissance de Isaac Newton.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un Membre de la Section de Mécanique, en remplacement de M. *Émile Jouguet*, décédé.

Le nombre des votants étant 46,

M. Henri Beghin	obtient	28 suffrages
M. Jean Villey	»	15 »
M. Maurice Roy	»	2 »
M. Charles Platrier	»	1 »

M. **Henri Beghin**, ayant obtenu la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation du Gouvernement provisoire de la République.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Baronne Dupuytren. *Pensées diverses*. Introduction par le Dr Léon Delhoume.

2° Albert Ranc. *Jean Perrin*.

3° Pietro Rondoni. *Il Cancro. Istituzioni di patologia generale dei Tumori*.

4° Florent Bureau. *Calcul vectoriel et calcul tensoriel* (présenté par M. P. Montel).

M. **Nicolas T. Belaiew** adresse des remercîments pour la distinction accordée à ses travaux.

M. **Constantin Levaditi** prie l'Académie de bien vouloir le compter parmi les candidats à la place vacante dans la Section d'Économie rurale par le décès de M. *Gustave Moussu*.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la décomposition spectrale des fonctions aléatoires stationnaires d'ordre deux.* Note de MM. **André Blanc-Lapierre** et **Robert Fortet**, présentée par M. Émile Borel.

Introduction. — Soit $x(t)$ une fonction aléatoire du paramètre t, stationnaire au sens de Khintchiné [1], $\rho(\tau)$ et $\mathcal{F}(\omega)$ [2] sa fonction de corrélation et sa fonction spectrale

$$(1) \qquad \rho(\tau)=\int_0^\infty \cos\omega\tau \, d\mathcal{F}(\omega) \quad \text{et} \quad \overline{x^2}=\mathcal{F}(+\infty).$$

Nous désignerons par $\overline{X}$ l'espérance mathématique d'une variable aléatoire X.

Nous nous proposons de préciser les propriétés de $\mathcal{F}(\omega)$ en vue d'obtenir une décomposition spectrale qui découle directement de la considération des filtres utilisés en électrotechnique ou en optique.

I. *Filtres linéaires.* — Soit la transformation linéaire $\mathcal{R}_1$ [filtre $\mathcal{R}_1$]

$$(2) \qquad x_1(t)=\int_{-\infty}^{+\infty} x(\theta)\,R_1(t-\theta)\,d\theta=\mathcal{R}_1[x(t)];$$

R_1 est supposé absolument intégrable, ce qui donne un sens à (2) presque certainement. $\mathcal{R}_1$ peut être caractérisé par son gain $G(\omega)$ [module $\gamma(\omega)$, argument $\varphi(\omega)$]; on a

$$(3) \qquad \mathcal{R}_1\{\sin\omega t\}=\gamma(\omega)\sin[\omega t+\varphi(\omega)] \quad \text{et} \quad G(\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t}R_1(t)\,dt.$$

Deux filtres seront disjoints si $G_1(\omega)G_2(\omega)\equiv 0$; un filtre est nul si $G\equiv 0$.

Théorème I. — 1° *A* $\lambda_1\mathcal{R}_1+\lambda_2\mathcal{R}_2$ *est associé le gain* $\lambda_1 G_1+\lambda_2 G_2$.

2° *Au filtre* $\mathcal{R}_1.\mathcal{R}_2$ *est associé* $G_1(\omega).G_2(\omega)$; *le produit de deux filtres disjoints est nul.*

3° *Entre* $\mathcal{R}_1[x(t)]$ et $\mathcal{R}_2[x(t)]$ *on a la relation* (4), *qui renferme* (5) *comme cas particulier* [$\mathcal{F}_{\mathcal{R}}(\omega)$ est le spectre de $\mathcal{R}[x(t)]$]

$$(4) \qquad \overline{\mathcal{R}_1[x(t)],\,\mathcal{R}_2[x(t+\tau)]}=\int_0^\infty \gamma_1(\omega)\gamma_2(\omega)\cos[\omega\tau+\varphi_2(\omega)-\varphi_1(\omega)]\,d\mathcal{F}(\omega)$$

et

$$(5) \qquad \mathcal{F}_{\mathcal{R}}(\omega)=\int_0^\omega \gamma_{\mathcal{R}}^2(\omega')\,d\mathcal{F}(\omega').$$

La relation (5) montre comment l'*énergie* $\mathcal{F}(\omega)$ répartie sur l'ensemble des pulsations ω, dans $x(t)$ est *filtrée* à travers $\mathcal{R}$.

Théorème II. — *Soient des filtres* $\mathcal{R}_{1,\alpha}$ *et* $\mathcal{R}_{2,\alpha}$ *dépendant de* α, *supposons que*

---

[1] *Math. Annalen*, 109, 1934, p. 604.

[2] Nous supposons, pour plus de simplicité, $\mathcal{F}(\omega)$ continu, la partie discontinue ayant été isolée et étudiée par Slutsky [3]; mais cette restriction ne s'impose pas.

lorsque $\alpha \to \alpha_0$, $G_{1,\alpha}$ *tende vers* $G_{2,\alpha}$, *sauf, peut-être, sur un intervalle de* $\mathcal{F}$ *mesure nulle*, $G_{1,\alpha}(\omega)$ et $G_{2,\alpha}(\omega)$ *restant uniformément bornés par rapport à* α *et* ω, *alors* $\mathcal{R}_{1,\alpha}[x(t)] - \mathcal{R}_{2,\alpha}[x(t)]$ *tend vers zéro en moyenne quadratique.*

Cela permet d'introduire des filtres limites dont le gain a des formes particulières, qui, si on les posait *a priori*, conduiraient à des R non absolument intégrables. On définit ainsi le filtre identique $\mathcal{E}$, pour lequel $G(\omega) \equiv 1$, le filtre complémentaire de $\mathcal{R} : \mathcal{C}_R = \mathcal{E} - \mathcal{R}$. On peut ainsi définir des filtres très généraux; les plus utilisés pour les applications sont les filtres *passe-bande* $\mathcal{R}_{\omega_1,\omega_2}$ pour lesquels $G(\omega) \equiv 0$, sauf sur l'intervalle $\omega_1 \omega_2$ où $G(\omega) = 1$. $\mathcal{R}_{\omega_1,\omega_2}[x]$ a un spectre $S(\omega)$ nul pour $\omega < \omega_1$, constant pour $\omega > \omega_2$ et satisfaisant à $dS(\omega) = d\mathcal{F}(\omega)$ pour $\omega_1 < \omega < \omega_2$.

II. *Décomposition spectrale.* — THÉORÈME III. — *Soient* $\omega_1 \omega'_1$, $\omega_2 \omega'_2$, ..., $\omega_k \omega'_k$ *des intervalles disjoints*, $\mathcal{R}_{\omega_1\omega'_1}$, $\mathcal{R}_{\omega_2\omega'_2}$, ... *les filtres correspondants*, $\mathcal{R}_c$ *le complémentaire de leur somme.*

1° $x(t) = \mathcal{R}_{\omega_1\omega'_1}[x] + \mathcal{R}_{\omega_2\omega'_2}[x] + \ldots + \mathcal{R}_c[x]$ *avec la probabilité* 1.

2° *les composantes ainsi mises en évidence sont 2 à 2 non correlées, c'est-à-dire qu'elles satisfont aux relations du type* $\overline{\mathcal{R}_i[x(t)] \cdot \mathcal{R}_j[x(t+\tau)]} = 0$ *pour* $i \neq j$ *quel que soit* τ.

3° *Si, en plus,* $x(t)$ *est stationnaire au sens strict, il en est de même de chacune de ces composantes.*

Ces résultats complètent ceux de Khintchine ([1]) et Slutsky ([3]); ils pourraient être obtenus en utilisant comme point de départ un résultat de Loève ([4]).

Remarques. — 1° Soit $\mathcal{H}$ un espace de Hilbert, complexe, séparable; $[x, y]$ représentant le produit scalaire des éléments x et y de $\mathcal{H}$, avec $|x|^2 = [x x^*]$; [x^* représente le conjugué de x]; soit t un paramètre réel [$-\infty < t < +\infty$] nous considérons des opérations linéaires U^t fonctions de t, définies sur $\mathcal{H}$, et satisfaisant aux conditions

$$(a) \qquad \lim_{\Delta t \to 0} U^{\Delta t} = U^0 = E \quad [\text{E opération identique dans } \mathcal{H}],$$

$$(b) \qquad U^{t+\tau} = U^t . U^\tau = U^\tau . U^t,$$

$$(c) \qquad [x, y^*] = [U^t[x] . U^{*t}[y]].$$

Les mêmes méthodes appliquées à la décomposition spectrale de U^t donnent des résultats très étendus qu'on peut rapprocher aussi des travaux de Godement ([5]) et de Loève ([4]).

2° La relation (4) permet d'envisager des décompositions issues de filtres non disjoints, mais tels que, pour $\tau = 0$ par exemple, $\cos(\omega\tau + \varphi_2 - \varphi_1)$ soit nul pour tous les ω qui n'annulent pas $\gamma_1 . \gamma_2$. Les composantes ainsi obtenues n'ont pas de corrélation pour $\tau = 0$, mais cela ne vaut plus pour τ quelconque.

([3]) *Actualités Scientifiques*, 738, 1938, p. 33.

([4]) *Comptes rendus*, 220 1945, p. 380.

([5]) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 213.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Quelques propriétés des fonctions aléatoires de second ordre.* Note de M. **Michel Loève**, présentée par M. Émile Borel.

Nous allons indiquer quelques propriétés des fonctions aléatoires (f. a.) possédant une variance finie pour chaque valeur donnée du paramètre (on dira *f. a. de second ordre*), que nous n'avons pas énoncées dans nos Notes précédentes [1].

Soit $X(\alpha)$, $\alpha \in A$, une f. a. de second ordre, non dégénérée, à valeur moyenne nulle et à covariance [1] $\Gamma(\alpha, \beta)$ *bornée sur* $A \times A$.

I. *Décompositions orthogonales.* — 1. Soit un ensemble $\{\alpha_i\}_1^\infty \subset A$. *On peut décomposer la f. a.* $X(\alpha)$ *en une f. a.* $Y(\alpha)$, *combinaison linéaire presque-certaine des* $X(\alpha_i)$, *et une f. a.* $Z(\alpha)$ *orthogonale aux* $X(\alpha_i)$.

Si l'ensemble considéré est *fixe*, les f. a. composantes sont orthogonales sur A : $\mathfrak{M}Y(\alpha)Z^*(\beta) = 0$; $\alpha, \beta \in A$. Supposons-le *mobile*, soit $A_S(\alpha)$, de la façon suivante : $\alpha_i = S^i\alpha$ où S, indépendant de i, transforme tout α_i en α_{i+1}. Alors :

On peut décomposer la f. a. $X(\alpha)$ *en deux f. a.* $U(\alpha)$ *et* $V(\alpha)$, *orthogonales sur* $A_S(\alpha)$ *et telles que, sur cet ensemble,* $U(\alpha)$ *soit une combinaison linéaire presque-certaine des variables aléatoires mutuellement orthogonales* $Y(\alpha_i)$ *et* $V(\alpha)$ *soit une combinaison linéaire presque-certaine des* $V(\alpha_i)$.

Dans le cas des f. a. stationnaires, cette proposition contient (pour $\alpha_i = \alpha - i$) une importante propriété due à H. Wold.

2. *Une f. a.* $X(\alpha)$, *continue en m. q.* [1] *sur* (a, b), *y possède une décomposition orthogonale* $\sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i X_i(\alpha)$, *les f. a.* $X_i(\alpha)$, *mutuellement orthogonales, y étant continues en m. q. et déterminées à des facteurs certains près.*

3. Une *f. a. analytique* possède un développement orthogonal autour de $\alpha = 0$ si, et seulement si, *sa covariance est fonction du produit* $\alpha\beta$.

Nous avons montré [1] que les *f. a. stationnaires, continues en m. q.*, possèdent une décomposition orthogonale *harmonique qui les caractérise.*

Toutes les fois que la f. a. est décomposée en f. a. mutuellement orthogonales, sa covariance est décomposée en une somme de covariances, mais, pour que $X(\alpha) = X_1(\alpha) + X_2(\alpha)$ entraîne $\Gamma(\alpha, \beta) = \Gamma_1(\alpha, \beta) + \Gamma_2(\alpha, \beta)$, *il faut et il suffit* que l'on ait seulement

$$\mathfrak{M}X_1(\alpha)X_2^*(\beta) + \mathfrak{M}X_2(\alpha)X_1^*(\beta) = 0,$$

ce qui, dans le cas des f. a. réelles, entraîne l'orthogonalité des *variables aléatoires* $X_1(\alpha)$ et $X_2(\alpha)$.

Remarquons enfin qu'à une f. a. $\{X_i\}_1^\infty$, on peut, sous certaines conditions,

---

(1) *Comptes rendus*, **220**, 1945, pp. 295 et 380 (la remarque de la deuxième Note s'applique encore ici).

associer une f. a. *biorthogonale* $\{X^i\}$, de covariance $\Gamma^{i,j}$ et, pour que l'on puisse avoir $a_i(\alpha) = \mathfrak{M}X(\alpha)X_i^\star$, *il faut et il suffit que* $\sum_i\sum_j a_i(\alpha)\Gamma^{i,j}a_j^\star(\alpha)$ *soit bornée*.

II. *Loi forte des grands nombres.* — Supposons la f. a. continue en m. q. sur le demi-axe positif et soit x une variable réelle certaine.

On a

$$\mathfrak{M}|Y_x(T)|^2 = \mathfrak{M}\left|\frac{1}{T}\int_0^T X(\alpha)e^{i\alpha x}\,d\alpha\right|^2 = \frac{1}{T^2}\int_0^T\int_0^T \Gamma(\alpha,\beta)e^{i(\alpha-\beta)x}\,d\alpha\,d\beta,$$

d'où, par un raisonnement classique utilisant le lemme de Borel-Cautelli :

La f. a. $Y_x(T)$ *tend fortement vers zéro, pour tout* x *donné, lorsque* $T\to\infty$, *si*

$$\frac{1}{T}\int_0^T\int_0^T \Gamma(\alpha,\beta)e^{i(\alpha-\beta)x}\,d\alpha\,d\beta = O(1).$$

1. Lorsque $X(\alpha)$ est stationnaire, on a $\Gamma(\alpha,\beta) = \varphi(\alpha-\beta)$; l'expression ci-dessus devient

$$(1)\qquad f_T(x) = \int_{-T}^{+T}\left(1-\frac{|t|}{T}\right)\varphi(t)e^{itx}\,dt,$$

et la proposition qui précède contient [pour $x = 0$ et $X(\alpha)$ réel] les résultats de M. Kampé de Fériet et de MM. Blanc-Lapierre et Brard ([2]).

2. Posons

$$\varphi_T(t) = \begin{cases}\left(1-\dfrac{|t|}{T}\right)\varphi(t) & \text{pour } |t|\leqq T,\\ 0 & \text{pour } |t|\geqq T.\end{cases}$$

Si l'on observe que $f_T(x)$ représente dans le cas stationnaire la quantité *non négative* $TE|Y_x(T)|^2$ et que $\varphi(\alpha-\beta)$ est, en tant que covariance ([1]), une fonction *positive-définie*, on peut donner une démonstration très simple du théorème de Böchner.

En effet, l'intervalle d'intégration dans (1) étant fini, la formule d'inversion s'obtient sans difficulté en multipliant les deux membres de (1) par e^{-iux}, sommant par rapport à x de $-A$ à $+B$ et appliquant le lemme de Riemann-Lebesgue lorsque A et B $\to\infty$. En revenant à la variable t, on a ainsi

$$\varphi_T(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} f_T(x)e^{-itx}\,dx = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-itx}\,dF_T(x),$$

où $F_T(x)$ est une fonction non décroissante, à variation totale $\varphi(0)\neq 0$. Par suite, au facteur $1/\varphi(0)$ près, $\varphi_T(t)$ est une fonction caractéristique qui, lorsque $T\to\infty$, tend vers $\varphi(t)$, uniformément dans tout intervalle fini. Donc, en vertu du théorème de P. Lévy, $\varphi(t)$ est une fonction caractéristique.

([2]) Kampé de Fériet, *Annales de la Société royale de Bruxelles*, 59, 1939, p. 145; Blanc-Lapierre et Brard, *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 134.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *L'évaluation des coefficients d'une représentation asymptotique générale*. Note (¹) de M. **Szolem Mandelbrojt**, présentée par M. Paul Montel.

1. Soit $\{\lambda_n\}$ une suite positive croissante, et soit $N(x)$ le nombre de λ_n inférieur à $x (x > 0)$. Les fonctions $N(x)$ et

$$\overline{N}(x) = \frac{2x^2}{\pi}\int_0^\infty \frac{N(t)\,dt}{t(t^2+x^2)}$$

seront appelées respectivement distribution et distribution moyenne de $\{\lambda_n\}$. Les quantités

$$\overline{\lim}\,\frac{N(x)}{x} = \dot{D} \qquad \text{et} \qquad \overline{\lim}\,\frac{\overline{N}(x)}{x} = \overline{D}$$

seront appelées respectivement densité supérieure et densité supérieure moyenne de $\{\lambda_n\}$. On a $\overline{D} \leqq \dot{D}$. Il existe des suites $\{\lambda_n\}$ pour lesquelles $\overline{D} < \dot{D}$. Dans tout ce qui suit nous supposons que $\overline{D} < \infty$. La fonction $E(u)$ définie par

$$E(u) = \pi(\overline{D}+u)\int_0^\infty e^{-\pi u t + \pi[\overline{N}(t) - \overline{D}\,t]}\,dt$$

sera appelée fonction de croissance de $\{\lambda_n\}$. Nous allons indiquer la liaison entre la rapidité de la croissance de $E(u)$ lorsque u décroît vers zéro, et la régularité de la distribution des $\{\lambda_n\}$. Si k est un entier positif tel qu'il existe un entier positif p satisfaisant l'égalité (1) : $p - \overline{D}\lambda_p > k$, il existe aussi un entier positif q, $q < p$, tel que $q - \overline{D}\lambda_q > k - 1$. Soit m_k le plus petit entier positif k satisfaisant (1). Posons $\overline{\lambda_k} = \lambda_{m_{k-1}}$. La suite $\{\overline{\lambda_n}\}$ (qui peut être vide) sera appelée suite supérieure de la suite $\{\lambda_n\}$. Les λ_n qui n'appartiennent pas à $\{\overline{\lambda_n}\}$ constituent la suite inférieure de la suite $\{\lambda_n\}$. La densité supérieure de la suite inférieure est égale à la densité supérieure moyenne de $\{\lambda_n\}$. La distribution $N_1(x)$ et la distribution moyenne $\overline{N_1}(x)$ de la suite inférieure satisfont les inégalités $N_1(x) \leqq \overline{D}x$, $\overline{N_1}(x) \leqq \overline{D}x$. Si l'on partage $\{\lambda_n\}$ en deux suites sans terme commun $\{\mu_n\}$ et $\{\nu_n\}$, telles que la distribution $N_2(x)$ de $\{\mu_n\}$ satisfasse l'inégalité $N_2(x) \leqq \overline{D}x$ (sa distribution moyenne satisfait alors la même inégalité), on a pour tout n, pour lequel $\overline{\lambda_n}$ existe : $\overline{\lambda_n} \geqq \nu_n$. La rapidité de croissance de $E(u)$, lorsque u décroît vers zéro, caractérise la croissance de la distribution de $\{\overline{\lambda_n}\}$.

La suite $\{\Lambda_n\}$, définie par

$$\Lambda_n = \prod_{m \neq n} \left| \frac{\lambda_m^2}{\lambda_m^2 - \lambda_n^2} \right|,$$

sera appelée suite associée à la suite $\{\lambda_n\}$.

(¹) Séance du 4 février 1946.

Soit $F(s)$ une fonction holomorphe dans un domaine Δ du plan $s=\sigma+ti$, soit $\{d_n\}$ une suite de nombres réels ou complexes, soit $\{\lambda_n\}$ une suite positive croissante et soit $\{\varphi_n(\sigma)\}$ une suite de fonctions positives décroissantes avec la propriété $\varphi_{n+1}(\sigma)=O(\varphi_n(\sigma))(\sigma\to\infty)$. Soit $\varphi(\sigma)=\underset{n=\infty}{\underline{\text{borne}}}\ \varphi_n(\sigma)$. Si pour chaque n, on a dans Δ

$$\left|F(s)-\sum_1^n d_m e^{-\lambda_m s}\right|\leq\varphi_n(\sigma),$$

nous dirons que la fonction $F(s)$ est représentée dans Δ asymptotiquement par $\Sigma d_n e^{-\lambda_n s}$ avec la précision $\varphi(\sigma)$.

Nous dirons que $F(s)$ peut être prolongée analytiquement de Δ au cercle $C(b,\rho)$, de centre b et de rayon ρ, à travers un canal de largeur $2R$, s'il existe une fonction holomorphe dans la réunion de Δ, $C(b,\rho)$ et de l'ensemble des cercles de rayon R et dont les centres sont situés sur un arc de Jordan, un de ces cercles se trouvant à l'intérieur de $C(b,\rho)$, un autre à l'intérieur de Δ, cette fonction étant égale à $F(s)$ dans Δ.

2. Nous pouvons maintenant énoncer un théorème beaucoup plus général que celui que nous avons démontré ([2]), et qui permet d'établir des résultats très généraux dans plusieurs branches de la théorie des fonctions.

Théorème. — *Soit Δ un domaine défini par $\sigma>a$, $|t|<g(\sigma)(\sigma>a)$, où $g(\sigma)$ est une fonction positive croissante tendant vers $\pi c(c<\infty)$ lorsque σ tend vers l'infini, l'aire de la partie de la demi-bande horizontale $\sigma\geq a$, $|t|\leq\pi c$, non comprise dans Δ, étant finie. Soit $\{\lambda_n\}$ une suite positive croissante de densité supérieure moyenne, $\overline{D}$, finie et dont la fonction de croissance est $E(u)$.*

Soit $F(s)$ une fonction holomorphe dans Δ, représentée asymptotiquement dans Δ par $\Sigma d_n e^{-\lambda_n s}$ avec une précision $\varphi(\sigma)$.

Si $\overline{D}<c$ et si l'une des conditions suivantes [condition (A) ou condition (B)] est satisfaite :

A. *Il existe une constante $k>1/2(c-\overline{D})$ telle que*

$$(a)\qquad \int_a^\infty \log\varphi(\sigma)\,e^{-k\sigma}\,d\sigma=-\infty.$$

B. *L'égalité (a) a lieu avec $k=1/2(c-\overline{D})$, et il existe une fonction positive, décroissante $u(t)$ telle que*

$$\int_0^\infty u(t)\,dt<\infty,\qquad \varphi(\sigma)=O[E(u(\sigma))]^{-1}\quad(\sigma\to\infty).$$

Alors, pour chaque $s_0=\sigma_0+t_0 i$ et chaque $R>\overline{D}$, tels que la fonction $F(s)$

([2]) *Transactions of the American Mathematical Society*, 55, 1944, p. 96. La fonction φ n'a pas, dans le Mémoire cité, la même signification qu'ici.

peut être prolongée analytiquement de Δ *au cercle fermé* $\overline{C}(s_0, \pi R)$ (*de centre* s_0 *et de rayon* πR) *à travers un canal de largeur supérieure à* $2\pi\overline{D}$, *les inégalités suivantes ont lieu pour chaque entier positif n*

$$|d_n| \leq E(R - \overline{D})\Lambda_n M(s_0, R)e^{\lambda_n \sigma_0},$$

où $\{\Lambda_n\}$ *est la suite associée à la suite* $\{\lambda_n\}$ *et où* $M(s_0, R) = \underset{s \in \overline{C}(s_0, \pi R)}{\text{Max}} |F(s)|$.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Études statistiques de la turbulence : corrélations et spectres dans un écoulement de turbulence homogène et isotrope* (¹). Note (²) de M. **François N. Frenkiel**.

J'ai étudié (³) les différentes corrélations et spectres dans un écoulement de turbulence homogène et j'ai introduit le spectre longitudinal $f_x(\omega)$ et le spectre transversal $f_y(\omega)$, liés aux lois de corrélation par les relations

$$(1) \quad f_x(\omega) = \frac{2}{\pi \overline{u}} \int_0^\infty \cos\left(\frac{\omega s}{\overline{u}}\right) R_x(s)\, ds, \qquad f_y(\omega) = \frac{2}{\pi \overline{u}} \int_0^\infty \cos\left(\frac{\omega s}{\overline{u}}\right) R_y(s)\, ds.$$

Quand la turbulence est en plus isotrope, alors on peut appliquer l'équation de Th. Karman (⁴)

$$(2) \qquad R_\Delta^T(r) = R_\Delta^L(r) + \frac{1}{2} r \frac{dR_\Delta^L(r)}{dr},$$

où $R_\Delta^L(r)$ et $R_\Delta^T(r)$ sont les coefficients de corrélation entre les composantes des vitesses turbulentes simultanées, parallèles et perpendiculaires à la droite de

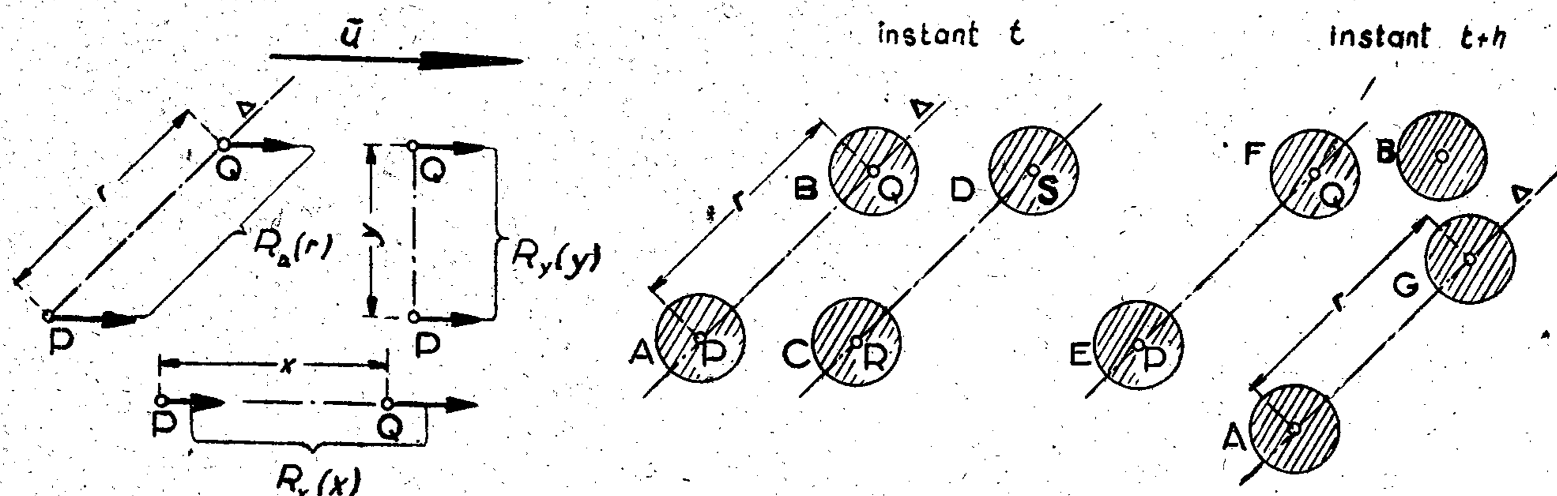


Fig 1.

direction Δ, en deux points distants de r, qui se trouvent sur cette droite.

(¹) Travail effectué à Toulouse en 1941 dans la clandestinité avant la déportation de l'auteur.

(²) Séance du 14 janvier 1946.

(³) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 367. (La figure 1 ci-dessus est relative à la Note précitée).

(⁴) *Journ. Aéro. Scient.*, **4**, 1937, p. 131.

En intégrant (1) et en calculant la constante d'intégration par la condition $\lim_{r\to\infty} R_\Delta^L(r) = 0$, je trouve

$$(3)\qquad R_\Delta^L(r) = \frac{2}{r^2}\int_0^\infty s R_\Delta^T(s)\,ds.$$

Fig. 2.

En particulier, quand Δ est parallèle à Ox, on aura

$$(4)\qquad R_y(y) = R_x(y) + \frac{1}{2}y\frac{dR_x(y)}{dy}, \qquad R_x(x) = \frac{2}{x^2}\int_0^x sR_y(s)\,ds.$$

L'équation tensorielle de Karman (*) permet de calculer le coefficient de corrélation R_Δ, en fonction de corrélations R_x et R_y

$$(5)\qquad R_\Delta(\sqrt{x^2+y^2}) = \frac{x^2}{x^2+y^2}R_x(\sqrt{x^2+y^2}) + \frac{y^2}{x^2+y^2}R_y(\sqrt{x^2+y^2}).$$

En appliquant l'équation (4) de la Note précitée on a

$$R_x(x) = \int_0^\infty \cos\left(\frac{sx}{\bar{u}}\right)f_x(s)\,d(sx) = \int_0^\infty \cos\left(\frac{s}{\bar{u}}\right)f_x\left(\frac{s}{x}\right)ds,$$

et en tenant compte de la condition $\lim_{\omega\to 0} f_x(\omega) = 0$, on obtient $\lim_{x\to 0} x R_x(x) = 0$. Il en résulte qu'en intégrant les deux membres de (4) de zéro à l'infini, on trouve

$$(6)\qquad L_x = 2L_y.$$

En remplaçant dans (4) R_y par sa valeur donnée dans (2), j'obtiens

$$(7)\qquad f_y(\omega) = \frac{1}{2}f_x(\omega) - \frac{1}{2}\frac{df_x(\omega)}{d\omega},$$

et en intégrant cette équation, je trouve, après avoir calculé la constante d'intégration par la condition $\lim_{\omega\to 0} f_x(\omega) = (2/\pi)(L_x/\bar{u})$, la relation

$$(8)\qquad f_x(\omega) = 2\omega\int_\omega^\infty \frac{f_y(s)}{s^2}\,ds.$$

J'appelle *dispersion d'un spectre* l'expression $\overline{\omega^2}=\int_0^\infty s^2 f(s)\,ds$. La quantité λ, introduite par G. I. Taylor [5], qui représente la dimension des plus petits tourbillons responsables de la dissipation de l'énergie turbulente, est donnée par

$$\frac{1}{\lambda^2}=-\frac{d^2 R_x(0)}{dx^2}=-\frac{1}{2}\frac{d^2 R_y(0)}{dy^2}.$$

En appliquant l'égalité [6]

$$\frac{1}{\overline{u}^2}\int_0^\infty s^2 f_x(s)\,ds=-\frac{d^2 R_x(0)}{dx^2},$$

on trouve

$$(9)\qquad \lambda=\frac{\overline{u}}{\sqrt{[\overline{\omega^2}]_x}}=\sqrt{2}\,\frac{\overline{u}}{\sqrt{[\overline{\omega^2}]_y}},$$

où $[\overline{\omega^2}]_x=\int_0^\infty s^2 f_x(s)\,ds$ et $[\overline{\omega^2}]_y=\int_0^\infty s^2 f_y(s)$. L'équation (9) donne

$$(10)\qquad [\overline{\omega^2}]_y=2[\overline{\omega^2}]_x.$$

RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX. — Limite élastique dynamique *et ses relations avec les états structuraux d'un métal.* Note [1] de M. **Alexandre Fotiadi**, présentée par M. Albert Portevin.

En vue de rechercher des caractéristiques dynamiques en rapport avec le fonctionnement des pièces dans les moteurs, nous avons exécuté des mesures à l'aide d'éprouvettes d'aciers habituellement utilisés dans les moteurs d'aviation, aciers à l'état trempé ou à l'état trempé et revenu. Ces éprouvettes fonctionnaient soit en torsion alternée, soit en flexion rotative, à la fréquence de 3000 par minute.

1. Le principe de notre essai consiste :

a. à appliquer aux éprouvettes, régulièrement et par paliers, des surcharges toujours égales et constantes (pratiquement 1 ou 2 kg/mm^2);

b. à relever, à intervalles réguliers (toutes les minutes), et pendant tout le temps où chaque surcharge est appliquée (5 minutes), l'évolution des phénomènes suivants :

élévation de la température,
augmentation de la déformation,
diminution du couple transmis.

---

(5) *Proc. Roy. Soc. London.*, A, **151**, 1941, p. 437.

(6) J. Kampé de Fériet, *Ann. Soc. Scient. Bruxelles*, 1re série, **59**, 1939, p. 172.

(1) Séance du 18 février 1946.

Les mesures les plus précises ont porté :

en torsion alternée, sur l'augmentation de température de l'échantillon, mesurée à l'aide de couples thermoélectriques, avec une précision du 1/10 de degré;

en flexion rotative, sur l'augmentation de flèche de l'éprouvette, mesurée à l'aide d'un comparateur, avec une précision du 1/1000 de millimètre.

2. Nous avons constaté que :

en deçà d'une certaine charge de l'éprouvette, aucun de ces phénomènes n'est décelable;

au delà de cette même charge, tous ces phénomènes apparaissent en même temps.

C'est cette charge-limite, rapportée en kg/mm² à la surface de l'éprouvette, que nous appelons conventionnellement la *limite élastique dynamique* du métal considéré.

3. Nous avons constaté que :

Dans le cas de constituant unique, par exemple, soit uniquement martensite à l'état trempé, soit uniquement sorbite à l'état trempé et revenu, il y a *proportionnalité* entre la limite élastique dynamique E*d* et la dureté Vickers Δv du métal ou sa résistance à la traction R. Dans ce cas la limite élastique dynamique est une *propriété entièrement massique* du métal, au même titre que la dureté et la résistance à la traction.

Les coefficients de proportionnalité sont alors :

en torsion, $Ed = 0{,}100\,\Delta v$ ou $0{,}32\,R$,

en flexion, $Ed = 0{,}175\,\Delta v$ ou $0{,}56\,R$.

Nous n'avons pas déterminé les valeurs correspondantes en traction-compression, ne disposant pas d'une machine appropriée.

Dans tous les cas où la structure comporte des constituants multiples juxtaposés, cette limite élastique dynamique est inférieure aux valeurs données par les coefficients ci-dessus : elle est fonction de la dureté du constituant le plus mou [2].

Dans ces cas elle est une *propriété semi-massique du métal*, et c'est alors que sa connaissance a la plus grande importance, et en particulier pour :

les aciers ordinaires au carbone, recuits ou trempés, et comportant de la ferrite;

les aciers de construction, hypertrempés, trempés à l'eau, à l'huile ou à l'air, trempés par étapes, revenus à plus ou moins haute température, et pouvant comporter de l'austénite, de la martensite, de la bainite, de la sorbite;

les aciers de cémentation, cémentés et trempés, dont le cœur du métal

---

(2) Voir à ce sujet A. Portevin, *Revue de Métallurgie*, 20, 1923, p. 49.

peut comporter de la ferrite par trempe à trop basse température, et dont la partie cémentée peut comporter de la cémentite;

les alliages légers comportant plusieurs constituants.

Dans tous les cas, et quelle que soit la structure, la limite élastique dynamique, ainsi mesurée avec la précision indiquée, *n'est pas une propriété ponctuelle* des métaux, en ce sens qu'elle ne met pas en évidence les dépassements locaux de la limite élastique dynamique en certains points du métal, dépassements dus à la présence de contraintes locales préexistant soit à l'intérieur du métal (discontinuités métalliques, contraintes mécaniques et structurales, anisotropie), soit à l'extérieur de la pièce (état de surface, particularités d'usinage, formes).

4. Notre expérience pratique de cinq années d'études dans une entreprise de construction de moteurs d'aviation nous a conduit à estimer que :

a. dans tous les cas la limite élastique dynamique devra être la valeur limite au delà de laquelle on ne devra absolument pas faire fonctionner les métaux dans les constructions, tant statiques que, surtout, dynamiques;

b. la dureté et la résistance à la traction ne pourront être utilisées comme éléments de référence que dans les seuls cas où l'on saurait que la structure ne comporte qu'un seul constituant, cas qui ne se présente, en général, que pour les aciers spéciaux, trempés puis revenus à haute température.

RELATIVITÉ. — *Sur la théorie des forces élastiques.*
Note (¹) de M. **Olivier Costa de Beauregard.**

Nous allons appliquer notre définition covariante de la force (²) à l'étude des forces d'origine superficielle au sein d'un fluide, en commençant par le cas simple d'une pression.

Soit $\mathcal{C}$ une goutte matérielle limitée par un contour bidimensionnel $\mathcal{S}$ du genre espace; la relation entre les tenseurs antisymétriques, *aire élémentaire* δs^{ij} et *force superficielle élémentaire d'Univers* δF^{ij}, est par hypothèse de la forme (1_1); intégrant sur le contour $\mathcal{S}$, désignant par δu^i l'élément tridimensionnel de $\mathcal{C}$, et transformant en intégrale triple, il vient l'expression (1_2) qui, en un sens, permet de considérer la densité volumique de force $f^i = \partial^i \varpi$ comme intégralement équivalente aux δF^{ij} :

$$(1) \qquad \delta F^{ij} = \varpi \, \delta s^{ij}, \qquad \iint_{\mathcal{S}} \delta F^{ij} = \iiint_{\mathcal{C}} (\partial^j \varpi \, \delta u^i - \partial^i \varpi \, \delta u^j).$$

Les deux systèmes de forces, superficiel et volumique, qui ont la même

(¹) Séance du 4 février 1946.

(²) *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 743.

somme, ne fournissent pas le même quadri-travail d'Univers [3]; τ désignant le temps propre le long des trajectoires d'Univers $\mathcal{L}$ et V^i la quadri-vitesse, on a en effet

$$(2)\qquad \int_{\mathcal{L}} d\tau \iint_{\mathcal{S}} V_j \delta F^{ij} = \int_{\mathcal{L}} d\tau \iiint_{\mathcal{C}} V_j (f^j \delta u^i - f^i \delta u^j) + \int_{\mathcal{L}} d\tau \iiint_{\mathcal{C}} \varpi (\partial^j V_j \delta u^i - \partial^i V_j \delta u^j);$$

le dernier groupe de termes représente la différence annoncée.

Si $\mathfrak{T}$ désigne la portion d'hyperparoi séparant deux *états* successifs $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ de la goutte $\mathcal{C}$, le quadri-travail superficiel s'écrit encore

$$(3)\qquad \iiint_{\mathfrak{T}} \varpi\, \delta u^i = \iiiint \partial^i \varpi [dx_1 dx_2 dx_3 dx_4] - \iiint_{\mathcal{C}_1 - \mathcal{C}_2} \varpi\, \delta u^i.$$

Supposons alors l'hypertube infiniment délié, et prenons des hypercloisons δu_0^i colinéaires à V^i, et infiniment voisines; la définition (4_1) et la relation (4_2) ont la conséquence (4_3)

$$(4)\qquad \delta u_0 = V_i \delta u^i, \qquad V_i V^i = -c^2, \qquad \delta u_0^i = -c^{-2} \delta u_0 V^i;$$

multipliant alors par V_i le second membre de (3), il vient

$$d\tau V_i \partial^i \varpi\, \delta u_0 - d\varpi\, \delta u_0 - \varpi\, d\delta u_0 \equiv -\varpi\, d\delta u_0,$$

qui représente la projection sur V_i du quadri-travail superficiel élémentaire. C'est là, par hypothèse, le travail pondéromoteur appliqué à la gouttelette δu_0, en sorte que, ρ_0 désignant la densité massique propre du fluide, l'expression précédente égale $-c^2 d(\rho_0 \delta u_0)$.

Ainsi, lorsqu'on postule l'existence de forces pondéromotrices d'origine superficielle, la masse propre $\iiint \rho_0 \delta u_0$ d'une goutte fluide $\mathcal{C}$ n'est plus conservative; comme corollaire, le paradoxe suivant lequel la notion de pression ne vaudrait qu'au sein d'un fluide incompressible s'évanouit [4].

Dans le cas général d'un tenseur élastique E^{ij} quelconque, nous admettrons que le tenseur δF^{ij} n'est plus essentiellement antisymétrique, et nous étendrons suivant (5_1) la formule classique qui le relie à δs^{ij}; $\delta u_k = \delta s_{kj} dx^j$ désignant l'élément volumique d'hyperparoi, (5_2) sera alors l'expression du quadri-travail superficiel élémentaire [5]

$$(5)\qquad \delta F^{ij} = E^{ik} \delta s_k^j, \qquad \delta F^{ij} dx_j = E^{ik} \delta u_k.$$

---

[3] Pour abréger, nous appelons ainsi l'impulsion-masse fournie par les F^{ij}. En théorie classique de l'élasticité, la circonstance énoncée n'a lieu que pour le travail proprement dit.

[4] *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 271.

[5] La définition *a priori* plus naturelle $\delta F^{ij} = E^{jk} \delta s^i_{.k} - E^{ik} \delta s^j_{.k}$ a un défaut qui nous

L'extension des résultats précédents se fait alors aisément.

Le moment pondéromoteur total appliqué à la goutte $\mathcal{C}$ s'écrit

$$(6)\quad \iint_{S} x^i \delta F^{jk} - x^j \delta F^{ik} = \iiint_{\mathcal{C}} (x^i \partial^k E^{jl} - x^j \partial^k E^{il})\,\delta u_l + \iiint_{\mathcal{C}} (x^j \partial_l E^{il} - x^i \partial_l E^{jl})\,\delta u^k + \iiint_{\mathcal{C}} [E^{ij} - E^{ji}]\,\delta u^k;$$

les deux ( ) représentent les densités volumiques de moment pondéromoteur orbital dû aux deux densités de force volumiques $f^{ijk} = \partial^i E^{jk}$ et $f^i = \partial_k E^{ik}$, et le [ ] celle du moment pondéromoteur propre bien connu de la théorie classique (6).

ASTROPHYSIQUE. — *Sur le triage des éléments par le champ de pesanteur des étoiles.* Note (1) de M. **Evry Schatzman**.

Nous avons étudié dans une première Note (2) et dans notre *Thèse* (3) le tirage des éléments dans un champ de pesanteur, lorsque le gaz d'électrons est dégénéré, et les atomes complètement ionisés.

Fowler (4) étudie la distribution des atomes d'une atmosphère gazeuse dans un champ de pesanteur, en tenant compte de l'ionisation des atomes, mais ne va pas plus loin que la conclusion banale suivante : les atomes lourds sont plus nombreux que les atomes légers dans les couches inférieures d'une atmosphère.

Il est aisé de démontrer que, dans une région à température et ionisation sensiblement constantes d'un mélange de deux gaz parfaits partiellement ionisés, dont A_1 et A_2 sont les masses atomiques et n_1 et n_2 les degrés moyens d'ionisation, la hauteur de mélange (5) est

$$\Delta z = \frac{RT}{g}\,1.76\,\frac{\dfrac{1}{n_2+1} + \dfrac{1}{n_1+1}}{\dfrac{A_2}{n_2+1} - \dfrac{A_1}{n_1+1}}.$$

Dans le cas d'un mélange d'hydrogène et de mélange de Russel, on est ainsi conduit à une valeur numérique qui n'est pas essentiellement différente de celle

---

semble rédhibitoire : la valeur du quadri-travail élémentaire ne serait pas indépendante de l'orientation d'Univers de l'élément δs^{ij}.

(6) Toutes ces expressions se compliquent dans l'hypothèse écartée (4). La présente définition du moment pondéromoteur M^{ijk}, un peu différente de celle indiquée dans notre Note (1), est telle qu'on ait, pour un point matériel, $M^{ijk} dx_k = x^i dp^j - x^j dp^i$.

(1) Séance du 2 janvier 1946.

(2) *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 478.

(3) *Revue d'Astrophysique* (sous presse).

(4) *Statistical Mechanics*, 1929, Chap. XV et XVI.

(5) *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 493.

déjà obtenue précédemment, et toujours plus petite. Nous confirmons ainsi l'existence d'une mince couche de mélange, d'épaisseur petite devant le rayon de l'étoile, *lorsque cette étoile est une naine blanche*.

Une telle formule n'est pas applicable dans le cas du Soleil, mais on doit s'attendre à ce que, dans les couches extérieures du Soleil, en équilibre radiatif, telles qu'elles ont été étudiées par Strömgren (6) et par Rudkjøbing (7) (abstraction faite de la mince couche convective d'Unsöld), la concentration en éléments lourds aille en croissant vers l'intérieur de l'étoile, pour atteindre assez rapidement la valeur 2/3 trouvée il y a déjà longtemps par Strömgren (8), contre environ 10^{-4} à la surface (hypothèse déjà faite par Chandrasekhar, *Stellar Structures*). Comme il faut s'attendre, d'après Biermann, à de vastes courants lents de convection dans les régions internes du Soleil (le transport d'énergie ayant lieu cependant principalement par rayonnement), qui rendent uniforme la composition du Soleil sur de vastes étendues, la valeur 2/3 de la concentration en éléments lourds est atteinte à la surface de séparation entre la région extérieure en équilibre radiatif, et la région intérieure en équilibre convectif.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Réductibilité des expanseurs.*
Note (1) de M. **Jacques Courtois**.

D'une façon générale, un *expanseur* (2), (3) est constitué par les coefficients d'une forme algébrique

$$Q(\vec{x}, \vec{y}, \ldots),$$

$\vec{x}, \vec{y}, \ldots$ désignant un nombre quelconque de vecteurs variables. Les coordonnées (contravariantes ou covariantes) de ces vecteurs figurent dans Q à des puissances quelconques. Cependant on peut en général, par changement de coordonnées (2), se ramener au cas où toutes les coordonnées, sauf celles d'indice l, figurent uniquement à des puissances entières positives.

Du point de vue affine, les cas de réductibilité sont tout à fait analogues à ceux d'un tenseur : décomposition de Q en formes homogènes, ou encore symétriques, ou antisymétriques par rapport aux divers vecteurs; contraction si ces vecteurs sont, les uns covariants, les autres contravariants.

Du point de vue métrique, l'expanseur est, sous certaines réserves, *réductible*

(6) *Festschrift für Elis Strömgren*, 5, 1940, p. 218.
(7) *Zeits. f. Astr.*, 21, 1942, p. 254.
(8) *Zeits. f. Astr.*, 4, 1932, p. 118.

(1) Séance du 18 février 1946.
(2) P. A. M. Dirac, *Proc. Roy. Soc.*, A, 183, 1945, p. 284.
(3) J. Courtois, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 377.

en une série de tenseurs. Pour la commodité des notations, nous nous placerons dans le cas d'un seul vecteur $\vec{x}$, mais la démonstration est visiblement générale. Pour un expanseur homogène d'ordre u

(1) $$Q=\sum_{n_i}\frac{u(u-1)\ldots(u-p+1)}{\Pi_i(n_i!)}A_{u-p,n_i}(x^l)^{u-p}\Pi_i(x^{i^{n_i}})$$

avec

$$p=\Sigma_i n_i.$$

les n_i étant entiers positifs. Prenons tout d'abord des coordonnées particulières telles que

$$g_{li}=0, \qquad g_{ll}\neq 0.$$

On a

$$g_{ll}(x^l)^2=\vec{x}^2-g_{ij}x^ix^j \qquad (i,j\neq l),$$
$$(x^l)^{2k}=(g_{ll})^{-k}(\vec{x}^2)^k\left[1-(\vec{x}^2)^{-1}g_{ij}x^ix^j\right]^k.$$

Quel que soit k, $(x^l)^{2k}$ s'exprime ainsi sous forme d'une *série convergente* si

$$\left|(\vec{x}^2)^{-1}g_{ij}x^ix^j\right|<1,$$

soit

(2) $$\left|\frac{\vec{x}^2-g_{ll}(x^l)^2}{\vec{x}^2}\right|<1,$$

ou, *en supposant $\vec{x}$ réel,*

(2') $$0<\frac{g_{ll}(x^l)^2}{\vec{x}^2}<2.$$

En substituant dans (1), on obtient un développement de la forme

(3) $$Q=\sum_n(\vec{x}^2)^{\frac{u-n}{2}}P_n(x^l,x^i),$$

chaque P_n étant un polynome proprement dit, homogène de degré n. Si l'on change ensuite de coordonnées, le développement garde la même forme, chaque P_n se transformant séparément. Les composantes de A, qui y figurent comme coefficients, se transforment donc comme les composantes d'un tenseur d'ordre n. L'expanseur est donc complètement réductible en une infinité de tenseurs, du moins sous les réserves suivantes :

1° La relation n'est effective que sous la condition (2) ou (2'). Cette condition, par exemple, n'est jamais vérifiée au voisinage du cône $\vec{x}^2=0$, où, pourtant, la forme (1) n'a pas en général de singularité. Une même décomposition ne peut être valable de part et d'autre de ce cône. Ce n'est que dans un espace à forme fondamentale *définie positive*, avec $u=2p/q$, que la décomposition, valable quel que soit $\vec{x}$ réel, peut être considérée comme une identité.

2° La décomposition n'est uniforme que dans un espace *réel*, à moins que u soit *entier*.

3° La relation entre les coefficients de P_n et ceux de Q dépend des $g_{\alpha\beta}$. Au point de vue purement affine, la réduction n'a pas lieu en général.

4° *La méthode n'est pas applicable aux spinexpanseurs.* Soit le spinexpanseur symétrique défini par (1), où les x sont maintenant les coordonnées d'un spineur ([3]). Une rotation d'angle θ de certains des axes multiplie x^l par $e^{i\theta/2}$. Une rotation de 4π transforme en elles-mêmes toutes les puissances entières de tous les x, multiplie donc tous les monomes par $e^{2i\pi u}$ et, Q étant par définition invariant, multiplie tous les A_{u-p,n_i} par $e^{-2i\pi u}$. Tout spineur étant transformé en lui-même par cette rotation, *le spinexpanseur symétrique ne peut être réductible en spineurs que s'il est d'ordre entier.* Notons que l'effet de la rotation sur chaque terme a été défini par continuité, dans les mêmes conditions. Il s'ensuit que *même une correspondance multivoque est impossible* si u n'est pas entier.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur les relations liant les densités de valeurs moyennes de la théorie de l'électron de Dirac.* Note ([1]) de M. GÉRARD PETIAU.

L'équation d'ondes de l'électron de Dirac

$$\left[\left(-\frac{h}{2\pi i}\right)\frac{\partial}{\partial x^\mu}\gamma^\mu \pm i m_0 c\right]\psi_i = 0 \qquad (i=1, 2, 3, 4,\ \mu=1, 2, 3, 4,\ g_{\mu\mu}=+1,\ g_{\mu\nu}=0)$$

introduit quatre matrices hermitiennes γ_μ telles que

$$\gamma_\mu\gamma_\nu+\gamma_\nu\gamma_\mu=2g_{\mu\nu},$$

qui permettent par leurs combinaisons de construire 16 matrices hermitiennes γ_A que nous écrivons

$$\gamma_0=1,\qquad i\gamma_{\mu\nu}=i[\gamma_\mu\gamma_\nu-\delta_{\mu\nu}];\qquad i\gamma_{\mu\nu\rho}=i[\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho-\gamma_\mu\delta_{\nu\rho}+\gamma_\nu\delta_{\mu\rho}-\gamma_\rho\delta_{\mu\nu}];$$
$$\gamma_{1234}=\gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4.$$

En remarquant que γ_{1234} anticommute avec les quatre γ_μ, on voit que les matrices γ_A peuvent s'écrire également

$$\gamma_5=\gamma_{1234},\qquad \gamma_0=1,\qquad \gamma_\alpha,\qquad i\gamma_{\alpha\beta}=i[\gamma_\alpha\gamma_\beta-g_{\alpha\beta}];\qquad (\alpha, \beta=1, 2, 3, 4, 5).$$

Les matrices γ_A peuvent être considérées comme des opérateurs et à ce titre représentent des grandeurs physiques de la théorie de l'électron dont les

---

([3]) Le mot *spineur* désigne ici le spineur d'ordre 1 (*spinvecteur*) et, plus loin, un spineur d'ordre quelconque (*spintenseur*). Le spineur d'ordre 1 doit être considéré comme étant à 4 composantes dans l'espace-temps, pour donner une définition générale

([1]) Séance du 18 février 1946.

densités de valeurs moyennes de la forme $\psi^+\gamma_A\psi$ s'expriment indifféremment comme des densités de l'espace R_4 ou de l'espace R_5. Les densités $j_\mu = \psi^+\gamma_\mu\psi$ (vecteur courant) et $\omega_2 = \psi^+\gamma_{1234}\psi$ (pseudo-invariant) de l'espace R_4 se rassemblent dans le vecteur courant $j_\alpha = \psi^+\gamma_\alpha\psi$ de R_5, tandis que le tenseur densité de moment électromagnétique $f_{\mu\nu} = \psi^+ i\gamma_{\mu\nu}\psi$ et le pseudo-vecteur spin $s_{\mu\nu\rho} = \psi^+ i\gamma_{\mu\nu\rho}\psi$ de R_4 se rassemblent dans le tenseur antisymétrique du second ordre $f_{\alpha\beta} = \psi^+ i\gamma_{\alpha\beta}\psi$ $(f_{\mu\nu} = f_{\mu\nu},\ f_{\mu\sigma} = s_{\nu\rho\sigma})$ de R_5, l'invariant $\omega_1 = \psi^+\psi$ restant le même dans les deux espaces. Au tenseur $f_{\rho\sigma}$ de R_4 se trouve associé un dual $f^*_{\mu\nu} = (1/2)\varepsilon_{\mu\gamma\rho\sigma}f^{\rho\sigma}$. Dans R_5 à $f^{\delta\varepsilon}$ est associé le dual $f_{\alpha\beta\gamma} = (1/2)\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon}f^{\delta\varepsilon}$ et au vecteur j_ε le dual

$$f_{\alpha\beta\gamma\delta} = \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon}j^\varepsilon.$$

Les matrices γ_A nous permettent également de construire les densités tensorielles

$$T_{\mu,0} = \frac{h}{2\pi i}[\psi^+_\mu\psi - \psi^+\psi_\mu]; \qquad T_{\mu,\alpha} = \frac{h}{2\pi i}[\psi^+_\mu\gamma_\alpha\psi - \psi^+\gamma_\alpha\psi_\mu];$$

$$T_{\mu,\alpha\beta} = \frac{h}{2\pi i}[\psi^+_\mu i\gamma_{\alpha\beta}\psi - \psi^+ i\gamma_{\alpha\beta}\psi_\mu]; \qquad \left(\psi_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu}\psi,\ \psi^+_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu}\psi^+\right).$$

Nous désignerons par $\underline{\omega_1}, \underline{j_\alpha}, \underline{f_{\alpha\beta}}$, les dérivées $(\partial/\partial x^\mu)\omega_1$, $(\partial/\partial x^\mu)j_\alpha$, $(\partial/\partial x^\mu)f_{\alpha\beta}$.

La relation de Pauli liant deux systèmes de matrices γ^A permet d'obtenir, entre $j_\mu, f_{\mu\nu}, s_{\mu\nu\rho}, \omega_1, \omega_2$, des relations qui, comme nous l'avons montré, se déduisent de quatre d'entre elles ([2]). En introduisant j_α et $f_{\alpha\beta}$, ses relations se ressemblent et s'écrivent

$$\text{(I)}\quad \begin{cases} (1)\quad j_\alpha j^\alpha = \omega_1^2; & (2)\quad f_{\alpha\gamma}f^{\beta\gamma} = \omega_1^2 g_\alpha^\beta - j_\alpha j^\beta; \\ (3)\quad f_{\alpha\beta}j^\beta = 0; & (4)\quad f_{\alpha\beta}j_\gamma + f_{\beta\gamma}j_\alpha + f_{\gamma\alpha}j_\beta = \omega_1 f_{\alpha\beta\gamma}; \\ (5)\quad f_{\alpha\beta\gamma}j^\gamma = \omega_1 f_{\alpha\beta}; & (6)\quad f_{\alpha\beta\gamma}f^{\gamma\delta} = \omega_1[g_\alpha^\delta j_\beta - g_\beta^\delta j_\alpha]. \end{cases}$$

On montre facilement que toutes ces relations se déduisent de (5) et (6), ce qui réduit à deux le nombre des relations fondamentales.

De même on obtient, entre les $T_{\mu,A}$, deux groupes de relations. Le premier s'écrit :

$$\text{(II)}\quad \begin{cases} (1)\quad T_{\mu,\alpha}j^\alpha = T_{\mu,0}\,\omega_1; \\ (2)\quad T_{\mu,\alpha\beta}f^{\beta\gamma} + f_{\alpha\beta}T_{\mu,}{}^{\beta\gamma} = 2T_{\mu,0}\,\omega_1 g_\alpha^\beta - T_{\mu,\alpha}j^\beta - T_{\mu,}{}^\beta j_\alpha; \\ (3)\quad T_{\mu,\alpha\beta}j^\beta + f_{\alpha\beta}T_{\mu,}{}^\beta = 0; \\ (4)\quad T_{\mu,\alpha\beta}j_\gamma + T_{\mu,\beta\gamma}j_\alpha + T_{\mu,\gamma\alpha}j_\beta \\ \qquad + T_{\mu,\gamma}f_{\alpha\beta} + T_{\mu,\alpha}f_{\beta\gamma} + T_{\mu,\beta}f_{\gamma\alpha} = T_{\mu,0}f_{\alpha\beta\gamma} + T_{\mu,\alpha\beta\gamma}\,\omega_1; \\ (5)\quad T_{\mu,\alpha\beta\gamma}j^\gamma + f_{\alpha\beta\gamma}T_{\mu,}{}^\gamma = T_{\mu,0}f_{\alpha\beta} + \omega_1 T_{\mu,\alpha\beta}; \\ (6)\quad T_{\mu,\alpha\beta\gamma}f^{\gamma\delta} + T_{\mu,}{}^{\gamma\delta}f_{\alpha\beta\gamma} = T_{\mu,0}[g_\alpha^\delta j_\beta - g_\beta^\delta j_\alpha] + \omega_1[g_\alpha^\delta T_{\mu,\beta} - g_\beta^\delta T_{\mu,\alpha}]. \end{cases}$$

Toutes ces relations se déduisent de [(II), (5)] et de [(II), (6)].

([2]) *Journal de Mathématiques* (sous presse).

Les relations du second groupe s'écrivent :

$$
\text{(III)}\left\{
\begin{array}{lrl}
(1) & T_{\mu,\alpha}\omega_1 - T_{\mu,0}j_\alpha = & \frac{h}{2\pi} f_{\alpha\beta}\underline{j^\beta} = -\frac{h}{2\pi}\underline{f_{\alpha\beta}}\, j^\beta, \\
(2) & T_{\mu,\alpha\beta}\omega_1 - T_{\mu,0}f_{\alpha\beta} = & \frac{h}{2\pi}\left[\underline{j_\alpha} j_\beta + \underline{f_{\alpha\rho}} f_{\beta\sigma} g^{\rho\sigma}\right] \\
 & = & -\frac{h}{2\pi}\left[\underline{j_\beta} j_\alpha + \underline{f_{\beta\rho}} f_{\alpha\sigma} g^{\rho\sigma}\right], \\
(3) & T_{\mu,\alpha}j_\beta - T_{\mu,\beta}j_\alpha = & \frac{h}{2\pi}\left[\underline{\omega_1} f_{\alpha\beta} - \underline{j^\gamma} f_{\alpha\beta\gamma}\right] \\
 & = & -\frac{h}{2\pi}\left[\underline{f_{\alpha\beta}}\,\omega_1 - \underline{f_{\alpha\beta\gamma}}\, j^\gamma\right], \\
(4) & T_{\mu,\gamma\delta\varepsilon}j_\alpha - T_{\mu,\alpha}f_{\gamma\delta\varepsilon} = & \frac{h}{2\pi}\Big\{\left(f_{\gamma\alpha}\underline{f_{\delta\varepsilon}} + f_{\delta\alpha}\underline{f_{\varepsilon\gamma}} + f_{\varepsilon\alpha}\underline{f_{\gamma\delta}} - \omega_1\underline{f_{\gamma\delta\varepsilon\alpha}}\right) \\
 & & + g_{\alpha\gamma}\left(f_{\varepsilon\rho}\underline{f_{\delta\sigma}}g^{\rho\sigma} + j_\delta\underline{j_\varepsilon}\right) + g_{\alpha\delta}\left(f_{\gamma\delta}\underline{f_{\varepsilon\sigma}}g^{\rho\sigma} + j_\varepsilon\underline{j_\gamma}\right) \\
 & & + g_{\alpha\varepsilon}\left(f_{\delta\rho}\underline{f_{\gamma\sigma}}g^{\rho\sigma} + j_\gamma\underline{j_\delta}\right)\Big\}, \\
(5) & T_{\mu,\alpha\beta}f_{\delta\varepsilon} - T_{\mu,\delta\varepsilon}f_{\alpha\beta} = & \frac{h}{2\pi}\Big\{\left(\underline{f_{\alpha\beta\varepsilon}}\, j_\delta - \underline{f_{\alpha\beta\delta}}\, j_\varepsilon + f_{\beta\delta\varepsilon}\underline{j_\alpha} - f_{\alpha\delta\varepsilon}\underline{j_\beta}\right) \\
 & & + g_{\alpha\delta}\left(\underline{\omega_1} f_{\beta\varepsilon} - \underline{f_{\beta\varepsilon\rho}}\, j^\rho\right) - g_{\alpha\varepsilon}\left(\underline{\omega_1} f_{\beta\delta} - \underline{f_{\beta\delta\rho}}\, j^\rho\right) \\
 & & - g_{\beta\delta}\left(\underline{\omega_1} f_{\alpha\varepsilon} - \underline{f_{\alpha\varepsilon\rho}}\, j^\rho\right) + g_{\beta\varepsilon}\left(\underline{\omega_1} f_{\alpha\delta} - \underline{f_{\alpha\delta\rho}}\, j^\rho\right)\Big\}.
\end{array}
\right.
$$

En utilisant les formules (I) et (II), on voit facilement que les relations [(III), (1), (2), (3)] se déduisent de [(III), (4)] et de [(III), (5)].

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la section efficace de diffusion de particules de spin n/2*. Note (1) de MM. **Jules Géhéniau** et **Jacques van Isacker**.

1. La *section efficace de diffusion simple*, sans absorption d'énergie par le diffuseur, d'un corpuscule de spin maximum $n/2$, peut se calculer par la méthode de variation des constantes, comme l'a utilisée Sauter (2) dans le cas du spin 1/2. Elle est égale, en première approximation, à

$$
(1)\quad \left\{
\begin{array}{l}
S = k_0^2 \Sigma' \left| \Sigma U^{s_1,\ldots,s_n}_{s'_1,\ldots,s'_n}(\vec{k}', \vec{k})\, A_{s_1,\ldots,s_n}\right|^2 \left(\frac{k'}{k}\right), \\
k_0 = (k^2 + \varkappa^2)^{\frac{1}{2}}, \qquad k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 \qquad \begin{pmatrix} s'_1, \ldots, s'_n = 1, 2 \\ s_1, \ldots, s_n = 1, 2 \end{pmatrix}.
\end{array}
\right.
$$

Chaque particule incidente se propage dans la direction $\vec{k}/k$ avec l'énergie k_0 et la masse $\varkappa$. La formule (1) donne le nombre de particules diffusées, par unité de flux incident, par unité de temps, par unité d'angle solide dans la

(1) Séance du 4 février 1946.

(2) *Ann. d. Physik*, 18, 1933, p. 61.

direction $\vec{k'}/k'$. La diffusion se fait avec conservation d'énergie ($k'_0 = k_0$). Mais, pour $n > 2$, la masse au repos possède plusieurs valeurs propres; pour $n = 3$, par exemple, elle a deux valeurs propres $\varkappa_0$, $3\varkappa_0$, et le corpuscule diffusé peut se trouver dans un état de masse différent de l'état initial. C'est pourquoi la sommation Σ' doit être étendue non seulement aux $s_1, \ldots, s_n$ mais aussi aux divers états de masse. Les $A_{s_1,\ldots,s_n}$ sont les amplitudes des différents états de spin de l'onde incidente

$$\Sigma A^{s_1,\ldots,s_n} A_{s_1,\ldots,s_n} = 1, \qquad A^{s_1,\ldots,s_n} = \text{imaginaire conjuguée de } A_{s_1,\ldots,s_n}.$$

Enfin

$$(2) \qquad U^{s_1,\ldots,s_n}_{s'_1,\ldots,s'_n}(\vec{k'}, \vec{k}) = N.N' \int \varepsilon^{\mu_1}_{s'_1} \ldots \varepsilon^{\mu_n}_{s'_n} U \varepsilon^{s_1}_{\mu_1} \ldots \varepsilon^{s_n}_{\mu_n} \exp. i(\vec{k'} - \vec{k})\vec{x}\, d(x),$$

où U est l'opérateur énergie d'interaction entre le diffuseur et la particule considérée; les ε sont des matrices dont les propriétés ont été étudiées par van Isacker ([3]), N et N' sont les facteurs de normalisation. Il faut sommer de 1 à 4 sur les indices μ répétés.

Une autre forme de (1) est

$$(3) \qquad S = k_0^2 A^r \left[\Sigma_{\varkappa'} U^{s'}_r(\vec{k}, \vec{k'}) . U^s_{s'}(\vec{k'}, \vec{k}) . \left(\frac{k'}{k}\right) \right] A_s,$$

où chaque indice est mis pour n indices semblables. Il faut sommer sur les indices répétés, et $\Sigma_{\varkappa'}$ indique une sommation étendue aux divers états de masse de la particule diffusée.

2. Lorsque le diffuseur n'agit que par son *champ électrique*,

$$(4) \qquad U = \frac{1}{n} V(x, y, z) \left(\sum_\rho I_1 \times \ldots \times \gamma^4_\rho \times \ldots \times I_n \right),$$

où les I sont des matrices unité, les γ^4 des matrices égales à la quatrième matrice de Dirac. L'expression (2) devient

$$(5) \qquad \left[\frac{N}{n} \sum_\rho \varepsilon^{\mu_1}_{s'_1} \varepsilon^{s_1}_{\mu_1} \ldots \varepsilon^{\mu_\rho}_{s'_\rho} \gamma^4_\rho \varepsilon^{s_\rho}_{\mu_\rho} \ldots \varepsilon^{\mu_n}_{s'_n} \varepsilon^{s_n}_{\mu_n} \right] V(\vec{k'}, \vec{k}),$$

$$V(\vec{k'}, \vec{k}) = \int V \exp i(\vec{k'} - \vec{k}) x\, d(x).$$

En désignant le crochet de (5) simplement par $E^s_{s'}(\vec{k'}, \vec{k})$, (3) devient

$$(6) \qquad k_0^2 A^r \Sigma_{\varkappa'} \left[E^{s'}_r(\vec{k}, \vec{k'}) E^s_{s'}(\vec{k'}, \vec{k}) \right] |V(\vec{k'}, \vec{k})|^2 \frac{k'}{k} A_s.$$

3. Une première extension plus explicite des résultats connus s'obtient en considérant le cas de particules incidentes de *masse minimum* $\varkappa = \varkappa_0$, diffusées

---

([3]) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 375.

sans changement de masse. La formule (6) donne alors, pour le coefficient D_n de $k_0^2\left|V(\vec{k'}, \vec{k})\right|^2$ de (6),

$$(7)\quad \frac{1}{n}ab^{n-1} + \frac{n-1}{n}b^{n-2} + \frac{b^{n-2}}{2n^2}\frac{(\eta^2-1)^2}{\eta^2}\sin^2\Theta \sum_{\rho<\lambda} A^{s_1\ldots s_n} I^1_{\times\ldots\times}\Phi^\rho_{\times\ldots\times}\Phi^\lambda_{\times\ldots\times}I^n A_{s_1\ldots s_n},$$

$$a = 1 - \sin^2\frac{(\eta^2-1)}{\eta^2}\frac{\Theta}{2}, \qquad b = 1 + (\eta^2-1)\sin^2\frac{\Theta}{2},$$

$$\eta = \frac{k_0}{\varkappa}, \qquad \Phi = \sigma^1\sin\varphi - \sigma^2\cos\varphi.$$

Les σ sont les matrices habituelles de Pauli, l'axe z du trièdre trirectangle de référence est placé dans la direction k_z.

Remarquer que le troisième terme de (7) est nul lorsqu'une des constantes $A_{s_1\ldots s_n}$ seulement est différente de zéro, car, seuls, les termes 12 et 21 de la matrice Φ ne sont pas nuls.

4. Lorsque $n = 1$, on retrouve le coefficient $D_1 = a$ relatif au corpuscule de Dirac. Pour $n = 2$, on notera que

$$ab = 1 + \sin^2\Theta\frac{(\eta^2-1)^2}{4\eta^2}$$

et que le troisième peut s'écrire, en séparant les deux cas purs de spin zéro (constante C) et de spin un (constantes $B_{rs} = B_{sr}$),

$$\frac{(\eta^2-1)^2}{8\eta^2}\sin^2\Theta[-2|C|^2 + 2|B_{12}|^2 + (B^{11}B_{22}\exp 2i\varphi + \text{conj})],$$

d'où se tire, pour l'onde scalaire ($B_{rs} = 0$), $D = 1$, et pour $C = 0$, la formule de Laporte [1].

5. Pour $n = 3$, signalons que, lorsque la particule incidente est dans l'état de masse $3\varkappa_0$, avec le spin 1/2, la formule (6) redonne le cas de Dirac, comme il se doit. Le coefficient D_3 est relatif au cas où la particule incidente est dans l'état de masse minimum et ne tient compte que des transitions sans changement de masse. Dans le cas général, des transitions entre les deux états de masse sont possibles.

CHALEUR. — *Solution du problème du mur plan indéfini soumis, sur ses deux faces, à des températures périodiques.* Note de M. **Hippolyte Parodi**, présentée par M. Albert Caquot.

La température en un point quelconque du mur, au temps t, satisfait à l'équation

$$(1)\qquad h\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} = \frac{\partial\theta}{\partial t}$$

---

[1] *Phys. Rev.*, 54, 1938, p. 905.

qui admet comme solutions particulières

$$(2)\qquad K_1 e^{\mu x}\sin[2h\mu^2 t + \mu x + \nu_1] \quad \text{et} \quad K_2 e^{-\mu x}\sin[2h\mu^2 t - \mu x + \nu_2].$$

A. Supposons d'abord que les températures des deux faces sont respectivement $\theta_1 \sin\omega t$ sur la face $x = 0$ et $\theta_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$ sur la face $x = \delta$.

La somme des deux solutions de type (2) contient cinq paramètres arbitraires μ, K_1, ν_1, K_2, ν_2, en nombre suffisant pour permettre de satisfaire aux conditions aux limites, qui dépendent aussi de cinq paramètres ω, θ_1, 0, θ_2, φ_2.

En posant $2h\mu^2 = \omega$, nous aurons

$$\mu = \pm\sqrt{\frac{\omega}{2h}},$$

et, en écrivant

$$\begin{array}{llll} X_1 = \theta_1, & X_2 = \theta_2\cos\varphi_2, & x = K_1\cos\nu_1, & \zeta = K_2\cos\nu_2; \\ Y_1 = 0, & Y_2 = \theta_2\sin\varphi_2, & y = K_1\sin\nu_1, & \eta = K_2\sin\nu_2, \end{array}$$

nous obtenons immédiatement

$$X_2 = x\cos\mu\delta[e^{\mu\delta} - e^{-\mu\delta}] - y\sin\mu\delta[e^{\mu\delta} + e^{-\mu\delta}] + \theta_1 e^{-\mu\delta}\cos\mu\delta,$$
$$Y_2 = x\sin\mu\delta[e^{\mu\delta} + e^{-\mu\delta}] + y\cos\mu\delta[e^{\mu\delta} - e^{-\mu\delta}] - \theta_1 e^{-\mu\delta}\sin\mu\delta,$$

Considérons deux vecteurs auxiliaires $\rho_1\underline{|\sigma_1}$ et $\rho_0\underline{|\sigma_0}$ définis par les relations

$$\begin{array}{ll} \rho_1\cos\sigma_1 = \cos\mu\delta[e^{\mu\delta} - e^{-\mu\delta}], & \rho_0\cos\sigma_0 = e^{-\mu\delta}\cos\mu\delta, \\ \rho_1\sin\sigma_1 = \sin\mu\delta[e^{\mu\delta} + e^{-\mu\delta}], & \rho_0\sin\sigma_0 = -e^{-\mu\delta}\sin\mu\delta, \\ \operatorname{tang}\sigma_1 = \dfrac{e^{\mu\delta} + e^{-\mu\delta}}{e^{\mu\delta} - e^{-\mu\delta}}, & \operatorname{tang}\sigma_0 = -\operatorname{tang}\mu\delta. \end{array}$$

Le vecteur de composantes $X_2 Y_2$ représentant la température θ_2 de la surface $x = \delta$, est alors la résultante de deux vecteurs $K_1\rho\underline{|\sigma_1 + \nu_1}$ et $\theta_1\rho_0\underline{|\sigma_0}$. Les vecteurs θ_2 et θ_1 étant donnés et les vecteurs $\rho_1\underline{|\sigma_1}$ et $\rho_0\underline{|\sigma_0}$ pouvant être immédiatement déterminés en fonction de $\mu\delta$, on voit que le vecteur $K_1\underline{|\nu_1}$ sera lui-même immédiatement déterminé par la construction du vecteur résultant.

B. Dans la pratique les températures connues ou relevées sont les températures de l'air en contact avec les deux faces du mur et non les températures mêmes des faces; il faut tenir compte des échanges superficiels de chaleur. Nous admettrons, d'après Ch. Fabry, les conditions aux limites suivantes :

$$\theta_1\sin(\omega t + 0) = \left[\theta + \lambda_1\frac{\partial\theta}{\partial x}\right]_{x=0}, \qquad \theta_2\sin(\omega t + \varphi_2) = \left[\theta + \lambda_2\frac{\partial\theta}{\partial x}\right]_{x=\delta},$$

les coefficients d'échange λ_1 et λ_2 sont, en général, différents étant données les conditions différentes de circulation de l'air le long des murs à l'intérieur et à l'extérieur des locaux.

En appelant r_1 et r'_1 deux vecteurs correspondant à la face $x = 0$ et r_2 et r'_2

deux vecteurs correspondant à la face $x = \delta$, définis respectivement par les relations

$$
\begin{aligned}
&1 + \lambda_1 \mu = r_1 \cos\tau_1, && 1 - \lambda_1 \mu = r'_1 \cos\tau'_1, && 1 + \lambda_2 \mu = r_2 \cos\tau_2, && 1 - \lambda_2 \mu = r'_2 \cos\tau'_2,\\
&\lambda_1 \mu = r_1 \sin\tau_1, && -\lambda_1 \mu = r'_1 \sin\tau'_1, && \lambda_2 \mu = r_2 \sin\tau_2, && -\lambda_2 \mu = r'_2 \sin\tau'_2,
\end{aligned}
$$

les formes à considérer pour la détermination des paramètres arbitraires k_1, v_1, k_2, v_2, seront les suivantes

$$
\begin{aligned}
&k_1 r_2 e^{\mu\delta} \sin[2h\mu^2 t + \mu x + \tau_2 + v_1] + k_2 r'_2 e^{-\mu\delta} \sin[2h\mu^2 t - \mu x + \tau'_2 + v_2],\\
&k_1 r_1 \sin[2h\mu^2 t + \tau_1 + v_1] + k_1 r'_1 \sin[2h\mu^2 t + \tau'_1 + v_2].
\end{aligned}
$$

Le calcul s'effectuera exactement comme dans le premier cas considéré.

C. En supposant que les températures soient définies par des développements en série de Fourier, en fonction du temps, on déterminera, par les constructions indiquées ci-dessus, pour chaque fréquence, les valeurs des coefficients k_1, v_1, k_2, v_2 des développements considérés.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Appareil matérialisant la trajectoire d'une particule électrisée dans un champ magnétique.* Note de M. **Julien Loeb**, présentée par M. Charles Maurain.

Le calcul des trajectoires des particules électrisées dans un champ magnétique, long et compliqué dès que le champ cesse d'être uniforme, peut être remplacé par l'application du principe suivant : un fil, dont on néglige le poids et la raideur, placé dans un champ magnétique et parcouru par un courant continu, occupe dans l'espace une figure superposable à la trajectoire d'une particule électrisée dans le même champ magnétique. L'appareil comportant ce fil et les accessoires serait appelé *hodoscope*. La démonstration la plus simple de l'identité des courbes (il en existe une autre fondée sur le calcul des variations liées) consiste à écrire les rayons de courbure respectifs R_1 et R_2 du fil et de la trajectoire de la particule :

$$R_1 = \frac{T}{JH_n}, \tag{1a}$$

$$R_2 = \frac{mv}{eH_n}; \tag{1b}$$

T, la force de traction du fil,
J, le courant dans le fil,
e et m, la charge et la masse en mouvement de la particule,
v, la vitesse de la particule,
H_n, la composante du champ binormale à la trajectoire.

Les deux courbes sont superposables si

$$\frac{T}{J} = \frac{mv}{e}. \tag{2}$$

L'équation (2) donne le rapport T/J correspondant à une particule donnée. Le fil matérialisera ainsi la trajectoire cherchée.

Au cours d'une expérience on a pris un fil d'argent de 2.10^{-3}cm de diamètre parcouru par un courant de 500 milliampères. Un électron de 10 000 V est représenté, dans ces conditions, par ce fil tendu à 18 dynes.

Des tractions de cet ordre sont facilement mesurables en produisant dans le fil, au moyen d'un champ magnétique périodique auxiliaire, des vibrations mécaniques stationnaires. C'est ainsi que cette traction de 18 dynes se traduit par des vibrations dont deux nœuds sont séparés par 6^{cm}, la fréquence étant de 64 p:s. La force de traction de 18 dynes a été retrouvée en appliquant la formule (1 *a*), où R, J et H ont été trouvés respectivement égaux à 7, 2 cm, 0, 5 ampère et 50 gauss.

On a également vérifié, en faisant varier J sans qu'il en résulte de déformation appréciable de la courbe, que le poids et la raideur du fil pouvaient être négligés.

La méthode permet de mesurer des tractions allant jusqu'à l'ordre de grandeur de deux dynes. La considération des similitudes permet d'étendre l'application de la méthode à des cas où le domaine spatial à explorer est trop petit ou trop grand.

Lorsque la charge et la quantité de mouvement de la particule restent invariables et lorsque l'on multiplie les dimensions linéaires du domaine spatial, si l'on divise le module du champ magnétique par un même facteur λ, on obtient deux trajectoires semblables.

Il y a des cas où une telle opération conduirait à des champs magnétiques irréalisables; on divisera alors et la traction T et le champ H par un même nombre, de façon à retrouver les deux figures semblables.

La méthode trouve son application pour la résolution de tous les problèmes qui ne comportent qu'un champ magnétique stationnaire, à l'exclusion du champ électrostatique, et notamment dans les cas suivants :

1° *Étude du mouvement des particules électrisées dans le champ magnétique terrestre.* — Les données numériques seraient les suivantes, dans le cas où l'étude porterait sur des ions Ca^{+}, animés d'une vitesse de 1000 km/sec ou sur des électrons doués d'une énergie de l'ordre de 10^{8}eV.

La Terre serait remplacée (rapport de similitude $20/10^{6}$) par un électro-aimant donnant aux pôles un champ de 5000^{G} à 30^{cm} du centre. Un fil parcouru par un courant de 500 mA et tendu à 18 dynes représentera une des particules ci-dessus désignées. On aura ainsi un moyen commode, remplaçant les calculs de Störmer, de déterminer les latitudes extrêmes accessibles aux particules électrisées dont la quantité de mouvement connue sera de l'ordre de 10^{-14} C. G. S. ou plus.

2° *Étude des lentilles électroniques magnétiques.* — L'appareil permet de trouver directement les couples de points images l'un de l'autre : en effet il existe une infinité de trajectoires différentes passant par deux points images

l'un de l'autre. Ce cas se traduit dans l'appareil par l'instabilité du fil sous l'effet de très petits déplacements des extrémités.

3° *Étude du mouvement des ions dans les appareils de Chimie nucléaire* (focalisation magnétique dans les cyclotrons, spectrographes de masse etc.).

ÉLECTROTECHNIQUE. — *Sur l'autoamorçage des machines d'induction débitant sur des capacités.* Note [1] de M. **Émile Pillet**, présentée par M. Joseph Pérès.

J'ai montré [2] que l'application de la transformation de Laplace aux équations des machines d'induction polyphasées conduisait à la séparation des systèmes homopolaire, direct et inverse.

On peut utiliser ces calculs à l'étude de l'autoamorçage de ces machines branchées sur un réseau capacitif.

Si l'on suppose le réseau, comme la machine, parfaitement équilibrés, les systèmes homopolaire et inverse ne conduisent à aucun amorçage possible; il reste le système direct, auquel il faut ajouter, dans le cas d'un réseau comportant la résistance r et la capacité C branchées en parallèle, trois relations de la forme

$$(1)\qquad i_a + \frac{u_a}{r} + C\frac{du_a}{dt} = 0.$$

En négligeant les états initiaux, qui n'interviendront pas par la suite, il vient, avec les mêmes notations,

$$(2)\qquad X_d + \left(\frac{1+prC}{r}\right)Y_d = 0,$$

que nous portons dans le système (IV_d) de la Note précédente; il vient alors

$$(3)\qquad \begin{cases} \left[(R_a + p\mathcal{L}_a)\dfrac{1+prC}{r} + 1\right]Y_d - \dfrac{3}{2}p\mathfrak{M}\varepsilon\mathfrak{X}_d = 0, \\ \dfrac{3}{2}(p - j\omega_r)\dfrac{1+prC}{r}\mathfrak{M}\varepsilon^{-1}Y_d - [R_1 + (p - j\omega_r)\mathcal{L}_1]\mathfrak{X}_d = 0. \end{cases}$$

Ce qui conduit à l'équation en p

$$(4)\qquad \left[(R_a + p\mathcal{L}_a)\frac{1+prC}{r} + 1\right][R_1 + (p - j\omega_r)\mathcal{L}_1] - \frac{9}{4}p(p - j\omega_r)\frac{1+prC}{r}\mathfrak{M}^2 = 0,$$

c'est-à-dire

$$(5)\qquad p^3 + \left(\frac{1}{rC} + \frac{R_a}{\sigma\mathcal{L}_a} + \frac{R_1}{\sigma\mathcal{L}_1} - j\omega_r\right)p^2 + \left[\frac{R_aR_1}{\sigma\mathcal{L}_a\mathcal{L}_1} + \frac{1}{rC}\left(\frac{R_1}{\sigma\mathcal{L}_1} + \frac{R_a}{\sigma\mathcal{L}_a} + \frac{r}{\sigma\mathcal{L}_a}\right) - j\omega_r\left(\frac{1}{rC} + \frac{R_a}{\sigma\mathcal{L}_a}\right)\right]p + \frac{(R_a + r)(R_1 - j\omega_r\mathcal{L}_1)}{rC\sigma\mathcal{L}_a\mathcal{L}_1} = 0,$$

---

[1] Séance du 13 août 1945.

[2] *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 384.

Il n'y a pas d'autoamorçage si les trois racines de cette équation ont leur partie réelle négative.

La présence de coefficients complexes ne permet pas d'utiliser les critériums simples de Routh ou d'Hurwitz.

La condition d'autoamorçage limite se traduit par l'existence d'une racine imaginaire pure, les deux autres ayant toujours leur partie réelle négative.

Posons donc $p = j\omega$, négligeons, pour simplifier, R_a et prenons les quatre paramètres réduits

$$(6) \qquad x = \frac{\omega}{\omega_r}, \qquad \alpha = \frac{1}{\sigma \mathcal{L}_a C \omega_r^2}, \qquad \beta = \frac{1}{2 C \omega_r}, \qquad \gamma = \frac{R_1}{\sigma \mathcal{L}_1 \omega_r};$$

il vient

$$(7) \qquad -j[x^3 - x^2 - (\beta\gamma + \alpha)x + \alpha] - [(\beta + \gamma)x^2 - \beta x - \sigma\alpha\gamma] = 0,$$

c'est-à-dire que les deux équations (8)

$$(8) \qquad \begin{cases} x^3 - x^2 - (\beta\gamma + \alpha)x + \alpha = 0, \\ (\beta + \gamma)x^2 - \beta x - \sigma\alpha\gamma = 0 \end{cases}$$

doivent avoir une racine commune réelle.

Si nous considérons α, β et γ comme les coordonnées d'un point figuratif du système machine-réseau, l'ensemble des points d'autoamorçage limite constitue une surface dont les équations (8) sont les équations paramétriques en fonction du paramètre x.

Cette surface ne dépend plus que du coefficient de dispersion σ. On peut l'étudier en la coupant par des plans $\gamma = \text{const.}$ ou $\alpha = \text{const.}$ On obtient les résultats principaux suivants :

1° La solution classique (telle qu'elle est, par exemple, développée par J. Fallou dans son cours d'*Électrotechnique générale*, tome II), basée sur l'intersection d'une parabole représentant le réseau et de la circonférence caractéristique de la machine, donne une condition suffisante, mais non nécessaire, de non-amorçage;

2° Si le point figuratif est à l'intérieur de la surface, l'autoamorçage se produit, la machine débite, le débit tend à croître indéfiniment, mais la machine se sature, son coefficient de dispersion σ augmente, la surface se déforme en se contractant jusqu'à passer par le point figuratif et le débit reste fini et stable;

3° Si l'on tient compte de R_a, la discussion est analogue, mais un peu plus compliquée;

4° Si l'on suppose un réseau comprenant maintenant résistance et capacité en série, au lieu d'être en parallèle, on incorpore R_a à r, on change la définition de la variable réduite β qui devient $\beta = r/\sigma\omega_r\mathcal{L}_a$ et l'on obtient le système (9)

$$(9) \qquad \begin{cases} x^3 - x^2 - (\sigma\beta\gamma + \alpha)x + \alpha = 0, \\ (\beta + \gamma)x^2 - \beta x - \sigma\alpha\gamma = 0, \end{cases}$$

qui se traite exactement comme le système (8) précédent.

SPECTROSCOPIE. — *Spectre d'émission de l'oxygène dans le xénon.*

Note de Mme **Renée Herman**, présentée par M. Aimé Cotton.

Lors d'un travail sur les raies interdites de l'atome neutre d'oxygène (1), on a pu mettre en évidence un spectre continu, de petite étendue spectrale, d'intensité décroissante vers les courtes longueurs d'onde et partant de la raie aurorale 5577 Å. L'intensité de ce spectre continu était très faible par rapport à celle de la raie verte. Il a été attribué, dans ce travail, à la molécule instable AO.

J'ai cherché à obtenir un spectre continu analogue, mais plus intense, en utilisant des mélanges d'oxygène avec d'autres gaz rares. L'objet de la présente Note est d'exposer les résultats préliminaires concernant le xénon contenant de petites quantités d'oxygène.

La préparation du tube à décharge a été effectuée suivant une méthode décrite précédemment (2). Ce tube était rempli de xénon sous une pression de 9^{mm} de mercure. On pouvait ajouter de petites quantités d'oxygène par décomposition par la chaleur d'un peu de permanganate de potassium contenu dans une tubulure latérale. L'addition d'oxygène a pour effet de colorer la décharge en vert par suite de l'apparition d'un système de bandes intenses, dégradées vers le rouge et situées entre 4900 et 5566 Å. Ce système est bordé, du côté des grandes longueurs d'onde, par la raie 5577 Å de OI, également très intense. Contrairement à ce qu'on observe dans l'argon, l'intensité de ce système est considérablement plus grande que celle de la raie verte. La faible dispersion employée ne permet pas de séparer toutes les bandes de ce système, surtout vers les grandes longueurs d'onde. Le tableau ci-dessous indique la classification provisoire des têtes des bandes observées; elles sont, dans l'ensemble, mal définies et la précision des mesures individuelles est de l'ordre de 1 à 2 angströms seulement.

v'. v''...	0.	1.	2.	3.	4.
0	–	5149,9 Å	5230,0 Å	5305,9 Å	5376,8 Å
1	–	5113,7	5193,2	5268,0	–
2	5001,9 Å	5084,9	5163,3	–	–
3	4978,9	5061,2	–	–	–
4	4961,3	–	–	–	–

La bande (1,0) est masquée par la raie 5028,3 de XI. La bande (0,0) semble décalée vers les courtes longueurs d'onde; il est possible que la bande observée à cet endroit appartienne, en réalité, à un autre système. Les séquences $v'' - v' = 5$ et 6 sont très intenses, mais la dispersion employée n'a pas permis de séparer les bandes individuelles. La séquence $v'' - v' = 7$ a un aspect anormal, probablement par suite de la dissociation de l'état inférieur dans les

(1) L. Herman et Mme R. Herman, *Annales de Géophysique*, 1, 1944, p. 165.

(2) L. Herman et Mme R. Herman, *Source d'émission à spectre continu* [*Cahiers de Physique* (sous presse)].

progressions $v' > 0$. Les valeurs de ω_0 sont faibles pour les niveaux supérieur (A) et inférieur (B) et fournissent des énergies de dissociation D (niveau A) $\sim 0{,}05$ eV et D (niveau B) $\sim 0{,}23$ eV. Le rapport des valeurs de ω_0 pour les états inférieur et supérieur a une valeur en accord avec la dégradation des bandes vers le rouge. La valeur de l'énergie de dissociation du niveau inférieur, obtenue à partir du tableau ci-dessus, permet de déterminer la limite du système vers les grandes longueurs d'onde. Cette limite est en bon accord avec l'observation.

Étant donnée la faible énergie de dissociation du niveau supérieur, la limite du système du côté des grandes longueurs d'onde se trouvera au voisinage de la fréquence atomique correspondante. Cette raie atomique est de toute évidence la raie interdite 5577 Å de OI.

Le mélange gazeux contenu dans le tube présente une phosphorescence de longue durée, pouvant atteindre plusieurs secondes. Le spectre de cette phosphorescence contient le système décrit ci-dessus sans raies de xénon. Le fait que la phosphorescence de ce système est de longue durée conduit à penser que l'émission ne peut provenir, ni de l'excitation électronique d'une molécule préexistante, ni d'une recombinaison entre ions moléculaires et électrons. On est donc conduit à admettre que ce système, que j'appellerai *système vert* de l'oxygène, résulte de l'une des deux réactions de recombinaison atomique :

(1) $$O(^3P) + O(^1S) \rightarrow O^2(A) \rightarrow O^2(B) + h\nu,$$

(2) $$X(s_5 \text{ ou } s_3) + O(^1S) \rightarrow XO(A) \rightarrow XO(B) + h\nu.$$

Seule l'analyse rotationnelle de ce système pourra montrer si l'on a affaire à une molécule homonucléaire ou hétéronucléaire.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Réseaux métastables dans le système palladium-or-hydrogène.* Note ([1]) de MM. **Jacques Bénard** et **J. Talbot**, présentée par M. Albert Portevin.

On sait que la dissolution de l'hydrogène dans le palladium entraîne un accroissement des dimensions du réseau cubique à faces centrées sans changement du type de structure. La variation du paramètre en fonction de la concentration en hydrogène présente, à la température ordinaire, une lacune importante qui délimite deux domaines de solubilité distincts : phase α ($3{,}882 < a < 3{,}885$ Å) et phase β ($4{,}01 < a < 4{,}04$ Å).

Des recherches récentes ont montré ([2]) qu'il est possible d'extraire l'hydrogène à la température ordinaire sans que le réseau recouvre ses dimensions primitives, et que ces structures métastables doivent subir un chauffage modéré pour revenir à l'équilibre. Nous nous sommes proposé de rechercher dans quelle mesure la substitution des alliages de palladium et d'or au palladium

([1]) Séance du 18 février 1946.

([2]) Chaudron, Portevin et Moreau, *Comptes rendus*, **207**, 1938, p. 235; Chaudron, Bénard et Michel, *ibid.*, **218**, 1944, p. 913.

pur modifie la nature et la stabilité des phases décrites dans ces travaux.

Deux alliages, renfermant respectivement 11 % et 25 % Au, ont été préparés au four à induction à partir de métaux très purs. Après réduction en feuilles et recuit d'homogénéisation, les échantillons étaient chargés d'hydrogène par électrolyse dans un bain acide sous une faible densité de courant. L'examen aux rayons X était fait par la méthode des diagrammes en retour avec étalon ($K\alpha$ du cuivre, étalon d'argent); on opérait le plus souvent ces mesures à une température voisine de 0° pour éviter toute transformation au cours de la pose.

L'étude des diagrammes obtenus montre que, dans l'alliage renfermant 25 % Au, le paramètre peut prendre toutes les valeurs intermédiaires entre 3,91 Å (alliage exempt d'hydrogène) et 4,01 Å (alliage saturé d'hydrogène). Contrairement au palladium pur, les alliages Pd-Au ne forment donc avec l'hydrogène qu'une seule phase.

Ce résultat est à rapprocher du fait que la discontinuité α-β du palladium pur diminue lorsque la température s'élève et disparaît au delà de 310° [3]. Nous montrons donc que la dissolution de l'or dans le palladium a pour effet d'abaisser ce point critique jusqu'à la température ordinaire.

Les structures dilatées ainsi obtenues sont beaucoup moins stables que celles qu'on obtient dans les mêmes conditions avec le palladium pur. Leur instabilité est d'autant plus grande que la teneur en or est plus élevée et, dans le cas de l'alliage à 25 %, le paramètre élevé atteint par saturation ($a = 4{,}01$ Å) revient spontanément à sa valeur initiale à la température de 20°.

Le réseau présente après cette évolution une très grande régularité, et les anneaux de Debye-Scherrer correspondant aux grands angles de Bragg donnent une bonne résolution du doublet $K_{\alpha_1\text{-}\alpha_2}$. L'alliage à 11 % possède, au contraire, après retour spontané dans les mêmes conditions, des anneaux de Debye-Scherrer très flous. Ceci témoigne de l'existence de variations locales du paramètre cristallin de part et d'autre d'une valeur moyenne et prouve que le réseau des alliages à faible teneur en or se restaure plus difficilement.

Nous avons suivi, parallèlement à l'évolution de la structure, la désorption de l'hydrogène au moyen de pesées échelonnées faites avec une microbalance. La sensibilité atteinte était de l'ordre de $0^{cm^3},3$ d'hydrogène pour des échantillons contenant initialement 200^{cm^3} environ. On obtient dans ces conditions des courbes de désorption en fonction du temps bien définies.

La désorption est très rapide au début. Elle consiste en un départ d'hydrogène, particulièrement abondant sur les parties anguleuses du métal. Ce départ fait place progressivement à une lente combustion au contact de l'oxygène de l'air et, au bout de quelques jours, on constate que la totalité de l'hydrogène dissous dans le métal s'est éliminée; la vitesse de désorption dépend en outre de nombreux facteurs : température, état de la surface, nature des traitements antérieurs etc. On constate que, dans les mêmes conditions de température, la pente des courbes est d'autant plus grande que les alliages sont plus riches en or.

---

(3) Brüning et Sieverts, *Z. phys. Chem.*, A, **163**, 1932, p. 432.

L'accroissement de la teneur en or accroît donc simultanément l'instabilité de la structure et la vitesse de départ de l'hydrogène.

Aux températures voisines de 0°, la désorption spontanée de l'hydrogène se poursuit avec une vitesse moindre. La structure ne subissant dans ces conditions aucune modification, il est donc possible d'obtenir, au bout d'un certain temps, des phases métastables à paramètre dilaté ($a = 4{,}01$ Å) qui sont totalement privées d'hydrogène. Un chauffage de quelques minutes à 50° provoque le retour du paramètre à sa valeur d'équilibre ($a = 3{,}91$ Å).

Ces mesures démontrent à nouveau qu'un réseau dilaté par insertion d'atomes d'hydrogène conserve sa déformation après leur départ lorsque celui-ci a eu lieu à une température suffisamment basse.

DIFFUSION MOLÉCULAIRE. — *Spectres de vibrations des sulfates orthorhombiques naturels. Étude expérimentale de la barytine et de la célestine.* Note ([1]) de Mlle **Lucienne Couture**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons étudié ([2]) l'effet Raman des cristaux de barytine et de célestine dans les six cas d'observation possibles. Les notations sont définies dans une Note antérieure ([3]). Les spectres de barytine sont plus beaux que ceux de célestine et ont permis des mesures photométriques d'intensité. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant.

Barytine.

Fréquence en cm⁻¹.	Intensité relative, cas 2 et 4.	1 et 3.	5 et 6.	Polarisation, cas 1.	2.	3.	4.	5.	6.	Type.	
67	–	–	–	0	–	0	–	–	–	A_{1g}	
77	–	–	–	0	0	0	–	0	0	A_{1g}	
92	–	–	–	∞	–	∞	0	∞	0	B_{2g}	
131	–	–	–	0?	–	0	–	–	–	A_{1g} ?	
149	–	–	–	∞	–	0	–	0	–	B_{3g}	
193	–	–	–	∞	∞	∞	0	∞	0	B_{2g}	
				–	0	–	–	–	–	A_{1g} ?	
453	0,3	0,4	1,4	0	0	0	0	0	0	A_{1g}	
	–	0,1	–	∞	∞	∞		∞		B_{2g}	E_2
462,5	–	1	–	0	0	∞	∞	∞	∞	B_{1g}	
622,5	–	0,1	–	∞	∞	0	∞	0	∞	B_{3g}	
	0,09	0,3	0,09	0	0		0		0	A_{1g}	
630	0,15	0,07	0	0	0	0	0	–	–	A_{1g}	E_3
647	–	0,15	–	∞	∞	∞	0	∞	0	B_{2g}	
988	4,5	4,5	8	0,03	0,02	0,03	0,04	0,01	0,01	A_{1g}	E_1
1084	–	0,05	–	∞	∞	0	∞	0	∞	B_{3g}	
1105	0,02	0,02	0,2	0	0	0	0	0	0	A_{1g}	
1138	–	0,2	–	∞	∞	∞	0	∞	0	B_{2g}	E_4
1145	0,4	0,03	0,03	0	0	0		0		A_{1g}	
1167	–	0,15	–	∞	∞	∞	0	∞	0	B_{2g}	

([1]) Séance du 11 février 1946.

([2]) Pour l'étude théorique, voir *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 388.

([3]) L. Couture, *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 669.

Célestine.

Fréquences en cm^{-1}.	Polarisation, cas 1.	2.	3.	4.	5.	6.	Type.	
∼ 50	o?	–	o	–	o	–	A_{1g}	
∼190	–	–	–	o	–	–	B_{2g} ou A_{1g}	
∼240	–	–	–	∞	o	–	B_{3g}	
453	∞	∞	o	o	o	o	A_{1g}, B_{2g}	E_2
458	o	o	∞	∞	∞	∞	B_{1g}	
617	o	–	o	o	o	o	A_{1g}	E_3
624	∞	∞		∞		∞	B_{3g}	
637	o	–	–	o	–	–	A_{1g}	
656	∞	∞	∞	o	∞	o	B_{2g}	
999	o	o	o	o	o	o	A_{1g}	E_1.
1094	∞	∞	o	∞	o	∞	B_{3g}	E_4
1103	o	o		o		o	A_{1g}	
1159	>1	~ 1	>1	$\leqslant 1$	>1	<1	A_{1g}, B_{2g}, ...	
1185	∞	∞ ?	–	o	∞	o	B_{2g}	

Le spectre de la célestine, un peu moins complet, est tout à fait semblable à celui de la barytine.

Dans le spectre des vibrations internes, on peut remarquer que la raie B_{2g} de l'ensemble E_1, la raie B_{3g} de l'ensemble E_2, la raie B_{1g} des ensembles E_3 et E_4 manquent, ce qui s'explique par la théorie des intensités relatives développée dans la Note précédente. Toutes les autres raies prévues sont présentes, sauf une, de type B_{2g}, dans l'ensemble E_3.

Ensemble E_1. — Il se produit une variation d'intensité de la raie 999 cm^{-1}, qui révèle une anisotropie nette de l'ion dans la direction OZ.

Ensemble E_2. — Les intensités relatives expérimentales des raies sont voisines des intensités calculées, comme le montre le tableau suivant, où nous avons fixé arbitrairement égale à 1 l'intensité de la raie A_{1g} dans les cas 1 et 3.

Type de la raie	B_{3g}.	B_{2g}.	A_{1g}. cas 2 et 4.	A_{1g}. cas 1 et 3.	B_{1g}.	A_{1g}. cas 5 et 6.
Valeurs calculées	0,99	0,26	0,83	1	2,91	3,65
Valeurs expérimentales	–	0,3	0,7	1	2,5	3,4

Ensemble E_3. — La correspondance entre valeurs expérimentales et valeurs calculées est moins bonne; elle permet cependant de fixer l'angle θ, qui détermine la façon dont cesse la dégénérescence.

Ensemble E_4. — Ces vibrations sont très perturbées, comme le montre la divergence entre valeurs calculées et expérimentales. Cependant on peut proposer pour l'angle θ une valeur approximative qui est confirmée par l'étude des vibrations de cet ensemble au moyen des spectres de réflexion infrarouges (¹) (la valeur de θ permet d'expliquer le fait qu'on trouve trois maxima

(¹) CL. SCHAEFER et M. SCHUBERT, *Ann. der Physik*, (4), 50, 1916, p. 283.

au lieu des cinq prévus par les considérations de symétrie). On peut alors établir une correspondance complète entre spectres Raman et infrarouges.

D'une facon générale cette étude montre que, dans la barytine et la célestine, l'ion SO_4 est peu déformé; sa symétrie est abaissée à la symétrie C_s du champ qui l'entoure, avec une anisotropie nette dans la direction OZ; l'effet de la perturbation se manifeste beaucoup plus dans les vibrations de déformation, ce qui est normal pour un ion aussi compact que l'ion SO_4.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *L'insolubilisation photochimique du soufre. Densité des cristaux insolubles. Étude sur la fusion instantanée des trois variétés cristallisées du soufre.* Note [1] de MM. **Charles Dufraisse**, **Christian Pinazzi** et **Jean Baget**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nous avons déterminé deux des principales constantes du soufre insoluble, cristallisé, d'origine photochimique : la densité et le point de fusion.

a. La densité a été prise par flottement dans un liquide de densité identique, obtenu en mélangeant par tâtonnement du bromoforme et du pentachloréthane. Dans la pratique on déterminait au thermostat les densités limites pour lesquelles la poussière en suspension se rassemblait respectivement en haut et en bas, par repos de 48 heures.

Une des causes d'erreur de la méthode est due aux courants de convection qui mettent en suspension les particules, surtout les plus fines, alors qu'elles devraient rester à la surface ou en dépôt, suivant la densité du liquide. L'inconvénient n'existerait pas si la thermostase du bain était absolue; mais la fixité idéale de la température est irréalisable et l'on est obligé de compter avec des oscillations, si petites soient-elles. L'effet perturbant est d'autant plus accentué que la différence est plus faible entre les densités du liquide et de la poudre, c'est-à-dire que l'ajustage du mélange des deux liquides a été mieux réussi. La centrifugation réduirait ce défaut en diminuant la durée de l'observation, mais alors la température serait moins bien définie et l'on ne gagnerait guère sur l'exactitude.

Il nous a d'ailleurs paru vain de chercher une extrême précision, la poudre n'étant pas rigoureusement homogène par sa densité; on observe en effet, à une température déterminée par tâtonnement, que des particules restent en surface, alors que d'autres se déposent. Le même fait se constate pour d'autres cristaux bien définis, comme pour la poudre de chlorure de sodium, par exemple.

Dans ces conditions, nous nous sommes contentés de déterminer la densité moyenne de la part principale, en négligeant une faible fraction un peu plus légère.

---

(1) Séance du 18 février 1946.

Les observations étaient faites en tubes scellés sous vide, pour éviter les gaz adsorbés. A la température de $16^\circ \pm 0,1$, toute la poussière est en surface dans un mélange de densité D_4^{16} 2,070 et la quasi-totalité se dépose dans un mélange de densité D_4^{16} 2,068. En conséquence nous avons adopté, pour la densité du soufre insoluble photochimique, la valeur arrondie D_4^{16} 2,07. On trouve dans la littérature, pour le soufre insoluble d'origine thermique, les valeurs 1,87 (Petersen, 1891) et 1,892 (Wigand, 1907).

Dans d'autres essais, on a déterminé la température du mélange à laquelle les particules en surface passaient au fond. Les valeurs trouvées ont été plus élevées, mais aussi plus variables. La première méthode nous semble plus sûre.

b. Les points de fusion ont été pris par la méthode instantanée, au bloc de Maquenne avec surface d'or. Ce procédé convient spécialement bien, comme on le sait, pour tous les cristaux instables, quelle que soit la cause de cette instabilité : variations polymorphiques, efflorescence, transformations chimiques; il n'a pourtant pas encore été utilisé à notre connaissance pour le soufre. Nous en avons profité pour lui soumettre les variétés prismatique et rhombique, en même temps que la variété insoluble.

Les trois formes, quand on les chauffe lentement, fondent chacune dans un intervalle de température étendu et mal défini. Ceci n'a rien de surprenant puisque le liquide de fusion évolue pour son compte et, par suite, n'est immédiatement en équilibre avec aucune des formes cristallisées : à partir des formes solubles, il se charge de la variété dite insoluble et, à partir de la forme insoluble, il rétrograde en devenant partiellement soluble.

A notre étonnement, seul le soufre monoclinique a une fusion instantanée très nette : elle se situe à $122^\circ \pm 0^\circ,5$. Fait singulier, les cristaux orthorhombiques fondent aussi, quoique moins franchement, à 122°. On se serait attendu à observer, comme il arrive souvent dans les cas de polymorphisme, une première fusion basse, suivie aussitôt de resolidification sous la forme à fusion haute. Nous croyons l'avoir constaté une fois, mais sans réussir à le reproduire. Peut-être le passage de la forme orthorhombique à la forme monoclinique est-il plus rapide que la fusion, et alors on n'obtiendrait que le point de fusion de la variété monoclinique, quelle que soit la vitesse du chauffage. De toute manière il en résulte que les méthodes non instantanées de détermination des points de fusion n'ont pas grand sens pour le soufre. Ainsi s'expliquent les écarts entre les données des auteurs (112°,8 à 115° pour les cristaux orthorhombiques, et 117°,4 à 120° pour l'autre), écarts inadmissibles sans cela pour un corps aussi facile à obtenir pur et une région de températures aussi simples à repérer exactement que le voisinage de 100°.

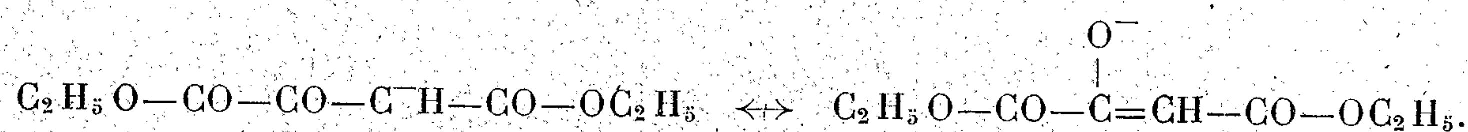
Quant aux cristaux insolubles leur fusion instantanée est insuffisamment nette pour être indiquée à la précision du demi-degré, comme celle des cristaux prismatiques; nous la situons vers 180°, à deux degrés près. Tous les

échantillons de soufre insoluble, d'apparence cristallisée ou non, même le soufre insoluble d'origine thermique, fondent au même point et de la même manière. Ceci est une forte présomption pour que tous, y comprise la variété non photochimique, soient identiques; par suite, le soufre insoluble d'origine photochimique n'est probablement pas différent de celui d'origine thermique, et ce dernier, contrairement à sa dénomination classique de *soufre amorphe*, serait cristallisé.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Quelques remarques sur le processus électrochimique de la β-hydroxycarbonylation.* Note (¹) de MM. **Henry Gault** et **Paul Rumpf**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'un de nous (²) a analysé le mécanisme de la réaction de β-hydroxycarbonylation en milieu alcalin et l'a interprété d'un point de vue purement chimique. Nous nous proposons maintenant de compléter cette analyse, en précisant l'influence des phénomènes d'ionisation. On sait en effet que la vitesse de la réaction étudiée varie considérablement en fonction du pH, même si toutes les autres conditions sont maintenues identiques (³), (⁴).

Avec l'énolate de potassium de l'ester oxalacétique, cette condensation s'effectue déjà parfaitement bien au voisinage de la neutralité; dans la solution aqueuse qui ne rougit pas la phtaléine, il ne se manifeste, pour ainsi dire, aucune hydrolyse du sel alcalin, grâce à l'accumulation de groupements électronégatifs et à la mésomérie céto-énolique qui stabilisent l'anion :



$$C_2H_5O-CO-CO-C^-H-CO-OC_2H_5 \leftrightarrow C_2H_5O-CO-\overset{\overset{\displaystyle O^-}{|}}{C}=CH-CO-OC_2H_5.$$

Comme composé associable on a pu prendre, par exemple, le chloral, entièrement hydraté en solution aqueuse. Un excès d'acali (susceptible de transformer l'hydrate en anion $Cl_3C-CH{<}^{O^-}_{OH}$, autour de pH 11) ne paraît pas nécessaire. Ces observations conduisent à l'hypothèse d'une *fixation de la molécule associable à l'état d'hydrate sur l'ion énolique de la substance associante* (²).

D'après la théorie électronique, le groupement fonctionnel aldéhyde $R-CH=O \leftrightarrow R-C^+H-O^-$ comporte un carbone relativement peu basique, à cause de l'hydrogène qui empêche un relâchement parfait de l'octet. Cette faible basicité, inférieure à celle du carbonyle cétonique, favorise la fixation

---

(¹) Séance du 18 février 1946.

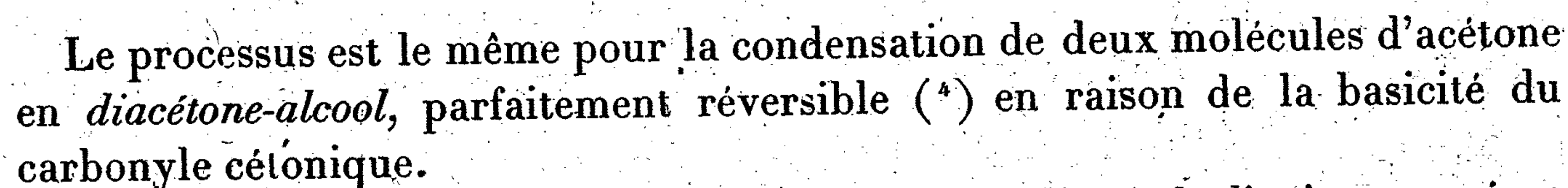
(²) H. Gault, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 396.

(³) T. Enkvist, *J. prakt. Chem.*, 2ᵉ série, **149**, 1937, p. 65.

(⁴) K. Kœlichen, *Z. phys. Chem.*, **33**, 1900, p. 129.

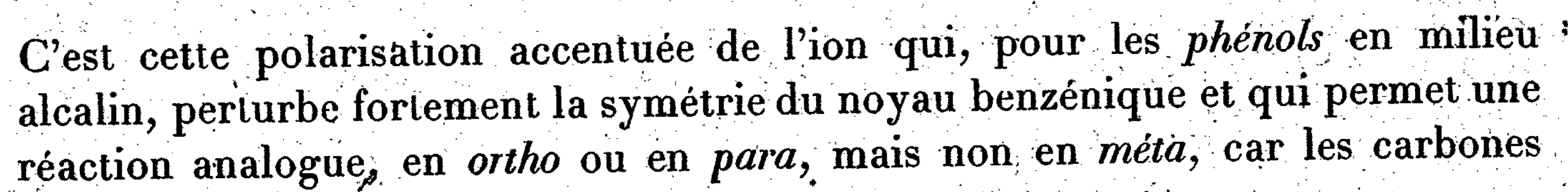
des ions négatifs de petite électro-affinité (tels que HO^-, CN^-, H_2N^- et, en particulier, R_2HC^- ou R_3C^-), anions correspondant à des acides qui présentent de très petites constantes de dissociation. L'influence électrochimique des divers atomes voisins du carbonyle exalte ces propriétés additives dans le cas du formol, des aldéhydes halogénés, du glyoxal etc. L'expérience montre effectivement que, si l'on fait réagir ensemble un aldéhyde et une cétone, *le composé associé est celui qui a le plus d'aptitude à l'hydratation*, c'est-à-dire *généralement l'aldéhyde*.

Alors que l'aldéhyde associable n'est pas nécessairement susceptible de prendre la forme énol, un carbone voisin du groupement fonctionnel de la molécule associante doit porter un hydrogène mobile. Les recherches cinétiques d'Enkvist ([3]) ont montré que, sur un composé assez difficilement énolisable, tel que le cyanacétamide (choisi comme exemple pour des raisons de commodité expérimentale), la fixation du formaldéhyde s'effectue, *molécule à molécule*, avec une vitesse proportionnelle à la *première puissance de la concentration de l'ion* HO^- dans la solution aqueuse, ce qui est bien conforme au mécanisme proposé. Cette lente réaction primaire est suivie d'un départ rapide de l'ion HO^-, avec neutralisation ou énolisation :

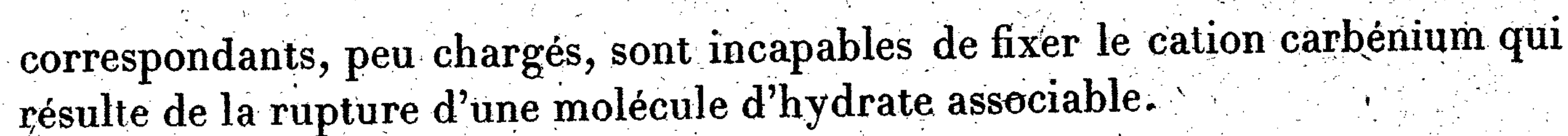


Le processus est le même pour la condensation de deux molécules d'acétone en *diacétone-alcool*, parfaitement réversible ([4]) en raison de la basicité du carbonyle cétonique.

La combinaison des structures cétonique et énolique de l'anion associant indique que, dans l'état mésomère réel, la double liaison est polarisée par la charge négative, les zones de fortes densités électroniques se concentrant autour de l'oxygène et du carbone en α



C'est cette polarisation accentuée de l'ion qui, pour les *phénols* en milieu alcalin, perturbe fortement la symétrie du noyau benzénique et qui permet une réaction analogue, en *ortho* ou en *para*, mais non en *méta*, car les carbones



correspondants, peu chargés, sont incapables de fixer le cation carbénium qui résulte de la rupture d'une molécule d'hydrate associable.

Ainsi l'expression électrochimique de l'hypothèse formulée dans la Note précédente permet d'approfondir notre conception du mécanisme de la réaction générale de β-hydroxycarbonylation et constitue un point de départ satisfaisant pour de nouvelles recherches chimiques ou physicochimiques, en vue d'une étude quantitative dans le cadre de la *théorie des sels complexes de carbénium* (5).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Réductions condensatrices : Structure des produits de réduction de l'aldéhyle crotonique*. Note de M. **Charles Glacet**, présentée par M. Marcel Delépine.

Au cours d'une Note sur les *Réductions condensatrices* (1), nous avons montré que la réduction de l'aldéhyde crotonique, par le magnésium et l'acide acétique, conduisait principalement à deux hydroxytétrahydrofuranes A et B. Nous avions établi provisoirement la structure de ces corps, en étudiant quelques propriétés physicochimiques de leurs produits de déshydratation.

Il nous est apparu par la suite que les formules proposées ne rendaient pas compte de toutes les propriétés de ces alcools tétrahydrofuraniques, et, en cherchant la cause de ces anomalies, nous nous sommes aperçu que la déshydratation de l'une des fractions était accompagnée d'une isomérisation. Il fallait donc chercher à établir par une autre voie la structure de ces produits furaniques.

Ces deux produits A et B, de formule brute $C_8H_{14}O_2$, ne donnent chacun qu'une monoacétine et ne perdent qu'une molécule d'eau par déshydratation; ils possèdent une liaison éthylénique de fréquence Raman 1675 cm^{-1}. Par hydrogénation ménagée sur nickel de Raney ils se transforment en A′ et B′, corps saturés de formule $C_8H_{16}O_2$, qui, eux aussi, ne donnent qu'une monoacétine.

Ces considérations nous permettent de supposer que l'un des atomes d'oxygène forme pont, tandis que le second fait partie d'un groupement hydroxy.

Les acétines de A, B; A′, B′ ayant même vitesse de saponification, ces corps ont donc des structures semblables au voisinage du groupement OH. A, B, A′, B′ réagissent rapidement sur l'hydroxylamine; comme, d'après leur spectre Raman, ces molécules ne comportent pas de fonction $C=O$, nous pouvons supposer que les deux atomes d'oxygène font partie d'un groupement *hémiacétal*. A et B comporteraient donc un enchaînement —CH CHOH (les deux C reliés par —O—).

Cette structure est démontrée par le fait que A′ et B′ s'hydrogènent facilement;

(5) P. Rumpf, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, **11**, 1944, pp. 284, 293, 422 et 515; **13**, 1946, article en cours d'impression.

(1) *Comptes rendus*, **208**, 1939, p. 1323.

le produit obtenu est un même γ-glycol $C_8H_{18}O_2$, celui que l'on obtient à partir de B étant un peu moins pur que celui qui provient de l'hydrogénation de A.

Les résultats obtenus dans l'étude des produits de réduction de l'acroléine ([2]) nous permettaient de penser qu'il s'agissait du méthyl-3 heptanediol-1.4; c'est ce que nous avons pu vérifier en obtenant synthétiquement le produit d'oxydation principal de ce glycol.

L'hydrogénation de A' et B' conduisant au méthyl-3 heptanediol-1.4, A' et B' sont donc des α-propyl β-méthyl α'-hydroxytétrahydrofuranes; A et B, qui conduisent à A' et B' par hydrogénation d'une liaison éthylénique située dans une chaîne aliphatique, sont donc deux stéréoisomères de l'α-propényl β-méthyl α'-hydroxytétrahydrofurane.

Pour effectuer la synthèse du méthyl-3 heptanediol-1.4, nous nous sommes arrêté, après de nombreux essais, à la suite de réactions suivantes qui comporte deux synthèses maloniques suivies d'une dégradation et d'une hydrogénation : butyrylacétate d'éthyle → méthylbutyrylacétate d'éthyle → α-méthyl α-butyrylsuccinate d'éthyle → acide β-butyrylbutyrique → β-méthyl γ-propylbutyrolactone. Ce dernier aurait pu être réduit en méthyl-3 heptanediol-1.4, mais il eût été nécessaire de partir d'une quantité importante de butyrylacétate d'éthyle difficile à obtenir ([3]); nous avons préféré oxyder notre glycol par le bichromate de sodium en milieu acétique, opération qui, moyennant quelques précautions, transforme notre glycol en lactone avec un rendement de 75 %. Cette lactone est bien identique à la β-méthyl γ-propylbutyrolactone de synthèse, leurs hydrazides en particulier ont même point de fusion; il s'ensuit que le glycol est bien le méthyl-3 heptanediol-1.4.

Résultats expérimentaux.

Propényl-2 méthyl-3 hydroxy-5 tétrahydrofurane, forme A, $C_8H_{14}O_2$. — $É_{10}$ 102-103°; n_D^{19} 1,4633; d_4^{19} 0,9868; R. M., tr. 39,64; calc. 39,64.

Acétine $C_{10}H_{16}O_3$. — $É_{12}$ 109,5-110°; n_D^{16} 1,4529; d_4^{16} 1,011; R. M., tr. 49,14; calc. 49,01; P. M., tr. 433,6; calc. (Sugden) 424,1 + λ; CH_3CO %, tr. 23,0; calc. 23,37.

Propényl-2 méthyl-3 hydroxy-5 tétrahydrofurane, forme B, $C_8H_{14}O_2$. — $É_{10}$ 108-109°,5; d_4^{17} 0,9975; n_D^{17} 1,4690; R. M., tr. 39,64; calc. 39,64.

Acétine $C_{10}H_{16}O_3$. — $É_{13}$ 115-116°; n_D^{19} 1,4527; d_4^{19} 1,006; R. M., tr. 49,35; calc. 49,01; P. M., tr. 435; calc. 424 + λ; CH_3CO %, tr. 23,05; calc. 23,37.

Propyl-2 méthyl-3 hydroxy-5 tétrahydrofurane, forme A', $C_8H_{16}O_2$. — $É_{8,5}$ 91-93; n_D^{14} 1,4445; d_4^{14} 0,956; R. M., tr. 40,05; calc. 40,11; P. M., tr. 353,1; calc. 345,3 + λ.

Acétine $C_{10}H_{18}O_3$. — $É_{8,2}$ 97,5-99,5; $n_D^{14,5}$ 1,4371; $d_4^{14,5}$ 0,982; R. M., tr. 49,63; calc. 49,50; P. M., tr. 445,3; calc. 435,8 + λ, CH_3CO %, tr. 23,5; calc. 23,12.

Propyl-2 méthyl-3 hydroxy-5 tétrahydrofurane, forme B', $C_8H_{16}O_2$. — $É_8$ 95,5-98°; n_D^{16} 1,4461; d_4^{16} 0,9572; R. M., tr. 40,12; calc. 40,11; P. M., tr. 350,4; calc. 345,3 + λ.

Acétine $C_{10}H_{18}O_3$. — $É_{10,4}$ 102-103,5; $n_D^{16,5}$ 1,4377, $d_4^{16,5}$ 0,9856; R. M., tr. 49,52; calc. 49,50; P. M., tr. 444,2; calc. 435,8 + λ; CH_3CO %, tr. 22,6; calc. 23,1.

([2]) *Ibid.*, 218, 1944, p. 283.

([3]) Wahl, *Annales de Chimie*, 23, 1911, p. 546.

Réaction entre l'hydroxylamine, solution initialement N/10, et l'hydroxytétrahydrofurane, solution initialement N/10, température : 18°,5, demi-réaction atteinte : pour A en 14 minutes, pour B en 5 minutes, pour A' en 49 minutes, pour B' en 17 minutes.

Vitesse de saponification des acétines de A, B, A', B'; en solution hydro-alcoolique initialement N/40 en acétine et soude et à 18°,5 : la demi-réaction est atteinte entre 53 et 57 minutes quelle que soit l'acétine employée.

Méthyl-3 heptanediol-1.4 $C_8H_{18}O_2$. — $É_{10,5}$ 134,5-135-5; $n_D^{16,5}$ 1,4598; $d_4^{16,5}$ 0,949; R. M., tr. 42,15; calc. 42,43. *Diphényluréthane*, F 106°,5.

β-méthyl γ-propylbutyrolactone $C_8H_{14}O_2$. — $É_{15}$ 117-118; n_D^{24} 1,4410; d_4^{24} 0,971; R. M., tr. 38,62; calc. 38,60. *Sel d'argent*, $C_8H_{15}O_3Ag$ Ag %; calc. 40,45; tr. 40,40. *Hydrazide*, $C_8H_{18}O_2N_2$, F 77-77°3 (capillaire).

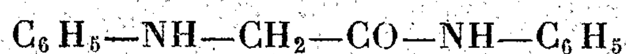
α-méthyl α-butyrylsuccinate d'éthyle $C_{13}H_{22}O_5$. — $É_{9,8}$ 147,7-148,5; $n_D^{14,5}$ 1,4420; $d_4^{14,5}$ 1,043; R. M., tr. 65,45; calc. 65,55.

Acide 3 butyrylbutyrique $C_8H_{14}O_3$. — $É_{0,67}$ 106,5-107°; $n_D^{15,7}$ 1,4432; $d_4^{15,7}$ 1,0324; R. M., tr. 40,60; calc. 40,69; COOH %; tr. 27,6; calc. 28,45.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du brome en présence de bromure d'aluminium, sur le chloracétanilide et l'iodacétanilide.* Note de M. **René Thomassin**, présentée par M. Marcel Delépine.

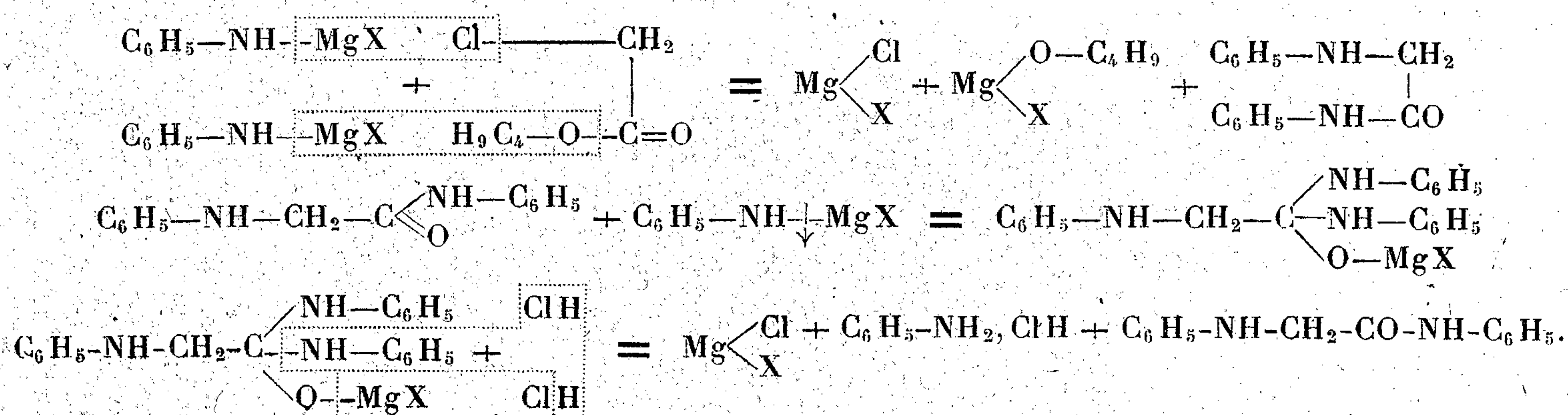
Le chloracétanilide et l'iodacétanilide ont été préparés par la méthode de M. F. Bodroux ([1]), action d'un éther monochloracétique ou monoiodacétique sur les dérivés bromo- ou iodomagnésiens de l'aniline. Ayant eu en vue la bromuration de ces anilides, je me les suis procurés, avec un bon rendement, en partant du chloracétate et de l'iodacétate de butyle.

Accessoirement, j'ai constaté que si le dérivé magnésien est en excès, il se forme un corps solide, cristallisant dans l'alcool éthylique en aiguilles blanches, fusible à 114-115° et ne contenant pas d'halogène. Ce composé, obtenu avec un rendement de 76 %, est l'anilide de l'acide phénylaminoacétique



$$C_6H_5-NH-CH_2-CO-NH-C_6H_5$$

dont la formation est expliquée par les équations



(1) *Bull. Soc. Chim.*, 33, 1905, p. 831.

Antérieurement d'autres procédés ont permis à divers savants d'obtenir cet anilide, mais, à ma connaissance, ce mode de préparation n'a pas encore été signalé.

La bromuration de l'acétanilide, en présence de bromure d'aluminium, ayant fourni à M. F. Bodroux un de ses dérivés tribromés, celle des composés halogénés ci-dessus préparés fut effectuée de la même manière, à une température déterminée, mais variable d'une expérience à l'autre. J'ai obtenu dans ces conditions :

a. avec le chloracétanilide, à la température de 8°, un dérivé chlorodibromé cristallisant dans l'alcool éthylique en aiguilles blanches, fusible à 146°,5-147°.

b. avec l'iodacétanilide, à la température de 25°, un composé solide, cristallisant dans l'alcool éthylique en aiguilles blanches, fusible à 160°,5-161°,5. Cette substance qui ne renferme plus d'iode est un dérivé tétrabromé de l'acétanilide.

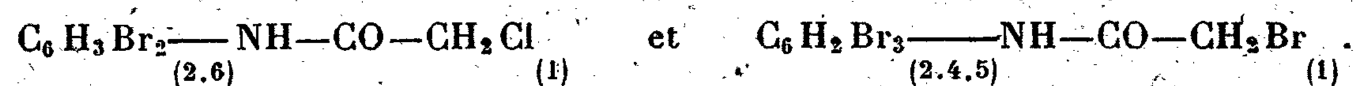
Dans tous les autres cas il s'est formé des mélanges de dérivés polyhalogénés (chlorodibromés avec le chloracétanilide, tétrabromés avec l'iodacétanilide) qu'il ne m'a pas été possible de séparer.

Pour établir la composition de ces deux composés halogénés, je les ai traités pendant deux heures par des solutions alcooliques bouillantes de potasse. J'ai ainsi libéré les anilines halogénées correspondantes, qui cristallisent en aiguilles blanches dans une solution étendue d'alcool éthylique :

a. celle provenant du chlorodibromacétanilide fond à 83°,5-84°,5. C'est la dibromo-2.6-aniline;

b. celle provenant du tétrabromacétanilide fond à 80°-81°. C'est la tribromo-2.4.5-aniline.

Il s'ensuit que les composés définis obtenus en bromant, en présence de bromure d'aluminium, le chloracétanilide et l'iodacétanilide ont pour formules de constitution



$$C_6H_3Br_2{}_{(2.6)}\text{—}NH\text{—}CO\text{—}CH_2Cl_{(1)} \quad \text{et} \quad C_6H_2Br_3{}_{(2.4.5)}\text{—}NH\text{—}CO\text{—}CH_2Br_{(1)}.$$

Le brome en excès agissant en présence de bromure d'aluminium sur l'iodacétanilide a donc eu pour effet de remplacer, en même temps que trois hydrogènes du noyau, l'atome d'iode du radical acylé. Cet iode mis en liberté semble exalter l'action substituante puisque, dans les expériences effectuées, il m'a toujours été donné d'obtenir des dérivés tétrabromés, alors que normalement l'halogène ne déplace que deux hydrogènes du noyau.

Ces résultats m'ont engagé à faire agir sur l'acétanilide un excès de brome tenant en dissolution ou en suspension soit de l'iode, soit un mélange d'iode et de bromure d'aluminium. Dans le premier cas seulement (brome contenant 1 % d'iode) j'ai obtenu un dérivé défini de l'acétanilide, le dibromo-2.4-acétanilide. Ce composé s'obtenant aisément par action directe du brome, l'iode ne favorise donc pas une bromuration plus avancée.

GÉOLOGIE. — *Sur l'existence d'un niveau maestrichtien au Sénégal*. Note (¹) de M. **Fernand Tessier**.

La région de Popenguine a été maintes fois citée dans la littérature géologique du Sénégal ; elle offre en effet, sur ses falaises côtières, des affleurements généralement très rares dans cette colonie. St. Meunier (²) y signale des couches à Turritelles et Bivalves; J. Chautard (³) un Oursin, *Linthia Delanouei* de Loriol. Plus récemment, C. Arambourg (⁴) détermine *Dyrosaurus* sp. des restes recueillis par F. Jacquet. Ce sont là les seuls fossiles cités dans des couches attribuées à l'Éocène inférieur. Cependant Chautard (⁵) parlait en 1906 de l'existence probable de Crétacé Supérieur à Popenguine, mais il ne revient plus sur cette idée dans la Notice de sa carte.

La présente Note a pour objet de signaler dans un niveau gréseux près de la base de la série observable : *Roudaireia auressensis* Coquand, *Cardita cf. Beaumonti* d'Archiac, associées à d'autres dont *Cucullœa* cf. *Schweinfurthi* Zittel, *Plicatula aff. instabilis* Stoliczka, *Restellaria sp., Nautilus sp.*, etc. La détermination spécifique de tous les échantillons permettra de préciser les affinités de cette faune, que je considère comme maestrichtienne par comparaison avec l'Égypte et le Soudan Français en particulier. Le détail des faciès de ce niveau : grès fins, sables, argiles versicolores, lumachelles à coquilles brisées, indiquant un dépôt de rivage, peut expliquer la rareté en Ammonites et leur non-découverte; d'autre part le gisement a une extension limitée à quelques dizaines de mètres par deux failles qui ont remonté le compartiment étudié, interdisant toute investigation latérale.

Je propose la coupe suivante de cette région, hachée de failles et riche en intrusions de tufs volcaniques, ce qui rend l'interprétation difficile :

1° Sables ferrugineux fins, passées d'argile grise et violacée; grès calcareux à *Roudaireia auressensis* (15ᵐ repérés par puits).

2° Calcaires marneux en bancs séparés par des marnes. Faune : *Lucina* sp., *Chenopus* sp., débris de Tortue marine, *Dyrosaurus*. Puissance 40ᵐ environ.

3° Calcaires grossiers, coquilliers, à base conglomératique (discordance ?). Faune : *Linthia Delanouei*. Turritelles nombreuses parmi lesquelles on reconnaît les groupes de *T hybrida* et *T. imbricataria*. Lamellibranches peu nombreux. Puissance 10ᵐ.

4° Discordance.

5° Argiles gypseuses du Cap de Naze, 20ᵐ.

(¹) Séance du 4 février 1946.

(²) *Comptes rendus*, 126, 1898, pp. 666-668.

(³) Notice explicative de la *Carte géologique de la presqu'île du Cap Vert*, Paris, Barrère, 1906.

(⁴) *Vertébrés fossiles du bassin du Niger* (*Bull. Dir. Min. A. O. F.*, n° 7, Dakar, 1943, p. 63).

(⁵) *Contributions nouvelles à la géologie du Sénégal* (*Bull. S. G. F.*, 4ᵉ série, 6, 21 mai 1906, p. 260).

6° Grès argileux roux et sables blancs, 35^m.

7° Argiles grises, 10^m.

8° Carapace ferrugineuse.

Le niveau 2 n'étant pas encore daté, la délimitation entre le Crétacé et l'Éocène demeure pendante. Les niveaux 5 et suivants sont très probablement post-Lutétiens.

D'autres données nous font voir que l'Éocène de Popenguine se complète supérieurement vers l'Est. Les sondages de Thiès ont relevé de haut en bas : 10^m de calcaire, 130^m de marnes blanches affleurant à l'Ouest dans la falaise dite de Thiès et réputées yprésiennes, 100^m de calcaire, enfin des sables aquifères suivis jusqu'à l'arrêt des travaux, sur une centaine de mètres. Suivant un axe Thiès-Bandia on a un pendage vers Thiès d'environ 4 à 5 millièmes qui ramène en surface le sommet des calcaires inférieurs du sondage (Calcaires de Bandia). Dans le prolongement de cet axe, la série calcaire de Popenguine représente, à mon avis, la base de ces mêmes calcaires et le niveau 1 est le sommet des sables aquifères. J'ai découvert par ailleurs la partie médiane des calcaires dans la vallée de la Somone (faciès assez voisin du n° 3 de Popenguine, mais faune nouvelle : grands Gastropodes, *Pseudoliva* sp., dents de *Myliobathis*, restes de Vertébrés en cours d'étude etc.).

Conclusions. — Les 100^m de calcaires du sondage de Thiès renferment la base de l'Éocène sénégalais et comprennent les ensembles suivants : de haut en bas Calcaires de Bandia, Calcaires de la Somone, Calcaires grossiers de Popenguine, Calcaires marneux de Popenguine.

Les sables des sondages de Thiès sont vraisemblablement maestrichtiens à leur sommet.

La série marneuse de Dakar est remarquablement différente, bien qu'attribuée classiquement au Sénonien supérieur, des sables maestrichtiens de Popenguine et de Thiès.

GÉOLOGIE. — *Application du compteur de Geiger-Müller à la stratigraphie, dans le bassin houiller du Nord de la France.* Note (¹) de M. JACQUES CHALARD, présentée par M. Charles Jacob.

En étudiant la radioactivité des sources thermales du Nord de la France, Mlle G. Muchemblé (²) fut amenée à en rechercher l'origine dans les roches de la région. Une série d'analyses effectuées méthodiquement, suivant un programme donné par M. P. Pruvost, avait montré que les propriétés radioactives étaient étroitement localisées aux horizons schisteux à fossiles marins du bassin houiller.

(¹) Séance du 18 février 1946.

(²) *Comptes rendus*, 216, 1943, pp. 270-271.

Si les valeurs les plus élevées avaient été observées dans les roches de l'Assise de Bruille de la base du Namurien, les niveaux marins westphaliens de Poissonnière et de Rimbert montraient également une teneur bien supérieure à celle des roches environnantes.

Or on doit à Charles Barrois d'avoir montré que ces horizons marins, très minces et à très grande extension géographique, constituaient des repères stratigraphiques intéressants, particulièrement appréciés des ingénieurs des mines qui les font rechercher systématiquement dans leurs travaux; mais ces niveaux fossilifères de faible épaisseur sont souvent difficiles à déceler au milieu des formations épaisses et monotones du terrain houiller. Il a donc semblé intéressant de chercher à les repérer par leurs propriétés radioactives.

Depuis quelques mois, en certains points du bassin houiller, on a utilisé un dispositif à compteur de Geiger-Müller et obtenu de bons résultats. Les indications de l'appareil accusent une augmentation nette de la radioactivité lorsque la galerie traverse un niveau marin : 50 à 60 unités arbitraires ([3]) pour un terrain d'origine continentale, 75 à 95 au passage des niveaux de Rimbert ou de Poissonnière.

Ces résultats sont susceptibles d'être faussés par la présence, en certains points des galeries, de dispositifs de soutènement comportant un revêtement plus ou moins épais de roches houillères de diverses provenances. Dans ce cas les mesures ont dû être effectuées pour chaque point en plaçant l'appareil au contact de la roche préalablement débarrassée de son revêtement et grossièrement aplanie sur une surface assez large de façon à opérer toujours dans les mêmes conditions. Les résultats sont alors tout à fait satisfaisants et dépendent plus étroitement encore de la nature de la roche : charbon 50 à 60; schistes à plantes ou à faune limnique 80 à 90; schistes marins 95 à 115.

Cette méthode semble appelée à rendre de grands services en stratigraphie houillère, surtout lorsqu'on pourra disposer d'appareils plus sensibles et plus perfectionnés que ceux utilisés, appareils qui élimineraient sans doute en grande partie l'influence perturbatrice du revêtement des galeries.

En dehors de ces conditions très spéciales d'emploi pour la recherche des niveaux marins dans le bassin houiller du Nord, la méthode pourra sans doute être généralisée avec succès sur le terrain, non seulement pour la prospection des minerais radioactifs, mais encore dans certaines études de stratigraphie. On rencontre en effet dans la nature, comme l'a montré Mlle Muchemblé, à côté de formations calcaires très peu radioactives,

---

([3]) Ces unités dépendent de l'appareil employé et des conditions d'emploi. Pour les teneurs de ces niveaux en éléments radioactifs, voir la Note citée de Mlle Muchemblé.

de nombreuses roches dont la radioactivité est égale (granites) et même très supérieure [schistes ampéliteux de Spa à *Dictyonema*, schistes gothlandiens à graptolites (²), schistes alunifères de Sandby (⁴)] à la teneur en éléments radioactifs de nos modestes niveaux marins westphaliens. On conçoit donc que de tels appareils puissent rendre service pour certains levés cartographiques à grande échelle.

SÉISMOLOGIE. — *Le grand tremblement de terre de Chalcidique du 26 septembre 1932.* Note de MM. **Georges Georgalas** et **Angele Galanopoulos**, présentée par M. Albert Michel-Lévy.

Le 26 septembre 1932, à $21^h 21^m 22^s$, la péninsule balkanique, et en particulier son centre, subissait un tremblement de terre particulièrement violent, qui occasionnait des dommages extrêmement étendus dans de nombreuses localités, situées dans la partie orientale de la Chalcidique et, en particulier, autour du golfe d'Iérissos de même que sur les bords du lac Volvi.

Grâce à des études entreprises sur place par Georgalas, complétées par des renseignements recueillis sur son initiative dans 479 localités de la Grèce et des pays voisins (Yougoslavie et Bulgarie), il a été possible de réunir, pour la première fois en Grèce, un matériel macroséismique relativement abondant et assez détaillé.

De l'étude analytique de ce matériel, ce sont seulement les points essentiels, de même que quelques conclusions importantes, qu'on trouvera dans la présente Communication.

La secousse séismique principale avait une étendue macroséismique assez considérable. Son axe NO-SE dépassait 760^{km}, s'étendant de Petrovac (en Yougoslavie) à Karystos dans l'extrémité sud de l'île d'Eubée, tandis que l'axe NE-SO, de la même longueur, allait de Constantinople à Jannina (Épire). L'activité macroséismique fut enregistrée jusqu'à la Paz de Bolivie ($11\,300^{km}$).

De nombreux métaséismes ont suivi, dont les plus importants étaient ceux des 28 et 29 septembre, celui du 9 octobre, de même que celui du 11 mai 1933 ($21^h 10^m$). Dès le mois d'août 1933, les secteurs ébranlés de la Chalcidique semblèrent avoir retrouvé déjà définitivement un équilibre provisoire.

Le séisme du 26 septembre 1932 détermina aussi l'achèvement prématuré de certaines tensions élastiques à peine ébauchées, qui dominaient certaines dislocations labiles, situées non loin de la région épicentrale. C'est ainsi

(⁴) A. H. Westergard, *Borrningar genom Skanes alunskiffer* (*Sver. geol. Unders.*, **38**, 1944, C. 459. Stockholm).

que les métaséismes qui ont suivi quelque temps après, en particulier les plus violents d'entre eux, à savoir ceux des 28 et 29 septembre et celui du 9 octobre 1932, partant du même foyer, ont réussi très facilement à déclencher, d'une manière prématurée, les tensions élastiques précédemment citées qui étaient devenues déjà mûres. Les énergies cinétiques supplémentaires, produites par ces phénomènes, ont eu pour résultat d'intensifier, de place en place, les effets des métaséismes, ainsi que l'extension vers l'Ouest de la zone de dommages primitivement esquissée par la secousse principale. Le résultat en a été que quelques métaséismes, dont celui du 29 septembre, furent, dans certaines localités, comme par exemple à Salonique et à Langadha, plus sensibles encore que le séisme principal du 26 septembre.

De plus, les régions secondaires des dommages ont amené certains savants (¹) à considérer les dislocations, qui se sont comportées en tant que résonnateurs, comme des foyers séismiques primaires indépendants, et ceci, à cause de leur caractère pseudo-épicentral. Pour cette même raison, ces savants ont soutenu que, depuis le 26 septembre jusqu'au 2 octobre 1932, il y a eu deux (et même, selon Maravelakis), trois foyers séismiques en activité dans la Chalcidique. Cependant, l'étude du tableau de distribution de l'ensemble des effets séismiques montre clairement, selon nous, que tous les séismes de la Chalcidique, depuis le 26 septembre 1932 jusqu'au 11 mai 1933, dérivaient d'un seul et même foyer séismique, qui, d'après les déterminations de la section géodynamique de l'Observatoire d'Athènes, est situé dans la partie Sud-Est du golfe d'Iérissos $\varphi = 40^\circ{,}5\,\mathrm{N}$, $\lambda = 24^\circ$ Est. Mais, étant donné que les données macroséismiques ne concordent pas avec cette détermination épicentrale, nous estimons que le foyer en question doit être situé dans la partie Nord-Ouest du golfe d'Iérissos et, notamment, au point de croisement de la ligne de dislocation Stratoniki-Stratoni, allant de l'Ouest à l'Est, et de la dislocation littorale allant du Nord au Sud, le long de la côte occidentale du golfe d'Iérissos, c'est-à-dire de deux lignes tectoniques le long desquelles se sont produits les effets séismiques les plus violents.

EMBRYOLOGIE VÉGÉTALE. — *Développement de l'albumen chez le* Loasa lateritia *Gill.* Note de M. **Pierre Crété**, présentée par M. René Souèges.

Nous devons à Kratzer (¹) ce que l'on sait de précis sur l'embryologie des Loasacées. Son étude porte sur neuf espèces réparties dans les cinq genres

(¹) Voir N. Criticos, *Sur la séismicité de Macédoine* (*Gerlands Beitr.*, 2, *Geophysik*, 40, 1933); N. Maravelakis, *Les caractères géologiques et macroséismiques des séismes de Chalcidique* (septembre 1932) (*Praktica de l'Académie d'Athènes*, 8, 1933).

(¹) *Flora*, 110, 1918, p. 275.

suivants : *Loasa*, *Cajophora*, *Blumenbachia*, *Mentzelia* et *Gronovia*. Il décrit la formation de l'ovule, du sac embryonnaire et signale l'existence générale d'haustoriums, déjà différenciés avant la fécondation. Il est malheureusement impossible de déterminer, d'après ses descriptions, l'origine précise des diverses régions que l'on peut délimiter dans l'albumen, à certains stades. Je me suis attaché à combler cette lacune en m'adressant à des graines de *Loasa lateritia* Gill.

Le sac embryonnaire du *L. lateritia* se compose d'une chambre micropylaire et d'une chambre chalazienne, séparées par un étranglement. Seule, la portion chalazienne, plus étroite, est bordée par un tapis sur tout son pourtour, sauf au niveau d'un cæcum court, étroit, dirigé vers le raphé, et qui renferme les trois antipodes. Fécondé, le noyau secondaire vient occuper la chambre chalazienne, où il prend un aspect amiboïde. L'un des produits de sa cinèse (*fig.* 1), se loge dans la chambre micropylaire, où il donnera directement un

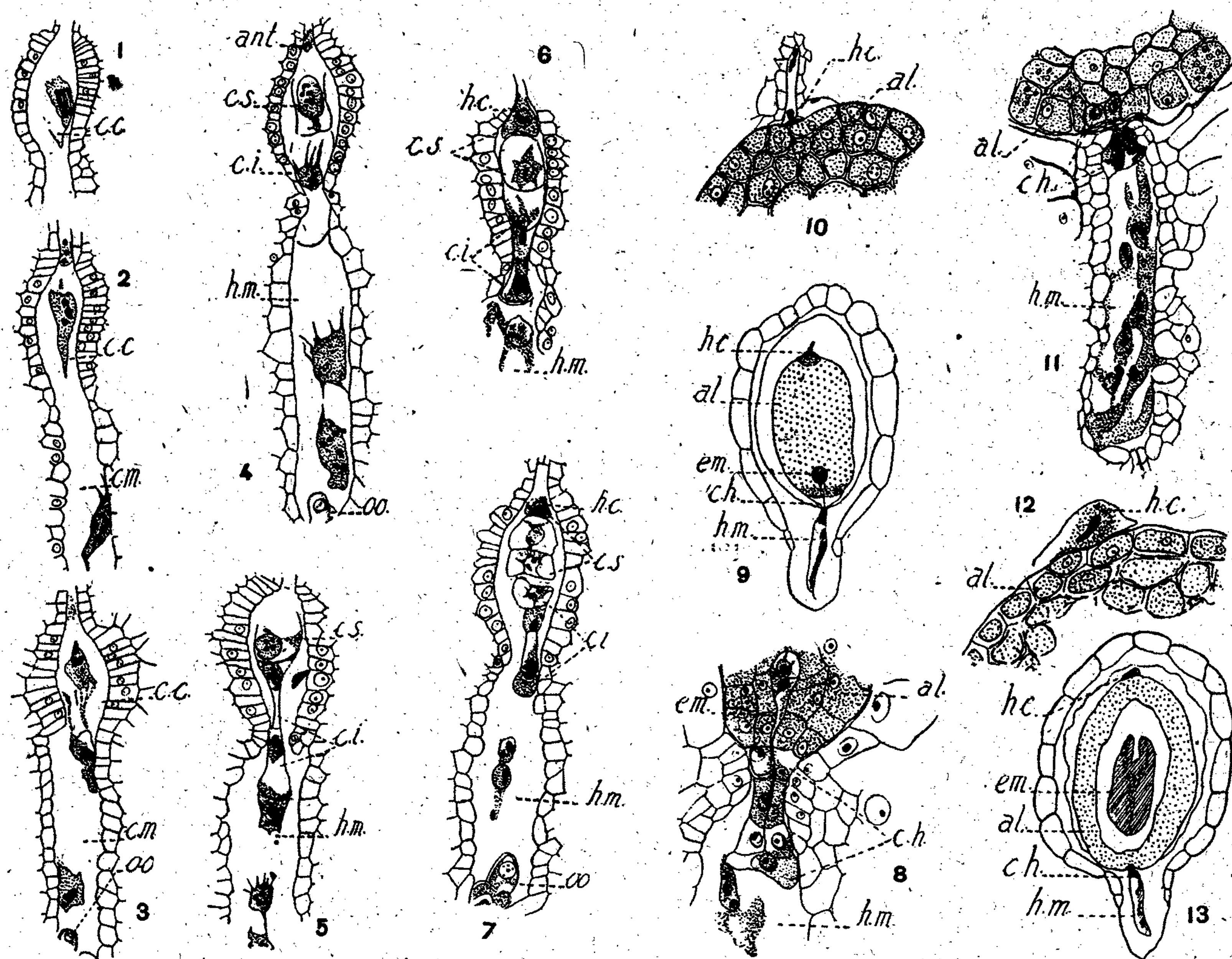


Fig. 1 à 13. — *Loasa lateritia* Gill. — Développement de l'albumen. De 1 à 7, premières segmentations; en 8, formations haustoriales en bordure de la chambre micropylaire; en 9, coupe longitudinale de la jeune graine; en 10, haustorium chalazien de cette graine, fortement grossi; en 11 et 12, régions haustoriales, chalazienne et micropylaire, de la graine adulte figurée en 13; *cc* et *cm*, chambre chalazienne et chambre micropylaire; *cs* et *ci*, étage supérieur et étage inférieur correspondant à chacune des deux premières cellules formées dans la chambre chalazienne; *hc*, haustorium chalazien; *hm*, haustorium micropylaire; *ch*, tissu haustorial dérivé de *ci*; *oo*, oospore; *em*, embryon; *al*, albumen proprement dit. G. = 250 pour les figures 1 à 7, 10 à 12; 290, pour la figure 8; 40, pour les figures 9 et 13.

haustorium; l'autre reste d'abord sur place (*fig.* 2), puis émigre dans l'étranglement du sac où il subit une division (*fig.* 3), suivie d'un cloisonnement (*fig.* 4). Il se forme ainsi

une cellule supérieure, *cs*, et une cellule inférieure, *ci*, et les deux chambres apparaissent nettement séparées par une paroi bombée, dont la convexité est dirigée vers le micropyle. La cellule *ci* fournit deux éléments superposés (*fig.* 5) dans chacun desquels apparaît ensuite une cloison transversale (*fig.* 6 et 7); la cellule apicale de cette tétrade linéaire contribuera à la construction de l'albumen proprement dit; les trois autres éléments donneront un tissu offrant les caractères d'un haustorium. La cellule *cs* se divise en une cellule chalazienne qui fournira un haustorium et un élément sous-jacent, d'où proviendra la majeure partie de l'albumen proprement dit.

L'albumen proprement dit s'accroît d'abord en longueur par une série de divisions transversales, puis, lorsqu'il compte une dizaine de cellules, il se cloisonne surtout longitudinalement et prend une forme arrondie (*fig.* 9). Digéré progressivement en son centre par l'embryon, parvenu au stade cotylédonaire, il est finalement réduit à quelques assises cellulaires dont la plus externe est recouverte d'une épaisse cuticule (*fig.* 13).

Un haustorium se différencie très tôt dans la chambre micropylaire; il provient du noyau qui s'isole dans cette région au début de la formation de l'albumen (*fig.* 2). Il comporte une huitaine de volumineux noyaux, d'aspect amiboïde d'abord (*fig.* 2 à 5), de forme ovale ensuite (*fig.* 7).

Des trois éléments inférieurs issus de *ci*, l'intermédiaire se cloisonne une fois transversalement encore et les quatre cellules maintenant apparentes offrent tous les caractères des formations haustoriales. En définitive, chacun des étages comprend seulement deux cellules à contenu épais (*fig.* 8). Dans la graine adulte, les deux étages inférieurs sont séparés de l'albumen proprement dit par un étranglement qui fait disparaître l'étage intermédiaire. L'étage supérieur reste inclus dans l'albumen proprement dit dont il se distingue cependant par son contenu et la taille réduite de ses éléments. La cuticule qui entoure l'albumen proprement dit se poursuit à son niveau, doublée par un tissu formé des cellules écrasées de l'enveloppe séminale (*fig.* 11).

L'haustorium chalazien n'est jamais constitué que d'une seule cellule, qui s'enfonce dans le cæcum chalazien (*fig.* 6, 7 et 10), s'étale lors de la destruction des tissus tégumentaires qui le bordent; puis, son noyau disparaît, tandis qu'une cuticule épaisse le sépare de l'albumen proprement dit (*fig.* 12).

Il est assez rare de pouvoir suivre avec cette précision l'origine, non seulement des haustoriums, mais aussi des formations à caractère haustorial. La différenciation n'est pas, comme chez la plupart des Labiatiflores ([2]), terminée lors des tout premiers cloisonnements; l'haustorium micropylaire commence à se constituer à la première génération, l'haustorium chalazien à la troisième et l'albumen proprement dit, partie à la troisième, partie à la quatrième. Ces observations, avec leurs particularités caractéristiques, pourront aider à résoudre les questions qui se posent au sujet de la place, encore fort discutée, des Loasacées dans la classification.

TÉRATOLOGIE VÉGÉTALE. — *Nouvel aspect des conséquences anatomiques d'une piqûre.* Note de M[lle] **Madeleine Fourcroy**, présentée par M. René Souèges.

Les conséquences anatomiques des traumatismes ont longuement été étudiées. J'ai moi-même apporté une large contribution à leur connaissance en m'adres-

([2]) P. Crété, *Thèse Doct. ès Sc.* Paris, 1942.

sant à la racine, organe qui se révèle le plus riche en possibilités [1]. C'est que, en effet, la présence des phases vasculaires primitives et leur histoire, aux niveaux lésés, mais surtout dans les parties d'organe régénérées après la blessure, permettent des observations que ne peuvent plus fournir les organes aériens soumis à l'accélération basifuge. Je rappellerai brièvement que les facteurs intervenant fondamentalement sont la nature, la direction, la profon-

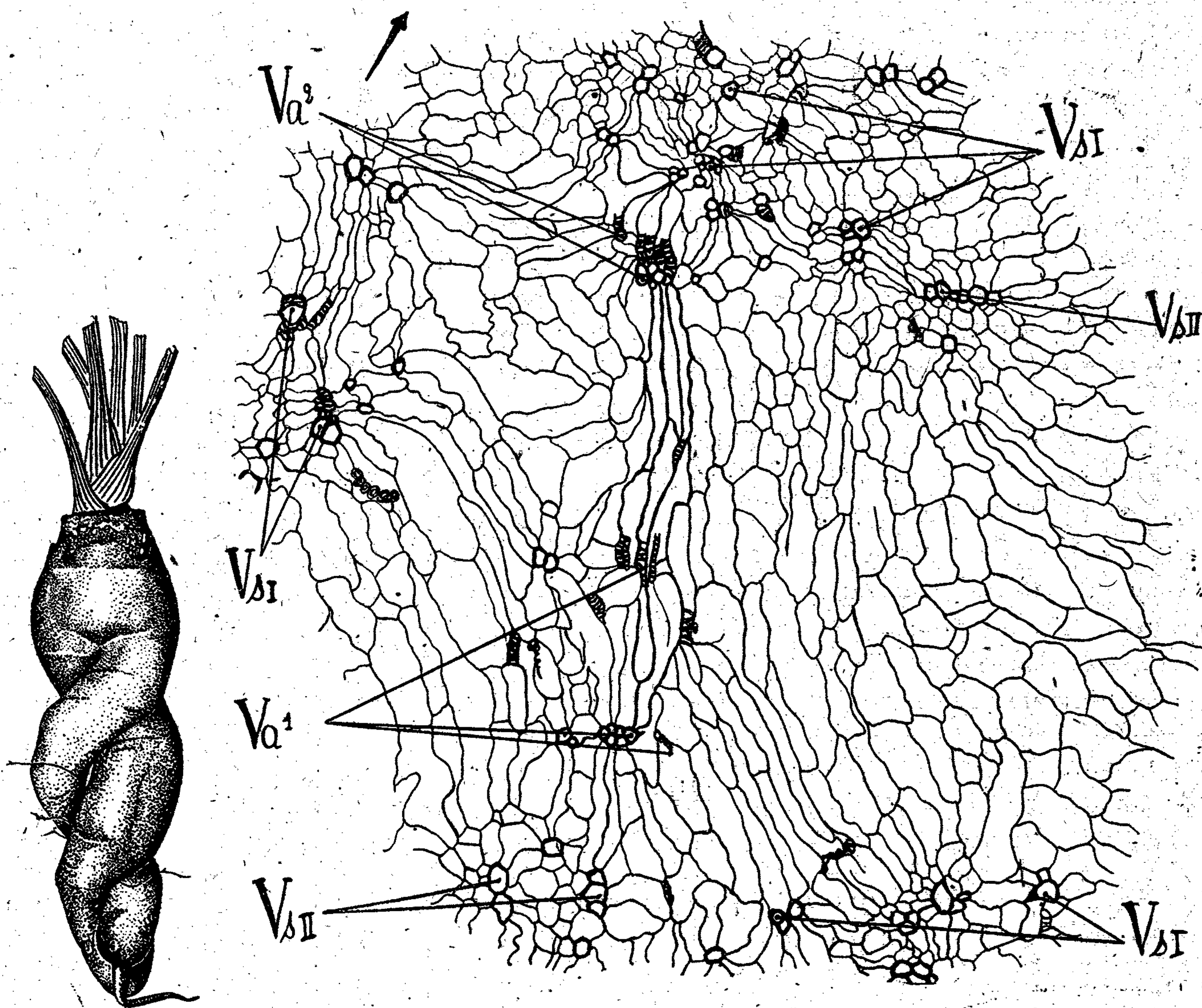


Fig. 1. Fig. 2.

deur de la lésion et l'âge de la plantule touchée. Il va sans dire que la région atteinte conditionne les effets : très limités dans les tissus adultes, ils sont d'autant plus variés dans leur nature et leur intensité que l'on blesse une région proche du point végétatif.

Voulant aujourd'hui décrire un aspect nouveau des conséquences d'une piqûre, aux niveaux mêmes où elle s'est produite, je n'évoquerai aucune des *influences à distance* des traumatismes. Il suffit de résumer, pour les sections effectivement atteintes, les résultats acquis : destruction directe de certains éléments, résorptions provoquées de certains autres, accélération évolutive du développement de l'appareil conducteur, amenant, comme en suppléance des

(1) *Ann. des Sc. nat. Bot.*, 20, 1938, pp. 1 à 240.

éléments hors d'usage, la différenciation hâtive des vaisseaux et des tubes criblés plus récents.

La racine de *Daucus Carota* (*fig.* 1) que j'ai examinée s'est parfaitement développée, bien que son étude anatomique révèle les traces d'une piqûre située à $0^{cm},5$ du collet. Cette piqûre, profonde, atteignant le voisinage du protoxylème de la racine *très jeune*, est responsable de la bifurcation du pivot et sans doute de l'enroulement si étonnamment régulier des deux branches. La figure 2 révèle, en effet, qu'elle a réussi à provoquer un *véritable clivage de la bande diamétrale vasculaire* formée normalement par les deux phases alternes centripètes de la racine de la Carotte (racine binaire sans moelle). La lecture d'une telle coupe était extrêmement difficile, car, aux conséquences du traumatisme, s'ajoute l'étirement qui accompagne l'accroissement en diamètre de l'organe. Quoi qu'il en soit, dans la stèle à peine déformée de ce pivot (le secteur lésé est étroit), on trouve une double bande diamétrale vasculaire Va^1 et Va^2 dont les éléments sont reliés par de longues cellules à parois épaisses dans lesquelles des relais de lignine attestent qu'un étirement a disjoint, par une translation, *des éléments primitivement associés*. Dans l'une comme dans l'autre, les vaisseaux étroits des pôles se sont constitués et sont séparés du groupe médian par une seule cellule parenchymateuse.

Que le pôle vasculaire superposé Vs^1 soit resté normal derrière le protoxylème Va^2, alors que le traumatisme a causé une extrême dispersion derrière Va^1 ; que, en conséquence, le xylème secondaire VsII puisse se trouver plus près de Va^1 que le xylème primaire VsI visiblement glissé sur sa droite et sur sa gauche; que, de ce fait, le large rayon parenchymateux du plan cotylédonaire, si typique des racines binaires, ne subsiste que sur la droite, tout cela rentre sans intérêt nouveau dans le cadre des conséquences anatomiques prévisibles. Ce qui méritait d'être signalé, c'est la constitution d'une racine *potentiellement bistélique par ses protoxylèmes et restée monostélique par ses métaxylèmes.* Et ceci, sur près de 1^{cm} de longueur. Or, le développement du pivot consiste surtout dans son accroissement en épaisseur; je ne pense pas qu'une élongation ultérieure à la piqûre ait été assez considérable pour fausser cette appréciation.

Au moment de la récolte, il y a $1^{cm},8$ entre le niveau de la lésion, celui de la figure, et la bifurcation morphologique apparente qu'elle conditionne. A la remarquable symétrie bilatérale que le clivage longitudinal du protoxylème confère à la stèle correspond une symétrie remarquable des deux branches du pivot.

BIOLOGIE AGRICOLE. — *Courbes caractéristiques du développement du grain de Blé au point de vue physique.* Note de MM. **Henri Geslin** et **Pierre Jonard**, présentée par M. Maurice Javillier.

Nous avons montré (¹) que la courbe de variation de la quantité d'eau, en

(¹) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 410.

valeur absolue, contenue dans le grain de Blé, au cours de son développement, présentait un palier, correspondant à une phase singulière de l'évolution du grain. Il débute sensiblement au moment où le grain a pris sa forme définitive, trois semaines à un mois après l'épiaison; il se termine quand le stade *pâteux* est atteint, c'est-à-dire quelques jours à peine avant qu'on ne note la maturité physiologique.

Les observations et les mesures biométriques effectuées sur diverses variétés semées à date normale, au cours d'années différentes, permettent de définir, du point de vue physique, les caractéristiques de cette phase particulière. Les résultats globaux sont donnés dans le tableau ci-après :

Caractéristiques du palier de la courbe de variation (¹) *de la quantité d'eau contenue en valeur absolue dans* 1000 *grains.*

Variété utilisée et année.	Début du palier		Fin du palier		Durée en jours.	Température		Radiation globale R	Facteur d'action K
	date.	H p. 100.	date.	H p. 100.		Σt^{o}_{m}.	t^{o}_{m}.	ΣR.	ΣK.
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
1945									
Renfort....	23/6	62,0	5/7	48,0	11,6	181°,8	15°,65	5363	4029
1944 (²)									
Vilmorin 27.	30/6	61,8	11/7	48,0	10,8	184,8	17,05	5219	4099
1942									
Super-hâtif.	30/6	60,0	10/7	48,5	9,7	179,4	18,5	5169	4232
Vilmorin 29.	4/7	59,7	15/7	48,0	11,0	176,3	16,05	5510	4091
Vilmorin 27.	4/7	60,0	15/7	47,7	11,0	176,3	16,05	5510	4091
1941									
Vilmorin 29.	11/7	51,0	22/7	42,0	11,1	184,3	16,6	5434	4205
Vilmorin 27.	11/7	51,5	22/7	41,0	11,1	184,3	16,6	5434	4205

La date à laquelle débute ou se termine le palier (col. 2 et 4) est variable suivant les années, la variété et la date de semis, étant fonction des conditions climatiques particulières à chaque année. Par contre, si l'on excepte les résultats de l'année 1941, exceptionnelle à maints égards, on constate que l'humidité atteinte par le grain, exprimée en pour cent du poids frais (col. 3 et 5) et correspondant aux deux extrémités du palier, se maintient constante, quelle que soit la variété ou l'année (³). Les différences observées col. 3, de 1942 à 1945, ne peuvent en effet être considérées comme significatives, l'humidité du grain à cette époque s'abaissant de 1,5 à 2 % dans l'espace de 24 heures. La

(²) Les données expérimentales de base utilisées ont été empruntées à la Note de J. Delga et P. André, *C. R. Acad. Agri.*, 30, 1944, p. 454.

(³) Dès les premières déterminations de l'humidité du grain, effectuées quelques jours après la floraison, on notait déjà des chiffres d'humidité très inférieurs en 1941 (62 à 65 %) comparativement à ceux observés les autres années (75 à 80 %).

durée du phénomène (col. 6) est variable, de l'ordre de 10 à 12 jours, elle est étroitement liée à l'action des facteurs du milieu. Qu'il s'agisse de la température, de la radiation globale ou du facteur d'action K (¹), la somme des valeurs moyennes journalières accumulées de chacun de ces éléments, pris séparément (col. 7, 9 ou 10) et correspondant au palier, est constante à $\pm 2,5$ % près par rapport à la moyenne. Ceci implique une relation de proportionnalité : la durée du phénomène est en effet inversement proportionnelle à l'intensité moyenne journalière de chacun des facteurs considérés. Aucune expérience particulière ne permet cependant actuellement de préciser, parmi les trois facteurs étudiés, celui auquel revient le rôle dominant, vu l'interdépendance de la température et de la radiation globale.

En résumé, nos essais ont permis de mettre en évidence l'existence d'une période singulière dans l'évolution du grain de Blé. Nous avons émis l'hypothèse dans notre précédente Note que cette période devait correspondre à la phase de condensation active des matières protéiques ou amylacées et constituait une période critique nettement définie. Dès maintenant, l'existence de cette phase apparaît comme présentant un caractère très général. Nous avions pu en préciser certaines constantes physiques caractéristiques qui semblent indépendantes de l'année ou de la variété, tout au moins dans la limite où les conditions physiques externes ne risquent pas de provoquer un brusque blocage des matériaux constitutifs du grain, se traduisant notamment par l'échaudage.

CHIMIE PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Action comparée des cristalloïdes,* in vitro *et* in vivo, *sur l'hydrosolubilité des liquides organiques volatils.* Note [1] de M. **Alexandre Lindenberg**, présentée par M. Maurice Javillier.

Le coefficient de partage huile-eau de l'isopropanol augmente sous l'effet de la dissolution dans la phase aqueuse de cristalloïdes polaires non volatils [2] :

Cristalloïde dissous dans la phase aqueuse.	Concentration en mol-g/litre.	Coefficient de partage huile-eau de l'isopropanol.
Aucun	0	0,07
Chlorure de sodium	0,5	0,09
» »	1,0	0,11
» »	2,0	0,15
Glucose	1,0	0,105
Urée	1,0	0,09

L'augmentation du coefficient de partage en faveur de la phase huileuse

---

(¹) Séance du 18 février 1946.

(²) A. Lindenberg et Winternitz, *C. R. Soc. Biol.*, 131, 1939, p. 1085.

dénote de toute évidence une augmentation correspondante de la fugacité (pression partielle de vapeur en solution diluée) ou une diminution correspondante de la solubilité de l'alcool dans la phase aqueuse chargée de cristalloïdes. Tirons les conclusions que comportent ces résultats, que nous comparerons avec ceux des expériences effectuées sur des animaux aquatiques.

1° Des concentrations équimoléculaires de chlorure de sodium et de glucose abaissent l'hydrosolubilité de l'isopropanol dans une mesure quasi identique. Ce résultat, s'inscrivant contre l'idée d'une action spécifiquement ionique, concorde avec la manière de voir exposée récemment (³).

Tandis que les molécules polaires non volatiles restent cantonnées dans la phase aqueuse de leur solution, les molécules volatiles ont la faculté d'évoluer vers d'autres phases, de sorte que, en s'emparant d'une certaine proportion des liaisons de solubilité de l'eau, le cristalloïde non volatil diminue, dans la même proportion, la capacité solvante de l'eau et par conséquent le coefficient de solubilité de la substance volatile.

Deux facteurs antagonistes vont intervenir pour chaque espèce moléculaire, volatile ou non : le nombre l de groupes hydrophiles de la molécule et la masse (critère du volume) moléculaire M, ce dernier facteur étant défavorable à la dissolution.

Le coefficient de solubilité d'une molécule volatile dans un milieu polaire sera d'autant plus faible que son quotient M/l est plus grand, et *vice versa*, l'abaissement de ce coefficient produit par une molécule polaire fixe sera d'autant plus important que son quotient l/M est plus grand. Or, les valeurs des quotients l/M du ClNa ($2/58,5 = 1/29,25$) et du glucose ($6/180 = 1/30$) sont très voisines.

2° La similitude d'action des concentrations équimoléculaires de ClNa et de glucose se retrouve encore dans le phénomène de déshydratation d'un animal aquatique à indépendance osmotique relative séjournant dans des solutions hypertoniques de ces cristalloïdes (⁴).

3° A la même concentration moléculaire, l'effet de l'urée est deux fois plus faible que celui des deux cristalloïdes précédents, phénomène que nous attribuons au fait que *seul le groupe oxygéné* —CO— *est susceptible d'utiliser à ses fins les liaisons de solubilité de l'eau affectées aux* OH *alcooliques*. On a alors, pour l'urée, un quotient l/M égal à $1/60$, donc deux fois plus petit que celui du glucose ou du chlorure de sodium.

4° Avec chaque molécule de ClNa dissous dans la phase aqueuse, le coefficient de partage huile-eau de l'isopropanol augmente régulièrement (de 0,04), indiquant la *non-intervention, dans le phénomène étudié, du degré de dissociation de l'électrolyte*.

(³) A. LINDENBERG, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 202.

(⁴) G. FONTÈS, Mlle J. BRUNNER et A. LINDENBERG, *C. R. Soc. Biol.*, **121**, 1936, pp. 459 et 978.

5° Soient A et 1/A, B et 1/B les concentrations d'équilibre (solubilités) et les fugacités de l'isopranol dans l'eau pure et dans l'eau salée, n le nombre de mol-g de ClNa dans un litre de solution aqueuse, M le poids moléculaire de l'isopropanol (60) et α la proportion des liaisons de solubilité de l'eau affectées par le sel. Les données du tableau précédent fournissent les relations

$$\frac{\frac{1}{B}-\frac{1}{A}}{\frac{1}{A}}=\frac{A-B}{B}=\frac{(0,07+0,04n)-0,07}{0,07}=\frac{n}{1,75}=\frac{\alpha M}{1-\alpha M}.$$

L'augmentation de fugacité de l'alcool dans la phase aqueuse salée, par rapport à la fugacité dans l'eau pure, est proportionnelle à la concentration moléculaire du sel.

Envisageant la diminution relative de solubilité, on aura

$$\frac{A-B}{A}=\frac{\frac{100}{7}-\frac{100}{7+4n}}{\frac{100}{7}}=\frac{n}{1,75+n}=\alpha M.$$

6° La concentration moléculaire de l'eau de l'organisme d'un animal d'eau douce à indépendance osmotique relative est environ de 0,165 en ClNa. L'abaissement relatif de solubilité d'un monoalcool produit par cette concentration physiologique est égal à 0,0028 M ([2]). Or, dans l'eau *extérieure*, l'abaissement de solubilité produit par la même concentration moléculaire est seulement de 0,0014 M, soit *deux fois plus petit que dans l'eau de l'organisme.* Immédiatement on songe aux colloïdes hydrophiles présents dans le milieu interne pour expliquer cette divergence. Mais celle-ci est revélatrice d'un *fait physicochimique fondamental assurant aux sels dissous un effet double de celui manifesté dans l'eau extérieure.*

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la formation de pénicilline par le* Penicillium notatum. Note de MM. **Pierre Heitzmann** et **Norbert Grelet**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

La production de pénicilline que l'on observe avec des cultures de pénicilline d'un certain âge présente beaucoup d'analogies avec celle des toxines microbiennes. Le mécanisme de cette sécrétion paraît très complexe.

Les auteurs qui se sont occupés de ce problème ([1]) ont d'abord cherché à

([1]) E. P. Abraham, E. Chain, C. M. Fletcher, A. D. Gardner, N. G. Heatley, M. A. Jennings et H. W. Florey. *The Lancet*, 241, 1941, pp. 177-289; J. R. Challinor, *Nature*, London, 150, 1942, p. 688.

obtenir empiriquement, puis systématiquement des milieux et des souches permettant d'atteindre les taux de pénicilline les plus élevés.

Nous nous sommes efforcés de trouver la signification physiologique de cette substance et nous avons recherché particulièrement les facteurs pouvant en limiter la formation ainsi que les relations existant entre la masse ou l'épaisseur du mycélium, la concentration en éléments nutritifs et la quantité de pénicilline sécrétée.

Nous avons reproduit plusieurs fois nos expériences, mais, étant donné l'instabilité des souches et de la pénicilline elle-même, ainsi que l'imprécision des méthodes de dosage, nous considérons nos conclusions surtout comme des hypothèses permettant de faire progresser notre travail d'analyse.

Nos cultures de *Penicillium notatum* (souche cataloguée NA) ont été effectuées à 25° en surface sur milieu de Czapeck tamponné par $33^g,5$ de phosphate disodique, $16^g,5$ de phosphate monopotassique par litre (pH initial 7,5). Le sucre a été ajouté après stérilisation du milieu : nous mettions en général 4^g de glucose pour 100^{cm^3} de milieu.

Le mycélium peut se développer en présence de grandes quantités de pénicilline; un taux de 10000 Unités Oxford par centimètre cube n'arrête pas le développement du mycélium.

Quant à la production de la pénicilline, nous avons vérifié que 40 à 80 U. O./cm³ de pénicilline, ajoutés au milieu lors de l'ensemencement, n'empêchent pas une production ultérieure de 20 unités/cm³ égale à celle du témoin.

Des apports successifs de glucose (4^g pour 100^{cm^3} chaque fois que le sucre est épuisé) augmentent la masse de mycélium et permettent de porter le taux de 20 à 60 U. O./cm³. Il se produit finalement une acidification jusqu'à pH 3 et la pénicilline disparaît.

Dans une autre série d'expériences nous avons fait varier l'épaisseur du milieu et sa richesse en matières nutritives, la surface libre demeurant égale à 100^{cm^3} (fioles de Fourneau de 1^l).

Expérience 23.

Volume (cm³).	Lactose utilisé en g pour 100cm³.	Pine taux mx. U. O./cm³.	Pine totale max. U. O.	Mycélium sec. (g).	Pine totale / Myc. sec.
25	1,0	40	1000	0,4555	2200
25+175 eau	1	4	800	0,495	1700
200	5,6	40	8000	2,50	3200

Il résulte de cette expérience qu'une dilution du milieu, à valeur nutritive égale, laisse sensiblement constants le maximum de pénicilline totale et le poids sec final de mycélium, et que, pour ce milieu Czapeck, le taux maximum de pénicilline observé est indépendant de l'épaisseur du mycélium.

Toutefois d'autres expériences nous ont montré que, si l'on augmente encore

l'épaisseur du milieu nutritif, ce taux diminue en même temps qu'il est plus lent à s'établir.

Nous pouvons donc conclure de ces essais pour la souche étudiée :

1° Ce n'est pas une toxicité de la pénicilline à l'égard du mycélium, ou une réaction d'équilibre entre la pénicilline libérée et son précurseur, qui limitent le taux de pénicilline obtenue dans un milieu donné.

2° L'épuisement du milieu en sucre n'est pas condition nécessaire pour la libération de la pénicilline.

3° Avec le milieu utilisé, dilué ou non avec de l'eau, la quantité maximum de pénicilline totale produite est sensiblement proportionnelle à la quantité d'éléments nutritifs sur lesquels pousse le mycélium tant que l'épaisseur du mycélium ne dépasse pas des valeurs trop élevées.

A 15h55m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h30m.

L. B.

ERRATA.

(Séance du 12 décembre 1945.)

Note de M. *Marc Krasner*, Théorie de la ramification dans les extensions finies des corps valués : compléments et applications :

Page 737, ligne 23,	*au lieu de*	$\mathfrak{v}_{q,\Pi}/\mathfrak{v}_{q+1}$ est dit	*lire*	et, $\mathfrak{v}_{q,\Pi}/\mathfrak{v}_{q+1}$ étant dit
» » 23,		et que		, que
» » 25,		$\mathfrak{v}_{q,\Pi}\cap\mathfrak{v}'_q\mathfrak{v}_{q+1}$		$\mathfrak{v}_{q,\Pi}\cap\mathfrak{v}'_q/\mathfrak{v}_{q+1}$
» » 30,		$\omega(p)p:(p-1)$		$[\omega(p)p:(p-1)]+\omega(\mathfrak{p})$
» » 31,		$\omega(p):(p-1)$		$[\omega(p):(p-1)]+\omega(\mathfrak{p})$

(Séance du 2 janvier 1946.)

Note de M. *Marc Krasner*, Essai d'une théorie des fonctions analytiques dans les corps valués complets : séries de Taylor et de Laurent issues de ces corps :

Page 38, lignes 19, 21, 23,	*au lieu de*	(1)	*lire*	(2)
» ligne 28,		$\rho_{i-1}<\rho<\rho_i$		$\rho_{i-1}>\rho>\rho_i$
» » 34,		φ^*		$\overline{\varphi}^*$
» » 43,		1945		1934-5
39, » 6,		de l'analyse, dans		de l'analyse dans
» » 20,		$\omega\|\ldots\|$		$\omega(\ldots)$
» » 24,		de la ρ-droite		de la droite
» » 25,		(1)		(2)
» » 26,		$\overline{\rho}'<\rho<\overline{\rho}^*$		$\overline{\rho}^*<\rho<\overline{\rho}'$
» » 32,		$\rho_{i-1}<\rho<\rho_i$		$\rho_{i-1}>\rho>v_i$

(Séance du 14 janvier 1946.)

Note de M. *Marc Krasner*, Essai d'une théorie des fonctions analytiques dans les corps valués complets : fonctions holomorphes et méromorphes :

Page 167, ligne 24, *au lieu de* $\bar{r} \leq |z_i(a) - \alpha| < r$, *lire* $|z_i(a) - \alpha|$ soit dans $[\bar{r}, r)$
» » 28, $\tilde{r}$ $\tilde{r}'$
» » 35, $\mathrm{Log}\,|f(0) + \mathrm{N}(0, r; 0)$ $\mathrm{Log}\,|f(0)| + \mathrm{N}(0, r; 0)$

(Séance du 11 février 1946.)

Note de M. *Jacques Courtois*, Les expanseurs :

Page 377, formule (1), *au lieu de* $(\vec{a}.\vec{a})^{-u}$, *lire* $(\vec{a}.\vec{x})^{-u}$.

Page 378, formule (3), *lire*

$$\Sigma(-1)^{\Sigma_i n_i} \frac{(n_l - 1)!}{(u-1)!\, \Pi_i(n_i!)} \mathrm{A}_{-n_l, n_i} x^{l^{-n_l}} \Pi_i(x^{i^{n_i}}).$$

Page 378, ligne 13 en remontant, *lire* Vis-à-vis des affinités ou changements de coordonnées *réels*, dans les cas simples comme $(\vec{a})^{p/q}$, $\vec{a}$ étant réel, ces déterminations....

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 4 MARS 1946.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE CARTAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le bureau trois fascicules du *Recueil de l'Institut zoologique Torley-Rousseau*, consacrés à **Auguste Lameere** et à son *Précis de Zoologie*.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur un dispositif d'éclairement artificiel des semis.* Note [1] de MM. **Joseph Magrou, Pierre Manigault** et **François Mariat.**

L'expérience qui fait l'objet de la présente Note avait pour but d'obtenir, au cours des mois d'hiver, la germination de graines et la croissance normale de jeunes plantes en établissant, dans les serres expérimentales de l'Institut Pasteur, les conditions de température, d'humidité et d'éclairement du mois de mai. Les deux premières conditions s'obtiennent sans difficultés techniques. Par contre l'éclairement par le vitrage actuel n'est jamais supérieur à 1500 lux en janvier à Paris. Nous avons cherché à obtenir par l'appoint d'un éclairage artificiel une augmentation de l'éclairement de 3000 lux en même temps qu'une augmentation de la durée du jour qui s'est trouvée portée à 15 heures.

Il existe, aux États-Unis en particulier, des dispositifs mettant en œuvre des sources lumineuses très puissantes (500 W), qu'il faut tenir à bonne distance car elles chauffent beaucoup et, quand la diffusion n'est pas parfaite, on assiste à l'étiolement des jeunes plantes.

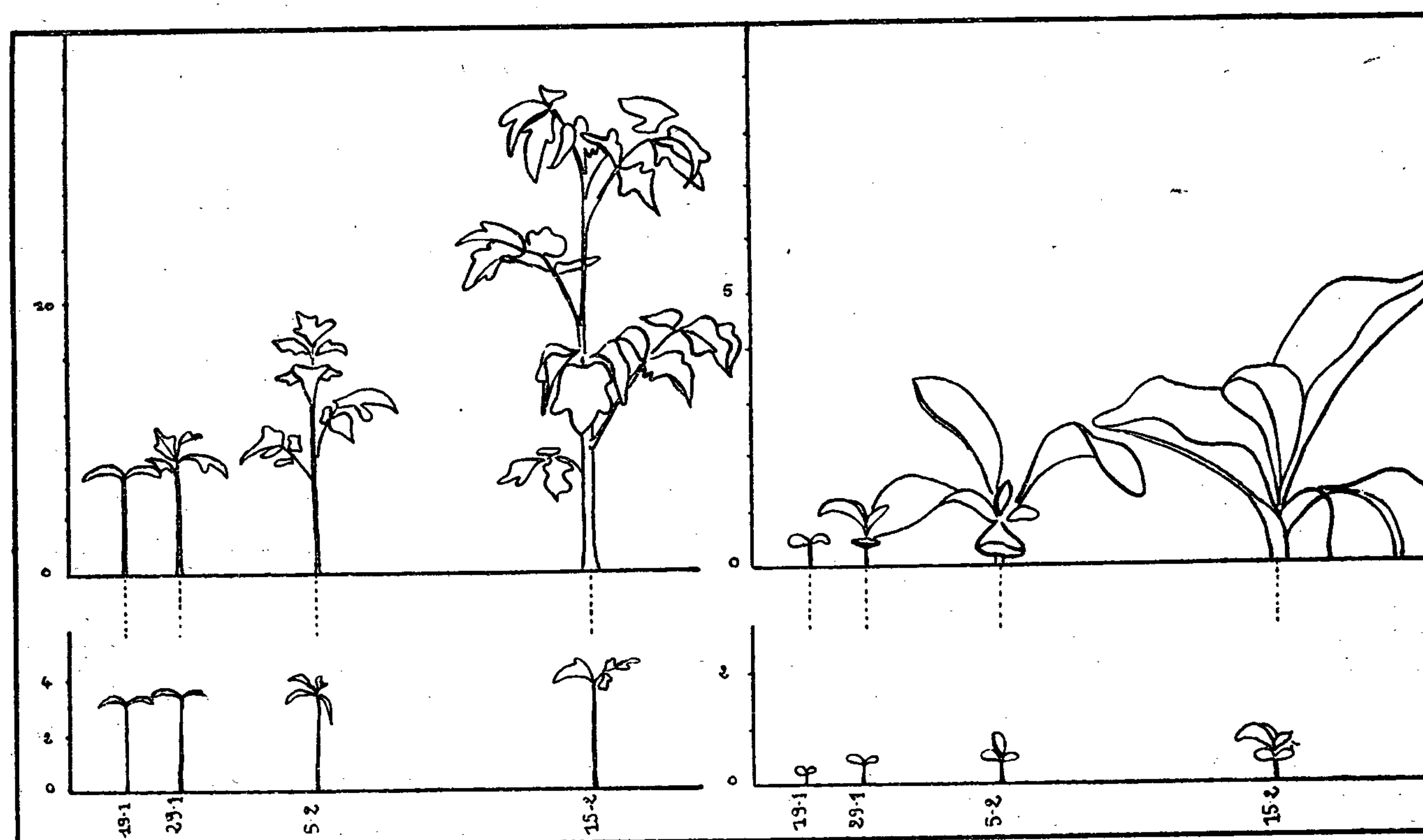
Nous avons obtenu des résultats tout à fait satisfaisants et à très peu de frais en mettant en œuvre le dispositif suivant. La lampe est un tube à fluorescence (L 30) dit *Lumière du jour* de Claude, Paz et Sylva; alimenté par le secteur 110 volts alternatif, il ne dépense que 30 W. Un tube de 1^{m} de longueur et 28^{mm} de diamètre permet d'éclairer 9 pots de 9^{cm}.

La source, dont on règle la position par une suspension très simple, est placée au début à 2^{cm} du sol. On l'élève au fur et à mesure de la croissance des plantes. C'est une source idéale, parce qu'elle diffuse parfaitement une lumière dont la composition spectrale s'écarte très peu de celle de la lumière solaire,

---

(1) Séance du 25 février 1946.

sans dégagement de chaleur appréciable, et les feuilles entourent parfois le tube sans aucun inconvénient. La forme cylindrique de la lampe permet un éclairement régulier de tous les pots sans adjonction d'un réflecteur, qui est indispensable dès que l'on emploie une source quasi ponctuelle comme une lampe à incandescence. L'allumage et l'extinction des lampes sont commandés par un mécanisme d'horlogerie.



En haut, plantes éclairées artificiellement; *en bas*, plantes témoins. (Tomates à gauche, Tabacs à droite.) En abscisses, dates; en ordonnées, hauteur en centimètres.

On a cultivé les témoins à la seule lumière du jour dans des conditions identiques de température et d'humidité.

Les semis ont été effectués le 2 janvier. Dès le 19 janvier les différences entre les plantes exposées et les témoins étaient considérables. Elles se sont encore accentuées après un premier repiquage le 19 janvier et peuvent s'exprimer le 12 février par les observations suivantes :

	Carottes.	Tomates.	Tabac.	Pommes de terre.
1° *Plantes en expérience.*				
Hauteur moyenne (cm)................	16	16	6	6
Nombre de feuilles..................	–	8	6	–
Longueur des plus grandes feuilles (cm).	–	–	6	–
2° *Plantes témoins.*				
Hauteur moyenne (cm)................	6	3	1	0
Nombre de feuilles..................	–	2	2	–
Longueur des plus grandes feuilles (cm).	–	–	1,2	–

Les plantes sont vigoureuses et tout à fait semblables à celles que l'on obtient dans des conditions normales de croissance en mai.

Ces résultats sont pour nous un précieux encouragement. Ils permettent d'envisager durant toute l'année la production des plantes indispensables aux expériences en cours au laboratoire (culture de tissus végétaux, obtention de protéines virus, travaux de sélection etc.).

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Fumariacées. Développement de l'embryon chez le* Corydalis cheilanthifolia *Hemsl.* Note de M. **René Souèges**.

F. Hegelmaier, chez les *Corydalis*, a examiné deux espèces, le *C. ochroleuca* et le *C. cava*. Il a très justement fait remarquer que le plus grand contraste que l'on puisse imaginer existe entre ces deux représentants d'un groupe spécifique cependant très restreint. J'ai montré dernièrement ([1]) les analogies que le *Corydalis lutea* présente avec le *C. ochroleuca*, relativement à la différenciation de trois vésicules haustoriales micropylaires; d'autre part, il est certain que le *C. cheilanthifolia*, qui fait l'objet de ces nouvelles observations, offre avec le *C. cava* les rapports les plus étroits.

Hegelmaier n'a pu suivre rigoureusement la marche de la segmentation au delà du stade dit des quadrants; je me suis efforcé d'aller beaucoup plus loin, mais le sujet, il faut l'avouer, comporte des difficultés réelles, qui, à partir de certains stades, se montrent vraiment insurmontables. Elles tiennent: 1° à la direction indéterminée, le plus souvent oblique, des parois de segmentation; 2° aux grandes variations qui s'observent dans les formes, dès la génération de la tétrade, et à la complexité croissante qui en résulte dans l'ordre de succession et dans la disposition des blastomères.

Au cours d'une première étape, qui va de l'œuf à la formation du proembryon octocellulaire, les blastomères, encore peu nombreux, peuvent être exactement dénombrés et leur filiation rigoureusement déterminée.

En général, au proembryon bicellulaire succède une tétrade globuleuse résultant de segmentations obliques dans la cellule apicale et dans la cellule basale. Dans chacun des quatre éléments de la tétrade s'établissent de nouvelles parois inclinées, assez diversement orientées. Parfois, dans la cellule basale, la division est nettement transversale, donnant deux cellules superposées et faisant ainsi apparaître une tétrade du type filamenteux.

Dans une deuxième étape, qui part du proembryon octocellulaire et se termine au moment où huit éléments se constituent aux dépens de la cellule apicale, la filiation cellulaire peut être encore très exactement suivie dans toute la partie qui tire origine de cette cellule, mais il est beaucoup plus difficile de déterminer ce qui se passe dans ce qui dérive de la cellule basale, cette dernière partie prenant des dimensions plus considérables, subissant des renflements et même des difformités qui ne permettent pas de dénombrer complètement les blastomères et de reconnaître leur vraie disposition dans l'espace. Cette dernière partie, d'ailleurs, est la région des macromères; elle est moins chromatique; elle correspond au suspenseur *sensu stricto* et ne contribue nullement à la formation de l'embryon proprement dit. Les quatre micromères qui composent la région supérieure,

---

([1]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, pp. 161 et 253.

par bipartitions, donnent huit nouveaux éléments, quatre dérivant de la cellule *cd*, fille de la cellule apicale, quatre étant originaires de la cellule *cc*, autre fille de la cellule apicale; ces quatre derniers forment deux groupes, *cf* et *ce*, de deux micromères : l'un des deux micromères produits par *ce*, *cg* généralement, occupe le sommet du proembryon, l'autre, *ch*, est subterminal.

La troisième étape correspond à une véritable période de confusion. Certaines des formes qu'on rencontre au cours de cette étape peuvent être rationnellement rattachées à celles qui s'observent aux étapes précédentes, mais la plupart ne peuvent faire l'objet que d'interprétations purement hypothétiques. On ne peut reconnaître, dans tous les cas, les groupements cellulaires produits par les blastomères primordiaux. D'une façon générale, toutefois, le massif cellulaire tirant origine de *cd* se détache nettement de son voisin, produit par la cellule *m*, fille de la cellule basale, et apparaît donner naissance à l'extrémité inféreiure de l'embryon proprement dit. Quant aux groupements fournis par *cf* et *ch*, ils arriveraient à se souder latéralement, à se fusionner sur un même niveau pour donner la partie médiane du corps embryonnaire, celle qui correspond à l'hypocotyle. La partie cotylée tirerait origine des éléments produits par *cg*.

La quatrième étape se rapporte aux derniers stades de la vie proembryonnaire; elle va jusqu'à l'embryon adulte et comprend le passage de l'état proembryonnaire à l'état d'embryon proprement dit. Elle correspond à une organisation des ébauches, à des orientations cellulaires permettant de distinguer des assises, transversales et longitudinales, et les premières démarcations des tissus fondamentaux, dermatogène d'abord, puis périblème et plérome. Le suspenseur *sensu stricto*, produit par la cellule basale, se distingue assez clairement, par les caractères de ses éléments constitutifs, de l'embryon proprement dit; il commence et finit bientôt par se résorber au contact du tissu endospermique. Les protubérances cotylédonaires apparaissent et poursuivent leur développement.

Le *Corydalis cheilanthifolia* se sépare nettement de toutes les autres Fumariacées examinées jusqu'ici. Il ne donne pas naissance à des vésicules haustoriales micropylaires, aux dépens des cellules *cb* et *cd*, comme l'*Hypecoum procumbens*, aux dépens en outre de l'élément *cf*, comme les *Corydalis ochroleuca* et *lutea*. Il se rapproche du *Fumaria officinalis* en ce sens que la cellule basale se cloisonne en un nombre indéterminé de gros macromères; mais il se différencie de cette dernière espèce par le comportement du blastomère *cd*, qui, chez les *Fumaria*, produit également des macromères venant accroître le nombre des éléments du suspenseur proprement dit. Le *Fumaria officinalis* a pu, dans la classification embryogénique, être rangé dans la deuxième période comme le *Medicago Lupulina*; c'est à côté du *Tripolium minus*, dans la première période de la même classification, que le *Corydalis cheilanthifolia* viendrait se placer, en raison de la forme globuleuse que prend généralement la tétrade et de la production d'un suspenseur proprement dit aux dépens de la seule cellule basale [1].

---

(1) L'histoire aussi complète et aussi précise que possible du développement de l'embryon du *Corydalis cheilanthifolia* sera publiée prochainement, dans un autre recueil, accompagnée de nombreuses figures.

ÉLECTIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, M. **N. M. Vinogradow** est élu Correspondant pour la Section de Géométrie en remplacement de Sir *Joseph Larmor*, décédé, et M. **Paul Niggli** est élu Correspondant pour la Section de Minéralogie en remplacement de M. *Giuseppe Cesàro*, décédé.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Thomas Greenwood. *Essais sur la pensée géométrique. La Nature du Transfini.*

2° *Portugaliae Physica.* Volume I, 1943-1945.

3° *Annales de Géophysique.* Tome I, 1944-1945. Fascicule 3.

4° Sveriges geologiske Undersökning. *Bladet* « *Lidköping* », « *Lummelunda* », « *Hedemora* », « *Horndal* » et descriptions de ces cartes.

M. **Louis Bréguet** prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats à l'une des places vacantes dans la Section de Géographie et Navigation.

STATISTIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'estimation des corrélations des caractères avec le facteur général et les facteurs de groupe et sur l'écart-type de cette estimation, en analyse factorielle.* Note (¹) de M. **Pierre Delaporte**, présentée par M. Émile Borel.

Les diverses méthodes d'analyse factorielle qui ont été proposées à la suite des travaux de C. Spearman consistent en une décomposition en facteurs général, de groupes et spécifiques, des corrélations qui existent entre l caractères A, B, C, ..., L, mesurés sur un échantillon de n individus prélevés dans une population inconnue.

En désignant par Γ le facteur général et par ρ les coefficients de corrélation de la population, Spearman [2] indique comme méthode d'estimation du coefficient de corrélation du facteur général avec le caractère A :

$$(1)\qquad \rho^2_{A\Gamma}=\frac{\rho_{AB}\rho_{AC}}{\rho_{BC}}=\frac{\rho_{AB}\rho_{AD}}{\rho_{BD}}=\ldots=\frac{\rho_{AK}\rho_{AL}}{\rho_{KL}}=\frac{\rho_{AB}\rho_{AC}+\rho_{AB}\rho_{AD}+\ldots+\rho_{AK}\rho_{AL}}{\rho_{BC}+\rho_{BD}+\ldots+\rho_{KL}}.$$

L'estimation $r_{A\Gamma}$ de $\rho_{A\Gamma}$, que l'on obtient en remplaçant les coefficients de corrélation ρ par leurs valeurs observées r, est mauvaise au point de vue de la

(¹) Séance du 18 février 1946.

(²) *The Abilities of Man*, London, 1932, appendice p. XVI, formule (20).

statistique mathématique, car elle ne tient pas compte de la loi de probabilité de l'erreur d'échantillonnage du coefficient de corrélation observé et, pour des corrélations élevées; il est fréquent d'obtenir pour $r^2_{A\Gamma}$ des valeurs supérieures à 1 alors qu'il ne devrait pas pouvoir dépasser cette valeur.

Des résultats beaucoup plus précis sont obtenus en cherchant pour estimation de $\rho_{A\Gamma}$ la moyenne pondérée ayant l'écart-type minimum

$$(2)\qquad r^2_{A\Gamma}=\left(\frac{r_{AB}r_{AC}}{r_{BC}\sigma^2_{A,BC}}+\frac{r_{AB}r_{AD}}{r_{BD}\sigma^2_{A,BD}}+\ldots+\frac{r_{AK}r_{AL}}{r_{KL}\sigma^2_{A,KL}}\right)\Big/\left(\frac{1}{\sigma^2_{A,BC}}+\frac{1}{\sigma^2_{A,BD}}+\ldots+\frac{1}{\sigma^2_{A,KL}}\right),$$

où $\sigma_{A,BC}$ est l'écart type de $r_{AB}r_{AC}/r_{BC}$ etc. Cherchons les valeurs de ces σ.

Si x et y suivent une loi de Laplace-Gauss à 2 variables, en désignant par v_x le coefficient de variation $\sigma_x/\mathrm{E}[x]$, le quotient $\mathrm{I}=y/x$ a pour écart-type ([3])

$$\sigma^2_{\mathrm{I}}=\frac{\mathrm{E}[y]}{\mathrm{E}[x]}\{v^2_x-2\rho_{xy}v_xv_y+v^2_y+8v^4_x-16\rho_{xy}v^3_xv_y+3v^2_xv^2_y+5\rho^2_{xy}v^2_xv^2_y+\ldots\}.$$

Posons $y=z.t$; en négligeant les corrélations qui existent entre x, z et t, on obtient $v^2_y=v^2_z+v^2_t+v^2_zv^2_t$, puis en remplaçant x par ρ_{ij}, z par ρ_{ik}, t par ρ_{jk}, on obtient

$$(3)\qquad \sigma^2_{k,ij}=\frac{\rho_{ik}\rho_{jk}}{\rho_{ij}}\{(v^2_{ik}+v^2_{jk}+v^2_{ij}+v^2_{ik}v^2_{jk})(1+3v^2_{ij})+5v^4_{ij}+\ldots\}=\frac{\rho_{ik}\rho_{jk}}{\rho_{ij}}\mathrm{W}_{k,ij}.$$

Le premier facteur du produit a pour valeur $\rho^2_{k\Gamma}$, il est donc indépendant de i et de j; il suffira donc d'utiliser les $\mathrm{W}_{k,ij}$ comme poids dans la formule (2), qui devient

$$(4)\qquad r^2_{A\Gamma}=\left[\sum_{ij}\frac{r_{Ai}r_{Aj}}{r_{ij}\mathrm{W}_{A,ij}}\right]\Big/\sum_{ij}\frac{1}{\mathrm{W}_{A,ij}};$$

les sommes $\sum_{ij}$ sont étendues à tous les $(1/2)(l-1)(l-2)$ couples de caractères, ne comprenant pas A si les caractères ne sont liés que par un facteur général. S'il existe des facteurs de groupe, les sommes ne devront être étendues qu'aux couples ij tels qu'aucun des ρ_{ij}, ρ_{Ai}, ρ_{Aj} ne fasse intervenir de facteur de groupe.

Si l'on applique la formule (4) à l'estimation du facteur général, on prendra $v_{ik}=(1-r^2_{ik})/(r_{ik}\sqrt{n-1})$. Si au contraire on estime un facteur de groupe α d'après les résidus $r'_{ik}=r_{ik}-r_{i\Gamma}r_{j\Gamma}$ obtenus après élimination du facteur général Γ, on remplace v_{ik} par $v'_{ik}=\sigma^2_{r'_{ik}}/r'_{ik}$ où $\sigma^2_{r'_{ik}}=\sigma^2_{r_{ik}}+\sigma^2_{r_{i\Gamma}}r^2_{k\Gamma}+\sigma^2_{r_{k\Gamma}}r^2_{i\Gamma}+\sigma^2_{r_{i\Gamma}}\sigma^2_{r_{k\Gamma}}$.

L'écart-type du coefficient de corrélation d'un caractère A avec le facteur général Γ, estimé au moyen de la formule (4), est donné par

$$(5)\qquad \sigma_{r_{A\Gamma}}=\left(\sum_{ij}\frac{1}{\sigma^2_{A,ij}}\right)^{-\frac{1}{2}}=\rho_{A\Gamma}\Big/\left(\sum_{ij}\frac{1}{\mathrm{W}_{A,ij}}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

([3]) A. S. Merrill, *Biometrika*, 20, 1928, p. 56.

La loi de distribution de $r_{A\Gamma}$ autour de $\rho_{A\Gamma}$ tend vers une loi de Laplace-Gauss lorsque le nombre des termes de $\sum_{ij}$ des formules (4) et (5) est grand, car (5) est une moyenne arithmétique.

L'écart-type du coefficient de corrélation d'un caractère A avec un facteur de groupe α estimé avec la formule (4) appliquée aux résidus r' et à ρ'

$$(6)\quad r_{A\alpha}^2 = \left[\sum_{ij} \frac{r'_{Ai} r'_{Aj}}{r'_{ij} W'_{A,ij}}\right] \bigg/ \sum_{ij} \frac{1}{W'_{A,ij}} \quad \text{serait} \quad \sigma_{r_{A\alpha}} = \left(\sum_{ij} \frac{1}{\sigma'^2_{A,ij}}\right)^{-\frac{1}{2}} = \rho_{A\alpha} \bigg/ \left(\sum_{ij} \frac{1}{W'_{A,ij}}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Les formules (6) se généralisent immédiatement aux résidus d'ordre supérieur obtenus après extraction de plusieurs facteurs.

ALGÈBRE TOPOLOGIQUE. — *Sur les modules localement compacts.* Note [1] de M. **Jean Braconnier**, présentée par M. Élie Cartan.

On dit qu'un *module* (à gauche) M sur un anneau [2] *topologique* A est un A-*module topologique* si M est muni d'une topologie *compatible* avec la structure de son groupe additif, et telle que $(\lambda, x) \rightarrow \lambda x$ soit une application bilinéaire *continue* de $A \times M$ dans M. Si M est un A-module (à droite), on peut considérer M comme un module (à gauche) sur l'anneau A^0 opposé de A, et l'on dira que M est un A-module topologique si M, considéré comme A^0-module (à gauche), est un A^0-module topologique. Cette remarque permet de déduire des propriétés des A-modules à gauche les propriétés correspondantes des A-modules à droite. L'anneau topologique A, lui-même, peut être considéré comme un A-module (à gauche) A_s (resp. à droite A_d) topologique, avec la loi externe dédoublée à gauche (resp. à droite) de la multiplication. Si M et M_1 sont deux A-modules topologiques, nous désignerons par $\mathcal{L}(M, M_1)$ le groupe topologique [3] des applications linéaires continues de M dans M_1.

---

(1) Séance du 18 février 1946.

(2) Nous utiliserons les notations et la terminologie des *Éléments de Mathématique* de N. Bourbaki (*Act. Scient. et Ind.*, nos **846**, **858**, **916** et **964**). En particulier, un *module à gauche* (resp. *à droite*) M sur un anneau A (dont l'addition et la multiplication sont respectivement notées par $\lambda + \mu$ et $\lambda\mu$) est un groupe abélien (noté additivement) à opérateurs dont le domaine d'opérateurs est A et dont la loi externe {notée $(\lambda, x) \rightarrow \lambda x$ [resp. $(\lambda, x) \rightarrow x\lambda$]} vérifie les relations suivantes : quels que soient $\lambda \in A$, $\mu \in A$, $x \in M$ et $y \in M$, $\lambda(x+y) = \lambda x + \lambda y$, $(\lambda+\mu)x = \lambda x + \mu x$, $\lambda(\mu x) = \lambda\mu x$ (resp. $(x+y)\lambda = x\lambda + y\lambda$, $x(\lambda+\mu) = x\lambda + x\mu$, $(x\mu)\lambda = x\mu\lambda$).

(3) Il s'agit ici du groupe des applications linéaires continues de M dans M_1 muni de la topologie suivante : lorsque U décrit l'ensemble des voisinages de O dans M_1 et C l'ensemble des parties *compactes* de M, l'ensemble V(C, U) des $u \in \mathcal{L}(M, M_1)$ tels que $u(C) \subset U$ décrit un système fondamental de l'élément neutre dans $\mathcal{L}(M, M_1)$.

Dans ce qui suit, nous nous occuperons des modules topologiques *localement compacts* sur un anneau *localement compact* ([4]).

Soit M un module (à gauche) *localement compact* sur un anneau *localement compact* A. La loi externe $(\lambda, \hat{x}) \to \hat{x}\lambda$ [$\hat{x}\lambda$ désignant l'application composée du *caractère* $\hat{x}$ et de l'homothétie $x \to \lambda x (\lambda \in \mathrm{A})$] fait du *dual* ([5]) $\widehat{\mathrm{M}}$ du groupe additif de M un A-module (à droite) *topologique* localement compact, qu'on dit *associé* à M. On définit de même le A-module (à gauche) associé à un A-module (à droite) localement compact. On a le

Théorème I. — *Si* M *est un* A-*module* (*à gauche*) *localement compact, si* $\widehat{\mathrm{M}}$ *désigne le* A-*module* (*à droite*) *associé à* M *et si* M′ *désigne le* A-*module* (*à gauche*) *associé à* $\widehat{\mathrm{M}}$, *les* A-*modules* M *et* M′ *sont isomorphes.*

Si N est un sous-module fermé de M, l'ensemble des $\hat{x} \in \widehat{\mathrm{M}}$ tels que $\hat{x}(\mathrm{N}) = \{0\}$ est un sous-module fermé $\mathrm{N}^\star$ de $\widehat{\mathrm{M}}$, dit conjugué de N; l'associé du A-module N est le A-module quotient $\widehat{\mathrm{M}}/\mathrm{N}^\star$ et le conjugué de $\mathrm{N}^\star$ dans M est N. Si M et M_1 sont deux A-modules localement compacts, les groupes topologiques $\mathcal{L}(\mathrm{M}, \mathrm{M}_1)$ et $\mathcal{L}(\widehat{\mathrm{M}}_1, \widehat{\mathrm{M}})$ sont isomorphes. Dans un A-module localement compact M, la composante connexe K de zéro et la réunion F des sous-groupes compacts sont des sous-modules fermés. En particulier, dans l'anneau localement compact A, la composante connexe $\mathfrak{k}$ de zéro et la réunion $\mathfrak{k}$ des sous-groupes compacts sont des idéaux bilatères fermés et

Théorème 2. — *On a* $\mathfrak{f}\mathrm{K} = \mathfrak{k}\mathrm{F} = \{0\}$.

D'où le

Théorème 3. — *Dans un anneau localement compact* A, $\mathfrak{k}$ *et* $\mathfrak{f}$ *sont des idéaux bilatères fermés qui s'annulent mutuellement.* $\mathfrak{k} + \mathfrak{f}$ *est un idéal bilatère ouvert de* A; $\mathfrak{k}/\mathfrak{k}(\cap\mathfrak{f})$ *est une algèbre de rang fini sur le corps des réels et* $\mathfrak{f}/(\mathfrak{k}\cap\mathfrak{k})$ *est un anneau totalement discontinu ainsi que son associé.*

Si E est un *espace vectoriel* localement compact sur un corps localement compact, son associé est un espace vectoriel localement compact sur le même corps.

Théorème 4. — *Si* K *est un corps localement compact non discret, l'associé de l'espace vectoriel* K_s (*resp.* K_d) *est l'espace vectoriel* K_d (*resp.* K_s).

En effet, si $\hat{\alpha}$ est un caractère non nul de K, on montre que $\lambda \to \hat{\alpha}\lambda$ est un isomorphisme de K_d sur l'associé de l'espace vectoriel K_s. Enfin, si E est un espace vectoriel localement compact sur le corps K, si u est une *forme linéaire continue* sur E et si $\hat{u}$ est la *transposée* de u ($\hat{u}$ est donc une application linéaire

(4) La démonstration des résultats énoncés ici sera publiée dans un autre Recueil.

(5) Sur la théorie de la dualité dans les groupes localement compacts, voir par exemple A Weil, *L'intégration dans les groupes topologiques* (*Act. Scient. et Ind.*, n° **869**).

continue de $\widehat{K}_s$ dans $\widehat{E}$), on montre que $u \to \hat{u}(\hat{\alpha})$ est un isomorphisme de l'espace vectoriel topologique $\widetilde{E}$ *dual* (6) de E, sur $\widehat{E}$. Cet isomorphisme fait correspondre au sous-espace vectoriel fermé de $\widetilde{E}$, formé par les $u \in \widetilde{E}$ tels que $u(F) = \{0\}$ (F étant un sous-espace vectoriel fermé de E), le sous-espace vectoriel F^* de $\widehat{E}$. Au point de vue de la dualité on peut donc confondre les espaces vectoriels topologiques $\widetilde{E}$ et $\widehat{E}$.

THÉORIE DES GROUPES. — *Sur quelques propriétés des fonctions de type positif définies sur un groupe quelconque.* Note de M. **Roger Godement** (1), présentée par M. Élie Cartan.

1. G désigne un groupe localement compact, d'élément unité e, L l'ensemble des fonctions numériques définies sur G, continues, et nulles en dehors d'ensembles compacts, dx la mesure de Haar sur G, invariante *à gauche*, L^p l'espace des fonctions dont la $p^{\text{ième}}$ puissance est sommable pour dx sur G, muni de la norme

$$\|f\|_p = \left\{ \int |f(x)|^p \, dx \right\}^{\frac{1}{p}},$$

P l'ensemble des fonctions $\varphi(x)$, sommables sur tout compact, vérifiant

$$\iint \varphi(x^{-1}y) f(x) \overline{f(y)} \, dx \, dy \geq 0 \qquad \text{pour toute } f \in L,$$

ensemble muni de la relation d'ordre

$$\varphi < \psi \qquad \text{pour } \psi - \varphi \in P,$$

$\mathfrak{P}$ l'ensemble des $\varphi(x)$ *continues* de P. On sait (2) que toute $\varphi \in \mathfrak{P}$, ou même de P, définit une représentation unitaire continue de G dans un espace hilbertien; on dira que $\varphi \in \mathfrak{P}$ est *élémentaire* si la représentation associée est

---

(6) Si M est un module (à gauche) topologique sur un anneau *localement compact* A, la loi de composition externe $(\lambda, u) \to u\lambda$ [u étant une forme linéaire continue et $u\lambda$ la forme définie par $x \to u(x)\lambda$] fait du groupe topologique $\mathcal{L}(M, A)_s$ [cf. (2)] un A-module (à droite) *topologique* qu'on appelle le *dual* du module M et qu'on note $\widetilde{M}$.

(1) M. Henri Cartan m'a apporté une aide considérable en particulier, je lui dois la notion de spectre et l'idée essentielle du théorème 3 de cette Note.

(2) Cf. Gelfand et Raïkov, *Recueil Math. Moscou*, 13, 1943. En raison de circonstances diverses, je n'ai pu prendre connaissance de ce mémoire fondamental qu'en février 1946. Quelques-uns des résultats que j'ai publiés antérieurement dans les *Comptes rendus* (**221**, 1945, pp. 69-71, théorème; **222**, 1946, pp. 213-215, théorème 2) s'y trouvent déjà, à côté d'autres auxquels la présente Note, § **1**, apporte des compléments essentiels.

irréductible, et l'on appellera *polynome trigonométrique* sur G toute combinaison linéaire, à coefficients constants, d'un nombre fini de fonctions élémentaires. L'ensemble de ces polynomes est invariant par *translation*; et aussi par *régularisation*, opération qui fait passer d'une $\varphi \in \mathrm{P}$ à la fonction de $\mathfrak{P}$ donnée par

$$\varphi^f(s) = \iint \varphi(x^{-1}sy) f(x) \overline{f(y)}\, dx\, dy \qquad (f \in \mathrm{L}).$$

D'autre part, étant donnée une $\varphi \in \mathfrak{P}$, les fonctions de $\mathfrak{P}$ qui sont de la forme

$$\psi(x) = \sum_{i,j=1}^{n} \alpha_i \alpha_j \varphi(s_i^{-1} x s_j),$$

ou *sommes* finies de telles fonctions, ou enfin limites, *uniformes sur tout compact*, de telles sommes, seront dites fonctions *de base* φ; et le *spectre* de φ sera l'ensemble des ψ *élémentaires* de base φ qui vérifient $\psi(e) = 1$. Ceci étant, on peut prouver les théorèmes suivants :

Théorème 1. — *a. Toute fonction continue sur* G *est limite,* UNIFORME SUR TOUT COMPACT, *de polynomes trigonométriques;*

b. Toute mesure de Radon *complexe* μ *sur G, et de masse totale finie, qui vérifie*

$$\int \varphi(x)\, d\mu(x) = 0$$

pour toute $\varphi \in \mathfrak{P}$ ÉLÉMENTAIRE, *est identiquement nulle.*

Théorème 2. — *Toute fonction de* P, *qui est bornée sur un voisinage de l'unité dans* G, *coïncide presque partout sur* G *avec une fonction continue* (et est donc dans $\mathfrak{P}$).

Théorème 3. — *Toute fonction* $\varphi(x)$, *continue et de type positif* (c'est-à-dire de $\mathfrak{P}$), *est limite,* UNIFORME SUR TOUT COMPACT, *de polynomes trigonométriques, de base* φ, *de la forme*

$$\alpha_1 \varphi_1(x) + \ldots + \alpha_n \varphi_n(x) \qquad \left(\alpha_i \geqq 0,\ \Sigma \alpha_i \leqq \varphi(e)\right),$$

où les φ_i APPARTIENNENT AU SPECTRE DE φ.

Théorème 4. — *Si une fonction* $f(x)$, *continue et bornée sur* G, *non identiquement nulle, appartient* ([3]) *à la classe* L^1, *il existe au moins une fonction* ÉLÉMENTAIRE *non nulle qui est limite, uniforme surtout compact, de combinaisons linéaires de translatées de f.*

2. En ce qui concerne les fonctions de type positif et de *carrés sommables*, la théorie du produit de composition dans L^2, conjuguée avec les méthodes

---

([3]) Cette restriction est vraisemblablement superflue. On sait que, sur la droite numérique, le théorème 4 a été démontré par A. Beurling, sous la seule condition que f soit uniformément continue et uniformément bornée (Cf. *Acta Math.*, 77, 1945).

classiques de la théorie des opérateurs hermitiens, conduit aux résultats suivants, où l'on pose

$$\mathrm{P}^2 = \mathrm{P} \cap \mathrm{L}^2, \qquad \mathfrak{T}^2 = \mathfrak{T} \cap \mathrm{L}^2, \qquad \varphi \gtrless \psi(x) = \int \varphi(xy)\,\overline{\psi(y)}\,dy \qquad (\text{pour } \varphi,\ \psi \in \mathrm{P}^2).$$

THÉORÈME 5. — *$\mathfrak{T}^2$ est dense dans P^2 (au sens de L^2).*

THÉORÈME 6. — *Toute fonction $\varphi \in \mathfrak{T}^2$ est de la forme*

$$\varphi(x) = \int \psi(xy)\,\overline{\psi(y)}\,dy, \qquad \text{où } \psi \in \mathrm{P}^2$$

et est donc limite, uniforme sur G, *de fonctions de $\mathfrak{T}^2$ nulles en dehors de compacts.*

THÉORÈME 7. — *Toute fonction $\varphi \in \mathrm{P}^2$ admet une décomposition spectrale donnée symboliquement par*

$$\varphi = \int_0^{+\infty} \frac{1}{\lambda}\, de_\lambda,$$

où les e_λ sont des fonctions de $\mathfrak{T}^2$ qui vérifient les propriétés suivantes :

(*a*) $$e_\lambda(x) = \int e_\lambda(xy)\,\overline{e_\lambda(y)}\,dy = e_\lambda \gtrless e_\lambda(x),$$

(*b*) $$e_\lambda \gtrless e_\mu = e_\mu \gtrless e_\lambda = e_\nu, \qquad \textit{où } \nu = \inf.(\lambda, \mu),$$

(*c*) $\lambda \leqq \mu$ *entraîne* $e_\lambda < e_\mu$ *au sens de* $\mathfrak{T}$.

Le théorème 7 prouve l'existence de fonctions continues, de type positif et de carrés sommables, telles que

$$\varphi(x) = \int \varphi(xy)\,\overline{\varphi(y)}\,dy \qquad \text{pour tout } x \in \mathrm{G}.$$

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Quelques inégalités nouvelles sur les dérivées des fonctions.* Note de M. **Nikola Obrechkoff**, présentée par M. Paul Montel.

Soient $f(x)$ et $\varphi(x)$ deux fonctions réelles de la variable réelle x qui, pour $x > a$, admettent des dérivées d'un ordre n, $\varphi^{(n)}(x)$ ne s'annulant pas pour $x > a$. Soit encore $|f^{(n)}(x)| \leqq |\varphi^{(n)}(x)|$ pour $x > a$ et supposons qu'il existe une suite

(1) $$y_1, y_2, y_3, \ldots, y_n \to +\infty,$$

et un nombre entier positif ou nul $m < n$, tels que les limites

(2) $$\lim_{\lambda \to \infty} \frac{f(y_\lambda)}{y_\lambda^m} = \mathrm{A}, \qquad \lim_{\lambda \to \infty} \frac{\varphi(y_\lambda)}{y_\lambda^m} = \mathrm{B}$$

existent. Désignons par

$$g(f; x_0, x_1, \ldots, x_n) = \sum_{i=0}^{n} \frac{f(x_i)}{\mathrm{F}'(x_i)}, \qquad \mathrm{F}(x) = \prod_{i=0}^{n} (x - x_i),$$

les différences divisées pour la fonction $f(x)$. *Nous avons l'inégalité suivante*

$$(3) \qquad |g(f;\, x_0, x_1, \ldots, x_m) - \mathrm{A}| \leqq |g(\varphi;\, x_0, x_1, \ldots, x_m) - \mathrm{B}|$$

pour tous les nombres $x_0, x_1, \ldots, x_m$ *plus grands que* a.

En effet, on peut extraire de la suite (1) une suite partielle $t_1 < t_2 < t_3 < \ldots$, telle que $t_\lambda/t_{\lambda+1} \to 0$. On démontre facilement, pour les nombres arbitraires x_0, $x_1, x_2, \ldots, x_n$, plus grands que a, l'égalité suivante

$$(4) \qquad \frac{g(f;\, x_0, x_1, \ldots, x_n)}{g(\varphi;\, x_0, x_1, \ldots, x_n)} = \frac{f^{(n)}(z)}{\varphi^{(n)}(z)},$$

où z est un nombre compris entre le plus petit et le plus grand des nombres $x_0, x_1, \ldots, x_n$. De (4) on déduit, d'après les hypothèses du théorème,

$$(5) \qquad |g(f;\, x_0, x_1, \ldots, x_n)| \leqq |g(\varphi;\, x_0, x_1, \ldots, x_n)|.$$

Posons alors

$$n = m + p + 1, \qquad x_{m+1} = t_\lambda, \qquad x_{m+2} = t_{\lambda+1}, \quad \ldots, \quad x_n = t_{\lambda+p}.$$

On peut écrire

$$\mathrm{I}_f = (-1)^{p+1} t_\lambda t_{\lambda+1} \ldots t_{\lambda+p}\, g(f;\, x_0, x_1, \ldots, x_n) = \sum_{i=0}^{m} \mathrm{M}_i + \sum_{s=0}^{p} \mathrm{N}_s,$$

avec

$$\mathrm{M}_i = (-1)^{p+1} t_\lambda \ldots t_{\lambda+p} \frac{f(x_i)}{\mathrm{F}'(x_i)\,\Phi(x_i)}, \qquad \mathrm{F}(x) = \prod_{i=0}^{m} (x - x_i),$$

$$\mathrm{N}_s = (-1)^{p+1} t_\lambda \ldots t_{\lambda+p} \frac{f(t_{\lambda+s})}{\mathrm{F}(t_{\lambda+s})\,\Phi'(t_{\lambda+s})}, \qquad \Phi(x) = \prod_{s=0}^{p} (x - t_{\lambda+s}).$$

Faisons maintenant tendre λ vers l'infini. On obtient facilement

$$\lim_{\lambda\to\infty} \mathrm{M}_i = \frac{f(x_i)}{\mathrm{F}'(x_i)}, \qquad \lim_{\lambda\to\infty} \mathrm{N}_0 = -\mathrm{A}, \qquad \lim_{\lambda\to\infty} \mathrm{N}_s = 0, \qquad s > 0,$$

d'où il suit que

$$(6) \qquad \lim \mathrm{I}_f = g(f;\, x_0, x_1, \ldots, x_m) - \mathrm{A}.$$

De (5), on tire $|\mathrm{I}_f| \leqq |\mathrm{I}_\varphi|$. Si $\lambda \to \infty$, en utilisant la formule (6), on obtient tout de suite l'inégalité (3).

En particulier, si l'on fait tendre les nombres $x_0, x_1, \ldots, x_m$ vers un nombre $x > a$, on obtient l'inégalité suivante

$$|f^{(m)}(x) - m!\,\mathrm{A}| \leqq |\varphi^{(m)}(x) - m!\,\mathrm{B}|.$$

Dans le cas où

$$\varphi(x) = \mathrm{K}(x + b)^{m-\varepsilon} \qquad (\varepsilon > 0),$$

on obtient comme cas particulier le théorème :

Soit $f(x)$ une fonction qui admet la dérivée $f^{(n)}(x)$ satisfaisant à la condition

$$|f^{(n)}(x)| \leq \frac{M}{(x+b)^q}, \qquad b > -a, \qquad q > n-m,$$

pour $x > a$. Supposons que, pour la suite (1) et pour un nombre entier $m > 0$, la limite $\lim_{\lambda \to \infty} [f(y_\lambda)/y_\lambda^m] = A$ existe. Alors, pour $x > a$, on a

$$|f^{(m)}(x) - m!\,A| \leq \frac{M_1}{(x+b)^{q-n+m}}, \qquad M_1 = \frac{M}{(q-n+m)(q-n+m+1)\ldots(q-1)}.$$

En utilisant une formule de M. P. Montel ([1]), on voit facilement que les théorèmes restent valables lorsque la fonction $f(x)$ est complexe.

On a aussi des inégalités analogues pour les fonctions de plusieurs variables réelles.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *État liquide; statistique des chocs et équation d'état interne*. Note ([1]) de M. **Roger Mérigoux**, présentée par M. Henri Villat.

J'ai montré ([2]) l'utilité, pour l'état liquide, d'une *équation d'état interne* pouvant s'écrire $\mathcal{F}(r_1) = \alpha \frac{3\,RT}{2\,N} + \varphi(p)$, où r_1 est le rayon d'impénétrabilité moléculaire, $\mathcal{F}(r_1)$ le potentiel correspondant et où la valeur du coefficient empirique α doit être prise égale à 12. Cette valeur peut paraître singulièrement élevée et il est bon d'essayer de la justifier.

Une des principales raisons que l'on peut invoquer est l'inégale probabilité des chocs entre particules : les chocs violents ayant plus de chance de se produire que les chocs faibles. La proximité des molécules d'un liquide rend difficile la statistique des chocs; mais on peut s'en faire une idée en utilisant les résultats auxquels conduit le problème très simple suivant : deux sphères de rayon ρ_0 sont *encagées* sur un segment de droite de longueur l. Elles se heurtent élastiquement et heurtent de la même manière les limites du segment sur lequel leurs centres sont astreints à se déplacer. Deux chocs pouvant se produire :

a. le petit choc, qui correspond à une différence de vitesses ayant même direction;

b. le grand choc, correspondant à une addition de vitesses S ayant des directions contraires. Si les positions initiales et les vitesses u_1 et u_2 des sphères sont choisies arbitrairement, aux huit secteurs du plan (u_1, u_2) déterminés par les axes et les bissectrices, correspondent huit formes différentes de la probabi-

([1]) *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, **16**, 1937, pp. 219-236.

([1]) Séance du 18 février 1946.

([2]) *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 611; **222**, 1946, p. 57; **222**, 1946, p. 138.

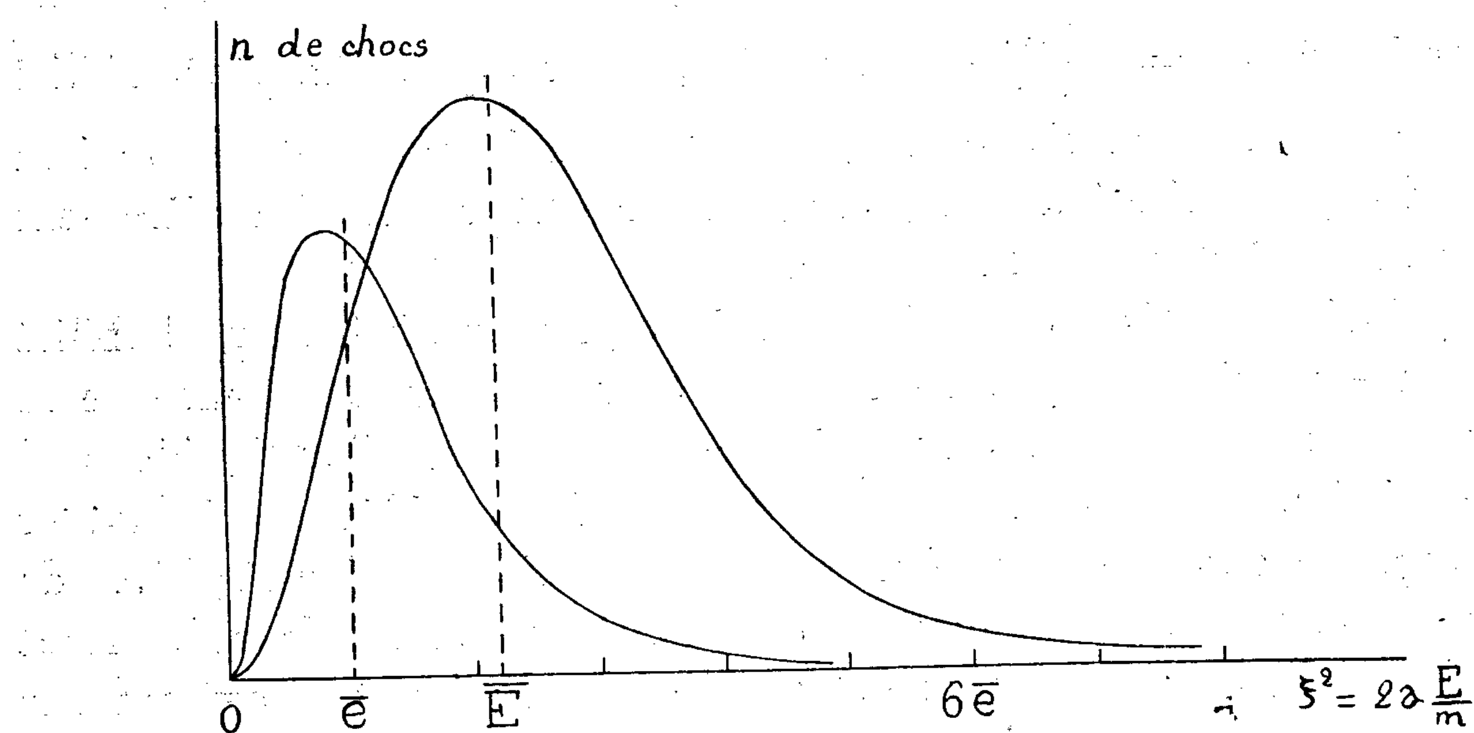
lité P pour que le premier choc qui se produise soit un petit choc. Si ω est le rapport de la vitesse la plus petite à la vitesse la plus grande, cette probabilité est zéro ou une fonction de ω. Elle est indépendante de ρ_0 et de l.

La probabilité P, lorsqu'elle n'est pas nulle, n'a une valeur appréciable que si ω diffère suffisamment de l'unité. Dans un ensemble de cages où les distributions des vitesses u_1 et u_2 obéiraient séparément à une loi de Maxwell, la probabilité d'un petit choc serait négligeable.

Considérons un grand nombre de ces cages et, pour les vitesses u_1 et u_2, qui ne peuvent que s'échanger à l'intérieur d'une cage, la loi de distribution

$$P(u, du) = Bu^2 e^{-au^2} du.$$

Appelons $E_1 = \mathfrak{F}(r)$ l'énergie potentielle de pénétration maxima mise en jeu dans un grand choc et qui a pour valeur $1/2\, m(u_1 + u_2)^2/2$; (u_1 et u_2 sont les valeurs absolues des vitesses que nous considérerons seules maintenant). Cela revient à négliger les petits chocs et à intégrer seulement dans le premier des huit secteurs du plan (u_1, u_2). Dans chaque cage le nombre des chocs est, par unité de temps, $(u_1 + u_2)/2l$.



Si l'on pose

$$u_1 + u_2 = \sqrt{\frac{2}{a}}\xi, \qquad u_1 - u_2 = \sqrt{\frac{2}{a}}\alpha,$$

on a

$$\overline{E}_1 = \frac{m}{2a} \frac{\iint (\xi^2 - \alpha^2)^2 \xi^3 e^{-(\alpha^2+\xi^2)} d\alpha\, d\xi}{\iint (\xi^2 - \alpha^2)^2 \xi\, e^{-(\alpha^2+\xi^2)} d\alpha\, d\xi}.$$

Si $\bar{e}$ est l'énergie moyenne de translation d'une sphère, on a $\overline{E}_1 = 2,17\bar{e}$, et l'on voit que la distribution des chocs, en fonction de l'énergie mise en jeu, est donnée par la loi

$$C(\xi) = \int_0^\infty \xi(\xi^2 - \alpha^2)^2 e^{-(\xi^2+\alpha^2)} d\alpha.$$

Sur la figure ci-jointe, la petite courbe représente la distribution des particules en fonction de leur énergie de translation e, et la grande courbe, la distribution des chocs en fonction de l'énergie E_1 mise en jeu. On voit que les chocs se répartissent de l'énergie zéro à $6\bar{e}$. Si l'on admet une analogie entre ce problème très simple et l'encagement des particules d'un liquide, on voit que la valeur élevée du coefficient $\alpha = 12$ se trouve en partie justifiée. On peut également faire remarquer que dans un liquide, les chocs doivent souvent mettre en jeu plus de deux particules et provoquer des coincements qui augmentent la pénétration. On peut encore invoquer le ralentissement de la vitesse relative dans la zone répulsive, ce qui équivaut à une augmentation de densité et à une pénétration moyenne plus grande.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Conditions de terminaison d'un guide d'onde électrique.* Note (1) de M. **Théo Kahan**.

Un guide d'onde terminé par une cavité semi-transparente (2) n'est pas le siège d'un système d'ondes stationnaires si la longueur de la cavité est un nombre impair de quarts d'onde. Contrairement à ce qu'affirment certains auteurs (3), je me propose de montrer qu'il en est bien ainsi quel que soit le mode de vibration propagée (ondes TE ou TM).

On peut représenter la propagation d'ondes planes par des expressions analogues aux équations de transmission des lignes. Ainsi, si E_z et H_z étant respectivement les champs électrique et magnétique au point z (compté à partir de l'extrémité réceptrice) et E_0 et H_0 les mêmes champs à l'origine des z

$$(1) \qquad E_z = E_0 \operatorname{ch} j z + H_0 z_c \operatorname{sh} \gamma z, \qquad H_z = H_0 \operatorname{ch} \gamma z + \frac{E_0}{z_c} \operatorname{sh} \gamma z,$$

où

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu(g + j\omega\varepsilon)} = \beta + j\alpha = \beta + j 2\pi/\lambda, \qquad z_c = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{g + j\omega\varepsilon}}.$$

Dans un milieu sans pertes envisagé ici, $g = 0$, $\beta = 0$, $\gamma = j\alpha = j 2\pi/\lambda$, λ étant la longueur d'onde. Les expressions (1) ont l'avantage de garder leur validité dans le cas de lignes dégénérées telles que l'espace libre, et d'être, par suite, utiles quand les conducteurs ne sont pas accessibles mais seulement le champ pilote. Elles sont donc tout à fait indiquées pour être utilisées dans l'étude des guides d'onde.

On peut définir une impédance d'onde caractéristique E/H; c'est une constante indépendante des dimensions de la ligne. Si les deux conducteurs se

(1) Séance du 11 février 1946.

(2) T. Kahan, *Comptes rendus*, 220, 1945, pp. 496-497.

(3) Par exemple Riedinger, *Fortschritte der Hochfrequenztechnik*, Leipzig, 1941, pp. 210.

trouvent dans l'air, on a $z_0 = 120\pi$ ohms $= 377$ ohms. Les impédances de champ sont simulées par des lames conductrices très minces. Celles-ci présentent une résistance de surface $s = E/H$. Une lame produit donc une impédance de champ qui est une résistance pure.

Si l'on boucle une ligne homogène sur une résistance R prolongée par un tronçon en court-circuit de longueur z, tout se passe comme si la ligne était bouclée sur les deux impédances R et $jz_c \operatorname{tang} \alpha z$ montées en parallèle. De même si l'on offre à l'onde électromagnétique une lame mince de résistance s (les champs magnétiques et électriques étant tangentiels à la lame) suivie à distance z par un réflecteur, il résulte des équations (1) que l'impédance de champ de ce dispositif sera $1/Z = 1/s + 1/(jz_c \operatorname{tang} \alpha z)$. Si, en particulier, $z = (2k+1)\lambda/4$, $\operatorname{tang} \alpha z = \infty$, et si la résistance superficielle de la lame est égale à l'impédance d'onde z_0, la ligne porteuse du champ sera bouclée sans réflexion. Une lame de résistance superficielle de 377 ohms présente donc à une ligne bifilaire quelconque, une impédance terminale dénuée de réflexion, à condition d'être suivie d'un prolongement quart d'onde (ou d'un nombre impair de quarts d'onde).

Ce raisonnement se justifie avec rigueur de la façon suivante : Soit r_1 le facteur de réflexion de la lame semi-transparente, r_2 le facteur de réflexion du réflecteur disposé derrière elle à la distance z. Soit $E e^{j\omega t}$ l'onde incidente sur la lame. L'onde réfléchie vers l'origine émettrice sera alors $r_1 E e^{j\omega t}$, et l'onde transmise $(1-r_1)E e^{j\omega t}$. Cette onde transmise aura pour expression au niveau du réflecteur $(1-r_1) \times E e^{j(\omega t - \alpha z)}$, et l'onde renvoyée à la lame par le réflecteur sera $r_2(1-r_1)E e^{j(\omega t-\alpha z)}$. Cette onde réfléchie aura pour expression au niveau de la lame $r_2(1-r_1)E e^{j(\omega t - 2\alpha z)}$; une partie $r_1 r_2(1-r_1)E e^{j(\omega t - 2\alpha z)}$ sera renvoyée vers le réflecteur, l'autre partie $r_2(1-r_1)^2 E e^{j(\omega t-2\alpha z)}$ sera retransmise vers l'origine. L'expression de l'onde transmise vers l'origine après n réflexions sur le réflecteur sera $(1-r_1)^2 r_1^{n-1} r_2^n E e^{j(\omega t - 2n\alpha z)}$.

L'amplitude des ébranlements renvoyés vers l'origine sera donc

$$S = r_1 E e^{j\omega t} + (1-r_1)^2 r_2 E e^{j(\omega t - 2\beta z)} + \ldots + (1-r_1)^2 r_1^{n-1} r_2^n E e^{j(\omega t - 2n\alpha z)} + \ldots$$
$$= E e^{j\omega t}\left[r_1 + \frac{(1-r_1)^2}{r_1} \frac{r_1 r_2 e^{(-2j\alpha z)}}{1 - r_1 r_2 e^{(-2j\alpha z)}}\right].$$

Si nous posons $2\alpha z = (2k+1)\pi$, $z = (2k+1)\lambda/4$, $r_2 = |r_2| e^{j\pi} = -1$, $|r^2| = 1$ (réflecteur parfait), S s'annule pour $r_1 = 1/3$.

Si l'on applique ce raisonnement aux guides d'ondes, il ne faut pas perdre de vue que la longueur d'onde et l'impédance caractéristique sont fonction de la fréquence. Voici pourquoi : les ondes guidées se composent en général d'une infinité d'ondes planes, pour chacune desquelles $E/H = 120\pi$ ohms. Pour les ondes TE, seule une composante du vecteur H est située dans le plan transversal du tube, à savoir $H\cos\varphi = H\lambda_0/\lambda_g$, λ_0 étant la longueur d'onde libre,

λ_g celle dans le guide. Il en résulte, en accentuant les composantes situées dans la section droite, $z_c = E'/H' = E/(H \cos\varphi) = 120\pi\lambda_g/\lambda_0$ ohms. Pour les ondes TM, c'est le vecteur E qui a seulement une composante dans la section droite, de sorte que $z_c = 120\pi\lambda_0/\lambda_g$.

Quel que soit donc le type de l'onde propagée (TM ou TE), la cavité résonnante semi-transparente terminant sans réflexion un guide d'onde aura toujours un quart d'onde (ou un nombre impair de quarts d'onde) pour longueur électrique.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Sur la propagation des ondes dans les tuyaux courbés.* Note de M. **Marc Jouguet**.

1. *Guides cylindriques.* — La méthode de perturbation, utilisée pour déterminer la déformation subie par les ondes (E_0) sous l'effet d'une courbure du guide à paroi parfaitement conductrice [1], peut être appliquée au cas d'une conductibilité finie σ. On trouve toujours des ondes de structure voisine de celle des ondes (E_0). Dans les expressions des composantes des champs, les termes de perturbation restent petits devant les termes principaux, tant que la courbure C ne dépasse pas une valeur C_0, *indépendante de* σ. Les ondes (E_0) sont stables. On constate d'autre part qu'au second ordre près, la vitesse de phase et le facteur d'affaiblissement (variables avec σ) sont indépendants de la courbure.

La même méthode s'applique aux ondes (H_0). On trouve une solution de forme analogue, tant que la courbure est suffisamment faible. Il existe donc une onde de structure voisine de celle de (H_0) et, au second ordre près, la vitesse de phase et l'affaiblissement sont indépendants de la courbure. Mais, comme l'a déjà montré l'étude directe du cas limite $\sigma = \infty$, il y a une différence profonde avec le cas des ondes (E_0). La courbure C_0, au-dessous de laquelle les termes de perturbation restent suffisamment petits, pour que les formules approchées obtenues représentent correctement la solution cherchée, n'est pas indépendante de σ, mais *tend vers zéro* quand σ augmente indéfiniment. Dès que σ a une valeur un peu élevée, cette courbure est beaucoup plus faible que pour les ondes (E_0). La solution, dont on a une expression, valable seulement pour des courbures d'autant plus faibles que la conductibilité est plus forte, représente une onde dont la structure s'écarte progressivement, mais très rapidement de celle d'une onde (H_0), quand C et σ augmentent. Quand les termes de perturbation deviennent comparables aux termes principaux, les formules cessent de représenter correctement la solution. Mais, par raison de continuité, celle-ci existe toujours. L'onde qui lui correspond diffère nécessairement de

[1] *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 440.

façon radicale d'une onde (H_0). A la limite, pour $\sigma = \infty$, si faible que soit la courbure, supposée non nulle, il n'existe plus aucune onde comparable à (H_0). Le résultat que nous avions annoncé sous réserves dans la Note citée, se trouve ainsi confirmé. L'onde (H_0) du guide parfaitement conducteur est instable. Pour une conductiblité finie, elle est très peu stable, d'autant moins stable que la conductibilité est plus forte.

II. *Guides à section rectangulaire.* — Une méthode analogue s'applique et permet de trouver des expressions approchées des solutions, plus maniables que les expressions rigoureuses qu'on peut obtenir par la méthode de Bromwich-Borgnis. Utilisant les coordonnées habituelles, supposons l'axe des z courbé dans le plan des zx et soit R son rayon de courbure. Les parois, supposées parfaitement conductrices, correspondent ici à $x = \pm a/2$ et à $y = 0$ et b.

Ondes $H_{n,o}$. — En sous-entendant le facteur const. $e^{i(kct - k_z z)}$ et en posant $u = n\pi/a\,(x + a/2)$, on trouve ($k_z^2 = k^2 - n^2\pi^2/a^2$)

$$(1)\quad \begin{cases} E_z = E_x = H_y = 0, \\ E_y = -ik\left[\left(\dfrac{n\pi}{a} - \dfrac{1}{2R}\dfrac{k^2 a}{n\pi}x\right)\sin u - \dfrac{k_z^2}{2R}\left(\dfrac{a^2}{4} - x^2\right)\cos u\right], \\ H_z = \left[\dfrac{n^2\pi^2}{a^2} + \dfrac{1}{2R}(2k_z^2 - k^2)\,x\right]\cos u + \dfrac{1}{2R}\left[\dfrac{n\pi}{a}k_z^2\left(\dfrac{a^2}{4} - x^2\right) - \dfrac{ak^2}{n\pi}\right]\sin u, \\ H_x = ik_z\left\{\left[\dfrac{n\pi}{a} - \dfrac{1}{2R}\left(\dfrac{k^2 a}{n\pi} + \dfrac{2n\pi}{a}\right)x\right]\sin u - \dfrac{k_z^2}{2R}\left(\dfrac{a^2}{4} - x^2\right)\cos u\right\}. \end{cases}$$

Ondes $H_{o,n}$. — On trouve ($k_z^2 = k^2 - n^2\pi^2/b^2$) en sous-entendant le même facteur que précédemment

$$(2)\quad \begin{cases} E_z = -\dfrac{kk_z}{R}\left(x^2 - \dfrac{a^2}{4}\right)\sin\dfrac{n\pi}{b}y, \\ E_x = ik\left[1 - \dfrac{x}{R}\left(\dfrac{1}{3}k_z^2 x^2 + 1 - k_z^2\dfrac{a^2}{4}\right)\right]\sin\dfrac{n\pi}{b}y, \\ E_y = 0, \\ H_z = \dfrac{n\pi}{b}\left[1 - \dfrac{x}{R}\left(\dfrac{1}{3}k_z^2 x^2 + 1 - k_z^2\dfrac{a^2}{4}\right)\right]\cos\dfrac{n\pi}{b}y, \\ H_x = -\dfrac{ik_z}{R}\dfrac{n\pi}{b}\left(x^2 - \dfrac{a^2}{4}\right)\cos\dfrac{n\pi}{b}y, \\ H_y = ik_z\left[1 + k_z^2\dfrac{x}{R}\left(\dfrac{a^2}{4} - \dfrac{x^2}{3}\right)\right]\sin\dfrac{n\pi}{b}y. \end{cases}$$

Dans les deux cas la vitesse de phase mesurée sur l'axe du guide (à égale distance des deux parois courbées) n'est pas modifiée, au second ordre près, par la courbure du guide. On voit, d'autre part, que ces ondes sont stables et se distinguent ainsi des ondes (H_0) du guide cylindrique, dont elles ne possèdent d'ailleurs pas, quant à l'affaiblissement, les singulières propriétés.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Sur une interprétation de la propagation des ondes électromagnétiques et ses conséquences.* Note [1] de M. **André Haubert**, présentée par M. Charles Maurain.

S. A. Schelkunoff [2] a montré que les équations de propagation des ondes électromagnétiques planes, dans les milieux à trois dimensions, pouvaient se mettre sous une forme identique à celles de la propagation dans les lignes.

Cette transposition permet de définir, pour un milieu donné, une constante de propagation Γ et une impédance caractéristique Z_0.

L'auteur a fait une large application de ses conceptions à l'étude de la propagation dans les guides.

Nous avons personnellement traité la propagation des atmosphériques [3], en considérant les différents aspects de l'impédance du guide constitué par le sol et l'ionosphère.

Une première conséquence de cette extension du concept d'impédance est de faire ressortir une certaine limitation des formules de Fresnel.

C'est ainsi que, lorsque les milieux n'ont pas la même perméabilité, les coefficients de réflexion s'expriment par

$$\left(1-\frac{\mu_1}{\mu_2}\frac{\sin i}{\sin r}\frac{\cos i}{\cos r}\right)\Big/\left(1+\frac{\mu_1}{\mu_2}\frac{\sin i}{\sin r}\frac{\cos i}{\cos r}\right) \tag{1}$$

lorsque le vecteur électrique est dans le plan d'incidence, et par

$$\left(1-\frac{\mu_1}{\mu_2}\frac{\sin i}{\sin r}\frac{\cos r}{\cos i}\right)\Big/\left(1-\frac{\mu_1}{\mu_2}\frac{\sin i}{\sin r}\frac{\cos r}{\cos i}\right) \tag{2}$$

lorsque le vecteur électrique est perpendiculaire au plan d'incidence.

Ces expressions ne peuvent être mises sous la forme de Fresnel

$$-\frac{\operatorname{tang}(i-r)}{\operatorname{tang}(i+r)} \quad \text{et} \quad -\frac{\sin(i+r)}{\sin(i+r)} \tag{3}$$

que lorsque les milieux ont des perméabilités égales. Ces résultats sont en accord avec ceux obtenus par H. Arzelies au moyen d'une méthode différente [4].

Les expressions ci-dessus peuvent être étendues au cas des milieux conducteurs, en utilisant les quantités complexes.

Il n'en est pas de même pour les coefficients de transmission car, à incidence oblique et dans les milieux dissipatifs, les plans d'onde ou d'égale phase cessent d'être des plans d'égale amplitude, et il faut reprendre les calculs à partir des équations de Maxwell.

---

(1) Séance du 11 février 1946.

(2) *Proc. Ins. Rad. Eng.*, **25**, XI, nov. 1937, p. 1457.

(3) *Thèse*, Poitiers, juin 1945.

(4) *Thèse*, Paris, nov. 1945.

Ainsi, dans le cas général, les coefficients de transmission s'écrivent :

$$(4)\qquad \frac{2}{1+\frac{\mu_1}{\mu_2}\frac{\sin i}{\sin r}\frac{\cos i}{\cos r}}\frac{\cos i}{\sqrt{\cos r\cos r'}}$$ (vecteur électrique dans le plan d'incidence);

$$(5)\qquad \frac{2}{1+\frac{\mu_1}{\mu_2}\frac{\sin i}{\sin r}\frac{\cos r}{\cos i}}\sqrt{\frac{\cos r}{\cos r'}}$$ (vecteur électrique perpendiculaire au plan d'incidence);

$\sin r$ et $\cos r$ sont ici des quantités complexes, définies par la relation

$$(6)\qquad \frac{\sin i}{\sin r}=\frac{\Gamma_2}{\Gamma_1},$$

tandis que $\cos r'$ est une quantité réelle, où r' est l'angle des plans équiphases, dans le second milieu, avec la surface de discontinuité.

Dans le cas où les deux milieux sont des diélectriques, $r'=r$, et si, de plus, $\mu_1=\mu_2$, on retrouve les formules connues de Fresnel.

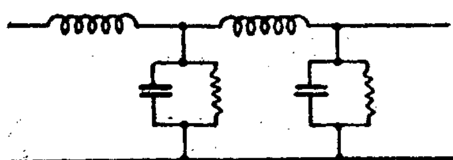
Une autre conséquence importante de la méthode de S. A. Schelkunoff apparaît dans l'interprétation de la propagation dans les gaz ionisés.

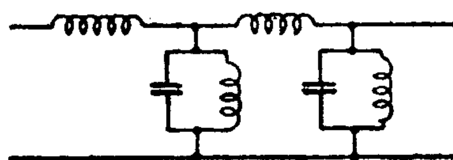
On sait que le courant de déplacement apparent est donné par

$$(7)\qquad \vec{J}=j\omega\left[\varepsilon-\frac{10^7 N e^2}{m}\right]\vec{E},$$

$e=1{,}6.10^{-19}$ coulomb; $m=9.10^{-28}$ gramme; N, nombre d'électrons par centimètre cube.

La quantité entre crochets est habituellement désignée sous le nom de pouvoir inducteur spécifique apparent, ε', du gaz ionisé. L'augmentation de l'ionisation peut le rendre nul et même négatif. Cette appellation n'a plus alors de sens physique.


Fig. 1.


Fig. 2.

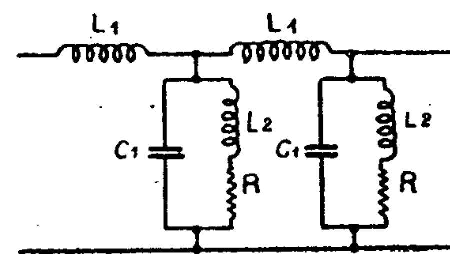


Fig. 3.

Au contraire, l'extension du concept d'admittance shunt uniformément répartie fait apparaître, en mettant (7) sous la forme

$$(8)\qquad \vec{J}=j\left[\omega\varepsilon-\frac{1}{\frac{m}{10^7 N e^2}\omega}\right]\vec{E},$$

la similitude avec une ligne du type schématisé figure 2. L'annulation de la quantité entre crochets correspond à une résonance et son changement de

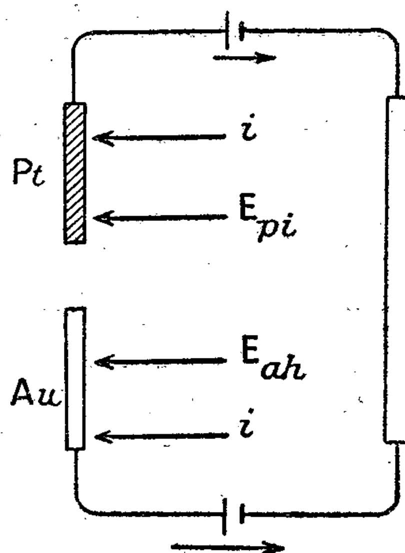
signe signifie qu'on passe d'une réactance parallèle capacitive à une réactance selfique.

Si l'on tient compte du nombre de chocs par seconde d'un électron contre les molécules ([5]), les calculs font apparaître une modification de l'admittance shunt selon la figure 3.

ÉLECTROCHIMIE. — *La* surtension *en électrolyse. Cas de l'hydrogène.* Note ([1]) de M. **Vasilesco Karpen**, présentée par M. Aimé Cotton.

Les phénomènes de *surtension*, de cause actuellement inconnue, trouvent leur explication dans notre nouvelle théorie des forces électromotrices de contact ([2]).

Considérons un double voltamètre formé de deux cathodes, l'une Pt en platine platiné, l'autre Au en *or*, ayant une anode commune et plongées dans une solution diluée d'acide sulfurique, contenant de l'hydrogène sous la pression atmosphérique.



Aussitôt introduit dans l'électrolyte, le platine platiné attire, comme on sait, les molécules d'hydrogène et se couvre d'une couche de grande concentration en ce gaz, donc d'une concentration $\mathcal{E}'_{ph}$ en électrons de beaucoup supérieure à la concentration $\mathcal{E}'_{h}$ de l'électrolyte. L'électrode *or* attire moins les molécules d'hydrogène; la concentration électronique à la surface de cette cathode étant $\mathcal{E}'_{ah} < \mathcal{E}'_{ph}$.

Relions les cathodes Pt et Au à l'anode commune par des forces électromotrices que nous ferons varier de façon à faire passer le même courant i à travers chaque cathode. Les cathodes se polariseront, les concentrations en électrons à leurs surfaces augmenteront de la même quantité $\mathcal{E}''_{h}$ *croissant avec* i, et deviendront $\mathcal{E}'_{ph} + \mathcal{E}''_{h}$, $\mathcal{E}'_{ah} + \mathcal{E}''_{h}$.

La force électromotrice E_{pn}, entre la cathode Pt et l'électrolyte, se compose :

([5]) R. Jouaust, *Note préliminaire du Laboratoire National de Radioélectricité*, n° 20, déc. 1941, p. 1.

([1]) Séance du 12 avril 1944.

([2]) *Comptes rendus*, 209, 1939, pp. 474, 790 et 988.

1° de la force électromotrice entre métal de concentration électronique $\mathcal{E}$, et la couche de concentration $\mathcal{E}'_{ph}+\mathcal{E}''_h$

$$-b+\mathrm{RT}\log\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}'_{ph}+\mathcal{E}''_h} \qquad (x \text{ négligeable});$$

2° de la force électromotrice entre les deux milieux *non miscibles*; couche de concentration $\mathcal{E}'_{ph}+\mathcal{E}''_h$ et électrolyte de concentration $\mathcal{E}'_h$, dont l'expression, analogue à celle de la force électromotrice entre métal et électrolyte, est (b pouvant être considéré nul)

$$\mathrm{RT}\log\frac{\mathcal{E}'_{ph}+\mathcal{E}''_h-x}{\mathcal{E}'_h+x}=\alpha_{ph}\mathrm{RT}\log\frac{\mathcal{E}'_{ph}+\mathcal{E}''_h}{\mathcal{E}'_h},$$

α_{ph} étant un facteur moindre que l'unité; on a donc au total

$$\mathrm{E}_{ph}=-b+\mathrm{RT}\log\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}'_{ph}+\mathcal{E}''_h}+\alpha_{ph}\mathrm{RT}\log\frac{\mathcal{E}'_{ph}+\mathcal{E}''_h}{\mathcal{E}'_h}.$$

La force électromotrice E_{ah} entre la cathode Au et l'électrolyte sera

$$\mathrm{E}_{ah}=-b+\mathrm{RT}\log\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}'_{ah}+\mathcal{E}''_h}+\alpha_{ah}\mathrm{RT}\log\frac{\mathcal{E}'_{ah}+\mathcal{E}''_h}{\mathcal{E}'_h}.$$

La *surtension* de l'or pour l'hydrogène [différence entre la force électromotrice nécessaire pour faire passer un courant i par une cathode en *or*, et celle nécessaire pour faire passer le même courant par une cathode en platine platiné (qu'il y ait ou non dégagement visible d'hydrogène)] est exactement la différence de potentiel entre Pt et Au

$$(1) \qquad \mathrm{S}_{ah}=\mathrm{E}_{ph}-\mathrm{E}_{ah}=\mathrm{RT}\left[(1-\alpha_{ah})\log\frac{\mathcal{E}'_{ah}+\mathcal{E}''_h}{\mathcal{E}'_h}-(1-\alpha_{ph})\log\frac{\mathcal{E}'_{ph}+\mathcal{E}''_h}{\mathcal{E}'_h}\right];$$

pour $i=0$, $\mathcal{E}''_h=0$, S_{ah} devient

$$(2) \qquad \mathrm{S}^0_{ah}=\mathrm{RT}\left[(1-\alpha_{ah})\log\frac{\mathcal{E}'_{ah}}{\mathcal{E}'_h}-(1-\alpha_{ph})\log\frac{\mathcal{E}'_{ph}}{\mathcal{E}'_h}\right];$$

S^0_{ah}, *mesuré*, est presque nul. Tenant compte de $\mathrm{S}^0_{ah}=0$, S_{ah} devient

$$\mathrm{S}_{ah}=\mathrm{RT}\left[(1-\alpha_{ah})\log\left(1+\frac{\mathcal{E}''_h}{\mathcal{E}'_{ah}}\right)-(1-\alpha_{ph})\log\left(1+\frac{\mathcal{E}''_h}{\mathcal{E}'_{ph}}\right)\right].$$

Pour des courants allant jusqu'au dégagement visible d'hydrogène, $\mathcal{E}''_h$ peut être négligé par rapport à $\mathcal{E}'_{ph}$ (c'est la cause directe de la surtension *dans le cas de l'hydrogène*), il en résulte

$$(3) \qquad \mathrm{S}^i_{ah}=\mathrm{RT}(1-\alpha_{ah})\log\left(1+\frac{\mathcal{E}''_h}{\mathcal{E}'_{ah}}\right).$$

La *surtension* part donc de zéro, pour $i=0$, $\mathcal{E}''_h=0$, et augmente ensuite avec i, ainsi que cela est vérifié par les tables [3] donnant S^i_{ah} pour chaque valeur de i.

---

(3) *International Critical Tables*, 6, p. 339.

Vérification numérique. — Pour des courants produisant un dégagement visible d'hydrogène, l'unité est négligeable par rapport à $\mathcal{E}''_h/\mathcal{E}'_{ah}$; d'autre part on peut poser : $\mathcal{E}''_h = ki^n$, n étant un nombre positif; les autres grandeurs figurant dans la relation (3) étant des constantes, cette relation peut être écrite sous la forme

$$S^i_{ah} = a + b \log i,$$

a, b, constantes déterminables par deux valeurs de i et S^i_{ah}. Les tables mentionnées donnent pour $i = 0,1$ mA/cm², $S^{0,1}_{ah} = 0,119$ volt, et pour $i = 5$ mA/cm², $S^5_{ah} = 0,305$ volts; il en résulte la formule

$$S^i_{ah} = 0,228 + 0,0475 \log i;$$

pour la valeur intermédiaire : $i = 1$ mA/cm², cette formule donne $S^1_{ah} = 0,228$ au lieu de 0,226 donné par les tables.

(Cette bonne coïncidence est certainement fortuite, vu l'incertitude des mesures de surtension.)

ÉLECTRICITÉ APPLIQUÉE. — *Procédé de contrôle de la qualité d'un produit au moyen de courants à haute fréquence.* Note [1] de M. **Pierre Toulon**, présentée par M. Camille Gutton.

Il arrive souvent, soit au cours de sa fabrication, soit au moment de l'usage, que l'on ait à connaître rapidement la qualité d'un produit.

S'il s'agit d'un corps naturellement isolant, on peut y parvenir assez souvent en le soumettant à un champ de haute fréquence et en mesurant les pertes qui apparaissent.

Dans le procédé que nous recommandons, on place un échantillon, de dimension grossièrement connue, entre deux électrodes et l'on constitue ainsi un condensateur. On associe à ce condensateur une bobine de self-induction, présentant de très faibles pertes à haute fréquence, et l'on mesure la *surtension* du circuit oscillant ainsi réalisé. Cette mesure est faite à l'aide d'un appareil, connu sous le nom de Q-*mètre*. Étant donné que la valeur de la capacité varie avec les dimensions, le pouvoir inducteur spécifique etc., de l'échantillon soumis à l'expérience, il est nécessaire d'ajouter en parallèle avec le condensateur, ayant comme diélectrique le produit à étudier, un petit condensateur variable. En tournant ce petit condensateur d'appoint, on amène la fréquence de résonance du circuit oscillant, en coïncidence avec celle du générateur de l'appareil de mesure. On apprécie la surtension à la fréquence choisie, en repérant la valeur maximum de la tension atteinte par le circuit oscillant.

Si le contrôle doit être réalisé d'une manière presque permanente (par exemple dans le cas de produits obtenus par laminage ou boudinage), on peut entraîner le condensateur variable d'appoint au moyen d'un

---

[1] Séance du 25 février 1946.

petit moteur et repérer le maximum d'amplitude de la tension, au moyen d'un système de *voltmètre de crête*. On peut utiliser pour cela avec avantage un système d'enregistrement fugitif, réalisé par triodes, dont la grille est associée à un condensateur bien isolé et qui conserve sa charge en temps notable jusqu'au moment où un système auxiliaire vient le décharger (tel que ceux dont on se sert en radiodiffusion et qui sont connus sous le nom de *modulomètre à temps d'arrêt*).

Au lieu d'accorder le circuit oscillant sur la fréquence de l'oscillateur local, on peut aussi faire varier lentement, entre certaines limites, la fréquence de l'oscillateur de façon à le faire passer par la fréquence de résonance du circuit oscillant. Au lieu d'un condensateur variable d'appoint sur le circuit oscillant de l'oscillateur, on peut aussi réaliser un oscillateur à fréquence variable suivant les procédés classiques, en faisant appel à un tube monté de façon à constituer une impédance variable (la grille recevant une tension en quadrature avec la tension d'anode) tels que ceux qu'on utilise dans les postes récepteurs radio dits à *accord automatique*.

Le procédé qui vient d'être décrit a été employé pour mesurer le degré hygrométrique d'un produit dont la valeur était d'autant plus grande qu'il était plus sec. A la fréquence de 7 millions de périodes par seconde, l'appareil de mesure de surtension (Q-mètre) donnait, à vide, une surtension de 250. Lorsqu'on plaçait dans l'appareil le produit sec, la surtension était de 170. Elle tombait à 140 pour le même produit saturé d'humidité. L'appréciation de la quantité d'eau absorbée (ou dissoute) pouvait être ainsi suivie régulièrement instantanément par simple passage de l'échantillon et sans aucune altération.

Pour les corps liquides ou gazeux, on peut appliquer une méthode analogue en les introduisant dans des cavités résonnantes (cylindres creux ou tores, connus sous le nom de *rhumbatrons*.

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Un nouveau procédé de poudrage électrique des végétaux*. Note (¹) de M. **Oleg Yadoff**, présentée par M. Camille Gutton.

On utilise, dans la lutte contre les ennemis qui ravagent les cultures agricoles, différents produits que l'on projette sur les organes végétaux, sous formes de liquides ou de poudres très fines. On emploie à cet effet divers appareils plus ou moins perfectionnés, mais, malgré des progrès incontestables dans leur construction et malgré leur utilité, la question, dans son ensemble, ne peut pas être considérée comme résolue. Chaque année on déplore des pertes considérables, parfois totales, de récoltes

---

(¹) Séance du 25 février 1946.

dues aux attaques des parasites; tel est, en particulier, le cas du Mildiou de la Vigne (*Plasmopara viticola*).

Les procédés de poudrage ou d'arrosage actuellement connus présentent l'inconvénient de ne distribuer la matière *antiparasite* que très incomplètement; on considère que, dans les meilleures conditions d'utilisation, les pertes de produits atteignent, en moyenne, les 9/10 de la valeur nominale de la charge employée et que plus de 50 % de la surface végétale reste non couverte. Cela est dû à l'insuffisance de l'adhérence sur les parties végétales qui est fort irrégulière et présente souvent des coagulations de poudres sous forme de petits flocons ou de grandes taches liquides, ce qui détruit l'homogénéité de recouvrement et diminue l'efficacité d'action par manque de finesse des grains projetés. Mais le plus grand inconvénient de ces procédés réside en ce que, ni dans le cas de poudrage, ni dans celui de l'arrosage, on n'atteint les parties intrados des feuillages, parties cachées à l'action directe des rayons solaires, protégées contre les vents et les pluies et qui constituent surtout les endroits où se posent les parasites et où ils se reproduisent.

Tous ces inconvénients peuvent être évités ou, du moins, considérablement réduits par l'emploi du *poudrage électrique*. En effet un arbre, une plante ou une herbe peuvent être considérés comme un système conducteur mis à la terre. Une particule électrisée, positivement ou négativement, est toujours attirée par un tel système conducteur, le champ électrique, entre cette particule et la plus proche partie d'un organisme végétal, la dirige vers celle-ci.

MM. Pauthenier, G. Truffaut, M. Dubois et P. Hampe (2) ont montré récemment qu'en effet les tiges herbacées et les feuilles de végétaux se comportent comme des volumes équipotentiels et que les poussières électrisées qui passent au voisinage de leur surface sont attirées par leur image électrique dans cette surface (2). Ces auteurs ont confirmé que, sans électrisation, la poudre projetée est irrégulièrement répartie et présente de nombreux amas; avec électrisation, le précipité est fin et régulier, tous les amas ayant éclaté par effet de répulsion électrostatique. Ils ont également constaté que la poudre fixée sur les feuilles est, suivant la nature de la poudre, de 8 à 40 fois plus abondante avec l'électrisation que sans électrisation.

Toutefois l'utilisation pratique des poudres électrisées ne peut se faire qu'au moyen de dispositifs de maniement simple; toute installation électrique à haute tension, encombrante, fragile et surtout dangereuse, paraît devoir être exclue des applications agricoles.

Pour remédier à ces difficultés, nous avons mis en application un procédé

---

(2) *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 613.

consistant à électriser les poudres par simple projection, à travers une tuyère génératrice de vitesses supersoniques. M. A. Milhoud ([3]) a décrit une série d'expériences sur la production de forces électromotrices par l'écoulement des vapeurs dans des tuyères convergentes-divergentes. Nous avons, d'autre part, précédemment observé qu'un courant d'air très rapide décharge un conducteur préalablement électrisé, positivement ou négativement, et que cette action devient sensible seulement à des vitesses nettement supérieures à la vitesse du son ([4]), et nous avons observé que des grains de poussière introduits dans de tels jets supersoniques s'électrisent. Le nuage de poudres fines électrisées est attiré par les plantes sur lesquelles les grains se déposent en couches très minces et infiniment plus homogènes que dans le cas du traitement sans électrisation. Suivant les cas, l'adhérence varie de 1 à 20 fois par l'électrisation ainsi obtenue, et le poids de la poudre appliquée, toutes choses égales, varie de 10 à 40 fois.

L'électrisation spontanée des grains de poussière permet l'élimination complète de toute installation à haute tension; notre dispositif se réduit à un réservoir d'air comprimé comportant une tuyère convergente-divergente auquel on associe un compartiment contenant des poudres antiparasites.

Les tuyères et les pressions de l'air à l'intérieur du réservoir peuvent être établies pour plusieurs régimes, fonctions de la dispersion cherchée.

OPTIQUE PHYSIQUE. — *Sur l'absence d'un élargissement par réflexion des raies d'émission. Effets Doppler et Compton, lois de Descartes et structure des surfaces.* Note de M. **F. Wolfers**, présentée par M. Aimé Cotton.

MM. Jean Roig et Jean Gobert ([1]) ont montré expérimentalement, après M. Cabannes et d'autres, que la position du maximum d'une raie spectrale n'était pas modifiée par réflexion. Il est bien intéressant que cette vérification ait été faite maintenant, tant pour des corps ne contenant pas d'électrons libres que pour des métaux; mais le résultat nous semble devoir suggérer quelques remarques.

Il paraît d'abord qu'un résultat opposé eût soulevé de grandes difficultés. Une variation de longueur d'onde, même bien inférieure à 10^{-3} Å, rendrait difficiles l'explication de la réflexion régulière et celle des interférences par réflexion (franges de Lloyd ou autres). Les résonateurs se trouvant à la surface du miroir émettraient alors des ondes dont la fréquence varierait de façon incohérente ($\Delta\nu/\nu = -\Delta\lambda/\lambda \sim 10^{-7}$; $\Delta\nu \sim 10^{7}$ correspondant à des millions de

([3]) *Comptes rendus*, **217**, 1943, p. 596.
([4]) *Comptes rendus*, **208**, 1939, p. 1802.

([1]) *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 620.

battements par seconde). Si donc on attribue la réflexion à des particules fonctionnant comme sources secondaires, l'effet Doppler, comme aussi l'effet Compton qu'elles pourraient produire, doit être en effet rigoureusement nul. Il en résulte que le mouvement de ces particules ne peut être supposé plus ou moins libre *que dans la surface même*; le champ de transition leur impose probablement des forces très intenses dans le sens normal.

Dans le cas de miroirs métalliques, où les résonateurs en question seraient des électrons libres, j'ai montré, il y a longtemps déjà ([2]), que les photons se réfléchissaient et se réfractaient précisément de telle façon (lois de Descartes) que leur fréquence reste rigoureusement invariable du fait de l'effet Compton.

Pour ce qui est de l'effet Doppler, il est facile de démontrer en toute rigueur que la condition nécessaire et suffisante pour qu'il soit nul, c'est encore que les particules ne se meuvent que dans la surface de séparation; les lois de Descartes en résultent par surcroît, et apparaissent donc comme une conséquence nécessaire de l'existence même de la réflexion régulière.

Un plan P sépare deux substances d'indices n et n'; une source S, dans le premier milieu, émet de la lumière parallèle de fréquence ν_S; le rayon SM rencontre en M une particule diffusante ou *résonateur* ayant une vitesse $\vec{v}$ par rapport à S. Soit α_S l'angle de $\overrightarrow{SM}$ avec $\vec{v}$ pour un observateur lié à S. Pour un observateur lié à la particule, la fréquence reçue sera ν_M, l'angle sera α_M, et l'on aura (en posant $v/c \equiv \beta$)

$$(1) \qquad \nu_M = \nu_S \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1+\beta n \cos\alpha_M} = \nu_S \frac{1-\beta n \cos\alpha_S}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Si la particule renvoie de la lumière vers un observateur O placé dans le second milieu et immobile par rapport à S, pour qui la fréquence sera ν_O et l'angle de $\overrightarrow{MO}$ avec $\vec{v}$ sera α'_O, on aura de même

$$(2) \qquad \nu_O = \nu_M \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{(1+\beta n' \cos\alpha'_O)}.$$

En multipliant membre à membre, et avec $\alpha_S = \alpha_O$, il vient

$$(3) \qquad \nu_O = \nu_S \frac{1-\beta n \cos\alpha_O}{1+\beta n' \cos\alpha'_O}.$$

Supposons d'abord l'observateur dans le même milieu que la source ($n = n'$); pour qu'il constate une réflexion régulière, il faut que ν_O soit indépendant de la particule considérée, c'est-à-dire de $\vec{v}$; pour qu'il puisse observer des franges de Lloyd il faut en outre que $\nu_O = \nu_S$. De toute façon il est donc nécessaire que $\cos\alpha'_O = -\cos\alpha_O$ ou $\alpha' = \pi - \alpha$. Il faut donc que v se trouve dans le plan bissecteur de l'angle de $\overrightarrow{SM}$ avec $\overrightarrow{MO}$. MN étant la normale en M à ce plan qui contient tous les v, la condition devient $\sin i = \sin i'$, et ce plan se confond nécessairement avec le plan réfléchissant P.

Si enfin O est dans le second milieu, pour qu'il y ait *réfraction régulière* on doit avoir : $n \cos\alpha_O = -n' \cos\alpha'_O$, ce qui exprime un corollaire bien connu de la loi $n \sin i = n' \sin r$.

([2]) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 2202.

Nous conclurons donc que, dans tous les cas où l'expérience a été faite, le mouvement thermique des particules formant une surface réfléchissante est nul dans le sens normal (nœud rigoureux pour les vibrations longitudinales). Il serait peut-être intéressant de reprendre les expériences dans des cas où cette condition n'est certainement pas remplie : tension de vapeur appréciable, ou possibilité d'un commencement de diffusion. A mesure que l'épaisseur de la couche de passage augmente (tout en restant extrêmement faible, sans dépasser par exemple une longueur d'onde), le pouvoir réflecteur décroît puis s'annule; il faut se demander comment se fait la transition. On pourrait imaginer :

1° que des particules de la surface prennent graduellement une composante normale, d'où suppression de la réflexion (par effet Compton ou Doppler) à mesure que le *nombre* de ces particules augmente; ou bien encore, ce serait la *grandeur* de la composante normale qui irait en croissant pour toutes les particules; ceci peut paraître moins probable s'il s'agit d'une question de tout ou rien;

2° que la lumière réfléchie se modifie elle-même peu à peu, la radiation s'étalant sur un domaine $\Delta\nu$ croissant, et l'angle de réflexion s'étalant sur le domaine $\Delta i'$ correspondant, en même tant que l'intensité diminue;

3° que l'intensité décroissante de la lumière *réfléchie* fasse place à une lumière *diffusée* en tous sens, étalée sur une certaine bande de fréquences, correspondant à la distribution des vitesses normales, et fonction de la direction.

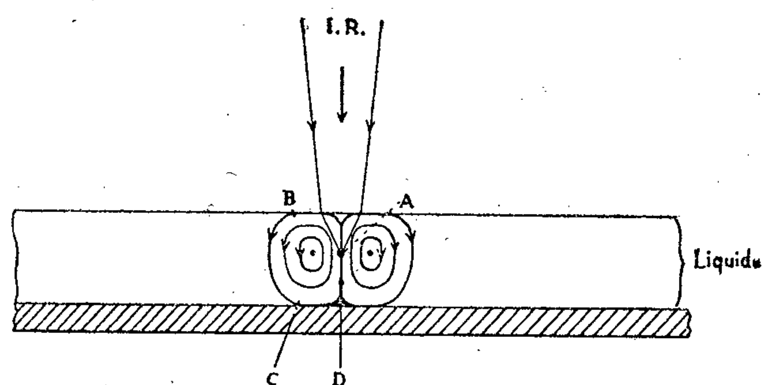
OPTIQUE. — *Nouveaux procédés de photographie infrarouge.* Note [1] de M. **Erwin Heintz**, transmise par M. Aimé Cotton.

En faisant tomber un faisceau de rayons I. R. (I. R., infrarouge) sur la surface horizontale d'un liquide absorbant ces rayons, le liquide s'échauffe à l'endroit irradié, devient plus léger et monte à la surface. Il se forme dans le liquide un mouvement tourbillonnaire. Ce dernier cause en même temps une déformation concave de la surface du liquide. Ces deux effets, mouvement tourbillonnaire et déformation de la surface, peuvent être utilisés pour rendre visibles ou pour photographier des objets émetteurs d'I. R.

Premier procédé. — Le mouvement tourbillonnaire peut être rendu visible en mettant en suspension dans le liquide de petites particules d'une substance légère. En mettant par exemple dans de l'alcool amylique de la poudre d'aluminium en forme de paillettes et en projetant sur la surface du liquide l'image I. R. d'un corps punctiforme émetteur d'I. R.,

[1] Séance du 7 janvier 1946.

on peut suivre au microscope le chemin des particules d'aluminium. On constate : 1° que les paillettes suivent des cycles ABCDA (voir la figure) et se placent toujours tangentiellement à leur trajectoire; 2° que le mouvement va en ralentissant de A vers BCD, et par suite les plus grandes particules se déposent en C, d'autres plus petites en D. Les plus petites suivent un grand nombre de fois la trajectoire ABCDA. Les paillettes disposées



au-dessous du point d'irradiation A se trouvent donc placées à peu près verticalement. Si maintenant on éclaire la cuvette contenant le liquide avec une lumière diffuse venant à peu près perpendiculairement d'en haut, on verra les particules d'aluminium posées au fond de la cuvette en argenté, sauf celles en D qui apparaissent en noir. Elles ne réfléchissent pas de lumière vers un observateur regardant d'en haut le fond de la cuvette, par suite de leur position verticale. On verra donc sur un fond argenté un point noir qui constitue l'image I. R. de la source. En projetant dans le liquide l'image I. R. d'un corps émetteur quelconque, chacun de ses points donnera ainsi une image, et leur ensemble forme l'image I. R. de ce corps. Avec l'alcool amylique comme liquide, en couche de 1-1^{mm},5 d'épaisseur et des paillettes d'aluminium de 0^{mm},01, on obtient ainsi d'un filament d'une lampe à incandescence une image qui est presque aussi nette que la photographie directe du filament. En même temps le dispositif est d'une très grande sensibilité; il est plus sensible qu'une bonne pile thermoélectrique (avec galvanomètre Zernike Zc), avec une sensibilité de $2,3.10^{-7}$ watt.

Le dispositif est évidemment sélectif, c'est-à-dire qu'il permet d'obtenir, en projetant sur la surface du liquide un spectre I. R. continu, le spectre d'absorption du liquide employé.

Deuxième procédé. — La déformation concave de la surface du liquide, résultant du mouvement tourbillonnaire dans le liquide, a été étudiée qualitativement et quantitativement. Pour un liquide donné on trouve que la profondeur h de la déformation suit une loi de la forme $h = k/d^n$, d étant l'épaisseur de la couche du liquide; n un exposant positif variant avec la nature du liquide et dépendant notamment de sa viscosité; k est un facteur directement proportionnel au flux I. R. tombant sur le liquide.

La forme de la déformation étant concave, on peut se servir de cette

concavité comme miroir concave pour obtenir, par un dispositif optique approprié, en faisant réfléchir sur la surface du liquide un faisceau de lumière parallèle, l'image I. R. d'un corps I. R. émetteur projeté sur la surface du liquide. On obtient ainsi des images aussi nettes que par le premier procédé.

La sensibilité du système peut encore être augmentée en noircissant le fond de la cuvette du côté du liquide. Ce fond, absorbant ainsi toutes les radiations que la mince couche de liquide laisse passer, s'échauffe et échauffe à son tour au même endroit le liquide. On trouve ainsi, pour une couche d'alcool amylique de $0^{mm},3$ d'épaisseur, pour les radiations comprises entre $0^{\mu},85$ et $3^{\mu},5$, une augmentation de la sensibilité d'environ 15 fois.

DIFFUSION MOLÉCULAIRE. — *Étude des spectres Raman du fluorure, des bromofluorures et des chlorofluorures de phosphoryle.* Note [1] de Mlle **Marie-Louise Delwaulle** et M. **Félix François**.

Les composés étudiés ont été préparés d'après les indications de Booths et de ses collaborateurs [2] et [3]. Aucun des spectres Raman n'était décrit. Les résultats obtenus sont consignés dans les tableaux ci-après. L'examen de ces tableaux conduit aux remarques suivantes :

Spectre de POF_3 (*liquide*). — Ce spectre ne comporte que cinq des six fréquences prévues pour une molécule tétraédrique AX_3Y. La mesure du facteur de dépolarisation des raies montre que la fréquence absente est celle de déformation symétrique : δ_3.

Spectres de $POFBr_2$ *et* $POFCl_2$. — Ces spectres sont normaux au point de vue nombre de raies et facteur de dépolarisation. Ils sont tout à fait comparables à celui de $POClBr_2$ [4]. L'évolution des fréquences des spectres dans le passage de $POBr_3$ à $POFBr_2$ ou de $POCl_3$ à $POFCl_2$ est semblable à celle observée lors du passage du spectre de $POBr_3$ à celui de $POClBr_2$.

La comparaison des spectres de $POFBr_2$ et de $POFCl_2$ montre qu'ils ont en commun d'une part la fréquence ν_4, qui est celle de la raie P—O de tous les halogénures simples ou mixtes de phosphoryle, d'autre part la fréquence ν_3.

Celle des spectres de $CHFBr_2$ et de $CHFCl_2$ [5] mettait aussi en évidence l'existence de deux raies communes : ν_4 (raies C—H) et ν_3 que nous avons montré être celle de la liaison C—F. Il faut donc considérer que dans les spectres de $POFCl_2$ et de $POFBr_2$ la fréquence ν_3 commune comme position et état de dépolarisation (polarisée) caractérise la liaison P—F.

---

(1) Séance du 25 février 1946.

(2) Harold Simmons Booth et Frédéric B. Dutton, *J. Amer. Chem. Soc.*, 61, 1939, p. 2937.

(3) Harold Simmons Booth et Charles George Seegmiller, *J. Amer. Chem. Soc.*, 61, 1939, p. 3120.

(4) M. L. Delwaulle et F. François, *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 1817.

(5) M. L. Delwaulle, *Comptes rendus*, 216, 1943, p. 735.

Spectres de POF_2Br *et de* POF_2Cl. — Ces spectres ne comportent que sept fréquences sur les neufs fréquences prévues. Au lieu d'observer deux fréquences distinctes δ_1 et δ_2 on n'en observe qu'une. Dans le spectre de $POCl_2Br$ ([4]) les fréquences δ_1 et δ_2 étaient bien plus rapprochées que dans celui de $POClBr_2$. Dans le spectre de $CHCl_2Br$ ([6]) on n'observait également qu'une seule fréquence sur les deux attendues. Il est donc probable que les deux fréquences, δ_1 et δ_2 sont confondues.

La fréquence δ_3 reste absente dans le spectre de POF_2Br même très posé. Dans le spectre de $POFCl_2$ un accident de la fréquence δ_4 est peut-être attribuable à une fréquence δ_3 qui serait d'ailleurs très faible, mais la mesure du facteur de dépolarisation est impossible : cette raie reste donc douteuse. Le reste des deux spectres est parfaitement conforme aux prévisions.

Fréquences en cm⁻¹ (*modes de vibration*).

		δ_{12}.		δ_3.	δ_{45}.		ν_1.	ν_{23}.		ν_4.
POF_3		337		–	476		875	982		1395
	J..........	f		–	M		F	ff		M
	ρ..........	6/7		–	6/7		0,05	6/7		0,1
POF_2Cl		274		406?	410	424	618	895	948	1358
	J..........	10		ε	17	7	10	M	f	M
	ρ..........	0,65		–	0,23	dépol.	0,05	0,1	dépol.	0,2
$POFCl_2$		207	254	330	372	386	547	620	894	1331
	J..........	3,6	1,8	1	3,4	5,5	10	f	f	M
	ρ..........	0,55	6/7	0,6	6/7	0,3	0,05	6,7	0,45	pol.
$POCl_3$		193		267,4	337,4		486,2	581,2		1290
	J..........	8		6	7		10	3		5
	ρ..........	0,83		0,64	0,81		0,05	6/7		0,40
POF_3		337		–	476		875	982		1395
	$J = I + i$...	f		–	M		F	ff		M
	ρ..........	6/7		–	6/7		0,05	6/7		0,1
POF_2Br		241		–	320	411	554	888	940	1340-1360
	J..........	15		–	120	7,5	10	f	ff	M
	ρ..........	0,7		–	<0,35	6/7	<0,1	<0,3	6/7	<0,5
$POFBr_2$		134	220	273	291	306	466	538	880	1303
	J..........	21	3	4	9,5	30	10	f	f	M
	ρ..........	0,6	6/7	0,5	6/7	0,15	<0,1	6/7	<0,5	<0,4
$POBr_3$		118		173	267		340	488		1261
	J..........	7,5		6	5		10	f		M
	ρ..........	0,87		0,3	0,88		0,16	dépol.		pol.

([6]) KOHLRAUSCH et KOPPL, *Wien. Berichte*, II *b*, **143**, 1935, p. 537.

Lors du passage de $POFBr_2$ à POF_2Br et de $POFCl_2$ à POF_2Cl, les remarques déjà faites dans le passage de $POClBr_2$ à $POCl_2Br$ s'appliquent. Notamment le changement du miroir σ_{Br} ou σ_{Cl} en σ_F inverse les caractères des fréquences δ_4 et δ_5. On passe ainsi de δ_4 (dépol.), δ_5 (pol. la plus forte) à δ_4 (pol. la plus forte), δ_5 (dépol.). Il en est de même pour ceux des fréquences ν_2 et ν_3. On constate de plus un rapprochement relatif des raies ν_2 et ν_3.

On notera enfin que les deux spectres de POF_2Br et de POF_2Cl ont pratiquement en commun les trois fréquences ν_2, ν_3, ν_4.

La raie P-O est double (1340 et 1360) dans le spectre de POF_2Br.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Catalyse négative de l'insolubilisation photochimique du soufre. Procédé simplifié pour la formation des cristaux de soufre insoluble.* Note de MM. **Christian Pinazzi** et **Jean Baget**, présentée par M. Marcel Delépine.

a. Parmi les corps ne favorisant pas la précipitation photochimique du soufre ([1]), certains nous avaient paru exercer un effet retardateur; c'est ce que nous avons vérifié.

Rappelons tout d'abord qu'un inhibiteur de la transformation, l'hydrogène sulfuré, avait été signalé par M. Berthelot ([2]).

Les corps qui ont présenté une propriété inhibitrice, avec plus ou moins d'intensité, sont, par ordre d'activité décroissante : l'anthracène, la diphénylamine, le mésodiphénylanthracène, le naphtacène et l'hydroquinone.

Si l'on ajoute, par exemple, à une solution sulfocarbonique de soufre à 50^g par litre, de l'anthracène à raison de 0^g,5 par litre, on observe un retard considérable à la précipitation photochimique; une durée d'irradiation dépassant de trente fois celle qui suffit à troubler le témoin laisse la liqueur limpide. A la teneur de 0^g,1 par litre, le ralentissement est moindre, mais encore notable. Pour les concentrations plus fortes en soufre, qui accroissent la sensibilité à la lumière, il faut augmenter la dose pour obtenir le même retard.

Le seuil d'activité de l'anthracène vis-à-vis des solutions de soufre à 100^g par litre, peut être situé approximativement à 0^g,1 par litre, pour les conditions d'insolation de nos expériences en février.

On a pris soin de vérifier que l'hydrocarbure se retrouvait inaltéré après l'irradiation; son action est donc bien une catalyse négative.

Le diphénylanthracène et surtout le naphtacène ont présenté le phénomène de l'inversion de la catalyse : action retardatrice plus ou moins accentuée au départ, suivie d'une accélération. Pour le naphtacène, ce renversement paraît être en relation avec une modification chimique en cours d'étude.

([1]) Ch. Dufraisse, Chr. Pinazzi et J. Baget, *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 278.

([2]) *Comptes rendus*, **70**, 1870, p. 941.

On sait le caractère plutôt exceptionnel des phénomènes de catalyse négative. Le plus grand nombre et les plus marqués de ceux qui sont connus se groupent autour de l'oxygène élément : effet antioxygène, inhibitions par l'oxygène, ralentissement de l'émission d'oxygène dans la destruction de l'eau oxygénée. Les expériences décrites ci-dessus montrent un nouveau rapprochement entre les deux éléments, puisque le soufre manifeste à son tour l'aptitude à participer à des actions retardatrices, sans toutefois qu'apparaisse de prime abord un lien entre les deux ordres de faits.

b. Dans les précipitations ainsi retardées, le soufre insoluble se dépose souvent en cristaux aussi nets que dans les gels de caoutchouc ([3]) : l'hydroquinone convient spécialement bien, et il en est de même de l'hydrogène sulfuré.

Ayant cru remarquer que la lenteur de formation du dépôt favorisait la cristallisation, nous avons essayé de ralentir la photoréaction, en l'absence de toute matière étrangère, catalyseur ou épaississant. A la lumière diffuse du jour, tout comme à une lumière artificielle assez peu intense, on obtient les formes cristallines que nous avons antérieurement décrites ([3]), en évitant ainsi les difficultés expérimentales de l'élimination de l'épaississant.

Cette observation donne à penser que le soufre insoluble photochimique est, non pas amorphe, malgré les apparences, mais formé d'agglomérats microcristallins. En outre, elle justifie l'hypothèse qui avait conduit à opérer dans un milieu fortement visqueux pour retarder le dépôt photochimique et, par là, favoriser la formation de cristaux assez grands pour être visibles.

CHIMIE MACROMOLÉCULAIRE. — *Inclusions intermoléculaires de composés organiques dans les esters cellulosiques*. Note ([1]) de MM. **Georges Champetier** et **Pierre Clément**, présentée par M. Louis Hackspill.

L'absorption de différents liquides organiques par des films d'acétate ou de nitrate de cellulose dépend, en particulier, de l'action lyophile de ces composés vis-à-vis des chaînes cellulosiques. Ainsi pour des films de $0^{mm},15$ d'épaisseur d'acétate de cellulose (à 54,45 % de CH_3COOH), la grandeur et la vitesse de l'absorption, à la température de 25°, varient avec la nature du liquide d'imbibition.

Liquide organique d'imbibition.	Absorption maximum % en poids.	Temps d'imbibition en heures.
HCH_2OH	29,2	200
C_6H_6	22,1	280
$C_6H_5CH_3$	17,6	500
$C_6H_4(CH_3)_2$	5,3	600
CCl_4	3,3	300

([3]) Ch. Dufraisse, Chr. Pinazzi et J. Baget, *Comptes rendus*, 218, 1944, p. 759.

([1]) Séance du 25 février 1946.

L'élimination du liquide absorbé est très rapide et complète par un simple chauffage ; ces composés ne paraissent donc diffuser qu'entre des chaînes moléculaires plus ou moins associées.

Un phénoméne très différent, déjà signalé par H. Staudinger ([2]) pour la cellulose, est observé si l'on facilite l'absorption de ces composés volatils en dispersant préalablement, ou simultanément, les chaînes cellulosiques par un gélatinisant auxiliaire. Leur pénétration intermoléculaire est ainsi favorisée (*gonflement intraréticulaire*), mais, inversement, leur élimination complète, sous l'action d'une température ou d'un vide poussés, est pratiquement impossible, les films ou les masses obtenus aprés évaporation du solvant retenant des quantités parfois importantes de ces composés insérés entre les chaînes cellulosiques. La grandeur du phénomène dépend :

a. de l'affinité des molécules incluses pour les esters cellulosiques. De telles inclusions se manifestent également avec les solvants réels des esters cellulosiques, mais à un degré moindre, car les solvants peuvent migrer d'une chaîne à une autre par formation de solvates et s'éliminer ainsi du réseau cellulosique;

b. du pouvoir dispersif du gélatinisant auxiliaire et de la proportion du iquide organique ajouté à ce gélatinisant. La forme des courbes de rétention en fonction de la composition du mélange solvant ainsi formé est affectée enfin par les différences entre les tensions de vapeur du gélatinisant et du liquide organique.

Ester cellulosique.	Agent dispersif.	Molécules incluses A.	Inclusion maximum après 100 heures de chauffage à 75°. % en poids.	Mol. A/ groupe C_6.
Acétate de cellulose à 54,45 de CH_3COOH.........	$CH_3-CO-CH_3$	CCl_4	10,6	1/6 env.
» »	$C_2H_5-CO-CH_3$	»	11,7	1/5 »
» »	$O\langle{}^{CH_2-CH_2}_{CH_2-CH_2}\rangle O$	»	9,5	1/6 »
» »	$CHCl_3$	»	9,7	1/6 »
» »	CH_2Cl_2	»	11,8	1/5 »
» »	$C_2H_4Cl_2$	»	6,7	1/9 »
» »	$CH_3-CO-CH_3$	C_6H_6	3,2	1/9 »
» »	»	$C_6H_5-CH_3$	2,8	1/9 »
Nitrate de cellulose à 12,15 de N_2................	»	CCl_4	65,2	1/1 »
» »	»	$CHCl_3$	6,9	1/6 »
» »	»	$C_2H_4Cl_2$	5,5	1/8 »

Il semble qu'un phénomème analogue soit à la base du mécanisme général de la plastification des composés macromoléculaires en supposant que les

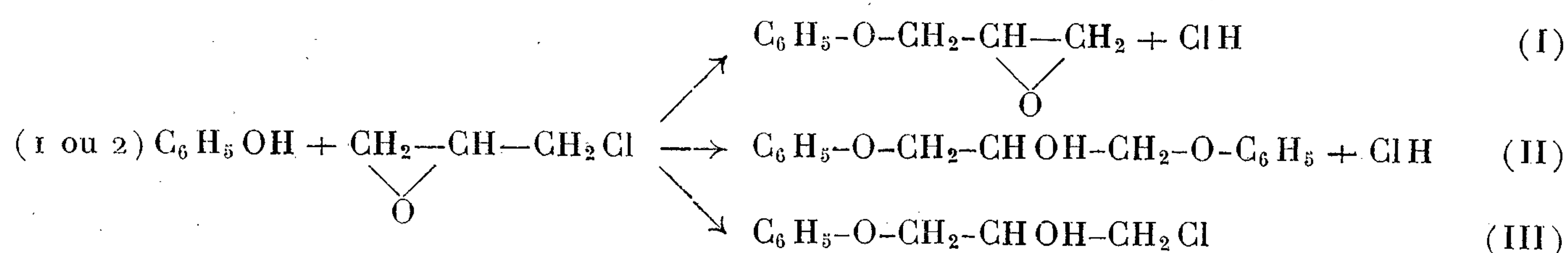
([2]) H. Staudinger et W. Dohle, *J. prakt. Chem.*, **161**, 1943, 219.

molécules plastifiantes incluses, susceptibles ou non de former des composés d'addition avec les chaînes polymérisées, possèdent un encombrement spatial suffisant pour maintenir ces chaînes écartées lorsque le solvant est éliminé, pour diminuer les effets des liaisons secondaires entre les chaînes et pour faire apparaître ainsi la plasticité.

La pénétration intermoléculaire d'un composé tel que le phosphate triphénylique et son insertion dans le réseau de l'acétate et du nitrate de cellulose sont prouvées en effet par le fait que les inclusions (de CCl_4 par exemple) deviennent très négligeables après une addition de 25 à 35 % de plastifiant (ce qui correspond, pour les deux esters cellulosiques, à la présence d'une molécule environ de phosphate triphénylique pour quatre chaînons glucose). Grâce à l'écartement des chaînes cellulosiques, imposé par le plastifiant, les molécules de CCl_4 s'éliminent plus facilement et les inclusions ne peuvent plus se manifester.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Condensation de l'épichlorhydrine avec le phénol en présence de fluorure de bore. Nouveau mode de préparation de l'éther γ-phénylique de l'α-monochlorhydrine du glycérol.* Note de MM. **Émile Levas** et **Henri Lefebvre**, présentée par M. Marcel Delépine.

On sait que l'épichlorhydrine peut réagir avec le phénol suivant trois modes distincts, le plus souvent concomitants ([1]), deux d'entre eux entraînant une élimination d'acide chlorhydrique



Les rendements en ces trois produits dépendent des conditions opératoires. En solution alcaline aqueuse on forme surtout l'éther phénylique du glycidol (I), tandis qu'en présence de C_2H_5ONa on a presque uniquement le diéther (II). Le produit (III) ne se forme d'une façon prédominante que si la réaction est faite en tube scellé (Rdt 17 à 23 %), ou en présence d'une très petite quantité de soude agissant comme catalyseur (Boyd et Marle). Cette dernière méthode de préparation de l'éther (III), jusqu'ici la plus intéressante, a cependant le gros inconvénient de nécessiter un temps de réaction assez long, et de ne donner que des rendements encore faibles (35 % au bout de trois semaines).

Comme BF_3 ne semble pas favoriser les réactions se faisant avec élimination d'hydracide, nous avons pensé qu'il pourrait catalyser sélectivement la réac-

---

([1]) Lindeman, *Ber. d. Chem. Ges.*, **24**, 1891, p. 2145; Fischer et Krämer, *Ber. d. Chem. Ges.*, **41**, 1908, p. 2730; Boyd et Marle, *J. Chem. Soc. London*, **93**, 1908, p. 838, et **97**, 1910, p. 1788; Fourneau, *J. Pharm. Chimie*, 7e série, **1**, 1910, p. 55; Böeseken, *Rec. Trav. Chim. P.-B.*, **34**, 1915, p. 102.

tion (III). Nous avons pu en effet, par condensation de l'épichlorhydrine avec le phénol en présence d'une petite quantité de BF_3, préparer avec un rendement pouvant atteindre 65 % l'éther γ-phénylique de l'α-monochlorhydrine, éther qui constitue une matière première intéressante pour la préparation d'amino-alcools, d'éthers diaryliques du glycérol etc. ([2]).

ÉTUDE SYSTÉMATIQUE DE LA RÉACTION. — 1° *La condensation est facile et très rapide.* Il suffit d'ajouter lentement et en agitant l'épichlorhydrine à une solution benzénique de phénol ayant dissous le BF_3 et refroidie dans la glace. On continue d'agiter 30 minutes, on détruit le BF_3 par l'eau, on chasse le benzène et l'excès de phénol, puis on distille le résidu. L'opération totale, isolement des produits compris, peut être achevée en moins d'une journée. On ne constate jamais d'élimination de ClH. Il se forme un peu de produits supérieurs résultant vraisemblablement de la condensation de 1^{mol} de phénol avec 2 ou plusieurs molécules d'épichlorhydrine.

2° *Influence de la concentration en épichlorhydrine dans le mélange. — Le rendement en éther* (III) *croît quand le rapport phénol/épichlorhydrine croît;* corrélativement la formation des produits supérieurs diminue. Voici quelques résultats obtenus en condensant à 0° 23^g ($0^{mol},25$) d'épichlorhydrine avec des quantités variables de phénol en présence de 1^g de BF_3.

Phénol (g).	Mol. phénol / Mol. épichlorhyd.	Solvant (C_6H_6) (cm³).	Rendement en éther (III) par rapport à l'épichlorhydrine (g).	%	Masse des produits supérieurs (g).
23,5	1	100	7,73	16,8	24
47	2	100	17,16	37	19,5
94	4	200	25,05	53,9	15
141	6	300	25,20	54,2	14
188	8	400	30,5	65	11

3° *Influence de la concentration en* BF_3. — Cette influence est faible tant que la concentration en BF_3 n'atteint pas un seuil au delà duquel le rendement en éther (III) diminue en raison d'une formation plus grande de produits supérieurs. Ainsi, des essais effectués dans des conditions similaires (phénol/épichlorhydrine = 4) avec 1^g, $3^g,2$ et $9^g,5$ de BF_3 donnèrent respectivement des rendements en éther (III) de 53,9, 54,3 et 26,2 %.

4° *Influence de la nature du solvant.* — Nous avons été amenés à distinguer deux sortes de solvants : *a.* les solvants *indifférents* tels que C_6H_6; *b.* les solvants (généralement oxygénés) qui donnent avec BF_3 des complexes qui possèdent des propriétés catalytiques propres, souvent différentes de celles de BF_3 lui-même. Ainsi, quand on remplace C_6H_6 par l'éther ordinaire qui forme le complexe BF_3, $(C_2H_5)_2O$ ([3]), on n'obtient sensiblement pas d'éther III.

([2]) Travail en cours.
([3]) HENNION, HINTON et NIEUWLAND, *J. Amer. Chem. Soc.*, 55, 1933, p. 2857.

5° *Catalyse par* BF_3, $2H_2O$. — A la solution benzénique de phénol ayant dissous le BF_3, on ajoute, avant d'y verser l'épichlorhydrine, la quantité d'eau juste nécessaire pour former le dihydrate BF_3, $2H_2O$. La réaction a encore lieu, mais le rendement en produit (III) est moitié moindre, toutes autres conditions égales.

Caractéristiques du phénoxy-1 chloro-3 propanol-2 $C_9H_{11}O_2Cl$: liquide incolore, sirupeux. $É_{12,5}$ 153,5-155°,5 (corrigé); $d_4^{23,5}$ 1,210; $n_D^{23,5}$ 1,542; R. M. trouvée 48,49; théorique, 48,20. Par action de C_6H_5ONa on obtient l'éther diphénylique α-γ du glycérol, F 81-82° (Rdt 94 %).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèse et cyclisation de l'ar-turmérone*. Note de MM. **Jean Colonge** et **Jean Chambion**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'ar-turmèrone (I) est une cétone sesquiterpénique en $C_{15}H_{20}O$, dont la forme dextrogyre existe à côté de la turmérone $C_{15}H_{22}O$ dans la partie odorante de l'huile de curcuma ([1]). Sa constitution a été confirmée synthétiquement en condensant la curcumone avec l'acétone en présence d'éthylate de sodium ([2]).

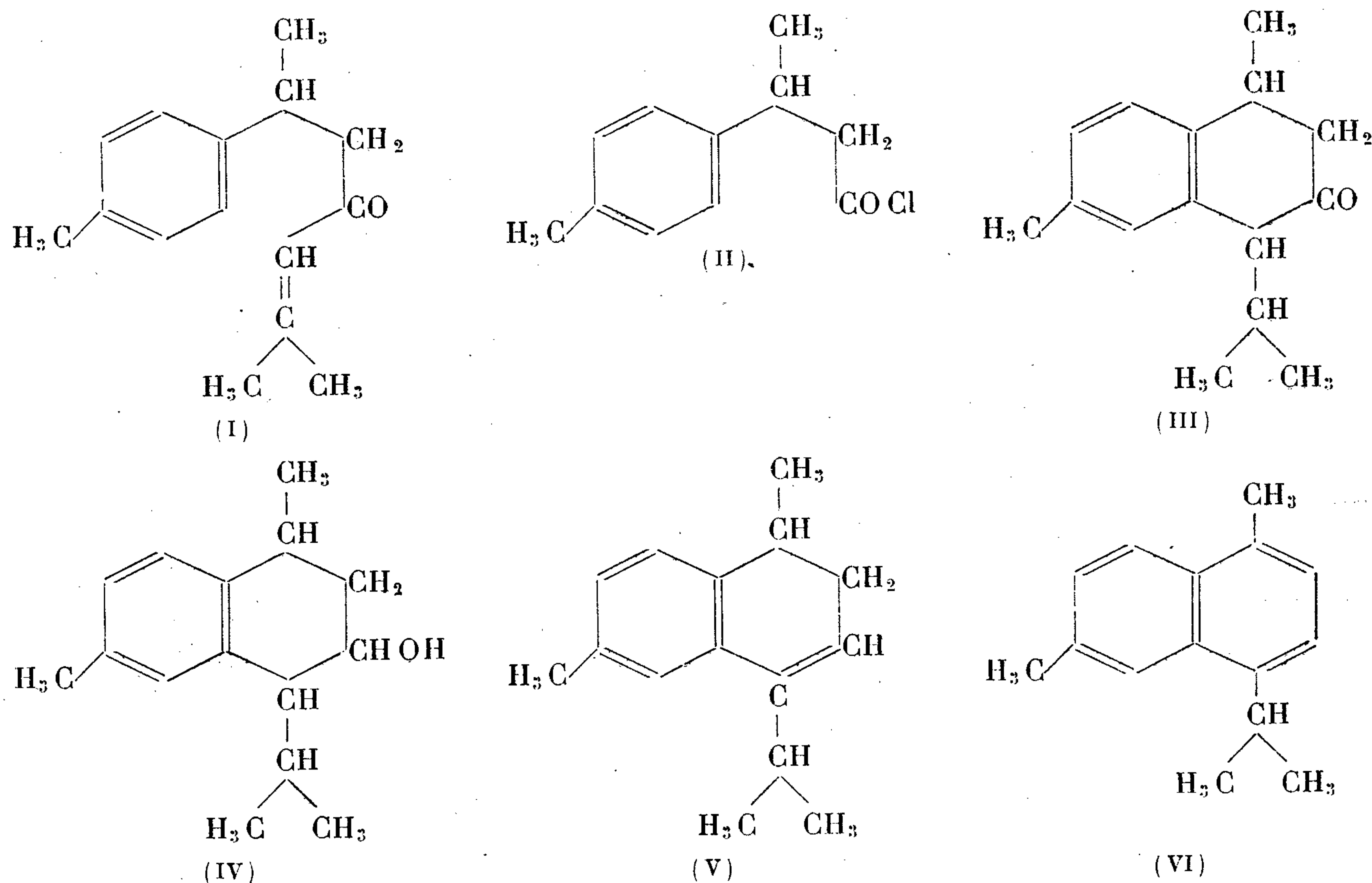
Dans le but de préparer une série de cétones du type de l'ar-turmérone, nous avons condensé des chlorures d'acides aliphatiques β-phénylés, substitués soit sur le noyau benzénique, soit sur la chaîne aliphatique, avec des hydrocarbures éthyléniques, en présence de petites quantités de chlorure stannique selon une technique établie par l'un de nous ([3]). Dans ces conditions, en utilisant le chlorure de l'acide β-paratolylbutyrique (II) et l'isobutylène, on obtient l'ar-turmérone racémique avec un rendement de 50 % de la théorie.

D'autre part, on sait qu'il est possible de passer des composés sesquiterpéniques monocycliques aux isomères hydronaphtaléniques correspondants : c'est ainsi que le bisabolène ayant le même enchaînement carboné que l'ar-turmérone a été cyclisé en diméthyl-1.6 isopropyl-4 hexahydronaphtalène ([4]). Le passage de l'ar-turmérone à une cétone hydronaphtalénique pouvait donc être tenté; la cyclisation a été réalisée par chauffage de la solution sulfocarbonique avec du chlorure d'aluminium; on obtient le *diméthyl*-1.6 *isopropyl*-4 *céto*-3 *tétrahydro*-1.2.3.4 *napthalène* (III).

La constitution de cette tétralone est démontrée de la manière suivante : par réduction catalytique sur nickel Raney, elle fournit l'alcool secondaire correspondant; *diméthyl*-1.6 *isopropyl*-4 *hydroxy*-3 *tétrahydro*-1.2.3.4 *naphtalène* (IV), lequel, par chauffage avec de l'acide phosphorique à 85 %, se déshydrate en *diméthyl*-1.6 *isopropyl*-4 *dihydro*-1.2 *naphtalène* (V). Enfin, par

([1]) Rupe, Clar, S. Pfan, Plattner, *Helv. Chim. Acta*, **17**, 1934, p. 372.
([2]) Rupe et Gassmann, *Helv. Chim. Acta*, **19**, 1936, p. 569.
([3]) J. Colonge et K. Mostafavi, *Bull. Soc. Chim.*, **6**, 1939, p. 338.
([4]) Ruzicka et Capato, *Helv. Chim. Acta*, **8**, 1925, p. 259.

chauffage avec du soufre à 240° pendant 5 heures, ce carbure est déshydrogéné en *cadaline* ou *diméthyl*-1.6 *isopropyl*-4 *naphtalène* (VI), identifié par son picrate dont le point de fusion (115°) concorde avec celui indiqué par d'autres auteurs ([5]) et ([6]).



Ar-turmérone $C_{15}H_{20}O$ (I). — Liquide odorant; $É_{12}$ 159°-160°; d_4^{12} 0,968; n_D^{12} 1,5240.

Diméthyl-1.6 *isopropyl*-4 *céto*-3 *tétrahydro*-1.2.3.4 *naphtalène* $C_{15}H_{20}O$ (III). — Cristaux, F 33°; $É_{11}$ 167°; semicarbazone F 222° (n. c.); oxime F 108°.

Diméthyl-1.6 *isopropyl*-4 *hydroxy*-3 *tétrahydro*-1.2.3.4 *naphtalène* $C_{15}H_{22}O$ (IV). — Liquide très visqueux, incolore, inodore; $É_{13}$ 174°; phényluréthane F 118°-120°.

Diméthyl-1.6 *isopropyl*-4 *dihydro*-1.2 *naphtalène* $C_{15}H_{20}$ (V). — Liquide visqueux, dépourvu d'odeur; $É_{12}$ 139°-140°; d_4^{15} 0,955; n_D^{15} 1,5380; R. M, obs. 65,53; cal. 65,20.

Cadaline $C_{15}H_{18}$ (VI). — Picrate, longues aiguilles rouges F 115°.

Nous poursuivons nos recherches sur des cétones du même type que l'ar-turmérone.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèse de composés polycycliques à partir du méthyl-6-naphtol-2*. Note ([1]) de MM. **René Royer** et **Buu-Hoï**, présentée par M. Marcel Delépine.

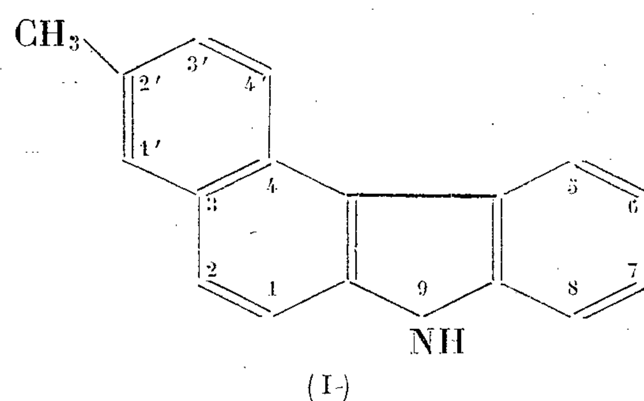
L'étude des relations entre la constitution chimique et le pouvoir cancérigène ou inhibiteur des molécules implique la tâche ardue de synthétiser en série des composés polycycliques portant des radicaux méthyles en des points variés de leur molécule. Montrons ici que le méthyl-6-naphtol-2 constitue une

([5]) Ruzicka et Seidel, *Helv. Chim. Acta*, 5, 1922, p. 369.

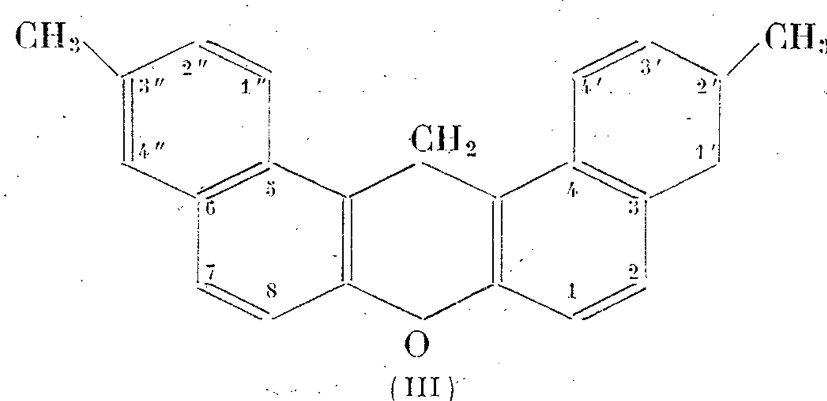
([6]) Ruzicka et Meyer. *Helv. Chim. Acta*, 4, 1921, p. 508.

([1]) Séance du 25 février 1946.

matière première commode pour ce genre de travail. Traité par la phénylhydrazine et son chlorhydrate ([2]), ce corps conduit, en effet, au méthyl-2'-benzo-3.4-carbazole (I); condensé avec le formol, il donne le méthylène-*bis*

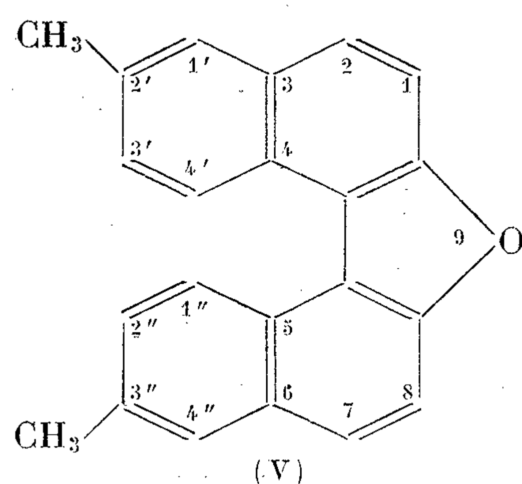


(I)

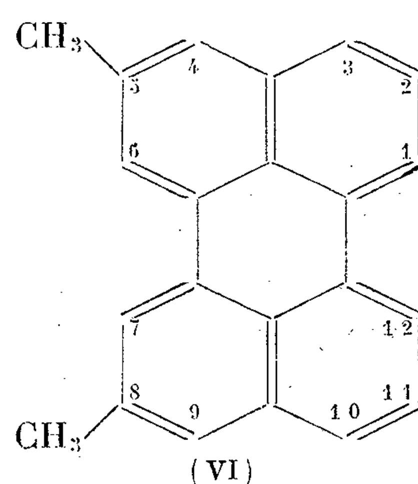


(III)

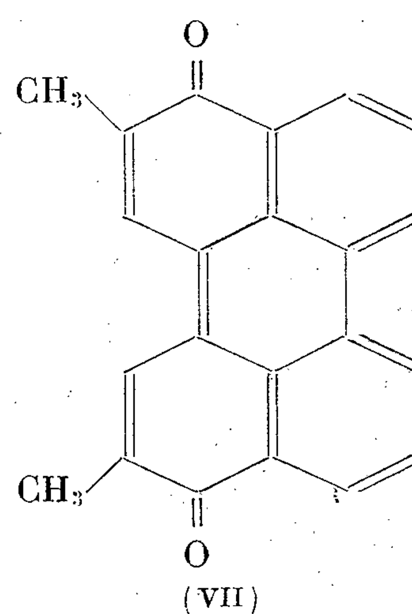
(méthyl-6-naphtol-2) (II) que l'action de $POCl_3$ ([3]) transforme par cyclisation en diméthyl-3''.2'-dibenzo-3.4.5.6-xanthène (III). Oxydé par Cl_3Fe, le méthyl-6-napthol-2 conduit au diméthyl-6.6'-dihydroxy-2.2'-dinaphtyle-α.α' (IV), lequel est facilement déshydraté par la poudre de zinc en diméthyl-2'.3''-



(V)



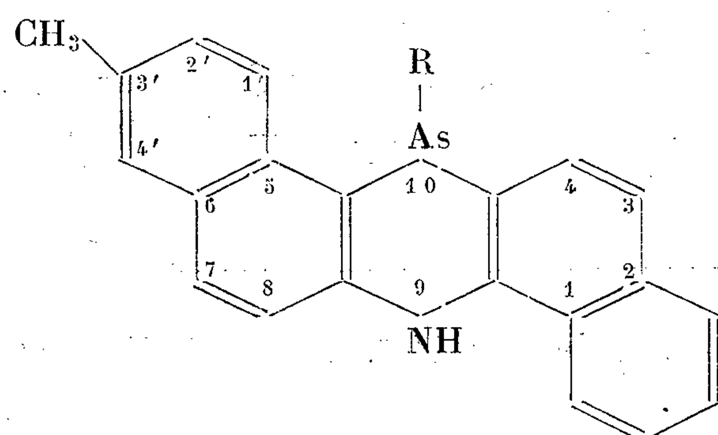
(VI)



(VII)

dibenzo-3.4.5.6-diphénylène-oxyde (V); le même composé (IV), soumis à un traitement par le zinc et $POCl_3$ suivi de pyrolyse ([4]), conduit au contraire au diméthyl-5.8-pérylène (VI), lequel est oxydable par l'acide chromique en diméthyl-5.8-pérylène-quinone-4.9 (VII).

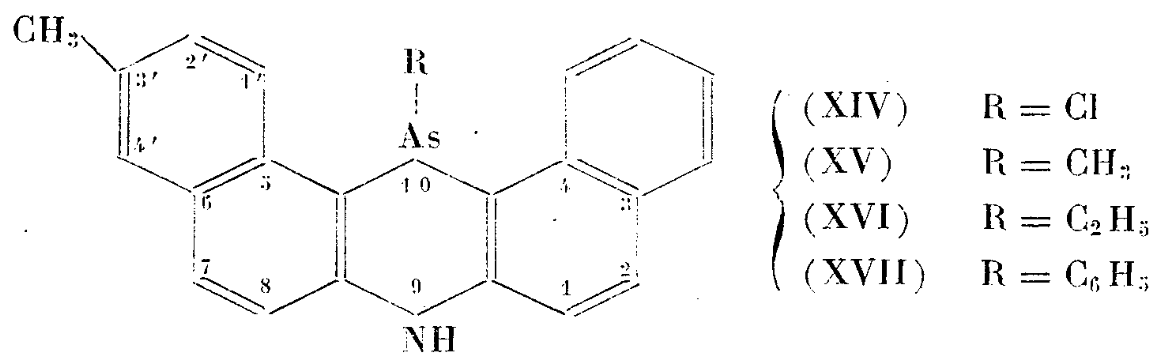
Traité par la naphtylamine-α en présence d'iode, le méthyl-6-naphtol-2 engendre la (méthyl-6-naphtyl-2) N-α-naphtylamine (VIII), que Cl_3As convertit en méthyl-3'-chloro-10-dihydro-9.10-dibenzo-1.2.5.6-phénarsazine (IX);



(IX) $R = Cl$
(X) $R = CH_3$
(XI) $R = C_2H_5$
(XII) $R = C_6H_5$

([2]) JAPP et MAITLAND, *J. Chem. Soc.*, **83**, 1903, p. 272.
([3]) WOLFF, *Ber. d. chem. Ges.*, **26**, 1893, p. 84.
([4]) MARSCHALK, *Bull. Soc. Chim.*, **43** 1928, p. 1388.

ce dernier corps, traité par l'iodure de méthylmagnésium ([5]), engendre la diméthyl-3'.10-dihydro-9.10-dibenzo-1.2.5.6-phénarsazine (X), les bromures d'éthyl- et de phénylmagnésium donnant de même la méthyl-3'-éthyl-10-dihydro-9.10-dibenzo-1.2.5.6-phénarsazine (XI) et la méthyl-3'-phényl-10-dihydro-9.10-dibenzo-1.2.5.6-phénarsazine (XII). D'une façon analogue le méthyl-6-naphtol-2, condensé avec la naphtylamine-β, donne la méthyl-6'-



dinaphtylamine-2.2' (XIII) que Cl_3As convertit en méthyl-3'-chloro-10-dihydro-9.10-dibenzo-3.4.5.6-phénarsazine (XIV), laquelle fournit à son tour, avec les magnésiens adéquats, les diméthyl-3'.10, méthyl-3'-éthyl-10, et méthyl-3'-phényl-10-dihydro-9.10-dibenzo-1.2.5.6-phénarsazines (XV), (XVI) et (XVII).

Voici quelques indications sur les propriétés des corps mentionnés ci-dessus, tirées de la Thèse de l'un de nous (R. Royer) :

(I) $C_{17}H_{13}N$. — Aiguilles incolores F 196° (de l'alcool); *picrate*, prismes rouges F 176° (inst.).

(II) $C_{23}H_{20}O_2$. — Paillettes incolores F 201° (alcool).

(III) $C_{23}H_{18}O$. — Aiguilles incolores F 239° (inst.); *picrate*, aiguilles orangées F 180° (inst.). Cette substance a été décrite dans la littérature ([6]).

(IV) $C_{22}H_{18}O_2$. — Poudre microcristalline incolore F 170° (alcool).

(V) $C_{22}H_{16}O$. — Aiguilles incolores F 156° (alcool).

(VI) $C_{22}H_{16}$. — Aiguilles orangées F 163° (benzène); *picrate*, aiguilles noires F 217°.

(VII) $C_{22}H_{14}O_2$. — Aiguilles orangées F > 360° (nitrobenzène).

(VIII) $C_{21}H_{15}N$. — Résine jaune.

(IX) $C_{21}H_{15}NAsCl$. — Aiguilles jaunes F 283° (*o*-dichlorobenzène).

(X) $C_{22}H_{18}NAs$. — Prismes jaunâtres F 171° (éther).

(XI) $C_{23}H_{20}NAs$. — F 158° (éther).

(XII) $C_{27}H_{20}NAs$. — F 180° (éther).

(XIII) $C_{21}H_{15}N$. — Aiguilles incolores F 145° (alcool).

(XIV) $C_{21}H_{15}NAsCl$. — Aiguilles orangées F 292° (*o*-dichlorobenzène).

(XV) $C_{22}H_{18}NAs$. — F 200° (éther). (XVI) $C_{23}H_{20}NAs$. — F 115° (éther).

(XVII) $C_{27}H_{20}NAs$. — F 203° (éther).

([5]) Pour des synthèses analogues, voir Buu-Hoï, Hiong-Ki-Wei et Royer, *Revue Scientifique*, 82, 1944, p. 453.

([6]) K. Dziewonski et T. Chomik, *Chem. Centralbl.*, 1939, I, p. 4320.

GÉOLOGIE. — *Sur la structure des éléments cristallophylliens dans l'Est de l'Aveyron et dans la Lozère*. Note ([1]) de M. **Pierre Lapadu-Hargues**, présentée par M. Charles Jacob.

Entre le Massif granitique de la Margeride et le rebord septentrional des Causses et au delà vers l'Est, le long de la crête granitique du Mont-Lozère affleurent sur près de 100^{km} des ensembles métamorphiques. Un certain nombre de faciès peuvent y être distingués, depuis les micaschistes supérieurs à muscovite et séricite (régions d'Estaing et de Saint-Geniez d'Olt dans l'Aveyron, région de la Montagne du Goulet au Nord des hautes vallées du Lot et de l'Altier dans la Lozère) jusqu'aux gneiss œillés et même aux gneiss granulitiques profonds (régions de Prévenchères et de La Bastide-Puylaurent en Lozère).

L'étude détaillée de la tectonique de ces éléments tend à montrer qu'il faut y distinguer deux zones structurales.

1. *Zone occidentale et centrale*, s'étendant depuis le granit d'Entraygues à l'Ouest jusqu'à Badaroux à l'Est (10^{km} en amont de Mende sur le Lot). Dans cette zone on constate que tous les termes métamorphiques offrent une disposition structurale inverse de la disposition classiquement admise; c'est ainsi qu'à Estaing affleure une bande de micaschistes supérieurs de direction SW-NE qui plongent vers le SE sous des micaschistes inférieurs à deux micas, grenats et staurotide, pour réapparaître à nouveau, surgissant sous sous les mêmes micaschistes inférieurs, avec cette fois un pendage NNW, dans la région de Saint-Geniez ([2]). Les micaschistes inférieurs dessinent une cuvette synclinale à direction axiale SW-NE, cuvette occupée au NE par un complexe de gneiss œillés et de migmatites micaschisteuses en position synclinale avec un léger chevauchement sous lequel plongent ces micaschistes inférieurs (région de Saint-Chély d'Aubrac, Le Born, Viaurals, au pied de l'Aubrac). Dans l'aire drainée par le Bassin de la Coulagne (Saint-Germain du Teil, Marvéjols, Saint-Léger de Peyre, Servières), on note la disposition suivante : en bordure de la Margeride, des micaschistes, puis une large zone où affleurent des gneiss à biotite et amphiboles et migmatites gneissiques, enfin au Sud (Pin-Moriès, Saint-Germain-du-Teil) des micaschistes qui passent vers l'Est à des gneiss à biotite et amphibole intercalés de quartzites à minéraux.

L'ensemble présente une direction SW-NE, avec plongées vers le NW. Mais l'examen de la terminaison des migmatites gneissiques dans la région de Lachamp, au NE de Marvejols, montre indubitablement que l'on a là un synclinal pincé couché vers le SE, synclinal de migmatites gneissiques logé au sein de micaschistes. De même en direction des Salces, au Nord de Saint-Germain du Teil, on peut également remarquer un anticlinal aigu de micaschistes à deux micas, grenats et staurotide couché vers le SE qui s'engage sous une couverture de gneiss œillés et de gneiss leptynitiques qui plongent dans le même sens.

Vers l'Est (région de la Boulaine et du Bassin de Mende) on ne voit que des micaschistes inférieurs qui, après avoir esquissé un vaste synclinal de direction axiale encore SW-NE,

---

([1]) Séance du 25 février 1946.

([2]) P. Lapadu-Hargues, *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 5e série, 13, 1943, p. 105.

présentent une série monoclinale à pendages W-N-W de plus en plus accusés (Nord de Mende, Chastel-Nouvel, vallée du Lot). Au delà de Badaroux, on trouve le granite; ce granite correspond à l'extrémité méridionale de la Margeride, granite posttectonique qui recoupe tout.

2° *Zone orientale,* au delà du bord oriental de la Margeride, vers Langogne, la Bastide et Villefort. Toute différente est l'architecture dans cette zone qui correspond aux massifs de la Montagne du Goulet et de la Forêt de Mercoire. D'une part on y rencontre des faciès qui ne sont pas absolument analogues à ceux des régions centrale et occidentale, mais surtout la disposition réalisée est très différente. Cette zone est *armée* par un long anticlinal qui prend naissance aux portes de Villefort et, en direction méridienne, s'étend jusqu'à La Bastide. Au delà vers l'E et le NE, il s'élargit considérablement et couvre tout l'espace occupé par les hauts bassins de l'Ardèche et de la Loire. Sur le flanc W de cet anticlinal va s'appuyer toute une série d'écailles qui se succèdent en tuiles de toît. On en compte six au niveau de Chasseradès. Ce sont des écailles qui ont été vues et cartographiées par H. Longchambon ([3]). Écailles et axe anticlinal sont à série normale : gneiss profonds dans l'axe, micaschistes à l'extérieur.

La conclusion de ce rapide exposé est la suivante. Considérée du point de vue de la tectonique antégranitique, c'est-à-dire antérieure à la mise en place des granites de la Margeride, du Mont Lozère et de la Borne, l'architecture est dominée par l'existence de deux *pays*. A l'Ouest on a un pays *allochtone*, constitué par un vaste pli couché ou nappe du premier genre dont nous avons le flanc inverse et qui nous montre une série métamorphique systématiquement renversée. Le sens des cheminements de cette nappe serait en direction Sud et Sud-Est et elle s'avancerait sur un pays *autochtone* (Forêt de Mercoire, Montagne du Goulet et leur extension vers l'Est) où les terrains sont en place, avec tout au plus des structures en écailles sur le bord Ouest, ces dernières étant peut-être le résultat de l'avancée du pays allochtone sur le pays autochtone.

Le front de cette nappe est malheureusement invisible car, au Sud, il serait caché sous le manteau jurassique du Causse. A l'Est le granite vient recouper le cristallophyllien et tout absorber. Enfin il est très probable que la région du Lévezou et des Palanges (Sud du détroit de Rodez) déjà décrite comme dessinant une vaste aire anticlinale ([4]) a dû jouer vers le Sud le rôle d'avant-pays autochtone, au même titre que la Forêt de Mercoire ou le Goulet vers l'Est. Les faciès cristallins du Lévezou et des Palanges sont également assez différents de ceux de la région d'Estaing ou de Marvéjols.

([3]) *Carte géologique détaillée,* 197, Largentière, 2e édition (*Service de la Carte Géologique de France,* 1939).

([4]) J. Durand, *Comptes rendus,* 205, 1937, p. 160.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Sur les coïncidences des recrudescences de l'activité magnétique à courte période et la naissance des plages faculaires sur le Soleil.* Note de M. MAURICE BURGAUD, présentée par M. Charles Maurain.

Nous avons montré (¹) qu'il existe une étroite liaison entre éruptions solaires intenses et tempêtes magnétiques à début brusque, mais non avec tout autre genre de trouble magnétique.

Ce trouble est, comme on sait, très diminué aux environs du minimum du cycle solaire; il reste cependant important à certains jours où, le plus souvent, rien n'apparaît sur le Soleil. Bien que suivant toutes deux, en moyenne, le cycle, activités magnétique et solaire ne se correspondent pas dans le détail; si le coefficient de corrélation entre le trouble magnétique et le nombre de Wolfer peut atteindre, lors du maximum, 0,90, il tombe à 0,08 aux années de minimum. Cette anomalie se retrouve quel que soit l'indice choisi : calcium, $H\alpha$ *flocculi*, sombres ou brillants, éruptions ou tous les signes qui en dérivent : évanouissements, crochets, débuts brusques.

En réalité, il convient de distinguer deux sortes de trouble magnétique : la perturbation magnétique caractérisée, à début brusque, liée à l'éruption, et les troubles plus fréquents à début progressif.

Dans les suites récurrentes de l'agitation magnétique, on trouve pour telle ou telle récurrence une éruption marquée par un crochet et un début brusque (v. g. cinq fois dans l'importante suite du 4 janvier 1930 au 18 septembre 1931); mais aux autres reprises de l'activité, 27 jours avant ou après, ni éruption ni crochet n'apparaissent bien que le trouble soit notable. Ce mélange, dans une même suite des deux espèces de trouble conduit à leur assigner une même cause. Une étude des données solaires à notre disposition a permis de relever de nombreuses coïncidences entre les recrudescences de l'activite magnétique et *l'accroissement des plages faculaires* ou mieux leur *naissance*.

On sait que l'activité solaire interne manifeste ses recrudescences en provoquant, en des points variables de la surface du disque, un accroissement temporaire des facules en nombre et en étendue; on remarque dans les données de Greenwich et de Tortosa, sur les taches et les facules, spécialement pour les facules des alternances d'activité et d'accalmie de deux à plusieurs jours. Les photographies prises à Greenwich ne permettent pas de surveiller les accroissements et les naissances des plages faculaires pour la partie centrale du Soleil, mais l'Observatoire de l'Ebre a pu, pendant vingt-huit ans, suivre les filaments du calcium brillants, dans la raie K, mesurer et numéroter les plages brillantes apparues sur tout le disque visible. La superficie des filaments est évaluée de 0 à 5.

Ce nombre indice n'est pas en concordance avec les regains de l'activité

(¹) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 449.

magnétique; une plage faculaire peut se développer pendant plusieurs jours et son étendue maxima (le nombre indice maximum) peut alors coïncider avec un jour de calme magnétique. Mais, si l'on relève la date *du début des extensions*, qui manifeste une poussée de fièvre solaire, ou mieux les dates de naissance des *Calcium flocculi*, signe non équivoque de regain d'activité solaire sous-jacente (les bulletins de Tortosa signalent 6 à 10 cas par mois de ces apparitions fugitives, dont la durée, en temps de minimum, ne dépasse pas 2 à 3 jours), on constate de nombreuses coïncidences avec les reprises de l'activité magnétique. Le tableau suivant donne un exemple de comparaison, en 1925; on y lit : la date de l'augmentation du caractère magnétique et ses valeurs; la date de la naissance de la plage faculaire et son numéro d'enregistrement.

C. M. Janv.		Calc. Floc. Janv.	N°.	C. M. Fév.		Calc. Floc. Fév.	N°.
2-3...	0,1-0,5	3...	**3166**	6-7-8...	3-5-10	7-8...	**3182**
4-5...	0 -7	4...	**3167**	11-12...	2-6	- ...	-
11-12-13...	0-1 -15	12-13...	**3170-72**	15-16...	1-6	15...	**3186**
15-16...	1 -15	14...	**3174**	18-19...	3-7	19...	**3189**
18-19...	10 -18	18...	**3175**	23-24...	0-7	24...	**3192**
22-23...	2 -11	22...	**3177**	27-28...	0-8	28...	**3196-97**
31-1...	0 -7	1...	**3180**				

Le dépouillement de 16 années (1920-1936) a montré 857 cas d'augmentation du caractère magnétique, de plus de 5/10. Pour 174 cas les données sont insuffisantes; pour les 683 cas restants, le pourcentage annuel des coïncidences entre une naissance des *Calcium flocculi* et une augmentation du caractère magnétique est le suivant :

1920....	0,79	1924....	0,77	1928....	0,79	1932....	0,77
1921....	0,82	1925....	0,70	1929....	0,77	1933....	**0,55**
1922....	0,88	1926....	**0,38**	1930....	0,89	1934....	0,63
1923....	0,85	1927....	0,70	1931....	0,77	1935....	0,80

La valeur moyenne est 0,74; nous sommes loin du faible coefficient de corrélation indiqué par d'autres indices de l'activité solaire, en temps de minimum. A part 1926 et 1933, le nombre des coïncidences se maintient constamment élevé. Notons que des cas de non-coïncidence peuvent s'expliquer par le fait que les *Calcium flocculi* sont si fugitifs et d'aire si faible qu'ils peuvent parfois passer inaperçus.

Au maximum du cycle, il y a moins de naissances; les plages faculaires, plus nombreuses et plus actives, donnent alors lieu plus fréquemment à des éruptions qui provoquent les tempêtes magnétiques caractérisées.

Les *Calcium flocculi* coïncidant avec les regains de l'activité magnétique ne paraissent pas avoir de place déterminée sur le disque et ne sont pas nécessairement au voisinage du méridien central; ce caractère concorde avec celui qui a été noté pour les éruptions.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *L'évolution des faisceaux inversés de la feuille carpellaire du* Cycas circinalis *et ses conséquences anatomiques*. Note [1] de M. **Édouard Boureau**, présentée par M. Louis Blaringhem.

L'anatomie de la feuille carpellaire des Cycadées a fait l'objet d'une étude déjà ancienne de la part de van Tieghem [2]. Depuis [3], nous signalions l'existence de faisceaux inversés dans la partie basilaire de la feuille carpellaire de *Cycas circinalis*, attirant l'attention sur une comparaison possible avec les faisceaux du complexe bractée, écaille ovulifère des Pins.

Van Tieghem ne signale pas de faisceaux inversés dans la feuille carpellaire de *Cycas circinalis*. Par contre il les décrit dans *Zamia* et *Macrozamia*. Étudiant leur origine dans *Zamia*, il montre qu'un faisceau libéroligneux droit se divise *dans le sens vertical*, donnant un faisceau inversé à *trachées tournées vers le bas*. La présente Note a pour but de préciser le mode d'évolution de ces faisceaux observés dans les feuilles carpellaires du *Cycas circinalis*, arrêtées à tous les âges.

A la base d'une feuille carpellaire très jeune, au niveau d'insertion sur la tige, des files de cellules parenchymateuses se différencient en faisceaux ligneux inversés dans la partie ventrale de la ligne de faisceaux normaux. Puis ces files vasculaires s'allongent en direction centrifuge et s'épaississent au cours du vieillissement. Alors que des éléments plus externes apparaissent, les plus anciens entrent en résorption. Le vert d'iode ne teinte ni les éléments ligneux les plus primitifs ni les résorptions et le carmin les colore en rose. La phloroglucine chlorhydrique, par contre, colore l'ensemble du faisceau. Il semble donc, si l'on admet qu'au vert d'iode correspond un constituant particulier de la lignine, qu'avant d'être résorbés, les vaisseaux du bois de *Cycas* subissent une délignification partielle. Ces files de bois secondaire apparaissent dans la partie centrale du faisceau droit, par différenciation sur place du parenchyme foliaire, sans qu'il y ait, comme le pensait van Tieghem, division longitudinale ou transversale des faisceaux droits préexistants. Dans les feuilles âgées, après la différenciation des vaisseaux ligneux, le liber secondaire apparaît dans la partie externe, de sorte que les faisceaux libéroligneux se trouvent entièrement constitués. Ces faisceaux libéroligneux ont ceci de particulier que la différenciation du bois, contrairement à la loi générale, précède celle du liber qui apparaît tardivement et à l'état secondaire. On n'observe, en effet, aucune trace de liber primitif.

---

(1) Séance du 18 février 1946.

(2) *Ann. Sc. Nat. Bot.*, 5e série, **10**, 1869, pp. 269-304.

(3) *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 471.

A l'extrême base de la feuille carpellaire, dans *Cycas circinalis*, les vaisseaux centripètes primaires sont fort peu différenciés. On les rencontre surtout plus haut. On peut alors avoir, à un niveau plus élevé, l'illusion que les faisceaux droits et inversés sont dans le prolongement les uns des autres, la jonction, en coupe transversale, étant assurée par les faisceaux primaires centripètes cycadéens. Mais l'observation des vaisseaux primitifs et de la marche de leur résorption montrent bien leur indépendance.

L'existence de faisceaux droits et inversés dans les feuilles carpellaires des Cycadées nous a déjà fait penser aux mêmes faisceaux de la bractée et de l'écaille ovulifère des Pinacées; mais il s'agit seulement ici d'un phénomène de convergence de structure. Leur ontogénie s'effectue de façon très différente. En effet, dans ces derniers, les vaisseaux inversés de la bractée résultent d'une évagination de l'arc libéroligneux de l'axe du cône et constituent une formation ontogénique primitive, alors que, dans la feuille carpellaire de *Cycas*, il s'agit d'une formation à différenciation tardive.

La convergence de structure est d'ailleurs très complète, puisque, à l'extrémité de la feuille ovulifère des Pins, nous avons découvert des faisceaux cycadéens diploxyles à tissu de transfusion.

On constate d'autre part que le passage de la feuille stérile à la feuille fertile des *Cycas* s'accompagne de modifications morphologiques et anatomiques importantes : atténuation marquée du découpage foliaire et disparition de l'arc contourné en Ω des faisceaux libéroligneux de la feuille stérile, remplacé ici par une ligne droite de faisceaux, double à la base.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Étude biologique de* Puccinia graminis *Persoon* (*Rouille noire des Graminées*). Note de M. **Lucien Guyot**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Au cours de nos recherches expérimentales poursuivies (en collaboration avec MM. M. Massenot et A. Saccas) de 1943 à 1945, à la Station de Biologie végétale de Grignon (Seine-et-Oise), sur la Rouille noire des céréales, environ 150 variétés de céréales ont été l'objet de 5300 tentatives de contamination artificielle à l'aide d'urédospores provenant de 102 souches différentes de *Puccinia graminis*, originaires de diverses régions de notre territoire; plusieurs dizaines d'espèces de Graminées sauvages ont été étudiées à ce même point de vue. Les souches de Rouille analysées avaient été prélevées : 28 sur *Triticum*, 13 sur *Lolium*, 10 sur *Agropyrum*, *Avena* et *Hordeum*, 4 sur *Arrhenatherum*, 3 sur *Ægilops*, *Berberis*, *Dactylis*, *Elymus*, *Festuca* et *Secale*, 2 sur *Bromus* et *Poa*, 1 sur *Agrostis*, *Anthoxanthum*, *Lagurus*, *Trisetum* et *Vulpia*.

Les plantes ont été contaminées sous cloche et en serre, à l'état de jeunes plantules pourvues de trois feuilles et provenant de semis de grains en pots; la

contamination était réalisée par badigeonnage des feuilles, sur les deux faces de celles-ci, à l'aide d'un pinceau fin trempé au préalable dans quelques gouttes d'eau stérile placée au fond d'un verre de montre et portant en suspension les urédospores de la race de Rouille étudiée. Bien qu'il n'existe pas de parallélisme absolu et constant entre sensibilité ou résistance de la jeune plantule en serre et sensibilité ou résistance de la plante adulte au champ, les données qui se dégagent de nos essais expérimentaux apportent une indication très utile sur les possibilités de comportement pratique des sortes intéressées.

La caractérisation des souches de Rouille étudiées a été faite par étude comparative des aptitudes parasitaires de chacune d'elles sur un certain nombre de variétés de céréales choisies en raison même de leur inégalité habituelle de comportement à l'égard des souches utilisées; en l'absence des variétés différentielles de céréales proposées par les expérimentateurs nord-américains et adoptées sur le plan international, nous avons dû nous limiter à donner à chaque souche étudiée une appellation conventionnelle, réservant pour plus tard le soin d'identifier de façon plus précise ces souches dans le cadre de la terminologie actuellement en usage en divers pays étrangers.

Les principaux résultats acquis à ce jour sont les suivants :

1° *Vérification de la pluralité des races physiologiques de Rouille noire dans la France continentale.* — A l'intérieur de la sous-espèce *Puccinia graminis triciti*, il y a plusieurs races distinctes; certaines s'isolent très nettement des autres; la souche T 23, en provenance d'Agon (Manche), est remarquable par son complexe phytoparasitaire ainsi établi : *Dômes*, *Franc Nord* et *Yga* immunes (ces variétés sont sensibles à toutes les autres races étudiées), *Marquillo* résistant, *Heines Kolben*, *Riéti*, *Thatcher* et *Warren* moyennement sensibles, *GC*, *GH*, *GL*, *GN*, *GP* et *Oro* sensibles (*GN* et *Oro* sont résistants à l'égard de toutes les autres races étudiées). Certaines des autres souches soumises au contrôle expérimental (AE 3, H 5, T 17, T 19, T 21) ont des aptitudes parasitaires très particulières.

2° *Reconnaissance des hôtes, spontanés ou cultivés, des diverses formes de Rouille noire observées dans la France continentale.* — *P. gr. tritici* a été isolé 28 fois de *Triticum*, 3 fois d'*Ægilops crassa* et *ovata*, 3 fois d'*Elymus canadensis*, 2 fois de *Bromus macrostachys* et *maximus*, 1 fois de *Lagurus ovatus*, 1 fois de *Vulpia myuros*.

P. gr. hordei a été isolé 10 fois de *Hordeum*, *H. murinum* aussi bien que des Orges cultivées.

P. gr. secalis a été isolé 7 fois d'*Agropyrum caninum* et *repens*, 3 fois de *Secale cereale*, 3 fois de *Berberis vulgaris* et sp.

P. gr. avenæ a été isolé 10 fois d'*Avena fatua* et Avoines cultivées, 2 fois d'*Arrhenatherum bulbosum* et *elatius*, 1 fois de *Poa trivialis*, 1 fois de *Trisetum flavescens*.

Par ailleurs, la transmission expérimentale a été assurée :

— de *P. gr. tritici* à *Ægilops*, ?, *Agropyrum, Bromus, Hordeum, Lolium, Secale* et *Triticum;*

— de *P. gr. hordei* à *Ægilops, Bromus, Hordeum*, ?, *Secale* et *Triticum;*

— de *P. gr. secalis Ægilops, Agropyrum, Bromus, Hordeum, Lamarckia, Lolium, Secale, Triticum* et ? *Vulpia;*

— de *P. gr. avenæ* à *Arrhedatherum, Avena, Bromus, Dactylis, Festuca, Hordeum, Kœleria, Lagurus, Lolium, Phleum* et *Vulpia.*

3° *Classement des variétés de Blé en fonction de leur sensibilité à la Rouille noire.* — A côté d'un grand nombre de variétés plus ou moins sensibles, il nous a été possible de reconnaître la grande résistance dont font preuve, à l'égard de cette maladie, les variétés *GN* (1), *Heines Kolben, Oro, Thatcher* et *Warren*; celles-ci peuvent être utilisées comme géniteurs éventuels en vue de croisements appropriés ayant pour but l'obtention de variétés nouvelles de céréales réunissant l'ensemble des qualités requises pour la culture, y compris la résistance aux Rouilles.

A 16h l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section d'Économie rurale, par l'organe de son **Doyen**, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *Gustave Moussu*.

En première ligne...........	M. **André Mayer**.
En seconde ligne, ex æquo *par ordre alphabétique*....	MM. **Émile Brumpt**. **Albert Demolon**. **Constantin Levaditi**.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu en la prochaine séance.

La séance est levée à 17h50m.

A. Lx.

(1) *GN* est un des hybrides récents de la Station Centrale d'amélioration des plantes, possédant au moins un géniteur peu sensible à la Rouille noire et actuellement en cours d'étude; ses parents sont *Hohenheimer* 77, *K*3, *Martin* et *Oro*.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 11 MARS 1946.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE CARTAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** donne lecture du décret, en date du 9 mars 1946, publié au *Journal Officiel de la République française*, portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Roger Heim** pour occuper, dans la Section de Botanique, la place vacante par le décès de M. *Alexandre Guilliermond*.

Sur son invitation, M. **Roger Heim** prend place parmi ses Confrères.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la composition chimique des phosphates de calcium naturels*. Note de MM. **Pierre Jolibois** et **Claude Hébert**.

Les phosphates de calcium naturels ont une composition voisine de celle du phosphate tricalcique. La petite quantité de carbonate de calcium ou de fluorure de calcium qu'ils contiennent suffit à leur donner la structure d'une apatite plus ou moins pure. On sait depuis longtemps qu'ils contiennent, quelle que soit leur provenance, outre du fluor et de l'acide carbonique, du silicium, du magnésium, du fer et de l'aluminium. Nous avons voulu voir s'ils ont dans leur constitution d'autres éléments et nous avons appliqué à cette détermination la méthode spectrographique par l'arc au charbon telle qu'elle a été mise au point par G. Urbain et J. Bardet (1).

Afin de rendre la méthode plus sensible, nous avons procédé à la concentration de certains éléments dans des fractions de petit volume qui ont été vaporisées dans l'arc.

Nous décrirons brièvement le procédé de fractionnement, dont le but est d'éliminer le phosphore et le calcium qui sont les constituants abondants du mélange à analyser, en employant peu de réactifs dont la pureté a été vérifiée spectroscopiquement au moyen d'opérations à blanc.

1° Le phosphate naturel est dissous dans l'acide chlorhydrique. Le résidu insoluble est recueilli et traité par l'acide fluorhydrique pour éliminer la silice. Cette fraction analysée contient du silicium, du titane, du zirconium, du vanadium et du chrome.

---

(1) *Atlas des spectres d'arc*, Paris, 1926.

2° La solution dans l'acide chlorhydrique est traitée par l'hydrogène sulfuré après y avoir ajouté une petite quantité de bichlorure de mercure donnant lieu à un précipité de sulfure mercurique qui joue le rôle d'entraîneur.

Cette fraction contient l'argent, le palladium, le platine, l'or, le plomb, le cadmium, le cuivre, l'arsenic, l'étain, l'antimoine, le molybdène, le chrome, le manganèse, le gallium, le tantale.

3° On sépare ensuite la plus grande partie du calcium par addition d'acide sulfurique. On obtient ainsi un précipité de sulfate de calcium qui contient du strontium, du titane, du baryum, du zirconium, du molybdène.

4° La solution obtenue est traitée par le citrate d'ammonium en milieu ammoniacal. Le phosphate ammoniaco-magnésien précipite et entraîne du manganèse.

5° On ajoute à la solution du sulfure d'ammonium. Le précipité contient du fer, du zinc, du manganèse.

6° A ce moment on élimine le phosphore par addition de chlorure de magnésium qui précipite le phosphate ammoniaco-magnésien, qui ne contient aucun élément entraîné.

7° On détruit dans la solution le citrate d'ammonium par l'eau régale et par calcination. Le résidu obtenu contient du glucinium, du vanadium et du tungstène.

La recherche des métaux alcalins s'effectue à partir d'une prise de 1^g en partant du minerai brut traité par la méthode de Lawrence Smith, complétée par la spectrographie d'une flamme oxyacétylénique où l'on introduit les chlorures alcalins. La technique du procédé a été publiée antérieurement par R. Bossuet (²).

On trouve ainsi d'une manière constante le sodium, le potassium et le lithium, exceptionnellement le rubidium.

Le tableau ci-contre résume nos expériences avec l'indication de la provenance des minerais. Cette liste n'est pas limitative. Elle correspond à la sensibilité de la méthode décrite, mise en œuvre avec une prise d'essai de 10^g de matière.

W. L. Hill, H. L. Marshall et K. D. Jacob (³), par des analyses purement chimiques portant surtout sur des minerais américains, ont signalé seulement la présence du titane, du chrome, du cuivre, du zinc, de l'arsenic, du manganèse, du sodium et du potassium. A. Gramont (⁴), qui a fait des analyses chimiques avec un kilogramme de phosphate, a décelé et dosé le chrome, le zinc, le nickel et le cuivre. Nous avons retrouvé ces éléments dans la plupart des phosphates, sauf le nickel, ce qui peut s'expliquer par la valeur peu élevée

(²) *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 51, 1932, p. 681.
(³) *Ind. Eng. Chem.*, 24, 1932, p. 1306.
(⁴) *Bull. Soc. Chim.* 35, 1924, pp. 405 et 1351.

	Ag.	Pb.	Cu.	Cd.	As.	Sn.	Sb.	Au.	Pt.	Pd.	Mo.	V.	Tl.	W.	Ga.	Fe.	Cr.	Al.	Ti.	Mn.	Zn.	Zr.	Gl.	Ta.	Mg.	Ba.	Sr.	Si.	Na.	K.	Li.	Rb.
Maroc I.........	+	+	+	+	+	+	+	+			+					+	+	+	+	+	+	+	+		+		+	+	+	+	+	
Maroc II........	+	+	+	+	+	+	+				+					+	+	+	+	+	+	+	+		+		+	+	+	+	+	
Gafsa I..........	+	+	+	+	+	+			+			+			+	+	+	+	+	+	+	+	+		+		+	+	+	+	+	
Gafsa II.........	+	+	+	+	+	+	+				+	+		+		+	+	+	+	+	+	+	+		+		+	+	+	+	+	
Constantine I....	+	+	+	+	+	+	+		+	+	+					+	+	+	+	+	+	+	+		+		+	+	+	+	+	
Constantine II...	+	+	+	+	+	+	+	+				+		+		+	+	+	+	+	+	+	+		+		+	+	+	+	+	
Kosseïr (Égypte).	+	+	+	+	+	+	+		+	+	+					+	+	+	+	+	+		+		+	+	+	+	+	+	+	
Kola (Russie)....		+	+	+	+	+	+				+	+				+	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+	+	+	+	+	
Floride..........	+	+	+	+	+	+	+				+					+	+	+	+	+	+	+	+		+		+	+	+	+	+	
Tennessee.......	+	+	+	+	+	+	+									+	+	+	+	+	+	+	+		+			+	+	+	+	+
Caroline.........		+	+	+	+	+	+				+	+				+	+	+	+	+	+	+	+		+		+	+	+	+	+	
Océanie.........		+	+	+	+	+	+									+	+	+	+	+	+	+	+		+		+	+	+	+	+	
Lorraine.........	+	+	+	+	+	+	+									+	+	+	+	+		+	+		+			+	+	+	+	+
Nassau..........	+	+	+	+	+	+	+						+		+	+	+	+	+	+	+	+	+		+			+	+	+	+	+
Nurlu (Somme)..	+	+	+	+	+	+					+				+	+	+	+	+	+	+	+	+		+		+	+	+	+	+	
Cuesmes (Belgique)		+	+	+												+	+	+	+	+		+	+		+		+	+	+	+	+	
Apatite cristall...		+	+	+	+	+	+									+	+	+	+	+	+	+	+		+		+	+	+	+	+	
Os plat..........	+	+	+			+					+					+	+	+	+	+	+		+		+			+	+	+	+	
Os long.........	+	+	+		+	+	+				+					+	+	+	+	+	+				+			+	+	+	+	

de nos prises et la sensibilité assez faible de ce métal pour l'analyse spectrographique.

La lecture du tableau appelle les observations suivantes :

Les phosphates naturels, quelle que soit leur origine, ont une composition qualitative voisine. Quelques éléments, comme l'or, le platine, le palladium, le vanadium, le thallium, le tungstène, le gallium, le tantale, le baryum, sont accidentellement présents. D'autres, comme l'argent, le molybdène, le zinc, le zirconium, l'antimoine, le strontium, sont rarements absents. Ceux de la Belgique et du Nord de la France n'ont pas les mêmes éléments que les autres.

Enfin nous avons trouvé dans des os de bœuf des éléments analogues à ceux que l'on trouve constamment dans les phosphates naturels : l'argent, le plomb, le cuivre, l'arsenic, l'étain, l'antimoine, le molybdène, le fer, le chrome, l'aluminium, le titane, le manganèse, le zinc, le glucinium, le magnésium, le silicium, le sodium, le potassium et le lithium.

Ces phosphates sont utilisés industriellement comme matière première d'engrais minéraux. Il peut être utile de savoir qu'ils apportent aux plantes un certain nombre d'oligoéléments qui peut-être font défaut au sol et dont l'importance biologique a été mise en évidence par de nombreux savants, notamment par M. Gabriel Bertrand et ses élèves.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Le rubidium chez les Cryptogames.* Note (1) de MM. **Gabriel Bertrand** et **Didier Bertrand**.

Nous avons communiqué le mois dernier à l'Académie les résultats des nouvelles déterminations quantitatives de rubidium que nous avons faites chez les plantes phanérogames (2). Nous apportons aujourd'hui ceux que nous avons obtenus en étendant cette étude aux plantes cryptogames.

Jusqu'à présent nous n'avions examiné qu'une Fougère, 2 Algues marines et 8 Champignons. D'après ce petit nombre d'espèces, la teneur moyenne en rubidium des Cryptogames avait paru supérieure à celle des Phanérogames. En vue d'élucider ce qu'il pouvait y avoir de réel dans cette indication, nous avons opéré depuis sur 79 autres espèces, dont 3 Algues marines et 1 d'eau douce, 60 Champignons basidiomycètes et ascomycètes, 3 Lichens, 2 Mousses, 7 Fougères, 1 Lycopode et 1 Prêle, toutes espèces récoltées dans les habitats les plus divers.

L'examen des nouvelles données analytiques (3) montre tout d'abord que le rubidium a pu être reconnu et dosé dans tous les cas; ensuite il révèle, en y regardant d'un peu plus près, que la répartition quantitative de ce métal, très

(1) Séance du 4 mars 1946.

(2) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 423.

(3) On trouvera la désignation complète des espèces, les chiffres d'analyse et d'autres détails, dans le Mémoire qui paraîtra ultérieurement.

variable avec les espèces, présente une dépendance marquée avec certains groupes définis par la Systématique.

La constatation de la présence du rubidium sans aucune exception dans les 79 espèces de Cryptogames que nous envisageons aujourd'hui, s'ajoutant à celles que nous avons faites antérieurement sur 11 Cryptogames et sur 105 Phanérogames ([4]), soit au total sur environ 200 espèces végétales, apporte un argument définitif en faveur de l'existence aussi générale du rubidium que de celle du potassium et du sodium dans l'organisme des représentants du monde végétal.

Le mode de répartition quantitative du rubidium parmi les espèces mérite aussi de retenir l'attention. Les nouvelles données que nous apportons confirment largement, en effet, la notion seulement entrevue et rappelée au commencement de cette Note, relative à la différence remarquable de teneur en rubidium des Phanérogames et des Cryptogames. Tandis qu'il n'a été trouvé chez les premières que de 1 à 98^{mg} de rubidium par kilogramme de matière sèche, il en a été rencontré de $2^{mg},4$ (dans le Lichen des Rennes) à 1510^{mg} (dans le Cortinaire violet), soit en moyenne 20^{mg} par kilogramme de matière sèche chez les Phanérogames et 120^{mg} chez les Cryptogames.

Parmi ces derniers, ce sont les Champignons qui manifestent au plus haut point la propriété d'emmagasiner le rubidium. Leur teneur moyenne s'élève à 150 mg/kg sec, tandis que celle des autres plantes cryptogames est d'environ 30. Et si l'on pousse plus loin encore l'examen des résultats analytiques, on est frappé par le degré d'accumulation vraiment surprenant atteint, chez les Basidiomycètes, par des espèces appartenant au genre *Cortinarius* et *Tricholoma*.

Nous avons trouvé dans les 3 Cortinaires et les 7 Tricholomes que nous avons analysés :

	mg		mg
Cortinarius Berkeleyi......	491	*Tricholoma nudum*.......	18,2
» *largus*.........	219	» *portentosum*..	834
» *violaceus*.......	1510	» *rutilans*......	90
Tricholoma columbetta....	1151	» *saponaceum*...	317
» *glaucocanum*..	557	» *sulfureum*....	302

Le chiffre trouvé pour *Tricholoma nudum* est très inférieur à ceux des autres espèces du même genre, mais il faut retenir que le botaniste Maire a reconnu à ce Champignon des caractères qui le rangeraient plutôt dans le genre *Rhodopaxillus*.

La disproportion de teneur en rubidium entre les Cryptogames et les Phanérogames présente un réel intérêt au point de vue de la Biochimie comparée : les premiers de ces végétaux, d'apparition plus ancienne à la surface du Globe, ne seraient pas seulement d'une organisation moins parfaite,

([4]) *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 325 et *Erratum, ibid.*, p. 632; *loc. cit.* en ([1]).

ils auraient aussi une autre composition chimique (du moins quantitative) en rapport avec un comportement physiologique et des besoins alimentaires différents.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la structure de l'eutectique des fontes grises.* Note [1] de MM. **Albert Portevin** et **Henri Laplanche**.

On sait que les fontes industrielles comportent deux grandes catégories suivant que la solidification s'opère dans le système stable ou métastable : 1° les fontes grises, donnant du graphite à la solidification sans surfusion sensible; 2° les fontes blanches, donnant du carbure de fer à la solidification avec surfusion importante. Intermédiairement la solidification peut être graphitique avec surfusion moyenne et l'on obtient alors finalement un mélange eutectique de graphite fin quasi punctiforme et de ferrite; ceci s'observe dans la zone de passage entre fonte grise et fonte blanche des pièces présentant un gradient de vitesse de solidification ou de facteurs trempants, comme cela a lieu, par exemple, dans les éprouvettes de trempabilité.

Laissant de côté ces dernières structures, sur lesquelles nous avions attiré l'attention antérieurement [2], nous n'envisageons ici que l'eutectique graphitique des fontes grises. Celui-ci se présente fréquemment sous l'aspect d'amas rayonnés, de formations divergentes auxquelles on a donné des noms variés, de graphite en rosette, en tourbillon, étoilé etc.; parfois le centre de ces formations se rattache aux structures à graphite très fin dont nous venons de parler.

L'un de nous, dans son enseignement [3], a rattaché ces formes au type dit à colonies eutectiques ou madréporique de sa classification des structures eutectiques [4]. Dans ce type l'eutectique est formé de groupements à éléments divergents à partir d'une zone centrale, se renflant souvent aux extrémités et formant les individus d'un ensemble cellulaire, caractères qui se retrouvent dans les fontes grises où ce réseau cellulaire eutectique apparaît à faible grossissement ou même à l'œil nu, particulièrement net avec des attaques soit acides (acide picrique) accentuées, soit par oxydation à chaud, soit aux réactifs cuivriques.

Pour suivre la formation et le développement de ces cellules à structure rayonnante, nous avons procédé de la manière suivante :

---

(1) Séance du 18 février 1946.

(2) A. Portevin, *Comptes rendus du Congrès International de Fonderie de Liége*, juin 1931, p. 30.

(3) Voir A. Portevin, *Annexes au Cours de Métallographie de l'École Supérieure de Fonderie*, p. 345 de l'édition de 1942.

(4) A. Portevin, *Journ. Inst. Metals*, **99**, 1923, p. 239 (voir notamment fig. 13 et 17).

Les échantillons de fontes hypoeutectiques en cours de solidification lente et graphitique sont, à des températures bien déterminées, immergés dans l'eau froide, de sorte que le liquide résiduel se solidifie dans le système métastable en fonte blanche trempée formant fond, sur lequel se détachent nettement les dendrites de solidification primaire, et les sphérolithes eutectiques à graphite divergeant (*fig.* 1 et 2). Si le refroidissement est

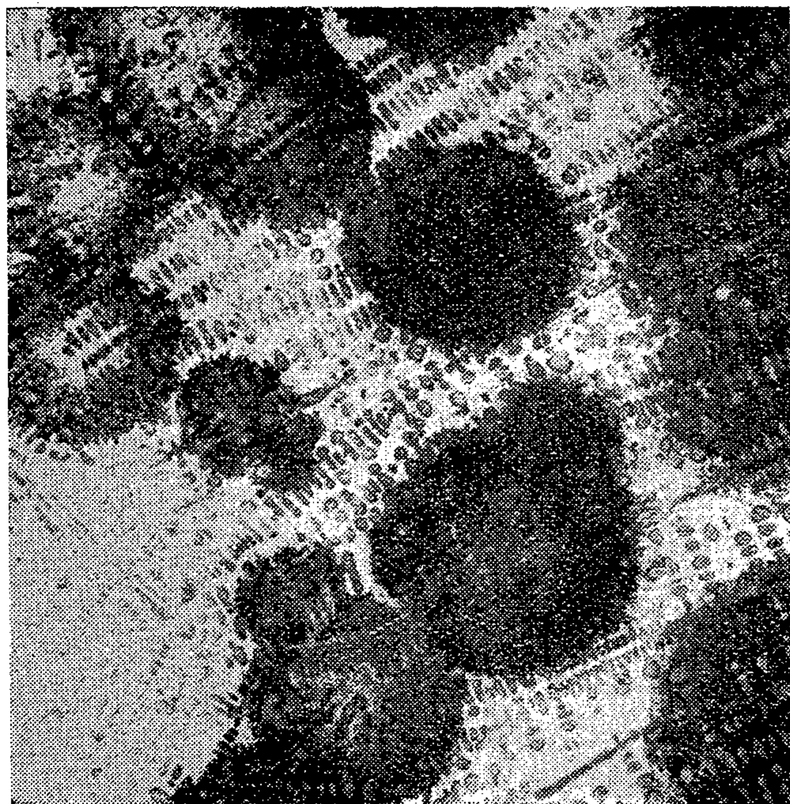


Fig. 1.

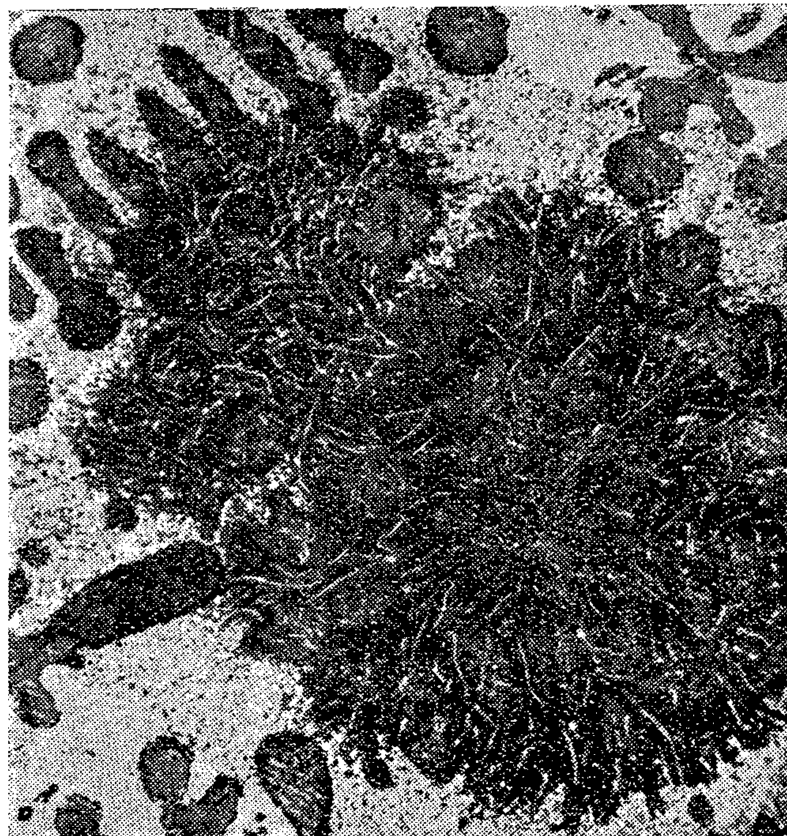


Fig. 2.

lent les sphérolithes se limitent mutuellement, donnant un réseau cellulaire bien visible (*fig.* 3).

Il s'agit donc bien de formations eutectiques du type dénommé *cellulaire* ou *madréporique*, et l'on en retrouve les caractères de divergence des éléments graphitiques (*fig.* 2), de renflement aux confins des cellules ou mailles du réseau (*fig.* 4). Il est d'ailleurs à remarquer que, pour les fontes industrielles, cette solidification eutectique n'est pas isotherme, car il ne s'agit pas d'un alliage binaire Fe-C, mais du système Fe-C-Si-P, la proportion de silicium des fontes grises et de phosphore des fontes phosphoreuses étant du même ordre de grandeur que celle du carbone.

Ce sont des eutectiques binaires d'un système au moins ternaire, et il y a accroissement de concentration aux confins des cellules, c'est-à-dire suivant les mailles du réseau cellulaire, avec enrichissement, particulièrement en phosphore, ce qui explique l'action des réactifs, notamment cuivriques, et allant jusqu'à la séparation d'eutectique ternaire qui se distribue en amas discontinus suivant le réseau intercellulaire et aussi, dans certains cas, la présence de perlite suivant les mailles du réseau (*fig.* 3), celle-ci s'explique par l'effet de retour au système métastable résultant de

l'enrichissement en P et S; le réseau d'eutectique phosphoreux (stéadite) dur est mis à profit pour les fontes grises travaillant au frottement (chemises de cylindres et segments de piston de moteur).

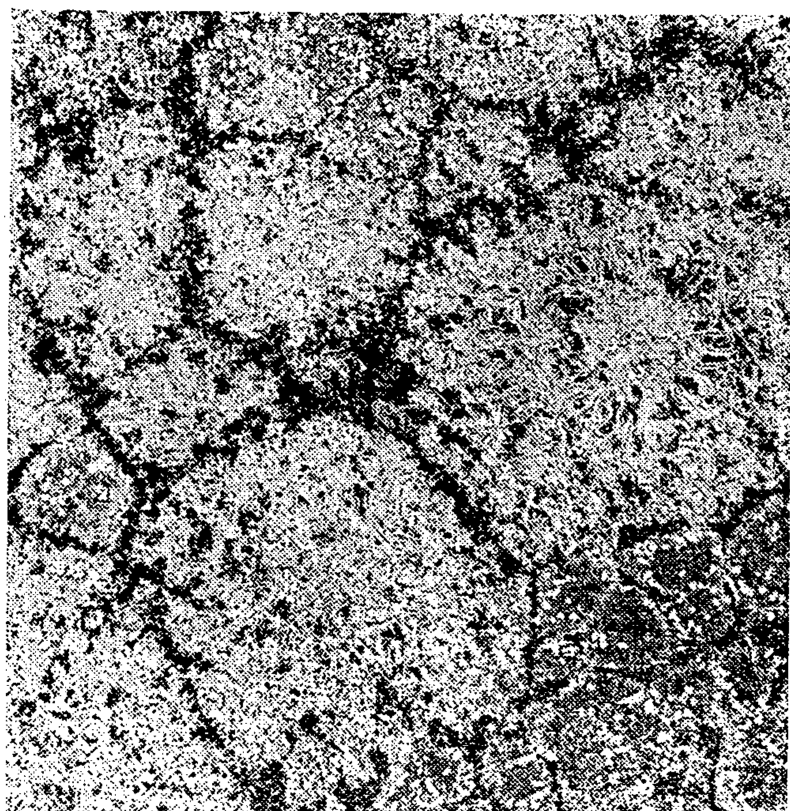


Fig. 3.

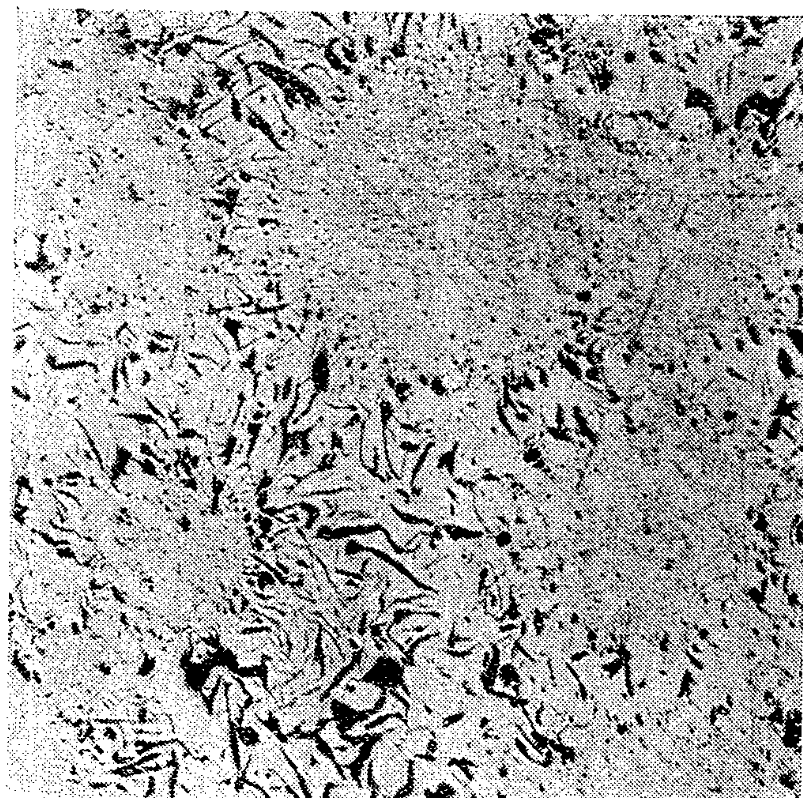


Fig. 4.

Mentionnons en outre que, par fusion dans l'hydrogène de fontes très pures, ces formations sphérolitiques prennent des dimensions considérables atteignant presque le centimètre.

Ainsi se trouvent précisées et rattachées aux types généraux les particularités structurales des eutectiques de graphite des fontes grises; cela permet aussi de mieux comprendre le rôle des genres naturels et artificiels sur la structure graphitique.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section d'Économie rurale, en remplacement de M. *Gustave Moussu*, décédé.

Le nombre des votants étant 46, le scrutin donne les résultats suivants :

	Nombre de suffrages		
	1er tour.	2e tour.	3e tour.
M. Albert Demolon	16	21	27
M. André Mayer	17	16	15
M. Émile Brumpt	13	9	4

M. **Albert Demolon**, ayant obtenu la majorité des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation du Gouvernement provisoire de la République.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de candidats à la Chaire de Physique atomique et moléculaire vacante au Collège de France, pour la première ligne, M. *Francis Perrin* obtient 43 suffrages; il y a 1 bulletin blanc.

Pour la seconde ligne, Mlle **Yvette Cauchois** obtient 29 suffrages; il y a 1 bulletin nul.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation Nationale comprendra :

En première ligne .... M. **Francis Perrin**.
En seconde ligne .... Mlle **Yvette Cauchois**.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° A. Gloden. *Table des solutions de la congruence* $X^4 + 1 \equiv 0 \pmod p$ *pour* $2.10^5 < q < 3.10^5$.

2° Renzo Pucci. *Antagonismo cancro-sarcoma* (*Serie liotrope di Hofmeister e teoria, terapia e diagnosi di neoplasmi. Terapia di piorrea alveolare*). — *Tentativi di determinare il peso molecolare dei cromosomi.*

3° *Powder Metallurgy Bulletin*, Volume I, January 1946.

4° *L'Agronomie tropicale*, nos 1-2, janvier-février 1946.

M. **Donatien Cot** prie l'Académie de bien vouloir le compter parmi les candidats à la place vacante, dans la Section de Géographie et Navigation, par le décès de M. *Robert Bourgeois*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions indéfiniment dérivables.* Note (1) de M. **Szolem Mandelbrojt**, présentée par M. Paul Montel.

1. Théorème. — *Soit $f(x)$ une fonction bornée et indéfiniment dérivable dans l'intervalle $[0, \infty)$, et appartenant, dans cet intervalle, à la classe*

$$C\{M_n\}\,[\,|f^{(n)}(x)| < k^n M_n,\ k = \text{const.},\ n \geq 1,\ x \in [0, \infty)].$$

Soit $\{p_n\}$ une suite croissante d'entiers avec $p_1 = 0$ et telle que $\underline{\lim}(i/p_i) = D > 1/2$. Supposons que $f^{(p_n)}(0) = 0$ $(n \geq 1)$.

(1) Séance du 4 février 1946.

Posons $\varphi(t) = \underset{n \geq 1}{\underline{\text{borne}}}\, M_n e^{-nt}$, *et soit* $E(u)$ *la fonction de croissance* [2] *de la suite d'entiers positifs non contenus dans* $\{p_n\}$.

La fonction $f(x)$ *est identiquement nulle si l'une des conditions suivantes* [*condition* (A) *ou condition* (B)] *est satisfaite :*

(A). *Il existe une constante* $k > 1/(2\underset{\cdot}{D} - 1)$ *telle que*

$$(a) \qquad \int_0^\infty \log\varphi(t)\, e^{-kt}\, dt = -\infty.$$

(B). *L'égalité* (*a*) *est satisfaite avec* $k = 1/(2\underset{\cdot}{D} - 1)$, *et il existe une fonction positive décroissante* $u(t)$ *telle que*

$$\int_0^\infty u(t)\, dt < \infty, \qquad \varphi(t) = O[E(u(t))]^{-1} \quad (t \to \infty).$$

Ce théorème est bien plus général que le théorème sur les fonctions indéfiniment dérivables que nous avons établi il y a quelques années [3]. C'est la condition (B) qui est beaucoup moins restrictive que la condition correspondante dans le Mémoire cité. On peut de plus remplacer, dans notre énoncé, la quantité $\underset{\cdot}{D}$ par une quantité qui ne lui est jamais supérieure, mais qui peut lui être inférieure.

2. On peut donner aux conditions (A) et (B) une forme indiquant plus directement le caractère des suites $\{M_n\}$ et $\{p_n\}$.

Si $\underline{\lim}\, M_n^{1/n} < \infty$, les conditions (A) et (B) sont satisfaites automatiquement, car alors $\varphi(t) = 0$ pour t suffisamment grand. Nous supposerons, par conséquent, dans tout ce qui suit que $\lim M_n^{1/n} = \infty$. Soit $y = \Pi(x)$ l'équation de la base convexe de l'ensemble des points $\{P_n\}$ de coordonnées $(n, \log M_n)$. Cette courbe est la plus haute courbe convexe au-dessus de laquelle sont situés les points $\{P_n\}$ (le polygone de Newton). On posera $M_n^c = e^{\Pi(n)}$ $(n \geq 1)$.

La condition (*a*) *est équivalente à la condition suivante :*

$$(b) \qquad \sum \left(\frac{M_n^c}{M_{n+1}^c}\right)^k = \infty.$$

Nous allons maintenant interpréter la condition (B). Soit $\{\overline{q}_n\}$ la suite supérieure de la suite d'entiers positifs $\{q_n\}$ [4], non contenus dans $\{P_n\}$. Si la suite $\{\overline{q}_n\}$ est vide, la condition (B) est réduite à la condition (*b*)

---

[2] Pour la définition de la fonction de croissance d'une suite, voir notre Note, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 471.

[3] *Transactions of the American Math. Society*, 55, 1944, p. 96. Nous ne donnons pas ici à la fonction φ exactement la même signification que dans le Mémoire cité.

[4] Pour la définition de la suite supérieure d'une suite donnée, voir la Note aux *Comptes rendus* citée plus haut.

avec $k = 1/(2D - 1)$. Si la suite $\{\overline{q}_n\}$ n'est pas vide, la condition (B) est satisfaite si (b) a lieu avec $k = 1/(2D - 1)$ et si l'une des conditions suivantes a lieu :

α. *Il existe une fonction positive décroissante* $A(y)$ *telle que*

$$\int_1^\infty A[\Pi(x)]\, d\left(\frac{\Pi(x)}{n}\right) < \infty,$$

et telle que pour tout ensemble de n *entiers positifs distincts :* $m_1, \ldots, m_n$, *tels que* $\overline{q}_{m_1}, \ldots, \overline{q}_{m_n}$ *existent, on a*

$$\left(\frac{m_1}{\overline{q}_{m_1}}, \ldots, \frac{m_n}{\overline{q}_{m_n}}\right)^{\frac{1}{n}} \leq A(n).$$

β. *Il existe une fonction positive décroissante* $B(x)$ *telle que*

$$\int_1^\infty B(x)\, dx < \infty,$$

et telle que

$$\left(\frac{m_1}{\overline{q}_{m_1}}, \ldots, \frac{m_n}{\overline{q}_{m_n}}\right)^{\frac{1}{n}} \leq B\left(\frac{\log M_n^c}{n}\right).$$

Si l'on suppose que

$$(c) \qquad \overline{\lim}\, \frac{\log M_n^c}{n \log n} < \infty,$$

la condition β *est satisfaite s'il existe une suite positive, décroissante* $\{L_n\}$ *telle que*

$$\frac{n}{q_n} \leq L_n, \qquad \sum \frac{L_n}{n} < \infty.$$

Remarquons que notre théorème contient le théorème bien connu de MM. Denjoy-Carleman sur la quasi-analyticité. Ce dernier correspond au cas où $p_n = n - 1$ $(n \geq 1)$ $(D = 1)$. Mais, même si l'on suppose seulement que la condition de quasi-analyticité est satisfaite, c'est-à-dire si

$$(d) \qquad \int_0^\infty \log \varphi(t)\, e^{-t}\, dt = -\infty$$

(c'est la condition de M. Ostrowski, écrite avec d'autres notations; elle est équivalente à la condition de M. Carleman), on n'a pas besoin de supposer que *toutes* les dérivées de $f(x)$ sont nulles à l'origine pour conclure que $f(x)$ est identiquement nulle. Si, par exemple, (d) et (c) ont lieu, si les q_n pour lesquels on ne suppose pas que $f^{(q_n)}(0) = 0$ sont tels que $n/q_n < L_n$ $(n \geq 1)$, $\sum L_n/n < \infty$, la suite $\{L_n\}$ étant décroissante, et si $f(0) = 0$, on peut encore affirmer que $f(x) \equiv 0$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sinus d'ordre n et fonction* $\nu(x)$.
Note [1] de M. **Louis Poli**, présentée par M. Joseph Pérès.

Y. Villarceau [2] a défini les sinus d'ordre n

$$f(x, a, n) = \frac{x^{n-a}}{\Gamma(n-a+1)} - \frac{x^{2n-a}}{\Gamma(2n-a+1)} + \frac{x^{3n-a}}{\Gamma(3n-a+1)} - \cdots$$

Pour a et n entiers $(0 \leqq a < n)$, ce sont des fonctions entières, et nous en avons donné de nombreuses propriétés (*Ann. de la Société scientifique de Bruxelles*, 1940). On y adjoint les sinus hyperboliques

$$h(x, a, n) = \frac{x^{n-a}}{\Gamma(n-a+1)} + \frac{x^{2n-a}}{\Gamma(2n-a+1)} + \frac{x^{3n-a}}{\Gamma(3n-a+1)} + \cdots$$

Si l'on ne se borne pas aux valeurs entières de a et n, les fonctions h et f sont beaucoup plus complexes. Nous voudrions souligner ici leur lien avec les fonctions

$$\nu(x) = \int_0^\infty \frac{x^s\,ds}{\Gamma(1+s)} \quad \text{et} \quad \nu(x, n) = \int_n^\infty \frac{x^s\,ds}{\Gamma(1+s)},$$

qui ont été introduites en analyse par V. Volterra [3], et assez étudiées depuis [4].

1° Soit à calculer

$$\int_0^n h(x, a, n)\,da.$$

En posant respectivement dans les divers termes

$$n-a=s, \qquad 2n-a=s, \qquad 3n-a=s, \qquad \ldots,$$

il vient

$$\int_0^n h(x, a, n)\,da = \nu(x).$$

On trouve de même, si $r+1 \leqq n$,

$$\int_r^{n+r} h(x, a, 2n)\,da = \nu(x, n-r) - \nu(x, 2n-r) + \nu(x, 3n-r) - \ldots,$$

et l'on peut montrer (le plus simple est d'utiliser le calcul symbolique) que cette somme alternée vaut

$$\int_0^x \nu(x-s)\,f(s, r+1, n)\,ds.$$

---

(1) Séance du 25 février 1946.

(2) *Comptes rendus*, 86, 90, etc....

(3) Volterra et J. Pérès, *Leçons sur la composition et les fonctions permutables*, Chap. IX.

(4) Colombo, *Bull. Sc. math.*, 67, 1943, p. 104; P. Humbert et L. Poli, *ibid.*, 68, 1944, p. 204.

II. Pour intégrer le sinus par rapport au premier indice, on utilisera l'identité

$$f(x, a, n) = h(x, a, n) - 2h(x, a, 2n),$$

d'où

$$\int_0^n f(x, a, n)\, da = \nu(x) - 2[\nu(x, n) - \nu(x, 2n) + \nu(x, 3n) - \ldots].$$

III. On intègre de façon analogue par rapport au deuxième indice. Il vient, pour $a \leqq r \leqq t$,

$$\int_r^t h(x, a, s)\, ds = [\nu(x, r-a) - \nu(x, t-a)] + \frac{1}{2}[\nu(x, 2r-a) - \nu(x, 2t-a)] + \frac{1}{3}[\nu(x, 3r-a) + \nu(x, 3t-a)] + \ldots$$

et

$$\int_r^t f(x, a, s)\, ds = [\nu(x, r-a) - \nu(x, t-a)] - \frac{1}{2}[\nu(x, 2r-a) - \nu(x, 2t-a) + \frac{1}{3}[\nu(x, 3r-a) - \nu(x, 3t-a)] - \ldots.$$

4. Enfin des méthodes toutes semblables permettraient de sommer bien des séries en $\nu(x, n)$.

Je cite par exemple l'intégration des fonctions de Bessel par rapport à l'indice

$$\int_0^\infty x^{\frac{n}{2}} J_n(2\sqrt{x})\, dn = \nu(x) - \frac{\nu(x, 1)}{1!} + \frac{\nu(x, 2)}{2!} - \ldots,$$

$$\int_0^\infty x^{\frac{n}{2}} I_n(2\sqrt{x})\, dn = \nu(x) + \frac{\nu(x, 1)}{1!} + \frac{\nu(x, 2)}{2!} + \ldots,$$

et plus généralement

$$\int_0^\infty \left(\frac{x}{r}\right)^{\frac{n}{2}} J_n(2\sqrt{rx})\, dn = \nu(x) - \frac{r}{1}\nu(x, 1) + \frac{r^2}{2!}\nu(x, 2) - \ldots.$$

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Essai d'une théorie des fonctions analytiques dans les corps valués complets : transformations holomorphes et leurs applications algébriques ; fonctions holomorphes de plusieurs variables et fonctions implicites ; familles normales ; prolongement analytique.* Note (1) de M. **Marc Krasner**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Je conserve les notations de mes Notes précédentes (2). E étant un espace ultra-métrique, je change et je complète comme suit les définitions de ma Note (3) : si $a \in A \subseteq E$, le nombre semi-réel (3) maximal $\underline{\rho}_a(A)$ tel que

(1) Séance du 25 février 1946.

(2) *Comptes rendus*, **222**, 1946, pp. 37, 165 et 383.

(3) *Comptes rendus*, **219**, 1944, pp. 433-435.

$d(b, a) \leqq \underline{\rho}_a(\mathrm{A})[b \in \mathrm{E}]$ implique $b \in \mathrm{A}$ est dit le *rayon inférieur de* A *en* a, et le nombre semi-réel minimal $\overline{\rho}_a(\mathrm{A}) > \underline{\rho}_a(\mathrm{A})$ est dit le *rayon supérieur de* A *en* a. Si A est un cercle de centre a, son *rayon* signifiera [contrairement à la Note ([3])] son rayon inf. en a, et l'on emploiera le sens de ce mot pour définir la valuation et l'ordre d'un diviseur de E. Le cercle $d(x, a) \leqq \overline{\rho}_a(\mathrm{A})$ sera dit l'*entourage de* a *dans* A et le diviseur $\mathfrak{f}_a(\mathrm{A})$ de E de valuation $\overline{\rho}_a(\mathrm{A})$ sera dit le *conducteur de* A *en* a. La borne inf. $\underline{\rho}(\mathrm{A})$ de $\underline{\rho}_a(\mathrm{A})$ et la borne sup. $\overline{\rho}(\mathrm{A})$ de $\overline{\rho}_a(\mathrm{A})$, où a parcourt A, sont dits les *rayons inférieur* et *supérieur de* A, et le diviseur $\mathfrak{f}(\mathrm{A})$ de valuation $\overline{\rho}(\mathrm{A})$ est dit le *conducteur de* A. $\mathrm{T} = \{x \to \mathrm{F}(x)\}$ étant la transformation holomorphe de la 3e Note citée ([2]), on montre que $\mathrm{TC}^\star$ *est localement ouvert en tout* $\alpha \in \mathrm{C}^\star$, *où* $\mathrm{F}'(\alpha) \neq 0$, et qne l'*entourage d'un tel* α *dans* $\mathrm{TC}^\star$ *contient l'image* $\mathrm{C}(\mathrm{T}; \alpha)$ *de* $\mathrm{C}_\alpha(\mathrm{T})$ *par* T, *et lui est égal si* $\mathrm{S}_\alpha(\mathrm{T}; \mathrm{K})$ *est analysable, auquel cas* $|\mathfrak{f}_\alpha(\mathrm{TC}^\star)|$ *est le plus grand élément de la fermeture de* $\mathfrak{M}$ *sur l'axe semi-réel qui est* $\leqq |\mathrm{F}'(\alpha)| r_1 = \mathrm{Exp}[-\varphi(\Pi; v_1)]$.

Si $\mathrm{F}(x)$ est un polynome normé irréductible dans un corps $k^\star$, si α est un zéro simple de $\mathrm{F}(x)$ et si $k = k^\star(\alpha)$, on a ([4]) $v^{(\alpha)}_{s^\star-1}(k/k^\star) = +\infty$, $v_i = v^{(\alpha)}_{s^\star-i-1}(k/k^\star)$, $l_i = n^{(\alpha)}_{s^\star-i-1}(k/k^\star) - n^{(\alpha)}_{s^\star-i}(k/k^\star)$[$\Pi$ et $\Phi_\alpha(\zeta)$ seront notés $\Pi^{(\alpha)}(k/k^\star)$ et $\Phi^{(\alpha)}(k/k^\star; \zeta)$ et appelés le *polygone de ramification* et la *fonction squelettique de* $k/k^\star$ *en* α], $|\mathrm{F}'(\alpha)| = |\mathfrak{D}^{(\alpha)}_{k/k^\star}|$, $r_1 = \mathrm{Exp}(-v^{(\alpha)}_{s^\star-1}) = d(\mathrm{F})$, où $d(\mathrm{F})$ est le minimum de la distance de zéros de $\mathrm{F}(x)$, et si K est le composé de k et d'un corps $\mathrm{K}^\star$ où $\mathrm{F}(x)$ reste irréductible, $\cup \Phi_z(\mathrm{Z}(z))$ est la réunion des transformés de $\Phi_\alpha(\mathrm{Z}^\star)$ par les automorphismes de l'extension squelettique $\mathrm{S}/\mathrm{S}^\star$ de $\mathrm{K}/\mathrm{K}^\star$ (et, ainsi, la structure de $\mathrm{S}_\alpha(\mathrm{T}; \mathrm{K})$ est liée aux propriétés de ramification de $k/k^\star$ en α), les $\Phi_z(\mathcal{J}(z))$ sont disjoints avec $\cup \Phi_z(\mathrm{Z}(z))$, et leur présence indique que $k/k^\star$ n'est pas galoisienne.

On peut définir, à la manière habituelle, les séries de Laurent et de Taylor de k à plusieurs variables, et renouveler, à propos de leur domaine de convergence et de leur valuation, les considérations de mes Notes citées ([2]), en construisant leur *polytope de Newton*, analogue à Π. On peut construire, sur le modèle classique, la théorie locale des fonctions implicites et des variétés algébroïdes [M. Henri Cartan a édifié, par une méthode qui semble différente, une théorie analogue, non encore publiée; dans le cas $\mathfrak{p}$-adique, cette théorie est connue depuis la Thèse de M. Chabauty], et, en particulier, si $y'(x_0) \neq 0$, définir l'*inverse* $\alpha_{\mathrm{P}}(y)$ *de* $y(x)$ *au* point $\mathrm{P} = (x_0, y(x_0))$. *Étant données deux séries de Taylor* $y(x)$ *et* $x(y)$ *inverses l'une de l'autre en un* $\mathrm{P} = (\alpha, \beta)$, *le cercle de convergence d'au moins une d'elles se réduit à son cercle de similitude* (ce qui entraîne son univalence), car sinon, il existerait une couronne Z : $r_1 \leqq |x - \alpha| \leqq r_2$ ($r_1 < r_2$; r_1, r_2 réels), où l'on aurait $|y(x) - \beta| = |a| |x - \alpha|^{n_1}$ et $|x(y) - \alpha| = |b| |y - \beta|^{n_2}$, avec $n_1 n_2 > 1$, ce qui est absurde.

([4]) Voir KRASNER, *Comptes rendus*, **220**, 1945, pp. 361 et 757.

Si k est localement compact, on peut, sous certaines hypothèses sur K, définir la *normalité* d'une suite de fonctions holomorphes sur une couronne, et la notion de ses *points irréguliers*, et démontrer les analogues des *théorèmes de M. Montel*, et aussi ceux des *théorèmes de M. Julia* qui précisent le grand *théorème de Picard*, ce qui permet de définir l'analogue des *droites de Julia*.

Un cercle C : $|x-\alpha| \leqq \rho$, [ou un cercle C : $|x-\alpha| \geqq \rho$, de centre ∞_K] de K ($\rho \geqq 0$ est semi-réel) disjoint avec un $A \subseteq K$ est dit une *pseudo-limite de* A si, pour tout $\rho' > \rho$, il existe un $a \in A$ dont la distance à C soit $< \rho'$ [ou si A, C satisfont à la condition qui s'en déduit par l'homographie $(x-\alpha)(x'-\alpha)=1$]. Un ensemble de cercles disjoints de K (dont certains peuvent être des points ou de centre ∞_K) est dit *pseudo-discret* si aucun de ces cercles n'est une pseudo-limite de la réunion des autres. *Si* K *n'est pas à base dénombrable* [tout corps valué complet k admet un tel surcorps K, satisfaisant aux conditions de la 1re Note ([2])] un ensemble ouvert A de K en est dit un *domaine simple* si son complémentaire K — A est la réunion d'un ensemble au plus dénombrable et pseudo-discret de cercles disjoints de 1re espèce ([3]), et est dit un *domaine de* K s'il est la réunion d'un ensemble de domaines simples, tel que tout couple de ces domaines puisse être relié par une chaîne de domaines simples de l'ensemble à chaînons voisins non disjoints. La limite de toute suite de fractions rationnelles, uniformément convergente sur un domaine simple A de K, sera dite un *élément analytique sur* A. *Deux éléments analytiques sur les domaines simples non disjoints* A, B, *qui sont égaux sur un sous-ensemble de* $A \cap B$ *ayant un point d'accumulation sur* $A \cap B$, *sont égaux partout sur* $A \cap B$, ce qui fournit une sorte de prolongement (dont le prolongement méromorphe est un cas particulier) que j'appelle le *prolongement analytique uniforme* (il ne conduit jamais à des fonctions multiformes), et qui permet d'introduire la notion de *fonction analytique uniforme* et de son *ensemble de singularités*, et d'étendre la notion d'holomorphie en y remplaçant les séries de Laurent par les fonctions analytiques. Ceci fait, *une fonction rationnelle de fonctions holomorphes sur un domaine* $\mathcal{D}$ *l'est sur ce domaine dont on exclut ses pôles, la limite d'une suite uniformément convergente sur* $\mathcal{D}$ *de telles fonctions l'est aussi*, et *une fontion analytique uniforme d'une fonction analytique uniforme l'est partout, où elle est définie*. Si l'ensemble de singularités d'une fonction analytique sur un domaine simple $\mathcal{D}$ est une réunion F d'un ensemble au plus dénombrable de cercles, elle peut se représenter sur $\mathcal{D}$ — F comme la somme d'une série transfinie uniformément convergente, analogue à celle de *Mittag-Leffler* pour les fonctions analytiques ordinaires à l'ensemble clairsemé de singularités. Les fonctions analytiques uniformes ne peuvent être périodiques que si la caractéristique p de K n'est pas nulle.

ÉLASTICITÉ. — *Étude à l'aide des rayons* X *du contact de deux sphères.* Note [1] de MM. **Albert Kammerer** et **Jean Dickens**, présentée par M. Joseph Pérès.

L'étude mathématique du contact de deux corps élastiques, plus particulièrement de deux sphères [2] de centres O_1 et O_2, montre que, le long d'une perpendiculaire MO_1N élevée sur le plan tangent commun au centre M du cercle de contact, les tensions principales sont, au voisinage de M, des compressions, dont l'une est dirigée suivant MO_1, les deux autres étant égales; la différence des tensions principales extrêmes passe par un maximum en un point C_1 de MO_1, tel que C_1M égale la moitié du rayon du cercle de contact; p_m étant la pression maximum en M calculée par la formule de Hertz, le maximum de cette différence est voisin de $2p_m/3$, sa valeur au contact étant trois fois plus petite.

Nous avons vérifié ces différents points par photoélasticimétrie, dans le cas d'un cylindre pressé sur un plan [3] et dans celui d'une sphère pressée sur un plan (*Société des Ingénieurs Civils*, 24 novembre 1944).

La différence des tensions principales extrêmes pouvant, dans le cas des matériaux ductiles tels que les aciers, être prise comme critère de limite élastique ou d'endurance [4], nous avons pensé à utiliser les rayons X pour vérifier que, dans le contact de deux corps en acier pressés l'un contre l'autre par une force de grandeur croissante, la limite élastique est atteinte puis dépassée dans chaque corps, d'abord en un point C_1 situé à l'intérieur du corps sur la perpendiculaire au centre M de la surface de contact, M restant soumis à des contraintes très inférieures à celles correspondant à la limite élastique.

Les rayons X, diffractés à la surface d'une pièce en acier, sont situés sur des cônes de révolution dont l'axe est le faisceau incident; si le métal est à l'état recuit, ils forment, sur une plaque photographique plane perpendiculaire au faisceau incident, des spots isolés situés sur des cercles concentriques; si le métal est légèrement écroui, les spots deviennent flous; si l'écrouissage est grand, on observe, au lieu de spots isolés, des cercles diffus continus.

Nous avons comprimé une sphère S en acier parfaitement recuit [5] de rayon 30^{mm}, entre deux pièces $S'_1 S'_2$ constituées par le même acier

---

(1) Séance du 25 février 1946.

(2) Timoshenko, *Traité d'élasticité*, Paris.

(3) *Recherches sur la Photoélasticimétrie* (*Actualités Scientifiques*, n° 960, Paris).

(4) Courbes intrinsèques de Caquot.

(5) Acier à 0,25 % de carbone chauffé à 900°, refroidi au four; $R = 49$ kg:mm², $B = 33,5$ kg:mm², A % = 30.

recuit et dont les surfaces sphériques creuses, de rayon 38^{mm}, touchaient S en deux points diamétralement opposés MN.

Après application d'une charge P, nous avons découpé dans S une tranche dont une face représente un plan méridien contenant MN; la couche superficielle de très faible épaisseur, écrouie par l'usinage, a été éliminée par une attaque à l'acide. Nous avons exploré, à l'aide d'un pinceau de rayons X, la face contenant MN et plus particulièrement la droite MN et la portion A_1MB_1 du grand cercle de la sphère situé dans le plan de section, A_1B_1 étant situés sur la circonférence limitant la surface de contact.

Après différents essais, la charge de 15000^{kg} nous a donné les résultats suivants : le calcul par les formules de Hertz montre que $p_m = 320$ kg/mm^2, ce qui donne une fatigue maximum calculée de 192 kg/mm^2 en C_1; ceci montre simplement que la limite élastique est dépassée : nous avons vérifié qu'il existait une empreinte résiduelle sur S. Les radiogrammes obtenus montrent qu'en M et O_1 le métal a conservé la structure de l'état recuit, tandis qu'en un point C_1 situé entre M et O_1 le métal est écroui; on observe un écrouissage plus faible que le précédent aux points A_1 et B_1.

Les examens au microscope métallographique et des micro-billages n'ont pu déceler ces premiers écrouissages. Ceci montre l'intérêt que présente l'utilisation de cette propriété des rayons X, qui permet la détermination des points d'une pièce où s'exercent les contraintes les plus dangereuses.

L'exemple étudié a permis la vérification directe des propriétés énoncées au début de cette Note, applicable en particulier aux pièces métalliques roulant sur d'autres pièces : billes et rouleaux, galets, roues etc. Elles sont certainement liées à l'apparition de certains défauts particuliers tels que les exfoliations des rails et des bandages, et les fissurations internes des rails.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Étude statistique de la turbulence; théorie de la mesure de la turbulence avec un seul fil chaud non compensé* (1). Note (2) de M. **François N. Frenkiel**, présentée par M. Henri Villat.

Soit un fil chaud de dimensions négligeables et dont l'installation électrique ne comprend pas de compensation de l'inertie thermique. L'énergie due à une fluctuation harmonique de fréquence cyclique ω est réduite, par la mesure, à $1/(1+M^2\omega^2)$ de sa valeur (M constante du fil chaud), comme l'ont montré

---

(1) Travail effectué à Toulouse, en 1941, dans la clandestinité, avant la déportation de l'auteur.

(2) Séance du 18 février 1946.

H. L. Dryden et A. M. Kuethe (³). Soient $E = (1/2)\rho\overline{u'^2}$ l'énergie de la turbulence longitudinale (⁴) et Eb l'énergie mesurée avec le fil chaud non compensé. Quand le spectre de G. I. Taylor est $f_t(\omega)$, alors

$$\frac{Ec}{E} = \int_0^\infty \frac{f_t(s)}{1 + M^2 s^2}\, ds. \tag{1}$$

L'énergie de la turbulence longitudinale mesurée avec un fil chaud non compensé est plus petite que l'énergie vraie et diminue quand la constante du fil croît. J. Kampé de Fériet donne la relation (⁵)

$$\frac{Ec}{E} = \frac{1}{M}\int_0^\infty \exp\left(-\frac{s}{M}\right) R_t(s)\, ds. \tag{2}$$

Soient $Rc_t(h)$ et $fc_t(\omega)$ le coefficient de corrélation au point fixe et le spectre de G. I. Taylor, mesurés avec le fil non compensé. On aura

$$Ec\, fc_t(\omega) = E f_t(\omega) \frac{1}{1 + M^2 \omega^2} \tag{3}$$

et, en faisant une transformation de Fourier, suivant les équations

$$R_t(h) = \int_0^\infty \cos(sh) f_t(s)\, ds, \qquad Rc_t(h) = \int_0^\infty \cos(sh) fc_t(s)\, ds,$$

on peut donner le coefficient de corrélation correct en fonction de la loi de corrélation mesurée,

$$R_t(h) = \frac{Ec}{E}\left[Rc_t(h) - M^2 \frac{d^2 Rc_t(h)}{dh^2}\right]. \tag{4}$$

Faisons tendre h vers zéro. Comme $Rc_t(0) = 1$ et $R_t(0) = 1$, il vient

$$\frac{Ec}{E} = \frac{1}{1 - M^2 \dfrac{d^2 Rc_t(0)}{dh^2}}. \tag{5}$$

En résolvant (4) et en calculant les constantes par les conditions

$$Rc_t(0) = 1 \qquad \text{et} \qquad Rc_t(h) = Rc_t(-h),$$

on trouve

$$Rc_t(h) = \operatorname{Ch}\left(\frac{h}{M}\right) + \frac{1}{M}\frac{E}{Ec}\int_0^h \operatorname{Sh}\left(\frac{s-h}{M}\right) R_t(s)\, ds. \tag{6}$$

La dernière équation donne une dérivée seconde, nulle à l'origine, et par (4)

(³) *Nat. Advis. Comm. Aëron.* (NACA) *Techn. Rep.*, n° **320**, 1929, p. 201.

(⁴) *Comptes rendus*, **222**, 1946, pp. 367 et 473.

(⁵) Cours sur la turbulence (non encore publié), professé en 1941 à l'Institut de Mécanique des Fluides de Lille.

on voit que, près de l'origine, $Rc_t(h) > R_t(h)$. Il en résulte que le rayon de courbure au sommet de la courbe de corrélation, mesuré avec un fil chaud non compensé, est plus grand que le rayon de courbure pour la courbe correcte et croît avec la constante du fil. En appliquant l'équation ([6])

$$\frac{d^2 Rc_t(0)}{dh^2} = -\int_0^\infty s^2 fc_t(s)\, ds$$

à (5), il vient

$$\frac{Ec}{E} = \frac{1}{1 + M^2 \int_0^\infty s^2 fc_t(s)\, ds}. \tag{7}$$

Comme $\lim_{h \to 0} [dRc_t(h)/dh] = 0$ et $\lim_{h \to \infty} [dRc_t(h)/dh] = 0$, je trouve, en intégrant les deux membres de (4),

$$\frac{L_t}{Lc_t} = \frac{Ec}{E}. \tag{8}$$

Les équations (2) et (8) donnent

$$\frac{M}{Lc_t} = \frac{\int_0^\infty \exp\left(-\frac{s}{M}\right) R_t(s)\, ds}{\int_0^\infty R_t(s)\, ds}. \tag{9}$$

Quelle que soit la longueur de corrélation correcte au point fixe, la longueur de corrélation mesurée avec un fil chaud non compensé est plus grande que la constante de ce fil. Les équations (3) et (2) donnent

$$\frac{f_t(\omega)}{L_t} = \frac{fc_t(\omega)}{Lc_t}\left[1 + \left(\frac{M}{Lc_t}\right)^2 (\omega Lc_t)^2\right]. \tag{10}$$

Lorsqu'on trace la courbe $[fc_t(\omega)]/Lc_t$ en fonction de ωLc_t, alors, quand la constante du fil tend vers l'infini, le spectre mesuré tend vers la courbe

$$\frac{fc_t(\omega)}{Lc_t} = \frac{2}{\pi} \frac{1}{1 + \omega^2 Lc_t^2}, \tag{11}$$

quelle que soit la forme du spectre correct.

HYDRAULIQUE. — *Détermination de la perte de charge dans les tuyaux coniques.* Note de M. **Auguste Vibert**, présentée par M. Joseph Pérès.

L'expérience montre que l'inclinaison par rapport à l'axe des parois d'un tuyau conique occasionne dans l'écoulement une superturbulence qui se traduit

---

([6]) J. Kampé de Fériet, *Ann. Soc. Scient. Bruxelles*, 1re série, 59, 1939, p. 172.

par une augmentation de la perte de charge, analogue à celle provoquée par une rugosité artificiellement créée.

Dans ces conditions, et sous la réserve indiquée ci-après, si l'on désigne par δ le diamètre de la conduite cylindrique de longueur L donnant une perte de charge équivalente à celle du tuyau conique de longueur L et de diamètres D et d, on doit pouvoir écrire, en partant de la formule classique universelle,

$$J = jL = \lambda \frac{U_\delta^2}{2g\delta} L,$$

δ étant déterminé par la relation

$$\frac{L}{\delta^5} = \int_0^L \frac{dx}{D_x^5},$$

qui donne, tous calculs effectués,

$$\delta = D\sqrt[5]{\frac{4n^4(1-n)}{1-n^4}} \qquad \text{avec } n = \frac{d}{D}.$$

Ceci, toutefois, n'est légitime qu'à condition de prendre pour λ une valeur qui tient compte de la rugosité fictive introduite par l'inclinaison des parois du tuyau.

1° *Écoulement à nombre de Reynolds* R_e *supérieur à* 300000. — L'expérience a montré que, dans ce cas, λ est indépendant de R_e, et Nikuradse a proposé pour ce paramètre la valeur déduite de la relation

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1{,}74 + 2 \log \frac{r}{\varepsilon}.$$

Il s'agit alors de connaître la valeur de la rugosité absolue ε à introduire dans cette formule, produisant un effet équivalent à celui de l'inclinaison des parois.

2° *Écoulement à nombre de Reynolds* R_e *inférieur à* 300000. — Dans ce cas λ dépend de R_e. Sur le graphique logarithmique classique à double entrée représentant la fonction $\lambda = \varphi(R_e)$, les variations de λ sont représentées par une parallèle à la droite de Blasius. On a donc

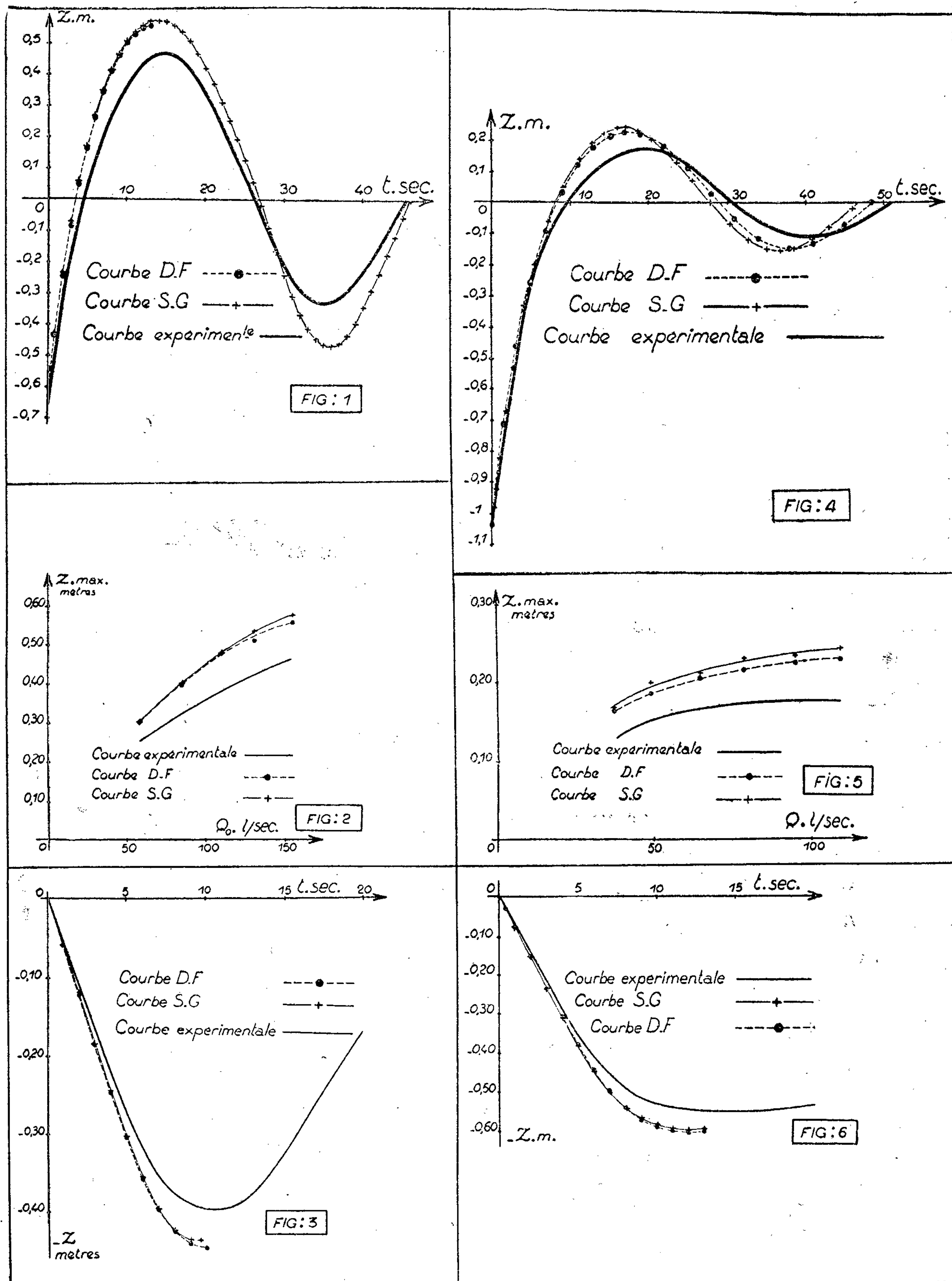
$$\log \lambda = \log \lambda_{R_e = 300\,000} - 0{,}25 \log R_e.$$

Nous avons vérifié cette théorie pour toute une série de convergents industriels géométriquement semblables, ayant un angle sommet $\alpha = 21°$, $n = 0{,}5$ et des diamètres D compris entre $0^m{,}05$ et 3^m.

Les résultats théoriques obtenus avec $\varepsilon = 1^{mm}{,}25$ corroborent les résultats expérimentaux, les différences constatées étant très petites et, en tout état de cause, largement inférieures à la tolérance en + ou en — des vérifications expérimentales.

HYDRAULIQUE. — *Vérifications expérimentales de l'application des méthodes D. F. et S. G. aux chambres d'équilibre à section variable.* Note (¹) de M. **Léopold Escande**, transmise par M. Charles Camichel.

Il n'existe pas de formules théoriques permettant l'étude analytique des



oscillations à l'intérieur des chambres d'équilibre à section variable, lorsque la

(¹) Séance du 4 mars 1946.

perte de charge intervient de façon appréciable, comme tel est le cas en pratique. Par exemple, dans le problème le plus simple, celui de la fermeture complète instantanée, on obtient, avec les notations habituelles, l'équation

$$V^2 = \left[\lambda - \frac{2gf}{L}\int ZF e^{\varepsilon\frac{2gK}{Lf}\int F\,dZ} dZ\right]\frac{e^{-\varepsilon\frac{2gK}{Lf}\int F\,dZ}}{F^2},$$

qui n'est pas intégrable, en général.

Nous avons cherché à vérifier le degré d'approximation obtenu par l'application de nos méthodes de calcul D. F. et S. G., à l'étude de ces chambres à section variable, au moyen d'expériences systématiques. Notre installation comprend essentiellement une conduite d'amenée, circulaire, de section $f = 0^{m^2},0707$, de longueur $L = 28^{m},70$, comportant une vanne V, dont la fermeture partielle permet d'augmenter les pertes de charge, et une chambre d'équilibre tronconique. L'installation est alimentée par un bassin de vaste section (50^{m^2}) : des dispositifs spéciaux permettent la réalisation de manœuvres continues d'ouverture et de fermeture pratiquement instantanées : les débits sont mesurés au moyen d'un déversoir de Bazin.

Les expériences ont porté sur des manœuvres instantanées de fermeture ou d'ouverture; pour ces dernières, la hauteur de chute H est assez faible pour qu'il soit nécessaire d'en tenir compte dans les calculs.

La figure 1 reproduit l'oscillation enregistrée d'une part, et calculée d'autre part, au moyen des méthodes D. F. et S. G., dans l'une des expériences de fermeture instantanée, vanne V, entièrement ouverte. La figure 2 donne, dans les mêmes conditions, les valeurs maxima Z_m de Z, en fonction du débit initial Q_0.

Les figures 4 et 5 fournissent respectivement les mêmes résultats que les figures 1 et 2, dans le cas où la vanne V est partiellement fermée.

Les figures 3 et 6 reproduisent l'enregistrement et le calcul de la première descente, dans deux expériences d'ouverture instantanée la vanne V étant ouverte complètement (*fig.* 3) ou partiellement (*fig.* 6).

Dans l'ensemble, les méthodes D. F. et S. G. conduisent à des amplitudes d'oscillations plus fortes que l'expérience : les écarts constatés, admissibles pour la technique, sont donc dans le sens de la sécurité.

RELATIVITÉ. — *Sur la thermodynamique des fluides.* Note [1] de M. **Olivier Costa de Beauregard.**

Le travail. — Dans un fluide soumis à des forces d'origine superficielle, la masse propre n'est pas conservative; dans le cas simple d'une pression ϖ, si ρ_0 et $\delta u_0 = V_i \delta u^i$ désignent la densité massique et le volume élémentaire

[1] Séance du 11 février 1946.

propres ([2]), $\mathcal{L}$ les lignes de courant d'Univers et $\mathcal{C}$ une hypercloison courante du genre espace, on a ([3])

$$(1) \qquad -c^2 \iiint_{\mathcal{C}_2-\mathcal{C}_1} \rho_0\, \delta u_0 = \int_{\mathcal{L}} \iiint_{\mathcal{C}} \varpi\, d\,\delta u_0;$$

l'expression $\varpi\, d\delta u_0$, analogue au $p\,dv$ classique, mérite le nom de *travail élémentaire invariant*. Ce résultat concerne exclusivement les compressions adiabatiques; le travail est acquis au fluide sous forme thermique.

Si ρ_{00} désigne la valeur qu'aurait ρ_0 pour le même δu_0 au zéro absolu, et si la pression ϖ_0 correspondante est nulle, l'intégrale $\iiint_{\mathcal{C}} \rho_{00}\, \delta u_0$ est conservative; on peut alors remplacer dans (1) ρ_0 par $\rho'_0 = \rho_0 - \rho_{00}$, qui est l'équivalent massique de la densité propre d'énergie thermique.

La chaleur. — Montrons sur un exemple qu'elle aussi peut être traitée comme un invariant. L'écriture densitaire des lois électriques d'Ohm-Kirchhoff et de Joule est

$$\vec{\mathrm{E}} = r\vec{j}, \qquad \mathrm{J}\, d\delta\mathrm{Q} = r\vec{j}^2\, \delta u\, dt;$$

$d\,\delta\mathrm{Q}$ représente la chaleur dégagée dans le volume élémentaire δu pendant le temps élémentaire dt. Introduisant avec Minkowski ([4]) la quadrivitesse locale V_k du conducteur, la transcription covariante de ces lois est

$$(2) \qquad \mathrm{H}^{ik}\mathrm{V}_k = rj^i, \qquad ic\mathrm{J}\, d\delta\mathrm{Q} = rj_i j^i [dx_1\, dx_2\, dx_3\, dx_4];$$

on voit que la résistivité r et la chaleur Q sont ainsi traitées comme des invariants tensoriels.

Posons $\delta\mathrm{Q} = q_0\, \delta u_0$, et soit $q_0\mathrm{U}^i$ la quadri-densité de courant de chaleur; $\mathrm{U}^i \neq \mathrm{V}^i$ si le milieu est conducteur. Soit δs^{ij} l'élément d'aire $\mathfrak{S}$ contour de la goutte $\mathcal{C}$, $d\tau$ le temps propre le long des $\mathcal{L}$; $d\tau\, \mathrm{V}_j\, \delta s^{ij}$ est une expression de l'élément trilinéaire sur l'hyperparoi $\mathfrak{T}$ engendrée par $\mathfrak{S}$, et l'on peut écrire

$$(3) \qquad \iiint_{\mathcal{C}_2-\mathcal{C}_1} q_0 \mathrm{U}_i\, \delta u^i = \iiiint \partial_i (q_0 \mathrm{U}^i) [dx_1\, dx_2\, dx_3\, dx_4] - \iiint_{\mathfrak{T}} q_0 \mathrm{U}_i \mathrm{V}_j\, \delta s^{ij}\, d\tau;$$

le dernier terme, nul si $\mathrm{U}^i = \mathrm{V}^i$, représente le flux de chaleur à travers $\mathfrak{S}$, et le précédent le débit des sources de chaleur enfermées dans $\mathfrak{S}$. Dans le cas de la

---

([2]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 271.

([3]) *Ibid.*, **222**, 1946, p. 477.

([4]) Voir M. DE LAUE, *Théorie de la Relativité* (trad. G. Létang, **1**, Paris, 1924, pp. 182-187); il s'agit bien entendu du quadri-courant de conduction, du genre espace et orthogonal à V_k, tandis que le quadri-courant de convection, lorsqu'il existe, est du genre temps et colinéaire à V_k.

chaleur de Joule, on a, d'après (2_2),

$$\partial_i(q_0 U^i) = r j_i j^i. \tag{4}$$

La température. — L'entropie, nombre pur, est nécessairement un invariant [5]; la température T_0 définie en liaison avec le δQ précédent est donc aussi un invariant. Dans certaines questions, δQ peut se présenter comme la 4e composante d'un vecteur, auquel cas il en sera de même de $1/T$ [5]; il est naturel d'admettre que ce dernier vecteur est colinéaire à V^i, et l'on posera

$$\theta^i = \frac{1}{T_0} V^i, \qquad \frac{1}{T} = \theta^4. \tag{5}$$

L'énergie et l'entropie. — L'état initial et l'état final d'une même goutte fluide étant représentés par les hypercloisons $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$, l'expression de la variation d'énergie s'obtiendra en ajoutant au second membre de (1) celui de (3) multiplié par J, et celle de la variation réversible d'entropie en remplaçant, au second membre de (3), q_0 par q_0/T_0.

Exemple d'équation d'état : gaz parfait. — Le nombre N des molécules formant la goutte $\mathcal{C}$ est conservatif [6]; k désignant la constante de Boltzmann, suivant la définition choisie pour la température, on aura les deux écritures équivalentes

$$\iiint_{\mathcal{C}} \frac{\varpi\, \delta u_0}{k T_0} = N, \qquad \iiint_{\mathcal{C}} \varpi \theta^i\, \delta u_i = k N; \tag{6}$$

ici, l'on voit qu'il est *nécessaire* de prendre θ^i colinéaire à V^i.

Soient m_{00} la masse au repos des molécules d'un gaz homogène, m_0 la valeur moyenne à la température T_0 de leur masse relativiste, δu_0 le volume moléculaire; on a, la relation (7_3) étant fournie par la théorie cinétique, et γ désignant le coefficient habituel,

$$\varpi\, \delta u_0 = k T_0, \qquad \rho_0\, \delta u_0 = m_0, \qquad k T_0 = (\gamma - 1)\, c^2 (m_0 - m_{00}); \tag{7}$$

on conclut de là la relation $\rho_0 = \rho_{00} + [1/(\gamma - 1)](\varpi/c^2)$, qui, portée dans la formule générale (1) de la compression adiabatique, redonne la loi connue $\varpi(\delta u_0)^\gamma = \text{const.}$

Conclusions. — Nous avons défini les grandeurs thermodynamiques fondamentales comme des invariants tensoriels. Les intégrales tiennent compte de ce que, dans la phase $\mathcal{C}$, la température et la pression ne sont pas nécessairement uniformes. Moyennant ces remarques, les raisonnements classiques de la thermodynamique sont applicables aux gouttelettes δu_0 suivies dans leurs transformations.

---

(5) M. DE LAUE, *op. cit.*, pp. 268-270.

(6) Les N trajectoires d'Univers restent contenues dans l'hypertube décrit par $\mathcal{C}$.

ASTROPHYSIQUE. — *Sur la stabilité d'un modèle de naine blanche.* Note [1] de M. **Evry Schatzman.**

Nous avons montré [2] que l'on pouvait représenter les naines blanches par le modèle suivant : un noyau fait de mélange de Russel et une couronne d'hydrogène pouvant être gazeuse en totalité ou en partie.

Nous allons montrer ici que ce modèle est en équilibre radiatif stable.

La condition de stabilité de l'équilibre radiatif est donnée par la condition

$$\left[\frac{d\log T}{d\log P}\right]_{\text{radiatif}} < \left[\frac{d\log T}{d\log P}\right]_{\text{adiabatique}}. \tag{1}$$

Dans notre modèle la couronne gazeuse est un gaz monoatomique et, suivant que la pression de radiation est nulle ou égale à la pression totale,

$$0,25 < \left[\frac{d\log T}{d\log P}\right]_{\text{adiabatique}} < 0,4,$$

alors que la pression dans la couronne gazeuse est liée à la température par la relation

$$P \sim T^{\frac{17}{4}}$$

ce qui entraîne

$$\left[\frac{d\log T}{d\log P}\right]_{\text{radiatif}} = 0,235.$$

La condition (1) est donc satisfaite, et la couronne gazeuse se trouve en équilibre radiatif stable.

A l'intérieur de la surface de mélange, ou éventuellement de la surface d'apparition de la dégénérescence, nous avons supposé $T = \text{const.}$, ce qui entraîne $d\log T = 0$ et par conséquent la condition (1) est encore satisfaite. Le modèle étudié est en totalité en équilibre radiatif stable et aucun mouvement de convection n'empêche le champ de pesanteur d'opérer le tirage des éléments.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur la scission des étoiles.* Note [1] de M. **Émile Sevin**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Du point de vue cosmogonique, le problème de la scission des étoiles est d'importance capitale. Il a été étudié par H. Poincaré, Sir G. H. Darwin et Sir J. H. Jeans, en faisant intervenir uniquement la rotation : il s'est alors montré d'une complication extrême, et le dernier de ces auteurs a finalement

(1) Séance du 2 janvier 1946.

(2) *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 496; **220**, 1945, p. 516.

(1) Séance du 4 mars 1946.

exprimé l'avis que l'état gazeux des étoiles n'était guère compatible avec une rupture ainsi envisagée et, spécialement, avec la formation d'un système planétaire. Nous nous proposons d'exposer que, en tenant compte également de la vibration, en rapport avec l'infrason de période θ rendu par l'astre, on parvient nettement à des conclusions différentes.

Considérons une étoile tournant autour d'un axe sur lequel la vitesse angulaire $\vec{\omega}$ va définir la direction sud-nord des pôles et faisons choix, à l'intérieur de cette étoile, d'une masse m située sur un parallèle de latitude λ et entraînant, avec elle, un trièdre de référence dont l'axe des z sera la verticale, dirigée comme l'accélération de la pesanteur $\vec{g}$, l'axe des x étant la tangente au parallèle dirigée vers l'est et l'axe des y la perpendiculaire à ces deux droites dirigée vers le sud.

Si la vitesse angulaire $\vec{\omega}$ était nulle, la vibration stationnaire de m serait orientée suivant la verticale et l'on pourrait poser, en n'explicitant que le premier terme de la série de Fourier,

$$z = z_0 \sin 2\pi \frac{t}{\theta}, \qquad \frac{dz}{dt} = z_0 \frac{2\pi}{\theta} \cos 2\pi \frac{t}{\theta}, \qquad \frac{d^2 z}{dt^2} = -z_0 \frac{4\pi^2}{\theta^2} \sin 2\pi \frac{t}{\theta}.$$

Mais, du fait de l'intervention de $\vec{\omega}$, la vibration constitue un mouvement relatif défini par les équations

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 x}{dt^2} &= -2\omega\left(\frac{dy}{dt}\sin\lambda - \frac{dz}{dt}\cos\lambda\right),\\
\frac{d^2 y}{dt^2} &= 2\omega \frac{dx}{dt}\sin\lambda,\\
\frac{d^2 z}{dt^2} &= -z_0 \frac{4\pi^2}{\theta^2}\sin 2\pi\frac{t}{\theta} - 2\omega\frac{dx}{dt}\cos\lambda.
\end{aligned}$$

En intégrant par approximations successives et en désignant par S la période de rotation, il vient :

$$\begin{aligned}
\frac{dx}{dt} &= 2z_0 \frac{2\pi}{S}\left(1 + 4\frac{\theta^2}{S^2} + 16\frac{\theta^4}{S^4} + \ldots\right)\cos\lambda \sin 2\pi\frac{t}{\theta},\\
\frac{dy}{dt} &= -2z_0 \frac{2\pi\theta}{S^2}\left(1 + 4\frac{\theta^2}{S^2} + 16\frac{\theta^4}{S^4} + \ldots\right)\sin 2\lambda \cos 2\pi\frac{t}{\theta},\\
\frac{dz}{dt} &= z_0\left[\frac{2\pi}{\theta} + \frac{8\pi\theta}{S^2}\left(1 + 4\frac{\theta^2}{S^2} + 16\frac{\theta^4}{S^4} + \ldots\right)\cos^2\lambda\right]\cos 2\pi\frac{t}{\theta},\\
x &= -2z_0\frac{\theta}{S}\left(1 + 4\frac{\theta^2}{S^2} + 16\frac{\theta^4}{S^4} + \ldots\right)\cos\lambda\cos 2\pi\frac{t}{\theta},\\
y &= -2z_0\frac{\theta^2}{S^2}\left(1 + 4\frac{\theta^2}{S^2} + 16\frac{\theta^4}{S^4} + \ldots\right)\sin 2\lambda \sin 2\pi\frac{t}{\theta},\\
z &= z_0\left[1 + 4\frac{\theta^2}{S^2}\left(1 + 4\frac{\theta^2}{S^2} + 16\frac{\theta^4}{S^4} + \ldots\right)\cos^2\lambda\right]\sin 2\pi\frac{t}{\theta};
\end{aligned}$$

et l'on voit que, dans toutes ces expressions, figure une même progression géométrique

$$1+4\frac{\theta^2}{S^2}+16\frac{\theta^4}{S^4}+\ldots.$$

Tant que le rapport θ/S est inférieur à $1/2$, cette progression est convergente; on peut la remplacer par sa somme $S^2/(S^2-4\theta^2)$ et l'on se trouve avoir intégré rigoureusement. Alors la vibration est elliptique et *rétrograde*; elle est contenue dans le plan

$$\frac{y}{z}=-\frac{2\theta^2\sin 2\lambda}{S^2-4\theta^2\sin^2\lambda},$$

et il lui est associé un moment cinétique compris dans le méridien. Pour l'ensemble de l'étoile, le moment cinétique résultant correspondant est porté par l'axe de rotation et *son sens est opposé à celui du moment cinétique de rotation.*

Il s'ensuit que si, au cours de l'évolution d'une étoile, θ/S vient à atteindre la valeur critique $1/2$, la moindre vibration tend à s'amplifier sans limite; par suite de la conservation du moment cinétique, $\vec{\omega}$ augmente également et le corps de l'étoile, qui doit fournir l'énergie nécessaire, s'effondre. Une scission cataclysmique est donc inévitable; et en effet, depuis quelque vingt-cinq ans, par trois fois on a constaté que les novæ pouvaient provoquer des ruptures.

Lorsque c'est un système planétaire qui prend naissance, les astres engendrés sont de trop faible importance pour qu'on puisse les observer à grande distance; toutefois, le système solaire est instructif à ce sujet. Actuellement, pour le Soleil, θ/S ne vaut que 0,0046; mais, si les planètes y étaient incorporées, leurs moments cinétiques de révolution s'ajouteraient à son moment cinétique de rotation et θ/S atteindrait $0{,}68 > 1/2$. Ainsi les planètes apparaissent bien comme le lest qu'a dû jeter le Soleil pour retrouver un état d'équilibre stable.

Comme conséquence, pour tout astre existant (étoile, planète ou satellite), le rapport θ/S doit être compris entre 0 et $1/2$, et cette règle se montre parfaitement suivie. Voici quelques valeurs typiques : VV Cephei B 0,00014; ζ Aurigæ B 0,00041; Y Cygni A et B 0,0833; ζ Aurigæ A 0,111; RS Canum Venaticorum B 0,208; VV Cephei A 0,281; V Puppis A et B 0,306; la Terre 0,0587; Mars 0,0688; Neptune 0,199; Jupiter 0,288; Saturne 0,386; la Lune 0,0028.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Déshydratation des glycols* $(CH_3)_2COH—CHOH—R$ *pour des radicaux variant de* C_6 *à* C_{10}. Note de Mme **Irène Elphimoff-Scherbakoff**, présentée par M. Marcel Delépine.

Les recherches de Tiffeneau et de son école [1] ont montré que la déshydratation des glycols du type $(R')^2—COH—CHOH—R$ (R gras ou Ar)

[1] M. Tiffeneau, A. Orekhoff et Jeanne Lévy, *Comptes rendus*, **179**, 1924, p. 977; M. Tiffeneau et Jeanne Lévy, *Bull. Soc. Chim.*, **39**, 1926, p. 763; M. Tiffeneau et Dorlencourt, *Comptes rendus*, **143**, 1906, p. 126.

s'effectue, dans certaines conditions bien déterminées, par départ d'hydroxyle tertiaire en conduisant tantôt aux aldéhydes [schéma (I) pour $R = Ar$], tantôt aux cétones [schéma (II) pour R gras] ([2]).



Tiffeneau a conclu de cette différence de comportement que l'aptitude migratrice des radicaux gras est plus faible que celle des radicaux aromatiques.

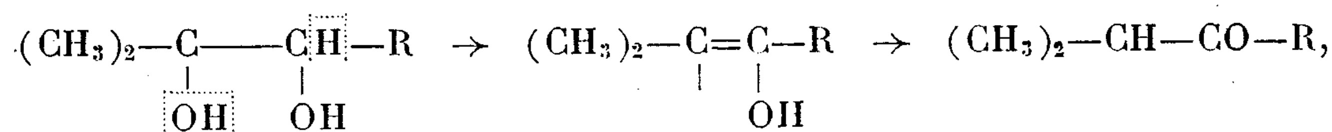
Cependant Darzens ([3]) a montré que le comportement des radicaux gras à poids moléculaire élevé ($R \geq C_8$) est identique à celui des radicaux aromatiques aussi bien dans l'isomérisation des glycidiques $(R')^2C\text{——}C(R)CO_2C_2H_5$ (pont O) que dans la déméthoxylation des éthers monométhyliques des glycols ci-dessus. En effet, ces deux réactions s'effectuent avec migration du radical à poids moléculaire élevé R et conduisent aux aldéhydes $(R')^2RC—CHO$.

Dans le but de préciser le comportement des radicaux à poids moléculaire élevé, nous avons étudié ([4]), la déshydratation des glycols $(Ar^2)COH—CHOH—R$ et nous avons montré qu'elle s'effectue suivant le schéma II, c'est-à-dire sans transposition moléculaire.

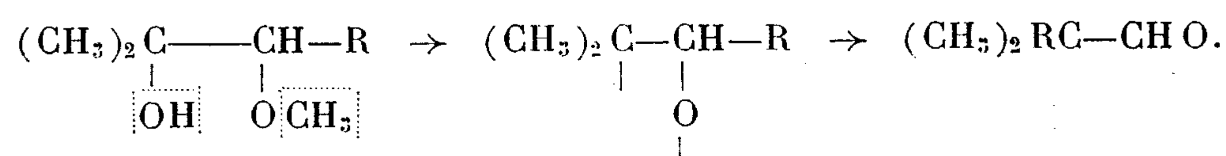
On peut supposer que la grande électronégativité des radicaux phényle entrave l'aptitude migratrice du radical R et l'empêche de venir se fixer sur le carbone qui les porte.

C'est pourquoi nous nous sommes proposé d'examiner dans le présent travail la déshydratation des glycols $(CH^3)^2COH—CHOH—R$ de même structure que les mono-éthers étudiés par Darzens. Contrairement à nos prévisions, cette déshydratation, bien qu'effectuée dans les mêmes conditions que la déméthoxylation des mono-éthers correspondants, conduit, non pas comme cette dernière aux aldéhydes transposés, mais aux cétones de même squelette carboné.

C'est donc au mécanisme même de ces deux réactions qu'il faut attribuer la différence de comportement des radicaux. Nous supposons que la déshydratation des glycols s'effectue suivant le mécanisme vinylique :



tandis que la déméthoxylation des mono-éthers correspondants se fait suivant le mécanisme semi-hydrobenzoïnique :



([2]) P. Nicolle, *Bull. Soc. Chim.*, **39**, 1926, p. 62.
([3]) G. Darzens, *Comptes rendus*, **195**, 1932, p. 884; **196**, 1933, p. 184.
([4]) I. Elphimoff-Scherbakoff, *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 564.

I. *Préparation des glycols* $(CH_3)_2COH—CHOH—R$. — Ces glycols sont préparés à partir des aldéhydes R—CHO qui, par l'intermédiaire de leurs composés bisulfitiques, sont transformés en cyanhydrines R—CHOH—CN; celles-ci, traitées par HCl gazeux en présence d'alcool absolu, donnent les hydroxy-esters $R—CHOH—COOC_2H_5$. Ces derniers, traités par quatre molécules de bromure de méthylmagnésium, conduisent aux glycols $R—CHOH—COH(CH_3)_2$:

RC_6H_{13} glycol $C_{10}H_{22}O_2$, $É_{23}$ 143°-145° hydroxy ester $C_{10}H_{20}O_3$, $É_{20}$ 130° (²).
RC_8H_{17} » $C_{12}H_{26}O_2$, $É_{28}$ 163° » » $C_{12}H_{24}O_3$, F 30°,
$RC_{10}H_{21}$ » $C_{14}H_{30}O_2$, $É_{30}$ 190° » » $C_{14}H_{28}O_3$, $É_{15}$ 165°; F 38°.

II. *Déshydratation des glycols en cétones* $(CH_3)_2CH—CO—R$ par l'acide formique anhydre à chaud :

RC_6H_{13} cétone $C_{10}H_{20}O$, $É_p$ 200°-210° (²).
RC_8H_{17} » $C_{12}H_{24}O$, $É_{16}$ 115°-118°; oxime $C_{12}H_{25}ON$, $É_8$ 136°.
$RC_{10}H_{21}$ » $C_{14}H_{28}O$, $É_{17}$ 140°-144°.

Ces cétones ont des odeurs fortes plutôt agréables; leurs semicarbazones et oximes sont liquides.

La structure de ces cétones a été démontrée par coupure au moyen d'un mélange acétochromique à chaud qui a fourni dans tous les cas l'acétone $(CH_3)_2CO$. L'oxydation argentine a été effectuée pour prouver l'absence d'aldéhyde. Dans aucun cas il n'a été obtenu d'acide.

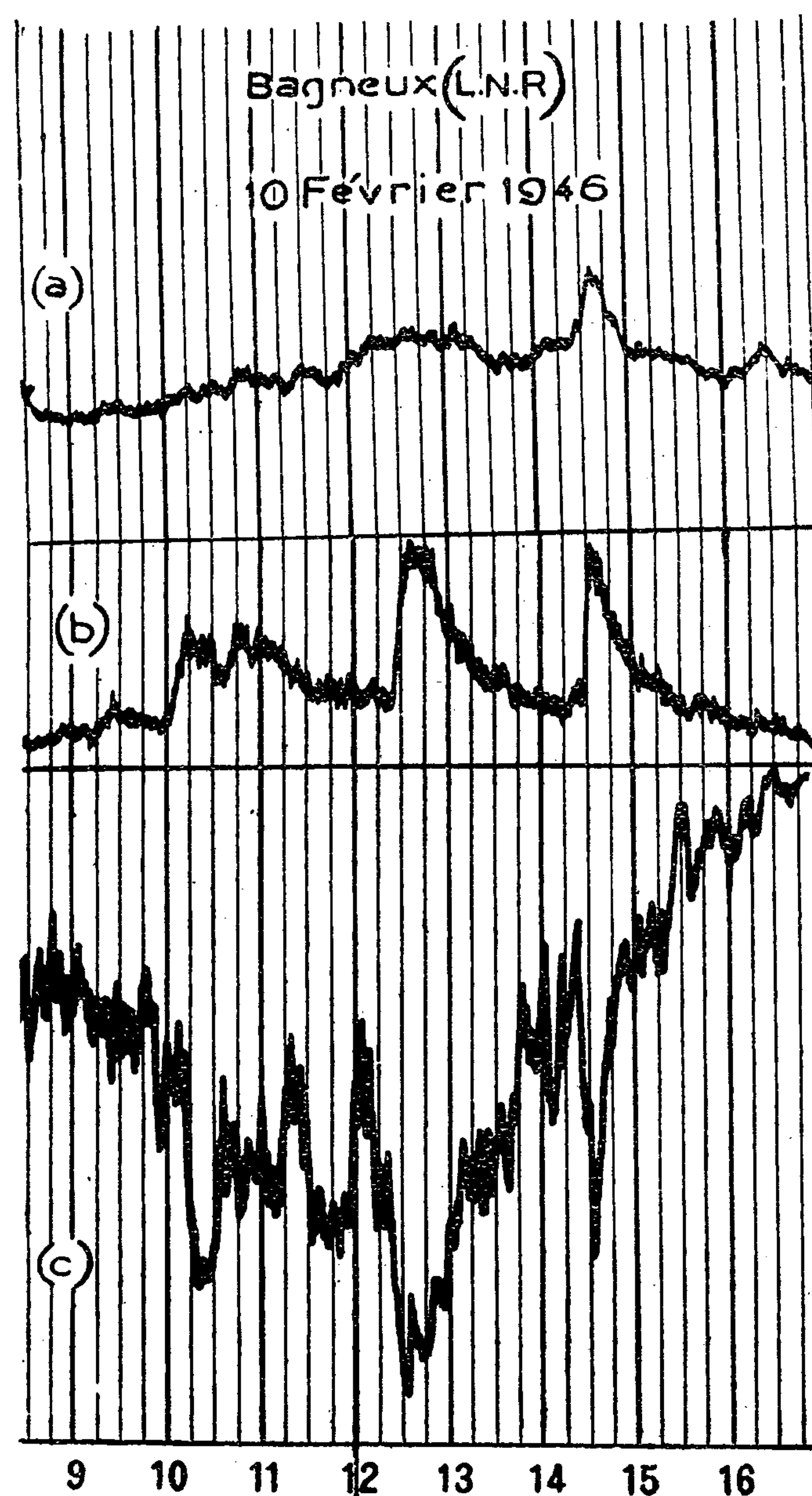
Conclusion. — La déshydratation des glycols $(CH_3)_2COH—CHOH—R$ pour $R \geq C_6$ en milieu acide conduit aux cétones non transposées $(CH_3)_2CH-CO-R$. Ainsi, dans cette réaction, les radicaux à poids moléculaire élevé ne présentent pas de propriétés comparables aux radicaux aromatiques.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Manifestations radioélectriques au cours de la période d'activité solaire du* 31 *janvier au* 14 *février* 1946. Note (¹) de M. **Robert Bureau**, présentée par M. Charles Maurain.

L'observation des perturbations ionosphériques à début brusque permet une surveillance indirecte de l'activité de la chromosphère et surtout des éruptions chromosphériques. Nous avons signalé le parallélisme remarquable des phénomènes ionosphériques terrestres et chromosphériques solaires au cours du cycle solaire undécennal 1932-1943 (²). Après plus de deux ans de calme presque total, l'activité des perturbations ionosphériques s'est brusquement manifestée du 31 janvier au 14 février 1946. Nous disposions pour la détecter des installations suivantes : enregistreurs d'atmosphériques sur 11 000^m de longueur d'onde à Paris (Bagneux), Poitiers et Rabat; sur 24 000^m, 5000^m, 2000^m et 150^m à Bagneux; enregistreur du champ de Genève sur 48^m,66 quelques heures par jour. C'est la première fois qu'on utilise, au même lieu, l'enregistrement des atmosphériques sur ondes myriamétriques pour la détection des renforcements brusques, et l'enregistrement du champ sur ondes décamétriques pour les affaiblissements brusques et les évanouissements. Cet ensemble de moyens, bien qu'incomplet encore, s'est révélé efficace. Nous espérons le compléter en

(¹) Séance du 25 février 1946.
(²) *Comptes rendus*, 219, 1944, p. 461.

étendant à toute la journée l'enregistrement d'ondes décamétriques, celui de l'amortissement des échos à la verticale, et dans un avenir plus lointain celui



a, atmosphériques 24000 mètres; *b*, atmosphériques 11000 mètres; *c*, champ Genève 48m,66.

des atmosphériques sur 11 000m à diverses longitudes, ce qui permettrait une surveillance radioélectrique permanente des éruptions solaires.

Voici un résumé et un exemple des renseignements fournis par les seuls moyens radioélectriques au cours de la période précitée.

Liste des renforcements (R) *sur* 11 000m, *des affaiblissements* (A) *sur* 48m,66,
(*heures* T. M. G. *du début*).

31 janvier...	1240 (RA)	6 février...	1352 (R)	12 février...	1150 (RA)
1er février...	1206 (RA)	7 » ...	1235 (RA)	» ...	1215 (RA)
» ...	1337 (R)	8 » ...	0910 (RA)	» ...	1314 (R)
2 » ...	0910 (A)	» ...	1244 (R)	» ...	1452 (R)
3 » ...	1250 (RA)	» ...	1330 (R)	13 » ...	0902 (R)
» ...	1546 (R)	9 » ...	1150 (RA)	» ...	1135 (RA)
4 » ...	1259 (R)	10 » ...	1008 (RA)	» ...	1517 (R)
5 » ...	1144 (RA)	» ...	1230 (RA)	14 » ...	1152 (RA)
» ...	1510 (R)	» ...	1431 (RA)		
6 » ...	0845 (R)	11 » ...	1032 (RA)		

La figure donne un exemple d'affaiblissements et de renforcements simultanés.

L'onde de 24000m n'a été sensible aux perturbations que dans deux cas, celui du 10 février à 1431 (léger renforcement) et celui du 13 février à 1135 (affaiblissement). Nous avons attribué l'absence générale de renforcement sur les ondes très longues à leur niveau de réflexion qui serait plus bas que celui de l'ionisation passagère provoquée par les éruptions chromosphériques.

Cette série exceptionnelle a été accompagnée d'un certain nombre d'évanouissements du trafic radioélectrique sur ondes décamétriques correspondant aux heures du tableau ci-dessus. De plus ce trafic a souffert de perturbations de longue durée, montrant que l'activité solaire ne s'est pas limitée aux éruptions chromosphériques. Les phénomènes radioélectriques ne sont d'ailleurs qu'une des manifestations, grandiose il est vrai, de cette période. Leur origine semble se rattacher au passage à travers le disque solaire de taches de formation récente dont la présence le 30 janvier au bord Est du disque nous a été signalée par M. d'Azambuja (l'état du ciel a rendu presque impossible l'observation directe du Soleil à Meudon). La série de février 1946 est peut-être comparable en intérêt à celle de février-mars 1942 qui a donné lieu à plusieurs publications rétrospectives (3) et que nous avions nous-même décrite en détail (4).

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *L'activité magnétique du début de février* 1946. Note (1) de MM. **Jean Coulomb** et **Édouard Selzer**, présentée par M. Charles Maurain.

La première quinzaine de février, signalée comme particulièrement active des points de vue solaire et ionosphérique, a comporté un seul phénomène magnétique de grande ampleur, l'orage des 7 et 8 février. Il a duré de 7^h20^m le 7 à 22^h environ le 8. Son amplitude a atteint 330^γ (10^{-5} gauss) sur la composante horizontale, 170^γ sur la composante verticale, $1^\circ 5'$ sur la déclinaison. Cet orage a laissé, comme à l'ordinaire, un résidu temporaire qui a atteint 35^γ environ sur les composantes horizontale et verticale. Il a comporté, fait assez rare, deux pulsations géantes, débutant brusquement : l'une irrégulière a duré du 7 à 10^h20^m au 7 à 17^h10^m; l'autre plus nette a commencé le 8 à 6^h20^m et s'est évanouie progressivement de 13^h à 17^h.

Les renforcements d'atmosphériques et les affaiblissements d'ondes courtes relevés par M. Bureau (voir la Note précédente) n'ont presque jamais coïncidé avec des crochets magnétiques tels qu'il s'en présente

(3) H. W. Newton, *Observatory*, 64, 1942, p. 263; J. S. Hey, *Nature*, 157, 1946, p. 47; F. J. N. Stratton, *ibid.*, 157, 1946, p. 48.

(4) Note préliminaire n° 37 du Laboratoire National de Radioélectricité.

(1) Séance du 25 février 1946.

lors des éruptions chromosphériques importantes. Dans la plupart des cas ces crochets ont été soit nuls, soit inobservables par suite de l'agitation. La seule coïncidence d'aspect classique correspond au 12 février à 11^h50^m. Les 9 et 12 février, deux crochets nets, mais tombant en période agitée, ont peut-être eu la même origine. Enfin le 13 février, à 11^h35^m, on trouve un crochet de forme exceptionnelle, atteignant 6′ sur la déclinaison, net sur la composante verticale (5γ), infime sur la composante horizontale. A la même heure, M. Bureau a observé un affaiblissement brusque, d'occurence assez rare, sur $24\,000^m$. Il y a là une correspondance à retenir.

MINÉRALOGIE. — *Sur la présence à Jarny d'un minerai magnétique dans la couche grise du bassin de Briey (Lorraine).* Note de M[lle] **Simonne Caillère** et M. **François Kraut**.

On connaît depuis longtemps l'existence d'accidents magnétiques dans e bassin de Briey. L. Cayeux les signale dans la couche grise à Pienne, à Ottange, à Hayange et en donne une description détaillée (¹). Dans cette Note, nous allons faire l'étude minéralogique d'un minerai magnétique recueilli dans la même couche à Jarny, et dont la présence n'avait pas encore été reconnue jusqu'ici. Nous utiliserons l'étude microscopique en lumière réfléchie et en lumière transmise ainsi que l'analyse thermique.

Ce qui caractérise ce minerai c'est le contraste entre les oolithes essentiellement transparentes et le ciment dans lequel prédominent les éléments opaques.

Les oolithes, en effet, renferment généralement un noyau de limonite ou un débris d'oolithe opaque, mais l'enveloppe corticale est en stilpnosidérite. La magnétite du ciment pénètre souvent par des fissures radiales dans cette zone et y forme des anneaux concentriques. Outre les oolithes, le ciment englobe de nombreux débris d'organismes épigénisés en calcite et des fragments clastiques. Ces derniers sont en limonite, souvent brisés et cicatrisés par la magnétite. On en observe d'autres en calcite et en stilpnosidérite. Des plages à limites mutuelles de carbonate et de magnétite ou des associations dentelliformes de ces deux minéraux occupent les espaces interoolithiques. Un liséré vert très étroit de chlorite entoure chaque oolithe. La courbe thermique construite avec cet échantillon présente une inflexion endothermique à 330° due au départ d'eau de la limonite et un autre crochet endothermique à 570° suivi d'un petit phénomène exothermique à 750°. Ces deux derniers caractérisent la chlorite du type bavalite (²) et confirment le diagnostic microscopique.

(¹) L. Cayeux, *Les Minerais de fer oolithiques de France*, fasc. II, Paris, 1922.
(²) J. Orcel, *Thèse* (*Bull. Soc. fr. Minér.*, 50, 1927, p. 210).

Examinons maintenant quels renseignements cette étude peut fournir en ce qui concerne l'ordre de dépôt des différents constituants et les conditions géologiques dans lesquelles ce minerai a pris naissance.

La calcite et la magnétite se sont incontestablement formées sur place dans le minerai de Jarny. On peut penser qu'elles ont cristallisé simultanément ou bien, ce qui nous paraît plus vraisemblable, qu'il y a eu remplacement de la calcite par la magnétite. On remarque, en effet, des cubes bien formés de Fe_3O_4 au milieu des plages de calcite qui, en se multipliant, finissent par se substituer complètement au carbonate. Quoi qu'il en soit, la magnétite joue un rôle très important dans ce minerai, dont 78 % sont attirables à l'aimant. Une particularité intéressante à signaler est l'absence de l'hématite, minéral que l'on rencontre dans les autres minerais magnétiques de la couche grise du bassin de Briey, où elle apparaît généralement comme un stade intermédiaire entre la limonite et l'oxyde Fe_3O_4, auquel elle est toujours intimement associée aussi bien dans les oolithes que dans le ciment. D'autre part l'hydrate de fer ne se trouve, ici, que sous sa forme colloïdale; la limonite bien cristallisée n'a été observée que dans des fragments d'origine étrangère.

Les oolithes sont déformées, souvent brisées, et montrent, à la fois, un décollement des zones concentriques et des divisions radiales. Très fréquemment la magnétite et la calcite du ciment ressoudent les débris à peine écartés et l'oolithe disloquée conserve ainsi son unité et sa forme initiale, ce qui prouve que le minerai a subi des actions mécaniques pendant la période de consolidation.

En résumé, le seul minéral opaque formé *in situ* est la magnétite. L'hématite fait défaut et la limonite n'existe, ici, que dans les fragments empruntés à une autre formation.

Quant aux oolithes, le fait qu'elles sont constituées essentiellement par de la stilpnosidérite semble indiquer qu'une durée probablement très courte de la sédimentation ne leur a pas permis d'évoluer vers des formes plus cristallines. La cicatrisation sur place des oolithes fragmentées appuie cette hypothèse d'une consolidation rapide du minerai.

PÉTROGRAPHIE. — *Sur l'existence de deux granites d'âge distinct dans le massif des Écrins-Pelvoux et sur leurs caractères différentiels.* Note de **M. Pierre Bellair**, présentée par M. Charles Jacob.

On sait, depuis les travaux de P. Termier, que les massifs centraux dauphinois montrent des affleurements isolés, « qui communiquent évidemment, en profondeur, par dessous leurs ceintures de gneiss ou de schistes cristallins » (1), d'un granite très particulier, remarquable par sa faible teneur en chaux et en

(1) Notice de la feuille de Briançon au 1/80 000.

magnésie. Pour cet auteur « le granite du Pelvoux a modifié à son contact les schistes; mais il est resté sans action sur les roches qui l'encaissent, là où ces roches avaient subi, avant son arrivée, *une gneissification régionale* » [1]. Termier avait, d'autre part, reconnu l'existence de deux autres variétés de granite, mais il semble les avoir considérées comme de simples variations chimiques et n'a pas élucidé leurs rapports avec le granite normal.

A plusieurs reprises, j'avais eu l'occasion de signaler des phénomènes de passage graduel gneiss-granite, qui montraient que les conclusions de P. Termier étaient trop absolues, mais ce n'est qu'en 1942 que l'examen détaillé du chaînon Ailefroide-Pics Sans Nom-Pelvoux m'a révélé des faits qui permettent de coordonner ces observations en apparence contradictoires.

Dans ce chaînon, on peut reconnaître la présence de deux granites nettement distincts, en contact l'un avec l'autre : le granite du Pelvoux (au sens de Termier), sous son faciès habituel, et un granite gris à grain plus fin, nettement plus mélanocrate. Des apophyses et des filons aplitiques issus du granite du Pelvoux injectent cette deuxième formation, établissant ainsi nettement l'âge relatif des deux roches.

Quelques analyses chimiques permettent de préciser les caractères différentiels des deux roches, également sensibles en lame mince :

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
SiO_2	65,6	69,5	74,2	71,5	74,2	57,1
Al_2O_3	17,4	16,3	14,4	15,1	14,6	20,2
FeO	2,6	1,4	0,94	0,65	0,6	5,5
Fe_2O_3	1	0,76	0,17	1,6	1	1,6
MgO	2	1,1	0,3	1,2	0,5	3,4
CaO	2	1,9	0,3	0,5	0,6	1,9
K_2O	3,5	4,6	5	4,5	4,6	4,1
Na_2O	4,1	3,6	3,5	3,8	3,6	2
TiO_2	0,54	0,36	0,18	0,27	0,18	1
MnO	0,12	0,07	0,04	0,07	0,06	0,12
H_2O	1,7	1	1,1	1,3	0,6	3,1
	100,56	100,59	100,13	100,49	100,54	100,02

Composition virtuelle.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
Quartz	20,20	24,90	33,40	29,58	33,58	17,38
Orthose	20,30	26,68	28,90	26,13	27,25	24,22
Albite	34,20	30,04	29,56	32,10	30,39	16,86
Anort.	9,93	9,44	1,49	2,48	2,97	9,45
Corin	3,36	2,04	2,78	3,17	2,58	9
Magnet.	1,44	1,1	0,24	1,64	1,45	2,32
Hémat.				0,5		
Ilmén.	1,02	0,68	0,34	0,51	0,34	1,90
SiO_3Mg	5	2,75	0,75	3	1,25	8,5
SiO_3Fe	3,29	1,48	1,36		0,09	7,33
H_2O	1,7	1	1,1	1,3	0,6	3,1
	100,44	100,11	99,92	100,41	100,50	100,06
An %	22,5	24	4,8	7,2	8,9	51,6
Or/Plagio.	0,47	0,66	0,93	0,75	0,82	0,92
ΣB	10,75	6,01	2,69	5,65	3,13	20,05
Par.	1(2).4 2.(3)4.	1.4.2.3	1.(3)4 1.3.	1.'4 1'.3'.	1.(3)4 1'.3.	11.4 2.'3.

Les analyses 1 et 2 ont trait au granite gris en provenance du Petit Pic Sans Nom, les analyses 3, 4 et 5 au granite type Pelvoux (3, Petit Pic Sans Nom; 4, environs d'Ailefroide; 5, tête du Replat). 6 est un gneiss provenant du Rouget pour comparaison.

Le « granite du Pelvoux » est un *granite alcalin* provenant d'un magma homogène sur de grandes étendues. Il est très pauvre en chaux et en magnésie et est aussi sodique que potassique. Les analyses déjà effectuées par Termier, malheureusement incomplètes, donnaient des résultats analogues.

Le granite gris ancien au contraire présente une proportion de chaux qui le fait classer dans les *granites monzonitiques*. Sa teneur en fer et en magnésie est également forte, ce qui se retrouve dans la couleur en masse et dans l'examen en lame mince. Il se rapproche par les paramètres r et s du gneiss du Rouget.

Ces résultats coordonnent nos connaissances pétrographiques sur le massif des Écrins-Pelvoux : c'est un massif métamorphique ancien avec un cortège relativement mince de migmatites et d'anatexites. Le granite de cette série, relativement riche en chaux, n'affleure que rarement et n'avait pas été mis en évidence jusqu'ici. Dans cette série ancienne est ultérieurement monté un granite d'injection, de composition chimique différente, qui a, suivant les lieux, débordé des niveaux différents des couches métamorphiques précédentes. Il n'a pas, comme Termier l'avait déjà remarqué, influencé de manière sensible les couches déjà métamorphisées, au moins dans la plupart des cas, car on peut observer en certains points quelques réactions mutuelles. Lors de la mise en place, ce cas a dû se présenter dans des zones plus profondes où le granite s'est stabilisé plus lentement.

On n'a pour l'instant aucun critère certain pour dater les deux granitisations successives. Mais il convient de noter que des granites protoginiques du même type que celui du Pelvoux existent dans les massifs centraux septentrionaux : Aar et Mont Blanc. Dans l'Aar, les géologues suisses ont déterminé l'âge carbonifère de cette formation (antérieure au Westphalien supérieur). Au Mont Blanc, bien que cette conclusion ne soit pas admise par tous, on tend à donner à la protogine un âge carbonifère supérieur ou même permien. Il n'est donc pas impossible qu'il en soit de même pour le « granite du Pelvoux ». Personnellement, je ne connais pas de points où puisse s'observer le contact entre le granite et le Stéphanien, ce qui trancherait la question.

GÉOLOGIE. — *Observations sur le massif du Mercantour aux abords de Saint-Étienne-de-Tinée (Alpes-Maritimes).* Note (1) de Mlle **Anne Faure-Muret**, présentée par M. Charles Jacob.

La région étudiée (2) comprend la partie ancienne du massif du Mercantour, entre sa bordure sédimentaire et la frontière italienne. Elle est

(1) Séance du 18 février 1946.

(2) Au Nord de la feuille de Saint-Étienne-de-Tinée (1-2) au 20000e.

limitée, au Nord par une ligne passant par le ravin du lac Marie, la cascade de Ténibras, la crête de la Sélasse, la Tête du Lusernier et le lac Cimon; au Sud par les crêtes de Ciabraires et de Malaterra.

En 1898 M. Léon Bertrand [3] décrit cette région, comme « formée de bandes de gneiss francs, de micaschistes à mica noir et de roches feldspathiques à deux micas », le métamorphisme étant dû, pour cet auteur, aux émanations d'un magma granulitique qui ne forme, ici, que des filons de pegmatite à muscovite. En 1902 il indique que la direction des plis antépermiens « est marquée par celle des bandes alternantes des schistes cristallins » orientées Est-Ouest dans cette région [4].

En fait on peut y distinguer trois zones d'isométamorphisme :

1° Au Nord-Est, une première zone, composée de gneiss à deux micas, injectés. Le front de migmatisation forme une ligne sinueuse s'étendant approximativement de la cote 2160, sur la côte de Fornes, à 2020 sur la crête de Ciabraires.

Au Nord, notamment dans la région du lac Rabuons, cette zone a subi une injection pegmatitique postérieure, formant soit des filons, soit, le plus souvent, de gros glandules reliés par des filonnets contournés.

Plus au Sud, cette même zone est traversée du Nord-Ouest au Sud-Est par des bandes d'amphibolites. Elles résultent du métamorphisme d'une couche de calcaire ancien dont un lambeau, non complètement transformé, s'observe au sud du ravin de Rabuons. Cet horizon métamorphique est plissé en un synclinal aigu de direction générale Nord 40° Ouest, déversé vers le Sud-Ouest. Il est bien visible dans les parois Sud du Ravin de Rabuons où ses deux flancs, soulignés par deux bancs d'amphibolites, se réunissent en formant un V. Vers le Nord ne subsiste qu'une seule bande, représentant le fond, pincé, de ce synclinal.

2° Une deuxième zone, s'étendant au Sud-Ouest de la première, est formée par des gneiss à deux micas, non injectés. Elle se suit jusqu'à la vallée de la Tinée, interrompue seulement par le gneiss de la troisième zone.

3° Cette troisième zone est constituée par un gneiss (para ou ortho) granoblastique à biotite seule. Elle forme, sur la rive droite de la Tinée, la Roche Iglière, et s'étend en biais, par rapport à la vallée, du Nord de Saint-Étienne à la crête de Ciabraires où elle passe entre 1700^m et 1850^m d'altitude.

Le gneiss d'Iglière, pincé entre les deux bandes de gneiss à deux micas, semble donc, tant par son caractère profond que par cette position, correspondre à une zone anticlinale.

Enfin, sur la rive droite de la Tinée, reposant sur le massif cristallin

(3) *Notice explicative Carte Géol. au* $80\,000^e$. Feuille de Saint-Martin-de-Vésubie, 1898.

(4) *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 4e série, 2, 1902, p. 639.

et recouvert par le Trias inférieur discordant, apparaît un complexe sédimentaire. Il débute par un conglomérat écrasé, dont les éléments sont empruntés au massif cristallin lui-même. Vient ensuite une série formée de grès, de schistes micacés rouges ou verts et de calcaires. Ces assises, azoïques, ne peuvent être datées exactement. Mais, étant donnés leurs rapports avec le Trias, elles ne sauraient être attribuées au Permien, celui-ci étant toujours, lorsqu'il existe dans la région, suivi en concordance par le Werfénien. On pourra peut-être les rapporter au Stéphanien qui fut signalé, près de Saint-Martin-de-Vésubie, transgressif sur le cristallin [5].

Conclusion. — Bien que profondément métamorphisé, le complexe cristallophyllien laisse apparaître les linéaments inconnus jusqu'ici d'une tectonique ancienne : un synclinal déversé, orienté Nord 40° Ouest, souligné par les amphibolites et, plus au Sud, l'indice d'un anticlinal dont le cœur serait formé par le gneiss d'Iglière, de direction générale Nord-Ouest-Sud-Est. Aucun âge ne peut être encore assigné à ces formations. Le premier horizon transgressif, non métamorphique, qui leur fasse suite, est le complexe sédimentaire. Il ne peut être plus récent que le Stéphanien. L'ensemble des dislocations et le métamorphisme seraient donc attribuables à une orogénie, tout au plus hercynienne, peut-être plus ancienne. Les directions de cette tectonique sont différentes des directions alpines locales, l'axe des plis observés dans les terrains mésozoïques de la région d'Auron étant sensiblement Est-Ouest.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur la propagation des ondes dans l'ionosphère.* Note de M. **Maurice Cotte**.

Notations. — e, charge de l'électron (U.E.S.); m, masse de l'électron; N, nombre d'électrons par centimètre cube; c, vitesse de la lumière; H, intensité du champ magnétique terrestre; θ, angle de la normale au plan d'onde et du champ magnétique; n, indice pour l'onde de direction θ et de pulsation ω.

$$\alpha = \frac{4\pi N e^2}{m\omega^2}, \qquad \beta = \frac{eH}{mc\omega}. \tag{1}$$

1. *Trajectoire du rayon hertzien dans un sondage vertical.* — La théorie magnéto-ionique donne, pour l'indice n,

$$n^2 = \varepsilon = 1 + u^{-1}, \tag{2}$$

avec

$$u = -\alpha^{-1}\left[1 - \frac{\beta^2 \sin^2\theta}{2(1-\alpha)} \pm \sqrt{\beta^2\cos^2\theta + \frac{\beta^4\sin^4\theta}{4(1-\alpha)^2}}\right]. \tag{3}$$

---

[5] *Bull. Carte Géol. France*, n° 56, 9, 1897-1898, p. 39.

Prenons un axe de coordonnées Ox normal au plan d'onde et un axe Oy perpendiculaire à Ox dans le plan du méridien magnétique. Le point où le plan d'onde touche son enveloppe a pour coordonnées

$$X = \frac{c}{n}, \qquad Y = \frac{c}{n^2}\frac{\partial n}{\partial \theta} \tag{4}$$

et l'équation différentielle du rayon hertzien est

$$\frac{dy}{dx} = \frac{Y}{X} = \frac{1-\varepsilon}{2}\,\frac{\beta \sin\theta \cos\theta}{\sqrt{(1-\alpha)^2\cos^2\theta + \frac{\beta^2}{4}\sin^4\theta}}. \tag{5}$$

Pour un sondage vertical effectué en France, l'axe Ox représentera la verticale ascendante; l'axe Oy, une horizontale, située dans le méridien magnétique et orientée vers le Sud. Au point R, où le rayon est réfléchi, $\varepsilon = 0$, soit parce que $\alpha = 1$, soit parce que $\alpha = 1 \pm \beta$, et l'on a

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_R = \cot\theta \quad \text{dans le premier cas,} \tag{6}$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_R = \frac{-\operatorname{tang}\theta}{2 + \operatorname{tang}^2\theta} \quad \text{dans le second.} \tag{7}$$

Pour avoir une idée de la trajectoire, on peut se borner à considérer les cas de la propagation quasi longitudinale et quasi transversale et l'on obtient les formules *approchées :*

1° pour la propagation quasi longitudinale,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\alpha\beta\sin\theta}{2(1-\alpha)[\beta\cos\theta \pm 1]}; \tag{8}$$

2° pour la propagation quasi transversale et le rayon ordinaire,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\alpha\cot\theta}{1-(\alpha-1)\cot^2\theta}; \tag{9}$$

3° pour la propagation quasi transversale et le rayon extraordinaire,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-\alpha(\alpha-1)\cot\theta}{\alpha - 1 + \beta^2\sin^2\theta}. \tag{10}$$

Pour fixer les idées, admettons que le nombre d'ions au centimètre cube dans les couches E et F soit donné respectivement en fonction de l'altitude h, exprimée en kilomètres par

$$N = 10^5[1-(0,1h-10)^2] \qquad \text{pour } 90 < h < 110,$$
$$N = 4.10^5[1-4.10^{-4}(h-325)^2] \qquad \text{pour } 275 < h < 325.$$

Dans ces conditions, à Paris et pour une onde de 5 Mc/s, le rayon ordinaire est dévié vers le Nord, le rayon extraordinaire vers le Sud; la déviation du rayon ordinaire est de $0^{km},5$ par la couche E et de $7^{km},5$ par la couche F; la déviation du rayon extraordinaire est de $1^{km},8$ par E et de $0^{km},6$ par F.

On peut songer à ce phénomène pour interpréter les variations d'amplitude des échos dédoublés. Si, comme il est probable, l'ionosphère n'a pas une structure homogène à une altitude donnée, les affaiblissements du rayon ordinaire et du rayon extraordinaire dans les régions de réflexion pourraient varier de façon indépendante, puisque les trajets ne sont pas les mêmes. Ces variations d'amplitude ont été signalées par M. Jouaust, qui en a proposé une explication différente ([1]).

2. *Sur l'indice et la vitesse de groupe de l'onde ordinaire en propagation quasi transversale.* — Sauf pour $\theta = \pi/2$, les formules (6) et (9) sont en désaccord avec la formule

$$n^2 = 1 - \alpha, \tag{11}$$

admise pour l'onde ordinaire en propagation quasi transversale. C'est que (11) représente une approximation insuffisante de (2) et (3). Une approximation meilleure est

$$n^2 = \frac{1 - \alpha}{1 - \alpha \cos^2\theta}. \tag{12}$$

La vitesse de groupe U n'est plus reliée à la vitesse de phase V par $UV = c^2$, mais bien par

$$\frac{c^2}{UV} = \frac{1 - 2\alpha\cos^2\theta + \alpha^2\cos^2\theta}{(1 - \alpha\cos^2\theta)^2}, \tag{13}$$

comme il résulte de (12) et de la formule générale de Rayleigh

$$U = c^{-1}\frac{\partial}{\partial\omega}(n\omega).$$

La formule (13) montre que UV/c^2 tend vers $\sin^2\theta$ quand α tend vers 1.

CHIMIE AGRICOLE. — *Sur la composition azotée des moûts de poires saines et des moûts de poires blettes. Influence sur la fermentation des poirés.* Note de MM. **Jean Tavernier** et **Pierre Jacquin**, présentée par M. Maurice Javillier.

A la suite de nos études sur les matières azotées des moûts de pommes à cidre ([1]), nous avons été conduits à déterminer la composition azotée des moûts de poires à poiré. Nous avons travaillé sur 13 variétés réputées de poires à poiré, récoltées et brassées à complète maturité et indemnes de tout blettissement. L'analyse des moûts a été effectuée dès la sortie du pressoir, avant tout départ de fermentation. Nous avons utilisé les méthodes de Kjeldahl pour le dosage de l'azote total et de Sörensen pour déterminer la fonction aminée.

([1]) *L'Ionosphère*, p. 145 à 149, 1946.

([1]) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 416.

L'azote protéique a été titré selon E. Voit (2), les sels ammoniacaux selon E. Peynaud (3).

Les moûts de poires sont pauvres en azote total (en moyenne 55^{mg} par litre). L'azote aminé est sujet à de grandes fluctuations suivant la variété de poires (10 à presque 100 % de l'azote total). L'azote protéique, peu important, constitue 8 % environ de l'azote total. Enfin le moût de poires ne renferme, en azote ammoniacal, que des traces inférieures à 1^{mg} par litre. Les matières azotées du moût se trouvent donc presque uniquement sous la forme d'azote organique.

Dès la cueillette, la poire à poiré est le siège d'un phénomène de maturation différent de celui observé chez la pomme; les cellules de la poire, ne pouvant s'habituer à l'asphyxie due au colmatage des méats intercellulaires par la pectine, meurent et le fruit blettit rapidement. Il s'ensuit que la cidrerie paysanne et industrielle travaille presque toujours les poires à un état de blettissement très avancé. Nous avons pensé qu'une étude comparative portant sur les moûts de poires blettes et sur les moûts de poires saines présentait quelque intérêt. Parmi les moûts de variétés brassées avant et après blettissement, puis soumis à l'analyse, nous citerons les résultats suivants, exprimés en milligrammes d'azote par litre :

Noms des variétés.	Poires saines, N total.	aminé.	protéique.	Poires blettes, N total.	aminé.	protéique.
Coignet.........	54,6	52,9	néant	52,4	11,7	16,4
Souris..........	58,8	44,1	2,5	54,6	17,6	18,2

L'on voit que, par rapport aux moûts de poires saines, l'azote aminé, dans les moûts de poires blettes, a diminué très sensiblement, tandis que l'azote protéique a augmenté d'une façon appréciable.

Placés dans les mêmes conditions de température et conservés à l'abri de l'air, ces différents moûts entrent spontanément en fermentation. Leur richesse saccharine, déterminée périodiquement par la méthode de G. Bertrand, permet de constater une allure différente dans la vitesse de fermentation de ces moûts. Nous interprétons de la façon suivante ces observations : dans les moûts de poires saines, la fonction végétative de la levure est péniblement assurée par l'azote aminé, médiocre aliment de croissance; la fonction ferment est peu active et les poirés conservent pendant plusieurs mois une certaine richesse saccharine. Dans les moûts de poires blettes, la levure-végétal ayant à sa disposition des matières azotées plus assimilables, notamment sous forme protéique, prolifère d'abord rapidement; puis la fonction ferment se substituant à la fonction végétative, la fermentation est très active et ces moûts se désucrent beaucoup plus rapidement.

(2) *Zeits. Biol.*, 84, 1926, p. 153.
(3) *Ann. Falsification et des Fraudes*, 366, 1939, p. 228.

De notre étude, se dégagent deux notions d'intérêt pratique :

1° La fabrication des poirés doux en bouteilles sera assurée par l'emploi de poires brassées avant tout début de blettissement, de façon à conserver à ces poirés, par des fermentations lentes, la douceur recherchée;

2° Les moûts provenant de poires blettes fermenteront plus rapidement et complètement : ils seront réservés à la fabrication des eaux-de-vie de poiré.

ANATOMIE COMPARÉE. — *Les variations de la nervation alaire chez les Éphéméroptères.* Note (1) de Mlle **Marie-Louise Verrier**, présentée par M. Louis Fage.

En réunissant des documents en vue d'établir la faune de France des Éphémères, j'ai constaté, entre autres faits : 1° la très grande variabilité de la nervation des ailes des imagos; 2° la stabilité morphologique des larves correspondantes.

J'ai examiné de nombreux représentants des 10 familles d'Éphémères sur les 13 actuellement connues dans la Faune française. La variation de la nervation des ailes se révèle comme un fait général. Elle présente les caractères suivants :

Elle se manifeste aussi bien entre les individus d'une même espèce qu'entre les ailes droites et les ailes gauches d'un même individu. Le cas de *Potamanthus luteus,* entre autres, est particulièrement démonstratif à cet égard. Il est classique d'admettre que la bifurcation de la 3e anale de l'aile antérieure est l'apanage exclusif des représentants de la famille des *Potamanthidæ.* La 3e anale non bifurquée serait dévolue à la famille des *Ephemeridæ.* Or j'ai capturé en Auvergne une vingtaine d'exemplaires de *Potamanthus luteus* dont l'une des ailes antérieures présentait le premier de ces caractères, et l'autre aile le second. L'ensemble des autres caractères faisait de ces individus des *Potamanthus luteus* typiques. Les larves dont ils provenaient étaient indiscutablement des *Potamanthus luteus,* fort différentes, comme l'on sait, des larves d'*Evhemera.* Rien ne permet de considérer les imagos à ailes anormales comme des hybrides de *Potamanthus* et d'*Ephemera.*

Les variations portent aussi bien sur l'aile antérieure que sur l'aile postérieure, mais à des degrés divers. Chez les *Leptophlebiidæ,* les *Ephemerellidæ* (2), les *Ecdyonuridæ,* les deux paires d'ailes sont largement intéressées. Par contre, chez les *Bætidæ,* les ailes antérieures marquent des variations insignifiantes, alors que les variations peuvent devenir considérables au niveau de l'aile postérieure. Et l'on sait que les caractères de la nervation de l'aile postérieure ont

(1) Séance du 4 mars 1946.

(2) Lestage (*Ann. Biol. lac.*, 13, 1924, p. 303) a décrit chez *Torleya belgica* des variations comparables à celles que j'ai constatées chez *Ephemerella ignita.*

été invoqués au premier chef pour la discrimination des diverses espèces de *Bætis*. C'est ainsi que chez les *Bætis vernus* de la vallée de Chevreuse (Seine-et-Oise) provenant de larves semblables, j'ai noté des variations qui permettraient d'apparenter les imagos à quatre espèces différentes. J'ai fait les mêmes constatations chez les *Bætis pumilus* de la région de Besse (Puy-de-Dôme).

Tous les secteurs de l'aile peuvent être intéressés par les variations, mais principalement le secteur costal (*Ecdyonurus venosus* en fournit un excellent exemple), et surtout le secteur cubito-anal (cas des *Ephemerellidæ*, des *Potamanthidæ*).

Il existe, selon les groupes, des différences dans l'amplitude des variations. D'une façon générale, ce sont les ailes les plus simples qui présentent la plus grande stabilité. Ainsi, les ailes de *Cænis horaria*, très voisines par leur forme et leur nervation des ailes de *Triplosoba pulchella* du Houiller supérieur, sont très comparables d'un individu à l'autre. Tout au plus voit-on apparaître, et très rarement, quelques nervures transversales supplémentaires à la base du secteur médian et du secteur cubital.

Au contraire, les formes complexes, éloignées des types fossiles, marquent les plus grandes variations.

Enfin les variations apparaissent aussi bien entre individus de même espèce provenant d'une même station qu'entre individus également de même espèce, mais provenant de stations différentes, soit par le climat, l'altitude, la composition et le régime des eaux où vit la larve. La comparaison de nombreux individus ne permet pas d'établir, pour une espèce déterminée, la direction dans laquelle s'effectuent ces variations.

L'étude des larves montre, bien au contraire, chez celles-ci, une stabilité morphologique remarquable qui s'oppose au polymorphisme des imagos. Les larves d'*Ephemerella ignita* Poda présentent bien des différences très grandes quant à la coloration, mais la forme et la disposition des appendices restent constantes. J'ai constaté quelques différences morphologiques entre les larves de *Bætis pumilus* des torrents d'Auvergne et celles des torrents des Alpes décrites par Mlle Gauthier, mais il s'agit là d'un cas de pœcilogonie, vraisemblablement dû à l'influence du milieu, et exceptionnel en regard du polymorphisme des imagos.

Ainsi les variations alaires apparaissent liées aux caractères de l'imago avec d'autres variations. Elles revêtent quelque intérêt au point de vue de la systématique en raison de l'importance que des auteurs tels que Eaton, Schœnemund, Ulmer ont donnée à la nervation alaire dans l'établissement de leur faune. Mais ces variations sont à retenir pour l'étude d'un problème plus vaste, celui de la notion d'espèce. Et il est à regretter que la nécessité du vol nuptial chez les Éphémères ne permette pas d'étudier l'hérédité de ces variations.

HISTOLOGIE. — *La base histologique des phénomènes dyspnéiques au cours du pyruvisme expérimental chez la Souris.* Note [1] de Mmes **NADINE DOBROVOLSKAÏA-ZAVADSKAÏA** et **NADINE YOURKOVSKY.**

Nous avons provoqué chez la Souris jeune, par le pyruvate de sodium, un syndrome reproduisant le béribéri expérimental en dehors de l'avitaminose B_1 et de la surcharge de l'organisme par des glucides [([2]), ([3])]. Une des manifestations les plus caractéristiques de ce pyruvisme est la dyspnée; la respiration devient plus manifeste, forcée, et elle se ralentit par la suite. L'état dyspnéique se reflète également sur la conduite de l'animal : il soulève la tête, cherche parfois à l'appuyer sur son compagnon somnolent, se frotte le museau avec ses

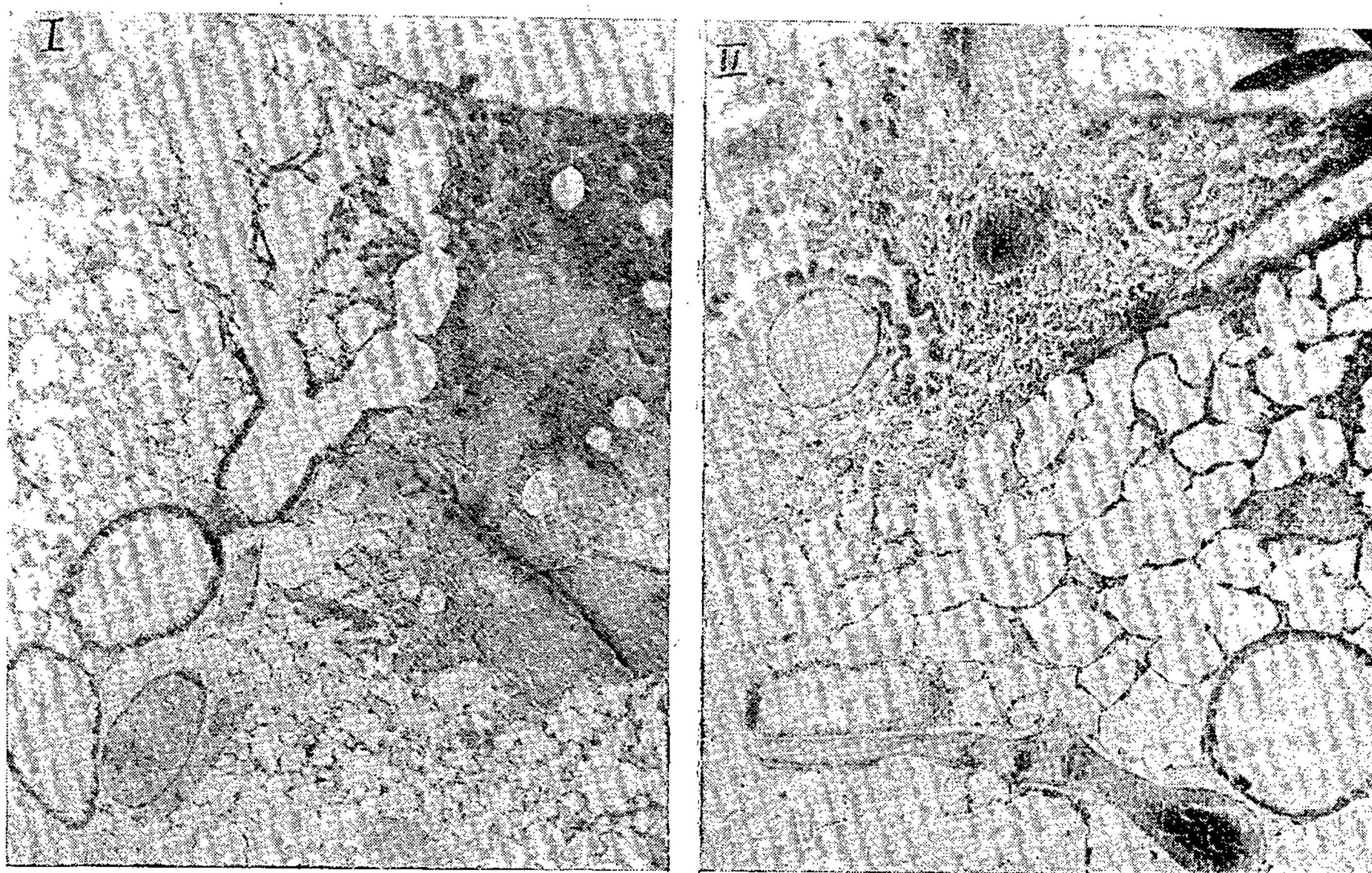


Fig. I. — ♀ 58905 XVII. Hypérémie et emphysème du poumon; bronchectasie.
Fig. II. — ♂ 58908 XVII. Bronche contracturée, à cheval sur un vaisseau dilaté; *en bas et à droite*, bronche dilatée, poumon emphysémateux.

pattes comme s'il voulait écarter quelque chose qui gêne la respiration, enfin ouvre la bouche au moment de l'hyperextension de la tête, signe de manque d'air extrême.

En examinant au microscope les poumons de ces animaux, nous avons trouvé, dans tous les cas, l'état emphysémateux plus ou moins généralisé : les alvéoles distendues, les cloisons souvent avec des brèches, les bronches dilatées, se communiquant largement avec des alvéoles et formant une espèce de bronchectasie (*fig.* I); pas de bronches à muqueuse plissée, ce que l'on voit souvent sur le poumon non emphysémateux.

([1]) Séance du 25 février 1946.

([2]) N. DOBROVOLSKAÏA-ZAVADSKAÏA, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 248.

([3]) N. DOBROVOLSKAÏA-ZAVADSKAÏA et V. MOMSIKOFF, *C. R. Soc. Biol.*, séance du 9 février 1946.

L'emphysème du poumon est accompagné chez nos animaux d'une hypérémie prononcée (paralysie de l'innervation vasoconstrictrice sympathique) des vaisseaux, gros et moyens, n'atteignant pas toujours les capillaires.

On voit sur la figure ci-dessus (I), à côté d'une bronchectasie, un petit foyer de forte congestion confluente et, plus bas, plusieurs autres vaisseaux dilatés. Malgré une telle hypérémie, les alvéoles ne sont en général pas congestionnées, et, par conséquent, il est peu probable que l'emphysème observé soit tout simplement un processus vicariant. Vu les manifestations nerveuses au cours du pyruvisme expérimental (somnolence, crises convulsives, paralysies), on peut supposer que l'origine des phénomènes dyspnéiques, et de l'emphysème qui les accompagne, réside également dans un dérangement de l'innervation pulmonaire, surtout bronchique (*fig.* II).

Nous n'avons pas trouvé d'indication bibliographique sur l'aspect histologique du poumon au cours du béribéri aviaire. L'hyperextension du cou chez le Pigeon n'a-t-elle pas la même signification de manque d'air que chez la Souris ?

ZOOLOGIE. — *Place de la réduction chromatique et alternance de phases nucléaires dans le cycle des Foraminifères.* Note [1] de M. **Jean Le Calvez.**

Il est reconnu depuis longtemps [Lister [2]], [Schaudinn [3]], et des recherches plus récentes l'ont confirmé [Myers [4]], [Föyn [5]], [Le Calvez [6]], que le cycle des Foraminifères comporte l'alternance de deux formes végétatives différentes. L'une, le Schizonte (microsphérique ou homologable comme tel), donne naissance à des embryons par reproduction asexuée. Ceux-ci deviennent des Gamontes (mégalosphériques ou homologables comme tels), producteurs de gamètes qui sont biflagellés (*Iridia lucida, Peneroplis pertusus, Discorbis vilardeboana, Planorbulina mediterranensis, Tretomphalus bulloides, Elphidium crispum*), triflagellés (*Discorbis patelliformis, D. pulvinata, D. ornatissima, D. opercularis, D. parisiensis*) ou amiboïdes (*Spirillina vivipara, Patellina corrugata*). De la copulation de deux gamètes issus de gamontes différents résulte un zygote qui sera le point de départ d'un nouvean schizonte. D'après les recherches entreprises jusqu'ici, les auteurs plaçaient sans grandes preuves cytologiques la réduction chromatique en fin de vie du gamonte, dans les deux divisions nucléaires situées immédiatement avant la formation des gamètes.

---

(1) Séance du 4 mars 1946.

(2) *Phil. Trans. Roy. Soc. London,* 176, 1895, p. 401.

(3) Fritz Schaudinn's, *Arbeiten,* p. 57.

(4) *Journ. Roy. Micr. Soc.,* 56, 1936, p. 120.

(5) *Bergens Mus. Arbok, Naturv. rekke,* 2, 1936, p. 22.

(6) *Arch. Zool. Exp. et Gen.,* 80, 1938, p. 163.

Schizontes et gamontes étaient donc considérés comme des Diplontes purs et l'alternance de génération était alors une alternance homophasique diploïde au sens de Hartmann ([7]).

De nouvelles observations portant sur les Foraminifères *Discorbis vilardeboana* (à gamètes biflagellés) et *Patellina corrugata* (à gamètes amiboïdes) dont les divisions nucléaires sont typiques et les chromosomes bien visibles, ne permettent plus de considérer la réduction chromatique comme gamétique. Chez ces Foraminifères, les processus nucléaires de la schizogonie sont marqués par deux divisions finales très caractéristiques, nettement séparées des divisions post-zygotiques antérieures. Ces deux divisions se déroulent suivant le mode hétéro-homéotypique. On trouve en fin de prophase de la première, réductionnelle, les images classiques de tétrades en croix et en anneaux. De plus chez *Patellina corrugata*, les chromosomes y sont remarquablement bien analysables et montrent le déroulement des deux spirales *major* et *minor* caractéristiques des éléments méiotiques.

En conséquence, les gamontes formés à partir des embryons libérés à la schizogonie sont donc haploïdes. Ils donnent naissance aux gamètes sans réduction chromatique comme les observations cytologiques le confirment chez *Patellina corrugata*. Les Foraminifères présentent alors dans leur cycle une alternance de génération hétérophasique obligatoire entre schizontes diploïdes asexués et gamontes haploïdes sexués : ce sont des diplo-haplontes. Cette concomitance entre l'alternance de deux phases nucléaires et l'alternance de deux formes végétatives à destinées différentes n'était connue jusqu'à présent que chez les végétaux inférieurs avec la succession cyclique des Sporophytes diploïdes et des Gamétophytes haploïdes.

On a remarqué aussi que, dans les populations de Foraminifères polythalames à petits gamètes biflagellés (*Planorbulina mediterranensis*, *Elphidium crispum*, *Eponides repandus*), il apparaît parfois des individus mégalosphériques dont l'évolution est schizogonique, s'intercalant dans le cycle entre les schizontes microsphériques et les gamontes mégalosphériques. Hofker ([8]) a donné le nom de *Trimorphisme* au phénomène. Cettte présence irrégulière et imprévisible de quelques embryons à destinée schizogonique au milieu d'une génération à destinée gamogonique s'éclaire cytologiquement par le fait que certains noyaux végétatifs des schizontes microsphériques peuvent accidentellement ne pas subir la réduction chromatique préparatoire à la formation des embryons. Ils restent diploïdes mais participent à la reproduction asexuée de la même manière que les noyaux réduits et construisent une loge initiale, une mégalosphère, autour du cytoplasme placé sous leur dépendance. Ces embryons,

---

([7]) *Die Sexualität*, 1943.

([8]) *Siboga Expeditie*. Foraminifera, Part. 2, 1930.

d'aspect identique à ceux formés autour des noyaux haploïdes, deviendront des individus à caractères intermédiaires : morphologiquement mégalosphériques par leur grande loge initiale, mais génétiquement schizontes par leur caryotype diploïde et son évolution (divisions mitotiques au cours de la croissance, méiotiques dans les phases préparatoires d'une reproduction qui sera du mode asexué).

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Mécanisme de l'amphomimétisme de l'adrénaline.* Note [1] de MM. **Daniel Danielopolu** et **Marin Popesco**, présentée par M. Léon Binet.

L'un de nous a démontré antérieurement que l'adrénaline n'est pas, comme on l'a cru, sympathomimétique, mais *amphomimétique*.

Voici comment nous avons expliqué le mécanisme de l'amphomimétisme de l'adrénaline.

L'adrénaline possède une action directe sympathomimétique, grâce à laquelle elle provoque une réponse cellulaire *sympathomimétique* (R. C. S.). Ce phénomène sympathomimétique provoque dans le protoplasme cellulaire une *riposte cellulaire compensatrice parasympathomimétique* (R. C. C. P.) qui tend à rétablir l'équilibre et qui se fait par libération d'acétylcholine. Nous ne savons pas de quelle manière se produit cette R. C. C. P., mais l'acétylcholine qui est libérée provient sans doute de la présubstance que nous avons appelée *précholine*, qui fait partie constituante du protoplasme cellulaire.

Nous croyons que la choline, que nous pouvons extraire par les méthodes chimiques et qui est encore active (100 000 fois moins active que l'acétylcholine), se trouve dans l'organisme sous la forme d'une combinaison complètement inactive que nous avons appelée *précholine*.

A petite dose l'adrénaline est amphomimétique à prédominance parasympathique (amph P), car la riposte cellulaire (R. C. C. P.) est plus intense que la réponse cellulaire (R. C. S). A grande dose d'adrénaline elle est amphomimétique à prédominance sympatique (amph S), car la réponse (R. C. S.) est plus intense que la riposte (R. C. C. P.).

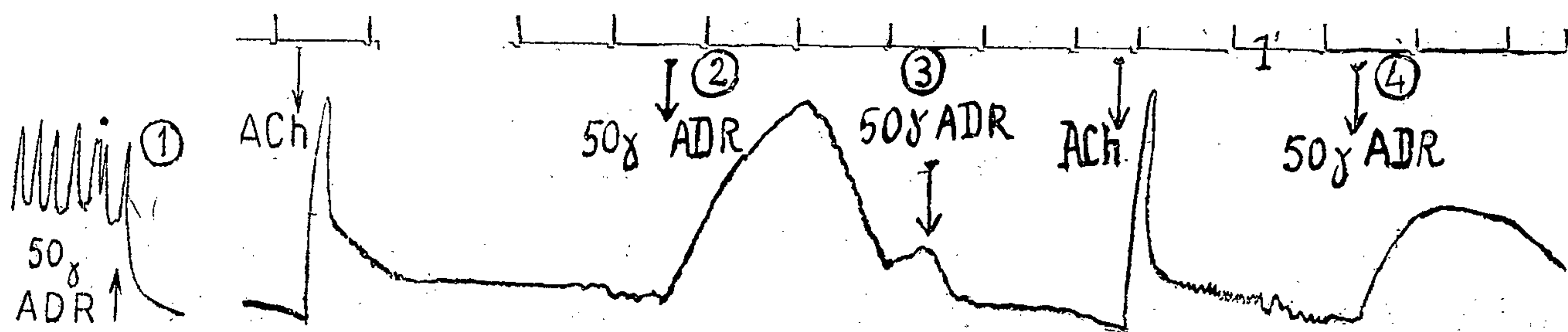
Nous avons démontré qu'après l'atropine, qui empêche l'action de l'acétylcholine (libérée pendant la (R. C. C. P.), l'adrénaline devient exclusivement sympathomimétique et qu'après 883 F ou après l'ergotamine qui empêchent toute action sympathomimétique, l'adrénaline, devient exclusivement parasympathomimétique. L'expérience qui suit confirme notre manière de voir sur le mécanisme de l'amphomimétisme de l'adréaline.

Intestin grêle de cobaye isolé (portion moyenne). Tyrode à 38°. L'adrénaline

---

[1] Séance du 25 février 1946.

à la dose de 50 γ, par son action amphomimétique à prédominance sympathique (amph S), produit une inhibition. A cette dose la R. C. S. est plus intense que la R. C. C. P. (*fig.* 1, exp. 1).



Nous avons démontré antérieurement que si la concentration en précholine de la cellule est augmentée, la même dose d'adrénaline, qui normalement est amph S, devient amphomimétique à prédominance parasympathique (amph P). De vasoconstrictrice elle devient vasodilatatrice.

Nous nous sommes demandé si, en traitant préalablement l'intestin de cobaye avec une forte dose d'acétylcholine, nous ne pouvons pas arriver à augmenter la concentration en précholine et inverser de cette manière l'action de l'adrénaline. Nons introduisons dans le bain de tyrode une forte dose d'acétylcholine qui produit une contraction de l'intestin. Cette substance s'inactive rapidement grâce à la cholinesthérase contenue dans le tissu de l'organe. L'acétylcholine est hydrolysée et se transforme en choline qui passe en une combinaison complètement inactive que nous avons appelée *précholine*. Après ce traitement à l'acétylcholine il est à supposer que la concentration en précholine est plus forte et qu'un tel organe traité par l'adrénaline provoquera une R. C. C. P. plus intense.

La même dose d'adrénaline (50γ) qui, avant le traitement de l'organe à l'ACh, donnait un effet amph S (dans lequel la R. C. S. est plus intense que la R. C. C. P.), donne après une forte cholinisation de l'organe un effet amph P (dans lequel la R. C. C. P. est plus intense que la R. C. S.).

La concentration en précholine (grâce à l'acéthylcholinisation préalable de l'intestin) étant plus élevée, la quantité d'ACh libérée pendant la R. C. C. P. a été plus grande et la R. C. C. P. est arrivée à dépasser en intensité la R. C. S. A la place d'une inhibition la dose de 50γ d'adrénaline a produit une forte contraction (*fig.* 1, exp. 2).

Après cette expérience (exp. 2) la concentration en précholine de l'organe diminue et la dose de 50γ d'adrénaline produit de nouveau un effet inhibiteur, grâce à une action amph S (*fig.* 1, exp. 3). Nous traitons de nouveau l'organe par une forte dose d'acéthylcholine, nous attendons que le tonus de l'organe revienne à la normale (moment où l'ACh est totalement inactivée). La dose de 50γ d'adrénaline redevient amph P.

Ces recherches démontrent que l'amphomimétisme de l'adrénaline se produit

grâce à une riposte cellulaire due à la production d'acéthylcholine et que cette dernière substance est libérée à partir de la présubstance correspondante (précholine).

A 16h 10m l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

M. le **Président**, au nom de la Commission chargée de dresser une liste de candidats à la place vacante, dans la Section des Applications de la Science à l'Industrie, par le décès de M. *Georges Charpy*, présente la liste suivante :

En première ligne............	M. **René Barthélemy**.
En seconde ligne, ex æquo *par ordre alphabétique*......	MM. **Louis Bréguet**.
	Émile Brylinski.
	Georges Darrieus.
	Raymond Jouaust.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu en la prochaine séance.

La séance est levée à 17h.

L. B.

ERRATA.

(Séance du 11 février 1946.)

Note de M. *Marc Krasner*, Essai d'une théorie des fonctions analytiques dans les corps valués complets : théorèmes de Nevanlinna; transformations holomorphes :

Page 364, ligne 30, *au lieu de* $\rho \leqq |\zeta| \leqq \rho$, *lire* $\bar{\rho} \leqq |\zeta| \leqq \rho$
» 365, » 10, y y
» » » 23, Il est $S_\alpha(T; K)$ est

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 18 MARS 1946.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE CARTAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** adresse ampliation du décret, en date du 8 mars 1946, portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Pierre Chevenard**, pour occuper, dans la Section des Applications de la Science à l'Industrie, la place vacante par la radiation de M. *Georges Claude*.

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Pierre Chevenard** prend place parmi ses Confrères.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Les ensembles homogènes.* Note de M. **Émile Borel**.

Nous nous bornerons aux ensembles linéaires. Un tel ensemble E sera dit homogène si, A et B étant deux points quelconques de E, la translation AB transforme E en lui-même. Si l'on choisit pour origine des abscisses un point arbitraire de l'ensemble et si l'on désigne par x et y les abscisses de deux points de E, les points $x+y$ et $x-y$ appartiennent à E.

Un ensemble homogène est défini sur toute la droite lorsqu'il est donné à l'intérieur d'un intervalle quelconque renfermant au moins deux de ses points.

Le plus simple des ensembles homogènes est formé de points équidistants, par exemple des points dont les abscisses sont les entiers. Cet ensemble sera dit fini, car il a un nombre fini de points dans tout intervalle fini. Tout autre ensemble homogène est infini et, par suite, partout dense. Il est défini si on le donne dans un intervalle aussi petit que l'on veut.

On définit aisément des ensembles homogènes dénombrables; tels sont, par exemple, les ensembles M_n définis dans une Note précédente ([1]); on peut citer aussi l'ensemble de tous les nombres rationnels.

([1]) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 309.

Je m'étais depuis longtemps posé le problème de définir un ensemble homogène non dénombrable. En voici un exemple, aisé à généraliser.

Tout nombre réel x peut être écrit sous la forme

$$x = a_1 + \frac{a_2}{2!} + \frac{a_3}{3!} + \ldots + \frac{a_n}{n!} + \ldots, \tag{1}$$

l'entier a_1 étant positif ou négatif, tandis que, n étant supérieur à 1, on a

$$0 \leqq a_n \leqq n - 1.$$

L'ensemble homogène E est ainsi défini : un point x appartient à E, s'il existe un entier A tel que l'on ait, pour chaque valeur de n, l'une des deux inégalités

$$\text{ou bien } a_n < A; \quad \text{ou bien } a_n > n - A. \tag{2}$$

Si l'on donne trois points x, y, z de E, auxquels correspondent les nombres A, B, C, et si l'on calcule

$$t = x + y - z,$$

les entiers d_n qui définissent le nombre t sous la forme (1) vérifient les inégalités analogues à (2), où A est remplacé par le nombre D défini par la relation

$$D = A + B + C.$$

Le nombre t appartient à E, quels que soient x, y, z, appartenant à E; l'ensemble E est donc homogène.

Si l'on veut utiliser le système décimal, on écrira un nombre x sous la forme

$$x = a, a_1 a_2 a_3 \ldots,$$

le nombre a étant un entier positif ou négatif, tandis que les chiffres décimaux a_1, a_2, a_3, ... sont compris entre 0 et 9. On supposera qu'à chaque x appartenant à E correspond un entier A tel que, à tout nombre N aussi grand que l'on veut, on puisse faire correspondre un nombre B tel que, dans toute série de N chiffres décimaux consécutifs dont le rang est supérieur à B, il y ait au plus A — 1 chiffres différents de 0 et de 9 et au plus A suites de chiffres consécutifs, dont chacune est formée, soit exclusivement de 0, soit exclusivement de 9. On voit aisément que, si deux nombres x et y satisfont à cette condition avec la même valeur de A, les nombres $x + y$ et $x - y$ satisferont à la même condition avec la valeur 2A. On en conclut que l'ensemble E est bien homogène.

Les ensembles que nous avons définis sont de mesure nulle; la question reste ouverte de savoir si le continu peut être décomposé en un nombre fini ou en une infinité dénombrable d'ensembles homogènes égaux, qui ne pourraient être de mesure nulle si leur nombre est fini et ne seraient pas mesurables si leur infinité est dénombrable.

Je n'insisterai pas sur les généralisations que les résultats précédents permettraient d'apporter à ceux de la Note citée plus haut.

MAGNÉTOCHIMIE. — *Remarques sur la systématique magnétochimique.* Note [1] de MM. **Paul Pascal** et **Adolphe Pacault.**

Angus et Hill [2] ont repris pendant la guerre l'étude systématique de la contribution du groupe CH_2 dans le diamagnétisme moléculaire.

Quoi qu'ils en pensent, l'accord sur cette question était déjà satisfaisant, car, si l'on néglige les valeurs visiblement trop faibles en valeur absolue : $-11{,}36.10^{-6}$ de Bhatnagar [3] et $-11{,}48.10^{-6}$ de Cabrera [4], [5], comme celles beaucoup trop élevées qui dériveraient des mesures ultérieures de Bhatnagar [3], les modules K_{CH_2} trouvés par six expérimentateurs étaient compris entre $-11{,}64.10^{-6}$ [Farquharson et Sastri [6]] et $-11{,}86.10^{-6}$ [Pascal [7]] et encadrent leur propre nombre : $-11{,}68.10^{-6}$.

Nous devons d'abord remarquer et nous contrôlerons plus loin que les valeurs données par Angus et Hill pour les susceptibilités moléculaires sont systématiquement plus faibles en valeur absolue que celles de tous les autres auteurs, peut-être parce qu'ils n'ont étalonné qu'une fois leur balance de Gouy, comptant sur la reproductibilité du champ et la constance de l'emplacement du tube servant aux mesures.

Les auteurs anglais [8] critiquent ensuite la systématique de Pascal ; ils y trouvent des « contradictions », qu'ils ne précisent d'ailleurs pas et ne citent au total que deux déterminations de ce dernier auteur, dont l'une, sur le benzoate d'éthyle, est malencontreusement choisie dans un Mémoire ancien, où l'eau, corps de référence, était à ce moment prise avec la susceptibilité spécifique $-0{,}75.10^{-6}$, alors que la valeur universellement adoptée maintenant, $-0{,}72.10^{-6}$, conduit à un accord assez satisfaisant entre les déterminations moléculaires faites sur cet ester : $-94{,}1.10^{-6}$ (Pascal) et $-93{,}32.10^{-6}$ (Angus et Hill).

Mais l'argumentation d'Angus et Hill présente encore un point faible. Ils utilisent indistinctement, pour le calcul de l'incrément K_{CH_2}, les composés à chaîne linéaire et les composés à chaîne ramifiée. Or, il y a déjà 35 ans, l'un de nous avait montré que les carbones tertiaires ou quaternaires, situés en position α, β, γ etc... par rapport aux groupements fonctionnels oxygénés OH, CO_2H, introduisaient dans le diamagnétisme moléculaire des incréments de structure, c'est-à-dire faisant intervenir l'isomérie. Un effet moindre, difficilement chiffrable, était dû régulièrement aux carbones secondaires.

---

(1) Séance du 11 mars 1946.

(2) *Trans. Faraday Soc.*, 39, 1945, p. 185.

(3) Bhatnagar, Mitra et Tuli, *Phil. Mag.*, 18, 1934, p. 449.

(4) Cabrera et Fahlenbrach, *Z. Physik*, 85, 1933, p. 568.

(5) Cabrera et Mandinaveitia, *An. Soc. Esp. Fis. Quim.*, 30, 1932, p. 528.

(6) *Trans. Faraday Soc.*, 33, 1937, p. 1473.

(7) *Ann. Phys. Chim.*, XIX, 1910, p. 5; XXV, 1912, p. 289; XXVIII, 1913, p. 218.

(8) Gray et Cruickshanks, *Trans. Faraday Soc.*, 31, 1935, p. 1491.

	$-10^6 K$			
	d'Angus et Hill ([2]).	mesures de Pascal ([4]).	systém. de Pascal.	$-10^6 K$ des autres auteurs.
Alcool				
méthylique........	21,15	21,8	22,3	21,6 ([4]) 21,42 ([9]) 21,27 ([10]) 22,3 ([15])
éthylique.........	33,05	34,2 ([a])	34,2	33,73 ([4]) 33,71 ([10]) 34,5 ([15])
n-propylique......	44,44	46,0	46,0	44,92 ([5]) 47,22 ([8]) 45,88 ([3])
sec. propylique....	45,68	–	46,0	46,0 ([11]) 47,63 ([8])
n-butylique.......	56,15	–	57,9	57,18 ([3]) 56,32 ([4]) 58,58 ([18]) 55,26 ([5])
sec. butylique.....	57,30	–	57,9	56,0 ([5])
iso-butylique......	57,21	59,2	58,4	57,9 ([11]) 59,89 ([18])
tert. butylique....	57,42	59,2	59,2	
iso-amylique......	68,96	70,2	73,0	68,57 ([12])
Acide				
acétique..........	31,72	31,6	31,7	30,56 ([9]) 31,4 ([11]) 31,63 ([3]) 31,8 ([13]) 31,9 ([14]) 32,0 ([15]) 32,1 ([4])
propionique......	43,36	43,4	43,5	43,8 ([14]) 42,93 ([3])
n-butyrique.......	55,20	55,6	55,4	55,9 ([14]) 55,07 ([6]) 55,39 ([16]) 55,48 ([17]) 55,70 ([15])
iso-butyrique.....	56,06	56,9	56,7	
n-caproïque.......	78,55	–	79,1	78,14 ([6])
Acétate de				
méthyle..........	42,37	43,6	43,5	42,23 ([9]) 43,39 ([3])
éthyle............	54,00	55,2	55,4	53,98 ([9]) 54,5 ([11]) 54,66 ([3])
n-propyle........	65,91	–	67,2	65,75 ([9]) 65,94 ([3])
sec. propyle......	67,04	–	67,2	
n-butyle..........	77,47	–	79,1	77,0 ([9])
iso-butyle........	78,52	78,9	79,6	79,8 ([11])
Propionate de				
méthyle..........	54,06	55,3	55,4	54,66 ([3])
éthyle............	65,75	–	67,2	66,02 ([3])
n-butyrate de				
méthyle..........	65,83	–	67,2	
éthyle............	77,43	–	79,1	
iso-butyrate d'				
éthyle............	78,32	–	80,4	
Benzoate de				
méthyle..........	81,59	81,7	82,4	
éthyle............	93,32	94,1	94,2	

([a]) Faraday avait donné $-34,0.10^{-6}$, en unités actuelles.

([9]) WOODBRIDGE, *Phys. Rev.*, **48**, 1935, p. 672.
([10]) RAO et NARAYANASVAMY, *Proc. Indian Acad. Sci.*, A-**9**, 1937, p. 33.
([11]) HENRICHSEN, *Ann. Physik*, **34**, 1888, p. 180.
([12]) CABRERA et FAHLENBRACH, *Z. Physik*, **89**, 1934, p. 682.
([13]) VARADACHARI, *Proc. Indian Acad. Sci.*, A-**2**, 1935, p. 161.
([14]) NEVGY, *J. Univ. Bombay*, **7**, 1938, p. 74.
([15]) KIDO, *Sci. Rep. Tohoku Univ.*, XXII, 1933, p. 835.
([16]) MATHUR, *Indian J. Physics*, **6**, 1931, p. 207.
([17]) BHATNAGAR et MATHUR, *Phil. Mag.*, **11**, 1931, p. 914.
([18]) TREW et WATKINS, *Trans. Faraday Soc.*, **27**, 1933, p. 1310.

Sans doute, comme le regrettent Angus et Hill, la systématique de Pascal ne prévoit pas l'isomérie dans certains couples : aldéhyde butyrique et méthyl-éthylcétone, éthylaniline et diméthylaniline, benzoate de méthyle et acétate de phényle; mais ces derniers exemples n'ont pas non plus été l'objet de mesures de la part d'Angus et Hill.

Pour tous les isomères qu'ils ont étudiés, leurs déterminations (bien que correspondant toujours à un diamagnétisme plus faible que celui des autres auteurs) fournissent précisément une illustration de l'exactitude des incréments de la systématique de Pascal et confirment simplement la gradation déjà connue des susceptibilités moléculaires dans les isomères normaux, *iso*, secondaires ou tertiaires. On en verra ci-contre la démonstration dans un large extrait des nombres d'Angus et Hill, choisis parmi ceux qui permettent la comparaison avec les déterminations d'autres auteurs. Tous les nombres sont rapportés à l'eau, de susceptibilité — $0,72,10^{-6}$; les valeurs en chiffres gras sont celles que Angus et Hill ont laissées de côté dans les Mémoires qu'ils utilisent, mais qui renforcent encore nos observations précédentes.

MICROBIOLOGIE. — *Des propriétés antidotiques des filtrats de culture de* Penicillium notatum. Note de MM. **Gaston Ramon**, **Rémy Richou** et **Jean Ramon**.

Dans plusieurs Communications ([1]), nous avons fait part de nos recherches sur les propriétés antagonistes des filtrats de culture du *B. subtilis* envers différents germes pathogènes (bactéridie charbonneuse, bacille diphtérique etc.), insistant plus particulièrement sur ce que nous avons appelé la propreté *antidotique*, c'est-à-dire la propriété que possèdent ces filtrats de détruire les poisons microbiens : toxine diphtérique, staphylococcique, tétanique, botulique, toxine du B. de Preisz-Nocard etc. Au cours de nos expériences, nous avons constaté que contrairement aux filtrats de *B. subtilis*, la pénicilline purifiée telle qu'elle est actuellement délivrée pour l'usage thérapeutique, si elle possède un pouvoir antibiotique considérable, est entièrement dépourvue de la propriété antidotique ([2]). Nous avons d'ailleurs trouvé confirmation de cette constatation dans des travaux américains récemment parvenus à notre connaissance ([3]). Et l'opinion a prévalu jusqu'ici que la pénicilline est sans action notable sur les exotoxines microbiennes.

Cependant nous avons eu l'idée de rechercher si, à l'instar des filtrats de *B. subtilis*, les filtrats de culture de *Penicillium notatum* ne renfermeraient pas un antidote des toxines bactériennes, que l'on ne retrouve pas dans la pénicilline

---

([1]) *Comptes rendus*, **220**, 1945, pp. 341, 543 et 802; **221**, 1945, pp. 165, 213 et 271; **222**, 1946, p. 261.

([2]) R. Richou, *C. R. Soc. Biol.*, séance du 24 juin 1940.

([3]) E. Neter et D. Will, *Journ. of Bacter.*, **48**, 1944, p. 261; E. Neter, *Journ. Inf. Disea.*, **76**, 1945, p. 20.

parce que les opérations d'extraction et de purification de celle-ci l'anéantissent ou ne le retiennent pas dans le produit final.

Les expériences que nous avons entreprises devaient très rapidement nous mettre à même de vérifier notre hypothèse.

Dans une première série d'essais effectués selon les techniques mises au point lors de notre expérimentation sur les filtrats de *B. subtilis*, nous avons mélangé 2^{cm^3} de toxine staphylococcique titrant 400 doses hémolytiques, et 2^{cm^3} de filtrat (sur bougie Chamberland L_3) de culture de *Penicillium notatum* titrant 90 unités internationales de pénicilline par centimètre cube ([4]). Les mélanges ont été placés à l'étuve à 37°. Les dosages effectués par la méthode hémolytique courante nous ont permis de constater que, dans ces conditions, 800 doses hémolytiques de poison staphylococcique sont détruites en 3 heures, 1600 doses en 6 heures. D'autre part, une quantité de toxine diphtérique représentant 150 doses mortelles (pour le cobaye) est mélangée à 2^{cm^3} de filtrat de *Penicillium*. Les épreuves chez le cobaye montrent que ces 150 doses mortelles de poison diphtérique sont détruites après un séjour de 24 heures à peine à la température de 37° du mélange de toxine et de filtrat ([5]). Durant le même temps, la toxine seule exposée à la même température de 37°, ne subit aucune diminution de toxicité. Nous avons répété ces expériences en utilisant le filtrat de *Penicillium notatum*, préalablement additionné, plusieurs semaines avant son utilisation expérimentale, de formol, à raison de $0^{cm^3},1$ de la solution commerciale d'aldéhyde formique pour 100^{cm^3} de filtrat et abandonné à la température de la chambre froide (+ 4°) ou du laboratoire (15 à 18°). Le pouvoir antidotique du filtrat n'en a pas été sensiblement troublé ([6]). Enfin, étudiant l'influence du chauffage du filtrat sur sa fonction antidotique, nous avons observé qu'un chauffage de 20 minutes à 55° n'a aucune influence sur cette fonction. Ce n'est qu'à partir de 75° que celle-ci est entravée.

Le fait important, qu'il faut retenir de ces essais, c'est que le filtrat de culture du *Penicillium notatum* est doué, tout comme le filtrat du *B. subtilis*, de propriétés antidotiques des plus manifestes, qui résistent à l'action d'une petite quantité de formol et à l'influence de la chaleur modérée ([7]).

([4]) Préparés dans les conditions indiquées par H. Velu, H. Penau, M. Janot et J. Mainil (*C. R. Soc. Biol.*, séance du 9 mars 1946).

([5]) Des résultats analogues ont été obtenus en faisant agir ce même filtrat sur la toxine du B. de Preisz-Nocard, sur la toxine tétanique etc.

([6]) Déjà, précédemment, nous avions étudié l'action du formol sur les cultures de *Penicillium notatum* (G. Ramon et R. Richou, *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 265).

([7]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 261.

ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES. — *Sur la stabilité des solutions de certains systèmes d'équations différentielles.* Note (¹) de M. **Jules Haag.**

1. Considérons le système suivant, mis sous la forme canonique

$$u\frac{dy_j}{du} = S_j(y_j + y_{j-1}) + g_j(u, y_k); \qquad j = 1, 2, \ldots, m. \tag{1}$$

Les S_j sont des constantes réelles ou imaginaires; nous appellerons s_j leurs parties réelles. Nous appellerons classe positive l'ensemble des équations (ou des y_j) pour lesquelles $s_j > 0$; classe négative l'ensemble des autres équations.

La variable u est réelle et positive. Les variables y_j sont réelles ou imaginaires. Dans le domaine (D) défini par $0 \leq u \leq u_0$, $|y_j| \leq b$, les fonctions g_j sont continues, nulles à l'origine; elles ont des dérivées premières par rapport aux y_k, qui sont également continues et nulles à l'origine. En diminuant au besoin u_0 et b, on peut supposer que les modules des g_j et de leurs dérivées premières sont aussi petits qu'on veut.

2. *L'intégrale générale* du système (1) peut être obtenue de la manière suivante. On se donne les valeurs β_j des y_j de la classe positive pour $u = u_0$ et les valeurs β_j des y_j de la classe négative pour $u = u_1 < u_0$.

En employant la méthode des approximations successives, on démontre l'existence de la solution pour $u_1 < u < u_0$, à condition que les $|\beta_j|$ soient assez petits. Tous les $|y_j|$ correspondant à cette solution sont $< b$.

Si u_1 tend vers zéro, les β_j de la classe négative restant fixes, on obtient à la limite une *solution* (S_0) *pour laquelle tous les y_j tendent vers zéro* avec u. Cette solution dépend donc d'un nombre de constantes arbitraires égal au nombre des s_j positifs.

Si tous les s_j sont > 0, cette solution (S_0) se confond avec l'intégrale générale. Dans ce cas, si y_j et y'_j sont deux solutions différentes, on a $|y'_j - y_j| < bu^r$, r étant un exposant positif, inférieur au plus petit des s_j et s'en approchant autant qu'on veut.

Si les s_j ne sont pas tous > 0, toute solution autre qu'une des solutions (S_0) est telle que l'un au moins des $|y_j|$ dépasse b quand u tend vers zéro.

Si certains s_j sont nuls, on peut affirmer, pour certaines formes des g_j, que les $|y_j|$ restent $< b$, mais ne tendent pas nécessairement vers zéro. On peut trouver un exemple, faisant intervenir les fonctions de Bessel, pour lequel les $|y_j|$ tendent vers zéro, ou vers l'infini, ou bien oscillent indéfiniment entre des limites finies, quand u tend vers zéro.

(¹) Séance du 11 mars 1946.

3. Considérons maintenant le système

$$(2) \qquad f(x)\frac{dy_j}{dx} = S_j(y_j + y_{j-1}) + f_j(x, y_k).$$

La variable indépendante x est réelle, positive et décroît de a à zéro. La fonction $f(x)$ est réelle, positive et continue dans l'intervalle $(0, a)$. Pour x infiniment petit, elle est infiniment petite d'ordre $\omega > 1$. Dans le domaine (D′) défini par $0 < x < a$, $|y_j| < b$, les f_j jouissent des mêmes propriétés que les g_j du n° 1.

Faisons le changement de variable

$$u = e^{-g(x)}, \qquad g(x) = \int_x^a \frac{dx}{f(x)}.$$

Le système (2) prend la forme (1).

Si x est infiniment petit, u tend vers zéro comme $e^{-A/x^{\omega-1}}$; nous dirons que c'est un infiniment petit d'ordre exponentiel $\omega - 1$.

En utilisant les résultats obtenus pour le système (1), on démontre en particulier que, *si les s_j sont tous* > 0, l'intégrale générale tend vers zéro avec x. De plus la différence entre deux solutions quelconques est infiniment petite d'ordre exponentiel $> r(\omega - 1)$, r étant le même nombre que plus haut. *Deux solutions quelconques ont* donc *un contact d'ordre infini à l'origine.*

4. Considérons enfin le système

$$(3) \qquad \frac{dx_j}{dt} = r_j(x_j + x_{j-1}) + \varphi_j(x_1, \ldots, x_m).$$

La variable t est réelle et croît de zéro à $+\infty$. Les fonctions φ_j ont les propriétés admises pour les g_j, pour $|x_k| < b$.

Si tous les r_j ont leur partie réelle < 0, on pose $e^{-t} = u$ et, en utilisant les résultats du n° 2, on voit que les x_j tendent vers zéro pour $t = +\infty$. Si certains r_j ont leur partie réelle > 0, on peut trouver des conditions initiales arbitrairement voisines de zéro telles qu'au bout d'un certain temps les x_j correspondants prennent des valeurs arbitrairement données à l'avance, de modules $< b$. C'est le *théorème de Liapounoff*.

Si l'équation caractéristique admet une seule racine nulle et si cette racine est simple, on peut se ramener au système (2) en prenant pour variable indépendante la variable x, nécessairement réelle, correspondant à cette racine. On démontre alors que *si les r_j non nuls ont leurs parties réelles toutes de même signe,* on peut avoir l'une ou l'autre des circonstances suivantes. Appelons *stabilité à droite* celle pour laquelle x tend vers $+0$, *stabilité à gauche* celle pour laquelle x tend vers -0. Selon le signe que prend la fonction φ correspondant à x, pour x infiniment petit positif ou négatif, on peut avoir *stabilité à droite et à gauche, instabilité à droite et à gauche, stabilité à droite et instabilité à gauche, stabilité à gauche et instabilité à droite.*

M. **Selman A. Waksman** fait hommage à l'Académie de diverses Notes concernant les substances antibiotiques, la streptomycine et la microbiologie des sols.

NOMINATIONS.

MM. **Maurice de Broglie**, **Ernest Esclangon** et **Jean Chazy** sont désignés pour faire partie de la délégation de l'Académie aux Cérémonies qui auront lieu à Londres et à Cambridge les 15 juillet 1946 et jours suivants, en commémoration du trois-centième anniversaire de la naissance de **Isaac Newton**.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section des Applications de la Science à l'Industrie, en remplacement de M. *Georges Charpy*, décédé.

Le nombre des votants étant 53,

M. René Barthélemy	obtient	27 suffrages.
M. Georges Darrieus	»	17 »
M. Raymond Jouaust	»	8 »
M. Émile Brylinski	»	1 »

M. **René Barthélemy**, ayant obtenu la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation du Gouvernement provisoire de la République.

Par la majorité absolue des suffrages, M. **Ros Granville Harrison** est élu Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie, en remplacement de M. *Pol Bouin*, élu Membre non résidant.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats à la place de Membre artiste du *Bureau des Longitudes* vacante par le décès de M. *Amédée Jobin*.

(Renvoi à la Division des Sciences mathématiques.)

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° N. S. Chatsky. *R. I. Murchison*, 1792-1871 (en langue russe).

2° Max Schüepp. *Die Methoden zur Bestimmung der Wolkenhöhe in Gebirgsländern.*

3° Jean Lugeon. *Intégrateur d'altitudes. Complément au Mémoire sur la méthode d'intégration des altitudes en aérologie.*

ALGÈBRE. — *Théorie non abélienne des corps de classes pour les extensions finies et séparables des corps valués complets : principes fondamentaux; espaces de polynomes et transformation* T; *lois d'unicité, d'ordination et d'existence.* Note [1] de M. **Marc Krasner.**

Soient k un corps valué complet, $\mathfrak{K}$ sa fermeture algébrique valuée, $|\ldots|$ et $\omega(\ldots)$ la valuation et l'ordre dans $\mathfrak{K}$; $\alpha \in \mathfrak{K}$, $\mathrm{K} = k(\alpha)$, $\mathfrak{J}$ domaine d'intégrité de K, $n = (\mathrm{K} : k)$; $\mathrm{G}_{\mathrm{K}/k}$ l'hypergroupe de Galois [2] de K/k, $f_{\alpha/k}(x)$ le polynome minimal de α dans k; $v_q^{(\alpha)}$ $[v_{m(\alpha)}^{(\alpha)} = +\infty]$, $\mathrm{Z}_q^{(\alpha)}$, $\mathrm{K}_q^{(\alpha)}$ le $q^{\text{ième}}$ nombre, le $q^{\text{ième}}$ hypergroupe et le $q^{\text{ième}}$ corps caractéristiques [3] de K/k en α; Π_α le polygone de ramification [4] de K/k en α; v_q, n_q le $q^{\text{ième}}$ nombre de ramification [5] et le nombre d'éléments du $q^{\text{ième}}$ hypergroupe de ramification [5] de K/k; $\varphi_{\mathrm{K}/k}(v)$ la borne sup. sur l'axe semi-réel [6] de $\varphi(\Pi_\alpha; v)$, où $\varphi(\Pi; v)$ est la fonction introduite dans ma Note précédente [7] et où α parcourt $\mathfrak{J}$ [donc, si $<v> \neq -$ et si $v_t \leqq v \leqq v_{i+1}$, on a $\varphi_{\mathrm{K}/k}(v) = (n_0 - n_1)v_0 + (n_1 - n_2)v_1 + \ldots + (n_i - n_{i+1})v_i + n_{i+1}v$]; C_α le plus grand cercle de centre α dans $\mathfrak{K}$ ne contenant aucun autre conjugué de α [en vertu de ma Note précédente [4], C_α est le cercle de similitude en α de de la transformation holomorphe [4] $\mathrm{T}_\alpha : x \rightarrow f_{\alpha/k}(x)$], $\mathrm{C}_{\alpha,q}$ le cercle $|x - \alpha| < r_q^{(\alpha)} = \mathrm{Exp}(-v_q^{(\alpha)})$; $\mathcal{E}_k$ l'ensemble des polynomes normés irréductibles de x dans k, E_k l'ensemble des $f(x) \in \mathcal{E}_k$ à coefficients entiers; T l'application $\alpha \rightarrow f_{\alpha/k}(x)$ de $\mathfrak{K}$ sur $\mathcal{E}_k$, $\mathcal{E}_{k,\nu}$ l'ensemble des $f(x) \in \mathcal{E}_k$ de degré ν; $\mathrm{R}(f, g)$ le résultant des $f(x)$, $g(x) \in \mathcal{E}_k$.

Principe I. — *Si* $\alpha \in \mathfrak{K}$ *est séparable par rapport à* k, $\beta \in \mathrm{C}_\alpha$ *implique* $k(\beta) \supseteq k(\alpha)$.

Démonstration. — $k(\beta)$ étant complet, en vertu d'un principe de M. Ostrowski [8], les conjugués de $\beta - \alpha$ par rapport à $k(\beta)$ ont tous une même valuation; ils sont de la forme $\beta - \alpha'$, où α' est un conjugué de α par rapport à k. Si $\alpha' \neq \alpha$, on a, puisque $\alpha' \notin \mathrm{C}_\alpha$, $|\alpha' - \alpha| > |\beta - \alpha|$ et, aussi, $|\alpha' - \alpha| \leqq \mathrm{Max}(|\beta - \alpha'|, |\beta - \alpha|) = |\beta - \alpha|$; donc $\beta - \alpha$ et, de même, $\alpha = \beta - (\beta - \alpha)$ n'a d'autre conjugué par rapport à $k(\beta)$ que lui-même, d'où, vu la séparabilité de α, $\alpha \in k(\beta)$ et $k(\beta) \supseteq k(\alpha)$.

Principe II. — *Si, en plus,* $(k(\beta):k) \leqq (k(\alpha):k)$, *on a* $k(\beta) = k(\alpha)$.

Principe III. — *Si* $\beta \in \mathrm{C}_{\alpha,q-1}$, *on a* $k(\beta) \supseteq \mathrm{K}_q^{(\alpha)}$ [$q = m(\alpha)$ donne le Principe I].

---

[1] Séance du 11 mars 1946.

[2] Krasner, *Thèse*, *Mém. de l'Acad. de Belgique*, **11**, 1937, pp. 1-110 et *Comptes rendus*, **219**, 1944, pp. 345-347.

[3] Krasner, *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 37.

[4] Krasner, *Comptes rendus*, **222**, 1946, pp. 363-365 et 581-583.

[5] *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 765.

[6] Krasner, *Comptes rendus*, **219**, 1944, pp. 433-435.

[7] *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 37-40.

[8] Ostrowski, *Math. Zeitschrift*, **39**, 1934-1935, pp. 269-320; voir pp. 298-302.

Démonstration. — Soient $K' = k(\alpha, \beta)$, $\sigma' \in G_{K'/k(\beta)}$, σ l'isomorphisme induit par σ' dans K. $\sigma\alpha - \beta = \sigma'\alpha - \beta$ est un conjugué de $\alpha - \beta$ par rapport à $k(\beta)$, donc, en vertu du principe d'Ostrowski, $\omega(\sigma\alpha - \beta) = \omega(\alpha - \beta)$ et $\omega(\sigma\alpha - \alpha)$ est $\geqq \mathrm{Min}[\omega(\sigma\alpha - \beta), \omega(\alpha - \beta)] = \omega(\alpha - \beta) > v_{q-1}^{(\alpha)}$, d'où $\sigma \in Z_q^{(\alpha)}$. Donc σ, et aussi σ', conserve tout élément de $K_q^{(\alpha)}$ et, vu la séparabilité de $K_q^{(\alpha)}/k$, $k(\beta) \supseteq K_q^{(\alpha)}$.

Soient a un nombre réel positif; $f(x)$, $g(x) \in \mathcal{E}_k$; n, u leurs degrés. Posons $d_a(f, g) = |R(f, g)^{a:nu}|$. En vertu de principe d'Ostrowski, $d_a(f, g)$ est égale à $|f(\beta)^{a:n}| = |g(\alpha)^{a:n}|$, où α, β sont des zéros quelconques des f, g. Si l'on considère $d_a(f, g)$ comme une distance dans $\mathcal{E}_k$, on constate qu'elle définit une *ultramétrique* ([6]) de cet ensemble, dite son *a-ultramétrique*, et $\mathcal{E}_k$ organisé par cette ultramétrique sera noté $\mathcal{E}_k^{(a)}$. $E_{k,\nu}$ désignera désormais l'ensemble de même nom, organisé par sa ν-ultramétrique. Toutes les a-ultramétriques sont équivalentes ([6]) et définissent sur tout $\mathcal{E}_{k,\nu}$ une topologie équivalente à celle définie par la métrique classique de polynomes, où la distance est le maximum de celle des coefficients correspondants; en plus, le principe II montre que $\mathcal{E}_{k,\nu}$ est un ensemble ouvert de l'espace des polynomes de degré ν avec la métrique classique. $\mathcal{E}_{k,\nu}$ est localement compact en même temps que k. On a, pour $\alpha, \beta \in \mathfrak{K}$, $d_n(T\alpha, T\beta) = d_n(f_{\alpha/k}, f_{\beta/k}) = |f_{\alpha/k}(\beta)| = |T_\alpha\alpha - T_\alpha\beta|$; d'où, en vertu de mes Notes ([4]), ([7]), $d_n(T\alpha, T\beta) = \mathrm{Exp}[-\varphi(\Pi_\alpha; \mathrm{Max}\,\omega(\beta - \alpha'))]$, où α' parcourt les conjugués de α. En particulier, *si α est séparable*, T en tant qu'application de $\mathfrak{K}$ dans $\mathcal{E}_k^{(n)}$, *est une similitude locale en α, dont le cercle de similitude est* C_α *et le rapport de similitude est* $|f'_{\alpha/k}(\alpha)| = |\mathfrak{D}_{K/k}^{(\alpha)}|$. Soient

$$f(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n; x) = x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_n$$

et

$$f_{\alpha/k}(x) = f(a_1^0, a_2^0, \ldots, a_n^0; x)\ (a_i^0 \in k).$$

Soit $x(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ la série de Taylor en $a_1 - a_1^0$, $a_2 - a_2^0$, $\ldots$, $a_n - a_n^0$, qui soit la solution de $f = 0$ se réduisant à α pour $a_i = a_i^0$. On montre que *le domaine de convergence de cette série sur $\mathcal{E}_{k,n}$ est $\mathfrak{U}_\alpha \cap \mathcal{E}_{k,n}$, où* $\mathfrak{U}_\alpha = TC_\alpha$, et que *ses valeurs sont* $\in C_\alpha$. En vertu de l'univalence de T sur C_α et du principe II, $x(a_1, \ldots, a_n)$ *représente le voisinage* $C_\alpha \cap K$ *de α dans* K *quand les $a_i \in k$ parcourent toutes les valeurs telles que $f(a_1, \ldots, a_n; x)$ soit irréductible.*

$$f(a_1, \ldots, a_n; x) \to x(a_1, \ldots, a_n)$$

définit une inverse de T en $(\alpha, f_{\alpha/k})$ dont $\mathfrak{U}_\alpha \cap \mathcal{E}_{k,n}$ est le domaine de définition, d'univalence et de similitude.

Soient $\mathcal{E}_{K/k}^0$ l'ensemble des $f_{\beta/k}(x)\,[\beta \in \mathfrak{K}]$ tels que $k(\beta) \supseteq K$, $\mathcal{E}_{K/k}^{(\nu)} = \mathcal{E}_{K/k}^0 \cap \mathcal{E}_{k,\nu}$ $[\nu \equiv 0 \pmod n]$, $\mathcal{E}_{K/k} = \mathcal{E}_{K/k}^{(n)}$, $E_{K/k}^0 = \mathcal{E}_{K/k}^0 \cap E_k$, $E_{K/k}^{(\nu)} = \mathcal{E}_{K/k}^{(\nu)} \cap E_k$, $E_{K/k} = \mathcal{E}_{K/k} \cap E_k$.

N'importe lequel de ces ensembles de polynomes de k caractérise K/k à l'isomorphie près (*loi d'unicité*), et si la valuation de k est discrète, il en est de même pour les ensembles $\overline{E}_{K/k}^{(\nu)}$ ou $\overline{E}_{K/k}$ des $f \in E_{k/K}^{(\nu)}$ ou $E_{K/k}$ dont le discriminant soit égal à celui de l'extension qu'ils définissent. On a $\mathcal{E}_{K/k}^0 \subseteq \mathcal{E}_{\overline{K}/k}^0$ si, et seulement

si K/k est une surextension, à l'isomorphie près, de $\overline{K}/k$, et il en est de même pour $E^0_{K/k}$ et, si ν est un multiple commun des $(K : k)$ et $(\overline{K} : k)$, pour les $\mathcal{E}^{(\nu)}_{K/k}$, $E^{(\nu)}_{K/k}$, $\overline{E}^{(\nu)}_{K/k}$ (*loi d'ordination*). Soit $f(x) \star g(x)$ $[f, g \in \mathcal{E}_k]$ l'ensemble des facteurs irréductibles dans k de $f[g(x)]$. Un $A \subseteq \mathcal{E}_k$ sera dit un *idéal* si $A \star \mathcal{E}_k = A$, et sera dit un *idéal principal* s'il existe un $\alpha \in A$ tel que $A = \alpha \star \mathcal{E}_k$. *Si* $A \subseteq \mathcal{E}_k$, *la condition nécessaire et suffisante pour qu'il existe une extension simple* K/k *telle que* $A = \mathcal{E}^0_{K/k}$ *est que* A *soit un idéal principal, et pour que* K/k *soit séparable, il faut et il suffit que* A *contienne des polynomes séparables* (*loi d'existence*); on en tire les caractérisations évidentes pour les autres ensembles considérés.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Remarques sur les ensembles de lois.* Note [1] de M. **Michel Loève**, présentée par M. Émile Borel.

Nous indiquons ici, dans les deux premiers paragraphes, quelques remarques que nous avions exposées au Séminaire de Probabilités de M. Maurice Fréchet en 1942.

I. *Variables aléatoires au sens large.* — Soit X une variable aléatoire (v. a.) réelle, $F(x)$ sa fonction de répartition $(F(-\infty)=0)$ et $\varphi(t)$ sa fonction caractéristique (f. c.); de même à la v. a. X_n correspondront $F_n(x)$ et $\varphi_n(t)$.

On suppose, d'habitude, que X est presque certainement observable, c'est-à-dire que $q(\infty) = 1 - p(\infty) = Pr(|X| < \infty) = 1$. Or, au point de vue méthodologique, il nous semble préférable d'admettre que X peut devenir inobservable. Les v. a. ainsi généralisées seront dites v. a. *au sens large*, et l'on aura $q(\infty) \leqq 1$; si $q(\infty) = 0$, la loi sera dégénérée à l'infini.

1° Les formules relatives à la composition des lois continuent de s'appliquer et cette opération ne fait pas décroître la probabilité des valeurs infinies. Pour que la composition de l'ensemble infini de lois $L \equiv \{\mathcal{L}(X_n)\}_1^\infty$, dont aucune n'est dégénérée à l'infini, ne donne une telle loi, il faut et il suffit que l'on ait $\Sigma p_n(\infty) < \infty$.

2° Si $F_n(x) \to F(x)$ [aux points de continuité de $F(x)$], alors $\mathcal{L}(X_n) \to \mathcal{L}(X)$ *au sens large*; si, de plus, $p_n(\infty) \to p(\infty)$, la convergence sera *stricte ou complète*.

Un ensemble L est, évidemment, toujours compact au sens large. Pour que, lorsque $n \to \infty$, $\mathcal{L}(X_n) \to \mathcal{L}(X)$ au sens large, il faut et il suffit que pour tout t donné et les valeurs $x = \xi$ de continuité de $F(x)$, supérieures à une constante finie, aussi grande que l'on veut, on ait

$$\int_{-\infty}^{\xi} e^{itx}\, d\,F_n(x) \to \int_{-\infty}^{\xi} e^{itx}\, d\,F(x).$$

II. *Convergence complète.* — Dans le cas classique il importe de savoir reconnaître l'existence de lois limites habituelles.

---

[1] Séance du 11 mars 1946.

1° Si l'on a

$$\lim_{l \to \infty} \overline{\lim_{n \to \infty}} \Pr(l < |X_n| < \infty) = 0,$$

l'ensemble L est complètement compact.

Si $\mathcal{L}(X_n)$ converge complètement vers $\mathcal{L}(X)$, l'on a

$$\lim_{l \to \infty} \lim_{n \to \infty} \Pr(l < |X_n| < \infty) = 0.$$

2° Lorsque $\Phi \equiv \{\varphi_n(t)\}_1^\infty$ converge, quasi-uniformément, sur $A : |t| \leq a$, l'ensemble L est complètement compact et les f. c. des éléments limites coïncident sur A. Cette propriété nous avait servi pour établir le lemme fondamental d'une étude de nouvelles classes de lois limites ([2]) et se démontre suivant une méthode utilisée par M. P. Lévy pour son théorème de continuité ([2]). Si l'on suppose, de plus, que les lois de L sont centrées, sur des médianes par exemple, on peut remplacer Φ par l'ensemble $\{|\varphi_n(t)|\}_1^\infty$; l'ensemble dérivé de L se subdivise alors en sous-ensembles de lois à f. c. de même module. Dans le cas de lois de sommes de v. a. indépendantes $\{\mathcal{L}(X_1 + \ldots + X_n)\}_1^\infty$, ces sous-ensembles se réduisent chacun à une seule loi, à une translation près; ce résultat contient une propriété énoncée par M. P. Lévy ([3]).

III. *Addenda à une Note antérieure* ([4]). — 1° Dans un fort intéressant mémoire ([5]) dont nous venons de prendre connaissance, les auteurs ont établi des inégalités pour les transformées de Fourier de fonctions positives; il s'agit donc de fonctions positive-définies. Or la transformation élémentaire, qui conduit à II 1 de la Note citée ([4]), donne de même, dans le cas d'une somme double discrète :

$$\sum_{-n+1}^{n-1} \left(1 - \frac{|k|}{n}\right) \varphi(ku)\, e^{ikx} \geq 0 \qquad \text{pour tout } x \text{ donné.}$$

Si $\varphi(ku) = 0$ pour $k \geq N$, alors, en faisant croître n indéfiniment, on a

$$\sum_{-N+1}^{N-1} \varphi(ku)\, e^{ikx} \geq 0.$$

Cette relation, valable d'ailleurs sous des conditions bien moins restrictives, contient le théorème 7 du Mémoire dont résultent, comme l'indiquent les auteurs, leurs quatre premiers théorèmes.

([2]) M. Loève, *Comptes rendus*, **210**, 1940, p. 202.

([3]) P. Lévy, *Théorie de l'addition des variables aléatoires*, Paris, 1937.

([4]) P. Lévy, *Journ. de Math.*, **17**, 1938, p. 17.

([5]) M. Loève *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 469.

([6]) R. P. Boas Jr and M. Kac, *Duke Mathematical Journal*, **12**, 1945, p. 189.

2° Afin d'éviter des hypothèses parasites sur $\varphi(t)$, le passage à la limite du II 2 se fera ainsi : on multiplie les deux membres du (1) par

$$\frac{1}{2\pi}\left(1-\frac{|x|}{X}\right)e^{-iux},$$

on intègre de $-X$ à $+X$ et, lorsque $X \to \infty$, l'on a une suite de f. c. (de v. a. au sens large), qui converge (en remplaçant u par t), uniformément sur A, vers $\varphi_T(t)$. En vertu du théorème de continuité, $\varphi_T(t)$ est donc une f. c. et de même $\varphi(t)$ limite uniforme de $\varphi_T(t)$ sur A, pour $T \to \infty$.

Nous obtenons d'ailleurs la proposition générale suivante dont ce qui précède est une application : La formule de réciprocité, *au sens* (C, 1) s'applique à la transformée de Fourier $f(x)$ d'une fonction quelconque $\varphi(t)$, continue, intégrable et bornée sur $(-\infty, +\infty)$; lorsque $X \to \infty$, l'intégrale prise de $-X$ à $+X$ converge vers $\varphi(t)$, uniformément dans tout intervalle fini. En particulier, $f(x)$ est intégrable (C, 1) sur $(-\infty, +\infty)$.

3° p. 468, ligne 18... *lire* $U(\alpha)$ soit *orthogonale* à toute combinaison... et p. 470, ligne 2... $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\ldots < C < \infty$, C const. *indépendante de n*.

GÉOMÉTRIE. — *Sur la déformation des surfaces.* Note (1) de M. **Paul Vincensini**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Pour toute surface Σ il existe (Ribaucour) des congruences C dont les rayons, distribués dans les plans tangents à Σ, jouissent de la propriété suivante : si, chaque rayon de C étant supposé invariablement lié au plan tangent qui le contient, on déforme Σ arbitrairement, C ne cesse d'avoir ses couples de foyers associés situés sur deux tangentes conjuguées de Σ.

M. J. Drach (2) a remarqué qu'il existe sur Σ un réseau (non conjugué) *invariant* R (constamment formé par les mêmes courbes de Σ), tel que les droites joignant chaque point M de Σ aux foyers du rayon de C situés dans le plan tangent en M ne cessent, au cours d'une déformation arbitraire de Σ, de partager harmoniquement le couple des tangentes en M à R.

On peut se demander dans quelle mesure l'existence, sur une surface Σ, d'un réseau invariant dont les tangentes en chaque point M ne cessent de partager harmoniquement les droites joignant M aux deux foyers F_1, F_2 d'une congruence C entraînée dans une déformation arbitraire de Σ, caractérise les congruences de Ribaucour. J'indique ici quelques-uns des résultats auxquels l'étude de cette question m'a conduit.

2. Nous supposerons Σ rapportée à un système orthogonal (u, v)

(1) Séance du 11 mars 1946.

(2) *Sur les surfaces enveloppes de sphères et la déformation des surfaces;* extrait des *Comptes rendus des Sociétés savantes* en 1925, *Sciences*, p. 36.

$[ds^2 = E\,du^2 + G\,dv^2]$, tel que la tangente à la courbe $u = \text{const.}$ soit, en chaque point M, perpendiculaire au rayon D de C situé dans le plan tangent en M; I étant le point où D coupe la tangente à la courbe $u = \text{const.}$, nous poserons en outre $\overline{\text{MI}} = a$. En exprimant qu'au cours d'une déformation arbitraire de Σ, les droites MF_1, MF_2 ne cessent de partager harmoniquement les tangentes en M d'un réseau invariant de Σ, on obtient la condition nécessaire et suffisante

$$(1) \qquad \left[\sqrt{G}\frac{\partial a}{\partial u} - a\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}\right]\left[\frac{\partial E}{\partial v}\left(\sqrt{G} + \frac{\partial a}{\partial v}\right) + \frac{\partial G}{\partial u}\frac{\partial a}{\partial u}\right] = 0.$$

Pour *toute* surface Σ il existe deux familles distinctes (C_1) et (C_2) de congruences C jouissant de la propriété voulue, obtenues en annulant respectivement le premier et le second facteur dans (1). Les (C_1) sont les congruences de Ribaucour dont il a été question plus haut. La nouvelle famille (C_2) jouit d'un certain nombre de propriétés remarquables; je me borne ici à en indiquer quelques-unes, une étude développée devant paraître dans un autre recueil.

3. Si $A\,du^2 + 2B\,du\,dv + C\,dv^2 = 0$ définit le réseau invariant R relatif à une congruence C_2 quelconque, on trouve que A, B, C sont proportionnels à $a^2\,\partial E/\partial v$, $-G\,\partial a^2/\partial u$, $4G^2(\partial a/\partial u)^2/\partial E/\partial v$. On a $B^2 - AC = 0$; il en résulte que R est un *réseau double* (les deux familles de courbes qui le composent sont confondues).

Soit MT la tangente en M à R; MF_1 et MF_2 divisant harmoniquement la droite double MT, l'une de ces droites, soit MF_1, est confondue avec MT, et F_1, intersection de deux droites MT et D invariablement liées au plan tangent en M à Σ, *reste invariablement lié au plan tangent quand* Σ *se déforme arbitrairement*. C_2 se déforme avec *persistance des foyers sur l'une* (F_1) *des deux nappes focales*, et cette propriété est *caractéristique* des congruences C_2.

La détermination des développables d'une C_2 montre que les développables ayant leurs arêtes de rebroussement sur la deuxième nappe focale (F_2) *persistent également par déformation arbitraire de* Σ. Cette nouvelle propriété est aussi *caractéristique* des congruences C_2, qui présentent ainsi deux persistances simultanées affectant l'une et l'autre nappe focale, chacune des deux entraînant l'autre, à savoir, la persistance des foyers sur une nappe, et celle des développables relatives à l'autre nappe.

M. S. Finikoff [3] a abordé le problème des congruences dont les rayons sont invariablement liés aux plans tangents d'une surface, dans lesquelles *l'une* des familles de développables se conserve par déformation arbitraire de la surface. Il a montré qu'en dehors des congruences admettant pour nappe focale la surface déformée Σ, il existe une solution (dépendant de deux fonctions arbi-

---

(3) *Déformation d'une congruence rectiligne avec développables persistantes* (*Bull. Sc. Math.*, 2e série, **53**, 1929, p. 1).

traires d'un argument) formée de congruences dont les rayons sont perpendiculaires aux plans tangents correspondants de Σ. Les congruences C_2 de la Note actuelle fournissent une nouvelle solution du problème ci-dessus.

4. Une nouvelle propriété d'invariance attachée aux congruences C_2 relatives à une surface quelconque Σ, résulte de l'interprétation suivante de l'équation (1) qui les définit. Si $E'\,du^2 + 2F'\,du\,dv + G'\,dv^2$ est le carré de l'élément linéaire de la représentation sphérique d'une C_2, et p le *paramètre moyen* relatif au rayon (u, v), l'équation peut s'écrire

$$p\sqrt{E'G' - F'^2} = aK\sqrt{EG} \qquad (\text{K courbure totale de } \Sigma).$$

On en déduit que, dans toute famille de congruences C_2 à rayons homologues parallèles attachées à une même surface quelconque Σ (il existe une infinité de telles familles dépendant d'une fonction arbitraire de deux arguments, et chaque famille comprend une infinité de congruences dépendant d'une fonction arbitraire d'un argument), les paramètres moyens des rayons homologues *sont proportionnels aux distances de ces rayons au point correspondant de* Σ. Et de là résulte aussitôt que le *rapport des paramètres moyens* de deux congruences C_2 quelconques à rayons homologues parallèles attachées à une surface quelconque Σ, sur deux rayons homologues quelconques, *est un invariant de déformation pour* Σ.

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — *Représentation conforme avec conservation des pseudo-arcs des lignes minima.* Note [1] de M. **Victor Lalan**, présentée par M. Élie Cartan.

Dans l'étude des questions où interviennent les lignes minima des surfaces, il est indiqué, si l'on veut appliquer la méthode du repère mobile, d'utiliser, au lieu d'un trièdre trirectangle, un trièdre birectangle et bi-isotrope dont les deux premiers vecteurs I_1 et I_2 sont tangents aux lignes minima de la surface, le troisième I_3 étant unitaire et normal à la surface. On particularise complètement un tel trièdre en choisissant les paramètres arbitraires qui subsistent dans la définition de I_1 et I_2 de façon à ramener à l'unité les coefficients extrêmes de la forme asymptotique, qui s'écrit alors $\omega_1^2 + 2\beta\omega_1\omega_2 + \omega_2^2$. L'opération est possible en tout point qui n'est pas un ombilic. Le trièdre ainsi défini n'est pas exactement un trièdre cyclique [2], car le produit scalaire $I_1.I_2$ n'est pas égal à 1 en général, sa valeur varie d'un point à l'autre de la surface; nous la désignons par $1/A$, si bien que le ds^2 s'écrit $(2\omega_1\omega_2)/A$. On voit facilement que A est la demi-différence des courbures principales.

---

[1] Séance du 4 mars 1946.

[2] *La théorie des groupes finis et continus et la géométrie différentielle*, Paris, 1937, p. 25.

La particularisation précédente a une signification géométrique simple : les formes ω_1 et ω_2 sont *les différentielles des pseudo-arcs des lignes minima de la surface* [3] (plus exactement, c'est ω_1 et $i\omega_2$ qui sont ces différentielles).

Nous avons utilisé ce trièdre en particulier pour étudier un problème du même genre que ceux que traite M. E. Cartan dans un ouvrage qui vient de paraître [4], celui de la détermination des *couples de surfaces susceptibles d'être mises en représentation conforme avec conservation des pseudo-arcs des lignes minima*. Ces couples dépendent de cinq fonctions arbitraires d'un argument; les lignes caractéristiques du système différentiel correspondant sont les lignes minima et les lignes d'égale courbure moyenne. Sur deux surfaces S et $\overline{S}$ d'un même couple, *les lignes d'égale courbure moyenne se correspondent*. Cet énoncé n'a plus de sens si S est à courbure moyenne constante (ω_1 et ω_2 sont alors des différentielles exactes). Deux surfaces à courbure moyenne constante peuvent toujours être mises en correspondance suivant le mode étudié.

Le rapport de similitude local entre S et $\overline{S}$ est fonction de la courbure moyenne. S'il est constant, sans se réduire à l'unité, S et $\overline{S}$ sont des surfaces sur lesquelles la courbure totale et la courbure moyenne sont liées par une relation linéaire, relation qui est d'ailleurs différente sur S et sur $\overline{S}$. Toute surface de cette nature fait partie d'un couple et d'un seul [5]. La solution dans ce cas ne dépend que des deux fonctions arbitraires d'un argument qui entrent dans la détermination de S, comme dans celle de toute surface de Weingarten.

Un cas plus particulier encore est celui où le coefficient A est constant, où, par conséquent, le trièdre bi-isotrope de S ne se déforme pas. La courbure totale doit alors être nulle : S et $\overline{S}$ sont deux cylindres de révolution quelconques.

Des résultats précédents il suit que, si l'on se donne les deux formes minima ω_1, ω_2 d'une surface, la surface est essentiellement déterminée. Il n'y a d'ambiguïté que dans des cas exceptionnels, lorsque la surface appartient à l'un des couples dont nous venons d'indiquer le degré de généralité.

CALCUL SYMBOLIQUE. — *Solutions d'équations intégrales déduites de la solution d'équations fonctionnelles*. Note de M. **Maurice Parodi**.

Nous nous proposons de montrer sur quelques exemples qu'il est possible de déterminer une solution de certaines équations intégrales quand on connaît les

(3) Une observation équivalente se trouve déjà dans un Mémoire de E. Vessiot, *Contribution à la géométrie conforme* (*Bull. Soc. math.*, 54, 1926, pp. 139-179).

(4) *Les systèmes différentiels extérieurs et leurs applications géométriques*. Paris, 1945, p. 141 et suiv.

(5) On ne considère pas comme essentiellement différentes des surfaces égales entre elles, ou symétriques par rapport à un plan.

solutions d'équations fonctionnelles dont elles sont les transformées au sens de Carson.

Considérons les équations fonctionnelles

(1) $$\frac{1}{t}f\left(\frac{1}{t}\right)=f(t),$$

(2) $$\frac{1}{\sqrt{t}}f\left(\frac{1}{t}\right)=f(t),$$

(3) $$\frac{1}{\sqrt{t}}f\left(\frac{1}{t}\right)=f(t^2),$$

(4) $$\frac{1}{t}f\left(\frac{1}{t}\right)=f(t^2).$$

Les solutions générales des deux premières sont respectivement

(1′) $$f(t)=t^{-\frac{1}{2}}F(t^\lambda+t^{-\lambda}),$$

(2′) $$f(t)=t^{-\frac{1}{4}}F(t^\lambda+t^{-\lambda}),$$

$F(t)$ étant une fonction arbitraire; quant aux deux dernières, leurs solutions s'écrivent respectivement

(3′) $$f(t)=t^{-\frac{1}{6}}g(t),$$

(4′) $$f(t)=t^{-\frac{1}{3}}g(t),$$

$g(t)$ étant la solution générale de l'équation fonctionnelle

$$g\left(\frac{1}{t}\right)=g(t^2).$$

En représentant par x le paramètre de la transformation de Carson, on a les correspondances (1),

$$\frac{1}{t}f\left(\frac{1}{t}\right)\supset 2x\int_0^\infty J_0(y\sqrt{x})\,\varphi\left(\frac{y^2}{4}\right)\frac{dy}{y},$$

$$\frac{1}{\sqrt{t}}f\left(\frac{1}{t}\right)\supset 2\sqrt{\frac{x}{\pi}}\int_0^\infty \sin(y\sqrt{x})\,\varphi\left(\frac{y^2}{4}\right)\frac{dy}{y},$$

$$f(t^2)\supset\frac{x}{\sqrt{\pi}}\int_0^\infty e^{-\frac{x^2y^2}{4}}\varphi\left(\frac{1}{y^2}\right)dy,$$

où $\varphi(x)\subset f(t)$.

Faisons une transformation de Carson sur les deux membres des rela-

(1) Les deux premières sont dues à M. P. Humbert et sont établies dans un Mémoire au *Bulletin des Sciences mathématiques* (sous presse); la troisième est indiquée dans l'ouvrage de MM. P. Humbert et Mc Lachlan, *Formulaire pour le Calcul symbolique*, Paris, 1941.

tions (1), (2), (3) et (4), on obtient les équations intégrales d'inconnue $\varphi(x)$,

$$(1'') \qquad 2x\int_0^\infty J_0(y\sqrt{x})\,\varphi\left(\frac{y^2}{4}\right)\frac{dy}{y}=\varphi(x),$$

$$(2'') \qquad 2\sqrt{\frac{x}{\pi}}\int_0^\infty \sin(y\sqrt{x})\,\varphi\left(\frac{y^2}{4}\right)\frac{dy}{y}=\varphi(x),$$

$$(3'') \qquad \int_0^\infty \sin(y\sqrt{x})\,\varphi\left(\frac{y^2}{4}\right)\frac{dy}{y}=\frac{\sqrt{x}}{2}\int_0^\infty e^{-\frac{x^2y^2}{4}}\varphi\left(\frac{1}{y^2}\right)dy,$$

$$(4'') \qquad \int_0^\infty J_0(y\sqrt{x})\,\varphi\left(\frac{y^2}{4}\right)\frac{dy}{y}=\frac{1}{2\sqrt{\pi}}\int_0^\infty e^{-\frac{x^2y^2}{4}}\varphi\left(\frac{1}{y^2}\right)dy.$$

Compte tenu des solutions des équations fonctionnelles (1) et (2), les deux premières équations intégrales admettent les solutions

$$(1''') \qquad \varphi(x)=x\int_0^\infty e^{-xt}\,t^{-\frac{1}{2}}\,F(t^\lambda+t^{-\lambda})\,dt,$$

$$(2''') \qquad \varphi(x)=x\int_0^\infty e^{-xt}\,t^{-\frac{1}{4}}\,F(t^\lambda+t^{-\lambda})\,dt,$$

$F(t)$ étant une fonction arbitraire, mais telle que les intégrales aient un sens; en particulier, en égalant $F(t)$ à une constante C, les équations (1″) et (2″) admettent les solutions particulières

$$(1'''') \qquad \varphi(x)=C\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)x^{\frac{1}{2}},$$

$$(2'''') \qquad \varphi(x)=C\Gamma\left(\frac{3}{4}\right)x^{\frac{1}{4}}.$$

En remarquant que les équations fonctionnelles (3) et (4) admettent les solutions particulières respectives

$$C\,t^{-\frac{1}{6}} \quad \text{et} \quad C\,t^{-\frac{1}{3}} \qquad (C=\text{const.}),$$

il apparaît que les équations intégrales (3″) et (4″) ont les solutions particulières respectives

$$(3'''') \qquad \varphi(x)=C\Gamma\left(\frac{5}{6}\right)x^{\frac{1}{6}},$$

$$(4'''') \qquad \varphi(x)=C\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)x^{\frac{1}{3}}.$$

AÉRODYNAMIQUE. — *Sur les distributions de circulation optimum dans la théorie des machines axiales simples.* Note [1] de M. **Raymond Siestrunck**, présentée par M. Joseph Pérès.

1. Nous avons montré [2] que le potentiel des vitesses induites à l'infini aval d'une machine axiale simple fonctionnant au régime λ dans une veine comprise

---

[1] Séance 11 mars 1946.

[2] *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 342.

entre deux cylindres coaxiaux de rayon 1 (surface extérieure de la veine) et ξ_0 (rayon du capotage-moyen) était, lorsque la circulation Γ est variable suivant l'envergure des pales, de la forme

$$\varphi(\xi, 0, z) = -\frac{p\bar{\Gamma}}{2\pi\lambda}z + f(\xi, \zeta), \tag{1}$$

où

$$\zeta = 0 - \frac{z}{\lambda}, \qquad \bar{\Gamma} = \frac{2}{1-\xi_0^2}\int_{\xi_0}^{1}\Gamma(\xi)\xi\,d\xi, \qquad \Gamma(\xi) = 2(\varphi)_{\zeta=0} = 2(f)_{\zeta=0},$$

f étant un potentiel hélicoïdal ayant les mêmes discontinuités et les propriétés de symétrie des potentiels de la théorie de l'hélice propulsive, avec en plus les conditions

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \xi}\right)_{\xi=\xi_0} = \left(\frac{\partial f}{\partial \xi}\right)_{\xi=1} = 0. \tag{2}$$

2. Il est aisé de vérifier que les relations de réciprocité et de symétrie que nous avons établies ([3]) pour les potentiels attachés au fonctionnement des hélices aériennes sont encore valables pour les potentiels des machines axiales; en effet, la présence des parois de la veine et du capotage n'entraîne aucun terme complémentaire lorsque l'on applique la formule de Green à deux potentiels f et F, du fait des conditions (2); d'autre part l'équation du fonctionnement aérodynamique des pales

$$2f = kl\sqrt{\lambda^2+\xi^2}\left[i(\xi) - \frac{1}{2\lambda\xi}\frac{\partial f}{\partial \zeta} + \frac{p\bar{\Gamma}}{4\pi\lambda}\frac{\xi}{\lambda^2+\xi^2}\right]$$

permet encore d'éliminer les dérivées $\partial f/\partial \zeta$, si bien qu'on est conduit à la relation

$$\int_{\xi_0}^{1}(\lambda^2+\xi^2)(\mathrm{F}i - fI)\,d\xi = 0,$$

valable pour deux machines axiales pour une même valeur de p et de λ, à condition que leurs pales aient même forme en plan (sinon il subsiste un second terme).

3. On en déduit alors pour f les propriétés de symétrie qui permettent de conduire les calculs d'optimum; le problème se présente ici de la façon suivante : les coefficients de puissance et de traction étant donnés par les formules

$$\begin{cases} C_Q = 2p\displaystyle\int_{\xi_0}^{1}\left(\lambda + V - \frac{p\bar{\Gamma}}{4\pi\lambda}\right)\Gamma\xi\,d\xi + C'_Q & \left(V = \dfrac{\partial f}{\partial z}\right), \\ C_T = 2p\displaystyle\int_{\xi_0}^{1}(\xi + U)\Gamma\,d\xi + C'_T & \left(U = \dfrac{1}{\xi}\dfrac{\partial f}{\partial \theta}\right), \end{cases} \tag{3}$$

([3]) *Comptes rendus*, 219, 1944, p. 151.

on cherche, pour une valeur imposée de C_Q (c'est-à-dire en fait de l'intégrale $\bar{\Gamma}$), la perte d'énergie induite minimum. La solution de ce problème isopérimétrique est la même que pour l'hélice aérienne; on obtient

$$(4) \qquad V = \theta \frac{\xi^2}{\lambda^2 + \xi^2} \qquad (\theta \text{ const.}).$$

Le potentiel hélicoïdal lié à une machine axiale induit les mêmes vitesses que l'hélice optimum au même fonctionnement λ, la vitesse axiale étant compensée dans son ensemble par la vitesse de contre-souffle dérivant du terme en z.

4. On est donc ramené, pour déterminer les répartitions de circulations optimum, à un problème de potentiel avec conditions de Neumann sur les pales, justiciable du *calculateur d'hélices* modifié pour le calcul des ventilateurs; on peut également obtenir une solution numérique au moyen des développements analogues à ceux de Goldstein

$$(5) \qquad f = \frac{16\lambda\theta}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{u_\nu(\nu t)}{(2m+1)^2} \cos \nu\zeta,$$

où $\nu = (2m+1)(p/2)$, $t = \nu\xi/\lambda$, et où $u_\nu(t)$ est la solution de l'équation

$$t^2 u''_\nu + t u'_\nu - (\nu^2 + t^2) u_\nu = -t^2,$$

qui présente une tangente horizontale pour $\xi = \xi_0$ et $\xi = 1$.

5. Si nous posons alors, f étant déterminé ci-dessus,

$$\Gamma = 2f = \frac{4\pi\lambda}{p} \theta \, \Gamma^*(\xi, \lambda; \xi_0; p),$$

les formules (3) conduisent aux expressions

$$\begin{cases} C_Q - C_Q^f = 4\pi\lambda^2(1-\xi_0^2)\theta\bar{\Gamma}^* + 8\pi\theta^2\lambda \left[\dfrac{1-\xi_0^2}{2} \Gamma^*(1-\Gamma^*) - \lambda^2 \displaystyle\int_{\xi_0}^{1} \frac{\Gamma^* \xi \, d\xi}{\lambda^2 + \xi^2} \right], \\ C_T + C_T^f = 4\pi\lambda(1-\xi_0^2)\theta\bar{\Gamma}^* - 8\pi\lambda^2\theta^2 \displaystyle\int_{\xi_0}^{1} \frac{\Gamma^* \xi \, d\xi}{\lambda^2 + \xi^2}, \end{cases}$$

qui donnent la solution des problèmes d'adaptation, la première équation déterminant θ d'une manière unique; l'angle induit a la valeur

$$(6) \qquad \delta i = \theta(1 - \Gamma^*) \frac{\xi}{\lambda^2 + \xi^2}.$$

6. A titre d'indication, nous comparons un tel ventilateur à circulation variable à celui qu'on obtient par une adaptation classique à circulation constante, pour les valeurs

$$C_Q = 0{,}080, \qquad \lambda = 0{,}2, \qquad \xi_0 = 0{,}5.$$

A circulation constante, le rendement global est de 79,8 %, indépendamment

du nombre de pales; le ventilateur optimum à six pales a un rendement global de 85 %. Ce gain serait encore plus conséquent dans le cas d'un capotage plus réduit, l'angle induit (6) tendant vers zéro avec ξ alors que dans la théorie ordinaire, l'angle induit croît indéfiniment quand on approche de l'axe. Si l'on considère les facilités de calcul des développements (5), ou la pratique encore plus aisée du calculateur d'hélices, on voit tout l'intérêt que présentent les répartitions à circulation variable.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur les systèmes d'équations aux dérivées partielles linéaires et du premier ordre, à quatre variables, invariants dans toute transformation de Lorentz.* Note (¹) de M. **Robert Potier**.

Appelons ξ_1, ξ_2; ξ_0, ξ_{12} les composantes d'un spineur de l'espace à quatre dimensions de la relativité restreinte, conformément aux notations introduites par M. Cartan dans ses *Leçons sur la théorie des spineurs* (Paris, 1938).

Nous noterons $\Psi^{(p\,q)}$ (composantes $\Psi^{p}_{r}{}^{q}_{s}$ et $\Psi^{q}_{s}{}^{p}_{r}$, avec $0 \leqq r \leqq p$; $0 \leqq s \leqq q$) une représentation linéaire du groupe des rotations et retournements de Lorentz, définie comme suit :

$$\Psi^{p}_{r}{}^{q}_{s} \quad \text{se transforme comme} \quad \xi_1^{p-r}\xi_2^{r}\xi_0^{q-s}\xi_{12}^{s},$$

$\Psi_+^{(p\,p)}$ sera la représentation linéaire dont les composantes $\Psi_+{}^{p}_{r}{}^{p}_{s}$ $(0 \leqq {}^{r}_{s} \leqq p)$ se transforment comme $\xi_1^{p-r}\xi_2^{r}\xi_0^{p-s}\xi_{12}^{s}$ dans toute transformation de Lorentz.

$\Psi_-^{(p\,p)}$ sera une représentation linéaire dont les composantes $\Psi_-{}^{p}_{r}{}^{p}_{s}$ se transformeront comme celles de $\Psi_+^{(p\,p)}$ par une rotation de Lorentz, et subiront un changement de signe superposé à la substitution linéaire qui agit sur les $\Psi_+{}^{p}_{r}{}^{p}_{s}$, quand le repère subira un retournement.

Cela étant, considérons le vecteur covariant X_1; $X_{1'}$; X_2; $X_{2'}$, défini par

$$X_i = \frac{\partial}{\partial x^i} + \lambda U_i \qquad (i = 1,\ 1',\ 2,\ 2')$$

(U_1; $U_{1'}$, U_2; $U_{2'}$ est un vecteur potentiel covariant); x^1; $x^{1'}$, x^2; $x^{2'}$ sont définis comme dans l'ouvrage de M. Cartan déjà cité, à partir des coordonnées usuelles x, y, z, t: $x^1 = x + iy$, $x^{1'} = x - iy$, $x^2 = x + ct$, $x^{2'} = x - ct$).

Introduisons maintenant une famille d'opérateurs A, agissant sur les Ψ, conformément aux définitions ci-dessous :

$\underline{A^{[\underline{p}\ \underline{q}]}}$ fera correspondre à un spineur $\Psi^{(p\,q)}$ un spineur $\chi^{(p-1\,q-1)}$, selon les formules

$$\chi^{p-1}_{r}{}^{q-1}_{s} = \left(A^{\underline{p}\ \underline{q}}\Psi^{p\ q}\right)_{rs} = -X_{2'}\Psi^{p}_{r+1}{}^{q}_{s+1} - X_1\Psi^{p}_{r+1}{}^{q}_{s} - X_{1'}\Psi^{p}_{r}{}^{q}_{s+1} + X_2\Psi^{p}_{r}{}^{q}_{s},$$

$$\chi^{q-1}_{r}{}^{p-1}_{s} = \left(A^{\underline{q}\ \underline{p}}\Psi^{q\ p}\right)_{rs} = -X_{2'}\Psi^{q}_{r+1}{}^{p}_{s+1} - X_1\Psi^{q}_{r+1}{}^{p}_{s} - X_{1'}\Psi^{q}_{r}{}^{p}_{s+1} + X_2\Psi^{q}_{r}{}^{p}_{s},$$

(¹) Séance du 19 novembre 1945.

$\underline{A^{[\overset{p}{+}\ \overset{q}{+}]}}$ se définit par

$$\left(A^{\overset{p}{+}\ \overset{q}{+}}\Psi^{p\ q}\right)_{rs}=\frac{1}{(p+1)(q+1)}\Big[-X_{2'}(p+1-r)(q+1-s)\Psi^{p}_{r}{}^{q}_{s}+X_2 rs\Psi^{p}_{r-1}{}^{q}_{s-1}$$
$$+X_1(p+1-r)s\Psi^{p}_{r}{}^{q}_{s-1}+X_{1'}r(q+1-s)\Psi^{p}_{r-1}{}^{q}_{s}\Big],$$

$\left(A^{\overset{q}{+}\ \overset{p}{+}}\Psi^{qp}\right)_{rs}$ s'obtient par permutation de p et q.

$\underline{A^{[\overset{p}{-}\ \overset{q}{+}]}}$ se définit pour $p\neq q$ et $p\neq q\pm 2$ par

$$\left(A^{\overset{p}{-}\ \overset{q}{+}}\Psi^{p\ q}\right)_{rs}=\frac{1}{q+1}\Big[-X_{2'}(q-s+1)\Psi^{p}_{r+1}{}^{q}_{s}+X_1 s\Psi^{p}_{r+1}{}^{q}_{s-1}$$
$$-X_2 s\Psi^{p}_{r}{}^{q}_{s-1}-X_{1'}(q-s+1)\Psi^{p}_{r}{}^{q}_{s}\Big],$$
$$\left(A^{\overset{q}{+}\ \overset{p}{-}}\Psi^{q\ p}\right)_{rs}=-\frac{1}{q+1}\Big[-X_{2'}(q-r+1)\Psi^{q}_{r}{}^{p}_{s+1}+X_{1'}r\Psi^{q}_{r-1}{}^{p}_{s+1}$$
$$-X_2 r\Psi^{q}_{r-1}{}^{p}_{s}-X_1(q-r-1)\Psi^{q}_{r}{}^{p}_{s}\Big].$$

Si $p=q$, on introduit les opérateurs

$\underline{A_{+}^{[\overset{p}{-}\ \overset{p}{+}]}}$ défini par

$$\chi^{p-1}_{r}{}^{p+1}_{s}=\left(A_{+}^{\overset{p}{-}\ \overset{p}{+}}\Psi_{+}^{p\ p}\right)_{rs}=\frac{1}{p+1}\Big[-X_{2'}(p-s+1)\Psi_{+}{}^{p}_{r+1}{}^{p}_{s}+X_1 s\Psi_{+}{}^{p}_{r+1}{}^{p}_{s-1}$$
$$-X_{1'}(p-s+1)\Psi_{+}{}^{p}_{r}{}^{p}_{s}-X_2 s\Psi_{+}{}^{p}_{r}{}^{p}_{s-1}\Big],$$
$$\chi^{p+1}_{r}{}^{p-1}_{s}=\left(A_{+}^{\overset{p}{+}\ \overset{p}{-}}\Psi_{+}^{p\ p}\right)_{rs}=-\frac{1}{p+1}\Big[-X_{2'}(p-r+1)\Psi_{+}{}^{p}_{r}{}^{p}_{s+1}+X_{1'}r\Psi_{+}{}^{p}_{r-1}{}^{p}_{s+1}$$
$$-X_1(p-r+1)\Psi_{+}{}^{p}_{r}{}^{p}_{s}-X_2 r\Psi_{+}{}^{p}_{r-1}{}^{p}_{s}\Big].$$

$\underline{A_{-}^{[\overset{p}{-}\ \overset{p}{+}]}}$

$$\left(A_{-}^{\overset{p}{-}\ \overset{p}{+}}\Psi_{-}^{p\ p}\right)_{rs}=\frac{1}{p+1}\Big[-X_{2'}(p-s+1)\Psi_{-}{}^{p}_{r+1}{}^{p}_{s}+X_1 s\Psi_{-}{}^{p}_{r+1}{}^{p}_{s-1}$$
$$-X_{1'}(p-s+1)\Psi_{-}{}^{p}_{r}{}^{p}_{s}-X_2 s\Psi_{-}{}^{p}_{r}{}^{p}_{s-1}\Big],$$
$$\left(A_{-}^{\overset{p}{+}\ \overset{p}{-}}\Psi_{-}^{p\ p}\right)_{rs}=\frac{1}{p+1}\Big[-X_{2'}(p-r+1)\Psi_{-}{}^{p}_{r}{}^{p}_{s+1}+X_{1'}r\Psi_{-}{}^{p}_{r-1}{}^{p}_{s+1}$$
$$-X_1(p-r+1)\Psi_{-}{}^{p}_{r}{}^{p}_{s}-X_2 r\Psi_{-}{}^{p}_{r-1}{}^{p}_{s}\Big].$$

Si $q=p+2$, on peut définir $\underline{A_{\mp}^{[\overset{p}{+}\ \overset{p+2}{-}]}}$ par

$$\left(A_{\mp}^{[\overset{p}{+}\ \overset{p+2}{-}]}\Psi^{(p\ p+2)}\right)_{rs}=\frac{1}{p+1}\Big\{-X_{2'}(p+1-r)\Psi^{p}_{r}{}^{p+2}_{s+1}+X_{1'}r\Psi^{p}_{r-1}{}^{p+2}_{s+1}$$
$$-X_1(p+1-r)\Psi^{p}_{r}{}^{p+2}_{s}-X_2 r\Psi^{p}_{r-1}{}^{p+2}_{s}$$
$$\pm\Big[-X_{2'}(p+1-s)\Psi^{p+2}_{r+1}{}^{p}_{s}+X_1 s\Psi^{p+2}_{r+1}{}^{p}_{s-1}$$
$$-X_{1'}(p+1-s)\Psi^{p+2}_{r}{}^{p}_{s}-X_2 s\Psi^{p+2}_{r}{}^{p}_{s-1}\Big]\Big\}.$$

A partir de ces opérateurs, nous allons former divers systèmes d'équations aux dérivées partielles linéaires, du premier ordre.

Donnons-nous deux nombres p et q entiers, positifs ou nuls.

Premier cas. $p\neq q$ et $p\neq q\pm 2$. — Nous formerons le système d'équations symbolisé par

$$(1)\quad a_{(\bar{p}\ \bar{q})}A^{[\overset{p-1}{+}\ \overset{q-1}{+}]}\Psi^{(p-1\ q-1)}+a_{(\overset{+}{p}\ \overset{+}{q})}A^{[\overset{p+1}{-}\ \overset{q+1}{-}]}\Psi^{(p+1\ q+1)}$$
$$+a_{(\overset{+}{p}\ \bar{q})}A^{[\overset{p+1}{-}\ \overset{q-1}{+}]}\Psi^{(p+1\ q-1)}+a_{(\bar{p}\ \overset{+}{q})}A^{[\overset{p-1}{+}\ \overset{q+1}{-}]}\Psi^{(p-1\ q+1)}+b_{(p\ q)}\Psi^{(p\ q)}=0.$$

les a et b étant des quantités scalaires complexes.

Deuxième cas. $p = q$. — Nous écrirons

$$(2)\quad a_{\mp(\overset{-}{p}\,\overset{-}{p})} A^{[p\mp1\ \ p\mp1]}\Psi_{\mp}^{(p-1\ p-1)} + a_{\mp(\overset{+}{p}\,\overset{+}{p})} A^{[p\pm1\ \ p\pm1]}\Psi_{\mp}^{(p+1\ p+1)} + a_{\mp(\overset{-}{p}\,\overset{+}{p})} A_{\mp}^{[p\mp1\ \ p\pm1]}\Psi^{(p-1\ p+1)} + b_{\mp(p\ p)}\Psi_{\mp}^{(p\ p)} = 0.$$

Troisième cas. $q = p + 2$ (par exemple). — Nous écrirons

$$(3)\quad a_{(\overset{-}{p}\ \overset{-}{p+2})} A^{[p\mp1\ \ p{+\atop +}1]}\Psi^{(p-1\ p+1)} + a_{(\overset{+}{p}\ \overset{+}{p+2})} A^{[p\pm1\ \ p\pm3]}\Psi^{(p+1\ p+3)} + a_{+(\overset{+}{p}\ \overset{-}{p+2})} A_{+}^{[p\pm1\ \ p{+\atop +}1]}\Psi_{+}^{(p+1\ p+1)} + a_{-(\overset{+}{p}\ \overset{+}{p+2})} A_{-}^{[p\pm1\ \ p{+\atop +}1]}\Psi_{-}^{(p+1\ p+1)} + a_{(\overset{-}{p}\ \overset{+}{p+2})} A^{[p\mp1\ \ p\pm3]}\Psi^{(p-1\ p+3)} + b_{(p\ p+2)}\Psi^{(p\ p+2)} = 0.$$

On peut montrer que les systèmes (1), (2) et (3) sont bien invariants par toute transformation de Lorentz, et établir le théorème suivant :

Théorème. — *Tout système d'équations aux dérivées partielles à 4 variables, linéaires et du premier ordre, invariant par les rotations et retournements de Lorentz, se laisse complètement décomposer en sous-systèmes tels que* (1), (2) *et* (3).

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur les relations entre densités de valeurs moyennes déduites de l'équation d'ondes de l'électron de Dirac.* Note [1] de M. **Gérard Petiau.**

Nous avons montré [2] que l'introduction d'une cinquième coordonnée dans l'équation d'ondes de l'électron de Dirac permettait de simplifier les relations entre densités de valeurs moyennes déduites de la relation de Pauli liant deux systèmes de matrices de Dirac. Nous nous proposons ici d'utiliser cette méthode pour unifier les relations entre densités de valeurs moyennes déduites de l'équation d'ondes de Dirac et pour en obtenir de nouvelles.

Nous écrivons l'équation d'ondes de l'électron de Dirac dans un champ électromagnétique extérieur de potentiel A_4, A_p, sous la forme

$$(1)\quad \left\{\left(\frac{h}{2\pi i}\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{e}{c}A_4\right) + \sum_{p=1,2,3}\left(-\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial}{\partial x^p} - \frac{e}{c}A_p\right)\alpha_p + \left(-\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial}{\partial x^5} - \frac{e}{c}A_5\right)\alpha_5 + m_0 c\,\alpha_4\right\}\psi = 0,$$

avec

$$\frac{\partial}{\partial x^5}\psi = 0.$$

Nous posons $ct = x^4$, $\alpha = 1, 2, 3, 4, 5$, $(\partial/\partial x^\alpha)\psi = \psi_\alpha$, $(\partial/\partial x^\alpha)\psi^* = \psi^*_\alpha$.

(1) Séance du 11 mars 1946.

(2) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 482.

Nous représentons par u_0, u_α, $u_{\alpha\beta}$ les opérateurs matrices

$$u_0 = \alpha_4; \qquad u_\alpha : \quad u_4 = \alpha_0 = 1, \qquad u_p = \alpha_p, \qquad u_5 = \alpha_5 = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4;$$

$$u_{\alpha\beta} : \quad u_{pq} = i\alpha_p \alpha_q \alpha_4, \qquad u_{4p} = i\alpha_p \alpha_4; \qquad u_{45} = i\alpha_5 \alpha_4 = i\alpha_p \alpha_q \alpha_r,$$

$$u_{p5} = i\alpha_p \alpha_5 \alpha_4 = i\alpha_q \alpha_r.$$

Nous introduisons la métrique

$$g_{44} = +1, \qquad g_{pp} = g_{55} = -1, \qquad g_{4p} = g_{pq} = g_{45} = g_{p5} = 0.$$

Au moyen des opérateurs-matrices u_A ($A = 0, \alpha, \alpha\beta$), nous construisons les densités de valeurs moyennes f_A

$$\omega_1 = \psi^\star u_0 \psi; \qquad j_\alpha = \psi^\star u_\alpha \psi; \qquad f_{\alpha\beta} = \psi^\star u_{\alpha\beta} \psi,$$

et les densités de valeurs moyennes différentielles

$$T_{\alpha;A} = \frac{h}{2\pi i}[\psi^\star_\alpha u_A \psi - \psi^\star u_A \psi_\alpha],$$

$$T_{[\alpha\beta];A} = -T_{[\alpha\beta];A} = \frac{h^2}{4\pi^2 i}[\psi^\star_\alpha u_A \psi_\beta - \psi^\star_\beta u_A \psi_\alpha],$$

$$T_{(\alpha\beta);A} = T_{(\alpha\beta);A} = \frac{h^2}{4\pi^2}[\psi^\star_\alpha u_A \psi_\beta + \psi^\star_\beta u_A \psi_\alpha];$$

$$\mathfrak{T}_{\alpha;A} = T_{\alpha;A} - \frac{2e}{c} A_\alpha f_A,$$

$$\mathfrak{T}_{[\alpha\beta];A} = T_{[\alpha\beta];A} + \frac{e}{c}\frac{h}{2\pi}[A_\alpha \partial_\beta f_A - A_\beta \partial_\alpha f_A],$$

$$\mathfrak{T}_{(\alpha\beta);A} = T_{(\alpha\beta);A} - \frac{e}{c}[A_\alpha T_{\beta;A} + A_\beta T_{\alpha;A}] + \frac{2e^2}{c^2} A_\alpha A_\beta f_A.$$

L'équation (1) et sa conjuguée s'écrivent alors

$$u^\alpha \psi_\alpha + \frac{2\pi i}{h} m_0 c\, u_0 \psi + \frac{2\pi i}{h}\frac{e}{c} A_\alpha u^\alpha \psi = 0,$$

$$\psi^\star_\alpha u^\alpha - \frac{2\pi i}{h} m_0 c \psi^\star u_0 - \frac{2\pi i}{h}\frac{e}{c}\psi^\star u^\alpha A_\alpha = 0.$$

Par multiplication par u_0, u_α, $u_{\alpha\beta}$ et combinaisons, on obtient les relations

$$\partial_\alpha j^\alpha = 0;$$

$$\mathfrak{T}_{\alpha;}{}^{\alpha} - 2m_0 c\,\omega_1 = T_{\alpha;}{}^{\alpha} - 2m_0 c\,\omega_1 - \frac{2e}{c} A_\alpha j^\alpha = 0,$$

$$\mathfrak{T}^{\alpha}{}_{;\alpha\beta} - \frac{h}{2\pi}\partial_\beta \omega_1 = T^{\alpha}{}_{;\alpha\beta} - \frac{h}{2\pi}\partial_\beta \omega_1 - \frac{2e}{c} A^\alpha f_{\alpha\beta} = 0,$$

$$\mathfrak{T}_{\beta;0} + \frac{h}{2\pi}\partial^\alpha f_{\alpha\beta} - 2m_0 c j_\beta = T_{\beta;0} + \frac{h}{2\pi}\partial^\alpha f_{\alpha\beta} - 2m_0 c j_\beta - \frac{2e}{c} A_\beta \omega_1 = 0;$$

$$\mathfrak{T}_{\alpha;\beta} - \mathfrak{T}_{\beta;\alpha} + \frac{h}{2\pi}\partial^\gamma{}_{\alpha\beta\gamma} = T_{\alpha;\beta} - T_{\beta;\alpha} + \frac{h}{2\pi}\partial^\gamma f_{\alpha\beta\gamma} - \frac{2e}{c}[A_\alpha j_\beta - A_\beta j_\alpha] = 0,$$

$$\mathfrak{T}^{\gamma}{}_{;\alpha\beta\gamma} - \frac{h}{2\pi}[\partial_\alpha j_\beta - \partial_\beta j_\alpha] - 2m_0 c f_{\alpha\beta}$$

$$= T^{\gamma}{}_{;\alpha\beta\gamma} - \frac{h}{2\pi}[\partial_\alpha j_\beta - \partial_\beta j_\alpha] - 2m_0 c f_{\alpha\beta} - \frac{2e}{c} A^\gamma f_{\alpha\beta\gamma} = 0.$$

Ces six relations rassemblent les dix relations étudiées par M. Costa de Beauregard [2].

Par le même procédé, nous obtenons les six relations nouvelles.

$$\mathfrak{T}_{(\alpha\beta);}{}^{\beta} - m_0 c \mathfrak{T}_{\alpha;0} = \mathrm{T}_{(\alpha\beta);}{}^{\beta} - m_0 c \mathrm{T}_{\alpha;0} - \frac{e}{c} \mathrm{A}_\beta \mathrm{T}_{\alpha;}{}^{\beta} = 0,$$

$$\mathfrak{T}_{[\alpha\beta];}{}^{\beta} + m_0 c \frac{h}{2\pi}(\partial_\alpha \omega_1) = \mathrm{T}_{[\alpha\beta];}{}^{\beta} + m_0 c \frac{h}{2\pi}(\partial_\alpha \omega_1) + \frac{e}{c} \mathrm{A}_\beta (\partial_\alpha j^\beta) = 0,$$

$$\mathfrak{T}_{(\alpha}{}^{\gamma)}{}_{;\gamma\beta} - \mathfrak{T}_{[\alpha\beta];0} - m_0 c \frac{h}{2\pi}(\partial_\alpha j_\beta)$$
$$= \mathrm{T}_{(\alpha}{}^{\gamma)}{}_{;\gamma\beta} - \mathrm{T}_{[\alpha\beta];0} - m_0 c \frac{h}{2\pi}(\partial_\alpha j_\beta) - \frac{e}{c} \mathrm{A}^\gamma \mathrm{T}_{\alpha;\gamma\beta} - \frac{e}{c}\frac{h}{2\pi} \mathrm{A}_\beta (\partial_\alpha \omega_1) = 0,$$

$$\mathfrak{T}_{[\alpha}{}^{\gamma]}{}_{;\gamma\beta} + \mathfrak{T}_{(\alpha\beta);0} - m_0 c \mathfrak{T}_{\alpha;\beta}$$
$$= \mathrm{T}_{[\alpha}{}^{\gamma]}{}_{;\gamma\beta} + \mathrm{T}_{(\alpha\beta);0} - m_0 c \mathrm{T}_{\alpha;\beta} - \frac{e}{c} \mathrm{A}_\beta \mathrm{T}_{\alpha;0} - \frac{e}{c}\frac{h}{2\pi} \mathrm{A}^\gamma (\partial_\alpha f_{\gamma\beta}) = 0,$$

$$\mathfrak{T}_{(\gamma\alpha);\beta} - \mathfrak{T}_{(\gamma\beta);\alpha} - \mathfrak{T}^{[\sigma}{}_{\gamma];\alpha\beta\sigma} + m_0 c \frac{h}{2\pi}(\partial_\gamma f_{\alpha\beta})$$
$$= \mathrm{T}_{(\gamma\alpha);\beta} - \mathrm{T}_{(\gamma\beta);\alpha} - \mathrm{T}^{[\sigma}{}_{\gamma];\alpha\beta\sigma} + m_0 c \frac{h}{2\pi}(\partial_\gamma f_{\alpha\beta})$$
$$- \frac{e}{c}[\mathrm{A}_\alpha \mathrm{T}_{\gamma;\beta} - \mathrm{A}_\beta \mathrm{T}_{\gamma,\alpha}] + \frac{e}{c}\frac{h}{2\pi} \mathrm{A}^\sigma (\partial_\gamma f_{\alpha\beta\sigma}) = 0,$$

$$\mathfrak{T}_{[\gamma\alpha];\beta} - \mathfrak{T}_{[\gamma\beta];\alpha} - \mathfrak{T}_{(\gamma}{}^{\sigma)}{}_{;\alpha\beta\sigma} + m_0 c \mathfrak{T}_{\gamma;\alpha\beta} = \mathrm{T}_{[\gamma\alpha];\beta} - \mathrm{T}_{[\gamma\beta];\alpha} - \mathrm{T}_{(\gamma}{}^{\sigma)}{}_{;\alpha\beta\sigma} + m_0 c \mathrm{T}_{\gamma;\alpha\beta}$$
$$+ \frac{e}{c}\frac{h}{2\pi}[\mathrm{A}_\alpha(\partial_\gamma j_\beta) - \mathrm{A}_\beta(\partial_\gamma j_\beta)] + \frac{e}{c} \mathrm{A}^\sigma \mathrm{T}_{\gamma,\alpha\beta\sigma} = 0.$$

PHYSIQUE INDUSTRIELLE. — *Sur la variation, avec l'excès d'air admis dans un foyer de chaudière, de la chaleur transmise à l'eau.* Note [1] de M. **Adrien Mondiez**, présentée par M. Joseph Pérès.

Considérons, pour simplifier, un foyer sans pertes comme l'est celui d'une chaudière à foyer intérieur. La chaleur Q transmise à l'eau dans l'unité de temps est la somme de la chaleur rayonnée par le combustible incandescent et de la chaleur transmise par la convection des gaz à la tôle. Elle s'écrit donc

$$(1) \qquad Q = r\,\mathrm{G}(\mathrm{T}^4 - \Theta^4) + \mathrm{PC}_1(\mathrm{T} - \Theta)\left(1 - e^{-\frac{q\mathrm{S}}{\mathrm{PC}_1}}\right),$$

où G est la surface du combustible incandescent prise égale à celle de la grille; S la surface de chauffe; r un coefficient caractérisant le rayonnement réciproque du combustible incandescent et de la surface de chauffe directe; T la température absolue du foyer, supposée la même pour la surface du combustible incandescent et les gaz qui en sortent; Θ la température absolue de l'eau, supposée constante quand on fait varier l'excès d'air et qui est aussi, à très peu près, celle de la face de la tôle exposée au rayonnement et à la convection; P le débit des gaz

(2) *Thèse*, Paris, 1943, p. 70, relations (61).

(1) Séance du 11 mars 1946.

de la combustion qui, si p est l'activité de la combustion en poids de combustible brûlé par unité de surface de grille et par unité de temps, par A le poids d'air admis par unité de poids du combustible, est donné par l'égalité $P = pG(1 + A)$; C_1 la chaleur spécifique moyenne, entre T et la température à laquelle ils quittent la chaudière, des gaz permanents résultant de la combustion; q le coefficient de transmission moyen de la chaleur le long de la surface S entre les gaz et l'eau.

De son côté, en supposant que l'air entre dans le foyer à 0°C. ou 273°K. et que l'enthalpie des gaz soit prise nulle à cette température, la température T du foyer est donnée par l'équation.

$$(2) \qquad rG(T^4 - \Theta^4) + PC_2(T - 273) - pGN = 0,$$

où N est le pouvoir calorifique inférieur du combustible et C_2 la chaleur spécifique moyenne des gaz de la combustion entre 273°K. et T, légèrement inférieure à C_1.

En considérant T comme fonction de A seul et en la dérivant par rapport à cette variable, cette seconde équation montre que T décroît quand A croît, c'est-à-dire lorsque l'excès d'air augmente. On en conclut souvent, sans autre démonstration, que Q diminue en même temps. Or, si c'est évident pour son premier terme, ce ne l'est pas du tout pour le second, produit de facteurs variant en sens inverses et qui se révèle, d'ailleurs, pour des cas très courants, comme croissant en même temps que A jusqu'à une certaine valeur de ce dernier, pour ne décroître qu'ensuite.

L'objet de la présente Communication est, précisément, de démontrer que Q décroît constamment lorsque l'excès d'air augmente.

Pour cela, en combinant (1) et (2), on peut mettre Q sous la forme

$$(3) \qquad Q = pGN - \left[1 - \frac{C_1}{C_2}\,\frac{T - \Theta}{T - 273}\left(1 - e^{-\frac{qS}{PC_1}}\right)\right][pGN - rG(T^4 - \Theta^4)].$$

Le premier crochet est positif parce que qS/PC_1 l'est, que $273 < \Theta < T$ et que, si C_1/C_2 est supérieur à l'unité, c'est de si peu que ceci ne saurait empêcher le produit dans lequel il figure d'être inférieur à 1.

Par suite de la double inégalité précédente, $(T - \Theta)/(T - 273)$ décroît quand T diminue, c'est-à-dire quand A augmente.

Dans la transmission par des gaz permanents à l'eau à travers la tôle d'une chaudière, q peut être remplacé sans erreur décelable par le coefficient de convection moyen α des gaz à la tôle le long de S. Or, quelle que soit la formule, ancienne ou moderne, qui permette de choisir α, on constate que, lorsque A croît et avec lui P, le quotient α/PC_1 diminue ou demeure constant et que, par suite, la parenthèse du premier crochet diminue ou reste constante.

Quant au rapport C_1/C_2, son examen des cas courants montre qu'il augmente, mais si lentement, par suite de la variation très lente de la chaleur

spécifique avec la température, que ceci ne saurait empêcher la décroissance du produit dont il fait partie quand A augmente.

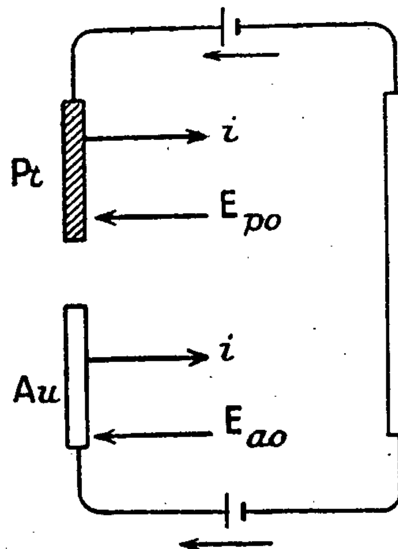
Il résulte de ce qui précède que le premier crochet croît avec A.

Le second, qui est positif comme le montre (2), croît aussi avec A, mais beaucoup plus rapidement, à cause de son terme en T^4, que le premier; de sorte que, si ce dernier pouvait par extraordinaire changer de sens de variation par suite de la croissance de C_1/C_2, il ne saurait décroître que plus lentement que C_1/C_2 ne croît, c'est-à-dire sans rien changer au sens de variation du produit des deux crochets, qui ne peut que croître, ce qui entraîne la décroissance de Q avec A.

Donc, lorsque l'excès d'air admis dans un foyer augmente, la chaleur transmise à la chaudière et, par suite, la quantité de vapeur produite à la température Θ diminuent.

ÉLECTROCHIMIE. — *La* surtension *et la* soustension *en électrolyse. Cas de l'oxygène.* Note (1) de M. **Vasilesco Karpen.**

Considérons un double voltamètre formé de deux anodes, Pt en platine platiné, Au en *or*, ayant une cathode commune et plongées dans une solution diluée d'acide sulfurique, contenant de l'oxygène à la pression atmosphérique, correspondant à la concentration moléculaire $\mathcal{C}_0$.



Aussitôt introduit dans l'électrolyte, le platine platiné attire les molécules d'oxygène et se couvre d'une couche de concentration en oxygène $\mathcal{C}_{p0}$ bien supérieure à $\mathcal{C}_0$. La cathode *or* attirant moins les molécules d'oxygène, la concentration à sa surface sera $\mathcal{C}_{a0} < \mathcal{C}_{p0}$.

Relions les anodes Pt, Au à la cathode commune par des forces électromotrices que nous ferons varier jusqu'à ce que le courant traversant chaque anode soit le même, *i*. Les anodes se polariseront, les concentrations d'oxygène à leurs surfaces augmenteront de la même quantité $\mathcal{C}$, devenant $\mathcal{C}_{p0} + \mathcal{C}$,

(1) Séance du 12 avril 1944.

$\mathcal{C}_{a0}+\mathcal{C}$. Si les concentrations en électrons correspondant à $\mathcal{C}_{p0}$, $\mathcal{C}_{a0}$, $\mathcal{C}$, sont $\mathcal{E}'_{p0}$, $\mathcal{E}'_{a0}$, $\mathcal{E}''_{0}$, l'on a (²)

$$\mathcal{C}_{p0}.\mathcal{E}'^{4}_{p0}=\mathcal{C}_{a0}\mathcal{E}'^{4}_{a0}=\mathcal{C}\mathcal{E}''^{4}_{0}=\mathrm{K}$$

(du moins pour les faibles concentrations) et les concentrations en électrons à la surface des anodes Pt et Au seront

$$\left(\frac{\mathrm{K}}{\mathcal{C}_{p0}+\mathcal{C}}\right)^{\frac{1}{4}}=\frac{\mathcal{E}'_{p0}.\mathcal{E}''_{0}}{(\mathcal{E}'^{4}_{p0}+\mathcal{E}''^{4}_{0})^{\frac{1}{4}}},\qquad \left(\frac{\mathrm{K}}{\mathcal{C}_{a0}+\mathcal{C}}\right)^{\frac{1}{4}}=\frac{\mathcal{E}'_{a0}.\mathcal{E}''_{0}}{(\mathcal{E}'^{4}_{a0}+\mathcal{E}''^{4}_{0})^{\frac{1}{4}}}.$$

Les forces électromotrices entre les anodes Pt, Au, et l'électrolyte, établies comme pour l'hydrogène [voir notre Note (³)], seront donc

$$\mathrm{E}_{p0}=-l+\mathrm{RT}\left[\log\frac{\mathcal{E}(\mathcal{E}'^{4}_{p0}+\mathcal{E}''^{4}_{0})^{\frac{1}{4}}}{\mathcal{E}'_{p0}.\mathcal{E}''_{0}}+\alpha_{p0}\log\frac{\mathcal{E}'_{p0}.\mathcal{E}''_{0}}{\mathcal{E}'_{0}(\mathcal{E}'^{4}_{p0}+\mathcal{E}''^{4}_{0})^{\frac{1}{4}}}\right],$$

$$\mathrm{E}_{a0}=-l+\mathrm{RT}\left[\log\frac{\mathcal{E}(\mathcal{E}'^{4}_{a0}+\mathcal{E}''^{4}_{0})^{\frac{1}{4}}}{\mathcal{E}'_{a0}.\mathcal{E}''_{0}}+\alpha_{a0}\log\frac{\mathcal{E}'_{a0}.\mathcal{E}''_{0}}{\mathcal{E}'_{0}(\mathcal{E}'^{4}_{a0}+\mathcal{E}''^{4}_{0})^{\frac{1}{4}}}\right].$$

La *surtension* de l'or pour l'oxygène, définie comme pour l'hydrogène, est la différence de potentiel entre les deux anodes, $\mathrm{S}_{a0}=\mathrm{E}_{a0}-\mathrm{E}_{p0}$, ou

$$(1)\qquad \mathrm{S}_{a0}=\mathrm{RT}\left[(1-\alpha_{a0})\log\frac{(\mathcal{E}'^{4}_{a0}+\mathcal{E}''^{4}_{0})^{\frac{1}{4}}\mathcal{E}'_{0}}{\mathcal{E}'_{a0}.\mathcal{E}''_{0}}-(1-\alpha_{p0})\log\frac{(\mathcal{E}'^{4}_{p0}+\mathcal{E}''^{4}_{0})^{\frac{1}{4}}\mathcal{E}'_{0}}{\mathcal{E}'_{p0}.\mathcal{E}''_{0}}\right];$$

pour i presque nul, $\mathcal{C}$ est presque nul, $\mathcal{E}''$ très grand, et S_{a0} devient

$$(2)\qquad \mathrm{S}^{0}_{a0}=\mathrm{RT}\left[(1-\alpha_{a0})\log\frac{\mathcal{E}'_{0}}{\mathcal{E}'_{a0}}-(1-\alpha_{p0})\log\frac{\mathcal{E}'_{0}}{\mathcal{E}'_{p0}}\right].$$

Mais, dans ce cas ($i=0$), les deux électrodes Pt, Au, et leur électrolyte constituent la pile ayant fait l'objet de deux Communications précédentes, et dont la force électromotrice est *négative*, $\mathrm{S}_{a0}=-0,28$ volt (Pt positif).

Donc, pour un très petit courant il y a soustension; *il faut une force électromotrice plus élevée pour faire passer un pareil courant par une anode en platine platiné, que pour le faire passer par une anode en or.*

Ce phénomène de *soustension* est actuellement inexpliqué.

Tenant compte de $\mathrm{S}^{0}_{a0}=-0,28$, S_{a0} devient

$$\mathrm{S}_{a0}=\mathrm{RT}\left[(1-\alpha_{a0})\log\left(1+\frac{\mathcal{E}'^{4}_{a0}}{\mathcal{E}''^{4}_{0}}\right)^{\frac{1}{4}}-(1-\alpha_{p0})\log\left(1+\frac{\mathcal{E}'^{4}_{p0}}{\mathcal{E}''^{4}_{0}}\right)^{\frac{1}{4}}-0,28\right];$$

pour des courants allant jusqu'au dégagement visible d'oxygène, $\mathcal{E}'_{p0}$ *peut être négligé par rapport à* $\mathcal{E}''_{0}$ ($\mathcal{C}$ *par rapport à* $\mathcal{C}_{p0}$) (*c'est la cause directe, actuelle-*

(²) *Comptes rendus*, **209**, 1939, pp. 474, 790 et 988.
(³) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 541.

ment inconnue, *de la* surtension *dans le cas de l'oxygène*), il en résulte

$$S^{i}_{a0} = RT(1 - \alpha_{a0}) \log\left(1 + \frac{\mathcal{E}'^{4}_{a0}}{\mathcal{E}''^{4}_{0}}\right)^{\frac{1}{4}} - 0,28, \qquad (3)$$

pour i presque nul, $\mathcal{E}''_0$ très grand, $S^{i}_{a0} = -0,28$ volt, il y a *soustension*; lorsque i croît, S_{a0} s'annule rapidement, devient positif et continue à augmenter ainsi que cela se vérifie par les tables ([3]) donnant S^{i}_{a0} pour chaque valeur de i.

Une vérification numérique de cette formule, comme dans le cas de l'hydrogène, sera possible lorsque nous disposerons de mesures de *surtension* pour des courants compris entre 1 mA/cm² et 5 mA/cm².

ÉLECTROMÉTALLURGIE. — *Sur la préparation électrolytique des alliages fer-tungstène*. Note ([1]) de MM. **Jean-Lucien Andrieux** et **Georges Weiss**, présentée par M. Paul Lebeau.

L'un de nous a montré ([2]) qu'il est possible d'obtenir de nombreux composés binaires en utilisant les réactions secondaires qui se produisent dans l'électrolyse des sels oxygénés fondus ou des oxydes dissous dans des milieux convenables.

Nous avons appliqué cette méthode avec succès à la préparation des alliages métalliques, en utilisant des bains à base de borax fondu contenant à la fois deux oxydes en dissolution.

Les alliages du fer et du tungstène ont particulièrement retenu notre attention en raison de leur intérêt pratique et des divergences que présentent les diagrammes déjà connus ([3]). Nous avons cherché surtout à préparer directement les composés définis formés par ces deux métaux.

Dans ce but nous avons exécuté une série d'électrolyses dans lesquelles le bain était constitué par un mélange de borate et de fluorure de sodium, additionné d'oxyde ferrique et d'anhydride tungstique. Ces expériences ont été réalisées dans l'appareil que nous employons habituellement ([2]), avec une baguette en graphite servant d'anode et un creuset de charbon de cornue aggloméré fonctionnant comme cathode.

Voici les résultats obtenus dans les conditions suivantes : tension moyenne, 4 à 5 volts; durée, 1 heure, intensité moyenne, 20 amp.; densité de courant cathodique, 0,4 amp./cm².

([3]) *International Critical Tables*, 6, p. 339.

([1]) Séance du 11 mars 1946.

([2]) J.-L. Andrieux, *Thèse*, Paris, 1929; *Ann. Chimie*, 12, 1929, pp. 423-507.

([3]) *Cf.* Pascal, *Traité de Chimie Minérale*, 12, p. 564; Gmelins *Handbuch der anorganischen Chemie*, 8e édit., 59, partie A, p. 1115.

A					Rapport		
Fe_2O_3 (g).	TuO_3 (g).	Température moy. °C.	Tension moy. V.	Poids du produit (g).	mol. $\frac{F_2O_3}{TuO_3}$ dans le bain.	atom. $\frac{Fe}{Tu}$ dans le produit.	
10	30	980	4	8,6	0,48	0,4	
12	24	1000	5	8,6	0,73	0,82	
15	24	1000	4	8,7	0,88	0,98	
16	24	990	5	9,3	0,96	1,3	
15	20	1000	5	9	1,05	1,47	
20	22	1000	4	8	1,29	1,5	(*a*)
20	20	980	5	8,8	1,45	1,49	
20	18	980	4	6	1,67	1,75	
20	15	970	4	5	1,89	1,78	
20	13	980	5	5	2,22	1,95	
20	12	1000	4	3,5	2,36	2,02	(*b*)
20	10	990	5	3	2,9	2,0	
20	7	1000	5	2	4,14	2,05	
30	10	1000	5		4,35		(*c*)

A, poids d'oxydes dissous dans 100g du bain : $2B_2O_3.Na_2O + 1/2\,NaF$. — Composés définis, (*a*) Fe_3Tu_2; (*b*) Fe_2Tu; (*c*) Fer.

L'examen de ce tableau fait ressortir deux paliers correspondant aux deux composés définis de formules Fe_3Tu_2 (à 68,72 % de Tu) et Fe_2Tu (à 62,23 % de Tu). Le premier prend naissance, dans les conditions où nous avons opéré, lorsque le rapport moléculaire Fe_2O_3/TuO_3 varie de 1 à 1,45, et le second, lorsque ce même rapport est compris entre 2,22 et 4,15.

L'existence, encore discutée, du composé Fe_2Tu est ainsi confirmée et nos résultats sont en accord avec ceux de Gregg (4).

Les composés Fe_3Tu_2 et Fe_2Tu forment des cristallites en belles grappes grises d'aspect métallique. Leurs propriétés chimiques sont très voisines : ils résistent à l'action de l'acide chlorhydrique, mais sont facilement décomposés par l'eau régale, l'acide azotique et l'acide sulfurique, avec précipitation d'acide tungstique. L'eau régale fluorhydrique les dissout à froid. Les agents alcalins fondus les désagrègent lentement; avec le peroxyde de sodium l'attaque est rapide.

L'ensemble de ces résultats est un nouvel exemple de l'intérêt que présente, pour la préparation et l'étude des alliages métalliques, l'emploi des bains fondus à base de borates.

---

(4) *The Alloys of Iron and Tungsten*, Londres, 1934.

SPECTROSCOPIE. — *Contrôle de la pureté d'hydrocarbures au moyen de leurs spectres d'absorption infrarouges. Application à l'analyse des mélanges d'hydrocarbures* (*essences et huiles*). Note de M. **Jean Lecomte**, présentée par M. Aimé Cotton.

Depuis une vingtaine d'années, nous avons mesuré systématiquement, seul ou avec divers collaborateurs ([1]), entre 8 et 15^{μ}, et souvent entre 6 et 8^{μ} d'une part, et entre 15 et 20^{μ} d'autre part, les spectres d'absorption infrarouges de très nombreux hydrocarbures purs, appartenant à toutes les séries possibles : aliphatique (saturée et non saturée), aromatique ou cyclanique (avec substitution d'une ou plusieurs chaînes aliphatiques), polycyclique (avec différents degrés d'hydrogénation des noyaux) etc. Nous rappelons que ces résultats s'obtiennent très facilement au moyen de spectromètres enregistreurs, qu'il s'agisse d'hydrocarbures gazeux, liquides ou solides.

L'analyse chimique, les méthodes physicochimiques, telles que la détermination du point d'ébullition, de l'indice de réfraction, du spectre d'absorption ultraviolet ou du spectre Raman, par exemple, peuvent se compléter d'une manière heureuse par les spectres d'absorption infrarouges pour s'assurer de la pureté des hydrocarbures et aussi de leur constitution exacte (les méthodes de synthèse conduisant souvent à des termes autres que ceux que l'on prévoit).

A. *Hydrocarbures purs.* — Si l'on connaît déjà les spectres d'absorption infrarouges des hydrocarbures purs, il suffira de les comparer avec ceux des nouvelles préparations. La grande sensibilité, bien connue, de la méthode infrarouge permettra immédiatement de s'assurer de l'absence d'isomères et d'homologues. Mais, dans le cas général, que nous envisagerons maintenant, nous supposerons que les hydrocarbures se trouvent étudiés pour la première fois dans notre région spectrale. Pour le contrôle de leur pureté, nous avons utilisé avec succès les deux méthodes suivantes :

1° On groupe dans un tableau les spectres des hydrocarbures correspondant aux homologues successifs. Par exemple, pour la série saturée aliphatique, nous sommes parti du pentane (n) pour aboutir à l'hexatriacontane (n). On constate ainsi qu'il existe toujours des zones d'absorption vers 720-725 (F), 755-770 (m ou f), 880-890 (aF), 930-970 (m ou f), 1055-1065 (aF) cm^{-1}. Pour qu'un hydrocarbure soit réellement à chaîne normale, sans présenter d'isomères ramifiés, il doit posséder exclusivement des maxima qui se placent dans les régions précédentes. Par exemple, un heptane ayant donné les bandes

---

([1]) *Ann. Comb. liquides*, VI, 1931, pp. 1001-1084; VI, 1934, pp. 979-993; VI, 1935, pp. 1077-1092; I, 1938, pp. 111-126; *Ann. de Phys.*, **18**, 1932, pp. 331-390; **10**, 1938, pp. 503-582; *Bull. Soc. Chimique Belgique*, **43**, 1934, pp. 239-242; **45**, 1936, pp. 123-129; **47**, 1938, pp. 429-447; *Bull. Soc. Chimique France*, **10**, 1943, pp. 542-561; *J. de Phys.*, **9**, 1938, pp. 501-505; *Public. Sci. et techniques, Ministère de l'Air*, n^{os} **34** et **142**, 1933 et 1939 (Paris).

suivantes ; 720(F), 763(m), 822(m), 862(m), 894(m), 920(m), 998(m), 1037(f) cm^{-1}, on en déduit immédiatement qu'il contenait, à côté du terme à chaîne droite prédominant largement, une proportion non négligeable d'isomères ramifiés. Par généralisation, nous considérerons aussi comme des homologues les hydrocarbures répondant par exemple aux formules : $C_6H_5-(CH_2)_n-C_6H_5$ ou $C_6H_{11}-(CH_2)_n-C_6H_{11}$. Cette méthode présente seulement certaines difficultés quand il s'agit d'hydrocarbures polycycliques non substitués, car on ne peut naturellement pas considérer comme homologues, par exemple, le naphtalène, l'anthracène, le naphtacène etc.

2° Si l'on écrit R — X la formule d'un composé organique (R représentant un radical hydrocarboné et X un groupement tel que NH_2, OH, CH_3, CN, SH, Cl, Br, NO_2, I, etc.), en faisant varier X dans le sens des masses croissantes, on constate généralement un déplacement des maxima d'absorption vers de plus faibles fréquences, avec une amplitude qui dépend naturellement de la structure moléculaire et par suite de chaque mode de vibration correspondant. Cette méthode comparative présente, en particulier, l'avantage de rattacher le spectre d'un hydrocarbure à celui de l'amine, de l'alcool..., de l'iodure, possédant le même squelette hydrocarboné. Si le spectre de l'hydrocarbure présente des maxima qui ne se retrouvent pas avec les autres composés, on peut être sûr que l'on n'a pas affaire au même radical R. Toutes les fois que son application s'est montrée possible, nous avons tiré les meilleurs résultats de cette méthode, qui présente seulement l'inconvénient de demander la détermination d'un nombre relativement grand de spectres.

Aussi, dans le cas d'hydrocarbures polycycliques, où il n'est pas souvent possible de se procurer des termes de comparaison du type R — X, on arrive à s'adresser à des isostères $R'-CH_3$, R' représentant non plus un squelette hydrocarboné, mais un modèle moléculaire exactement du même type que H, où un ou plusieurs atomes de carbone se trouvent remplacés par des atomes de soufre, d'azote etc. Les conclusions, tirées de la comparaison avec des isostères, se présentent naturellement comme beaucoup moins sûres que celles qui résultent de la méthode comparative rigoureuse, car les forces de liaison entre atomes peuvent varier d'un isostère à l'autre, et il est toujours difficile de comparer entre eux des modèles moléculaires de symétries différentes.

B. *Mélanges d'hydrocarbures.* — Depuis une quinzaine d'années nous avons appliqué les résultats prédédents à *l'analyse des essences d'automobile ou d'aviation.* Le spectre infrarouge d'un mélange représente la somme des spectres de ses constituants. Il en résulte que l'on doit opérer, non pas sur l'essence originelle, avec laquelle les maxima d'absorption seraient trop nombreux et impossibles à distinguer, mais sur des fractions de distillation très soigneusement préparées. Pratiquement, il convient que chaque fraction ne contienne pas plus de deux ou trois hydrocarbures, pour que l'on puisse les identifier avec un maximum de sûreté. La grande sensibilité de la méthode permet ainsi de mettre

en évidence des entraînements d'hydrocarbures dans un intervalle d'une dizaine de degrés au moins, en deçà et au delà de leur point d'ébullition. Cette technique conduit, avec des essences, à des résultats non seulement qualitatifs, mais encore quantitatifs. La transposition au *cas des huiles* donne aussi satisfaction, mais néanmoins moins complètement, d'une part en raison de la difficulté à trouver des spectres d'hydrocarbures purs pouvant servir de comparaison et, d'autre part parce que la distillation, conduite dans les meilleures conditions et dans un vide cathodique, ne fournit souvent pas une séparation suffisante entre les différentes fractions.

POLARIMÉTRIE. — *Influence du pouvoir réflecteur des lames de mica quart d'onde dans les mesures polarimétriques.* Note de M. **Jacques Rabinovitch**, présentée par M. Aimé Cotton.

L. Chaumont [1] a donné les formules générales qui définissent la vibration émergente lorsqu'une lame de mica reçoit normalement un faisceau de lumière polarisée elliptiquement, les axes de la vibration incidente étant orientés d'une façon quelconque par rapport aux lignes neutres de la lame. L'usage de ces formules permet de discuter l'ordre de grandeur des erreurs que l'on commet lorsqu'on utilise des lames de mica nues quart d'onde et demi-onde dans les montages de mesure des biréfringences par la méthode de Chauvin.

Une lame quart d'onde utilisée comme *compensateur*, ayant pour rôle de transformer une vibration elliptique incidente E_0 en vibration rectiligne R, ne peut être employée nue que dans des limites très étroites. La superposition, au faisceau une fois transmis, des faisceaux plusieurs fois réfléchis sur les faces de la lame, donne, à la sortie du compensateur, une ellipticité résiduelle β dont la direction du grand axe présente sur la direction correcte de R un écart $\Delta\alpha$.

Cet écart $\Delta\alpha$ et l'ellipticité résiduelle β sont proportionnels au pouvoir réflecteur r de la lame. Ils sont d'autant plus importants que la vibration incidente est plus près d'être circulaire, tandis que, pour des vibrations incidentes de faible ellipticité, ils sont négligeables. $\Delta\alpha$ et β dépendent de la longueur d'onde utilisée, avec cette particularité que, lorsque $\Delta\alpha$ est nul (orientation correcte), l'ellipticité β est maximum et réciproquement, lorsque la vibration émergente est rectiligne ($\beta = 0$), cette vibration rectiligne présente un écart maximum d'orientation. Les valeurs de la longueur d'onde qui annulent soit $\Delta\alpha$, soit β obéissent à une loi pseudopériodique et les écarts entre deux de ces valeurs consécutives sont de l'ordre de $0^{\mu},002$. Il en résulte que, si la bande spectrale utilisée n'est pas très étroite (une fraction d'angström), le faisceau émergent est en partie dépolarisé.

---

(1) *Ann. de Phys.*, 9e série, 4, 1915, p. 61.

Si l'on admet que les mesures sont correctes lorsque $\Delta\alpha$ ne dépasse pas les erreurs de pointés (par exemple 0°,04) et que β est inférieur à la moitié de l'angle de pénombre des plages (1° par exemple avec un angle de pénombre de 2°), le quart d'onde nu ne pourra servir sans condition restrictive que pour la mesure d'ellipticités extrêmement petites (inférieures au degré). Il pourra encore servir pour mesurer des ellipticités allant jusqu'à 10°, à condition que le rapport $p=(n_2+n_1)/(n_2-n_1)$ (qui est de l'ordre de 600 à 800) de la somme à la différence des indices principaux de la lame, s'écarte peu (au maximum de $\pm 0,01$) d'un entier pair, pour la radiation utilisée [2]. Il est évident que la probabilité pour qu'il en soit ainsi est très faible. Enfin, pour des ellipticités de plus de 10°, les mesures avec un quart d'onde nu présentent une garantie de précision insuffisante.

On atténue les erreurs dues aux réflexions sur le quart d'onde en faisant des mesures pour deux orientations données successivement à ce quart d'onde telles que ses deux lignes neutres se substituent l'une à l'autre. Cette façon de procéder, qui a été proposée par F. Gabler et P. Sokob [3], n'est cependant valable que 1° si la radiation utilisée est suffisamment étroite pour que l'état de polarisation à la sortie du quart d'onde soit parfaitement défini; 2° si l'ellipticité est assez faible pour qu'il soit possible de pointer le grand axe de l'elliptique émergente. Pratiquement, nous pouvons admettre que la méthode des mesures croisées permet de mesurer correctement des ellipticités allant jusqu'à une dizaine de degrés, du fait qu'elle affranchit dans une certaine mesure de la condition restrictive sur le rapport $(n_2+n_1)/(n_2-n_1)$.

Pour mesurer des ellipticités plus importantes (supérieures à 10°), est-il indispensable d'éliminer totalement les rayons réfléchis sur les faces du quart d'onde par immersion de la lame dans une cuve appropriée [1] [4] ? MM. Cotton et Manigault ont indiqué [5] que l'on pourrait diminuer l'effet des réflexions en utilisant la technique déjà employée pour les surfaces de verre et qui consiste à déposer une couche mince, de fluorure par exemple, sur les faces de la lame de mica. L'expérience montre effectivement qu'avec une couche mince antiréfléchissante réduisant le pouvoir réflecteur de la lame au-dessous du tiers de sa valeur initiale, les extinctions de plages sont tout à fait convenables, même pour des ellipticités incidentes importantes. Malheureusement les ellipticités mesurées par la méthode directe de Chauvin sont alors entachées d'erreur, et la limite supérieure des ellipticités mesurables est de 1°30′ environ.

---

(2) Si la lame n'est pas exactement quart d'onde pour la radiation utilisée, on arrive à une condition restrictive du même ordre, p devant être un certain nombre fractionnaire à la même approximation près.

(3) *Physik. Zeits.*, **42**, 1941, p. 319.

(4) J. RABINOVITCH, *Rev. d'Optique*, **15**, 1936, p. 65.

(5) *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 597.

Mais, si nous utilisons la méthode des mesures croisées de Gabler et Sokob, les erreurs sont compensées et les mesures sont correctes, quelles que soient les ellipticités incidentes. Il est vrai que les mesures sont alors plus longues que par la méthode directe, et il semble préférable, dans la plupart des cas, d'en revenir à l'immersion du quart d'onde ([6]).

Remarques sur la Note de M. JACQUES RABINOVITCH,
par M. **AIMÉ COTTON**.

Dans la Note ci-dessus, M. Jacques Rabinovitch s'occupe des erreurs que le pouvoir réflecteur des lames de mica quart d'onde peut entraîner dans les mesures de vibrations elliptiques. Je désire, à l'occasion de cette Note, ajouter quelques remarques sur cette question.

M. Rabinovitch a tout à fait raison de signaler que, si les réflexions ne sont pas assez complètement supprimées sur les faces d'un tel mica, les résultats peuvent être entachés d'erreurs notables. Cette remarque a d'autant plus d'importance que l'atténuation des réflexions suffit à rendre aussitôt les pointés des pénombres bien plus faciles, et que la précision des pointés risquerait de faire illusion sur l'exactitude des résultats.

Au sujet de l'application au mica que nous avions suggérée, M. Manigault et moi, des méthodes actuellement de plus en plus employées pour supprimer les réflexions sur les surfaces de verre, j'ai demandé l'avis de M. Arnulf, qui avait bien voulu traiter les lames qui ont servi à M. Rabinovitch. Il m'a dit que l'installation qui est faite à l'Institut d'Optique pour de tels traitements de surface a été depuis bien améliorée : il compte qu'on pourra obtenir bien mieux en suivant méthodiquement les progrès de l'opération (on observera le pouvoir réflecteur non pas en lumière blanche, mais en utilisant la radiation monochromatique avec laquelle le quart d'onde devra être utilisé par la suite).

Les erreurs sur les orientations des axes, qui pourraient subsister dans le cas des vibrations elliptiques très renflées, s'éliminent si l'on fait deux mesures pour deux orientations de la lame compensatrice : on supprime ainsi l'erreur tenant au dichroïsme apparent dû aux réflexions. Cela paraît augmenter beaucoup le temps nécessaire pour les mesures. Mais il faut remarquer d'autre part que ce contrôle n'aura pas besoin d'être répété par la suite pour chacune des mesures avec le même mica. D'autre part il me semble nécessaire de le faire même si l'on dispose d'un mica immergé dans une cuve de Chaumont. En effet, depuis que le mica a reçu des applications très variées, on peut constater que les micas employés pour ces mesures optiques sont souvent nettement dichroïques par eux-mêmes. Ce dichroïsme cristallin, très facile à constater

([6]) Pour arriver au même résultat avec une couche antiréfléchissante, il faudrait réduire le pouvoir réflecteur au soixantième de sa valeur.

sur le mica épais, diminue régulièrement avec l'épaisseur, mais il n'est pas toujours permis de le considérer comme négligeable, même pour les lames très minces qui nous occupent.

Quant à l'ellipticité résiduelle provenant des réflexions, celle que M. Rabinovitch désigne par β, elle a une influence beaucoup moins grande de même que celle qui tient à ce que le compensateur n'est pas exactement quart d'onde pour la longueur d'onde employée. On peut la corriger, comme cette dernière et en même temps qu'elle, sans faire des lectures supplémentaires, si l'on a déjà pu évaluer le facteur qui, dans l'expression de β, ne dépend que du mica et non de l'ellipse à mesurer. Or la chose est possible si l'on a mesuré, au préalable, une vibration elliptique parfaitement déterminée avec ce mica quart d'onde.

Pour produire cette vibration, le compensateur de Rabinovitch, où la lame de mica est placée dans une cuve prismatique à vision directe renfermant un liquide organique pur et non volatil, convient évidemment très bien. Mais on peut aussi employer d'autres appareils pour produire les vibrations elliptiques servant à cet étalonnage initial d'un mica quart d'onde. Le parallélépipède de Fresnel du modèle de M. de Malleman, où la majeure partie du verre est remplacée par un liquide, en est un exemple.

Parmi les erreurs que pourrait entraîner l'emploi d'un mica quart d'onde imparfait, celles qui sont dues aux réflexions, quand on ne les a pas supprimées, ont ce caractère particulier que leur importance varie beaucoup avec l'origine du mica qui a servi à les obtenir par clivage. Tous ceux qui ont cherché à employer, en lumière monochromatique bien pure, des micas nus, se sont aperçu de ce fait, que la théorie explique aussitôt, qu'il y a, à ce point de vue, de *bons* et de *mauvais* micas. Je puis même indiquer qu'il y en a parfois d'excellents. A l'époque où nous faisions, Mouton et moi, de longues séries de mesures sur les biréfringences magnétiques des liquides, nous utilisions constamment un quart d'onde nu que j'avais demandé à Werlein de monter simplement entre deux couronnes de verre. Ce quart d'onde nous servait toujours avec la lumière jaune de l'arc au mercure et nous donnait toute satisfaction. Lorsqu'en 1910 Chaumont, qui travaillait dans le même laboratoire, a attiré l'attention sur l'importance des réflexions successives, nous nous sommes convaincus que ce mica particulier donnait, avec cette lumière, des résultats tout à fait corrects et nous avons pu continuer à l'employer, en particulier pour mesurer en valeur absolue la biréfringence magnétique du nitrobenzène.

Ce mica, étudié par la méthode de Chaumont, était quart d'onde pour $\lambda\, 5765$; il donnait les mêmes résultats quand on le tournait d'un angle droit pour intervertir les lignes neutres. Nous avons alors étudié cette lame de mica de plus près par une méthode qui renseigne directement sur les retards des deux sortes de vibrations principales. Un faisceau de lumière provenant d'un

arc, polarisé de façon à donner l'une ou l'autre de ces vibrations, se réfléchissait, sous une incidence quasi normale, sur la lame de mica, puis était renvoyé sur la fente d'un spectroscope. On pouvait comparer les positions de ces franges à celles des raies du mercure et mesurer les unes et les autres en longueur d'onde. Si ce mica donnait des résultats excellents, c'est que les deux raies jaunes du mercure, d'intensité voisine, auraient produit, si elles avaient été seules, des erreurs en sens opposés qui se compensaient l'une par l'autre.

PHYSIQUE ATOMIQUE. — *Sur le calcul de la vie moyenne de l'atome de sodium dans l'état* 3^2P. Note [1] de M. **Gaston Dupuy**, présentée par M. Paul Langevin.

On sait que la vie moyenne d'un état stationnaire atomique est définie comme étant inversement proportionnelle à la somme des probabilités par seconde de toutes les transitions possibles vers les états de moindre énergie. Si donc An_1, An_2, ..., An_l désignent les coefficients de probabilité de retour de l'état n vers les divers états 1, 2, ..., l, la vie moyenne du niveau n considéré sera

$$n = \frac{1}{\Sigma A n_i}.$$

Différentes méthodes expérimentales, indépendantes dans le principe, permettent de déterminer les durées de vie avec une bonne précision. Elles ne sont pas toutes utilisables à l'étude des niveaux dont les transitions sont accompagnées de radiations de faibles intensités. Pour cette raison les premiers doublets des séries principales des métaux alcalins ont seuls fait l'objet de nombreux travaux.

Ladenburg et Thièle [2] ont trouvé pour le premier niveau de résonance du sodium : $1{,}48.10^{-8}$ seconde; Minkowski [3] $1{,}6.10^{-8}$ seconde; Hupfield [4] $1{,}5.10^{-8}$ seconde.

On peut calculer la vie moyenne du deuxième doublet (niveau 3^2P) en utilisant quelques résultats expérimentaux.

L'atome de sodium, dans l'état 3^2P, a trois possibilités pour retourner à l'état fondamental :

1° soit directement avec émission du doublet 3303 Å;

2° soit en 3 étapes, en passant par les niveaux intermédiaires 2^2S, 2^2P, en émettant les doublets infrarouges 22057-22084 Å, 11404-11382 Å et les raies D 5890-5896 Å;

---

[1] Séance du 11 mars 1946.

[2] *Zeits. Physik*, **72**, 1931, p. 697.

[3] *Zeits. Physik*, **36**, 1926, p. 839.

[4] *Zeits. Physik*, **54**, 1929, p. 484.

3° soit en prenant les états correspondant aux niveaux 3^2D, 2^2P avec émission finale des raies D. Désignons par A_1, A_2, A_3 les coefficients de probabilité attachés aux transitions précédentes. La durée de vie de l'état 3^2P sera

$$\tau_{3^2P} = \frac{1}{A_1 + A_2 + A_3}.$$

Christensen et Rollefson ([5]) ont déterminé, par des mesures de photométrie photographique, effectuées sur les raies de fluorescence émises par la vapeur de sodium irradiée par la raie de résonance 3303 Å, le rapport $A_2 + A_3/A_1$. Ils ont trouvé 1,7, résultat en bon accord avec celui donné par Prokofjew à partir de considérations de Mécanique ondulatoire. La valeur théorique est 2,1. Adoptant la valeur expérimentale, on trouve ainsi

$$\tau_{3^2P} = \frac{1}{2,7 A_1}.$$

La détermination de A_1 peut s'effectuer de la manière suivante : Tolman a relié la probabilité A qu'a un atome de passer d'un certain niveau de résonance à l'état fondamental, à l'intégrale du coefficient d'absorption k_ν de la radiation de longueur d'onde λ qui accompagne cette transition. Cette relation peut s'écrire

$$\int k_\nu \, d\nu = \frac{\lambda^2}{8\pi} \frac{g_2}{g_1} N \left(1 - \frac{g_1}{g_2} \frac{N'}{N}\right) A,$$

en négligeant la concentration des atomes activés par rapport à la concentration M des atomes normaux. g_1 et g_2 sont les poids statistiques des deux niveaux considérés.

D'autre part la théorie classique de la dispersion montre que l'intégrale $\int k_\nu d_\nu$, étendue à la largeur de la raie, est égale à

$$\frac{\pi e^2}{mc} N f$$

(e et m représentent la charge et la masse de l'électron, c la vitesse de la lumière, f la *force* de l'oscillation); on en déduit que

$$\frac{f}{A} = \frac{mc}{8\pi^2 e^2} \frac{g_2}{g_1} \lambda^2,$$

égalité qui a été très utilisée par Ladenburg.

Si A et A_1 sont les probabilités de retour à l'état fondamental des atomes de sodium dans l'état 2^2P et dans l'état 3^2P, on aura, en négligeant N'/N qui est

([5]) *Phys. Rev.*, 34, 1929, p. 1157.

très petit,

$$\frac{A_1}{A} = \frac{f_1}{f}\cdot\frac{\overline{5893}^2}{\overline{3303}}.$$

Filippov et Prokofjew [6], par l'étude de la dispersion anormale de la vapeur de sodium, ont trouvé expérimentalement que le rapport f/f' avait la valeur 69,5. D'autre part, $1/A$ est la vie moyenne du premier niveau de résonance de l'atome de sodium, c'est-à-dire $1,5.10^{-8}$ seconde environ. Le calcul donne en définitive $1/A_1 = 3,2.10^{-7}$ et par suite

$$\tau 3^2P = 1,2.10^{-7} \text{ sec.}$$

ÉLECTROOPTIQUE. — *Contribution à l'étude de la structure des superpolyamides par les rayons* X. Note [1] de M. **François Ecochard**, présentée par M. Maurice de Broglie.

Par suite du phénomène de mésomérie, une superpolyamide révèle aux rayons X une structure microcristalline, devenant fibreuse par étirage. D'après Broser [2], cette organisation correspond à l'équilibre électrostatique des chaînes; nous nous proposons de vérifier expérimentalement et de compléter ses calculs, en prenant comme exemple la polyhexaméthylèneadipamide (Nylon).

La figure 1 schématise le diagramme de la fibre de Nylon, dont le tableau

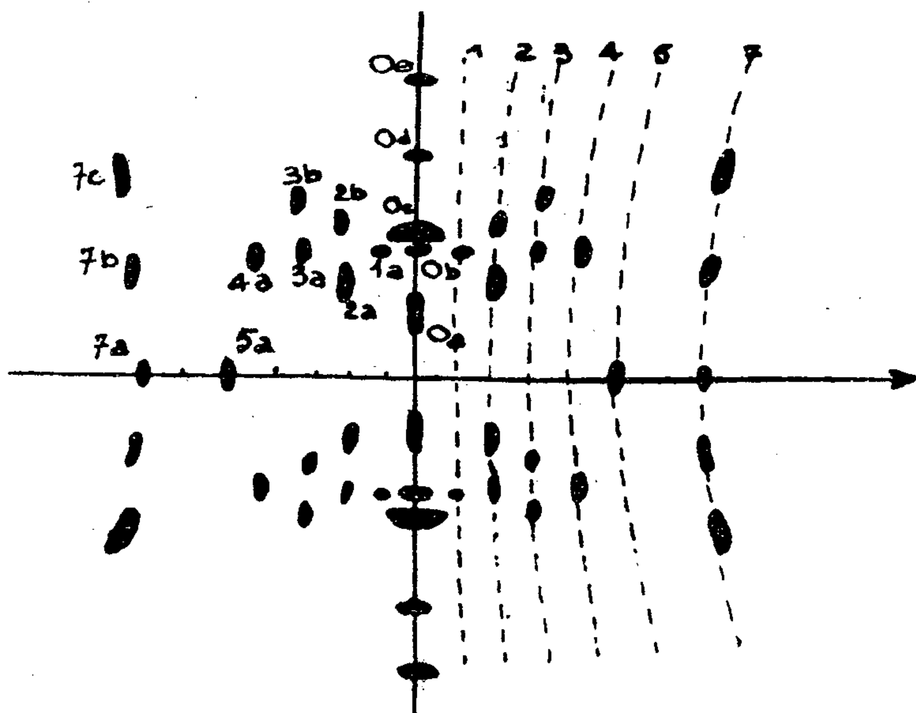


Fig. 1.

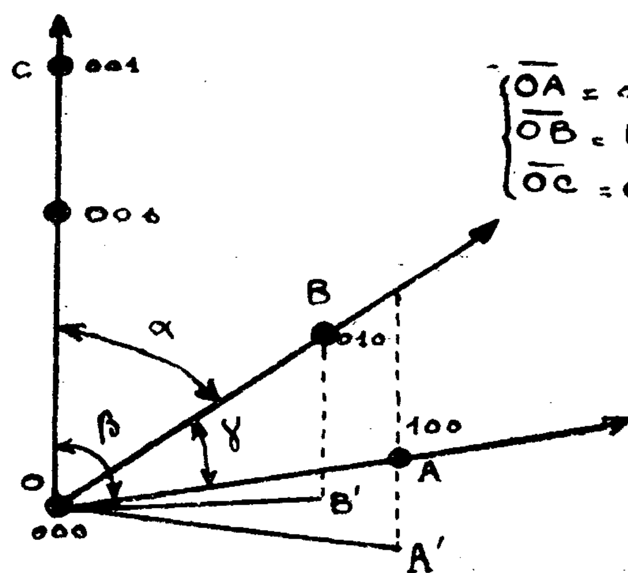


Fig. 2.

ci-dessous donne le dépouillement; la figure 2 représente le motif cristallin élémentaire dont nous allons calculer les 6 paramètres.

a. Calcul de la période d'identité [Brill [3]]. — La relation de Polanyi,

---

(6) *Zeits. Physik*, 56, 1929, p. 458.

(1) Séance du 21 janvier 1946.

(2) Goldstein et Krüger, *Koll. Z.*, 105, 1943, p. 131 et 106, 1944, p. 187.

(3) *Zeits. phys. Chem.*, 53, 1943, p. 61.

appliquée à 11 taches du diagramme, nous donne la valeur moyenne, $c = 17{,}3$ Å.

b. Calcul des éléments de la section droite. — En nous servant de l'hypothèse de Brill ([3]), nous trouvons

$$\overline{OA'} = 4{,}94\ \text{Å}, \qquad \overline{OB'} = 4{,}21\ \text{Å}, \qquad (\widehat{\overline{OA'}, \overline{OB'}}) = 62^\circ 18'.$$

c. Pour achever la détermination de la maille, nous raisonnerons de la façon suivante :

1° Par la méthode de Broser, nous calculons une valeur approchée des paramètres

$$\alpha = 81^\circ 45', \qquad \beta = 75^\circ 20', \qquad \gamma = 63^\circ 08'.$$

2° Nous déterminons les indices de toutes les taches, par la méthode du réseau polaire, ce qui n'offre aucune ambiguïté, bien que nous n'ayons qu'une valeur approchée des paramètres (4° colonne du tableau).

	$d_{\text{mes.}}$	$d_{\text{calc.}}$			$d_{\text{mes.}}$	$d_{\text{calc.}}$			$d_{\text{mes.}}$	$d_{\text{calc.}}$	
o*a*...	harm. de o*b* et o*c*			1*a*...	4,24	4,46	$(\bar{\tfrac{1}{2}}\tfrac{1}{2}1)$	4*a*...	3,65	3,73	$(0\tfrac{1}{2}4)$
o*b*...	4,37	4,37	(100)			4,15	$(\tfrac{1}{2}11)$	5*a*...	3,31	3,36	(005)
o*c*...	3,72	3,72	(010)	2*a*...	6,67	6,70	$(\tfrac{1}{2}02)$	7*a*...	2,34	2,33	$(0\bar{\tfrac{1}{2}}7)$
o*d*...	2,94	2,92	$(\tfrac{3}{2}00)$	2*b*...	4,56	4,62	$(1\tfrac{1}{2}2)$	7*b*...	2,19	identification difficile	
o*e*...	2,34	2,35	$(\bar{1}10)$	3*a*...	4,15	4,15	$(1\tfrac{1}{2}3)$	7*c*...	1,98		
				3*b*...	3,21	3,25	$(\bar{1}\tfrac{1}{2}3)$	7*d*...	1,82		

3° Appliquant à cinq taches la relation quadratique et, résolvant ce système par approximations successives, nous obtenons les valeurs exactes des cinq derniers paramètres

$$a = 5{,}00\ \text{Å}; \qquad b = 4{,}17\ \text{Å}; \qquad \alpha = 81^\circ 11'; \qquad \beta = 76^\circ 23'; \qquad \gamma = 63^\circ 08'.$$

4° Nous pouvons alors exprimer numériquement les coefficients de la relation quadratique

$$\frac{1}{d^2_{hkl}} = 0{,}0523\,h^2 + 0{,}0724\,k^2 + 0{,}00354\,l^2 - 0{,}0534\,hk - 0{,}00174\,kl - 0{,}00512\,hl.$$

Cette équation donne, pour toutes les taches, des valeurs des distances réticulaires coïncidant à moins de 2 % près avec les valeurs expérimentales. Cet accord est une justification des hypothèses employées.

d. Compléments sur l'interprétation du diagramme. — 1° La présence de taches correspondant à des indices fractionnaires indique que les centres 200 et 020 ne sont pas rigoureusement identiques aux centres 100 et 010 [Brill ([3])].

2° Le motif élémentaire se compose donc de sept centres diffractants 000, 100, 200, 010, 020, 00s, 001, s étant un nombre < 1 (égal, par exemple, à $4/7$ pour la polyamide choisie). L'expression du facteur de structure est alors $\Sigma = m + e^{2\pi i s l}$, m étant égal à 6, 2 ou 4, suivant que h et k sont entiers, multiples impairs de $1/2$, ou l'un entier, l'autre multiple impair de $1/2$. Combinée avec la loi de décroissance en $1/\sin^2\theta$, cette expression donne, pour

l'intensité des taches, des résultats qui cadrent exactement avec les observations (ex. : disparition des lignes de couche 1, 6, 8 dans la superpolyamide ci-dessus, absence des lignes de couche impaires dans la superpolyamide de l'acide ε-amino-caproïque etc.).

3° Certaines lignes de couche présentent une intensité que ne laisse même pas prévoir la valeur de Σ; nous attribuons ce phénomène au fait que les groupements $—CH_2—$ jouent aussi, bien qu'à un degré assez faible, le rôle de centres diffractants; les résultats du calcul cadrent parfaitement avec les observations.

En définitive, l'étude du diagramme de fibre permet l'identification complète d'une superpolyamide.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude de l'oxydation de l'aluminium par l'air, à la température ordinaire par la mesure du potentiel de dissolution.* Note (¹) de MM. **Pierre Morize** et **Paul Lacombe**, présentée par M. Albert Portevin.

On sait que l'aluminium se recouvre spontanément, au contact de l'air à la température ordinaire, d'une pellicule d'alumine dont l'épaisseur, extrêmement faible, modifie profondément certaines propriétés du métal. Cette formation de la couche d'oxyde est si rapide qu'on peut se demander s'il est possible de réaliser une surface absolument vierge d'oxyde. L'un de nous (²) a déjà montré que les méthodes classiques du polissage mécanique ne peuvent conduire qu'à une surface de métal passif oxydé. En effet le métal, au cours de l'abrasion, est porté en surface à une température assez élevée pour accélérer encore la vitesse d'oxydation.

Nous avons pu néanmoins obtenir une surface de métal vierge d'oxyde en polissant l'aluminium raffiné (à 99,99 %) par voie électrolytique. Ce résultat n'a pu être atteint qu'en utilisant un bain de polissage contenant 666^{cm^3} d'anhydride acétique mélangés à 333^{cm^3} d'acide perchlorique de densité 1,61 (³) et en évitant tout contact avec l'air ou l'eau au sortir du bain électrolytique. Dans ce but le métal est plongé après polissage dans de l'acétone pure pour dissoudre la couche visqueuse due au polissage, puis lavé à l'alcool absolu.

L'absence complète de pellicule d'oxyde n'a pu être constatée que par la mesure du potentiel de dissolution électrolytique, qui s'est révélée plus sensible que la diffraction électronique (⁴). En effet nous avons observé qu'il existait une grande différence entre le potentiel du métal poli électrolytiquement et celui poli mécaniquement : —1,20 volt et —0,74 volt respectivement dans

---

(¹) Séance du 11 mars 1946.

(²) P. Lacombe et G. Chaudron, *Rev. Métallurgie*, 33, 1936, p. 697.

(³) P. Jacquet, *Métaux et Corrosion*, 18, 1943, p. 198.

(⁴) L. Koch et A. Lehmann, *Aluminium*, 23, 1941, p. 304.

une solution de NaCl à 3% ou —1,20 volt et —0,50 dans l'eau désaérée (par rapport à l'électrode à calomel saturée).

Pour confirmer que la valeur de —1,20 volt correspondait bien au potentiel du métal nu, nous avons exposé le métal poli électrolytiquement au contact de l'air ordinaire pendant des temps variables et mesuré le potentiel correspondant. La figure 1 montre que la valeur du potentiel mesurée dès l'immersion dans

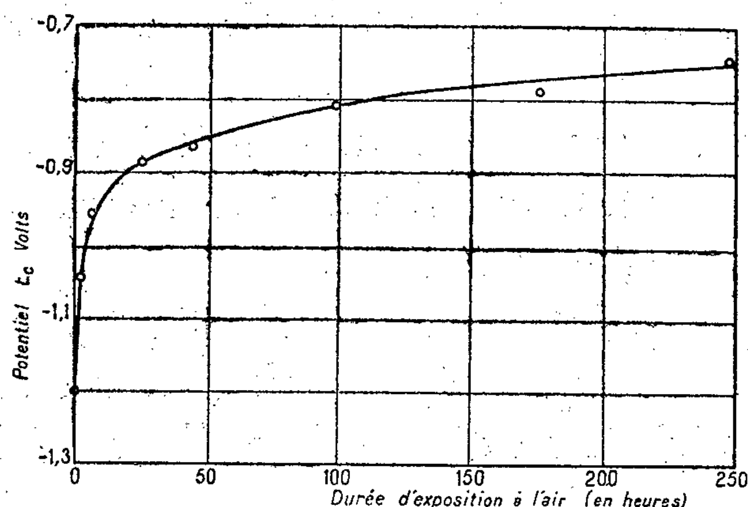


Fig. 1. — Variation du potentiel initial dans une solution de NaCl à 3 %, en fonction de la durée du séjour à l'air de l'aluminium raffiné poli électrolytiquement.

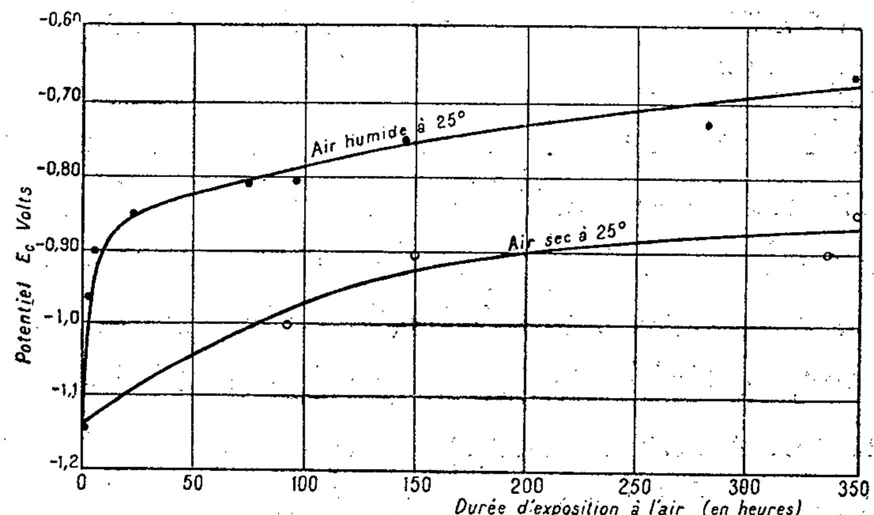


Fig. 2. — Variation du potentiel initial dans l'eau distillée désaérée en fonction de la durée de séjour à l'air de l'aluminium raffiné poli électrolytiquement. Influence de l'humidité de l'air sur la vitesse d'oxydation.

une solution de NaCl à 3% se rapproche d'autant plus de celle du métal poli mécaniquement que la durée du séjour à l'air a été plus longue. Ainsi la valeur initiale du potentiel permet-elle de définir l'importance de la couche d'oxyde. Le séjour très prolongé à l'air du métal poli électrolytiquement donne naissance à une pellicule d'oxyde aussi épaisse que celle obtenue par abrasion, comme l'indique l'égalité de leurs potentiels.

Mais il y a plus. Nous avons observé que la teneur en humidité de l'air joue un rôle essentiel sur la réaction d'oxydation de l'aluminium à la température ordinaire. La figure 2, portant les valeurs initiales du potentiel (mesurées dans l'eau désaérée) en fonction de la durée du séjour à l'air, montre que l'aluminium s'oxyde beaucoup moins vite quand il est au contact de l'air parfaitement sec. Nous nous réservons de préciser par la suite le rôle important de l'eau, mis en évidence par la seule mesure du potentiel, sur le mécanisme même de l'oxydation.

Ce dernier résultat permet de comprendre pourquoi nous n'avons pas pu réaliser de surfaces polies absolument vierges d'oxyde dans des bains de polissage électrolytique autres que le mélange peu hydraté d'anhydride acétique, acide perchlorique. Les électrolytes à base de phosphates ([5]) ou de fluoborate ([6]), contenant une forte proportion d'eau, donnent toujours des surfaces polies recouvertes d'une légère couche d'oxyde, transparente et invisible, admettant comme potentiel la valeur — 0,74 volt dans NaCl à 3 %.

([5]) N. D. Pullen, *Inst. of Metals*, 1936, p. 59.
([6]) J. D. Edwards, *Light Metals*, 7, 1938, p. 62.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude dilatométrique du bioxyde et de l'oxyde bleu de cérium.* Note (1) de M. **Marc Foëx**, présentée par M. Paul Lebeau.

Le cérium est susceptible de former des oxydes plus oxygénés que ceux correspondant à la trivalence des éléments rares : il s'agit du bioxyde CeO_2, oxyde réfractaire stable cristallisant dans le système cubique type fluorine, et de l'oxyde bleu de cérium, de formule Ce_4O_7, formé par réduction modérée du précédent.

Un seul travail antérieur sur ce sujet est à noter, l'étude dilatométrique du bioxyde (0°-1200°) de Gambey et Chaudron (2). On ne signale aucune transformation allotropique de ce corps et de l'oxyde bleu de cérium.

Les mesures ont été effectuées entre —195° (point d'ébullition de l'azote) et 1000°, à l'aide d'un dispositif à visée microscopique déjà décrit (3). En ce qui concerne le bioxyde les essais ont été vérifiés au dilatomètre différentiel Chevenard à haute sensibilité.

Le bioxyde pur est aggloméré sous forme de baguettes de 50^{mm} de longueur par compression (3000 kgs/cm^2) et cuisson à 1200°. L'oxyde bleu Ce_4O_7 s'oxydant très rapidement à l'air, est préparé dans le tube dilatométrique même par action de l'hydrogène à 1000° sur une éprouvette de bioxyde; il est ainsi possible de suivre les variations de longueur au cours de la réduction. Enfin on a également étudié divers produits bleus de composition globale intermédiaire entre CeO_2 et Ce_4O_7, obtenus par réduction du bioxyde par l'hydrogène à plus basse température.

J'ai représenté figure 1 les valeurs des dilatations $(l_t - l_0)/l_0$ des oxydes en fonction de la température t(°C.), l_0 et l_t étant les longueurs de l'échantillon à 0° et la température considérée t. La vitesse d'échauffement ou de refroidissement est de 100°/heure.

La courbe dilatométrique du bioxyde présente une légère anomalie : à température ascendante, son coefficient de dilatation $1/l_0 \times dl_t/dt$ a une valeur anormalement faible entre 500° et 575° (*fig* 2). Ce phénomène se produit au refroidissement avec un léger retard, il est moins intense mais s'étale sur un intervalle de température plus considérable. Il possède beaucoup d'analogies avec ceux observés, à des températures du même ordre, pour d'autres oxydes, en particulier pour la magnésie, étudiée par Gambey et Chaudron (2) et l'anhydride tungstique (4).

La courbe de dilatation de l'oxyde Ce_4O_7 présente un brusque changement de direction vers 630° (*fig.* 1). On observe des anomalies plus importantes encore

(1) Séance du 25 février 1946.

(2) *Chimie et Industrie*, 25, 1931, p. 453.

(3) F. Trombe et M. Foëx, *Annales de Chimie*, 11e série, 19, 1944, p. 417.

(4) M. Foex, *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 917.

avec les produits bleus de composition intermédiaire entre CeO_2 et Ce_4O_7. Ainsi l'oxyde de composition moléculaire globale CeO_2 — 0,08 Ce_2O_3, préparé par réduction du bioxyde à 750°, subit, à température descendante, une augmentation de longueur appréciable entre 625° et 550° (*fig.* 1). Les phénomènes observés dans ces divers cas sont sensiblement réversibles.

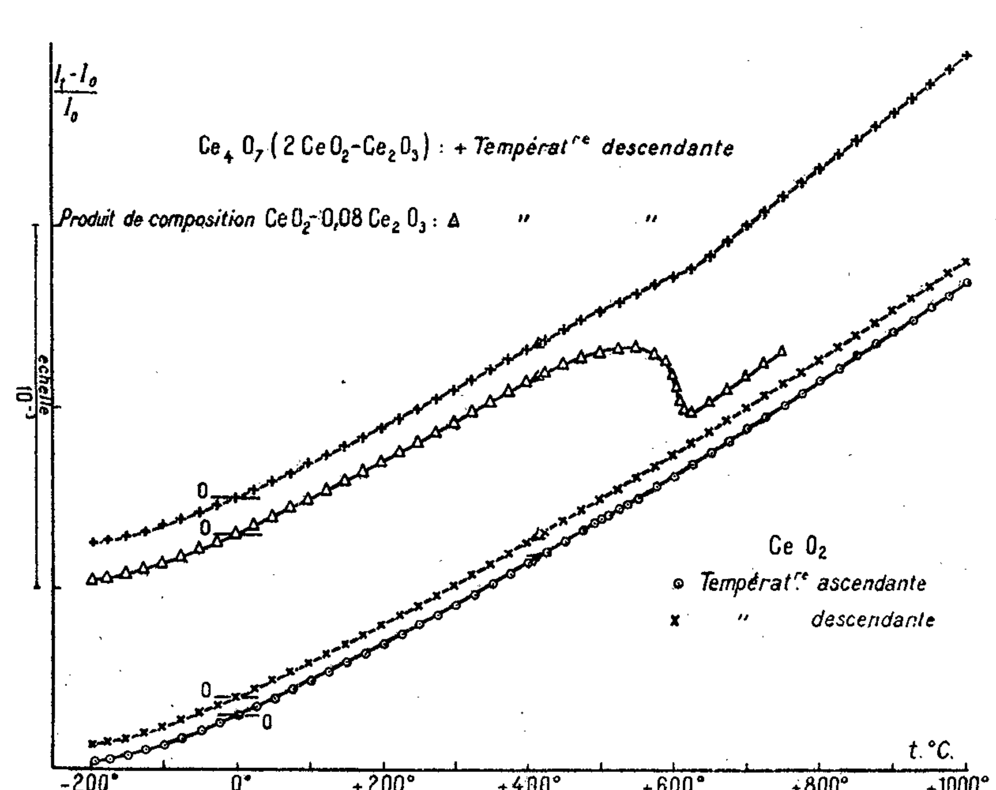


Fig. 1.

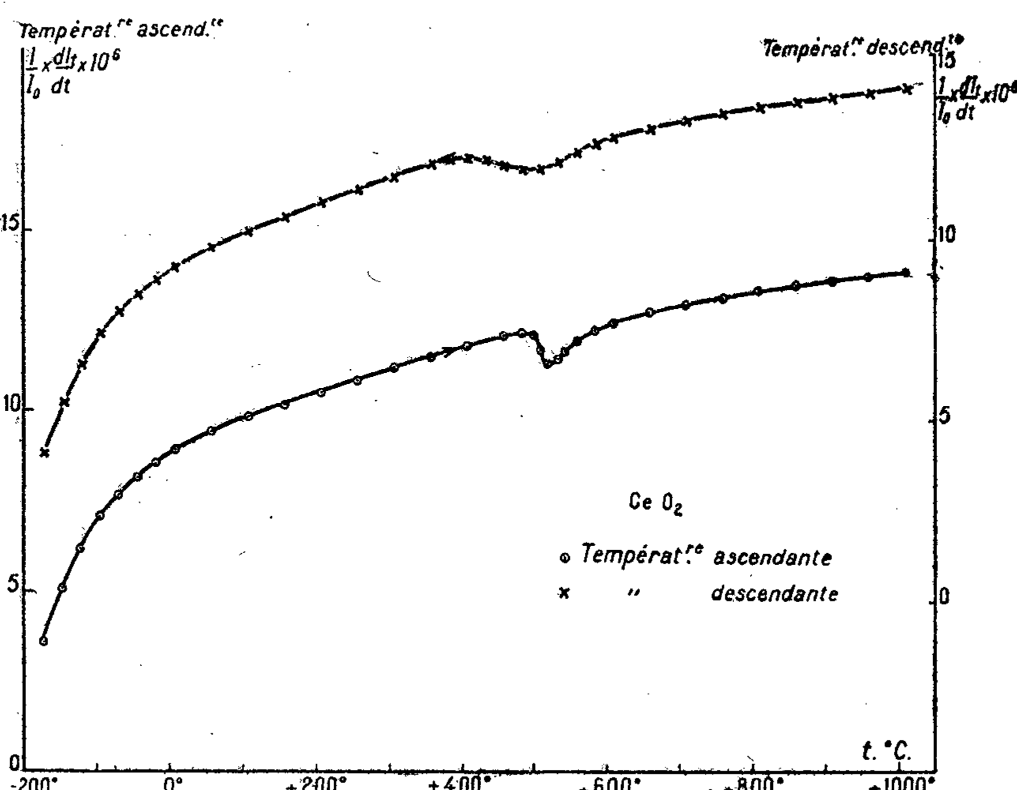


Fig. 2.

La réduction du bioxyde par l'hydrogène est, contrairement à ce que l'on pourrait attendre, accompagnée d'une forte expansion. L'augmentation de volume atteint 6 % environ lors du passage de CeO_2 à Ce_4O_7. Une augmentation de volume du même ordre se produit lorsqu'on transforme par oxydation ménagée, l'oxyde céreux Ce_2O_3 en oxyde bleu Ce_4O_7. En effet les masses de CeO_2 et de Ce_2O_3, rapportées à un atome de cérium, occupent sensiblement le même volume (23^{cm^3}, 6), c'est-à-dire, ainsi que nous l'avons montré précédemment avec Trombe ([5]), possèdent le même *volume équivalent*. Ce_4O_7 ($2CeO_2$—Ce_2O_3) a donc un volume nettement supérieur à la somme des volumes de $2CeO_2$ et de Ce_2O_3. On devrait, de ce fait, le considérer comme un oxyde salin, et non comme un mélange des oxydes précédents.

Il est aisé d'expliquer la rapide oxydation de Ce_4O_7 à l'air dès la température ordinaire : ce produit n'étant pas protégé par la couche superficielle de bioxyde, de plus faible volume que l'oxyde initial disparu, la réaction se poursuit très vite en profondeur avec un dégagement de chaleur considérable, atteignant facilement plusieurs centaines de degrés. Par contre, dans les mêmes conditions, l'oxyde céreux ne fixe que lentement l'oxygène de l'air, la couche continue du bioxyde formé à sa surface freinant l'oxydation.

([5]) *Annales de Chimie*, 11e série, 18, 1943, p. 97.

COLLOÏDES — *Densité optique des solutions colloïdales de gomme-gutte en présence de soude.* Note de M. **Augustin Boutaric** et M[me] **Suzanne Anglade-Thévenet**, présentée par M. Léon Binet.

1. Les solutions colloïdales de gomme-gutte et de quelques autres résines intervenant dans de nombreuses réactions sérologiques, nous avons recherché comment se modifie leur densité optique lorsqu'on les introduit dans des milieux à réactions basiques.

La solution colloïdale de gomme-gutte, préparée par dilution dans l'eau d'une solution alcoolique de résine, était additionnée d'un volume égal d'une solution de soude. On déterminait aussitôt après la densité optique du mélange à l'aide du spectrophotomètre à mesure visuelle de Jobin et Yvon. Les déterminations ont été ensuite poursuivies à intervalles de temps plus ou moins espacés durant quelques jours ou quelques semaines, les mélanges étant conservés à la température du laboratoire (18°) ou dans une étuve à 35°.

2. A mesure que croît la concentration en soude, la densité optique initiale du mélange va d'abord en augmentant, passe par un premier maximum M_1, diminue ensuite jusqu'à un minimum m_1, croît à nouveau jusqu'à un second maximum M_2, puis décroît jusqu'à un second minimum m_2 très aplati, correspondant à une densité optique très inférieure à celle de m_1, puis croît ensuite, légèrement.

3. D'une façon générale, la densité optique des mélanges réalisés varie en fonction du temps d'autant plus rapidement que la température est plus élevée. Pour de faibles teneurs en soude, la densité optique diminue lentement en fonction du temps, passe par un certain minimum μ, puis croît à nouveau légèrement et tend vers une valeur limite L. A mesure que la teneur en soude augmente, le minimum μ est plus vite atteint et correspond à une densité plus faible; il en est de même de la valeur limite L. Si la concentration en soude continue à croître, la valeur limite L de la densité optique se rapproche de plus en plus du minimum μ, l'un et l'autre étant atteints de plus en plus rapidement.

A partir d'une certaine concentration a en soude, la valeur limite et le minimum sont pratiquement confondus et obtenus instantanément : ils correspondent à une densité optique très faible l. Le même résultat subsiste tant que la concentration en soude reste inférieure à une certaine valeur b. Ainsi, pour des concentrations en soude comprises entre a et b, la densité optique du mélange de gomme-gutte et de soude atteint rapidement une valeur très faible l et demeure ensuite invariable. Tout se passe comme si la gomme-gutte avait été dissoute par la soude. Pour des concentrations en soude supérieures à b, la densité optique après avoir atteint à peu près instantanément la valeur très faible l, s'y maintient pendant un temps plus ou moins long, puis augmente lentement en fonction du temps, cette augmentation pouvant être accompagnée d'une floculation partielle.

4. Les solutions colloïdales de résine mastic, de benjoin, de colophane se comportent d'une manière analogue. Cependant, avec le benjoin, la diminution de la densité optique en fonction du temps après introduction de la soude devient à peine sensible.

5. Pour l'interprétation des résultats précédents, il convient d'envisager : 1° une fixation sur les particules de résine des ions Na^+ ou OH^- susceptibles de se traduire, à mesure que croît la teneur en soude, par une variation de la densité optique d'allure périodique; 2° une neutralisation plus ou moins lente des acides que renferment les diverses résines avec formation de sels solubles, ce qui entraîne une diminution de la densité optique en fonction du temps.

Lorsque la teneur en soude atteint une valeur a suffisante pour neutraliser toutes les fonctions acides des particules de résine, la résine est intégralement transformée en sel soluble de sodium et la densité optique prend une valeur très faible. Mais, si la teneur en soude croît de plus en plus, il finit par se produire une rétrogradation dans la dissociation du résinate de soude dissous, et il arrive un moment où les molécules non dissociées de résinate se groupent autour des ions libres présents dans la solution, en fournissant une supension colloïdale dont la densité optique croît progressivement en fonction du temps et qui peut donner lieu à une floculation partielle.

CHIMIE THÉORIQUE. — *Sur une méthode générale de construction de diagrammes moléculaires.* Note [1] de M. **Raymond Daudel** et de Mme **Alberte Pullman**.

I. La généralisation des idées de Swartholm [2] conduit à admettre que, si l'on appelle Z_p le poids supposé commun à toutes les formules p excitées associées à une molécule, N_{pk} le nombre de formules p excitées possédant une liaison ineffective aboutissant en un sommet k et M_{pj} le nombre des structures p excitées possédant la même liaison effective j, la charge de la zone de sommet k est

$$(1) \qquad Q_{sk} = \left[\sum_{i=1}^{i=n} Z_i N_{ik}\right] e$$

et la charge de la zone de liaison j est

$$(2) \qquad Q_{lj} = \left[\sum_{i=0}^{i=n} Z_i M_{ij}\right] e$$

(e charge de l'électron, n nombre de paires d'électrons π).

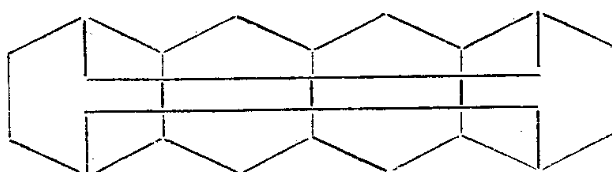
II. Le calcul des N_{pk} et des M_{pj} pourra se faire aisément en utilisant la méthode que nous avons déjà proposée [3] pour l'étude des structures monoexcitées. Cette méthode s'applique en effet sans difficultés dans le cas des

[1] Séance du 19 novembre 1945.

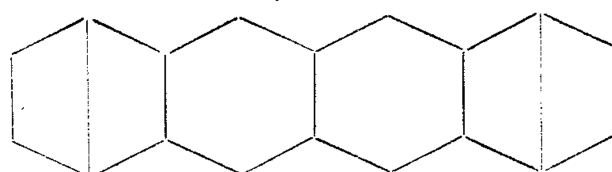
[2] *Arkiv. f. Kemi, Min. och. Geol.*, 15 A, N° 13, 1941.

[3] Daudel et Pullman, *Comptes rendus*, 220, 1945, pp. 599-601.

liaisons kékuléennes et se généralise aux cas des formules n excitées en remarquant que les telles structures possédant n liaisons ineffectives données peuvent, soit se décomposer en structures monoexcitées, soit correspondre à un autre type de structures n excitées qui comporte autant de variétés que le type étudié et qui sont, elles, susceptibles de la décomposition précitée. Ainsi le schéma indécomposable ci-après



comporte autant de variétés que le schéma suivant



qui, lui, est indécomposable.

Le calcul des N_{pk} et des M_{pj} pourra aussi être effectué selon une autre méthode tirée des idées de Wheland et qui sera publiée ultérieurement.

III. Le calcul des Z_i pourra être mené de la façon suivante : pour le type de molécules étudiées on construit un tableau du genre de celui que nous avons déjà construit ([4]) dans le cas des chaînes aromatiques linéaires.

Cela permet de connaître quelles sont, pour chaque valeur de n, les classes de formules importantes.

En général elles sont au nombre de 2 ou de 3.

Si elles sont au nombre de 2, on calcule les Z à l'aide de notre méthode du maximum de résonance ([4]).

Si elles sont au nombre de 3, on construit et on résout l'équation séculaire de Slater ([5]) selon la méthode de Pauling ([6]) en simplifiant par le procédé du découpage de la matrice H ([4]).

Dans tous les cas on mène ce calcul pour quelques valeurs de n. On construit les courbes

$$Z_n \doteq f(n)$$

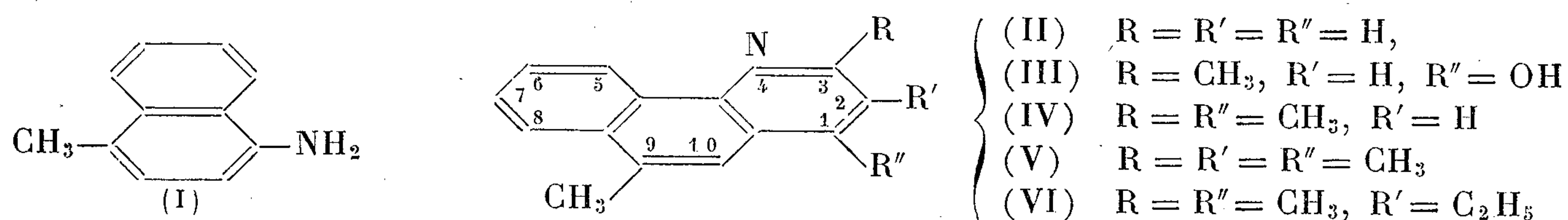
et l'on interpolle ou extrapolle pour les autres valeurs de n.

L'emploi des formules (1) *et* (2) *permettra alors la construction des diagrammes moléculaires en charge absolue* ([7]) *correspondant aux molécules étudiées et par cela même la prévision ou tout au moins l'interprétation d'un grand nombre de propriétés chimiques* ([2]) ([8]), *voire mêmes biologiques de ces molécules* ([2]) ([9]).

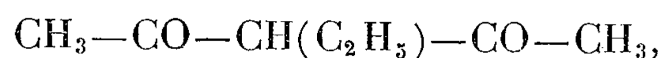
([4]) PULLMAN et DAUDEL, *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 247.
([5]) *Phys. Review*, **38**, 1931, p. 1109.
([6]) *J. Chem. Phys.*, **1**, 1933, p. 280.
([7]) DAUDEL et PULLMAN, *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 888.
([8]) DAUDEL et PULLMAN, *ibid.*, **221**, 1945, p. 201; **222**, 1946, p. 86; PULLMAN et DAUDEL, *ibid.*, **221**, 1945, p. 298; **222**, 1946, p. 288.
([9]) PULLMAN, *ibid.*, **221**, 1945, p. 140.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur des dérivés mésosubstitués de l'aza-4 phénanthrène.* Note ([1]) de MM. **Buu-Hoï** et **Daniel Guettier**, présentée par M. Marcel Delépine.

La mésosubstitution favorise le pouvoir cancérigène des hydrocarbures dans la série de l'anthracène comme dans celle du phénanthrène, et l'introduction d'un azote nucléaire dans la molécule d'un hydrocarbure conserve parfois l'activité cancérigène, ou fait apparaître des propriétés antagonistes. Ceci nous amène à l'étude des homologues polysubstitués de l'aza-4 phénanthrène. Un produit de départ pour cette étude est l'amino-1 méthyl-4 naphtalène (I), dont Barclay, Burawoy et Thomson ([2]) ont indiqué une synthèse commode (pyrolyse de l'anhydroamino-4 hydroxyméthyl-1 naphtalène en présence de chaux). (I) soumis à la réaction de Skraup engendre le méthyl-9 aza-4 phénan-



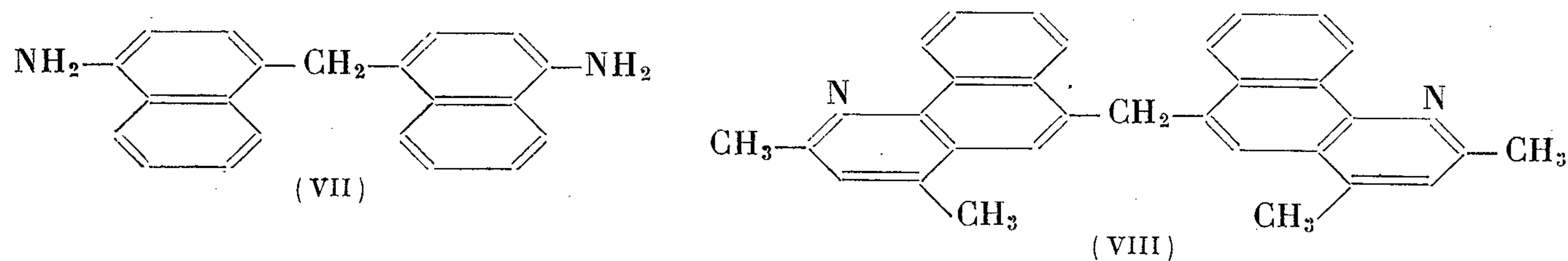
thrène (II); soumis à la réaction de Conrad-Limpach (condensation avec l'acétylacétate d'éthyle, puis cyclisation par la chaleur du produit de condensation intermédiaire), il a fourni le diméthyl-3.9 hydroxy-1 aza-4 phénanthrène (III). L'application à la même amine (I) de la réaction de Combes (condensation avec l'acétylacétone et ses homologues, puis cyclisation de l'anilide formée intermédiairement) a permis de préparer : *a*, en partant de l'acétylacétone, le triméthyl-1.3.9 aza-4 phénanthrène (IV); *b*, en partant de la méthylacétylacétone $CH_3—CO—CH(CH_3)—CO—CH_3$, le tétraméthyl-1.2.3.9 aza-4 phénanthrène (V); *c*, en partant de l'éthylacétylacétone



$$CH_3—CO—CH(C_2H_5)—CO—CH_3,$$

le triméthyl-1.3.9 éthyl-2 aza-4 phénanthrène (VI). Les trois dernières substances sont des isologues de phénanthrènes peut-être cancérigènes.

Dans la préparation de (I) nous avons isolé, comme sous-produit, le diamino-4.4' dinaphtylméthane (VII), lequel, soumis à la réaction de Combes, a engendré le tétraméthyl-1.3.1'.3' di-[aza-4 phénanthryl]-9.9' méthane (VIII).



Mode expérimental. — 1° *Préparation de* (I). La technique des auteurs anglais a été

([1]) Séance du 11 mars 1946.
([2]) *J. chem. Soc.*, 1944, p. 109.

avantageusement modifiée de la manière suivante : le produit de condensation de l'α-naphtylamine avec le formol est pyrolysé avec CaO par petites portions (100 à 150g), et le distillat est rectifié 2 fois sous vide avant d'être transformé en picrate. L'amine bout à 176° sous 12mm, et a un indice de réfraction de 1,6730 à 23°; le produit de condensation avec la dichloro-2.3 naphtoquinone-1.4 (*méthyl-4'naphtylimino-2 chloro-3 naphtoquinone-1.4*), $C_{21}H_{14}O_2NCl$, constitue de belles aiguilles violet foncé, F 170° environ, peu solubles dans l'alcool. — 2° (II) $C_{14}H_{11}N$. On chauffe 5g d'acide arsénique, 10g de SO_4H_2, 4g de glycérine et 5g de (I) à 210° pendant 4 heures, verse dans l'eau, alcalinise fortement par NH_3, épuise à l'éther, sèche la solution éthérée, distille le résidu d'évaporation de l'éther sous vide, et purifie par l'intermédiaire du *picrate* ($C_{14}H_{11}N$, $C_6H_3O_7N_3$); aiguilles jaunes très peu solubles dans l'alcool, F 206° (du nitrobenzène). La *base* libre cristallise de l'alçool dilué en aiguilles soyeuses incolores, très solubles dans le benzène, l'alcool, F 57°. — 3° (III) $C_{15}H_{13}ON$. On laisse un mélange à parties égales de (I) et d'acétylacétate d'éthyle (additionné d'une goutte de pipéridine) à température ordinaire quelques heures, et verse l'huile obtenue dans l'huile de paraffine chauffée à 280°; les cristaux obtenus par refroidissement sont lavés au toluène et recristallisés dans le nitrobenzène : fines aiguilles incolores, F 293°, facilement sublimables. — 4° (IV) $C_{16}H_{15}N$. On chauffe 5g de (I) avec 3g,5 d'acétylacétone à 100° pendant une heure, ajoute 50g de SO_4H_2 pur, et chauffe à nouveau une heure au bain-marie; on verse dans l'eau, et traite ensuite comme pour la préparation de (II). La *base* cristallise de l'alcool (peu soluble) en prismes incolores, brillants, F 134°, donnant une coloration faiblement jaune avec SO_4H_2. Les solutions alcooliques ont une vive fluorescence violette. Le *picrate* constitue de fines aiguilles jaunes, F inst. vers 188° (rendement 3g,7 de base); très peu solubles dans C_6H_6, l'alcool. — 5° (V) $C_{17}H_{17}N$. On traite de la même manière 4g de (I) par 3g de méthylacétylacétone, et obtient la *base* sous forme de belles paillettes brillantes à reflets violacés, très peu solubles dans l'alcool, F 184°, donnant des solutions à forte fluorescence violette. *Picrate :* courtes aiguilles jaunes, F 209° (rendement 25 %). — 6° $C_{18}H_{19}N$ (VI). On traite 4g de (I) par 3g d'éthylacétylacétone (préparée en faisant agir l'iodure d'éthyle sur l'acétylacétone en présence d'éthylate de Na); la *base* est une poudre cristalline incolore, très soluble dans l'alcool, F 117° (rendement 10 %). Le *picrate* forme des prismes jaunes. F 175° (du toluène). — 7° (VIII) $C_{21}H_{18}N_2$. Les queues de fractionnement provenant de la préparation de (I) sont distillées sous haut vide; il vient une résine jaune épaisse qui cristallise par trituration avec l'alcool. Après recristallisation dans le benzène + alcool, on a des aiguilles jaunâtres feutrées, F 231°. dont les solutions alcooliques ont une fluorescence verte; SO_4H_2 donne une coloration jaune brun; le *picrate* constitue des aiguilles feutrées orangées F 203°, très peu solubles dans l'alcool, le benzène. — 8° (VIII) $C_{27}H_{26}N_2$. On traite 1g,5 de (VII) par 3g d'acétylacétone, puis cyclise comme d'ordinaire, par SO_4H_2 à chaud. Le produit de cyclisation, versé dans l'eau et alcalinisé, cristallise aussitôt, et on le purifie par dissolution dans le nitrobenzène bouillant. Il vient par refroidissement de fines aiguilles jaune pâle, F 271°, donnant des solutions sulfuriques orangées.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur deux nouvelles réactions génératrices d'oxyde de carbone à la température ordinaire.* Note [1] de M. **Léonce Bert**, transmise par M. Paul Pascal.

En chimie organique, peu nombreuses sont les décompositions de corps définis libératrices d'oxyde de carbone. On ne cite que les décompositions de

[1] Séance du 11 mars 1946.

l'acide formique par certains catalyseurs, des acides tertiaires R_3CCOOH, des acides α-alcools et des acides α-cétoniques, effectuées toutes à chaud.

Les décompositions en oxyde de carbone, à la température ordinaire, sont encore bien plus rares. On ne signale que : 1° les traces de ce gaz dégagées dans l'absorption de l'oxygène par le pyrogallol en présence d'alcali; 2° la décomposition catalytique de certains métaux-carbonyles et 3° le dégagement d'oxyde de carbone par action de la chlorhydrine sulfurique sur l'acide formique (²)



$$SO_3HCl + HCOOH = SO_4H_2 + CO + ClH$$

proposée par nous comme procédé de préparation facile, rapide et économique de CO et du mélange $CO + ClH$ requis pour la synthèse des aldéhydes aromatiques selon Gattermann et Koch (³).

En cherchant à réaliser avec la même simplicité, aux dépens de la formiamide, le mélange $HCN + ClH$ nécessaire, d'après Gattermann, à la synthèse des aldéhydes-phénols ou de leurs éthers



$$SO_3HCl + HCONH_2 = SO_4H_2 + HCN + ClH,$$

nous avons échoué, ainsi qu'avec le chlorure de thionyle $SOCl_2$.

L'un et l'autre réactifs soustraient NH_3 et non H_2O à la molécule de la formiamide et en libèrent l'oxyde de carbone latent.

La réaction de la chlorhydrine sulfurique et celle du chlorure de thionyle sur la formiamide constituent ainsi deux nouvelles réactions génératrices d'oxyde de carbone à la température ordinaire.

Les dérivés azotés simultanément produits ne nous intéressant pas, nous souhaitons que d'autres chercheurs en élucident la composition et la structure.

PÉDOLOGIE. — *Observations sur l'élimination des chlorures dans les terres de la Flandre maritime inondées à l'eau de mer en* 1944-1945. Note de M. **Georges Deloffre** et Mlle **Fernande Fontecave**, présentée par M. Auguste Chevalier.

Afin d'indiquer aux agriculteurs de la Flandre maritime les mesures à prendre pour remédier aux conséquences de l'inondation par l'eau de mer, nous avons suivi l'élimination des chlorures au cours de l'assèchement, puis du lessivage des terres par les eaux météoriques.

Des prélèvements de terre (¹) ont été effectués tous les trois ou quatre mois en des points judicieusement choisis, après examen sur place avec les agri-

(²) L. Bert, *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 29.

(³) *Ibid.*, p. 77.

(¹) De juillet 1944 à février 1946, nous avons prélevé 213 échantillons.

culteurs, du relief et des conditions d'inondation. L'expérience nous a amenés à prélever autant que possible trois échantillons au même point :

le premier dans la couche superficielle nettement plus boueuse et plus altérée et dont l'épaisseur variait de 2 à 5^{cm};

le second dans la couche de sol sous-jacente moins altérée, à des profondeurs variant suivant les points entre 10 et 30^{cm};

le troisième à des profondeurs variant entre 40 et 80^{cm} et autant que possible dans le sous-sol.

Peu après l'évacuation des eaux d'inondation, nous avons généralement décelé une teneur en chlorures beaucoup plus élevée dans la couche superficielle que dans les couches sous-jacentes; c'est ainsi que, dans la région de la poche de Dunkerque, en juin, juillet, août 1945, peu après l'évacuation des eaux d'inondation, la teneur en chlorures variait de :

dans la couche superficielle.......	$39^{g},8$ à $0^{g},50$	pour 1000^{g}
» le sol......................	$9^{g},5$	$0^{g},047$	»
» le sous-sol..................	$4^{g},2$	$0^{g},044$	»

Dans les terres où les eaux ont pu être évacuées par Gravelines, la teneur en chlorures de la couche superficielle variait de $12^{g},6$ à $0^{g},4$.

Ces résultats soulignent particulièrement l'irrégularité de l'inondation; ils nous ont permis de prévoir des variations très étendues dans l'intensité de ses effets funestes et d'indiquer en temps utile aux agriculteurs les mesures à prendre pour y remédier.

Cette irrégularité est due à ce que certaines régions, celle des Broucke de Loon par exemple, ont d'abord été inondées à l'eau douce dès février 1944, puis à l'eau plus ou moins salée à partir de fin avril, tandis que d'autres régions n'ont été inondées qu'en juin-juillet, certaines régions en septembre, notamment les terres hautes de Téteghem, mais directement par l'eau très salée.

L'élimination des chlorures au cours de l'assèchement des terres, puis de leur lessivage par les eaux météoriques, a été grandement facilitée par l'importance du réseau de canaux, watergands et fossés, ainsi que par celle des réseaux de drainage et, dans beaucoup de terres, la teneur en chlorures a baissé rapidement. C'est ainsi qu'à Sainte-Marie-Kerque nous avons relevé les teneurs suivantes :

	Le 12 octobre 1944.	Le 7 Mars 1945.
	g	g
De 0 à 3^{cm}...............	2,4	0,046
10 à 15^{cm}...............	1,45	0,210
45 à 50^{cm}...............	0,585	0,257

Cette élimination rapide des chlorures explique pourquoi, dans les terres qui ont pu être cultivées en 1945, le blé, pourtant plus sensible à l'action toxique des chlorures, a réussi aussi bien que l'orge et l'avoine. A Saint-Pierre-

Brouck, dans des pièces de terre comparables, les rendements en quintaux à l'hectare ont été les suivants :

	Blé.	Avoine.	Orge.
Terres inondées	21	15	17
» non inondées	28	28	25

Nous avons d'ailleurs relevé, en mars-avril 1945, dans diverses pièces de blé, des teneurs en chlorures de l'ordre de $0^g,02$ à $0^g,12$ pour 1000, bien inférieures à la dose de $1^g,17$ pour laquelle Dupont (¹) n'a observé aucune action déprimante, et à celle de $1^g,85$ nettement toxique pour les céréales d'après G. Aubert (²).

Cependant, dans certaines terres basses où les eaux météoriques des terres voisines ont pu s'accumuler par ruissellement et dans les régions où l'évacuation des eaux a laissé à désirer, l'élimination des chlorures est très lente. Parfois même la teneur en chlorures augmente, notamment à Téteghem au lieudit Galghoeck, où nous avons relevé les chiffres suivants :

	Le 12 juillet 1945.	Le 26 octobre 1945.
	g	g
De 0 à 5^{cm}	5,76	3,8
10 à 15^{cm}	1,05	5,20
30 à 40^{cm}	0,75	6,30

En résumé, sauf dans les parties basses, l'élimination des chlorures est suffisamment rapide pour que leur action toxique sur les cultures ne soit à craindre qu'au cours de la première année au plus; il n'y a donc pas lieu d'envisager exclusivement des cultures résistant à cette action toxique et d'abandonner pour cette raison la culture du blé pendant deux ou trois ans.

Les cultures souffrent surtout de l'humidité anormale due à l'imperméabilisation de la couche superficielle par suite de l'altération de structure du sol.

HYDROLOGIE. — *Analyse de la série des varves du lac Malinovoïé.* Note (¹) de M. **Vladimir Frolow.**

Une série de mensurations des couches annuelles de varves a été publiée par V. B. Chostakovitch dans les *Izvestia Vsessoiouznago Geographitcheskago Obschestva* (Moscou, 1944, t. 76, p. 205). Il s'agit des dépôts du lac Malinovoïé qui se trouve dans l'île Olénié de la Mer Blanche. Cette série s'étend sur 99 ans de 1656 à 1754 sans lacunes. Les valeurs extrêmes mesurées sont 32 et 4 dixièmes de millimètre, la moyenne étant de $0^{mm},69$.

Le critérium de Goutereau, égal pour cette série à 1,127, est sensiblement

(¹) *Ann. Sc. Agron.*, 1924, p. 369-391.

(²) *Les sols de la France d'Outre-Mer*, p. 25.

(¹) Séance du 11 mars 1946.

différent de $\sqrt{2}$. On serait donc autorisé, même en adoptant ce critérium contestable, à développer la série des mesures des varves en une somme de sinusoïdes. Ce développement, fait par la méthode de M. et Mme H. Labrouste, donne les résultats résumés ci-dessous :

							Reste (partie)		
Période ([a]).	2.	3.	4.	6.	9,2.	13,6.	séculaire.	aléatoire.	Données.
I........	24,1	28,5	24,5	16,9	13,9	26,4	15,0	16,5	100,0

([a]) en années. — I, importance relative de l'amplitude exprimée en centièmes de l'écart des données extrêmes.

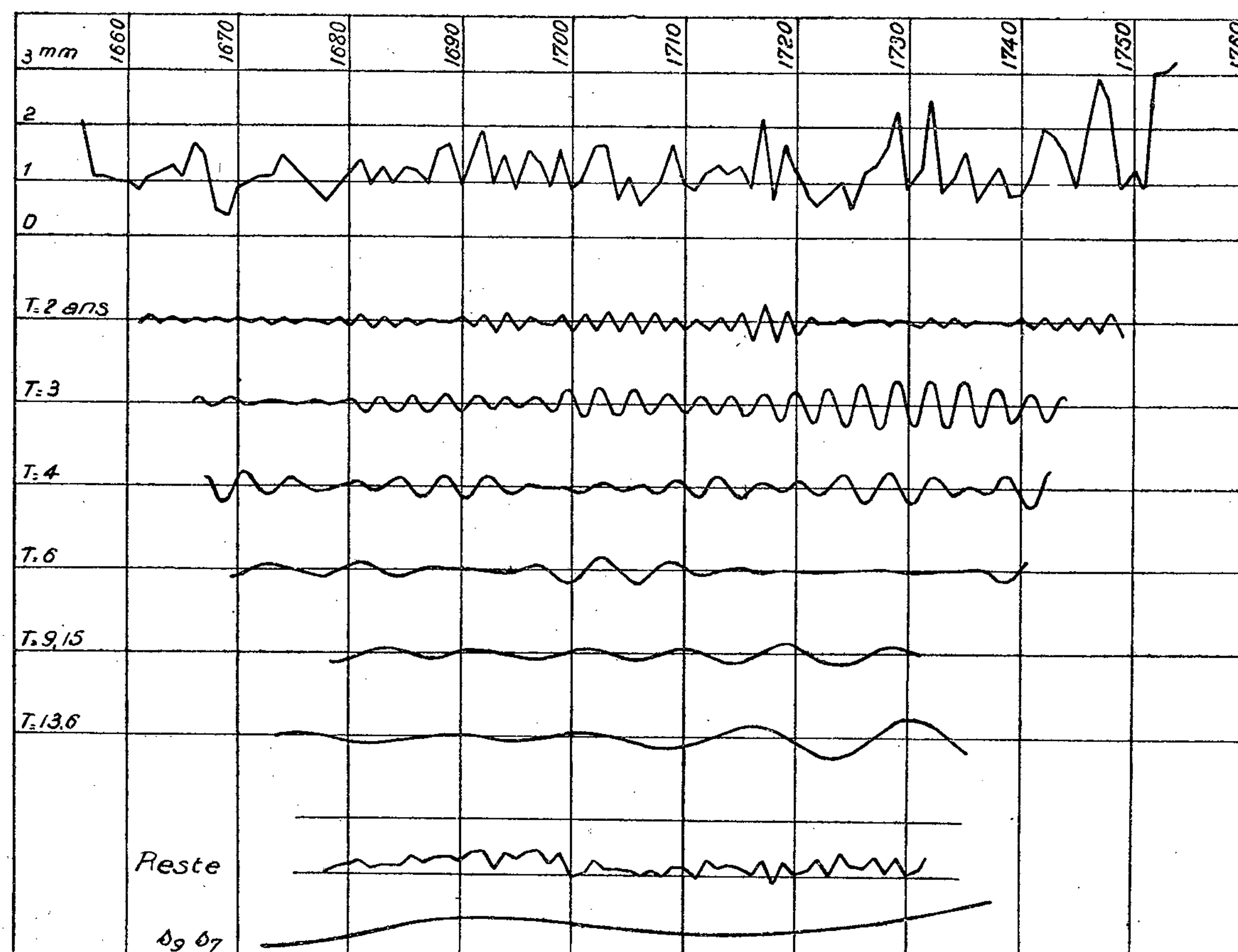
On remarque immédiatement que les périodes des composantes élémentaires, isolées à partir de cette série de 99 termes, sont pratiquement les mêmes que celles extraites de la série des maxima annuels de la Seine, série qui comporte 72 termes (Cahier n° 1 de la Commission du bassin de la Seine, Paris, 1941). Comme on le voit, dans les deux cas la période undécennale n'a pu être mise en évidence.

V. B. Chostakovitch note l'existence de périodes de 2,61, de 5,43 et de 10,59 ans. Je ne sais pas si la divergence de nos résultats est due aux différences des méthodes d'analyse employées, ou bien à ce que les composantes de Chostakovitch peuvent être développées en une somme de sinusoïdes donnée par la méthode de M. et Mme H. Labrouste. Cet exemple montre combien il serait utile de procéder à une étude comparative de toutes les méthodes d'analyse dont se servent les hydrologues et les météorologistes.

Il faut remarquer que les composantes élémentaires de la série des varves ont des amplitudes dont le rapport ne dépasse pas de 1 à 2, tandis que pour la série des maxima de la Seine elles présentaient des différences d'amplitudes notables. Il en résulte une moindre précision sur la définition des périodes dans le cas des varves, car avec cette longueur de série on ne peut pas employer des combinaisons très sélectives.

Le reste de la série analysée ici montre encore une autre variation, beaucoup plus lente que celle des composantes isolées. On ne saurait discuter si cette variation lente comporte une partie périodique. Cependant la courbe de reconnaissance $s_9 s_7$ qui efface pratiquement toutes les périodes inférieures à 19 ans, exprime bien la marche séculaire du reste et montre l'influence relativement faible des variations lentes qui se développaient sur une cinquantaine d'années, comme le montre le dessin accompagnant cette Note. D'autres courbes de reconnaissances, non reproduites sur le dessin, indiquent aussi l'existence possible d'une composante de période de 21 à 22 ans, qui correspondrait peut-être au double-cycle solaire, mais qui ne peut être calculée à partir de cette série insuffisamment longue. Le reste fait apparaître d'ailleurs que l'amplitude de la composante bi-undécennale, si elle existe, ne peut être que faible. Cette même composante est indiquée par les courbes de reconnaissance de la série de la Seine.

Il semble possible de retenir de l'analyse présentée ici que l'évolution de deux phénomènes dus à l'écoulement fluvial (dépôt des varves dans une île de la



Épaisseur des couches annuelles de vase du lac Malinovoïé. (Mer Blanche.)

Mer Blanche et hauteurs de crue à Paris) présente, malgré l'éloignement des lieux où ceux-ci se produisent, des caractères communs. L'analyse de la série des varves est donc apportée ici dans le but de contribuer à l'exploration de l'évolution de l'écoulement dans le temps.

OPTIQUE ATMOSPHÉRIQUE. — *L'ombre de la Terre*. Note de M. **Jean Dubois**, présentée par M. Aimé Cotton.

Un observateur regardant vers l'anticouchant voit monter graduellement dans le ciel une bande d'un beau bleu sombre appelée l'*ombre de la Terre* ou *arche sombre*.

Cette ombre commence à être visible par ciel très pur dès que le bord inférieur du Soleil disparaît sous l'horizon. Quelques minutes après le coucher du Soleil, on aperçoit au-dessus de la bande sombre de beaux rayons rosés, et en dessous d'elle une zone assez brillante et blanchâtre, l'albe.

Rappelons que Combier (¹) a obtenu de belles photographies de l'ombre de la Terre sur plaques panchromatiques et à travers un écran jaune ou rouge. Cet auteur a pu établir expérimentalement que les plaques orthochromatiques

(¹) Voir *La Météorologie*, 3ᵉ série, nᵒˢ 28, 29, 30, juillet-décembre 1940.

ou ordinaires étaient impropres à fixer le phénomène, mais n'a pas donné d'explication de ce résultat.

Comme, à ma connaissance, aucune étude spectrographique de ce phénoméne n'a été tentée, j'ai profité d'un séjour au Pic du Midi en juillet 1945 pour obtenir quelques spectres, l'ombre de la Terre étant à cette altitude particulièrement nette.

J'ai projeté sur la fente du spectrographe, à l'aide d'un objectif photographique, les images juxtaposées du ciel, de la bande bleu sombre et de l'albe.

Les spectres obtenus ne révèlent aucune différence spectrale entre le ciel, la bande ou l'albe jusqu'aux environs de 5650 Å. *C'est donc entre* 5650 Å *et la limite rouge des spectres* (6400 Å) *que les spectres des trois parties indiquées sont différenciées.*

Le spectre du ciel est celui auquel il faut s'attendre. Par contre, dans celui de la bande on constate une absorption *quasi continue* causée par la superposition des bandes de l'ozone et de la vapeur d'eau (bandes de la pluie). Ce spectre présente d'ailleurs une grande analogie avec celui de la Lune éclipsée au bord de l'ombre, les deux phénomènes ayant évidemment une étroite parenté. Le spectre de l'albe montre une atténuation des bandes de l'ozone, tandis que celles de la pluie sont toujours très nettes.

Cette étude rapide permet d'attribuer la bande sombre à l'absorption des radiations jaunes et rouges par une couche épaisse dont le centre se situe entre 20 et 25^{km}, région où la concentration de l'ozone est maxima.

L'albe est un phénomène localisé dans la troposphère.

Une étude plus approfondie des spectres et de l'évolution du phénomène permettra d'en préciser la théorie.

La spectrographie explique donc le résultat obtenu par Combier et rend compte, du moins en première approximation, de la coloration bleue (parfois bleu indigo) de la bande sombre.

Il y a lieu, en outre, de préciser que l'ombre de la Terre est un phénomène atmosphérique différent de celui appelé *ombre du Pic du Midi*. L'ombre du Pic peut être photographiée avec n'importe quelle émulsion ; c'est une ombre géométrique caractérisée par un *déficit de lumière dans tout le spectre*. L'ombre de la Terre, au contraire, *résulte d'un phénomène d'absorption dans une bande spectrale déterminée*. Bien qu'à l'œil nu les ombres de la Terre et du Pic soient semblables comme coloration et comme intensité, elles sont dues à des causes toutes différentes.

L'*ombre de la Terre* n'est donc pas à proprement parler l'ombre de la Terre, ni même de l'atmosphère, mais un phénomène particulier, dont l'étude précise est en cours.

PALÉONTOLOGIE. — *Les squales de Cerin (Ain) et l'origine des Squales de l'ordre des Galea.* Note de M. **Pierre de Saint-Seine**, présentée par M. Charles Jacob.

Parmi les Sélaciens actuels, deux familles, composées de petites formes généralisées, benthiques, méritent une attention particulière en ce qu'elles retiennent nombre de caractères primitifs et constituent peut-être la souche de nombreux types aujourd'hui plus spécialisés et formant le vaste ordre de *Galea*. Il s'agit des Orectolobidés, qui seraient à l'origine du premier sous-ordre, celui des *Isurida* (*Orectoloboidea*, *Odontaspidoidea*, *Isuroidea*) et des Catulidés, qui seraient à l'origine du second sous-ordre, celui des *Carcharinida* (*Catuloidea* et *Carcharinoidea*).

L'apparition de ces deux familles pose un des problèmes intéressants de la phylogénie des Élasmobranches.

Jusqu'à présent leurs représentants les plus primitifs, des calcaires lithographiques de Bavière, étaient *Crossorhinus* (*Orectolobus* et *Palæoscyllium*). Deux genres de Cerin, dont un nouveau, élargissent quelque peu ces maigres données.

Phorcynis catulina Thiollière, de Cerin est un petit squale benthique, généralisé, à longue caudale fine, dont l'aspect est celui de la Roussette. Dans le squelette, nombreux caractères primitifs : nageoire pectorale tribasale avec un mesopterygium presque égal au metapterygium; vertèbres tectospondyles avec un seul anneau de calcification secondaire à l'extérieur du double cône primaire; dents unicuspides sans serration et à large base; revêtement dermique de type généralisé. Tous ces caractères semblent annoncer la structure d'*Orectolobus* actuel. Certainement voisin de *Crossorhinus* (*Orectolobus*) du Jurassique de Bavière, *Phorcynis* est peut-être identique à *Crossorhinops* des mêmes gisements, mais dont la dentition est malheureusement inconnue. Différent de *Palæoscyllium* et plus primitif que lui par sa nageoire pectorale, *Phorcynis* pourrait être issu de formes telles que *Palæospinax* du Lias et *Protospinax* du Jurassique supérieur, constituant ainsi un jalon entre les Spinacidés et le sous-ordre des Isurida.

Corysodon cirinensis, genre et espèce nouveaux ([1]), est également un petit squale généralisé ne présentant encore ni la spécialisation fusiforme des types pélagiques, ni l'étirement du corps et l'affinement de la caudale propres aux types purement benthiques. La tête est courte, d'un huitième environ de la longueur totale; le museau est émoussé; la bouche, subterminale. Les dents, disposées en plusieurs rangées, sont basses, à large racine; la couronne présente l'aspect d'un casque à cimier, sans serration; la face interne porte une large saillie en hémisphère au pôle de laquelle se trouve le foramen nutritif. Les vertèbres, au nombre de plus de cent, sont cyclospondyles. Les deux nageoires dorsales sont hautes, subégales, bien développées, mais à cartilages basaux primitifs, non coalescents. La première dorsale est située dans la moitié antérieure du corps. Les nageoires anale et caudale sont hautes et fortes, cette dernière à lobe hypochordal accentué.

Par l'ensemble de ces caractères, *Corysodon* se présente comme un type synthétique

---

([1]) L'étude détaillée de *Corysodon* et de *Phorcynis* paraîtra dans un travail qui est en cours de rédaction.

dont les affinités nombreuses peuvent être autant avec les *Isurida* qu'avec les *Carcharinida*. Cependant, par sa dentition, il paraît déjà quelque peu engagé dans une voie qui semble pouvoir conduire vers *Ginglymostoma* (Crétacé supérieur-actuel) et *Nebrodes* (actuel), deux formes typiquement primitives de la famille des Orectolobidés.

Il ressort de ce qui précède que, pour autant qu'elle est connue, la faune des Sélaciens du Jurassique supérieur se caractérise de la manière suivante : prédominance de petites formes généralisées qui paraissent être proches parentes, mais dont quelques traits déjà divergents semblent montrer la voie vers les *Squalea* (*Protospinax*), les *Isurida* (*Corysodon*, *Phorcynis*, *Crossorhinus*) et les *Carcharinida* (*Palæoscyllium*).

Si l'on ajoute à ce tableau la présence de *Squatina* et de plusieurs Rhinidés et Rhinobatidés incontestablement à l'origine du groupe des Rajiformes, il apparaît que la majorité des ordres actuels sont représentés, mais par des formes dont la parenté semble encore toute proche.

Une seconde constatation est que les formes de Bavière et de Cerin ne paraissent pas favoriser l'opinion de quelques paléontologistes sur l'antériorité des types pélagiques par rapport aux types benthiques. Les principaux groupes de squales actuels semblent avoir débuté par des types franchement benthiques ou semi-benthiques, vivant sur ou à proximité de la plate-forme continentale et se nourrissant de petites proies peu mobiles. Le type de corps élevé, avec la nageoire dorsale avancée propre au mode de vie pélagique, serait une spécialisation postérieure.

BOTANIQUE. — *Différenciation basipète des faisceaux libéroligneux stylaires de* Centranthus angustifolius *DC*. Note [1] de M. **Claude Arnal**, présentée par M. Auguste Chevalier.

On peut distinguer deux groupes d'interprétation de l'ovaire infère [2]. Le premier comprend les hypothèses selon lesquelles cet organe est constitué uniquement par la concrescence de pièces florales de nature appendiculaire, le second celles qui font jouer à l'axe un rôle plus ou moins important dans sa constitution, en particulier dans celle de sa paroi externe. Nous envisageons ici cette question du point de vue de l'anatomie ontogénique dans le cas particulier de *Centranthus angustifolius* DC.

La fleur de cette Valérianacée possède un ovaire infère typiquement à trois loges, mais une seule d'entre elles, beaucoup plus grande que les deux autres, renferme un ovule fertile. Le trajet des faisceaux libéroligneux dans la fleur épanouie a déjà été étudié par L. Vidal [3]. Au sujet de *Centranthus ruber*, il

---

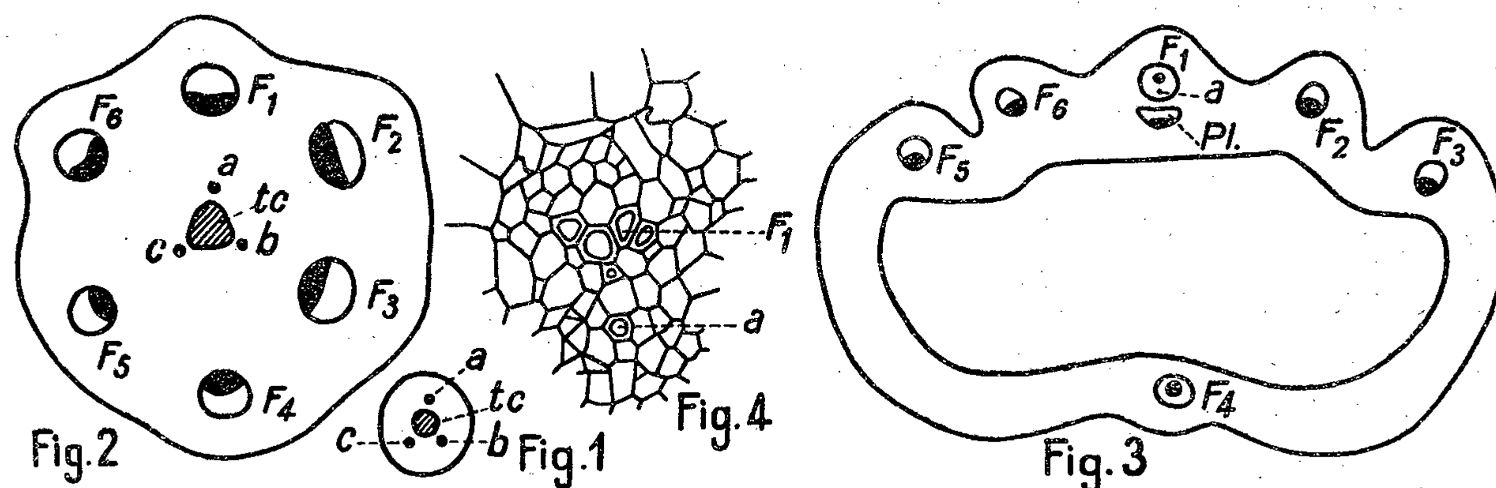
(1) Séance du 11 mars 1946.

(2) On trouvera une mise au point récente de cette question dans C. E. Douglas, *Bot. Rev.*, 10, 1944, p. 125.

(3) *Ann. Univ. Grenoble*, 3, xv, 1903, p. 5.

écrit : « Il y a dans la paroi ovarienne six faisceaux pariétaux à xylème interne et un gros faisceau placentaire inverse situé entre la loge centrale et le cercle des faisceaux pariétaux. Plus haut, la grande loge se réduit; le faisceau placentaire se dissocie en un fascicule qui passe dans le funicule et *trois autres qui s'élèvent dans le style* ». En étudiant la fleur et le fruit de *C. angustifolius*, nous avons constaté les faits suivants :

Au moment de l'anthèse, le style présente sur toute sa longueur (*fig.* 1), trois



faisceaux *a*, *b*, *c*, entourant une région de tissu conducteur *tc*. Au sommet de l'ovaire (*fig.* 2), ces trois faisceaux se terminent sans entrer en contact avec aucun autre faisceau libéro-ligneux; le faisceau *a*, diamétralement opposé à l'unique loge ovarienne fertile, est un peu plus longuement développé vers le bas que les deux autres. Ces trois faisceaux stylaires persistent au sommet du jeune fruit, après la chute de la corolle de l'étamine et du style. Les deux faisceaux *b* et *c* restent sans changement; le faisceau *a* se différencie longuement vers le bas (*fig.* 3). Il se rapproche du faisceau pariétal F_1 qu'il longe jusque vers la base de la loge ovarienne fertile. Il ne comporte à ce stade qu'un seul vaisseau spiralé qui reste séparé sur toute sa longueur du groupe des vaisseaux de F_1 par quelques cellules parenchymateuses (*fig.* 4). A un stade plus âgé, les faisceaux *b* et *c* restent indépendants; le faisceau *a* possède plusieurs vaisseaux bien différenciés qui sont séparés des vaisseaux de F_1 sur presque toute la hauteur de l'ovaire, mais se réunissent à eux à sa base.

Par conséquent, contrairement à ce que décrit L. Vidal ([4]), les trois faisceaux libéro-ligneux stylaires ne proviennent pas d'une simple ramification du faisceau placentaire. Ce sont trois faisceaux indépendants qui se différencient à partir d'un point situé vraisemblablement vers la base du style, à la fois dans le sens basifuge, vers le stigmate, et, inégalement, dans le sens basipète, vers l'ovaire. Quand les connexions vasculaires sont établies, les faisceaux stylaires sont reliés aux faisceaux pariétaux et non au faisceau placentaire. Cette différenciation basipète de faisceaux floraux a déjà été décrite dans d'autres

(4) Nous avons vérifié qu'il ne s'agit pas là d'une différence spécifique et que les caractères anatomiques sont les mêmes chez *C. angustifolius* et *C. ruber*.

fleurs ([5]), mais le fait qu'on l'observe ici pour les seuls faisceaux stylaires semble prouver que ceux-ci sont indépendants, à l'origine, de l'appareil vasculaire ovarien. Ce serait plutôt un argument en faveur de l'hypothèse selon laquelle la paroi externe d'un ovaire infère est constituée par une invagination de l'axe, la partie appendiculaire ou carpellaire formant seulement le style et la région placentaire. Les faisceaux stylaires appendiculaires se développeraient dans la paroi ovarienne axiale dans des conditions tout à fait analogues à celles que l'on connaît déjà ([6]) pour les traces foliaires dans la tige.

En outre la position relative des faisceaux stylaires soulève un problème. Ces faisceaux sont situés dans l'ovaire entre les loges et non en face d'elles. Cette position semble normale à Vidal, qui considère que « les trois faisceaux stylaires ne sont que les placentaires ou marginaux prolongés ». Mais, puisque ces faisceaux sont en réalité en connexion avec les faisceaux pariétaux, peut-on encore les considérer comme des faisceaux marginaux de carpelles dont la nervure médiane n'existerait pas, ou doit-on penser qu'ils représentent des nervures médianes déplacées par une torsion en rapport avec la forte irrégularité de cette fleur? C'est ce que l'étude d'autres fleurs moins irrégulières nous montrera sans doute.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *La signification du point nodal initial au cours de l'édification de l'appareil vasculaire chez les feuilles.* Note de M. **Fernand Pellissier**, présentée par M. Roger Heim.

Nous avons établi ([1]) que la construction de tout élément vasculaire comporte en premier lieu l'édification sélective d'un point lignifié isolément au niveau d'un nœud (point nodal), dont la différenciation *nodifuge* se poursuit par la suite dans les deux directions (base et apex). Ces notions ont été confirmées par G. Bouvrain ([2]).

En réalité il nous paraît aujourd'hui acquis qu'un *cordon conducteur vasculaire* (file trachéale libre de toute anastomose) est primitivement ébauché par une succession de points nodaux, dont l'un, prioritaire, devient *le point initial*; les autres, apparaissant successivement et de proche en proche, constituent des *relais*; leur ensemble forme le *système nodal* (entre ces points, le raccord internodal obéit à un classique processus de différenciation nodifuge). Nous distinguerons donc dans tout cordon une partie supra-initiale (basifuge par rapport à l'organe) et une partie sous-initiale (basipète).

([5]) P. Grélot, *Ann. Soc. nat. Bot.*, 8e série, 5, 1897, p. 1; C. Arnal, *Thèse*, Dijon, 1945.

([6]) P. Bugnon, *Comptes rendus*, 175, 1922, p. 897.

([1]) *Étude de l'ontogénie du système ligneux des diverses phylles et de leur agencement dans la tige de* Cucurbita pepo *L.*, Lons-le-Saunier, 1939.

([2]) *Recherches ontogéniques sur les Angiospermes Dicotylédones*, Paris, 1941.

L'étude ontogénique de l'appareil ligneux d'un limbe penné, palmé ou pelté révèle que chacune des nervures est primitivement jalonnée par l'unique trachée basifuge (supra-initiale) d'un cordon conducteur dont l'indépendance peut être aisément démontrée.

Chez *Tropæolum majus* L., par exemple, le point initial du cordon médian (nervure de premier rang dans le premier ordre) est basopétiolaire. La trachéogénèse des nervures latérales (2e, 3e et 4e rangs dans le premier ordre) montre une progression ascensionnelle du point initial des cordons primitifs correspondants. Ceux-ci prennent naissance isolément dans la région apicopétiolaire (2e rang), puis (3e et 4e rangs) dans une zone limbaire de plus en plus distale du sommet du pétiole.

Cette constatation, qui implique la coexistence à un même niveau d'éléments supra-initiaux basifuges et sous-initiaux basipètes, nous interdit de considérer ces nervures de même ordre comme issues d'un processus de ramification de l'appareil ligneux caulinaire, et de décerner valeur d'unité à l'organe (la feuille naissante) qui les contient. Les cordons primitifs représentent autant d'individualités distinctes, édifiées consécutivement.

Chez *Periploca græca, Tropæolum majus, Cucurbita,* le point initial d'un cordon de second ordre (et de premier rang), prend ensuite naissance contre la trachée supra-initiale basifuge du cordon de premier ordre, et construit indépendamment de ce dernier une file trachéale autonome. Tandis que l'élément supra-initial de deuxième ordre donne le tracé primitif de la nervure secondaire, la *trachée sous-initiale basipète emprunte un trajet parallèle au vaisseau supra-initial basifuge* du cordon de premier ordre (entre ces deux éléments, toute fusion anastomotique est impossible). Cette notion nous interdit tout autant de considérer à l'égal d'une unité conductrice le faisceau ligneux ainsi ébauché. Celui-ci représente une architecture complexe dès l'origine, car ses deux premiers éléments juxtaposés s'opposent par les directions de leur différenciation.

De plus, si l'on ajoute à ce fait que le point initial des cordons de rang numériquement supérieur (dans le deuxième ordre) présente une progression ascensionnelle et prend naissance isolément à quelque distance de la nervure principale, il devient évident que les nervures secondaires, à leur tour, ne représentent pas davantage les ramifications des nervures primaires; elles acquièrent la qualité d'édifices autonomes.

Un processus identique est à l'origine de la genèse des nervures de 3e et 4e ordres etc. De nouveaux cordons élémentaires sont formés, dont les vaisseaux basipètes sous-initiaux, par leur apport incessant, contribuent à enrichir les faisceaux sous-jacents. Au sein de ceux-ci on n'assiste jamais à l'anastomose de la trachée supra-initiale du cordon d'ordre n avec le vaisseau sous-initial du cordon d'ordre $n+1$. Seules sont susceptibles de fusionner en un élément à

valence multiple les trachées sous-initiales voisines et isochrones de cordons différents, suivant des modalités sur lesquelles d'ailleurs nous aurons à revenir.

En définitive, si les points nodaux conservent toute leur signification de zones sélectives dans la différenciation ligneuse, et si cette notion a quelque importance dans l'aspect histologique de la trachéogénèse, il ne doit point être perdu de vue que c'est à celui d'entre eux qui constitue le point initial que l'on doit de pouvoir donner une interprétation de l'ontogénèse de l'appareil ligneux foliaire, et d'y révéler, par le jeu des oppositions des éléments sous-initiaux et supra-initiaux, la participation de cordons conducteurs distincts, indépendants à l'origine, nés consécutivement les uns sur les autres, et associant leurs parties basipètes sous-jacentes en faisceaux et vaisseaux polyvalents.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Action du glucose sur la croissance des prothalles de* Gymnogramme calomelanos, Nephrolepis cordifolia *et* Asplenium sp. Note de Mme **Germaine Hurel-Py**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Nous avons montré (¹) que le glucose, ajouté en faible dose (2 %) dans les milieux de culture, accélère la croissance des colonies prothalliennes d'*Asplenium*, tandis que de fortes doses (10 %) sont, au contraire, inhibitrices. Ces études préliminaires ne comportant que des évaluations du volume des cultures, il nous a paru indispensable de les préciser en effectuant des mesures par pesées, puis de les étendre, en les appliquant aux deux nouvelles souches de prothalles que nous possédons maintenant, *Gymnogramme calomelanos* et *Nephrolepis cordifolia*.

Nous avons tout d'abord recherché sur *Asplenium* quelle est la concentration de glucose compatible avec la vie : nous avons trouvé qu'elle est inférieure à 12 %, dose de glucose qui tue immédiatement les cultures repiquées, tandis que celles-ci végètent encore sur milieu à 10 %. Il restait à déterminer la dose optimale de glucose pour la croissance prothallienne. Pour cela nous avons effectué des repiquages sur milieu de Knop dilué de moitié et additionné de doses croissantes de glucose : 0,1; 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5 et 3 %, et nous avons pesé les colonies au début et à la fin des expériences qui ont duré 2 à 3 mois environ. Chaque série d'expériences portait sur 96 cultures, soit 12 cultures de chaque concentration. D'une expérience à l'autre il existe des fluctuations assez importantes, ainsi qu'on peut s'en rendre compte par l'examen des tableaux ci-joints. Le tableau I se rapporte à *Asplenium*, le tableau II à *Nephrolepis cordifolia*, le tableau III à *Gymnogramme calomelanos*.

(¹) *Comptes rendus*, **216**, 1943, p. 77.

TABLEAU I. — *Asplenium sp.*

Accroissement moyen en poids (poids final-poids initial en mg) *pendant la durée de l'expérience.*

Durée (*) approximative.	% de glucose ajoutés au milieu. 0.	0,1.	0,5.	1.	1,5.	2.	2,5.	3.
3 mois.....	55	187	324	500	965	1025	811	435
3 mois.....	282	593	2576	3130	2434	2393	2588	2159
2 mois.....	130	360	578	1125	873	823	718	686
3 mois.....	241	–	–	2367	2956	2685	2405	1643
3 mois 1/2...	319	–	–	1193	852	1177	788	715
4 mois (2)...	12	48	–	142	86	201	363	93

(*) De chaque série d'expérience.

TABLEAU II. — *Nephrolepis cordifolia*, id.

Durée approximative.	% de glucose ajoutés au milieu. 0.	0,1.	0,5.	1.	1,5.	2.	2,5.	3.
1 mois 1/2...	35	122	113	379	245	221	196	123
2 mois.....	83	445	1275	1947	1965	1783	1649	1120
2 mois.....	141	149	658	1160	1368	1806	–	1237
2 mois.....	–	–	377	558	1112	514	466	546

TABLEAU III. — *Gymnogramme calomelanos*, id.

Durée approximative.	% de glucose ajoutés au milieu. 0.	0,5.	1.	1,5.	2.	2,5.	3.
2 mois.....	71	98	167	160	129	183	72
2 mois.....	33	212	508	530	520	248	113

TABLEAU IV. — *Gymnogramme calomelanos*, id.

Durée approximative.	% de glucose ajoutés au milieu. 0.	1.	2.	4.	6.	8.
2 mois.....	177	436	468	179	42	75
3 mois 1/2...	227	2493	3759	1698	815	330

Pour cette dernière espèce nous avons recherché, en plus de l'optimum de croissance, la dose pour laquelle le glucose devient toxique en repiquant les cultures sur des milieux renfermant de 0 à 8 % de glucose. Le tableau IV résume les résultats de cette dernière expérience.

De l'examen de ces tableaux on peut conclure que l'action du glucose sur la croissance des colonies prothalliennes est absolument comparable dans les trois espèces considérées. La concentration optima de glucose est située entre 1 et 2 %; la dose toxique, tout au moins pour *Gymnogramme calomelanos*, au

(2) Cette dernière série d'expériences a subi des conditions physiques défavorables, ce qui explique le retard de croissance des cultures.

voisinage de 7 %. Signalons que, dans notre précédente Note concernant *Asplenium sp.*, nous avions trouvé que les prothalles cultivés sur des concentrations de glucose supérieures à 5 % sont complètement stériles, ce qui manifeste bien le trouble exercé par le glucose à trop forte concentration sur la croissance des colonies prothalliennes en culture aseptique. Mais ce que ces nouvelles expériences font surtout clairement ressortir, c'est l'action importante du glucose à faible dose sur la croissance des prothalles. Suivant les séries d'expériences, l'accroissement des prothalles avec 1 à 2 % de glucose a été de 7 à 23 fois l'accroissement des prothalles sur milieu purement minéral, avec une moyenne de 11 fois pour *Asplenium*, 15 fois pour *Nephrolepis* et 12 fois pour *Gymnogramme*. Ainsi, pendant un temps donné, une colonie prothallienne s'accroît en moyenne 13 fois plus sur milieu faiblement glucosé que sur milieu minéral. On peut donc en conclure que, si le gamétophyte des Fougères est susceptible, grâce à sa chlorophylle, de vivre en autotrophe, il tend à se comporter en hétérotrophe lorsque les circonstances le lui permettent.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Le système phénol-phénolase dans le tubercule de Topinambour : existence et localisation.* Note de M. **Henri Belval** et Mlle **Gilberte Legrand**, présentée par M. Maurice Javillier.

Les extraits fraîchement préparés à partir de tubercules de Topinambour (jus de presse, diffusions aqueuses) oxydent quelque peu la tyrosine, beaucoup mieux les diphénols ortho et para, le nadi [1], la résine de gaïac et même le cytochrome *c*. On est conduit à y admettre la présence de monophénolase (tyrosinase), d'orthodiphénolase (pyrocatéchol-oxydase), ainsi peut-être que de laccase. Dans les cas où la réaction du nadi est faible, l'eau oxygénée ne la renforce pas sensiblement; les peroxydases paraissent donc n'exister qu'à l'état de traces, ou leur action est masquée par celle des oxydases. Malgré l'oxydation évidente du cytochrome, il n'y a pas de cytochrome-oxydase. Les extraits, en effet, gardent assez rapidement la propriété d'oxyder le gaïac, le nadi, le cytochrome, tout en demeurant presque indéfiniment actifs sur les diphénols; ce vieillissement, qui demande plusieurs jours à la température de 10°, est obtenu en quelques heures à 30°, surtout si le milieu est aéré. L'addition ménagée de pyrocatéchol à des préparations vieillies leur permet de recouvrer instantanément leurs propriétés. L'orthoquinone naissante, issue du phénol sous l'action de la polyphénolase, suffit à oxyder les réactifs : gaïac, nadi ou cytochrome. L'hydroquinone est loin d'avoir cette puissance de régénération. Cependant le pyrocatéchol ne possède pas spécifiquement cette

---

(1) Mélange à P. E. de solutions hydro-alcooliques de naphtol α et de dyméthylparaphénylènediamine.

propriété; tout extrait frais obtenu en jetant des cossettes très fines dans l'eau bouillante, opération qui a pour but de détruire la diastase sans laisser au substrat phénolique le temps de s'oxyder, régénère les préparations devenues inactives par vieillissement. On en conclut que, dans le Topinambour, l'oxydation du nadi et du cytochrome est l'œuvre de l'orthodiphénolase agissant de concert avec un adjuvant de nature phénolique, et non de la laccase, celle-ci oxydant directement les *p*-phénylène diamines (²). Reste possible, dans l'extrait frais, l'action conjuguée d'une laccase et d'une polyphénolase. Mais alors cette laccase serait extraordinairement fragile, puisqu'il suffit de porter la température au voisinage de 30° pendant quelques heures pour la faire disparaître. De toute façon, pas plus que dans les Champignons Basidiomycètes, il ne saurait être question ici de cytochrome-oxydase. Au surplus, il est bon de se rappeler que le ferment de Warburg adhère fortement aux tissus, alors que, dans le cas présent, l'oxydation du cytochrome est réalisée au moyen de simples extraits aqueux.

Les deux éléments du système oxydant phénol-phénolase sont inégalement répartis. Tiges hypertrophiées, les tubercules présentent, sous une mince couche de suber, une assise subéro-phellodermique, puis l'écorce relativement peu importante; le cylindre central, par contre, a pris un énorme développement : les faisceaux libéroligneux primitifs s'y reconnaissent aux fibres péricycliques qui les surmontent, et, tandis que le liber des différents faisceaux se soude par de multiples anastomoses formant une sorte de réseau à la limite de l'écorce, les vaisseaux serpentent vers la moelle, sans jamais l'atteindre, au travers d'un parenchyme non différencié et en restant toujours dans un même plan radial. Dans un organe aussi peu compliqué, la localisation n'offre guère de difficultés. La polyphénolase existe partout. L'adjuvant ne se trouve que dans certains tissus : l'assise subéro-phellodermique, le liber et les cellules un peu allongées qui, sur deux ou trois rangs d'épaisseur, constituent autour des vaisseaux une véritable gaine. Il n'est pour s'en rendre compte que de préparer des extraits à partir des diverses régions du tubercule préalablement isolées; la moelle oxyde les diphénols, mais demeure à peu près sans action sur le nadi; on n'obtient nettement le bleu d'indophénol que par addition de pyrocatéchol; il en va de même pour les rayons médullaires facilement séparables; par contre, le tissu criblé, les différents plans radiaux où circulent les vaisseaux, la partie superficielle de l'écorce contenant l'assise subéro-phellodermique, donnent immédiatement avec le nadi une réaction positive.

On remarquera que le système oxydant complet se rencontre dans la région périphérique. C'est là surtout que s'accumule l'inuline; on y trouve pour 100^g de poids frais jusqu'à 22^g de fructosane, alors que dans la région centrale

(²) G. Bertrand, *Comptes rendus*, **122**, 1896, p. 1132; D. Bertrand, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, **27**, 1945, p. 396.

(moelle et partie non vascularisée du cylindre central) il y en a au maximum 14g.
Il est même à noter que les cellules qui se colorent avec le plus d'intensité par le nadi sont celles qui entourent les vaisseaux, c'est-à-dire celles qui, sur les coupes pratiquées dans des organes conservés dans l'alcool, se montrent bourrées de pseudo-cristaux d'inuline, tandis que les cellules voisines sont vides ou ne renferment que quelques cristaux isolés dans les angles. Le nadi apparaît ainsi comme un excellent colorant des tissus vivants, du tissu criblé notamment. Ces localisations se retrouvent identiques dans toutes les parties de la plante, stolons, tige, feuilles. On n'observe aucune différence à cet égard entre les variétés de tubercules, non plus qu'entre les espèces d'*Helianthus*.

BIOGÉOGRAPHIE. — *Les caractères biogéographiques de la flore algale d'eau douce des Açores.* Note de MM. **Pierre Bourrelly** et **Émile Manguin**, présentée par M. Roger Heim.

L'étude des récoltes faites aux îles Açores par Pierre Allorge en 1937 nous permet aujourd'hui de porter le nombre des Algues d'eau douce connues dans cet archipel de 401 à 672 espèces et formes.

Cette flore comprend des éléments floristiques banaux dominants, identiques à ceux que l'on rencontre dans les lacs et tourbières d'Europe, mais appauvris dans leur diversité. Il s'y ajoute un élément nettement nordique, à tendance arctico-alpine, bien caractérisé par *Navicula Peterseni, Diatoma hiemale, Eunotia bidentula, E. diodon, E. sudetica, Anomoeoneis serians, Cosmarium obliquum, C. pseudarctoum, Staurastrum capitulum, Tetmemorus lævis* v. *minutus, Penium cylindrus*.

De plus, le pourcentage très faible en *Closterium, Euastrum*, l'absence de *Micrasterias*, l'abondance des *Cosmarium* constituent des caractères floristiques nordiques voisins de ceux qu'on peut noter au Spitzberg et dans les régions arctiques.

Enfin un apport tropical très net est indiqué par les espèces suivantes : *Dichothrix orciniana* v. *africana, Scytonema amplum, Sc. javanicum, Sc. guyanense, Oscillatoria Geitleri* f. *major, Uronema africanum, Trentepohlia arborum, Melosira cataractarum* f. *lævis, Achnanthes inflata, Frustulia rhomboides* v. *elongata, Caloneis hyalina, Navicula Lagerheimi, N. cryptocephaloides, Nitzschia Monguilloni, N. Ruttneri*. Il est à signaler que ces Algues tropicales sont connues surtout des Antilles et de l'Insulinde; l'élément africain y est fort réduit. Ce fait s'éclaire si l'on tient compte de la pauvreté de notre documentation algologique sur l'Afrique.

Il est remarquable que les Algues nordiques, de même que les tropicales, rencontrées aux Açores, sont surtout des espèces subaériennes, oxydophiles, donc résistantes à l'émersion et au transport. L'hypothèse de Bohlin, accordant la plus grande part dans le peuplement des Açores au transport par les oiseaux

aquatiques, trouve dans ces observations une preuve nouvelle. Ces îles servent de lieu de refuge aux grands migrateurs venant du nord de l'Europe, qui s'y reposent par tempêtes.

L'Homme, ayant introduit aux Açores des Poissons, des Batraciens, des plantes aquatiques, a contribué par ailleurs au peuplement algal de l'archipel dans une mesure qu'il est difficile de préciser.

Il faut enfin remarquer la pauvreté relative de ces îles en espèces endémiques : presque toutes les collections d'eau étudiées sont en terrain volcanique, et proviennent surtout de lacs de cratères. Ce fait explique que la flore algale se montre d'installation relativement récente. Cependant, pour les Diatomées, nous avons trouvé 34 formes nouvelles qui, certes, dérivent en général d'espèces cosmopolites, mais leur importance numérique indique déjà une tendance vicariante marquée.

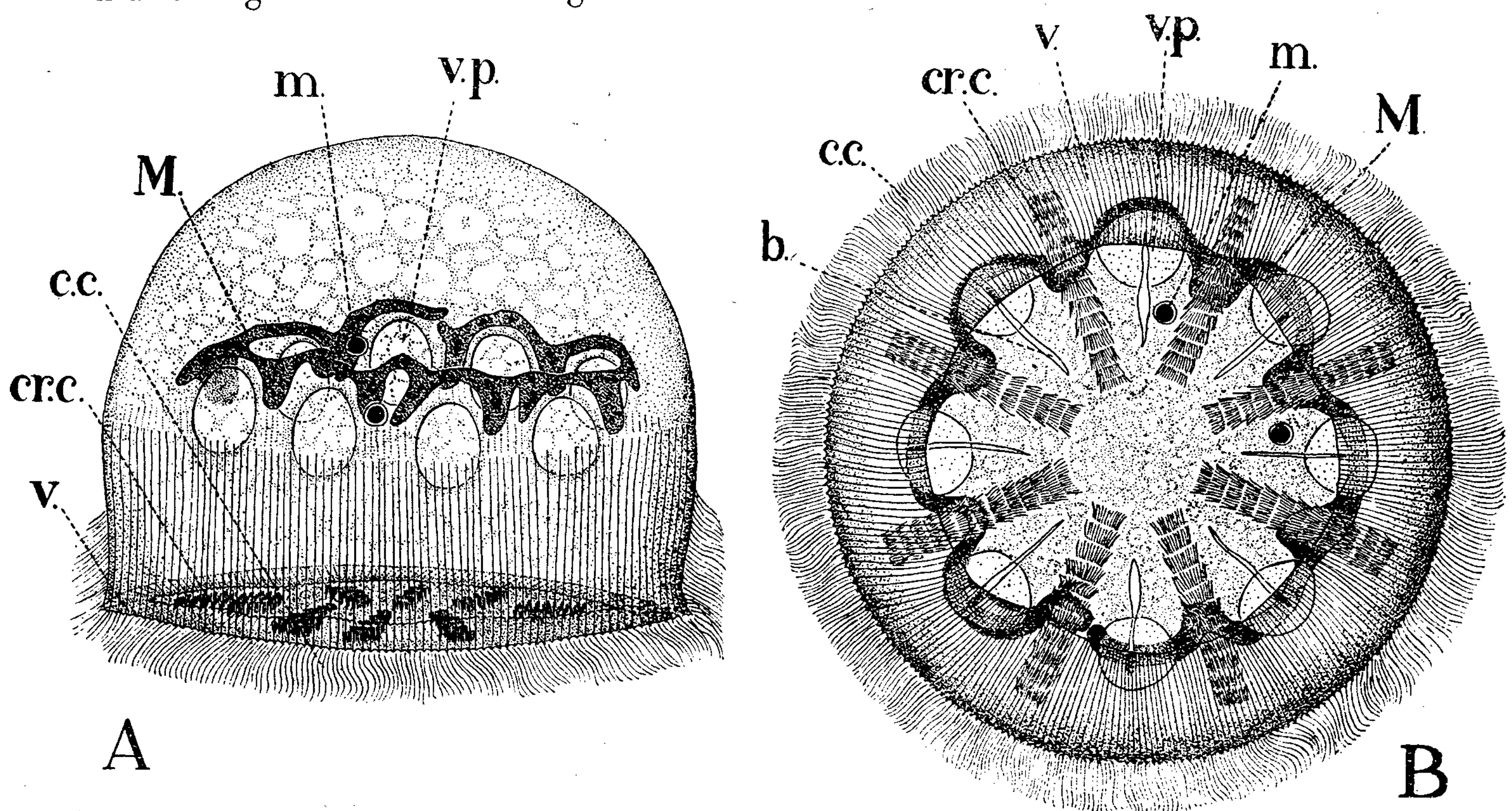
Une espèce nouvelle de Trentepohliacées, *Trentepohlia Allorgei*, mérite, aussi bien par son abondance que par sa structure, une mention spéciale. Il s'agit d'une Algue verte, à ramifications abondantes, sans trace de caroténoïdes de réserve, croissant sur des talus ruisselants. Le chromatophore (nombreux plastes discoïdes) a l'aspect de celui des *Trentepohlia*, mais *T. Allorgei* s'éloigne de ces dernières par la présence de rhizoïdes de fixation. Son mode végétatif de propagation est particulièrement curieux : l'Algue produit des propagules, filaments allongés formés de 2 à 13 cellules mises bout à bout, et portées en leur milieu par un élément de forme spéciale. Les propagules détachées de la plante-mère présentent une cicatrice annulaire de nature pectique, marque relictuelle de leur fixation sur la cellule-support. Cette structure singulière n'était pas connue chez les Trentepohliacées.

Ces résultats, tant au point de vue biogéographique que systématique, sont encore incomplets. Nous n'avons en effet étudié que du matériel provenant des seules îles de Flores, San-Miguel, Santa-Maria et Fayal. Il serait utile de comparer ces listes floristiques avec celles de Madère, des Canaries et du Cap-Vert, archipels pour lesquels la flore algale d'eau douce est encore très mal connue.

ZOOLOGIE. — Ctenoctophrys chattoni *n. g., n. sp., Infusoire planctonique octoradié, à caractère de Méduse et de Cténophore.* Note de M. **Robert Weill**, présentée par M. Maurice Caullery.

Cet Infusoire a été trouvé dans le plancton à *Polykrikos* récolté et préparé, en mai 1907, à Banyuls-sur-Mer, par Ed. Chatton. J'en ai entrepris l'étude en 1924. L'espoir de le retrouver et d'en faire l'étude *in vivo* ne s'étant pas réalisé, malgré les prospections répétées de Chatton dans des conditions identiques de lieu et de saison, il semble opportun de faire connaître les caractères très remarquables de cet organisme, dont les préparations de Chatton renferment plusieurs douzaines de spécimens.

Sa forme, subhémisphérique de profil (*fig.* A), est celle d'une Anthoméduse qui serait dépourvue de tentacules; les dimensions (hauteur × diamètre) varient entre 38 × 52 μ et 62 × 72 μ. Sur le tiers inférieur de sa hauteur, l'ectoplasme *exombrellaire* est épaissi en une cuticule finement cannelée dans le sens longitudinal, constituant une plicature qui se réfléchit, sur la face *sous-ombrellaire*, en un *vélum* manifestement très contractile. La marge de l'ombrelle, sur une hauteur que les préparations permettent difficilement de préciser, est entourée d'une large couronne de longs cils.



Ctenoctophrys chattoni. — *Fig.* A, vu de profil; *fig.* B, vu par le disque oral.
M, macronucléus; *m*, micronucléus; *v. p.*, vacuole pulsatile; *v*, vélum; *b*, bouche; *c. c.*, couronne ciliaire; *cr. c.*, crête ciliaire.

La face sousombrellaire (*fig.* B) présente : *a.* huit bouches, entièrement indépendantes, certainement contractiles, disposées en fentes radiaires n'atteignant ni le centre, ni la périphérie du disque oral; *b.* alternant avec elles, huit crêtes cillaires surélevées, se prolongeant presque jusqu'à la périphérie, mais pas jusqu'au centre du disque, et sur lesquelles les cils sont insérés suivant des stries transversales courtes et très serrées. Au-dessus de chaque bouche, sans communication visible avec elle, se trouve une volumineuse vacuole subsphérique, toujours vide d'éléments figurés, et représentant sans doute une vacuole pulsatile. Le macronucléus forme un long cordon annulaire, dont les extrémités peuvent se toucher ou même se nouer, mais ne se soudent jamais; situé au-dessus du cercle des huit vacuoles, il envoie entre elles soit des sinuosités, soit des prolongements lobés triangulaires. On trouve deux micronucléi, rarement trois.

Je n'ai vu aucun stade de division, de conjugaison, ni d'enkystement.

Cependant, dans deux individus, le macronucléus est fragmenté en de nombreux petits noyaux ovoïdes, occupant une aire de mêmes étendue et forme que le macronucléus indivis, et représentant peut-être, comme chez certains autres Infusoires, des ébauches d'origine micronucléaire se fusionnant, après zygose, en un macronucléus massif. De tels individus, s'ils avaient été trouvés isolés, en auraient sans doute imposé pour quelque *Mésozoaire* syncytial cœlentériforme.

N'était son octomérie, *Ctenoctophrys* se placerait au voisinage de genres tels que les *Zonotrichium* et *Cyclotrichium* Meunier 1907. Mais c'est précisément cette symétrie, et son accentuation, qui constitue son caractère le plus frappant, par lequel il se distingue de tous les Infusoires connus. Elle évoque immanquablement les Cœlentérés : les huit côtes de palettes cilliées rappellent celles d'un Cténaire; le vélum, celui d'une Craspédote; l'octomérie des appareils buccal et pulsatile, celle de leur appareil gastro-vasculaire. Cette ressemblance peut résulter d'un phénomène de convergence; on interpréterait dans ce sens le faciès médusoïde des *Craspedotella, Leptodiscus, Medusochloris, Clipeodinium*, la ressemblance de *Lembadion conchoides* F.-F. avec un Bivalve ou un Ostracode, celle de *Tontonia appendiculariformis* F.-F. ou de *Vorticella mayeri* F.-F. (1) avec un Appendiculaire. Il reste cependant une autre possibilité. Si l'on considère : 1° que les Cœlentérés sont les Métazoaires les plus simples et qu'il faut bien rechercher leur souche parmi les Protistes; 2° que, contrairement au Métaphyte, le Métazoaire résulte probablement, non de la coordination secondaire d'éléments d'abord isolés, puis coloniaux, mais plutôt du découpage histologique d'un organisme unicellulaire (ou *acellulaire* au sens de Dogiel) déjà hautement différencié; 3° que rien, et pas même la présence de cnidocystes chez certains Péridiniens, ne relie directement les Cnidaires aux Flagellés; il n'est pas interdit alors d'entrevoir, dans une forme telle que *Ctenoctophrys*, une possibilité de liaison et d'interprétation phylogénétiques qui a fait défaut jusqu'ici.

PHYSIOLOGIE. — *Détection chronaximétrique de manifestations scorbutiques et rachitiques chez le Pigeon.* Note de MM. **Raoul Lecoq**, **Paul Chauchard** et Mme **Henriette Mazoué**.

On considère habituellement qu'il existe des sujets réfractaires à certains troubles carentiels et que les besoins vitaminiques ne varient pas seulement quantitativement, mais qualitativement avec les espèces. C'est ainsi que fréquemment on admet que les vitamines B ne sont pas toutes également nécessaires au Rat et au Pigeon; que, faisant la synthèse de la vitamine C, le Rat reste indemne de toutes manifestations scorbutiques et que le Pigeon n'est

(1) Cf. E. Fauré-Frémiet, *Bull. Biol. France-Belgique*, Suppl. VI, 1924.

jamais atteint de scorbut ou de rachitisme. A vrai dire, la question des avitaminoses n'est pas aussi simple et celles-ci ne peuvent être correctement envisagées qu'en relation étroite avec l'équilibre alimentaire qui les accompagne.

L'emploi de l'analyse chronaximétrique, méthode d'une grande sensibilité, a fort heureusement permis de déceler des troubles neuromusculaires qui jusque-là demeuraient latents, et de mettre rapidement en évidence, bien avant l'apparition des signes cliniques, des manifestations avitaminiques, qui cèdent d'ailleurs en quelques jours à l'addition de la vitamine spécifique. De cette manière, il nous fut possible de caractériser chez le Rat un rachitisme neuromusculaire précédant le rachitisme osseux ou survenant dans les cas d'avitaminose D stricte ([1]), et même de provoquer dans des conditions déterminées un scorbut transitoire, suivi d'une hyperproduction d'acide ascorbique par l'organisme, puis d'une correction satisfaisante ([2]).

Nous avons recherché s'il ne serait pas possible également de provoquer chez le Pigeon des manifestations scorbutiques ou rachitiques analogues.

Il est bien évident que le Pigeon, pris comme sujet d'expérience à l'âge adulte, et par conséquent en l'absence d'un développement statural suffisant, ne saurait présenter dans les conditions normales des troubles osseux typiques. Des animaux, mis à l'abri de la lumière, reçurent cependant le régime rachitigène Randoin-Lecoq ou le régime d'avitaminose D pure de Lecoq, enrichis en substances de lest (agar-agar et papier filtre), pour tenir compte du tube digestif particulier du Pigeon. Dans les deux cas apparut, vers le 4e jour, le tableau chronaxique du rachitisme, comportant un allongement des temps d'excitation nerveuse et bientôt après un raccourcissement des temps d'excitation musculaire; ces troubles atteignent leur maximum vers le 8e jour et se maintiennent ensuite. La mise à la lumière ou l'absorption de calciférol (vitamine D) entraîne, par contre, un rapide retour des chronaxies à la normale. L'adjonction de 30 % de lactose ou de 2 % de carbonate de strontium au régime Randoin-Lecoq permettent même l'obtention d'un rachitisme résistant à la lumière, mais guéri par la vitamine D. La vitamine antirachitique étant douée, ainsi que nous avons eu l'occasion de le montrer ([3]), d'une action antialcalosique complétant son action spécifique, les perturbations neuromusculaires enregistrées dans les cas précédents sont, de même que chez le Rat atteint de rachitisme invisible, osseux ou uviorésistant, d'origine alcalosique.

En outre des Pigeons maintenus à la lumière du jour reçurent le régime scorbutigène de Lopez-Lomba et Randoin, dont la composition avait été établie pour le Cobaye, d'une part sous sa formule normale et d'autre part

---

([1]) *C. R. Soc. Biol.*, **137**, 1943, p. 204 et *Bull. Ac. Méd.*, **127**, 1943, p. 348.

([2]) *C. R. Soc. Biol.*, **138**, 1944, p. 221.

([3]) *C. R. Soc. Biol.*, **138**, 1944, p. 327.

sans lactate de calcium. A l'inverse du Rat, qui n'offre le tableau chronaxique du scorbut (analogue d'ailleurs à celui du rachitisme) que dans le premier cas et seulement à titre transitoire, le Pigeon présente dans les deux cas des troubles neuromusculaires scorbutiques durables, qui ne cèdent qu'à l'adjonction d'acide ascorbique (vitamine C). Or, pas plus que le Rat, le Pigeon ne présente de troubles scorbutiques quand il reçoit l'un ou l'autre des régimes artificiels habituels, privés cependant de vitamine C.

Chez le Rat et chez l'Homme, l'élément alcalogène intervenant pour favoriser l'apparition des manifestations scorbutiques, on pouvait se demander s'il en était également ainsi chez le Pigeon. A première vue il ne le semblait pas, les perturbations chronaxiques typiques survenant aussi bien en l'absence qu'en la présence dans le régime de lactate de calcium, sel alcalinisant. Mais nous avons eu l'idée que la farine de haricots, à faible action alcalosique, pouvait à elle seule suffire à créer le climat favorable à l'éclosion des troubles scorbutiques, et pour en fournir la preuve nous l'avons remplacée, dans le régime sans lactate, par de la farine de blé, à faible action acidosique. De fait, les Pigeons, dans ces conditions nouvelles, ne présentèrent plus aucune perturbation des chronaxies nerveuses et musculaires.

Conclusions. — Grâce à la technique chronaximétrique, il apparaît donc possible de déceler chez les Pigeons, soumis à des régimes rachitigènes et scorbutigènes, des manifestations latentes des syndromes rachitiques et scorbutiques, se traduisant par des atteintes nerveuses et musculaires.

Ces troubles neuromusculaires, d'origine alcalosique, cèdent au traitement par la vitamine spécifique, antirachitique ou antiscorbutique. Dans les deux cas, l'organisme du Pigeon se montre incapable de faire, même tardivement, la synthèse de la vitamine manquante.

Ainsi le Pigeon se différencie moins qu'on ne l'imaginait des autres espèces animales, notamment du Rat et du Cobaye.

PHYSIOLOGIE COMPARÉE. — *La calorification des oiseaux aux altitudes.*

Note (1) de M. **Jean Giaja** et Mlle **Leposava Marković**.

L'intensité des oxydations du métabolisme de base n'est pas affectée par la diminution de la tension de l'oxygène de la respiration. A la limite supérieure de la neutralité thermique, la mort survient lorsque la dépression de l'air a atteint une certaine valeur, sans être précédée d'une diminution de la consommation d'oxygène et sans que la température du corps ait sensiblement varié. Ce fait constaté antérieurement chez le Rat, nous l'avons retrouvé chez le Pigeon. Par conséquent, dans ce cas, la mort par

(1) Séance du 11 mars 1946.

défaut d'oxygène n'est pas due à une insuffisance de la consommation de ce gaz, qui demeure normale jusqu'à la mort.

Tout autre est l'effet de la dépression sur la consommation de l'oxygène au service de la thermorégulation chimique, c'est-à-dire de la chaleur réglable. Celle-ci est fonction de la tension de l'oxygène. Aux températures assez basses obligeant l'homéotherme de déployer à peu près toute la marge de sa thermogénèse (métabolisme de sommet), dès que la pression de l'air tombe quelque peu au-dessous de sa valeur normale (760^{mm}), la consommation d'oxygène baisse et l'hypothermie apparaît. Plus on s'approche de la neutralité thermique, plus faible est la pression de l'air, ou la tension de l'oxygène, nécessaire à la consommation d'oxygène et à la calorification normales.

Ces faits ont été constatés chez la Souris par Chevillard, Hamon et Mayer ([2]), chez le Rat par nous-mêmes.

Nous avons étudié cette question chez les oiseaux : le Pigeon, la Tourterelle et le Moineau. Les résultats obtenus diffèrent de ceux obtenus avec les mammifères mentionnés.

Nous avions déjà signalé que chez divers oiseaux une dépression barométrique correspondant à l'altitude de 3000^{m} environ produit une faible baisse de leur température lorsqu'ils sont exposés au froid. Mais ce par quoi ils se distinguent des mammifères étudiés au point de vue de la tension de l'oxygène, c'est que, quelle que soit la proportion de chaleur réglable qu'ils sont obligés de produire, une même tension d'oxygène est nécessaire à cette consommation variable d'oxygène et à la thermorégulation normale. C'est-à-dire qu'à partir de la neutralité thermique jusqu'aux conditions de déperdition calorique les obligeant de produire leur effort thermogénétique maximum, leur thermogénèse normale est assurée par une même pression atmosphérique. Cette pression est pour le Pigeon domestique de 430^{mm} environ (tension d'oxygène de 90^{mm}). C'est la pression atmosphérique régnant à l'altitude de 4500^{m}. Pour la Tourterelle et le Moineau on trouve les mêmes valeurs à peu près. Les résultats sont les mêmes que l'on fasse varier la tension de l'oxygène seulement ou la pression totale de l'air atmosphérique.

Par conséquent, les oiseaux étudiés, quoique n'habitant pas les grandes hauteurs, sont prémunis contre les effets de la dépression barométrique sur la calorification jusqu'à l'altitude de 4500^{m}. Tandis que la résistance au froid est entamée chez les mammifères mentionnés dès que la pression barométrique tombe quelque peu au-dessous de sa valeur à la surface de la Terre, chez les oiseaux cela n'a lieu qu'aux dépressions correspondant à plusieurs kilomètres d'altitude. On devra voir si cette distinction entre

([2]) *Ann. de physiol. et physicochim. biol.*, t. **13**, 1937, p. 1145.

mammifères et oiseaux vivant à la surface de la Terre est caractéristique pour ces deux classes d'homéothermes. Il n'y a pas de doute que les mammifères habitant les hautes montagnes doivent être adaptés à la dépression barométrique également au point de vue qui nous occupe. Dans ce qui précède il s'agit de la calorification réflexe, de la thermorégulation de l'état de repos. Durant le vol, la calorification du travail musculaire doit remplacer, en partie au moins, la thermorégulation chimique.

Nous rappellerons que les températures auxquelles les oiseaux peuvent résister, un certain temps au moins, sont très basses. Ainsi on a constaté [Giaja et Gelineo ([3])] que cette limite de résistance au froid pour les oiseaux qui ont été les sujets d'expériences relatées dans cette Note est pour le Pigeon domestique à —85°, pour la Tourterelle à —45°, pour le Moineau à —30° (pour le Canard —90°, pour l'Oie —100°). Ajoutons enfin que la déperdition calorifique, se faisant à travers le plumage, n'est que faiblement influencée par le vent et la pluie, comparativement à l'augmentation de la déperdition calorique produite par ces mêmes facteurs à travers le pelage du Lièvre ou la toison du Mouton [Giaja et Markovic ([4])].

Ces faits montrent que l'organisme de l'oiseau, doué des moyens pour s'élever dans l'atmosphère, est muni également de moyens particuliers envers les deux facteurs des altitudes : la dépression barométrique et le froid.

PHYSIOLOGIE COMPARÉE. — *Sur les conceptions du rôle physiologique du tube de Malpighi des Insectes.* Note ([1]) de M. **René-Guy Busnel** et Mme **Andrée Drilhon**, présentée par M. Paul Portier.

Les tubes de Malpighi des Insectes n'ont été considérés jusqu'ici que comme des organes d'excrétion : c'est une notion classique appuyée sur les travaux parus depuis 70 ans.

Malgré le progrès des techniques analytiques, la période qui précéda 1940 n'apporta que très peu d'éléments nouveaux à cette conception, en dehors des travaux de Lison ([2]) sur la physicochimie sélective de l'absorption et de l'élimination au niveau de ces organes, et de ceux très récents de J.-J. Bounhiol ([3]). (Cet auteur, en pratiquant l'ablation des tubes de Malpighi, verrait, dans ceux-ci, le siège éventuel d'une hormone jouant

([3]) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 2115; *Bull. Acad. roy. serbe*, 3, 1936.
([4]) *C. R. Soc. Biol.*, 115, 1933, p. 863.

([1]) Séance du 11 mars 1946.
([2]) *Arch. Biol.*, 48, 1937, pp. 321-360.
([3]) *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 64.

un rôle dans la métamorphose. On peut se demander, à la suite d'observations assez identiques produites par l'ablation des *corpora allata*, si ce n'est pas aux chocs ou aux traumatismes qu'il faut attribuer ces résultats encore incertains.)

Depuis 1914, avec A. Gorka [4], quelques auteurs ont signalé et dosé, dans les tubes de Malpighi, diverses substances physiologiquement actives dont il semble que l'on n'ait pas tenu assez compte dans le bilan physiologique de ces organes. C'est ainsi que des enzymes ont été isolés : tyrosinase [Gorka 1914, Kawase, Sudo, Saïto [5], 1921; Vaney et Pelosse [6], 1922; Téodoro [7], 1931; Yamafugi [8], 1934]; amylase [E. Dirks [9], 1922]; dipeptidase [V. B. Wigglesworth [10], 1927; Schlottke [11], 1937]; aminopolypeptidases, carboxypolypeptidases [E. Schlottke [11], 1937]; phosphatases acide et alcaline [Drilhon et Busnel [12], 1945]. Certains de ces enzymes participent à la digestion, d'autres ont un rôle qui reste encore problématique.

Diverses autres substances, dont des pigments, ont été également décrites dans les tubes de Malpighi, pigment vert de von Linden, ptérines du *Bombyx neustria* [13], mélanines etc., qui semblent inertes, ou même passives, et que l'on peut grouper dans les produits d'excrétion puisqu'ils sont, la plupart du temps, éliminés à la nymphose.

A partir de 1937, et au cours d'études se poursuivant actuellement, nous avons signalé [14], dans tous les Ordres des Insectes et chez de très nombreuses espèces, la présence d'une vitamine, la riboflavine (B_2), accumulée à de très hautes doses atteignant parfois, chez certaines espèces, jusqu'à trente fois la teneur du foie de bœuf et se trouvant presque toujours sous les deux formes libres et liées (co-enzyme de Warburg).

Ces résultats ont été confirmés récemment par R. L. Metcalft [15] aux États-Unis, qui les a complétés en signalant dans les tubes de Malpighi de la Blatte américaine, à côté de la riboflavine, de nombreuses autres vitamines des groupes B et C, en particulier : B_1 (33^γ à 50^γ par gramme de tissu frais; amide nicotinique (200^γ à 460^γ); acide pantothénique (80^γ); acide ascorbique (600^γ à 1012^γ). Il constata comme nous l'absence de glutathion et de cytochrome.

---

(4) *Zool. Jahrb. Physiol.*, **34**, 1914, pp. 233-238.

(5), (6), (7), (8) in J. Timon-David, *Ann. Fac. Sci. Marseille*, **7**, 1941, pp. 50-157.

(9) *Arch. Naturgesch.*, **88**, 1922, pp. 161-220.

(10) *Biochem. J.*, **21**, 1927, pp. 791-811.

(11) *Z. Vergl. Physiol.*, **34**, 1937, pp. 210-247.

(12) *Bull. Soc. Zool.*, **70**, 1945, pp. 40-47.

(13), (14) R. G. Busnel et A. Drilhon, *Arch. Zool. Exp. et Gen.*, **82**, 1942, pp. 321-356.

(15) *Arch. of Biochem.*, **2**, 1943, pp. 55-62.

Metcalft, reprenant les travaux de A. Hirt et K. Wimmer ([16]), puis de Supplee et ses collaborateurs ([17]) sur les Vertébrés supérieurs, observa que les différentes vitamines du groupe B ont des interactions complexes; l'acide pantothénique *in vivo* transforme, en effet, la riboflavine liée en flavine libre, diffusible dans le milieu intérieur. Ces résultats, que nous avons vérifiés, ouvrent des voies nouvelles sur les inter-relations des vitamines.

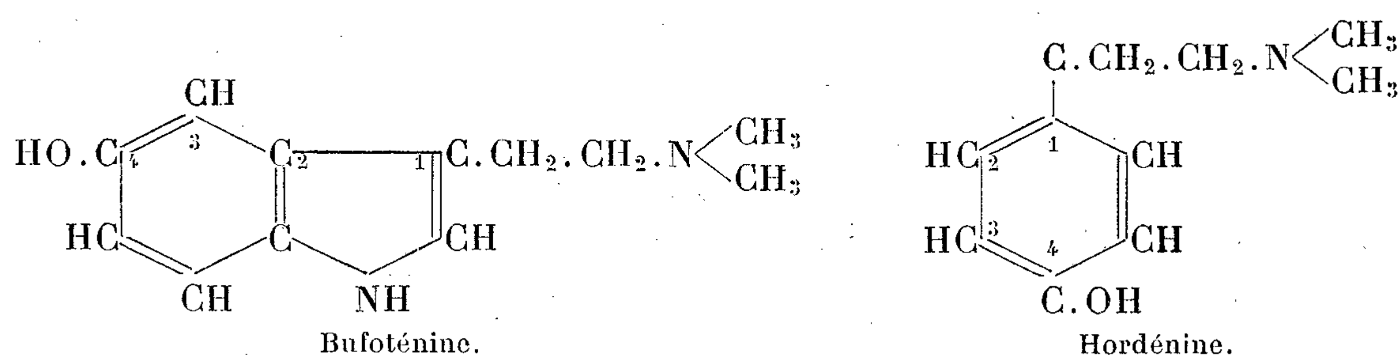
Nous devons cependant rappeler qu'à aucun moment dans la physiologie de l'Insecte ([18]) nous n'avons pu déceler l'utilisation de la flavine, observable par une diminution notable de cette vitamine; si l'hypothèse de Metcalft est intéressante du point de vue expérimental, elle ne semble pas s'accorder avec la réalité physiologique.

Ainsi les travaux des auteurs plus anciens, les nôtres (1937) et ceux de Metcalft (1942), ont montré que les tubes de Malpighi sont le lieu d'accumulation et de concentration d'enzymes et de substances oxydo-réductrices, ce qui pourrait leur conférer une activité physiologique importante. En effet, seuls les tubes de Malpighi possèdent, chez l'Insecte, ces vitamines et ces enzymes qui, chez les Vertébrés, sont liés à l'organe hépatique.

Il est donc permis d'attribuer à ces organes, considérés jusqu'ici comme uniquement excréteurs, une fonction analogue à celle du foie. Cette hypothèse du rôle hépato-rénal des tubes de Malpighi rejoint et confirme celle des tout premiers auteurs qui s'étaient attachés à l'étude de ces organes : Cuvier, Ramhdor, Trévinarus, Carus, Léon Dufour et Lacordaire, au début du XIXe siècle.

PHARMACODYNAMIE. — *Spartéine et bufoténine.* Note de M. **Raymond-Hamet**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Ayant précédemment montré que la bufoténine, base azotée, dont, dès 1902, Gabriel Bertrand et Phisalix ont signalé la présence dans le venin du crapaud commun, manifeste sur l'intestin *in situ* l'action biphasique, pour nous caractéristique des substances nicotiniques et en particulier de l'hordénine, nous avons



Bufoténine. Hordénine.

([16]) *Klin. Wochschr.*, **19**, 1940, pp. 123-128.

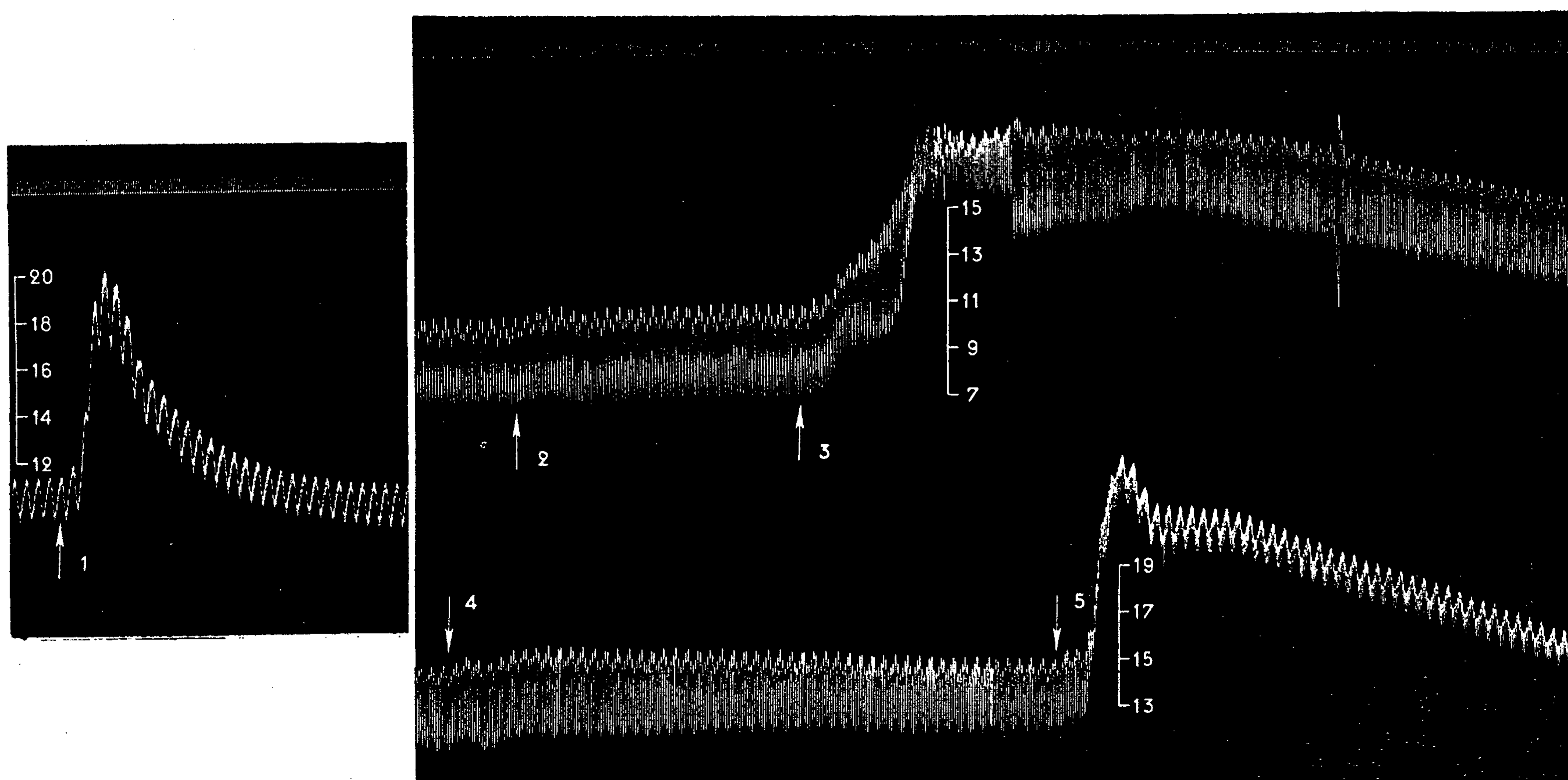
([17]) G. Supplee, O. Jensen, R. Bender et O. Kahlenberg, *J. Biol. Chem.*, **144**, 1942, pp. 79-85.

([18]) Henneguy, *Les Insectes*, Paris, 1904,

émis l'hypothèse que cette bufoténine ne doit pas son activité physiologique à son noyau pyrrolique, mais se comporte en réalité comme l'hordénine, qui n'en diffère chimiquement que par l'absence de ce noyau.

Mais, ayant pu nous assurer que, si certains de leurs effets physiologiques rapprochent l'hordénine de la nicotine, il en est un qui les éloigne nettement, à savoir que la sparléinisation supprime l'hypertension produite par la seconde, mais non celle provoquée par la première, nous devions rechercher, si, à l'égard de la spartéine, la bufoténine se comporte comme la nicotine ou comme l'hordénine.

Nos expériences établissent que, tout comme celle de cette dernière, l'action hypertensive de la bufoténine n'est pas supprimée par la spartéine. C'est ainsi que, dans l'expérience qui correspond aux tracés ci-joints, le chien, qui avait



Expérience du 12 *novembre* 1937. — Chien ratier à poils ras de 8kg, anesthesié par le chloralose (14cg par kg), bivagotomisé au cou et soumis à la respiration artificielle. *En haut*, temps en secondes. *A gauche*, en bas; *à droite*, au milieu et en bas : variations de la pression carotidienne enregistrées au moyen du manomètre à mercure. On a injecté dans la saphène, en 1 et en 5 : 0mg,006 d'adrénaline; en 2 : 8mg de tartrate de nicotine disssous dans 8cm³ de soluté physiologique de chlorure de sodium; en 3 et en 4 : 8mg de bufoténine de Wieland dissous dans 8cm³ de ce même soluté physiologique additionné de la quantité nécessaire d'acide chlorhydrique dilué. Entre 1 et 2, l'animal a reçu dans les veines, en neuf injections successives, 520mg de sulfate de spartéine dissous dans 52cm³ du toujours même soluté physiologique. Tracés réduits de moitié.

été soumis à l'action d'une dose totale de 65mg de sulfate de spartéine par kilogramme, n'a plus réagi à l'injection de 1mg de tartrate de nicotine par kilogramme que par des modifications insignifiantes de sa pression carotidienne, faisant passer celle-ci de 104 à 110, 106 et 110mm de Hg. mais a subi, après

l'administration de 1^{mg} de bufoténine par kilogramme, une forte hausse de sa pression, qui a été portée ainsi de 110 à 190^{mm} de Hg. Notons qu'une seconde injection de la même dose de bufoténine qu'auparavant n'a plus provoqué qu'une réaction tensionnelle à peine marquée, la pression carotidienne passant de 148 à 152, 150 et 156^{mm} de Hg, cependant qu'au contraire l'adrénaline, appliquée en quantité égale à celle qu'on avait fait agir au début de l'expérience, se montrait aussi fortement et même beaucoup plus durablement hypertensive qu'alors, la tension artérielle qui s'était élevée initialement de 115 à 202, soit de 87^{mm} de Hg, étant montée après traitement par la spartéine et injections de nicotine et de bufoténine, de 150 à 238, donc de 88^{mm} de Hg.

Ainsi donc la bufoténine et l'hordénine paraissent agir semblablement. Ajoutons que les bases ammonium quaternaires correspondantes (iodhydrate de bufoténine et iodométhylate d'hordénine) se comportent elles aussi, l'une comme l'autre, notamment à l'égard de la spartéine qui supprime ou inverse leurs effets hypertenseurs.

BIOLOGIE PHYSICOCHIMIQUE. — *La coacervation en biologie.*
Note (1) de Mme **Alma Dobry**, transmise par M. Jacques Duclaux.

On désigne sous le nom de *coacervation* un phénomène de dissolution particulier aux composés macromoléculaires, consistant en ce que les molécules du corps dissous peuvent glisser librement les unes sur les autres, mais non s'écarter. Un coacervat est un corps macromoléculaire, ou un mélange, amené à cet état spécial par l'action d'un solvant convenable : son caractère essentiel est de ne pas être miscible à un excès du même solvant. L'état coacervé s'oppose ainsi à l'état de dissolution complète.

On sait que la coacervation joue un rôle essentiel en biologie, en raison de l'analogie qui existe entre le protoplasme et un coacervat. Comme l'a montré Fauré-Frémiet, la coacervation ne donne pas à elle seule l'explication des propriétés du protoplasme, mais elle y intervient nécessairement.

Elle intervient aussi dans les équilibres osmotiques. Les molécules réparties dans un solvant ont, à concentration égale, une pression osmotique beaucoup plus petite (10 ou 100 fois plus petite) dans l'état coacervé que dans l'état dissous. Or, dans les organismes différenciés, un certain équilibre osmotique est nécessaire entre les divers tissus : ou du moins il ne faut pas que les différences de pression atteignent une valeur incompatible avec leurs fonctions. Un équilibre de ce genre est évidemment

(1) Séance du 3 décembre 1945.

beaucoup plus facilement réalisable, si les pressions sont partout faibles (coacervat) que si elles sont grandes (solution). La coacervation est un moyen par lequel on peut avoir une pression faible pour une forte concentration, les molécules restant mobiles.

Un organisme monocellulaire, vivant dans l'eau et non entouré d'une membrane différenciée, ne peut être qu'à l'état coacervé, sans quoi il se dissoudrait. S'il y a une membrane mince, l'état coacervé peut seul éviter l'éclatement de la cellule par appel osmotique d'eau. Si cet état est détruit, la pression augmente beaucoup : ce phénomène joue probablement un rôle important dans certaines lyses microbiennes.

Si l'on admet que les premiers organismes vivant dans l'eau ont été les plus simples, il résulte de ce qui précède qu'ils étaient nécessairement à l'état coacervé : un organisme de ce genre n'a pu se former que par la rencontre de substances ayant les propriétés nécessaires.

On peut faire à ce sujet une remarque importante. Parmi les éléments constitutifs des tissus vivants, les protéines pures ne paraissent pas susceptibles d'exister dans l'eau à l'état coacervé. Il en est de même des hydrates de carbone, même macromoléculaires. Mais les premiers cas de coacervation ont été observés sur des mélanges de protéines (gélatine) et d'hydrates de carbone (amidon) et l'on connaît actuellement beaucoup de cas de ce genre, étudiés surtout par Bungenberg de Jong. Ainsi les conditions nécessaires à la formation des premiers organismes ont été réalisées par coexistence en un point de deux groupes de substances (protides et glucides) qui sont encore maintenant les éléments solubles principaux des tissus. Les glucides ont pu être produits par synthèse directe; l'origine des protides est beaucoup plus obscure, mais puisque nous la voyons se faire aujourd'hui par fixation directe de l'azote, l'existence d'un mécanisme de synthèse est certain.

De toute manière il y a lieu de rechercher dans quelles conditions un protide et un glucide peuvent donner avec l'eau un mélange coacervé. Cette recherche est en cours. Elle ne donnera pas une explication des phénomènes de la vie, mais elle peut fixer les conditions (nécessaires et non suffisantes) dans lesquelles la structure de la première matière vivante a pu se former.

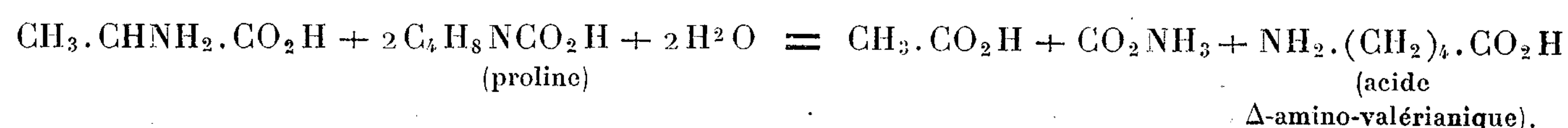
CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action inhibitrice du glucose sur la réaction de Stickland chez* Clostridium sporogenes. Note [1] de MM. **Marcel Raynaud** et **Michel Machebœuf**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

La réaction de Stickland [2] est une réaction d'oxydoréduction entre certains acides aminés fonctionnant comme donateurs d'hydrogène (alanine,

(1) Séance du 4 mars 1946.

(2) *Biochem. J.*, **28**, 1934, p. 1746; **29**, 1935, pp. 286, 889 et 896.

leucine, valine) et certains autres amino-acides fonctionnant comme accepteurs d'hydrogène (proline, hydroxyproline, glycocolle). Cette réaction s'effectue sous l'influence de systèmes enzymatiques présents dans les suspensions de *Cl. sporogenes*. Nous avons étudié la réaction entre l'alanine et l'oxyproline, ou la proline :



$$CH_3.CHNH_2.CO_2H + 2C_4H_8NCO_2H + 2H^2O = CH_3.CO_2H + CO_2NH_3 + NH_2.(CH_2)_4.CO_2H$$

(proline) (acide Δ-amino-valérianique).

Nous avons appliqué la technique de Stickland ([2]) et Woods ([3]), sauf en ce qui concerne les déterminations d'ammoniaque, pour lesquelles nous avons adapté à l'échelle microanalytique la méthode de Foreman ([4]). Nous avons étudié l'évolution de la réaction de Stickland à pH 7,2 (tampon phosphates M/15) avec et sans addition de glucose. Dans chaque expérience nous mettions en œuvre 1^{cm^3} d'une solution 0,1 M d'alamine et 2^{cm^3} de solution 0,1 M de proline. Dans le tableau suivant sont rapportées les quantités d'ammoniaque formées en centimètres cubes de solution 0,1 M. Chaque résultat est la moyenne arithmétique de 4 ou 6 expériences parallèles.

	4 heures	18 heures	42 heures	3 jours
Réaction en l'absence de glucose.....	0,20	0,65	0,72	0,74
Réaction en présence de glucose......	0,02	0,04	0,02	0,01

On voit qu'en présence de glucose il ne se forme pratiquement pas d'ammoniaque par la réaction de Stickland, même en prolongeant très longtemps l'observation (ces expériences nous ont en outre permis de noter une influence inhibitrice très nette du glucose sur la formation d'ammoniaque par autolyse dans les suspensions bactériennes).

Pour préciser le mécanisme de ce phénomène, nous avons étudié l'influence du glucose, d'une part sur la déshydrogénation de l'alanine en faveur du bleu de méthylène et, d'autre part, sur l'hydrogénation de l'oxyproline aux dépens d'un leucodérivé de la safranine, par les suspensions de *Cl. sporogenes* suivant la technique de Stickland ([2]) :

	Temps pour réduction complète de 5^{cm^3} de solution de bleu M/2000.
Suspension seule......................	plus de 60 minutes
» + alanine (1^{cm^3} M/10).......	» 3 »
» + glucose (1^{cm^3} M/10).......	» 16 »
» + glucose + alanine.........	» 3 »

	Temps pour recoloration complète de 1^{cm^3} de leucosafranine M/2000.
Suspension seule......................	pas de recoloration après 3 heures
» + oxyproline (1^{cm^3} M/10)....	recoloration en 10 minutes
» + glucose (1^{cm^3} M/10).......	pas de recoloration après 3 heures
» + glucose + oxyproline......	pas de recoloration après 3 heures

---

([3]) *Ibid.*, 30, 1936, p. 1934.
([4]) *Ibid.*, 14, 1920, p. 451.

Les résultats sont très nets. La présence de glucose ne modifie pas la vitesse avec laquelle *Cl. sporogenes* déshydrogène l'alanine, tandis que le glucose empêche l'oxyproline d'être réduite. Ces résultats apportent un exemple typique de l'intrication des métabolismes azoté et glucidique chez les bactéries, et entrent dans le cadre du phénomène global connu depuis Kendall sous le nom d'action d'épargne des glucides vis-à-vis des protéides.

BIOCHIMIE. — *L'anhydride carbonique considéré comme substance indispensable aux microorganismes. La biosynthèse des acides dicarboxyliques.* Note ([1]) de MM. **André Lwoff** et **Jacques Monod**, présentée par M. Joseph Magrou.

Les microorganismes privés totalement de CO_2 sont incapables de se développer [Rockwell; Gladstone, Fildes et Richardson; Hes (*Ann. des Fermentations*, nov. 1938, pp. 547-558)]. Ce phénomène ne semble pas avoir jusqu'ici reçu d'explication. On peut supposer que l'anhydride carbonique intervient dans la synthèse d'un ou plusieurs métabolites essentiels (au sens de Fildes). Si cette conception est exacte, les métabolites en question doivent pouvoir remplacer le CO_2. Or les bactéries allotrophes sont capables : 1° de fixer le CO_2 sur une substance en C_3 (acide pyruvique); 2° de donner de l'acide succinique, probablement par l'intermédiaire de l'acide oxalo-acétique [Wood et Werkman ([2])]. Si l'on met en œuvre du $^{13}CO_2$, le carbone lourd se retrouve dans l'un des groupements carboxyles de l'acide succinique.

On sait, d'une part, que les diacides en C_4 jouent un rôle fondamental dans le transport de l'hydrogène, d'autre part que les acides glutamique et pimélique sont des métabolites essentiels. On était par conséquent en droit de se demander si le défaut de multiplication en l'absence de CO_2 ne tenait pas à l'impossibilité de réaliser la synthèse des diacides. Si cette hypothèse est exacte, il doit être possible de supprimer l'inhibition due au manque de CO_2 en fournissant à l'organisme les diacides nécessaires.

Nos expériences ont porté sur *Escherichia coli*, cultivé dans le milieu suivant : $ClNH_4$ 1^g; So_4Mg, $7H_2O$, $0^g,1$; Cl_2Ca, $0^g,01$; So_4Fe $0^g,0005$; $Po_4KH_2 + Po_4Na_2H$ (pH 6,8) M/3,5, 100^{cm^3}; eau bi-distillée *q. s.* pour 1^l, auquel on ajoute après stérilisation 1^{cm^3} de glucose à 20 %. Le milieu (250^{cm^3}), préalablement bouilli, est ensemencé à raison de 1^{cm^3} d'une dilution à 1 % d'une souche dont le développement s'est arrêté faute d'aliment carboné, et réparti à raison de 5^{cm^3} dans des fioles d'Erlenmeyer de 100^{cm^3} comportant un diverticule destiné à recevoir de la potasse. On ajoute alors les substances à étudier. Tous les essais sont faits en triple. Les fioles sont placées à l'étuve à 37° dans un agitateur donnant 110 oscillations complètes par minute.

([1]) Séance du 4 mars 1946.

On voit sur le tableau que le développement s'est produit normalement en présence d'un mélange d'air et de CO_2. Il est inhibé en l'absence de CO_2. En présence de citrate ou d'acétate ou d'un mélange de lactate et pyruvate, ou de *n*-butyrate et *n*-valérianate, il n'y a pas de culture. Mais, avec un mélange de succinate et de *dl*-glutamate à 1/5000 ou à 1/50000, le développement en l'absence de CO_2 s'est produit comme dans le témoin. Dans l'expérience 2, le résultat a été identique. Ni le succinate seul, ni le *dl*-glutamate seul n'ont remplacé complètement le CO_2. Toutefois, en présence de glutamate seul, le développement a lieu avec un retard de 22 heures. Il est possible que le CO_2 ne soit pas utilisé uniquement pour la synthèse des acides succinique et glutamique, mais il n'en reste pas moins que le mélange de ces deux substances peut suppléer au manque de CO_2.

Ajouté en milieu glucosé.........	CO_2/air 50 %.	Air—(KOH) ([a]).
O..............................	+ (18) ([c])	O (39)
Lactate + pyruvate 1/5000 ([b]).......	+ (18)	O (39)
n-butyrate + *n*-valérianate 1/5000....	+ (18)	O (39)
Succinate + *dl*-glutamate 1/5000.....	+ (18)	+ (18)
» » 1/50000....	+ (18)	+ (18)
O..............................	+ (24)	O (24) O (65)
Succinate 1/5000...................	+ (24)	O (24) O (65)
dl-glutamate 1/5000................	+ (24)	O (24) + (43)
Succinate + *dl*-glutamate 1/5000.....	+ (24)	+ (24)

([a]) 1 cm^3 de KOH, 10 % dans le diverticule de la fiole. — ([b]) Le chiffre indique la concentration dans le milieu de culture. — ([c]) Nombre d'heures depuis l'ensemencement.

L'hypothèse d'après laquelle les diacides agiraient en tant que source de CO_2 ne semble pas devoir être retenue. En effet : 1° le milieu de base renferme du glucose, source possible de CO_2; 2° l'addition d'acide lactique, pyruvique ou d'autres monoacides est sans effet; 3° les acides succinique et glutamique sont beaucoup moins actifs isolément qu'en mélange.

La respiration des tissus animaux est fortement perturbée lorsqu'on la mesure en présence de KOH, et pour ce qui concerne le tissu musculaire, l'addition d'acide succinique la rétablit à son taux normal (F. Stare et D. Bauman). Chez le Chien nous avons constaté, avec D. Bovet, que les mouvements respiratoires interrompus expérimentalement par la polypnée reprennent après injection intraveineuse des sels de sodium d'un certain nombre d'acides (succinique, *l*-malique, fumarique, propionique et *n*-butyrique) qui se comportent dans ces conditions comme le bicarbonate de sodium.

([2]) *Advances in Enzymology*, **11**, 1942, pp. 135-182.

MICROBIOLOGIE. — *Fièvre récurrentielle et pénicilline.* Note [1] de MM. **Constantin Levaditi** et **Aron Vaisman**, présentée par M. Gaston Ramon.

L'infection récurrentielle expérimentale de la Souris évolue en deux phases. *Dans la première phase*, celle qui succède immédiatement à l'inoculation virulente, le *Spirochæta duttoni*, pullulant dans la circulation sanguine, confère un pouvoir pathogène à tous les organes, y compris le névraxe. L'intensité de ce pouvoir peut atteindre, dans le sang, le titre de 10^{-7}, dans le cerveau celui de 10^{-5} [2]. L'examen histologique de l'encéphale [3] révèle constamment des spirilles dans les gros vaisseaux et les capillaires; les parasites ne se dispersent qu'exceptionnellement dans le parenchyme névraxique (infections microbiennes surajoutées). La pénicilline, administrée par voie sous-cutanée, à des doses adéquates et répétées (15 000 U. O.), détermine la stérilisation fréquemment définitive de l'organisme, encéphale y compris. Il en résulte que, lorsque l'infectiosité de cet encéphale est attribuable à la présence des spirilles intravasculaires, la pénicilline supprime la virulence du système nerveux central [4].

Dans la seconde phase tardive du processus, seul le cerveau continue à être pathogène, le sang et les organes ayant cessé de l'être [phénomène de Buschke et Kroó [5]]. La virulence de tels cerveaux atteint le taux constant de 10^{-4} (Levaditi et A. Vaisman, *loc. cit.*). Or l'observation histologique n'y révèle pas la présence de formes spirillaires décelables microscopiquement (100 % de résultats négatifs sur 25 examens). C'est ce qui a conduit Levaditi et Anderson [6] à supposer que le virus récurrentiel résiduel cérébral représente une phase infravisible dans l'évolution de ce virus. Des lésions de périvascularite et de méningite monocytaire, des foyers encéphalitiques parenchymateux témoignent, seuls, en faveur d'un état pathologique. Nous avons récemment constaté de telles lésions dans 82 % des 41 souris contaminées de longue date.

Or la pénicilline, administrée à de telles souris, par voie sous-cutanée, ne réalise pas la stérilisation du système nerveux central [7]. Elle ne produit un tel effet stérilisant que si elle est introduite directement dans l'encé-

(1) Séance du 11 mars 1946.

(2) G. Levaditi et A. Vaisman, *C. R. Soc. Biol.*, 1945 (sous presse).

(3) Méthodes de choix : fixation au formol; coloration : Giemsa lent et Dieterlé.

(4) C. Levaditi et A. Vaisman, *Bull. Acad. de Méd.*, **128**, 1944, p. 550.

(5) Buschke et Kroó, *Klin. Woch.*, **1**, 1923, p. 2470; Kritschewski, *Klin. Woch.*, **6**, 1927, p. 1370.

(6) Levaditi et Anderson, *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 653.

(7) C. Levaditi et A. Vaisman, *C. R. Soc. Biol.*, **139**, 1945, p. 478.

phale [à la dose de 2000 U. O. (en 5 injections quotidiennes de 400 U. O. ([8])].

Le mécanisme de l'activité thérapeutique de la pénicilline dans l'infection récurrentielle de la Souris peut donc être envisagé de la manière que voici :

1° lyse des spirilles hématiques à la phase aiguë du processus et stérilisation radicale des organes, y compris le cerveau;

2° inefficacité lytique sur la phase inframicroscopique neuro-résiduelle du même virus, si la pénicilline est administrée par voie sous-cutanée;

3° stérilisation de la même phase inframicroscopique, lorsque le médicament, introduit directement dans l'encéphale, est mis au contact direct de l'ultragerme ([8]).

Il y a donc lieu de conclure que, du point de vue de la pénicillinothérapie, une différence de comportement s'avère entre les deux phases évolutives du virus récurrentiel.

MICROBIOLOGIE. — *Inhibition de la diapédèse au cours de chocs anaphylactoïdes.* Note ([1]) de M. **Albert Delaunay**, Mlle **Jacqueline Pagès** et M. **Michel Maurin**, présentée par M. Gaston Ramon.

La *diapédèse* ou l'émigration, à travers les parois capillaires, des leucocytes du sang vers le tissu conjonctif, phénomène réactionnel, intéressant à plus d'un titre, a fait l'objet de différents travaux depuis 1940.

Certains auteurs ont essayé de préciser son mécanisme. Chambers et Zweifach (1940) admettent ([2]) que le pertuis à travers lequel se glissent les globules blancs relève d'un amollissement progressif du ciment qui unit les cellules endothéliales. Pour Sturm (1943), au contraire, il n'y aurait pas de ciment intercellulaire, et l'ouverture qui livrerait passage aux leucocytes résulterait d'un simple raccourcissement des cellules endothéliales, raccourcissement qui se produirait lorsque les cellules se contractent sous l'effet d'excitants variés ([3]).

En 1942 l'un de nous ([4]) a montré que la diapédèse se trouvait inhibée chez des cobayes intoxiqués par une endotoxine bactérienne : les leucocytes de ces animaux, bien que leur vitalité soit intacte, ne parviennent plus, comme ils le feraient dans des conditions normales, à franchir la

([8]) La pénicilline, qui, injectée sous la peau, apparaît à l'état de traces dans le cerveau, s'y retrouve aux taux de 40, 2 et $<$ 2U.O., 1, 2 et 3 heures après injection transcranienne de 400 U.O., pour disparaître ultérieurement.

([1]) Séance du 11 mars 1946.

([2]) *Journ. of cell. and comp. Physiol.*, **15**, 1940, p. 255.

([3]) *Z. ges. exp. Med.*, **112**, 1943, p. 78.

([4]) *Revue d'Immunologie*, 1942, I, II, p. 33. (Voir également *Ann. Institut Pasteur*, **71**, 1945, p. 431.)

paroi des vaisseaux. En 1943, un américain, Rigdon ([5]), a noté une pareille inhibition de la diapédèse chez des lapins anesthésiés par l'alcool éthylique. Nous avons essayé de confirmer le travail de Rigdon en opérant sur des cobayes; nous avons échoué. En revanche, nous avons remarqué, comme le signale cet auteur, que la diapédèse se produit normalement chez ces animaux anesthésiés par un barbiturique.

Des expériences toutes récentes, enfin, viennent de nous montrer qu'on pouvait observer encore l'inhibition de la diapédèse au cours de certains chocs anaphylactoïdes. Voici nos expériences :

Lorsqu'on injecte dans la veine ou dans le péritoine de cobayes 1 *ou* 2$^{cm^3}$ d'un sérum de lapin antiglobules rouges de mouton, on provoque chez les animaux un état d'intoxication plus ou moins grave. Cette intoxication paraît bien être la conséquence d'une interaction d'ordre anaphylactique qui se produit entre l'anticorps de Forssman apporté par l'immunserum et l'antigène correspondant qui se trouve dans les tissus du cobaye. Elle se caractérise par les symptômes suivants : prostration, leucopénie souvent très marquée, hémorragies diffuses (qu'on découvre chez les cobayes qui ont succombé). Si, dans la peau ou dans le péritoine des animaux, on a injecté des microbes, au moment où apparaissaient les premiers signes de l'intoxication, la réaction inflammatoire (œdème, congestion) qui s'installe localement ne s'infiltre pas, comme chez des cobayes normaux, de polynucléaires. Cette absence totale ou partielle de cellules inflammatoires dans le foyer se prolonge aussi longtemps que la phase aiguë de l'intoxication ([6]). Il est facile de démontrer que les polynucléaires des animaux intoxiqués ne sont pas altérés et qu'ils ont conservé toutes leurs propriétés physiologiques habituelles (pouvoir de phagocyter, de se déplacer vers des corps qui les attirent etc.) ([7]). Leur absence dans les régions enflammées ne peut donc s'expliquer qu'en admettant qu'ils trouvent sur leur chemin un obstacle quasi infranchissable. Cet obstacle doit résulter d'une modification survenue dans la perméabilité des capillaires. Cette modification empêche, inhibe la diapédèse.

Dans l'état actuel de nos recherches, il nous est encore difficile de préciser la nature, anatomique ou physiologique, d'une telle modification de la perméabilité capillaire. Mais d'ores et déjà, elle ne doit pas surprendre

---

([5]) *Journ. of Lab. and Clin. Medicine*, **28**, 1943, p. 714.

([6]) Elle est d'autant plus remarquable que l'intoxication est plus profonde.

([7]) La leucopénie qu'on observe chez les animaux intoxiqués permettrait à la rigueur d'expliquer une simple diminution du nombre des leucocytes présents dans les foyers inflammatoires. Mais on ne peut rendre compte, en se basant uniquement sur la leucopénie, de l'absence *totale* des polynucléaires dans les régions enflammées.

car on sait que les perturbations d'ordre anaphylactique retentissent toujours sur l'ensemble du système capillaire. Leucopénie, rétention d'un grand nombre de globules blancs dans les vaisseaux pulmonaires etc., sont considérées depuis longtemps comme des symptômes classiques du choc anaphylactique. A l'origine de tous ces phénomènes, l'intervention d'un facteur neuro-hormonal est probable.

MÉDECINE. — *Antagonisme sulfamides-acide ascorbique*. Note ([1]) de M. **Georges Mouriquand**, Mme **Violette Edel** et M. **René Maral**, présentée par M. Hyacinthe Vincent.

Les accidents sanguins sont parmi les plus redoutés de la sulfamidothérapie.

Ils peuvent se manifester de façons diverses : agranulocytose, parfois mortelle, anémie plus ou moins grave et syndromes hémorragiques (type hémogénique, purpura) associés ou non à des accidents généraux, digestifs, hépatiques, cutanés, nerveux etc.

Nous avons, dès 1939 ([2]), cherché à apprécier expérimentalement la toxicité de certains sulfamides, et montré que des Cobayes au régime du chenil recevant $0^g,125$ de para-aminophénylsulfamide (1162 F) présentaient, vers le 14e jour, des hémorragies musculaires du type scorbutique avec mort vers le 22e jour ([3]). D'autre part des Cobayes, au régime scorbutigène, voyaient, sous l'influence du même 1162 F, s'accélérer les signes de leur dystrophie.

Tout s'était passé dans nos cas comme si le sulfamide avait provoqué des accidents du type avitaminose C, en troublant l'utilisation de l'acide ascorbique par l'organisme.

Après la guerre, nous avons repris nos expériences pour vérifier cette hypothèse et pour voir s'il existait un antagonisme entre les sulfamides et l'acide ascorbique.

Nous avons, chez des Cobayes ([4]), recevant cette fois $0^g,125$ de para-amino-benzènesulfamidothiazol (2090 R. P.), observé que cette dose entraînait rapidement, chez eux, une perte de poids avec mort vers le 22e ou 24e jour. Tous présentaient, à l'autopsie, des hémorragies de type

---

([1]) Séance du 11 mars 1946.

([2]) G. Mouriquand, V. Edel, H. Tete et M. Dauvergne, *Société Médicale des Hôpitaux de Lyon*, 18 avril 1939 (in *Lyon Médical*, **158**, 13 août 1939, xxxiii, p. 71).

([3]) S. M. Rosenthal (*Publ. Health Reports*, **54**, iv, 27 janvier 1939, pp. 95-105) a constaté la toxicité du **1162** F chez le Lapin et le Poulet.

([4]) Ce régime était très peu riche en acide ascorbique; il était habituellement composé de pâtée de son, épluchures de pommes de terre cuites, rarement quelques carottes, foin (datant de deux ans).

scorbutique (état contusiforme des genoux, hémorragie des muscles de la région fémorale, au niveau des coudes, fragilité osseuse marquée etc.).

D'autre part, des Cobayes furent mis à notre régimes corbutigène et reçurent la même dose de 2090 R. P.

Ils furent divisés en deux séries, ceux de la première reçurent $0^g,125$ de 2090 R. P. + $0^g,025$ d'acide ascorbique tous les deux jours; les autres la même dose de 2090 R. P. tous les deux jours et $0^g,025$ d'acide ascorbique seulement tous les dix jours.

Ceux de la première série présentèrent, pendant toute la durée de l'expérience (100 jours), un état général excellent, une prise de poids constante, une absence totale de signes scorbutiques cliniques; sacrifiés au 100e jour, on ne décela, chez eux, aucune lésion, même minime, de scorbut. Chez deux d'entre eux, la dose de 2090 R. P. fut doublée au 80e jour (1/2 comprimé de 2090 R. P.). Ils sont en bonne santé au 130e jour.

Ceux de la deuxième série (2090 R. P. tous les deux jours + acide ascorbique $0^g,025$ tous les dix jours) présentèrent longtemps un état général excellent, avec prise de poids, et ne montrèrent que très tardivement (vers le 50e ou 85e jour) des signes de scorbut. Certains mêmes furent indemnes de la dystrophie.

Ces résultats expérimentaux montrent que la toxicité du 2090 R. P., évidente avec le régime du chenil [5], est absolument abolie même en présence d'un régime scorbutigène supplémenté par des doses suffisantes d'acide ascorbique.

Tout s'est passé dans nos cas comme si le régime du chenil (assurant pourtant à nos animaux une croissance et une fécondité normales) contenait une dose juste suffisante de vitamine C pour les préserver des accidents scorbutiques caractérisés. En effet, le 2090 R. P. agissant, semble-t-il, comme facteur de révélation, a provoqué, chez eux, un syndrome scorbutiforme suivi de mort rapide.

Par contre l'action toxique et hémorragique du sulfamide a été écartée par des doses fortes d'acide ascorbique ($0^g,025$ trois fois par semaine), et longtemps freinée par de plus faibles doses ($0^g,025$ tous les dix jours).

Ces expériences confirment l'action hémorragipare des sulfamides (au moins du 1162 F et 2090 R. P.), en même temps que leur action toxique

---

(5) M. Sédallian a montré que des Cobayes au chenil, injectés avec un des produits inoffensifs, type anatoxine diphtérique, pouvaient présenter eux aussi des accidents du type scorbutique agissant comme facteur de révélation d'une avitaminose jusque-là inapparente. Lorsque le régime du chenil est riche en aliments frais (choux, salades), les manifestations du type scorbutique sont longtemps différées.

en présence d'un régime peu riche en vitamine C. Ils agissent, dans ces cas, à la manière de diétotoxiques ([6]).

Elles mettent, d'autre part, en évidence l'action antitoxique et antihémorragique de l'acide ascorbique ([7]) et semblent justifier l'association sulfamide + acide ascorbique que nous avons, depuis longtemps, utilisée et que d'autres ont réalisée en clinique ([8]).

A 16h l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h40m.

A. Lx.

([6]) G. Mouriquand, *Presse Médicale*, 35, 1er mai 1926.

([7]) Les recherches de I. Dainow (Rapport au *XXIIIe Congrès de la Société Suisse Dermat. et Vénér.*, 10 et 12 octobre 1940; *C. R. in Dermatologica*, **83**, 1941, 1/3, pp. 43-50) ont abouti aux mêmes conclusions. On connaît également l'action antitoxique de l'acide ascorbique vis-à-vis du benzol et des arsénobenzènes.

([8]) La question se pose pourtant de savoir si l'acide ascorbique n'empêche pas, à la façon d'un antisulfamide (qu'il est en ce qui concerne son pouvoir antitoxique et antihémorragique), le pouvoir bactériostatique des sulfamides. Des expériences du type de celles poursuivies par Woods, J. Tréfouel et ses collaborateurs, pourraient sans doute préciser ce point (Voir Tréfouel, *Exposés annuels de Biochimie médicale*, 5e série, 1945, p. 259).

ERRATA.

(Séance du 25 février 1946.)

Note de Mlle *Lucienne Couture*, Spectres de vibrations des sulfates orthorhombiques naturels. Étude expérimentale de la barytine et de la célestine :

Page 497, ligne 5, substituer à la dernière phrase le texte suivant : l'effet de la perturbation se manifeste beaucoup plus dans les vibrations de valence que dans les vibrations de déformation, ce qui est normal pour un ion aussi compact que l'ion SO_4.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de février 1946.

Brief Survey of the History and Development of the Inoculation Department, St. Mary's Hospital W. 2, par Sir Almroth E. Wright. 1 fasc. 21cm.

Bibliothèque de Philosophie scientifique : *La chimie des plantes*, par Henri Colin. Paris, Flammarion, 1945; 1 vol. 19cm.

Sainte-Claire Deville, par Pierre Jolibois. Extrait de la *Revue scientifique*, fasc. 4. Paris, les Éditions de la Revue scientifique, 1944; 1 fasc. 31cm.

Encyclopédie biologique. XXIV. *Les doctrines de Georges Cuvier dans leurs rapports avec le transformisme*, par Georges Dehaut. Paris, Paul Lechevalier, 1945; 1 vol. 25cm (présenté par M. É.-G. Barrillon).

L'analyse immédiate des bois, par Georges Lévy-Hulot. Paris, Masson et Cie, 1946; 1 vol. 25cm (présenté par M. P. Jolibois).

Savoir en histoire naturelle. Vol. XVIII. *Formulaire technique du préhistorien. Ce qu'il faut savoir sur la géologie et la biogéographie du quaternaire, l'archéologie et l'anthropologie préhistoriques*, par Raymond Furon, in *Guides techniques du Naturaliste*. Vol. V. Paris, Paul Lechevalier, 1945; 1 vol. 19cm (présenté par M. É.-G. Barrillon).

Théorie du rendement de criblage, par François Michelin. Extrait de la *Revue de l'Industrie minérale*. Saint-Étienne, Société anonyme de l'Imprimerie Théolier, 1945; 1 fasc. 27cm.

Bulletin de la Société linnéenne de Normandie. Volume supplémentaire. Année 1945. Caen, Ch. Le Tendre, 1945; 1 vol. 22cm,5.

Cours de la Faculté des sciences de Toulouse. *Cours de mécanique rationnelle*, par Louis Roy. Tome I. *Éléments*. Tome II. *Cinématique. Point matériel. Systèmes de points matériels*. Tome III. *Milieux continus déformables*. Paris, Gauthier-Villars, 1944 et 1945; 3 vol. 25cm.

Annuaire pour l'An 1946, publié par le Bureau des Longitudes. Paris, Gauthier-Villars, 1946; 1 vol. 18cm,5.

Science et Savants. n° 1. *Jean Perrin*, par Albert Ranc. Paris, Éditions de la Liberté, 1945; 1 fasc. 18cm.

Pensées diverses, par la baronne Dupuytren. Limoges, Société des Journaux et Publications du Centre, 1945; 1 vol. 22cm,5.

Cahiers scientifiques, Fascicule II. *Leçons sur la géométrie des espaces de Riemann*, par Élie Cartan. Deuxième édition. Paris, Gauthier-Villars, 1946; 1 vol. 25cm.

Il Cancro, par Pietro Rondoni. Milano, Casa Editrice Ambrosiana, 1946; 1 vol. 23cm.

Calcul vectoriel et calcul tensoriel, par Florent Bureau. Liége, Université, Cours de la Faculté des sciences, s.d.; 1 vol. 25cm (présenté par M. P. Montel).

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 25 MARS 1946.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE CARTAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

J'ai le regret de vous annoncer la mort de M. **Thomas Hunt Morgan**, Associé étranger de notre Compagnie, décédé à Pasadena (Californie) le 4 décembre 1945. Né le 25 septembre 1866 à Lexington (Kentucky), Thomas Hunt Morgan avait été élu Correspondant dans la Section d'Anatomie et de Zoologie le 16 mars 1931, et Associé étranger le 20 juin 1938. Le prix Nobel de médecine lui avait été décerné en 1933.

La radiodiffusion avait annoncé à tort, dans les premiers mois de 1943, le décès de Thomas Hunt Morgan, et M. Maurice Caullery avait lu dans la séance du 10 mai 1943 une Notice documentée sur la vie et l'œuvre du grand biologiste. Je me contenterai donc aujourd'hui de donner un aperçu très rapide de cette œuvre en reportant à la Notice de M. Caullery pour les détails techniques, qui dépassent ma compétence.

La carrière universitaire et scientifique de Thomas Hunt Morgan se déroula d'abord au collège féminin de Bryn-Mawr, près de Philadelphie, où ses qualités de professeur et d'animateur suscitèrent de nombreuses vocations scientifiques, puis à l'Université Columbia de New-York, où il passa 25 années de fécond travail. Enfin on lui confia la fondation et la direction d'un grand laboratoire de recherches biologiques à l'Institut de Technologie de Pasadena (Californie), organisé sur de très vastes bases, et où se groupèrent autour de Morgan une série de savants de valeur exceptionnelle.

Thomas Hunt Morgan est universellement connu par ses travaux sur l'hérédité. Au début de ce siècle, les lois de Mendel, énoncées en 1866 et oubliées pendant longtemps, commencèrent à susciter les recherches des biologistes, auxquelles Morgan prit part. Mais, dès 1910, il eut l'idée de concentrer ses travaux et ceux de ses collaborateurs sur la mouche du vinaigre, *Drosophila melanogaster*; il sut utiliser merveilleusement sa facilité d'élevage et de reproduction ainsi que la rapidité de succession des générations. Les observa-

tions expérimentales innombrables réalisées par Morgan et ses collaborateurs leur permirent d'étudier sous le microscope plus de dix millions de mouches, de suivre méthodiquement environ 500 générations successives et d'observer plus de 400 variations héréditaires (*mutations*). C'est sur cette masse considérable de travaux qu'est édifiée la *théorie chromosomique de l'hérédité*, qui rattache directement les particularités de l'hérédité à des unités définies, les *gènes*, disposées en des points déterminés sur les chromosomes du noyau. On doit à Morgan sur ces questions plusieurs livres d'un caractère synthétique sur l'*Hérédité et le sexe* (1914), le *Mécanisme de l'hérédité mendélienne* (1916), la *Base physique de l'hérédité* (1919), la *Génétique de la drosophile* (1925), la *Théorie des gènes* (1926).

L'activité scientifique de Morgan s'était exercée au début de sa carrière sur l'*Embryogénie*, puis sur les problèmes de la *Régénération*, sur le déterminisme du sexe, etc. On lui doit aussi des livres synthétiques d'une portée générale, consacrés à la *Critique de la théorie de l'évolution* (1916), la *Base scientifique de l'évolution* (1922), l'*Embryogénie expérimentale* (1927), l'*Embryogénie et la génétique* (1934).

C'est un très grand biologiste qui vient de disparaître; l'Académie s'associera aux regrets très vifs que sa perte a suscités dans le monde savant.

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** adresse ampliation du décret, en date du 14 mars 1946, portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Henri Beghin** pour occuper, dans la Section de Mécanique, la place vacante par le décès de M. *Émile Jouguet*.

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Henri Beghin** prend place parmi ses Confrères.

M. le **Président** est heureux de faire remarquer à l'Académie que, depuis déjà quelques semaines, la publication des *Comptes rendus* a repris son cours régulier, bien que naguère elle se soit trouvée en retard de près d'une année.

Ce résultat n'a pu être obtenu que grâce aux efforts du Secrétariat de l'Académie, de notre Éditeur, la Société Gauthier-Villars, des Secrétaires de rédaction MM. Camille Raveau et Georges Vincent, et de diverses personnalités qui nous ont aidés à surmonter les difficultés dues à la pénurie du papier et au rationnement de l'électricité.

Le Bureau remercie particulièrement M. Frédéric Joliot, qui, comme Directeur du Centre National de la Recherche Scientifique, nous a réservé une importante subvention et nous a aidés, par ailleurs, à obtenir des pouvoirs publics une majoration substantielle du budget destiné à nos impressions.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les racines carrées hermitiennes d'un opérateur hermitien positif donné.* Note de M. **Gaston Julia.**

Le problème des racines carrées d'un opérateur hermitien positif K a reçu plusieurs solutions intéressantes, basées ou non sur la représentation spectrale de K, toutes consacrées, à ma connaissance, aux racines hermitiennes positives. On sait que la racine hermitienne positive H de K est *unique*. Mais il est aisé de reconnaître l'existence de racines hermitiennes *h indéfinies* [pour lesquelles (X, hX) prend des valeurs tantôt >0, tantôt <0], et aussi l'existence de racines *non hermitiennes*. Dans la présente Note et les suivantes, on va *déterminer toutes les racines hermitiennes de* K, analyser leur structure et les comparer à H. Puis on reviendra sur les racines non hermitiennes. Nous supposons d'abord K *borné* et nous désignons par $\mathcal{H}$ l'espace hilbertien.

1. h étant une racine *hermitienne quelconque* de K borné, et H la racine hermitienne positive, H est $p.p.$K, donc $\mathrm{H}p.h$ [1]. D'abord, K, H, h ont *mêmes zéros*. Si $hX=0$, ou $HX=0$, on a $KX=0$. Si $KX=0$, ou $h^2X=H^2X=0$, la relation $0=(X, h^2X)=\|hX\|^2$ donne $hX=0$; de même $HX=0$. La variété linéaire fermée (en abrégé l. f.) $\mathcal{M}$, *sous-tendue par le domaine des valeurs* de K, de H ou de h (Δ_K, Δ_H ou Δ_h) est *la même*; elle est complémentaire de la variété l. f. $\mathcal{N}$ constituée par les zéros de K, H ou h.

$$\mathcal{M}=[\Delta_K]=[\Delta_H]=[\Delta_h]=\mathcal{H}\ominus\mathcal{N}.$$

$\mathcal{M}$ est *invariante* par h, H, K [$P_{\mathcal{M}}$ est $p.$ à K, H, h]. Il suffit d'étudier K, H, h, *dans* $\mathcal{M}$. Dans $\mathcal{M}$, h et H n'ont aucun zéro $\neq 0$; H^{-1} existe dans Δ_H, sans nécessairement y être borné. $\Sigma=hH^{-1}$, défini dans Δ_H, partout dense dans $\mathcal{M}$, est *hermitien* [$hp.$H, donc $hp.H^{-1}$]. $h^2=H^2$, donne partout $\|hX\|=\|HX\|$. Donc $\|\Sigma Y\|=\|Y\|$, en tout point Y de Δ_H, ce qui étend, par continuité, la définition de Σ à tout $\mathcal{M}$, dans lequel Σ est un opérateur biunivoque *isométrique*. La permutabilité de h et H donne $\Sigma^2=1$. Donc Σ est une *symétrie* [2] *de l'espace hilbertien* $\mathcal{M}$, par rapport à une variété l. f. $V_1\subset\mathcal{M}$; tout point de V_1 est invariant par Σ. $\Sigma H=H\Sigma=h$ et $\Sigma h=h\Sigma=KH^{-1}=H$, montrent que $\Sigma p.$H, $\Sigma p.h$, $\Sigma p.$K. V_1 *est invariante par* H (aussi par K et h); car $X\in V_1$ donne $X=\Sigma X$, $HX=H\Sigma X=\Sigma HX$, et $HX\in V_1$. Dans $\mathcal{M}$, on a $\Sigma=P_{V_1}-P_{V_2}$, ($V_2=\mathcal{M}\ominus V_1$), donc V_2 est aussi invariante par H, h, K. P_{V_1} et P_{V_2} sont permutables à H, h et K.

2. *Réciproquement.* — Si $V_1\subset\mathcal{M}$ est invariante par K, $V_2=\mathcal{M}\ominus V_1$ l'est aussi; P_{V_1} et P_{V_2} sont $p.$K, donc $p.$H; $\Sigma=P_{V_1}-P_{V_2}$ est, *dans* $\mathcal{M}$, une symétrie par rapport à V_1; $\Sigma p.$K, $\Sigma p.$H. Alors $(\Sigma H)^2=\Sigma^2K^2=K$; $h=\Sigma H$ est une

---

[1] « $\mathrm{H}p.p.$K » signifie, en abrégé, « H permutable à tous les opérateurs bornés permutables à K » « $\mathrm{H}p.h$ » signifie « H permutable à h ».

[2] Voir G. Julia, *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 81.

racine hermitienne indéfinie de K, qui, laissant aussi invariants V_1 et V_2, est $p.P_{V_1}$, $p.P_{V_2}$, $p.\Sigma$.

CONCLUSION. — *Toute racine hermitienne h, de K, s'obtient en multipliant la racine hermitienne positive H par une symétrie arbitraire Σ de $\mathfrak{M}$, qui soit permutable à K. V_1 étant une variété l. f. quelconque $\subset \mathfrak{M}$, invariante par K, et $V_2 = \mathfrak{M} \ominus V_1$, on a dans $\mathfrak{M}$, $\Sigma = P_{V_1} - P_{V_2}$; dans $\mathcal{H} - \mathfrak{M}$, $P_{V_1} - P_{V_2} = 0$. On a donc, partout,* $\underline{h = (P_{V_1} - P_{V_2})H}$. $P_{V_1} + P_{V_2} = P_{\mathfrak{M}}$ et $P_{\mathfrak{M}}H = HP_{\mathfrak{M}} = H$ entraînent $H = (P_{V_1} + P_{V_2})H$. L'expression précédente de toutes les h montre *qu'on les connaît toutes dès qu'on connaît toutes les variétés $V_1 \subset \mathfrak{M}$ invariantes par* K. Si, par exemple, $K = P_V$, on a $\mathfrak{M} = V$ et toute $V_1 \subset V$ est invariante par K; toutes les racines hermitiennes indéfinies de P_V s'expriment donc par $P_{V_1} - P_{V_2}$, V_1 et V_2 étant deux variétés l. f. quelconques, complémentaires dans V.

3. $P_{V_1}H = H_1$ et $P_{V_2}H = H_2$ sont deux hermitiens positifs *orthogonaux* ($H_1 H_2 = 0$), dont le rôle dans la structure de H et h ($H = H_1 + H_2$, $h = H_1 - H_2$) était prévisible. Nous y reviendrons ultérieurement. Les familles spectrales $E_1(\lambda)$ et $E_2(\lambda)$ relatives à H_1 et H_2 s'expriment par $E(\lambda)$ relative à H, laquelle se tire immédiatement de celle relative à $K[E_H(\lambda) = E_K(\lambda^2)]$. $H = \int_0^{\sqrt{M}} \lambda\, dE(\lambda)$, (M borne de K) donne $H_1 = P_{V_1}H = \int_0^{\sqrt{M}} \lambda\, d[P_{V_1}E(\lambda)]$. P_{V_1} est $p.H$, donc à $E(\lambda)$. $P_{V_1}E(\lambda)$ est un projecteur, croissant avec $\lambda > 0$, continu à droite, comme $E(\lambda)$. Pour $\lambda > \sqrt{M}$, $E(\lambda) = 1$, $P_{V_1}E(\lambda) = P_{V_1}$; pour $\lambda = 0$, $E(0) = P_{\mathcal{H} \ominus \mathfrak{M}}$ et $P_{V_1}E(0) = 0$. Or $E_1(0)$ projette sur la variété des zéros de H_1, laquelle est sous-tendue par $\mathcal{H} \ominus \mathfrak{M}$ (zéros de H), et $V_2 = \mathfrak{M} \ominus V_1$ (zéros de P_{V_1} dans $\mathfrak{M}$). On doit donc avoir $E_1(0) = P_{\mathcal{H} \ominus \mathfrak{M}} + P_{V_2} = 1 - P_{\mathfrak{M}} + P_{V_2} = 1 - P_{V_1}$. En définitive, $1 - P_{V_1} + P_{V_1}E(\lambda)$ est un projecteur, croissant avec $\lambda > 0$, continu à droite, se réduisant à 1 pour $\lambda > \sqrt{M}$ et à $E_1(0)$ pour $\lambda = 0$. C'est donc la famille spectrale $E_1(\lambda)$ relative à H_1. On a $E_1(\lambda) = 1 - P_{V_1} + P_{V_1}E(\lambda)$, avec $H_1 = \int_0^{\sqrt{M}} \lambda\, dE_1(\lambda)$. On a de même $E_2(\lambda) = 1 - P_{V_2} + P_{V_2}E(\lambda)$. Ces résultats s'obtiennent aussi directement à partir de la propriété bien connue de $M_1(\lambda)$, $[E_1(\lambda) = P_{M_1(\lambda)}]$, d'être le lieu des points X de $\mathcal{H}$, pour lesquels $\overline{\lim}_{r=+\infty} \|H^r X\|.\lambda^{-r} < +\infty$.

4. Les expressions précédentes de $E_1(\lambda)$ et $E_2(\lambda)$ fournissent une représentation spectrale de h.

$$h = H_1 - H_2 = \int_0^{\sqrt{M}} \lambda\, dE_1 - \int_0^{\sqrt{M}} \lambda\, dE_2 = \int_0^{\sqrt{M}} \lambda\, dE_1 + \int_0^{-\sqrt{M}} \mu\, dE_2(-\mu)$$

$$= \int_{-\sqrt{M}}^{0} \mu\, d[1 - E_2(-\mu)] + \int_0^{\sqrt{M}} \lambda\, dE_1(\lambda).$$

$E_1(\lambda)$ croît avec $\lambda > 0$, est continu *à droite*, égal à 1 pour $\lambda \geqq \sqrt{M}$. Si μ *croît de* $-\sqrt{M}$ *à* 0, $E_2(-\mu)$ décroît, $1 - E_2(-\mu)$ est un projecteur *croissant*; $1 - E_2(-\mu) = 0$ pour $\mu \leqq -\sqrt{M}$; $1 - E_2(-\mu)$ est continu *à gauche;* alors $\mathcal{E}(\mu) = 1 - E_2(-\mu - 0)$ est un projecteur *croissant*, continu *à droite*, possédant les mêmes discontinuités que $1 - E_2(-\mu)$, hors desquelles la différence de ces quantités est nulle. On aura $h = \int_{-\sqrt{M}}^{0} \mu \, d[1 - E_2(-\mu - 0)] + \int_{0}^{\sqrt{M}} \lambda \, dE_1(\lambda)$, d'où résulte que la famille spectrale $\mathcal{E}$ de h est définie par $\mathcal{E}(\lambda) = P_{V_2}[1 - E(-\lambda - 0)]$, pour $\lambda < 0$, et $\mathcal{E}(\lambda) = 1 - P_{V_1} + P_{V_1} E(\lambda)$, pour $\lambda \geqq 0$. Cette famille s'obtient encore aisément par une analyse plus détaillée que nous donnerons ultérieurement.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les séries de fractions rationnelles.* Note [1] de M. **Arnaud Denjoy**.

Dans un Mémoire paru aux *Rendiconti del Circolo di Palermo* en 1925 [2], j'ai appliqué un principe qui n'a guère été remarqué, mais dont Émile Picard avait apprécié l'intérêt.

Dans le plan complexe U_2, soit ρ une région limitée par une ou plusieurs courbes simples c, analytiques (ou généralement formées d'un nombre fini d'arcs doués d'une tangente variant continûment). Désignons par $S(\rho)$ une série de fractions rationnelles $\Sigma A_n/(x - a_n)$, dont les résidus formels composent une série $\Sigma |A_n|$ convergente, et les pôles apparents a_n sont tous dans ρ, leur ensemble d'accumulation étant identique à c. La somme $G(x)$ d'une telle série est holomorphe dans l'ensemble ouvert $U_2 - \bar{\rho}$, complémentaire de $\bar{\rho} (= \rho + c)$. Mais le regretté J. Wolff avait démontré [3] que l'on peut toujours former la série $S(\rho)$ de façon que $G(x)$ coïncide dans $U_2 - \bar{\rho}$ avec une fonction donnée $H(x)$ holomorphe dans $U_2 - \rho$ (extérieur et *contour* de ρ). On peut même [4] exiger $|A_n| < k e^{-\sqrt{n} n^{-\varepsilon}}$ et réaliser la convergence uniforme sur c de la série $S(\rho)$ et de toutes ses séries dérivées.

En retranchant l'un de l'autre deux développements $S(\rho)$, $S'(\rho)$, à pôles distincts et de même somme hors de ρ, on obtient par leur différence une série $S_0(\rho)$ de somme nulle dans $U_2 - \rho$, donc régulière dans tout le plan.

Soit Γ une courbe simple, du type décrit ci-dessus, parcourue dans le sens positif relativement à sa région finie, dès lors notée Γ^+. Soient $F(x)$ une fonction holomorphe dans Γ^+ et sur Γ, R une région contenant Γ^+ et Γ et où $F(x)$ existe et est analytique uniforme [5]. Voici la proposition que nous avons en vue :

---

(1) Séance du 11 mars 1946.

(2) **50**, pp. 195-289, n^{os} **81-83**.

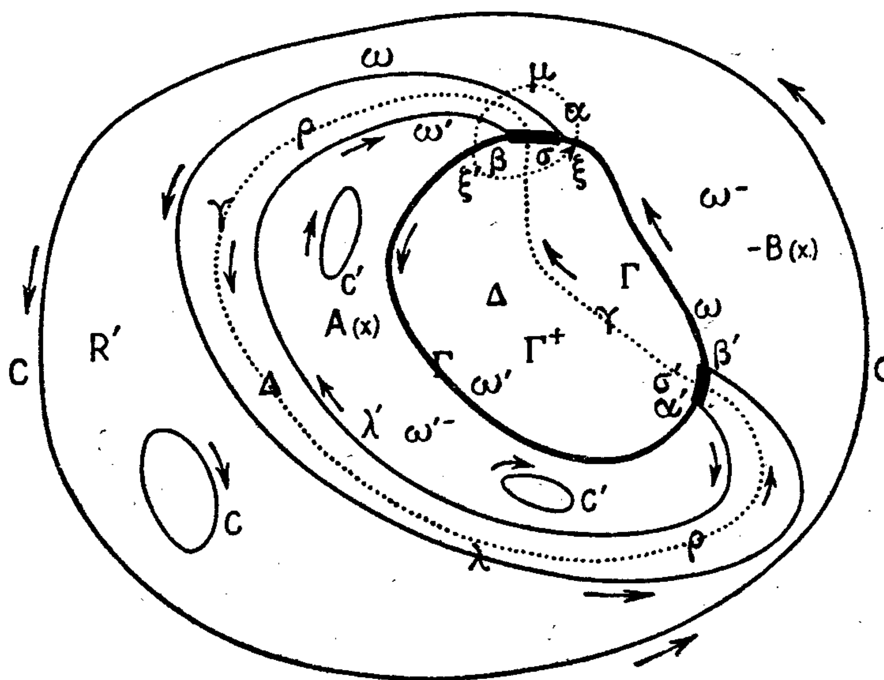
(3) *Comptes rendus*, **173**, 1921, p. 13. Wolff fut mis à mort avec sa femme et son fils au camp d'extermination de Bergen-Belsen, vraisemblablement en 1943.

(4) *Bull. de la Soc. Math. de France*, **52**, 1924, pp. 418-434.

(5) On obtient une région R *majeure* (impossible à accroître sans lui enlever en même temps une partie d'elle-même) de la façon suivante (*Mathematica*, **14**, 1938, p. 7-14) : Soit $F_0(x)$ analytique uniforme dans la région r_0 (ci-dessus Γ^+). A tout point x_0 de r_0

Quels que soient les arcs-segments disjoints $\alpha\beta$ *ou* σ *et* $\alpha'\beta'$ *ou* σ' *de* Γ, *il est possible de construire une série* $S(\Gamma^+)$ *de façon que la somme* $G(x)$ *de cette série soit indéfiniment prolongeable dans la région* R *diminuée des deux seules coupures* σ *et* σ', *toute rotation directe de* x *autour de* σ *ou de* σ' *accroissant* $G(x)$ *respectivement de* $F(x)$ *et de* $-F(x)$.

Sur Γ supposons la succession directe α, β, α', β', et soient $(\beta\alpha', \Gamma)$ et $(\alpha\beta', \Gamma)$ les arcs directs $\beta\alpha'$ et $\alpha\beta'$ de Γ. Soit R' une région incluse dans R, contenant Γ^+ et Γ, et où $F(x)$ est holomorphe ainsi que sur la frontière de R'. Relions les arcs-segments σ, σ' par une bande superficielle ρ située à la fois dans Γ^- et dans R' (*fig.*), bordée par deux arcs simples disjoints $\alpha\beta'$ ou λ, $\alpha'\beta$ ou λ',



eux aussi dans R'. D'un mouvement continu (sans passer à l'infini) ρ peut venir s'appliquer sur l'arc $\alpha\beta\alpha'\beta'$ de Γ. Les contours simples $(\beta'\alpha, \Gamma)+\lambda$ ou ω, et $(\beta\alpha', \Gamma)+\lambda'$ ou ω' limitent une région en couronne Δ formée de Γ^+, ρ et des arcs-intervalles $\underline{\sigma}$, $\underline{\sigma}'$ de Γ; Δ est la partie commune aux régions positives ω^+ et ω'^+; ω^- est infinie, ω'^- est finie.

La frontière totale de R' est dans $\omega^- + \omega'^-$. Elle est formée de contours uniques ou multiples, C dans ω^-, C' dans ω'^- et $R = C^+ . C'^+$. Posons

$$A(x) = \frac{1}{2i\pi}\int_{C}\frac{F(z)}{z-x}\,dz, \qquad B(x) = \frac{1}{2i\pi}\int_{C'}\frac{F(z)}{z-x}\,dz.$$

$A(x)$ est holomorphe dans C^+ (qui est fini et contient ω et ω^+); $B(x)$ est holomorphe dans C'^+ (qui est infini et contient ω' et ω'^+).

Si x est dans R',

$$F(x) = A(x) + B(x).$$

---

attachons le nombre positif maximum a tel que, $c(x_0, 2a)$ étant le cercle ouvert de centre x_0 et de rayon $2a$, $F_0(x)$ soit prolongeable et uniforme dans $r_0 + c(x, 2a)$. Soit r_1 la réunion des cercles $c(x_0, a)$. Dans r_1, $F(x)$ est prolongeable en $F_1(x)$ analytique et uniforme. On opère à partir de r_1 comme on a fait depuis r_0, et ainsi indéfiniment. La région $R = \Sigma r_n$ répond à la question posée.

Dans la couronne Δ, soit γ un contour moyen simple, γ^+ contenant ω', ω'^-, C'; γ^- contenant ω, ω^-, C

$$\frac{1}{2i\pi}\int_\gamma \frac{F(z)}{z-x}\,dz = \begin{cases} A(x) \text{ dans } \gamma^+, \\ -B(x) \text{ dans } \gamma^-. \end{cases}$$

Par la méthode de Wolff, nous formons une série $S(\Delta)$ convergeant vers $A(x)$ dans ω'^-, vers $B(x)$ dans ω^-. [On peut éviter que des pôles de $S(\Delta)$ soient sur σ ou σ'.]

De $S(\Delta)$ retranchons tous les termes dont les pôles sont situés dans ρ. Les termes exclus forment une série convergeant absolument en tout point de $U_2 - \bar{\rho} = \omega'^- + \Gamma^+ + \omega^- + (\Gamma$ diminué de σ et de $\sigma')$. Soit $U(x)$ la somme de cette série dans $U_2 - \bar{\rho}$.

Les termes restant dans $S(\Delta)$ après la suppression des termes formant $U(x)$ ont leurs pôles dans Γ^+, l'ensemble d'accumulation de ces pôles étant $\Gamma - \sigma - \sigma'$. En ajoutant une série quelconque $S_0(\Gamma^+)$, on obtient une série $S(\Gamma^+)$, absolument convergente dans Γ^-. Soit $G(x)$ sa somme dans Γ^-.

Je dis que $G(x)$ est prolongeable dans $R - \sigma - \sigma'$ et possède la période $F(x)$ autour de σ, la période $-F(x)$ autour de σ'.

En effet la série $S(\Delta)$ a pour somme $U(x) + G(x)$ dans $\omega^- + \omega'^-$, ensemble commun à Γ^- et à $U_2 - \bar{\rho}$. Or, dans ω'^-, $S(\Delta)$ vaut $A(x)$; dans ω^-, $S(\Delta)$ vaut $-B(x)$. Donc

$$\begin{aligned} G(x) &= A(x) - U(x) \quad \text{dans } \omega'^-, \\ G(x) &= -B(x) - U(x) \quad \text{dans } \omega^-. \end{aligned}$$

Mais $U(x)$ est défini et holomorphe dans $U_2 - \bar{\rho}$; $A(x)$ est holomorphe dans C^+ (fini), $B(x)$ est holomorphe dans C'^+ (infini). Donc $U(x)$, $A(x)$, $B(x)$ sont holomorphes dans Γ^+ et sur $\Gamma - \sigma - \sigma'$.

Décrivons dans R un contour simple μ tournant dans le sens direct autour de σ et nullement autour de σ'; μ traverse Γ^+ suivant un arc $(\xi'\xi, \mu)$, ξ' étant sur ω', ξ sur ω; x venant, sur μ, de ω'^-, $G(x)$ se présente en ξ' avec la valeur $A(x) - U(x)$. Or $A(x)$ et $U(x)$ sont holomorphes dans Γ^+, en ξ' et en ξ. Donc $G(x)$ est prolongeable le long de (ξ', ξ, μ) et arrive en ξ sur ω avec la détermination $G_1(x) = A(x) - U(x)$. Donc

$$G_1(x) = G(x) + A(x) + B(x) = G(x) + F(x).$$

De même, la rotation autour de σ' donnerait à $G(x)$ la période $-F(x)$.

Ce raisonnement m'avait permis, dans le Mémoire cité ([2]), de réaliser un exemple curieux.

P étant dans le plan complexe un ensemble parfait formé de segments $(m, m+i)$, dont les origines m décrivent un ensemble parfait p totalement discontinu, situé sur l'axe réel et dont les extrémités $m' = m + i$ décrivent l'ensemble parfait p', il est possible de *saupoudrer* l'ensemble P de pôles formels a_n, partout denses sur P, tous situés sur des segments de seconde espèce de P, de façon que la somme d'une série $\Sigma A_n/(x - a_n)$, absolument

convergente hors de P, soit une fonction $H(x)$ indéfiniment prolongeable, n'ayant sur P aucune singularité, sinon les points de p et p', et s'accroissant d'un polynome-période à chaque tour décrit autour d'une portion déterminée quelconque de p ou de p'.

M. **Louis Fage** fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée *Eugène-Louis Bouvier* (1856-1944).

M. **Pierre Lejay** fait hommage à l'Académie de trois brochures dont il est l'auteur, éditées par le Comité National français de Géodésie et Géophysique : *Mesures de pesanteur exécutées dans le Massif Central* (*septembre* 1941); *Mise au point d'un pilier de campagne portatif pour gravimètre Holweck-Lejay; Mesures de pesanteur exécutées dans le Sud de la France en* 1940.

COMMISSIONS.

Par la majorité des suffrages MM. **Émile Borel**, **Henri Villat**, pour la Division des Sciences Mathématiques; **Louis Blaringhem**, **Charles Jacob**, pour la Division des Sciences Physiques; **Lucien Cuénot**, **Luc Picart**, pour la Section des Membres non résidants, sont élus Membres de la Commission qui, sous la présidence de M. le Président, sera chargée de former deux listes de candidats pour deux des places nouvelles de Membres non résidants.

ÉLECTIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, M. **Torsten Carleman** est élu Correspondant pour la Section de Géométrie, en remplacement de M. *Eugène Fabry*, décédé.

CORRESPONDANCE.

M. **Paul Niggli**, élu Correspondant pour la Section de Minéralogie, adresse des remercîments à l'Académie.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° René Bouvier. *Les migrations végétales*.

2° Bernard Gauthier. *Thèses présentées à la Faculté des Sciences de l'Université de Paris pour obtenir le grade de docteur ès sciences physiques : Contribution à l'hydrogénation sélective par le nickel Raney de quelques phénols à chaîne non saturée*.

M. le **Ministre de la France d'Outre-mer** invite l'Académie à lui présenter un candidat au poste de Directeur de l'Institut Océanographique de Nha-Trang.

(Renvoi à la Commission de l'Indochine.)

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Résultats sur la décomposition spectrale des fonctions aléatoires stationnaires d'ordre* 2. Note de MM. **André Blanc-Lapierre** et **Robert Fortet**, présentée par M. Émile Borel.

Nous nous proposons de compléter ou d'appliquer certains résultats d'une Note précédente [1].

I. *Applications des filtres linéaires.* — Nous avons montré comment on pouvait bâtir des filtres très généraux considérés comme limites de suites de filtres plus simples [1]. Cela permet d'introduire les filtres $\mathcal{C}^{(h)}$, μ_T, $\mathcal{D}^{(n)}$ [2] transformant toute fonction aléatoire $x(t)$ stationnaire au sens de Khintchine en $x(t+h)$ ou $(1/T)\int_t^{t+T} x(\theta)\,d\theta$ ou $x^{(n)}(t)$ [dérivée $n^{\text{ième}}$ en moyenne quadratique]. Leurs gains sont $e^{i\omega h}$, $(e^{i\omega T}-1)/i\omega T$ et $(i\omega)^n$. La relation (4) de notre Note précédente s'applique encore. Elle donne les fonctions de corrélations relatives à ces transformées ou les corrélations mutuelles entre deux transformées prises à des instants quelconques. Par exemple, on retrouve immédiatement les résultats connus

$$\overline{x^{(n)}(t)\,x^{(m)}(t)}=0 \quad \text{si } n+m \text{ impair}; \qquad \overline{[\mu_T(x)]^2}=\int_0^{\infty}\left(\frac{2}{\omega T}\right)^2 \sin^2\frac{\omega T}{2}\,d\mathcal{F}(\omega)$$

(où $\overline{X}$ représente l'espérance mathématique d'une variable aléatoire X).

II. *Fonctions aléatoires approximativement* monochromatiques. — Soit $x(t)$ une fonction aléatoire à spectre continu telle que $\mathcal{F}[\omega_0+\Delta\omega]-\mathcal{F}[\omega_0-\Delta\omega]=\overline{x^2}$, $x(0)$ et $x'(0)$, les valeurs prises en $t=0$ (pour fixer les idées) par x et sa dérivée en moyenne quadratique : nous supposons $\Delta\omega$ petit et nous posons :

(6) $$X(t)=x(0)\cos\omega_0 t+\frac{x'(0)}{\omega_0}\sin\omega_0 t$$

et

(7) $$\delta x(t)=x(t)-X(t).$$

Théorème IV. — *On a*

(8) $$\overline{\delta x^2(t)}\leqq\overline{x^2}\,P(t,\omega_0+\Delta\omega)\,\Delta\omega^2,$$

où P *est un polynome des variables* t *et* $\omega_0+\Delta\omega$.

Près de $t=0$, x diffère peu de $X(t)$ et possède *localement* les propriétés d'un sinus dont l'amplitude A(0) est une variable aléatoire reliée simplement à $x(0)$ et $x'(0)$. Pour des τ tels que $\Delta\omega\tau$ soit petit, $\overline{x(t)x(t+\tau)}$ diffère peu de $\overline{x^2}\cos\omega_0\tau$; la considération de $\overline{[x(t)+x(t+\tau)]^2}$ redonne les figures d'interférences de l'optique.

Application. — Soit $x(t)$, à spectre continu réparti de 0 à Ω; décomposons

---

[1] *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 467.

[2] Le filtre $\mathcal{D}^{(n)}$ ne peut être appliqué qu'à des $x(t)$ pour lesquels $\omega^{2n}\,d\mathcal{F}(\omega)$ est intégrable de 0 à $+\infty$.

$x(t)$ en N composantes $x_n^N(t)$ correspondant aux bandes $n\Omega/N$, $(n+1)\Omega/N$. Soient $X_n^N(t)$ les approximations sinusoïdales tangentes en $t=0$ et $\delta x_n^N(t)$ les erreurs $x_n^N - X_n^N$.

Théorème V. — 1° *Pour* $\mathcal{C}$ *et* N *quelconques et* $m \neq n$, *on a*

$$(9)\qquad \overline{\delta x_n^N(t)\,\delta x_m^N(t+\tau)}=0 \quad \text{et} \quad \overline{X_n^N(t)\,X_m^N(t+\tau)=0};$$

2° *limite en moyenne quadratique de*

$$(10)\qquad \sum_1^N X_n^N(t)=x(t) \quad \text{si } N\to\infty.$$

Ce résultat s'étend facilement au cas $\Omega=+\infty$; la décomposition limite obtenue a d'ailleurs été indiquée par M. Loève ([3]).

Remarque. — Pour une fonction aléatoire laplacienne dont le spectre s'étend sur une bande $2\Delta\omega$ petite devant ω_0, la loi de répartition de A (t), pour t donné, est approximativement semi-normale ([4]).

III. *Fonctions aléatoires monochromatiques.* — Leur spectre se réduit à une raie. Il y a alors une probabilité 1 pour que l'on ait $x(t)=X(t)$ pour presque tout t.

Application. — Si une fonction aléatoire stationnaire d'ordre 2 est telle qu'à tout filtre $\mathcal{R}$ on puisse associer deux constantes C_1 et C_2 telles que l'on ait, avec une probabilité 1,

$$\mathcal{R}[x(t)]=C_1 x[t-C_2],$$

$x(t)$ est une fonction aléatoire monochromatique.

IV. *Propriétés ergotiques.* — Soit une fonction certaine $y(t)$ telle que, quel que soit τ, l'expression

$$\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} y(t)y(t+\tau)\,dt$$

tende vers une limite $C(\tau)$, indépendante de t_0 et fonction continue de τ, lorsque T tend vers $+\infty$. $C(\tau)$ est une fonction définie positive et l'on peut lui associer un spectre $\Phi(\omega)$ (théorème de Bochner).

Soit $x(t,\varepsilon)[\overline{x}=0]$ une fonction aléatoire définie sur la catégorie des épreuves ε et stationnaire jusqu'à l'ordre 4 inclus. Pour tout τ,

$$z(t)=x(t)x(t+\tau)$$

est stationnaire d'ordre 2. On peut astreindre $\overline{z(t)z(t+\theta)}$ à des conditions suffisantes pour que la loi forte des grands nombres s'applique à z ([5]). Alors, avec une probabilité 1, on peut, sur chaque épreuve, définir un spectre $\Phi(\omega)$ identique au spectre $\mathcal{F}(\omega)$ au sens de Khintchine.

([3]) *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 380.

([4]) Voir à ce sujet divers travaux sur le bruit de fond : Surdin, *Philosophical Magazine*, (7), 34, 1943, p. 716; Rice, *Bell System Technical Journal*, 24, 1945, p. 75.

([5]) A. Blanc-Lapierre et R. Brard, *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 134.

GÉOMÉTRIE ALGÉBRIQUE. — *Sur une propriété caractéristique des courbes et surfaces algébriques.* Note de M. **Robert Meynieux**, présentée par M. Paul Montel.

On sait que, étant donné dans un plan une courbe algébrique d'ordre n et une direction non asymptotique δ, le lieu du centre des moyennes distances des n points où la courbe rencontre une droite variable de direction δ est une droite D (diamètre). De même pour une courbe algébrique de l'espace et des plans sécants parallèles. De même pour une surface algébrique et des droites parallèles, le diamètre D étant remplacé par un plan.

Pour $n=2$, J. Bertrand (1) a montré que, réciproquement, une courbe plane admettant un diamètre pour toute direction est une conique, si elle est du 2e ordre réel. P. Montel (2) a remarqué qu'il suffit de supposer l'existence de diamètres pour une infinité de directions.

Pour $n=3$, T. Kubota (3) a déduit des résultats de Graf et Sauer (4) et de H. Liebmann (5) qu'une courbe plane du 3e ordre réel, définie par des fonctions continûment dérivables jusqu'à un certain ordre, appartient à une courbe algébrique du 3e ordre si elle admet un diamètre rectiligne pour toute direction de droites trisécantes, et si par chaque point de la courbe passe une trisécante. T. Kubota (6) a ensuite, par un autre moyen, étendu ce résultat à n quelconque, pour les courbes planes ou gauches et les surfaces, supposées toujours définies par des fonctions continûment dérivables jusqu'à un certain ordre.

On peut arriver aux mêmes conclusions par une nouvelle voie, avec moins d'hypothèses, à la fois sur la nature des fonctions et sur l'ensemble des directions de n-sécantes admettant un diamètre, comme le montre le théorème suivant relatif aux courbes planes.

Hypothèse. — 1° Dans un plan, n arcs $C_1, \ldots, C_n$ représentent n fonctions $y=f_i(x)$, définies et continues pour $a \leqq x \leqq b$; 2° l'infini est valeur d'accumulation d'ordre $n-1$ pour un ensemble E de nombres; 3° à chaque nombre m de E correspond une droite D_m du plan; 4° si une droite, dont la pente m appartient à E, rencontre $C_1, \ldots, C_n$ en $M_1, \ldots, M_n$, le centre des moyennes distances de ces n points est sur D_m.

Conclusion. — $C_1, \ldots, C_n$ *appartiennent à une même courbe algébrique d'ordre n.*

---

(1) *Journ. de Math. pures et appl.*, 7, 1842, p. 215.
(2) D'après H. Lebesgue, *Bull. Soc. Math. de France*, 49, 1921, p. 109.
(3) *Proc. Imp. Acad. Japan*, 4, 1928, p. 334.
(4) *Münchener Berichte*, 1924, p. 119.
(5) *Münchener Berichte*, 1927, p. 73.
(6) *Sc. Rep. Tôhoku Univ.*, 26, 1937, p. 243.

Pour démontrer ce fait, après avoir remarqué que $\Sigma f_i(x)$ est une fonction linéaire, on montre que les $f_i(x)$ sont des fonctions à nombres dérivés bornés. H. Lebesgue ([7]) a montré qu'un nombre dérivé d'une telle fonction est une fonction sommable, dont l'intégrale indéfinie coïncide avec la fonction primitive. On utilise ce fait pour montrer de proche en proche que $\Sigma f_i^p(x)$ est un polynome en x de degré $\leqq p$, pour $p \leqq n$.

On obtient, par projections et sections, des théorèmes analogues pour les courbes gauches et les surfaces.

Remarquons enfin que cette démonstration (simplifiée), comme celle de Kubota, s'applique au domaine complexe à condition de supposer les courbes ou surfaces analytiques; on a alors un caractère valable pour toute courbe ou surface algébrique (ce qui n'est pas le cas dans le domaine réel, si $n \geqq 4$).

THÉORIE DES GROUPES. — *Des conditions nécessaires et suffisantes pour qu'un système de substitutions indépendantes engendre un groupe régulier.* Note ([1]) de Mlle **Sophie Piccard**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Soient m et n deux entiers > 1 et soit (1) $S_1, S_2, \ldots, S_m$ un système de m substitutions indépendantes ([2]) des éléments $1, 2, \ldots, n$. Les conditions suivantes sont nécessaires pour que le groupe $G = (S_1, S_2, \ldots, S_m)$ engendré par les substitutions (1) soit régulier :

1° Il n'existe aucun sous-ensemble propre de l'ensemble $E = \{1, 2, \ldots, n\}$ qui contienne l'ensemble des éléments de certains cycles de chacune des substitutions du système (1) et ne contienne pas d'autres éléments, autrement dit le système (1) est *connexe*.

2° Aucun sous-ensemble propre de l'ensemble des substitutions (1) n'est connexe.

3° Quelle que soit la suite (2), $S_{i_1}, S_{i_2}, \ldots, S_{i_k}$ comprenant $k < m$ substitutions de (1), dont les domaines de connexion ([3]) sont les ensembles (3) $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \ldots, \mathcal{E}_l$, où $l \geqq 2$:

a. Tous les ensembles de la suite (3) sont d'égale puissance :

$$\overline{\overline{\mathcal{E}}}_1 = \overline{\overline{\mathcal{E}}}_2 = \ldots = \overline{\overline{\mathcal{E}}}_l = \mu.$$

([7]) *Leçons sur l'intégration et la recherche des fonctions primitives* (Collection Borel de *Monographies sur la théorie des fonctions*), p. 123 de la 1re édition.

([1]) Séance du 11 mars 1946.

([2]) Les substitutions (1) sont *indépendantes* si, quel que soit l'indice $i (1 \leqq i \leqq m)$, la substitution S_i ne fait pas partie du groupe engendré par les autres substitutions du système (1).

([3]) On appelle *domaine de connexion* des substitutions (2) dont les éléments forment l'ensemble $E = \{1, 2, \ldots, n\}$ tout sous-ensemble non vide (propre ou non) $\mathcal{E}$ de l'ensemble E composé de la totalité des éléments de certains cycles de chacune des substitutions de la suite (2), alors qu'aucun sous-ensemble propre de $\mathcal{E}$ ne jouit de cette propriété.

b. Le groupe $(S_{i_1}, S_{i_2}, \ldots, S_{i_k})$ engendré par les substitutions (2) est d'ordre μ égal à la puissance commune des ensembles (3).

c. Quelle que soit la substitution S_i du système (1) qui ne fait pas partie de (2), il existe deux entiers positifs r et ρ, tels que S_i transforme les éléments de tout domaine de connexion $\mathcal{E}$ des substitutions (2) en éléments de r domaines de connexion des substitutions (2), autres que $\mathcal{E}$, et que, si S_i transforme au moins un élément d'un domaine de connexion $\mathcal{E}$ en un élément d'un second domaine de connexion $\mathcal{E}'$ des substitutions (2), alors S_i transforme ρ éléments de $\mathcal{E}$ et ρ seulement en éléments de $\mathcal{E}'$ et l'on a $\mu = r\rho$.

D'autre part, si un cycle de la substitution S_i contient au maximum un élément de l'ensemble $\mathcal{E}_j$, quel que soit $j = 1, 2, \ldots, l$, tout cycle de S_i contient au maximum un élément de $\mathcal{E}_j (j = 1, 2, \ldots, l)$. Mais, si un cycle $C = (a_1 a_2 \ldots a_t)$ de S_i contient deux éléments d'un même ensemble $\mathcal{E}_j (1 \leqq j \leqq l)$ et si λ est le plus petit entier positif, tel que les deux éléments a_α et $a_{\alpha+\lambda}$ de C font partie d'un même ensemble de la famille (3) pour une valeur au moins de $\alpha = 1, 2, \ldots, t$, alors quel que soit le cycle $C' = (a'_1 a'_2 \ldots a'_t)$ de S_i (distinct ou non de C) et quel que soit l'indice $\beta (1 \leqq \beta \leqq t)$, les éléments $a'_\beta, a'_{\beta+1}, \ldots, a'_{\beta+\lambda-1}$ de C' font partie de λ ensembles différents de la suite (3), alors que a'_β et $a'_{\beta+\lambda}$ [4] font partie d'un même ensemble de la famille (3).

4° Quelles que soient les substitutions S_i et S_j $(i \neq j)$ du système (1), il existe deux entiers r et s, tels que $S_i S_j^r S_i^{-1} = S_j^s$ [5].

Nous dirons que le système de substitutions (1) est *régulier* s'il vérifie les conditions nécessaires 1-4.

Soit (1) un système régulier de substitutions régulières indépendantes et supposons qu'il existe une substitution S_i $(1 \leqq i \leqq m)$ de ce système qui jouit par rapport à l'ensemble des autres substitutions de ce système de la propriété suivante : quel que soit le domaine de connexion $\mathcal{E}$ des substitutions (2') $S_1, S_2, \ldots, S_{i-1}, S_{i+1}, \ldots, S_m$, il existe un second domaine de connexion $\mathcal{E}'$ des substitutions (2'), tel que S_i transforme $\mathcal{E}$ en $\mathcal{E}'$.

Alors la condition nécessaire et suffisante que pour les subtitutions (1) engendrent un groupe régulier est que, l désignant le nombre des domaines de connexion des substitutions (2') et G_1 le groupe engendré par les substitutions (2'), on ait les relations (I) $S_i^l \in G_1$ et (II) $S_i^f S_j S_i^{-f} \in G_1$, quels que soient $j = 1, 2, \ldots, i-1, i+1, \ldots, m$ et $f = 1, 2, \ldots, l-1$.

Soit maintenant (1) un système de $m \geqq 2$ substitutions régulières indépendantes *du second ordre* et de degré n et supposons que, quels que soient les indices distincts i et j de la suite $1, 2, \ldots, m$, la substitution S_i transforme les deux éléments de chaque cycle de S_j en les deux éléments d'un autre cycle

---

(4) Les indices $> t$ devant être réduits mod t.

(5) Dans une substitution composée les éléments successifs sont à effectuer de droite à gauche.

de S_j. Alors la condition nécessaire et suffisante pour que les substitutions (1) engendrent un groupe régulier, c'est que le système (1) soit connexe et que $n = 2^m$.

ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES. — *Caractérisation topologique des équations différentielles $y' = f(x, y)$ admettant un groupe transitif de transformations.* Note [1] de M. **Gustave Choquet**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Soit $f(x, y)$ une fonction continue définie dans tout le plan P, avec [2] $|f(x, y)| < K < \infty$. Toute solution C de l'équation (1) : $y' = f(x, y)$ sera orientée de gauche à droite.

Désignons par T toute automorphie [3] d'indice $+1$ du plan P telle que, pour toute courbe orientée C solution de (1), les courbes T(C) et $T^{-1}(C)$ soient aussi solutions de (1). Le groupe des T sera dit *le groupe de l'équation* (1).

Définition. — Soit H une homéomorphie entre le plan P et un plan Π; et soit Φ la famille des courbes de Π qui sont images des courbes C de P solutions de (1). On dit que Φ est une *représentation* des solutions de (1).

Deux équations du type (1) qui admettent une même représentation Φ dans Π sont topologiquement équivalentes.

Théorème 1. — *Si le groupe des transformations* T *de l'équation $y' = f(x, y)$ est transitif, cette équation appartient à l'un des quatre types topologiques définis par les familles* Φ *suivantes du plan :*

1° Φ *est la famille des parallèles à l'axe* X'X *de* Π (*cas de l'unicité en tout point*).

2° Φ' *est la famille de toutes les courbes du plan* Π *dont l'équation* $Y = \Phi(X)$ *satisfait à*

a. soit $0 \leqq \varphi'(X) \leqq 1$,

b. soit $0 \leqq \varphi'(X) \leqq e^X$ [4],

c. soit $0 \leqq \varphi'(X) \leqq \dfrac{1}{1+X^2}$ [4],

où $\varphi'(X)$ désigne un nombre dérivé quelconque de $\varphi(X)$.

On peut effectivement construire des fonctions $f(x, y)$ conduisant à chacun de ces types [*évident pour le type* 1°].

Remarque. — Les trois types 2° *a*, 2° *b*, 2° *c* ne sont distincts que dans leur comportement global. Ils sont localement identiques; aussi peut-on, pour leur étude locale, se borner au cas 2° *a*, plus simple.

Dans chacun de ces cas, les images des intégrales inférieures et supé-

(1) Séance du 11 mars 1946.

(2) Cette limitation n'est pas essentielle et n'intervient que pour simplifier l'énoncé des théorèmes.

(3) C'est-à-dire une homéomorphie du plan sur lui-même.

(4) Ces fonctions e^X et $1/(1+X^2)$ ont été choisies pour leur simplicité.

rieures sont données respectivement par $Y = \text{const.}$ et (a) $Y = X + \text{const.}$; (b) $Y = e^X + \text{const.}$; (c) $Y = \text{arctang} X + \text{const.}$

Marche de la démonstration. — On utilise le fait connu que le faisceau $\mathcal{F}(M)$ des intégrales de l'équation (1) issues d'un point M est une fonction de M admettant la semi-continuité supérieure d'inclusion. Il existe donc des points de continuité pour $\mathcal{F}(M)$; la transitivité du groupe des T exige que cette continuité ait lieu en tout point M.

S'il n'y a pas unicité de l'intégrale en tout point, on montre qu'en tout point M les intégrales inférieure et supérieure à droite (resp. à gauche) n'ont en commun que le point M; puis on montre que deux intégrales supérieures (resp. inférieures) quelconques sont disjointes ou confondues, ce qui conduit à la caractérisation topologique indiquée, grâce à l'utilisation du plan auxiliaire Π.

Pour chacun des types 2° a, 2° b, 2° c, la construction de fonctions $f(x, y)$ conduisant à ces types se fait géométriquement. On construit dans le plan P un réseau de plus en plus serré de lignes qui seront les intégrales inférieures et supérieures de l'équation cherchée. On mène la construction de telle sorte que ces courbes soient effectivement, dans l'équation finale, des intégrales inférieure et supérieure, et non pas seulement des intégrales quelconques.

Étude particulière du cas 2° a. — L'équation $y' = f(x, y)$, pour tout entier $n > 0$, possède n familles de solutions, dont chacune constitue une intégrale complète et dont l'ensemble est homéomorphe au système de toutes les droites du plan Π parallèles à n directions distinctes.

Définition. — Pour toute équation $y' = f(x, y)$, appelons *courbe sécante* tout arc du plan P ayant ses extrémités à l'infini et traversant en chacun de ses points toute courbe intégrale passant par ce point. La famille des courbes sécantes et des courbes qui en sont limites est dite *famille conjuguée* de la famille des solutions de l'équation.

Théorème 2. — *Lorsque l'équation $y' = f(x, y)$ est du type 2° a, il existe une automorphie du plan P qui échange la famille des solutions de cette équation et la famille conjuguée. Les courbes communes à ces deux familles sont les intégrales inférieures et supérieures de l'équation.*

On peut ajouter que, pour une telle équation, la famille conjuguée est une famille de courbes également continues.

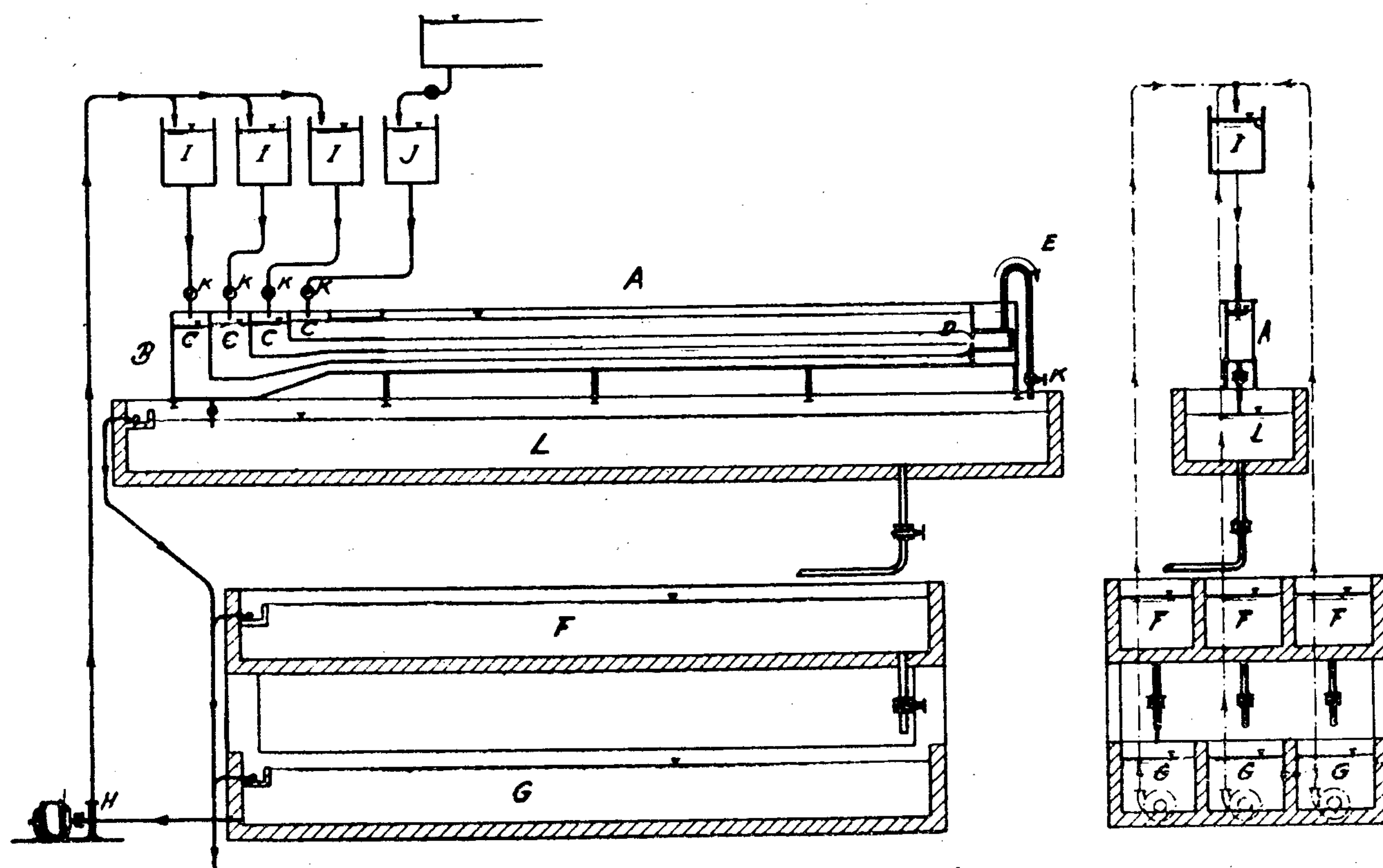
L'existence d'équations différentielles du type 2° a montre qu'il existe des homéomorphies entre le plan P et le plan Π telles que, pour tout point μ de Π, l'ensemble des droites de Π de pente $\geqq 0$ passant par μ ait pour image dans P un ensemble dont le contingent en M soit porté par une seule droite.

Application. — *Tout ensemble fermé d'un plan xoy dont le contingent en tout point laisse échapper toutes les droites de pente absolue $< \varepsilon$ ($\varepsilon > 0$ fixe) passant par ce point, est homéomorphe (dans une homéomorphie prolongeable à tout le plan) à un ensemble dont le contingent en tout point* M *est porté par une seule droite de pente bornée et fonction continue de* M.

HYDRAULIQUE. — *Sur un appareil pour l'étude de l'écoulement de fluides hétérogènes*. Note (¹) de M. **Paul Gariel** présentée par M. Albert Caquot.

L'organisme d'étude de l'Énergie thermique des Mers a été amené à étudier l'écoulement de couches superposées de liquides de densités différentes. Certains aspects de l'écoulement de deux couches avaient déjà été étudiés par divers auteurs (²).

Un appareil a été construit permettant l'étude de l'écoulement permanent de 2 à 4 couches, et même celle de l'écoulement obtenu avec une variation continue de la densité. L'installation occupe deux étages. L'appareil comporte un canal A, de section rectangulaire à fond horizontal, vitré sur les deux faces, alimenté par trois couches d'eau salée et une d'eau douce. Elles sont introduites sans se mélanger, malgré leur miscibilité, par une manche quadruple d'amenée B qui les fait arriver dans l'ordre correspondant à l'équilibre hydrostatique. Cette manche métallique comporte quatre bacs à niveau constant C reliés au canal par autant de conduits de section rectangulaire variable.



La constance du niveau est obtenue par trois déversoirs circulaires en plan, réglables en hauteur, liés aux trois bacs C à eau salée. En jouant sur ces déversoirs et sur les robinets d'alimentation K, on peut faire varier à volonté l'épaisseur des couches. A l'aval du canal, l'eau est aspirée par une fente rectangulaire P, de petite hauteur et

(¹) Séance du 4 mars 1946.

(²) Cf. notamment : G. I. Taylor, *Proc. Roy. Soc. London*, A, **132**, 1931, p. 499; P. O'Brien and S. Cherno, *Trans. A. S. C. E.*, 99, 1934, p. 576; Keulegan, *Report on investigation of density currents National Bureau of standards, U. S. Dept of Commerce*, 10 mars 1936.

occupant toute la largeur du canal, placée sur la face antérieure d'une boîte liée à un siphon E débitant jusqu'à 4 l/sec.

Caractéristiques du canal : longueur 6^m; largeur $0^m,30$; profondeur $0^m,60$. Épaisseur de chaque couche : eau salée 100^{mm}; eau douce 200^{mm}.

Le service du canal est assuré par trois bassins F de préparation des eaux salées (dissolution de sel marin) de 900^l chacun; au-dessous, trois bassins d'utilisation G identiques aux précédents, d'où l'eau est prise par trois pompes H de 6 l/sec sous 10^m et refoulée dans trois réservoirs I à niveau maintenu constant par déversement, l'eau en excès retournant au bassin G. Le bassin J reçoit l'eau douce d'un grand réservoir supérieur. Les quatre robinets K sous charge constante débitent dans la manche d'amenée. L'ensemble canal-manche d'amenée est posé sur un bassin L de 6^{m^3} qui reçoit l'eau sortant du siphon E. Celle-ci peut ensuite retourner aux bassins de préparation.

Le remplissage du canal est délicat en raison des mélanges possibles; en l'effectuant en 2 heures, on obtient des interfaces très nettes.

L'installation décrite permet d'étudier l'écoulement régulier de couches superposées, l'écoulement turbulent avec mélanges d'interfaces, la propagation de vagues d'interfaces et d'intumescences internes, l'influence d'obstacles et de grilles etc. Les phénomènes sont très visibles, en particulier quand on les observe à la lumière de Wood avec des sels fluorescents.

Étudiant l'écoulement de deux couches, puis celui d'un milieu de densité variable, nous avons trouvé des lois intéressantes vérifiant en partie la théorie. Nous les exposerons prochainement.

MOTEURS A COMBUSTION. — *Sur la mesure du diamètre des gouttes par la méthode des anneaux de diffraction dans le cas d'un jet obtenu par injection mécanique.* Note de M. **Guy Littaye**, présentée par M. Henri Villat.

Le jet fourni par injection mécanique dans un moteur se compose de deux parties : le cœur, constitué de gouttes relativement grosses, animées d'une grande vitesse, et l'enveloppe, constituée de gouttes beaucoup plus fines, animées d'une vitesse relativement faible. De nombreux travaux ont eu pour but la mesure du diamètre des gouttes ainsi obtenues. Celles-ci sont recueillies sur un support approprié; leur diamètre est mesuré au microscope. Cela permet de tracer la courbe de répartition des gouttes en fonction de leur diamètre ([1]). On peut chercher à caractériser moins complètement mais plus simplement le brouillard étudié par un seul nombre; celui-ci mesurera, suivant la préférence de l'auteur, le diamètre le plus probable, le diamètre cubique moyen, le diamètre moyen de Sauter ([2]). Les divers auteurs qui ont utilisé cette méthode ont été conduits à recueillir les gouttes à une grande distance de l'orifice, afin d'éviter les phénomènes complexes que ne manqueraient pas de produire leur arrivée à grande vitesse sur le support. Le brouillard dont

([1]) *Kompressorlose Dieselmaschinen*, Berlin, 1929.
([2]) *Verein dtsch. Ingen.*, 3 nov. 1928, p. 1572.

ils déterminent ainsi la structure est celui de l'enveloppe; il diffère sensiblement de celui qui intervient lors de la combustion.

Afin de remédier à l'insuffisance de la méthode précédente, Kling ([3]) a employé la méthode des anneaux de diffraction à l'infini. La figure de diffraction fournie par un faisceau lumineux traversant le jet est photographiée par cet auteur. Pour un brouillard simple, constitué de gouttes identiques, on obtiendrait une tache centrale lumineuse entourée d'anneaux sombres et brillants; pour un brouillard complexe, les anneaux disparaissent, ainsi que l'a observé Kling, ce qui rend quelque peu incertaine la mesure du diamètre de la tache centrale. Les conditions d'exposition de la plaque, les qualités de contraste du cliché doivent influer alors sur la valeur adoptée pour le diamètre moyen des gouttes.

Nous avons cherché ce que peut représenter le diamètre moyen adopté. Cela revient à étudier le cas où le faisceau lumineux traverse un brouillard constitué de deux familles de gouttes dont les diamètres sont groupés respectivement autour de deux valeurs moyennes très différentes. Nous avons utilisé, pour l'enveloppe, les courbes de fréquence de Sass et nous avons admis, pour les gouttes du cœur, une loi de répartition semblable à celle des gouttes de l'enveloppe. Nous avons pu étudier alors quelle doit être la variation de l'intensité lumineuse, dans le plan focal de l'objectif, en fonction de la distance du point considéré au centre de la figure de diffraction. Cette intensité lumineuse diminue constamment; sa variation, au voisinage du centre de la tache de diffraction, est principalement commandée par les gouttes du cœur; à quelque distance, elle est exclusivement déterminée par les gouttes de l'enveloppe. Par suite la valeur adoptée pour diamètre de la tache de diffraction correspond, non à un diamètre moyen de l'ensemble, mais, suivant les conditions d'exposition et de contraste du cliché, soit à une goutte du cœur, soit à une goutte de l'enveloppe. Les valeurs obtenues par Kling pour le diamètre le plus probable des gouttes (50 à 100 microns) semblent bien correspondre au premier cas.

La constitution du jet, avec ses deux groupes de gouttes distincts, pose le problème de la détermination d'un diamètre moyen des gouttes de l'enveloppe et d'un diamètre moyen des gouttes du cœur. La première détermination peut être faite, d'une manière longue et pénible, par la méthode statistique; la seconde détermination semble bien être obtenue par la méthode des anneaux de diffraction telle que Kling l'a employée.

ASTROPHYSIQUE. — *Éléments d'une théorie des supernovæ.* Note ([1]) de M. **Évry Schatzman.**

Toute théorie des supernovæ doit chercher à expliquer trois faits caractéristiques : énergie libérée dans le phénomène de supernova, vitesse d'expulsion

([3]) *Groupement Recherches Aéronautiques*, Paris, Note technique, n° 16.

([1]) Séance du 4 mars 1946.

des masses gazeuses, fréquence d'apparition des supernovæ, qui indiquent nettement que les supernovæ constituent une classe séparée d'étoiles temporaires ([2]). Notre théorie apporte les éléments d'une explication satisfaisante de ces faits ([3]).

Énergie totale libérée. — Elle est de l'ordre de 10^{48} à 10^{49} ergs.

a. La couche de mélange ([4]) des naines blanches peut devenir instable. La quantité

$$\left[\frac{d\log T}{d\log P}\right]_{\text{rad}}$$

passe par un maximum dans la couche mixte. Lorsque ce maximum devient égal au gradient adiabatique $[d\log T/d\log P]_{\text{ad}}$, la condition de Schwartzschild de stabilité de l'équilibre radiatif cesse d'être satisfaite, la couche mixte devient instable. On peut déterminer les naines blanches dans lesquelles la couche mixte se trouve dans les conditions critiques. On trouve qu'il s'agit de naines blanches de très petit rayon (quelques centaines de kilomètres).

b. L'énergie cinétique d'exclusion des électrons de la couche de mélange est de l'ordre de grandeur cherché, et cependant petite devant l'énergie cinétique d'exclusion totale de l'étoile.

c. Lorsque la couche instable est expulsée, elle subit une détente et l'énergie d'exclusion se transforme en énergie d'agitation thermique. Dans les novæ l'énergie libérée est une énergie de recombinaison d'ions ([5]).

Vitesse d'expulsion. — Elle est de l'ordre de plusieurs dizaines de milliers de kilomètres par seconde.

a. La densité de la couche mixte des naines blanches, dans les conditions critiques, est de l'ordre de 10^9 g/cm^3. La vitesse de propagation du son dans un gaz dégénéré d'électrons à ces densités, est de l'ordre de plusieurs dizaines de milliers de km/sec.

b. La propagation du son ne s'accompagne d'aucun mouvement de matière. Il est raisonnable de supposer qu'une rupture accidentelle locale de l'équilibre radiatif se propage au moyen d'une onde de choc. La rupture de l'équilibre se communique à toute la couche instable en une fraction de seconde. L'onde de choc s'accompagne d'un mouvement de matière se faisant à une vitesse du même ordre de grandeur que la vitesse du son.

Fréquence d'apparition. — Environ une supernova par galaxie tous les 500 ans.

a. Pour les faibles énergies libérables, la vitesse d'expulsion est trop faible pour que la matière sorte du champ de pesanteur de l'étoile. Il existe une

---

([2]) ZWICKY, *Rev. Mod. Phys.*, **12**, 1940, p. 66.

([3]) L'exposé détaillé de notre théorie est sous presse aux *Annales d'Astrophysique*.

([4]) *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 496; **220**, 1945, p. 516.

([5]) BIERMANN, *Zeits. f. Astr.*, **18**, 1939, p. 344.

énergie minimum au-dessous de laquelle on n'observe pas le phénomème de supernova. Les supernovæ forment donc une classe séparée d'étoiles temporaires. Les naines, susceptibles de donner lieu au phénomène de supernova, ont des masses comprises entre $1,44\odot$ et $1,44(1-10^{-3,5})\odot$. On explique ainsi la rareté des supernovæ.

b. On peut montrer que les supernovæ se distribuent approximativement de façon uniforme en magnitude.

Résultats numériques. — Le tableau suivant donne les caractéristiques des présupernovæ et des supernovæ.

	Présupernovæ.			Logarithme de l'énergie (ergs).	
Rayon (km).	log L	log Te	M ([6])	totale de l'étoile.	libérée.
150.....	2,39	6,20	13,7	52,72	47,26
120.....	2,55	6,28	13,9	52,80	48,18
105.....	2,59	6,32	14,1	52,87	49,51

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la détermination des mobilités de gros ions dans un gaz au repos.* Note ([1]) de M. **Gérard Vassails**, présentée par M. Aimé Cotton.

Les recherches que j'ai entreprises, qui exigent l'emploi de chambres d'ionisation volumineuses (cylindres de 1^{m} de long et 10^{cm} de diamètre) m'ont amené, pour mesurer des mobilités de gros ions, à utiliser le procédé suivant, qui ne nécessite aucun montage spécial, ni la mise en mouvement du gaz ionisé.

Ce dernier contient de gros ions formés avant d'établir le champ électrique destiné à les extraire, et il ne s'en forme plus pendant l'application du champ. Dans ces conditions le courant d'ionisation, d'abord relativement intense à cause de l'afflux des gros centres électrisés, diminue progressivement au cours de leur extraction jusqu'à atteindre, lorsqu'ils sont épuisés, la faible valeur constante caractéristique de l'ionisation spontanée.

L'intensité de ce courant variable peut être mesurée, comme on le fait en courant constant, par la vitesse de déplacement du spot d'un électromètre, à condition de prendre certaines précautions (différence de potentiel appliquée suffisamment basse, électromètre assez amorti et peu inerte). Le mouvement du spot est alors assez lent pour qu'on puisse, en repérant sa position par exemple toutes les 10 secondes, construire par points la courbe courant d'ionisation-temps (figure). On peut enregistrer également le mouvement du spot sur papier photographique.

L'étude des diagrammes ainsi obtenus renseigne sur les mobilités des porteurs d'électricité extraits. Un calcul simple, et d'ailleurs analogue à celui

([6]) Magnitude absolue visuelle.

([1]) Séance du 4 mars 1946.

que l'on utilise dans les méthodes de courant gazeux, permet en effet de prévoir ce qui suit :

1° la mobilité minima vaudra $K_4 = (a/2VT)$ [V potentiel extracteur, T durée totale de l'extraction, a facteur géométrique, égal, pour des électrodes cylindriques, à $\log R_2/R_1(R_2^2 - R_1^2)$];

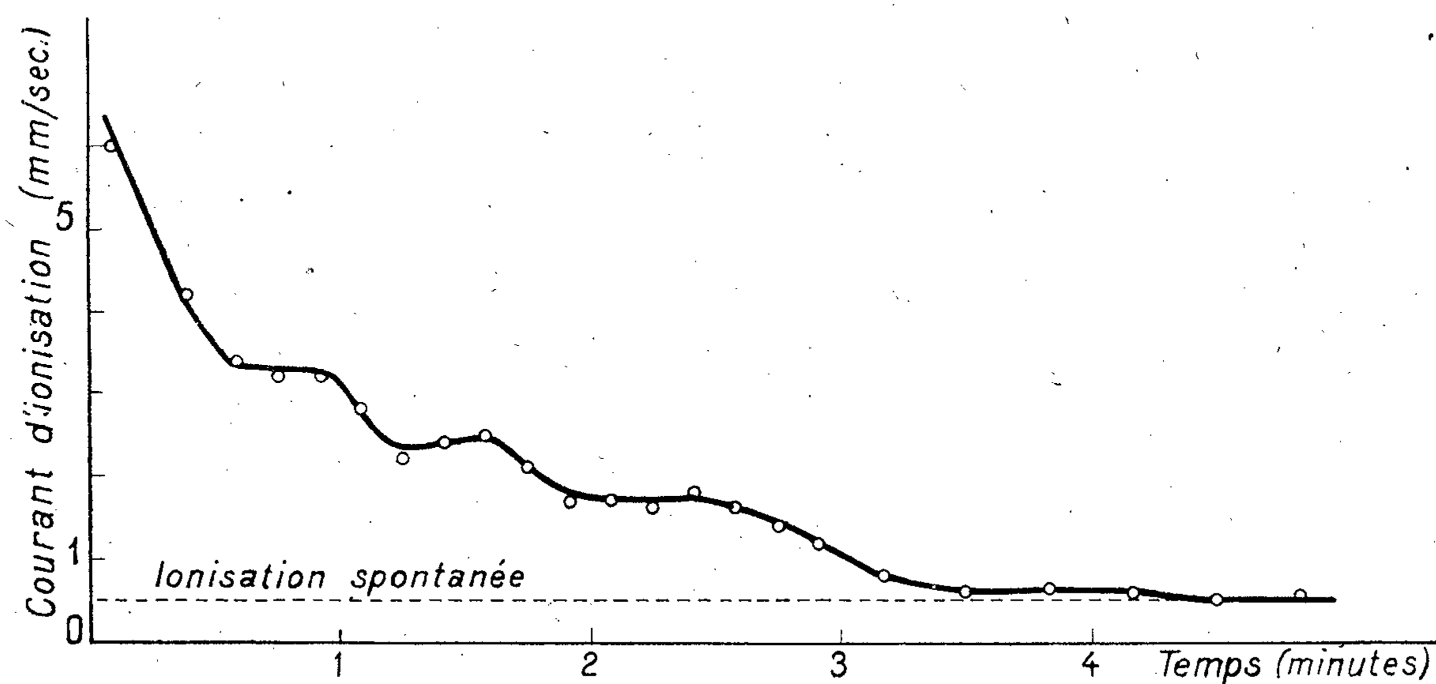
2° la mobilité moyenne $K_m = (aI_0/2VQ)$ (I_0 valeur initiale du courant d'ionisation ; Q, charge transportée par l'ensemble des corpuscules).

3° s'il y a plusieurs mobilités définies, le courant d'ionisation décroîtra en gradins, la courbe présentant une série de paliers descendants séparés par des chutes brusques ;

4° si les mobilités forment une échelle pratiquement continue, la courbe courant-temps doit permettre de construire graphiquement le spectre de mobilités.

Dans le calcul, on suppose les gros ions suffisamment dilués pour qu'ils ne modifient pas la distribution du champ électrique et assez petits pour négliger leur pesanteur; en outre on ne tient pas compte de la diffusion, ni des petits courants de convection qui peuvent troubler l'atmosphère, même dans un récipient clos.

En dépit de ces approximations les courbes de courant expérimentalement obtenues présentent, dans la plupart des cas, des paliers descendants très nets (voir la figure) qui témoignent, comme le prévoit le calcul, de l'existence



de mobilités caractéristiques. Quant aux valeurs numériques trouvées, voici, à titre d'exemple, pour les gros ions de la lumière ultraviolette dans l'air, quelques résultats :

Durée d'irradiation (minutes)............	0,5.	1.	2.	5.	9.
Mobilité moyenne [(cm/sec):(volt/cm)].....	3.10^{-3}	$2,1.10^{-3}$	$1,5.10^{-3}$	10^{-3}	9.10^{-4}

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Énergie dissipée par courants de Foucault dans un disque mince ferromagnétique normal au champ.* Note [1] de M. **Gustave Ribaud**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons étudié [2] les particularités présentées par un disque mince chauffé par induction dans un champ alternatif normal à son plan. Une pareille étude peut être étendue au cas d'un disque fait d'une substance ferromagnétique. Si μ est la perméabilité de la substance, les équations établies sont à remplacer par les suivantes :

$$4\pi\sigma = \frac{\partial H x}{\partial z} - \frac{\partial H z}{\partial x}, \tag{1}$$

$$\rho\frac{\partial\sigma}{\partial z} = \mu\frac{\partial H x}{\partial t}, \tag{2}$$

$$\rho\left(\frac{\partial\sigma}{\partial x} + \frac{\sigma}{x}\right) = \mu\frac{\partial H z}{\partial t}. \tag{3}$$

Ici encore, dans l'équation (1), $\partial H z/\partial x$ est négligeable devant $\partial H x/\partial z$ et l'ensemble des équations (1) et (2) fournit la relation classique

$$\frac{\partial^2 H x}{\partial z^2} = \frac{4\pi\mu}{\rho}\cdot\frac{\partial H x}{\partial t}. \tag{4}$$

Pour une fréquence suffisante, les courants induits sont limités au voisinage des deux faces planes du disque, et l'épaisseur de peau est donnée par l'expression

$$\varepsilon' = \sqrt{\frac{\rho}{2\pi\mu\omega}}.$$

La différence avec un disque non magnétique résulte essentiellement du fait que l'apparition de charges magnétiques sur les faces du disque produit un champ démagnétisant uniforme, qui s'ajoute au champ produit par les courants de Foucault. Désignons par H_1 et H_2 les composantes radiale et normale du champ magnétique sur les faces du disque; si l'on admet que l'intensité induite dans le disque est proportionnelle à la distance à l'axe [3], le champ H_c produit par les courants de Foucault peut s'écrire

$$H_c = H_1\,\frac{r}{x}.$$

---

[1] Séance du 11 mars 1946.

[2] *Comptes rendus*, 216, 1943, p. 377.

[3] Ce qu'indiquent bien le calcul et l'expérience.

Quant à H_2, l'équation (3) fournit pour sa valeur la relation

$$H_2 = H_1 \frac{\varepsilon'}{x},$$

et le champ démagnétisant H_m, créé par les faces magnétiques terminales, peut s'écrire

$$H_m = \mu H_1 \frac{\varepsilon'}{x}.$$

On aura la valeur de H_1 en écrivant que l'ensemble des deux champs H_c et H_m annule le champ inducteur H_0 au centre du disque; cela conduit à l'expression suivante

$$H_1 = \frac{H_0 x}{r + \mu\varepsilon'}.$$

L'énergie dissipée par induction dans le disque s'écrit alors

(5) $$W' = H^2_{\text{eff}} \cdot \frac{\rho r^2}{8\pi\varepsilon'} \cdot \frac{1}{\left(1 + \mu \frac{\varepsilon'}{r}\right)^2},$$

expression qui diffère de celle obtenue pour un disque non magnétique par la présence du facteur $1/(1 + \mu\varepsilon'/r)^2$, lequel traduit l'influence du champ démagnétisant.

Si l'on compare cette énergie W' à celle W qui serait dissipée dans un disque de même résistivité, mais non magnétique (épaisseur de peau ε) on peut écrire

(6) $$k_m = \frac{W'}{W} = \frac{\sqrt{\mu}}{\left(1 + \frac{\varepsilon}{r}\sqrt{\mu}\right)^2}.$$

Ce facteur, que l'on peut appeler *facteur magnétique*, a sa valeur maximum pour $\mu = r^2/\varepsilon^2$ et cette valeur maximum est égale à $r/4\varepsilon$; pour de très grandes valeurs de μ ce facteur tend vers zéro.

Bien entendu, les relations (5) et (6) ne sont valables que si l'épaisseur du disque dépasse 2 ou 3 fois l'épaisseur de peau ε'.

MAGNÉTISME. — *Sur les propriétés magnétiques du sesquioxyde de fer faiblement magnétique*. Note de Mlle **Juliette Roquet**, présentée par M. Charles Maurain.

Les propriétés magnétiques du sesquioxyde de fer ont donné lieu à des travaux nombreux dont on trouve un excellent exposé dans la Thèse de

A. Michel (1) et dans un article de R. Chevallier et S. Mathieu (2). Dans l'ensemble, ces travaux portent principalement sur l'aimantation induite. Les faits relatifs à l'aimantation rémanente n'ont pas été négligés, mais leur étude est restée plutôt qualitative.

J'ai entrepris des recherches sur le sesquioxyde de fer dans une voie nouvelle ouverte par E. Thellier, en utilisant d'ailleurs ses appareils de mesures (3). J'étudie l'aimantation thermorémanente, c'est-à-dire l'aimantation permanente acquise par refroidissement dans un champ magnétique donné.

J'exposerai ici quelques résultats préliminaires relatifs, en particulier, à la variabilité magnétique du sesquioxyde de fer.

Le produit étudié est obtenu par précipitation au moyen de l'ammoniaque, à partir d'une solution de perchlorure de fer. Le précipité, abondamment lavé, est desséché à l'étuve à une température comprise entre 100 et 125°; après broyage et tamisage (tamis 180-200), on le soumet à une chauffe au four électrique, à 700° pendant 1 heure, qui le transforme en sesquioxyde de fer rhomboédrique. Cette poudre est tassée dans un tube cylindrique en quartz, sans utilisation de liant. Les grains s'agglomèrent au cours des chauffes auxquelles on soumet ensuite le corps.

1° *Évolution magnétique par recuit prolongé.* — Un échantillon, préparé comme il vient d'être dit, est réchauffé à 700°; on maintient cette température pendant un temps t, puis on refroidit l'échantillon jusqu'à 20° dans un champ H donné; on mesure son aimantation spécifique permanente σ. On recuit à nouveau à 700° pendant un nouveau temps t', ce qui désaimante le corps, on le réaimante comme précédemment, et ainsi de suite. On observe un accroissement de l'aimantation spécifique, mesuré après chaque opération. Les courbes donnant σ en fonction de θ, θ étant la somme $t+t'+\ldots$ des durées successives de recuit à 700°, montrent que σ croît d'abord rapidement, puis tend vers une limite σ_s pour un recuit de plusieurs jours. Cette limite est de beaucoup supérieure à l'aimantation initiale σ_i obtenue après un premier recuit bref (1 heure). Or une analyse aux rayons X, que M. Wyart a bien voulu faire effectuer dans son laboratoire, montre qu'il n'y a pas eu modification cristallographique du corps; les échantillons d'aimantation σ_i et σ_s présentent même diagramme correspondant à des corps bien cristallisés dans le système rhomboédrique.

2° *Variation d'un échantillon à l'autre.* — Si l'on répète cette opération pour des échantillons de sesquioxyde préparés indépendamment, quoique en utilisant la même méthode, il semble bien que les durées de recuit nécessaires

(1) *Thèse*, Paris, 1937.

(2) *Annales de Physique*, **18**, 1943, pp. 258 à 288.

(3) *Thèse*, Paris, 1938; *Annales de Physique du Globe*, **16**, 1938, pp. 157 à 302.

à la stabilisation (durées qu'il est difficile cependant de bien délimiter) soient assez variables; entre 80 et 200 heures dans mes essais. En même temps, les aimantations spécifiques limites σ_s obtenues sont très différentes; elles sont même différentes pour deux échantillons distincts préparés à partir d'un même précipité. Le tableau suivant illustre ces résultats pour deux échantillons de deux préparations indépendantes : recuit à 700°, refroidissement dans un champ de 17,8 gauss; σ_i et σ_s sont exprimées en u. e. m. C. G. S.

	Échantillon.	σ_i.	σ_s.
Première préparation	1........	123.10^{-4}	304.10^{-4}
	2........	130.10	388.10
Deuxième préparation	3........	26.10	52.10
	4........	28.10	55.10

Pour les susceptibilités j'ai obtenu les résultats suivants : χ_0 représentant la susceptibilité de la poudre non recuite, on a en u. e. m. $100.10^{-6} < \chi_0 < 200.10^{-6}$ pour des échantillons de trois préparations. χ_i désignant la susceptibilité après un premier recuit bref et χ_s la susceptibilité après le recuit prolongé nécessaire pour la stabilisation, χ_i et χ_s ne diffèrent pour un même échantillon que d'une quantité inférieure à la grandeur de l'erreur de mesure et sont comprises entre 25.10^{-6} et 32.10^{-6}. Cependant pour l'échantillon 2 j'ai trouvé au contraire : $\chi_i = 30.10^{-6}$ et $\chi_s = 11.10^{-6}$. Cette dernière valeur n'a pu être vérifiée, l'échantillon ayant été accidentellement détruit après la mesure. Toutes ces susceptibilités ont été mesurées dans un champ de 26,8 gauss.

3° S'opposant à ces propriétés singulières (évolution magnétique et variation d'un échantillon de sesquioxyde à l'autre), je crois intéressant de signaler la fidélité avec laquelle chacun des échantillons stabilisés par recuit prolongé garde ses propriétés magnétiques, tant qu'on ne le soumet pas à des températures dépassant nettement 700°. En effet j'ai fait subir à ces corps de nombreuses opérations de réchauffement et réaimantation (valeurs du champ H ne dépassant pas 52 gauss) lors d'essais dont je rendrai compte ultérieurement; chaque fois qu'un échantillon a été, au cours de ces essais, réaimanté dans des conditions identiques, j'ai retrouvé la même valeur de l'aimantation spécifique; la susceptibilité reste aussi constante.

OPTIQUE INSTRUMENTALE. — *Comparaison de deux définitions du grossissement dans les instruments d'optique.* Note (¹) de M. **Louis Dunoyer.**

On peut définir le grossissement dans les instruments d'optique de l'une ou l'autre des matières suivantes :

1° le grossissement est le rapport des dimensions linéaires des images rétiniennes d'un même objet, vu dans l'instrument et vu sans instrument dans des conditions déterminées d'observation. Il s'agit évidemment d'images rétiniennes limitées à l'étendue de la fovea;

2° le grossissement est le rapport des tangentes des angles dont tourne la ligne de visée de l'œil quand elle est dirigée successivement vers les deux extrémités d'un même objet linéaire, vu dans l'instrument ou sans instrument.

On suppose naturellement que, dans les deux modes de vision, l'œil est au point sur l'objet ou sur son image à travers l'instrument. Il peut d'ailleurs, dans l'un et l'autre cas, être armé ou non d'un verre correcteur. Pour abréger le langage, nous appellerons *grossissement rétinien* G le grossissement défini de la première manière, et *grossissement angulaire* G' le grossissement défini de la seconde manière.

Pour former l'expression du grossissement rétinien, toutes les abscisses seront comptées à partir du premier foyer de l'œil. Soient, dans la vision sans instrument, δ l'abscisse de l'objet ou de son image dans le verre correcteur s'il y en a un, x celle du verre correcteur, f la focale objet de l'œil, D la puissance du verre correcteur.

Dans la vision avec instrument, les quantités analogues seront désignées par les mêmes symboles affectés de l'indice supplémentaire i.

On trouve alors que si β est le grandissement instrumental (rapport de l'image à l'objet), le grossissement rétinien a pour expression

$$G=\frac{f_i}{f}\,\frac{\delta_1}{\delta_{1i}}\,\frac{1-D_i(\delta_{1i}-x_i)}{1-D(\delta_1-x)}\,\beta. \tag{1}$$

De même, pour former l'expression du grossissement angulaire, toutes les abscisses seront comptées à partir du centre de rotation de l'œil. Les abscisses homologues de δ_1 et x seront alors m_1 et a, de δ_{1i} et x_i, m_{1i} et a_i, et l'on trouve

$$G'=\frac{m_1}{m_{1i}}\,\frac{1-D_i(m_{1i}-a_i)}{1-D(m_1-a)}\,\beta, \tag{2}$$

sans que le fait que les focales de l'œil sont différentes dans les deux modes de vision apparaisse.

Si l'on appelle ε la distance du premier plan principal de l'œil au centre de rotation, et si l'on tient compte du fait que, dans les variations d'accommodation de l'œil, ses plans principaux restent pratiquement invariables (le pre-

(¹) Séance du 18 mars 1946.

mier recule de $0^{mm},11$ et le second de $0^{mm},17$), on obtient, à partir des formules (1) et (2),

$$\frac{G}{G'} = \frac{1 - \varepsilon P_i}{1 - \varepsilon P}, \tag{3}$$

en appelant P et P_i les *réfractions principales* de l'œil dans les deux modes de vision.

Cette formule montre que *les deux grossissements ne peuvent être égaux que si l'accommodation de l'œil est la même avec ou sans instrument*. Cette condition ne peut être remplie pour un emmétrope regardant sans verre correcteur un objet rapproché et le regardant ensuite dans un viseur ou un microscope en se mettant au repos, ni pour un hypermétrope regardant de même sans verre, en accommodant, un objet éloigné et se mettant au repos en le regardant à travers une lunette. Elle le sera pour un myope regardant, avec ses verres correcteurs, un objet éloigné et se mettant au repos, sans verre, pour le regarder dans une lunette.

Le rapport G/G′ peut être notablement différent de l'unité. $P_i - P$ peut avoir un signe quelconque, mais sa valeur absolue ne peut guère dépasser 10 dioptries. Comme on a $\varepsilon = 11^{mm},2$, cela correspond à un écart entre G et G′ de 10 % environ. Sans doute est-il rare que l'on ait besoin de connaître le grossissement d'un instrument avec une grande précision. Il est cependant recommandable de le mesurer par un procédé qui mette en jeu celui des deux grossissements qui correspond le mieux au mode d'emploi de l'instrument. Pour un instrument à petit champ, ce sera le grossissement rétinien et, pour un instrument à grand champ, le grossissement angulaire.

RADIOCHIMIE. — *Sur la vie moyenne de l'azote actif.*
Note [1] de M. **Edgar-T. Verdier**, présentée par M. Louis Hackspill.

Lorsque l'on électrolyse une solution d'acide azothydrique ou de l'un de ses sels, l'anode est le siège d'une luminescence ultraviolette décelable et mesurable au moyen de compteurs à iodure de cuivre et alcool [2]. L'étude de l'influence de différents gaz au voisinage de l'anode [3] a montré que la réaction photogénique se fait principalement en phase gazeuse et par l'intermédiaire d'une forme d'azote actif. D'autre part C. Racz et R. Audubert [4] ont déterminé au moyen du montage suivant la vie moyenne de cet azote actif.

---

[1] Séance du 18 mars 1946.

[2] R. Audubert et E.-T. Verdier, *Comptes rendus*, **208**, 1939, p. 984; E.-T. Verdier, *Journ. Chim. Phys.*, **41**, 1944, p. 135.

[3] E.-T. Verdier, *Comptes rendus*, **214**, 1942, p. 617; *Journal Chim. Phys.*, **41**, 1944, p. 228.

[4] *Comptes rendus*, **210**, 1940, p. 217; *Bull. Soc. Chim. de France*, 5e série, **7**, 1940, p. 907.

Un contact tournant, qui ouvre et ferme périodiquement le courant d'électrolyse, est entraîné par le même axe qu'un secteur à diaphragme disposé entre la cellule et l'anode. Deux fois par tour ce secteur démasque synchroniquement le compte-photons avec un retard sur l'interruption du courant. En faisant tourner le dispositif on observe une émission qui persiste après la rupture du courant d'électrolyse. A partir de ces données il est possible de calculer la vie moyenne. A la pression atmosphérique ces auteurs ont trouvé $2,5 \pm 0,2 . 10^{-3}$ sec.

Étant donnée l'augmentation considérable dans l'intensité lumineuse décelée lorsque l'on diminue la pression au voisinage de l'anode, il m'a paru intéressant de reprendre les travaux de ces deux auteurs et de déterminer la variation de la vie moyenne avec la pression.

L'appareil d'électrolyse se composait d'une cloche en verre scellée sur une plaque de verre. La partie supérieure de cette cloche se terminait par une plaque de quartz. A l'intérieur était placée la cuve à électrolyse. L'anode, toile de platine disposée horizontalement à la surface de l'électrolyte, était séparée de la cathode, plaque de platine, par un diaphragme poreux. Les deux électrodes étaient reliées au circuit extérieur d'électrolyse à travers deux bouchons en caoutchouc. Un tube de sortie, relié à un manomètre à mercure et à une trompe à eau, permettait d'établir à l'intérieur de la cloche des pressions variant entre 76,0 et 2^cm^ de mercure.

Les résultats obtenus sont donnés dans le tableau suivant :

Solution électrolysée.	Pression en cm de Hg.	Gaz au voisinage de l'anode.	Vie moyenne en secondes.	Erreur.
0,05 *n* N_3Na	76,0	Air	$2,5.10^{-3}$	±0,1
0,05 *n* N_3Li	76,0	»	$2,5.10^{-3}$	±0,1
0,1 *n* N_3Na	76,0	»	$2,5.10^{-3}$	±,01
0,2 *n* N_3Na + 0,01 *n* NH_2OH HCl	76,0	»	$2,5.10^{-3}$	±0,1
0,2 *n* N_3Na	76,0	Azote	$6,0.10^{-3}$	±0,1
0,2 *n* »	76,0	Hydrogène	$6,1.10^{-3}$	±0,1
0,2 *n* »	76,0	Air	$2,5.10^{-3}$	±0,1
» »	40,0	»	$4,0.10^{-3}$	±0,1
» »	20,0	»	$5,3.10^{-3}$	∓0,1
» »	10,0	»	$8,3.10^{-3}$	±0,2
» »	7,0	»	$11,0.10^{-3}$	±0,2
» »	5,0	»	$15,6.10^{-3}$	±0,1
» »	4,0	»	$18,7.10^{-3}$	±0,1
» »	3,0	»	$28,3.10^{-3}$	±0,7
» »	2,0	»	$47 .10^{-3}$	±3,0

On voit d'après ces données que la concentration de la solution n'a aucune influence sur la vie moyenne. De même la présence en solution d'hydroxylamine n'entraîne aucune modification dans la valeur obtenue, bien que donnant lieu à une augmentation dans l'intensité de l'émission ([5]). Par contre la présence d'azote et d'hydrogène, qui ont une influence semblable mais beaucoup plus considérable, entraîne une variation de la vie moyenne. Ceci n'est pas surpre-

([5]) E.-T. Verdier, *Journal Chim. Phys.*, 41, 1944, p. 192.

nant si l'on considère que ces deux gaz, éléments constitutifs de la molécule N_3H, peuvent agir sur elle en présence d'un photon d'une énergie suffisante ([3]). Cette réaction donnerait lieu à une ramification des chaînes et à une augmentation, d'une part du nombre des photons émis et, d'autre part de la vie moyenne.

Signalons finalement que l'imprécision dans les mesures effectuées aux faibles pressions est due à l'accroissement de l'erreur dans la détermination de la vitesse de rotation du secteur tournant, car, pour des vies moyennes aussi considérables, il est nécessaire de diminuer appréciablement le nombre de tours par seconde.

En conclusion, ces résultats laissent prévoir que, pour des faibles pressions, la vie moyenne de l'azote actif doit être de l'ordre de quelques secondes; mais seules d'autres expériences, sur la décomposition thermique des azotures par exemple, permettront de confirmer ces prévisions.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Azéotropes orthobares divers.* Note ([1]) de M. **Maurice Lecat**, présentée par M. Marcel Delépine.

Les azéotropes sont classés par fonctions, d'acide à oxyde halogéné.

On étend la notion d'azéotropie positive au cas où un constituant ★ se décompose plus ou moins à l'ébullition, s'il est seul, tandis que, dans l'azéotrope, il distille inaltéré. S'il est le constituant le moins volatil, l'écart δ (col. 6) peut encore être fixé ; cela a lieu pour [1], [4], [9] à [12] et [56]. Sinon, pour δ on ne peut assigner qu'une sorte de limite inférieure; cas de [20].

Le plus grand δ connu est celui de [28], qui atteint 21°,3. Il permet une purification facile de A et de B. Le *butoxyle*, de [37], [54] et [62], est l'acétate de méthyl-1.3 butanediol (ester et oxyde).

La 7e colonne consigne la concentration pondérale de A ; la 8e, soit M, variation de température (+ pour refroidissement) par mixtion, à 18°, de A et B à poids égaux; soit le point ξ de démixtion liquide de l'azéotrope ; soit le point C de début de congélation; soit *hétér.* marquant l'hétéroazéotropie.

Abréviations : ac., acide ; acét., acétate ; cét., cétone ; M, méthyl.

A.	B.	É A.	É B.	É az.	δ.	% A.	M, ξ, C.	
Amino éthanol.	Cinéol	170,8	176,35	153,4	17,4	36	ξ150,4	[29]
Lactacte d'éthyle.	Isopropylbenzène	154,1	152,8	143,5	9,3	48	4,5	[30]
Monoacét. glycol.	Orthocrésol	190,9	191,1	199,45	— 8,35	51	—	[31]
Chloroéthanol.	Chloropicrine	128,6	111,9	108,9	3,0	15	6,0	[32]
Chloroéthanol.	Sulfure d'allyle	128,6	139,35	124,5	4,1	61	4,5	[33]
Méthyldiglycol.	Diméthylaniline	192,95	194,15	184,85	8,1	49	0,8	[34]
Méthylglycol.	Acét. de butyle	124,5	126,0	119,45	5,05	48	1,6	[35]
Diglycol.	Benz. d'isobutyle	245,5	241,9	228,65	13,25	37	ξ86	[36]
Butylglycol.	Butoxyle	171,15	171,75	170,1	1,05	53	2,5	[37]
Diglycol.	Salicylate éthyle	245,5	233,8	225,15	8,65	30	ξ66,5	[38]
Méthylglycol.	Perchloréthylène	124,5	121,0	109,7	11,3	24,5	2,0	[39]
Propylglycol.	Bromobenzène	151,35	156,1	148,2	3,15	48	— 0,4	[40]
Éthylglycol.	Octane normal	135,3	125,75	116,0	9,75	38	3,0	[41]
Diglycol.	M. naphtalène β	245,5	241,15	225,45	15,7	39	ξ123,5	[42]

([1]) Séance du 11 mars 1946.

A.	B.	É A.	É B.	É az.	δ.	% A.	M, ξ, C.	
Butylglycol.	Oxyde d'isoamyle..	171,15	173,2	164,95	6,2	54	2,0	[43]
Diglycol.	Pyrocatéchol......	245,5	245,9	259,5	—13,6	46	—	[44]
Isobutanal.	Sulfure carbone....	63,5	46,25	44,7	1,55	14	—	[45]
Furfural.	Cinéol...........	161,45	176,35	157,25	4,2	59	1,5	[46]
Éthanamide.	Fumarate éthyle....	221,15	217,85	205,5	12,35	26,7	—	[47]
Propanamide.	Iodobenzène.......	222,2	188,45	183,5	4,95	10	—	[48]
Phénylènediamine.	Oxyde de phényle..	258,6	259,0	251,2	7,4	46	C 87	[49]
Phénylméthylcét.	Maléate méthyle...	202,0	204,05	201,0	1,0	61	—	[50]
Méthyléthylcét.	$CHBrCl_2$..........	79,6	90,1	90,85	— 0,75	10,5	—11,9	[51]
Méthylisobutylcét.	Perchloréthylène...	116,05	121,0	113,85	2,2	52	—	[52]
Isovalér. isoamyle.	Fumarate méthyle..	192,7	193,25	189,3	3,4	57	C 83	[53]
Isovalér. isobutyle.	Butoxyle..........	171,2	171,75	170,35	0,85	53	0,9	[54]
Maléate d'éthyle.	Salicylate de M.	223,3	222,95	221,95	1,0	40	0,9	[55]
Diacét. éthylidène.	*Diiodométhane.....	168,5	181*	164,15	4,35	56	—	[56]
Carbonate de M.	Heptane normal....	90,35	98,4	82,35	8,0	61	5,0	[57]
Nitrate d'éthyle.	Éthylal...........	87,7	87,95	85,85	1,85	49	0,3	[58]
Maléate méthyle.	Paracrésol.........	204,05	201,7	208,6	— 4,55	56	C < 15	[59]
Chloracét. éthyle.	Acét. méthylglycol .	143,55	144,6	144,95	— 0,35	38	1,0	[60]
Acét. éthylglycol.	Bromobenzène.....	156,8	156,1	155,45	0,65	37	— 1,5	[61]
Butoxyle.	Orthocrésol........	171,75	191,1	194,1	— 3,0	32	—	[62]
Bromure isopropyle.	Chloroforme.......	59,4	61,2	62,2	— 1,0	35	— 2,9	[63]
Métabromotoluène.	Benzonitrile.......	184,3	191,1	183,8	0,5	88,5	—	[64]
Dichlorométhane.	Méthylal..........	40,0	42,3	45,0	— 2,7	41	— 2,9	[65]
Chlorure isoamyle.	Dioxane...........	99,4	101,35	97,5	1,9	64	1,0	[66]
Paradibromobenzèn.	Orthoxylénol asym.	220,25	226,8	218,65	1,6	75	—	[67]
Perchloréthylène.	Pyrrole...........	121,0	130,0	113,35	7,65	80,5	4,2	[68]
Hexane normal.	Éthane nitrile......	68,8	81,6	54,4	14,4	74	—	[69]
Benzène.	Ethane nitrile......	80,15	81,6	73,7	6,45	60	—	[70]
Hexane normal.	Nitrométhane......	68,8	101,2	62,0	6,8	79	ξ60?	[71]
Benzonitrile.	Orthocrésol........	191,1	191,1	195,95	— 4,85	49	—	[72]
Benzonitrile.	Carbamate éthyle...	191,1	185,25	182,1	3,15	43	—	[73]
Oxyde isoamyle.	Dichloréther sym...	173,2	178,65	169,35	3,85	61	3,8	[74]
Butanoïque.	*Acide pyruvique....	164,0	166,8*	162,4	1,6	66	—	[1]
M.-3 butanoïque.	Benzaldéhyde......	176,5	179,2	174,4	2,1	62	2,2	[2]
Pentanoïque.	Oxalate d'éthyle....	186,35	185,65	182,5	3,15	37	3,7	[3]
Butanoïque.	*Diiodométhane.....	164,0	181*	159,1	4,9	40	0,7	[4]
Pentanoïque.	Dipentène.........	186,35	177,7	173,4	4,3	27	0,4	[5]
Méthanoïque.	Nitrométhane......	100,75	101,2	97,05	3,7	45,5	3,7	[6]
Éthanoïque.	Chloropicrine......	118,1	111,9	107,65	4,25	19,5	— 1,0	[7]
Propanoïque.	Sulfure d'allyle....	141,3	139,35	134,6	4,75	40	—	[8]
*Acide lévulique.	Benz. d'isobutyle...	251*	241,9	238,6	3,3	25	—	[9]
» pyruvique.	Chlorobenzène.....	166,8*	131,75	128,6	3,15	15	ξ25	[10]
» pyruvique.	Métaxylène........	166,8*	139,2	132,85	6,35	23	ξ83,5	[11]
» lévulique.	Anéthol...........	251*	235,7	232,0	3,7	22	—	[12]
Acide chloracétique.	Fumarate de M.....	189,35	193,25	195,7	— 2,45	42	—	[13]
» bromacétique.	Nitrobenzène......	205,1	210,75	202,25	2,85	37	—	[14]
Alcool allylique.	Propanol-1........	96,85	97,2	96,73	0,12	74	0,5	[15]
Éthanediol.	Monoacét. glycol...	197,4	190,9	184,75	6,15	25	3,0	[16]
Butanol-1.	Méthylisobutylcét...	117,8	116,05	114,35	1,7	30	3,8	[17]
Éthanediol.	Fumarate éthyle....	197,4	217,85	189,35	8,05	48,5	ξ79,5	[18]
Butanol-2.	Chlorure isoamyle..	99,5	99,4	91,5	7,9	29	3,6	[19]
Éthanediol.	*Diiodométhane.....	197,4	181*	168,7	>12,3	14	Hétér.	[20]
Glycérol.	M. naphtalène β....	290,5	241,15	233,7	7,45	16,5	—	[21]
Octanol-2.	Benzonitrile.......	180,4	191,1	180,05	0,35	89	—	[22]
Propanol-2.	Éthylal............	82,4	87,95	79,6	2,8	52	5,5	[23]
Éthanediol.	Dichloréther sym...	197,4	178,65	171,05	7,6	21	ξ115	[24]
Heptanol-1.	Phénol............	176,15	182,2	185,0	— 2,8	28	—	[25]
Triméthylcarbinol.	Sulfure carbone....	82,45	46,25	44,9	1,35	93	—	[26]
Aminoéthanol.	p-dichlorobenzène..	170,8	174,4	154,6	16,2	35	ξ104,5	[27]
Aminoéthanol.	Oxyde isoamyle....	170,8	173,2	149,5	21,3	30,5	Hétér.	[28]

MÉTALLOGRAPHIE. — *Sur le grossissement du grain du zinc.* Note de M. **Léon Guillet** fils et M[me] **R. Laurent**, présentée par M. Léon Guillet.

L'un de nous a montré ([1]) que le grain du zinc pur grossit beaucoup à température élevée, sans que le métal ait subi d'écrouissage antérieur ([2]).

Cependant la vitesse de croissance diminue rapidement, en condition isotherme, et il n'est pas possible d'obtenir par cette méthode un cristal unique.

Cela devient aisé, au contraire, si l'on soumet le métal à une déformation permanente de faible amplitude avant recuit. Le zinc utilisé titrait 99,99 % et se présentait sous forme de barrettes de 8^{mm} de diamètre, obtenues par laminage à chaud et étirage à froid. Son grain initial, apprécié sur une coupe micrographique, était fin (320 grains au millimètre carré). Après avoir subi un allongement plastique de 1 % environ (0,70 à 1,16 dans nos essais), ces barrettes étaient portées lentement à 300° (vitesse d'échauffement 25 degrés par jour) et laissées 96 heures à cette température dans un four électrique à régulation automatique Chévenard-Joumier.

L'expérience montre que sur 10 barrettes mises en œuvre, on obtient, en général, 8 barrettes contenant 4 à 6 cristaux de plusieurs centimètres de long qui apparaissent nettement après attaque par l'acide chlorhydrique. Sur un grand nombre d'essais, la longueur maximum obtenue a été de 86^{cm} et la longueur moyenne de 30^{cm}. Les orientations cristallographiques sont assez dispersées, cependant la valeur la plus fréquente de l'angle de l'axe senaire du cristal avec l'axe de l'éprouvette est voisine de 30°, et il est plutôt rare que le plan de densité atomique maximum soit parallèle à l'axe de l'éprouvette comme cela se produit souvent si le cristal est obtenu à partir de l'état liquide ([3]). Souvent la barrette est entourée d'une couche superficielle de 1/10 de millimètre d'épaisseur environ, formée de cristaux fins qu'on peut facilement faire disparaître par un recuit ultérieur de 2 heures à 400°. Pour supprimer toute trace d'écrouissage provenant des opérations de façonnage, il est préférable de provoquer, avant le traitemement principal, une recristallisation fine et équiaxe par un écrouissage fort correspondant à un allongement voisin de 10 % (9,8 à 11,3 dans nos essais), suivi d'un recuit de 24 heures à 200°.

Cette méthode de préparation des monocristaux de zinc est analogue à celles qui ont été décrites par Carpenter et Elam ([4]) pour l'aluminium, par Schmid

---

([1]) *Comptes rendus*, **216**, 1943, p. 642-644.

([2]) Le métal étant seulement fondu et refroidi lentement jusqu'à la température ambiante.

([3]) Bridgman, *Proc. Amer. Acad. Sc.*, **60**, 1925, p. 305.

([4]) *Proc. Roy. Soc. London*, A, **100**, 1921, p. 329.

et Siébel (5) dans le cas du magnésium, par Edwards et Pfeil (6) pour le fer et par Gaucher (7) dans le cas du tungstène.

CHIMIE THÉORIQUE. — *Sur le calcul du nombre de formules mésomères de chaque degré d'excitation pour les hydrocarbures aromatiques condensés.* Note (1) de Mme **Alberte Pullman.**

La construction des diagrammes moléculaires (2) pour les hydrocarbures aromatiques condensés nécessite la connaissance pour chaque degré d'excitation du nombre de formules possédant une liaison quelconque donnée. Un procédé simple basé sur la méthode de Wheland (3) permet l'obtention de ces nombres.

En effet, les carbones de la molécule étant numérotés 1, 2, ..., 2N, le polynome correspondant à une liaison quelconque $1-2j$, est égal au produit des polynomes correspondant aux deux fractions qui subsistent après suppression de la liaison $1-2j$. (Remarquons que cette suppression implique également la suppression de toute liaison traversée par la liaison $1-2j$.) Les coefficients des différentes puissances de Z dans le polynome résultant représentent alors précisément les nombres de formules de chaque degré d'excitation posssédant la liaison $1-2j$.

Supposons, comme c'est souvent le cas, que seules importent les formules inexcitées, mono, et diexcitées. Soient alors a_0, a_1, a_2; b_0, b_1, b_2, respectivement, les trois premiers coefficients des deux polynomes fraction; si la liaison $1-2j$ est effective, les nombres cherchés sont respectivement

$$a_0 b_0, \quad a_0 b_1 + a_1 b_0, \quad a_0 b_2 + a_2 b_0 + a_1 b_1;$$

si la liaison $1-2j$ est ineffective, les nombres cherchés sont

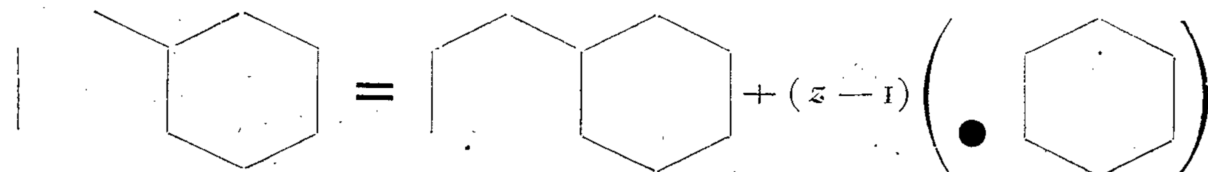
$$a_0 b_0 \quad \text{et} \quad a_0 b_1 + a_1 b_0.$$

Remarquons qu'au cours de ces calculs, il est parfois nécessaire de savoir calculer le polynome représentant deux chaînes séparées quelconques linéaire-cyclique ou cyclique-cyclique; dans ce cas on peut étendre la règle donnée par

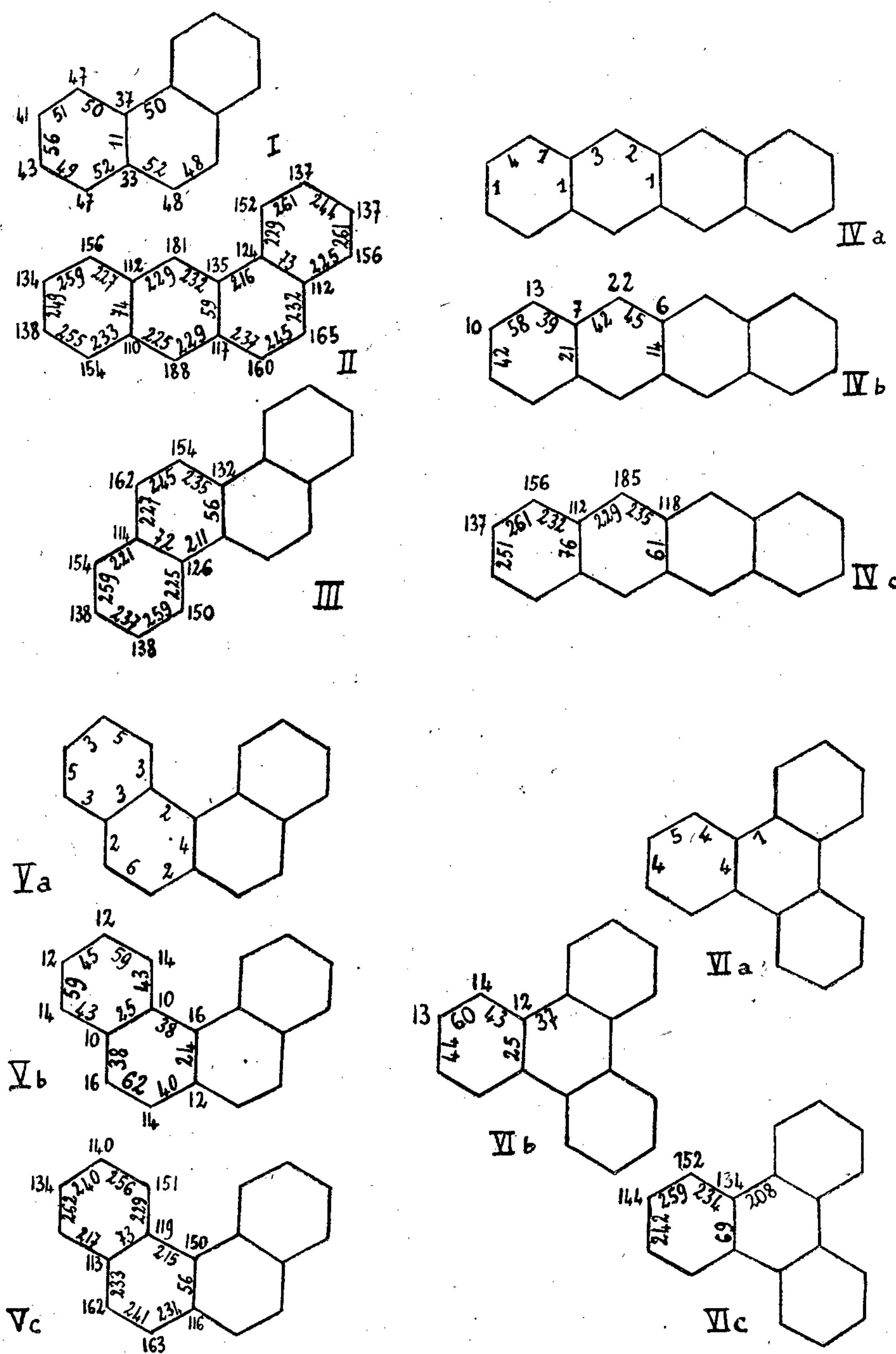
(5) *Zeits. Electrochem.*, 37, 1931, p. 447.
(6) *J. Iron. St. Inst.*, 109, 1924, p. 129.
(7) *Phil. Mag.*, 118, 1924, p. 111.

(1) Séance du 4 mars 1946.
(2) R. Daudel et A. Pulmann, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 663.
(3) *Journal of Chem. Physics*, 3, 1935, p. 356.

Wheland pour deux chaînes séparées linéaire-linéaire. On aura par exemple :



Nous donnons ci-après des diagrammes obtenus par application de ce procédé. Le nombre indiqué sur une liaison effective est le nombre de formules possédant cette liaison. Le nombre indiqué sur un sommet est le nombre de formules possédant une liaison inneffective partant de ce sommet. Les figures I, II, III correspondent aux formules diexcitées du phénanthrène, du benzanthracène et du chrysène; les figures IV_a, IV_b, IV_c; V_a, V_b, V_c; VI_a, VI_b, VI_c;



correspondant respectivement aux formules inexcitées, mono- et diexcitées du naphtacène, du 3.4-benzophénanthrène et du triphénylène.

CHIMIE THÉORIQUE. — *Les diagrammes moléculaires en chimie minérale. Définition théorique du caractère d'oxydoréduction des éléments.* Note [1] de Mme **Pascaline Daudel** et M. **Raymond Daudel**.

L'échelle des électronégativités proposée par Pauling [2], adjointe à la courbe empirique

$$\text{Poids de caractère ionique : } 1 - e^{-1/4(x_A - x_B)^2},$$

permet la détermination immédiate du poids Z des formules hétéropolaires et, par conséquent, celui des formules homopolaires représentant une liaison chimique.

Soient A et B (A plus électronégatif que B) deux corps liés par une liaison simple. On peut partager la zone de liaison en deux zones : l'une appartenant à l'atome A et l'autre à l'atome B. On peut admettre que la formule homopolaire A — B signifie que, sur les deux électrons intervenant dans la liaison, on a la quasi-certitude d'en rencontrer un dans la zone A et un autre dans la zone B. La formule hétéropolaire $A^- \ldots B^+$ signifie que l'on a, au contraire, la quasi-certitude de rencontrer les deux électrons dans la zone de B. Par superposition directe, on obtient donc la valeur

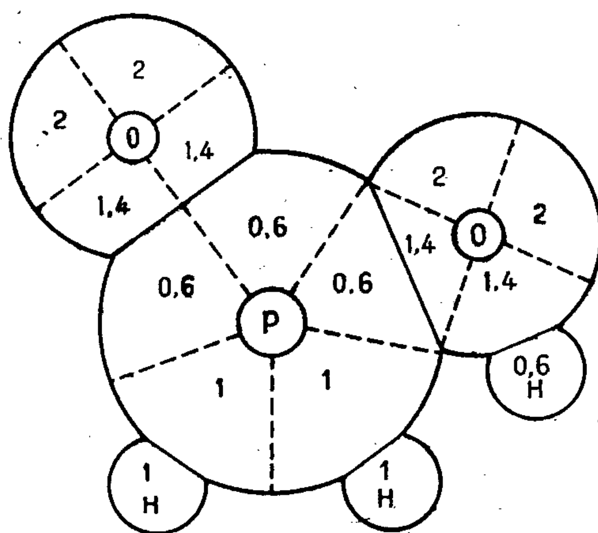
$$(1 - Z)e + 2Ze = (1 + Z)e,$$

comme charge de la zone de A et la valeur

$$(1 - Z)e + 0 = (1 - Z)e,$$

comme charge de la zone de B.

Cette méthode, très simple, qui se généralise au cas des liaisons multiples, conduit, par exemple, dans le cas de l'acide hypophosphoreux H_2PO_2H, au diagramme suivant, où les nombres indiquent la charge d'électrons de valence figurant en chacune des zones de la molécule



La construction de tels diagrammes permet de calculer la charge entourant

(1) Séance du 2 janvier 1946.

(2) *Cornell University Press*, 1944, p. 69.

chaque noyau atomique. Sur la figure précédente, on trouve, par exemple, la charge 3,8 autour du noyau de phosphore.

Dans le tableau ci-après, on a réuni quelques nombres obtenus par cette voie en indiquant la charge présente autour du noyau de phosphore ou d'azote des molécules qui y figurent.

Phosphore élément		5	Acide phosphorique méta	3
Acides hypophosphoreux		3,8	Ammoniac	5,57
Acides phosphoreux	ortho-	3,4	Hydrazine	5,38
	pyro.	3,4	Azote élément	5
» phosphoriques	ortho-	3	Acide hypoazoteux	4,94
	pyro.	3	» azoteux	4,82

MM. Daudel et Haissinsky ([3]) ont insisté sur l'impossibilité de relier le caractère d'oxydoréduction d'un élément à sa valence et ont montré qu'il fallait le relier à la charge entourant son noyau. Nous pouvons maintenant préciser quantitativement ce point.

Appelons $\{A\}_M$ la charge d'électrons de valence que porte l'élément A d'une molécule M; cette charge n'est généralement pas un nombre entier d'électrons. Soit $\{A\}_{fond}$ la charge d'électrons de valence que porte l'atome A quand il est libre.

Nous appellerons *caractère d'oxydoréduction* de l'élément A dans la molécule M la quantité

$$\delta = A_{fond} - A_M$$

et nous dirons : 1° *que l'élément* A *se trouve dans* M *dans un état oxydé quand* δ *sera positif et d'autant plus oxydé que* δ *est plus grand;*

2° *qu'il s'y trouve dans un état réduit si* δ *est négatif et d'autant plus réduit que* δ *est petit.*

Il n'est pas douteux que, de la connaissance quantitative, rendue ainsi possible, du caractère d'oxydoréduction des éléments d'une molécule, on pourra tirer des renseignements permettant de prévoir son caractère oxydoréducteur, mais cette question reste à étudier. Notons enfin que le caractère d'oxydoréduction que nous venons de définir ne se confond pas avec le degré d'oxydoréduction défini par MM. Daudel et Haissinsky ([4]) mais le complète. Il faut toujours définir ce dernier pour un élément donné comme la différence entre le nombre des liaisons oxydantes et le nombre de liaisons réductrices qui aboutissent à celui-ci. Remarquons que la somme de ces degrés pour une molécule neutre est nécessairement nulle. *Par conséquent, si, dans une réaction, un élément donné voit son degré d'oxydo-réduction varier de n, il faut que les autres éléments subissent une modification totale de* $-n$ *dans leurs degrés d'oxydoréduction.* Ce fait justifie une méthode de calcul des coefficients des réactions chimiques si souvent utilisée par G. Charlot.

([3]) *Bull. Soc. Chim.* (sous presse).

([4]) *Loc. cit.*

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Nouvelle méthode générale de dosage. Application particulière au dosage du soufre libre dans les minerais sulfifères.* Note [1] de M. **Louis Peyron**, présentée par M. Pierre Jolibois.

Principe. — Le corps à doser, extrait par dissolution, est dispersé par la méthode au changement de solvant, les dispersions obtenues étant étudiées par une de leurs propriétés physiques fonction de la concentration C en corps dispersé.

Bon pouvoir solvant, sélectivité et solubilité dans un liquide dans lequel ce corps soit insoluble, telles sont les caractéristiques du solvant d'extraction. Durée, température d'extraction et zone de concentrations optimum sont déterminées au préalable (stabilité, sensibilité.)

La dispersion, fondée sur le principe du changement de solvant, doit conduire à des suspensions stables ou stabilisables (agents protecteurs, pH etc.), chez lesquelles la substance ne subit aucun changement physique ou chimique par variation de la concentration, et ayant des caractéristiques égales dans les différents essais.

L'étude des dispersions par utilisation des variations d'une propriété physique de celles-ci directement fonction de la concentration ou chez laquelle les autres facteurs sont réductibles à des constantes, est réalisée comparativement à des dispersions de titres connus :

1° Opacité et diffusion fonctions de la concentration et de la grosseur des particules sont utilisables en lumière monochromatique de longueur d'onde optima, en opérant selon un mode bien défini (température, volume des solutions, mode d'addition, pH etc) qui réduit au maximum les variations du facteur dimensionnel. Des mesures relatives ou absolues (densité optique) sont réalisables, mais l'emploi de comparateurs à cellules est recommandable.

2° Indice de réfraction, pression osmotique sont des fonctions linéaires de la concentration.

La précision globale, somme des erreurs dues aux comparateurs, aux mesures de volumes, et aux dispersions elles-mêmes (difficulté de reproduction de dispersions semblables), est de l'ordre de 1 à 2 %.

Application. — Dosage du soufre libre dans les minerais sulfifères renfermant de 0 à 15 % de soufre. La dispersion, par action d'un liquide miscible au solvant, mais dans lequel le soufre soit insoluble, qui avait déjà été utilisée il y a 30 ans [alcool-eau [2], hydrazine-eau [3]] permet, compte tenu de l'existence des différentes formes allotropiques possédant des coefficients de solubilité différents,

(1) Séance du 11 mars 1946.

(2) Weimarn, *Kolloïd Zeits.*, 8, 1911, p. 215.

(3) Ephraïm-Pietrovsky, *Ber. d. chem. Ges.*, 44, 1911, p. 391; Meyer, *ibid.*, 46, 1913, p. 3089.

par un choix convenable du solvant d'extraction et du liquide de dispersion, la mise en évidence et le dosage des différentes formes ensemble ou isolément.

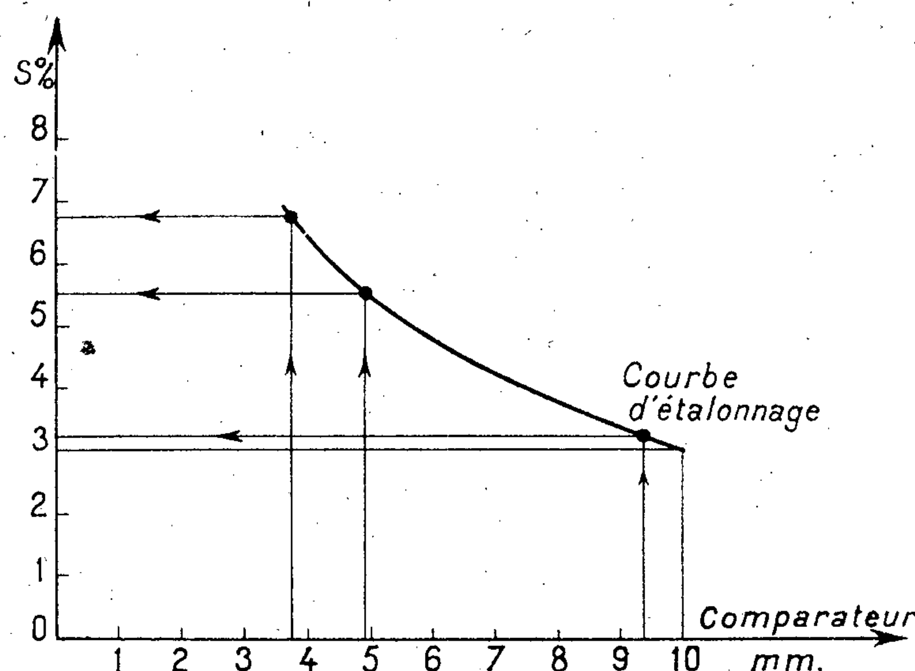
Mode opératoire :

1° Pesée d'une quantité de substance renfermant environ 5^{mg} de soufre libre.

2° Dissolution du soufre par addition de $4^{g},905$ de pyridine pure et contact une heure à 60°C, avec agitation périodique.

3° Refroidissement et centrifugation 3 min à 4000 t/min.

4° Dispersion du soufre contenu dans $2^{g},455$ du liquide clair précédent par addition goutte à goutte (1^{g} par seconde) en agitant légèrement après chaque addition, à 25^{cm^3} d'eau distillée refermant 1 % de caséine, mesurés avec une burette au 1/20 de centimètre cube. Températeure des deux liquides 14-16° C.



5° Étalonnage du comparateur (colorimètre Duboscq, lampe 24 W, écran orangé 72 wraten) en fonction de la concentration en soufre par rapport à des solutions-types de titres connus et stabilisées par 1 % de caséine (pesée directe de soufre pur et dilution convenable, étalon 3^{mg} de soufre dans $4^{g},905$ de pyridine-témoin, 3, 5, 7^{mg} de soufre dans $4^{g},905$ de pyridine). Il est préférable d'utiliser un filtre comme étalon pour des dosages de série.

Remarque. — Toutes les pesées sont à $0^{mg},5$ près.

6° Comparaison opacimétrique. La courbe d'étalonnage donne la teneur en soufre.

Résultats expérimentaux :

Quantité minimum de soufre perceptible : 5γ dans 2^{cm^3} de pyridine et 25^{cm^3} d'eau.

Oxydation BrONa	Pyridine		Extraction CS_2
S %.	comparateur.	S %.	S %.
6,80........	3,8	6,70	6,50
3,15........	9,4	3,20	3,00
5,65........	4,9	5,55	5,40

Conclusions. — 1° Méthode générale, elle est applicable non seulement à des éléments tels que le soufre, mais aussi à des composés.

2° Précise, rapide et simple, elle est avantageuse pour des dosages en série.

CHIMIE MINÉRALE. — *Nouvelle classification des éléments.* Note (¹) de M. **Jean Cueilleron**, présentée par M. Paul Pascal.

Pour interpréter les données expérimentales de la spectroscopie, on a dû admettre que les électrons constituant un atome sont répartis sur diverses couches, elles-mêmes subdivisées en sous-couches correspondant à différents niveaux d'énergie (²). On a, pour chaque couche, les subdivisions suivantes :

Couche.	K.	L.	M.	N.	O.	P.	Q.
Électrons par sous-couche.....	2	2, 6	2, 6, 10	2, 6, 10, 14	2, 6, 10	2, 6, 10	2

Lennan, Crayton et Lay ont établi un tableau devenu classique (²), qui donne pour chaque élément le nombre d'électrons existant sur chaque sous-couche. La classification que nous proposons n'est en fait qu'une représentation graphique de ce tableau.

Soit une spirale de 17 spires, chacune correspondant à l'une des sous-couches précédentes. On divise chaque spire en autant de parties que la sous-couche qu'elle représente contient d'électrons, puis, décrivant régulièrement la spirale à partir de son centre, on écrit, à la place que prend chaque électron, le numéro atomique et le symbole du corps dont la constitution électronique est représentée par l'ensemble des électrons déjà déposés. On a ainsi :

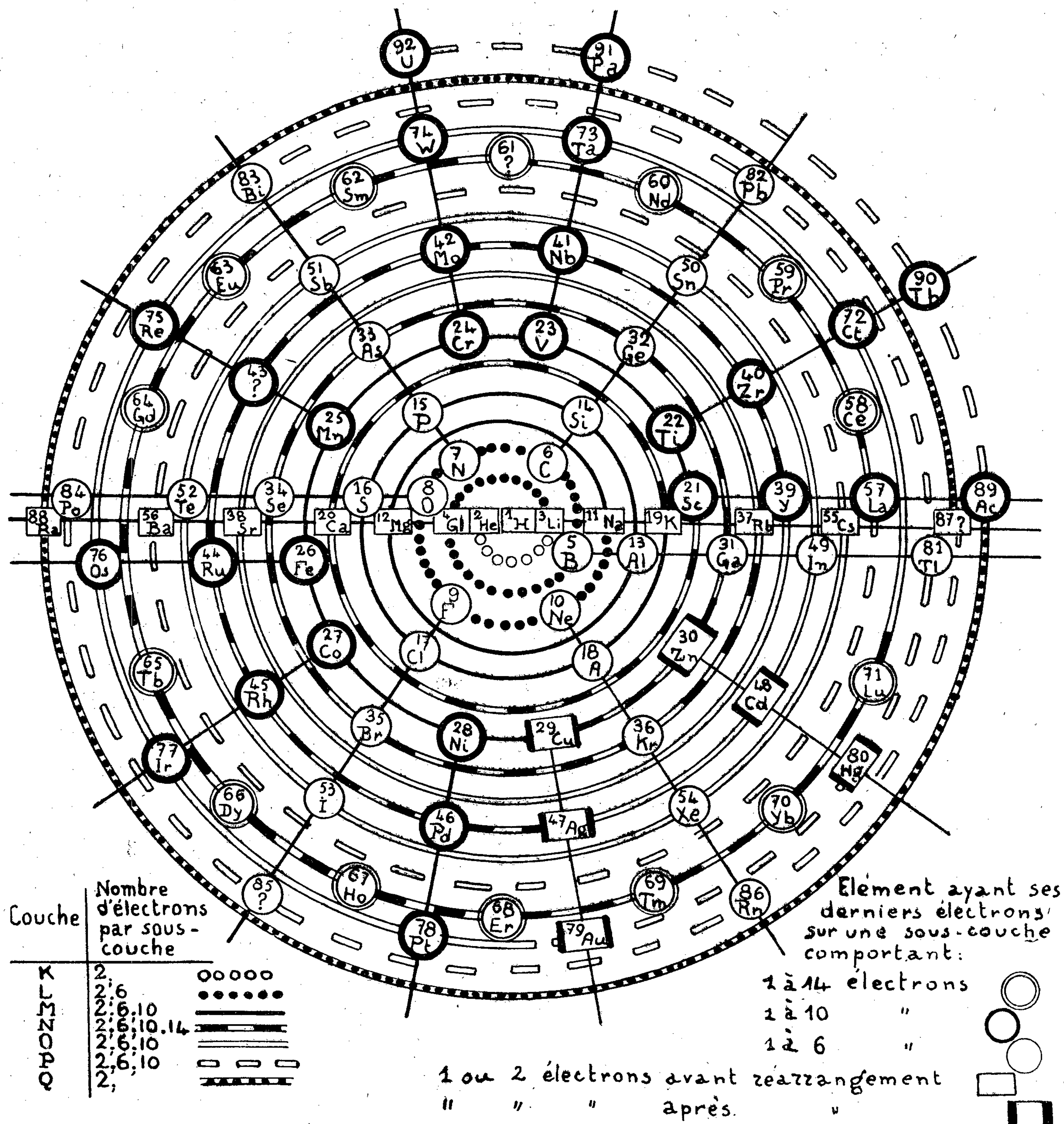
Sur la sous-couche K, les éléments nos 1 et 2; sur la sous-couche L_2, les nos 3 et 4; sur L_6, les nos 5 à 10; sur M_2, les nos 11 et 12; sur M_6, les nos 13 à 18; sur N_2, les nos 19 et 20; sur M_{10}, les nos 21 à 28. Il y a alors réarrangement des électrons : N_2 qui était déjà saturée avec deux électrons les cède à M_{10} qui se complète ainsi à 10 électrons. Simultanément, N_2 se reforme avec les nos 29 et 30. Se déposent ensuite les électrons suivants : sur N_6, les nos 31 à 36; sur O_2, les nos 37 et 38; sur M_{10}, les nos 39 à 46. Les autres sous-couches se remplissent de même ainsi qu'il est résumé dans le tableau suivant où les couches placées entre parenthèses sont celles qui se reforment après réarrangement des électrons.

Sous-couche...	K.	L_2.	L_6.	M_2.	M_6.	N_2.	M_{10}.
N° des électrons.	1 et 2	3 et 4	5 à 10	11 et 12	13 à 18	19 et 20	21 à 28
Sous-couche...	N_2.	N_6.	O_2.	N_{10}.	O_2.	O_6.	P_2.
N° des électrons.	29 et 30	31 à 36	37 et 38	39 à 46	47 et 48	49 à 54	55 et 56
Sous-couche...	O_{10}.	N_{14}.	O_{10}.	P_2.	P_6.	Q_2.	P_{10}.
N° des électrons.	57	58 à 71	72 à 78	79 et 80	81 à 86	87 à 88	89 à 92

(¹) Séance du 18 mars 1946.

(²) Bruhat, *Cours d'Optique*, Paris, 1935, p. 667; Pascal, *Traité de Chimie Minérale*, 8, 1933, p. 72; Champetier, *Les Éléments de la Chimie*, Paris, 1943, p. 257.

Sur la spirale ainsi obtenue les diverses familles chimiques sont alignées suivant des rayons.



Ce système de représentation offre sur le tableau de Mendeleef les avantages suivants :

les terres rares d'une part, les groupes Fe, Co, Ni—Ru, Rh, Pd—Os, Ir, Pt d'autre part, se placent d'une façon absolument identique à celle des autres éléments;

le lanthane est à la fois près des terres rares et dans le groupe Sc, Y, La, Ac;

la constitution électronique de chaque élément est, par contruction même, clairement indiquée;

l'interpénétration des diverses couches énergétiques de l'atome est rappelée;

enfin ce tableau montre que les éléments d'une même famille appartiennent à des sous-couches homologues.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Obtention de lactones alcoxylées.* Note [1] de M. **René Rambaud** et Mlle **Mathilde Fritz**, présentée par M. Marcel Delépine.

Les alcoxy-3 butanolides résultent de la saponification, par les solutions alcalines, des chloro-4 alcoxy-3 butanoates. Ceux-ci proviennent, pour leur part, de la condensation, en présence d'alcoolates de sodium, des alcools avec les esters chloro-4 crotoniques.

Ces derniers, préparés par les procédés classiques habituels [2], sont impurs [3], mais ce fait n'offre ici aucun inconvénient puisque le même produit d'addition résulte de la fixation d'alcool, soit sur les crotonates, soit sur les vinylacétates isomères.

Les alcoxy-3 butanolides sont des liquides fluides, d'une extrême stabilité : ils ne subissent aucune altération sensible par séjour de plusieurs années en flacon clos. Ils présentent un net caractère réducteur vis-à-vis des solutions froides alcooliques ou sodammoniacales de nitrate d'argent. Solubles dans l'eau, relargués de leur solution aqueuse par le carbonate de potassium, ils sont neutres à la phtaléine, mais rapidement hydrolysés par les solutions alcalines même diluées; la liqueur décinormale de baryte les transforme intégralement en sels par contact de quelques heures à froid, de quelques minutes à chaud. Certains d'entre eux fournissent, avec l'hydrate d'hydrazine [4], des produits d'addition cristallisés qui permettent leur identification rapide.

Les trois olides ci-dessous ont été obtenus :

Méthoxy-3 butanolide $C_5H_8O_3$

$\acute{E}_{13}$.	d^{23}.	n_D^{23}.	R. M. mes.	R. M. théor.	Indice d'hydrolyse par alcalimétrie.	Sel d'hydrazine.
118-118°,5	1,168	1,442	26,28	26,40	115,5 (pour 116)	incristallis.
				théor. 26,40		

Éthoxy-3 butanolide $C^6H^{10}O^3$

$\acute{E}_{17,5}$.	d^{15}.	n_D^{15}.	R. M. mes.	R. M. théor.	Indice d'hydrolyse par alcalimétrie.	Sel d'hydrazine.
126-126°,5	1,118	1,443	30,83	31,02	130 (pour 130)	F 68°

(1) Séance du 11 mars 1946.

(2) Rambaud, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 3, 1936, p. 134.

(3) Rambaud et Broche, *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 880.

(4) Blaise et Luttringer, *Bull. Soc. Chim.*, 3e série, **33**, 1905, p. 1095.

Propyloxy-3 butanolide $C_7H_{12}O_3$

$É_{13,5}$.	d^{21}.	n_D^{21}.	R. M. mes.	R. M. théor.	Indice d'hydrolyse par alcalimétrie.	Sel d'hydrazine.
131–132°	1,072	1,442	35,54	35,64	143 (pour 144)	hygroscopique F vers 62°

Pour accéder à ces olides, les substances ci-après ont dû, tout d'abord, être préparées :

A. *Chloro-4 hydroxy-3 butyrates* [au départ de chloro-4 hydroxy-3 butane nitrile ([2])] :

de *méthyle* $C_5H_9O_3Cl$

$É_{11}$.	d^{19}.	n_D^{19}.	R. M. mes.	R. M. théor.	Cl %. mes.	Cl %. théor.	Rendement.
101°,75	1,255	1,458	33,13	33,34	22,9	23,2	50 %

d'*éthyle* $C_6H_{11}O_3Cl$ déjà décrit ([2]),

de *propyle* $C_7H_{13}O_3Cl$,

$É_{11}$.	d^{18}.	n_D^{18}.					
119°	1,150	1,453	42,40	42,58	19,6	19,65	52 %

B. *Chloro-4 butène-2 oates* (souillés de chloro-4 butène-3 oates ([3])] :

de *méthyle* $C_5H_7O_2Cl$

$É_{11}$.	d^{18}.	n_D^{18}.					
67,5–68°	1,169	1,467	31,87	31,35	26,5	26,4	50 %

d'*éthyle* $C_6H_9O_2Cl$ déjà décrit ([3]),

de *propyle* $C_7H_{11}O_2Cl$,

$É_{10}$.	d^{18}.	n_D^{18}.					
93–93°,5	1,090	1,462	40,99	40,59	21,9	21,8	40 %

C. *Chloro-4 alcoxy-3 butyrates* :

de *méthyle* (*méthoxy-3*) $C_6H_{11}O_3Cl$,

$É_{12}$.	$d^{16,5}$.	$n_D^{16,5}$.					
87°	1,161	1,4405	37,82	38,08	21,2	21,3	67 %

d'*éthyle* (*éthoxy-3*) $C_8H_{15}O_3Cl$ déjà décrit ([5]), ([6]),

$É_{12}$.	d^{14}.	n_D^{14}.					
100°	1,012	1,437 ([6])	–		–		47 %

de *propyle* (*propyloxy-3*) $C_{10}H_{19}O_3Cl$,

$É_{13,5}$.	d^{15}.	n_D^{15}.					
121°,5	1,042	1,441	56,39	56,56	–		37 %

([5]) Rambaud, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 2089.

([6]) Voir un *erratum*, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 5, 1938, p. 1559.

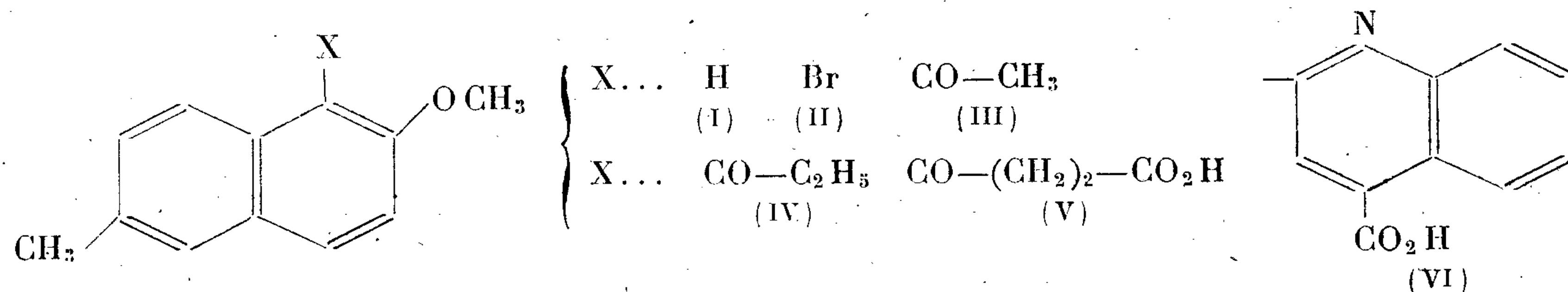
Les spectres Raman des substances A, B, C ont été obtenus. Ceux des esters crotoniques présentent tous trois raies dans le domaine des fréquences éthyléniques, l'une, vers 1608 cm^{-1}, étant attribuable, ainsi qu'il a été établi dans le cas du dérivé éthylique ([3]), à l'isomère vinylacétique 4-chloré.

Les spectres des lactones ont eux-mêmes été réalisés. Ils montrent une parenté assez nette et possèdent en commun une série de raies, pour les valeurs suivantes (les premiers, deuxièmes et troisièmes chiffres se rapportant respectivement aux méthyl-, éthyl- et propyléthers) :

520-517-520 cm^{-1}	mF	1412-1409-1411 cm^{-1}	F	2943-2937-2940 cm^{-1}	mF
556-559-559	f	1474-1461-1465	large TF	3010-3006-3010	f
692-689-689	F	1780-1778-1784	(C=O) F		

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la chimie de quelques dérivés substitués du β-naphtol.* Note de MM. **René Royer** et **Buu-Hoï**, présentée par M. Marcel Delépine.

Alors que des réactions de toutes sortes ont déjà été étudiées sur le β-naphtol et ses éthers-oxydes (tels que la néroline), on ne connaissait jusqu'ici que fort mal la réactivité de ses dérivés substitués, tels que le méthyl-6 naphtol-2. Le présent travail se propose de pallier quelque peu à cette lacune. Les éthers-oxydes du méthyl-6 naphtol-2 se préparent aisément par action des sulfates d'alcoyles sur son dérivé sodé, et fournissent des réactions de substitution affectant la position 1. C'est ainsi que l'action de la N-bromosuccinimide sur le méthyl-6 méthoxy-2 naphtalène (I) conduit au bromo-1 méthyl-6 méthoxy-2 naphtalène (II); la condensation de (I) avec les chlorures d'acétyle et de

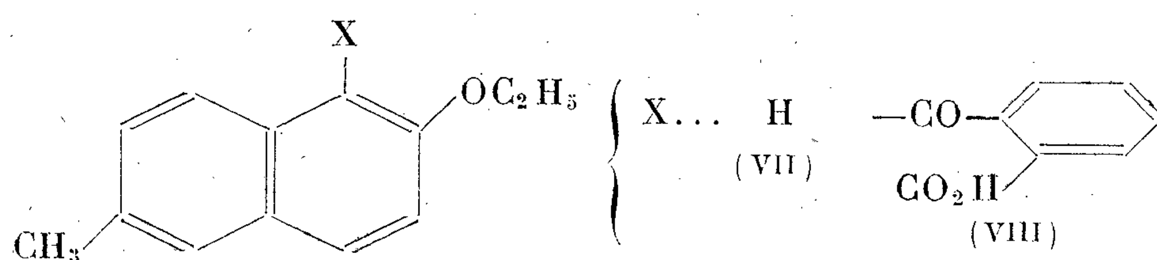


propionyle, en présence de Cl_3Al, engendre respectivement l'acétyl-1 méthyl-6 méthoxy-2 naphtalène (III) et le propionyl-1 méthyl-6 méthoxy-2 naphtalène (IV). Chose curieuse, alors que le corps (III) donne aisément la réaction de Pfitzinger avec l'isatine, fournissant l'acide (méthyl-6 méthoxy-2 naphtyl-1) -2 cinchoninique (VI), l'homologue (IV) est incapable de réagir dans les mêmes conditions.

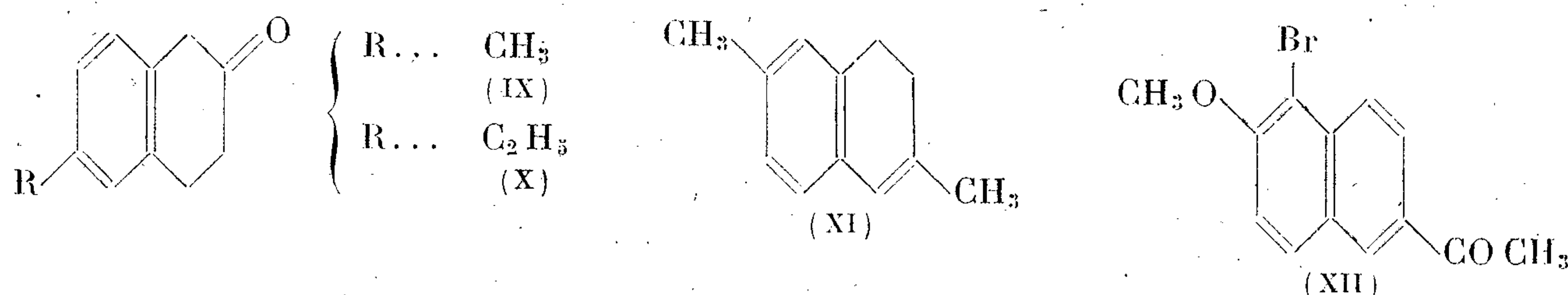
Cette inertie appartient également à l'acide β (méthyl-6 méthoxy-2 naphtoyl-1)- propionique (V), que l'on obtient en faisant agir l'anhydride succinique sur (I) en présence de Cl_3 Al. Il s'agit probablement dans ces deux cas d'un empêchement stérique d'ordre élevé.

L'action de l'anhydride phtalique et de Cl_3 Al sur le méthyl-6 éthoxy-2

naphtalène (VII) a conduit à l'acide ortho- (méthyl-2 éthoxy-6 naphtoyl-1)-benzoïque (VIII). Enfin l'application à (I) de la réaction de réduction



mise au point par les Cornforth et Robinson ([1]), a conduit à la méthyl-6 tétralone-2 (IX); il a été obtenu de même l'éthyl-6 tétralone-2 (X) à partir de l'éthyl-6 méthoxy-2 naphtalène. En faisant agir $IMgCH_3$ sur la cétone (IX), et déshydrogénant par Se le diméthyl-2.6 dihydro-3.4 naphtalène (XI)



provenant de la déshydratation du carbinol intermédiairement formé, on obtient le diméthyl-2.6 naphtalène dont c'est ainsi une synthèse complète.

Notons enfin que le bromo-1 méthoxy-2 naphtalène donne des réactions de Friedel-Crafts en position 6; avec le chlorure d'acétyle, on obtient ainsi le bromo-1 méthoxy-2 acétyl-6 naphtalène (XII).

Voici quelques caractéristiques des corps nouveaux signalés ci-dessus ([2]) :

(II) $C_{12}H_{11}OBr$. — Paillettes incolores F_0 67° (de l'alcool), $É_3$ 185-190°.

(III) $C_{14}H_{14}O_2$. — Huile jaune pâle $É_{10}$ 200-202°, $n^{14°,5}$ 1,5955.

(IV) $C_{15}H_{16}O_2$. — Huile ambrée $É_{1,5}$ 175°; $n^{16°}$ 1,568.

(V) $C_{16}H_{16}O_4$. — Fines aiguilles incolores F 138° (de C_6H_6).

(VI) $C_{22}H_{17}O_3N$. — Aiguilles jaunâtres F > 310° (du nitrobenzène).

(VII) $C_{13}H_{14}O$. — Paillettes incolores F 87° (de l'alcool) $É_{17}$ 179-180°; *picrate*, aiguilles orangées F 115° (de l'alcool).

(VIII) $C_{21}H_{18}O_4$. — Aiguilles incolores F 193° (de C_6H_6); *dérivé de condensation avec l'hydrazine* : F 262° (microcristaux incolores de formule $C_{21}H_{18}O_2N_2$).

(IX) $C_{11}H_{12}O$. — Huile jaune pâle $É_{15}$ 151°, $n^{15°,5}$, 1,554; *semicarbazone* F 190°.

(X) $C_{12}H_{14}O$. — Huile ambrée $É_{12}$ 159°, $n^{19°,5}$, 1,550; *semicarbazone* F 142°.

(XI) $C_{12}H_{14}$. — Huile incolore $É_{17}$ 135°; donne par déshydrogénation du diméthyl-2.6 naphtalène F 110°.

(XII) $C_{13}H_{11}OBr$. — Paillettes brillantes incolores F 129° (de l'alcool); donne avec l'isatine un acide cinchoninique $C_{21}H_{14}O_3NBr$ fondant à 315°. Avec la bromo-5 isatine et la dichloro-5.7 isatine, on obtient des acides analogues.

([1]) *J. Chem Soc.*, 1942, p. 691.

([2]) Pour de plus amples détails, consulter la *Thèse* de l'un de nous (R. Royer).

VOLCANOLOGIE. — *Sur une corrélation possible entre les cyclones et les éruptions volcaniques.* Note de M. **Maurice Jean**, présentée par M. Albert Michel-Lévy.

L'Ile de La Réunion subit au cours des deux dernières années deux cyclones particulièrement dévastateurs : l'un le 10-11 avril 1944, l'autre le 6-7 avril 1945.

Dans le premier cas le baromètre descendit à $716^{mm},5$, avec un vent dépassant 150 kilomètres-heure; dans le deuxième il atteignit $721^{mm},3$, avec un vent soufflant en moyenne à 180 km-heure; il fut aussi accompagné d'une véritable tempête électrique et beaucoup de personnes affirment avoir ressenti un léger tremblement de terre : le décrochage du fronton du péristyle du Muséum d'Histoire naturelle de Saint-Denis, ouvrage fait entièrement en maçonnerie, peut être invoqué à l'appui de leur dire.

Mais ces dépressions, qui se creusèrent ainsi pendant vingt-quatre heures sur l'ensemble du territoire de l'Ile, semblent aussi avoir eu pour conséquences, deux éruptions de son volcan, le Piton de la Fournaise.

En effet, le 16 avril 1944, soit cinq jours après le passage du premier cyclone, des fissures s'ouvraient sur les flancs Sud et Est du cône principal. La première fente constituait un puy de sable basaltique noir et donnait une coulée se dirigeant vers le rempart du Tremblet; l'autre fissure avait sa racine au voisine du Dolomieu et, après avoir formé quelques cônelets de scories, il en sortait des laves s'écoulant vers les Grandes Pentes. Enfin le Dolomieu lui-même était, sur sa face Sud, le siège d'éboulements, conséquence de la formation d'une bouche éruptive projetant des scories recouvrant les matériaux éboulés, en même temps qu'une coulée très courte donnait des laves à grandes ondes dans le fond de ce cratère. Toutes ces manifestations s'accompagnaient d'un rejet assez considérable de cheveux de Pélé aux environs immédiats des zones d'activité. L'éruption fut de courte durée; à peine signalées, les lueurs disparurent au sommet du Piton de la Fournaise; il fallut un voyage au volcan en août 1944, pour constater la réalité des faits.

Enfin, le 15 avril 1945, soit huit jours après la fin du deuxième cyclone, il se produit égalemenr une éruption. De fortes lueurs s'observent dans la région sud de l'Enclos, bien visibles dans la région de Saint-Philippe; la population de ce village, qui est encore sous le coup de l'émotion du passage du cyclone, s'alarme et croit être en présence d'un foyer éruptif placé seulement à quelques kilomètres de la localité; ces lueurs persistent pendant plus d'un mois et demi avec des intensités inégales, puis disparaissent. Il s'était formé un cône éruptif, sur la Plate-forme, dans la région sud-ouest de l'Enclos; ce nouveau puy était le siège de projections relativement faibles, accompagnées de grondements continus; à deux cents mètres de lui, s'observait une coulée très importante, se

dirigeant vers le Sud, puis vers le Sud-Est, en suivant la base de la falaise limitant l'Enclos. Observé en août 1945, ce cône était remarquable par sa régularité presque géométrique; il était constitué par des laves drapées en surface par un sable verdâtre, projeté par la bouche d'explosion qu'il portait à son sommet; la fissure elle-même était peu visible, étant le plus souvent recouverte par les matériaux de projection ou d'épanchement. Les deux éruptions sont donc stromboliennes, la deuxième étant, de beaucoup, plus importante que la première.

Les faits précédents, qui sont par eux-mêmes très fréquents au volcan de la Réunion, tirent leur importance des dates auxquelles ils se sont produits. Y a-t-il une corrélation entre les cyclones et les éruptions qui les ont suivis? Ou, autrement dit, lorsqu'une dépression atmosphérique se forme dans un pays volcanique, cette tendance au vide qui s'accuse ainsi en surface, aurait-elle un retentissement suffisant sur les matériaux fondus de l'intérieur pour que ceux-ci s'élèvent et arrivent à se frayer un chemin vers l'extérieur ?

Le fait que ces éruptions se soient produites quelques jours après le passage des cyclones nous amènerait, dans ce cas, à admettre que la basse pression de la surface déterminerait une véritable action de siphonage qui, une fois commencée, ne s'arrêterait qu'après vidange complète de la poche, même lorsque les conditions atmosphériques sont redevenues normales.

De toute manière, si l'on admet comme possible une telle corrélation, il faut admettre en même temps que les masses fluides de l'intérieur du globe ont tendance à se rapprocher de la surface quand la pression atmosphérique diminue et que dans les régions volcaniques, qui sont des zones de moindre résistance de l'écorce, elles aient aussi la possibilité de s'écouler à l'extérieur.

Si l'examen des faits du passé ne peut donner ici que des enseignements douteux, car les observations étaient, dans ce domaine, très aléatoires ou même n'existaient pas, celui des faits de l'avenir semble devoir être intéressant.

L'Ile est suffisamment ravagée par les cyclones, pour que des observations ultérieures précises viennent confirmer ou infirmer, ce qui n'est donné ici que comme une simple coïncidence.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les lésions caractéristiques du* Swollen shoot *en Côte d'Ivoire.* Note de MM. **Georges Mangenot**, **Henri Alibert** et **André Basset**, présentée par M. Auguste Chevalier.

Le *Swollen shoot*, maladie à virus du Cacaoyer, découverte en Gold Coast en 1936, a été l'objet d'études nombreuses de la part des pathologistes britanniques de la station de Tafo : les symptômes [1] consistent notamment en lésions exprimées par des taches mosaïquées au niveau des feuilles et par

(1) G. Posnette, *Trop. Agric. Trinid.*, 21, 1944, pp. 56-58.

l'apparition, sur les tiges, de renflements plus ou moins marqués. Les spécialistes de Tafo ont distingué diverses variantes de la maladie, suivant la virulence et les aspects extérieurs des mosaïques. Nous avons précisé la nature de ces symptômes d'après l'examen des cacaoyères malades dans la partie orientale de la Côte d'Ivoire, précédemment explorée par l'un de nous et par ses collaborateurs ([2]).

Le *Swollen shoot* présente d'une manière générale, dans cette région, des tuméfactions caulinaires affectant de préférence les jeunes rameaux aoûtés (surtout les gourmands). De plus, les feuilles des arbres malades sont en général plus petites que celles des individus sains et un certain nombre d'entre elles, sur chaque plante atteinte, offrent des taches mosaïquées dont les caractères varient suivant les régions.

Dans les cacaoyères de Sankadiokro et d'Apompromou, ces taches, d'un blanc crème contrastant vivement avec le fond vert de la feuille, sont très diversement réparties : soit à l'état de plages de dimensions très variables, parfois confluentes, éparses entre les nervures secondaires, soit, plus souvent, sous forme de bandes irrégulières disposées de part et d'autre des nervures primaires et secondaires et fréquemment séparées de celles-ci par une bande verte ; de plus, au niveau de ces taches blanches, existent souvent des déformations du réseau des nervures, qui paraît avoir, au cours de son développement, subi des tractions qu'expriment, d'autre part, des courbures fréquentes de la feuille dans son plan.

Dans la région de Kongodia, les macules sont nettement jaunes et, en général, plus diffusément réparties que dans le type précédent : elles apparaissent, entre les nervures, comme un semis de petites taches, nombreuses et souvent confluentes jusqu'à occuper tout le territoire irrigué par plusieurs nervures secondaires; ici, comme dans le type de Sankadiokro, toutefois, les zones immédiatement au contact des nervures restent souvent vertes. Un voile brunâtre, surtout marqué à la face inférieure, s'étend sur les parties vertes et jaunes. Les déformations sont beaucoup moins marquées que dans le cas précédent.

Les lésions blanches, du type Sankadiokro, se présentent, à l'examen microscopique *in vivo*, comme des plages *translucides* : on cherche en vain, entre les cellules du mésophylle, les lacunes remplies d'air, si évidentes dans les feuilles normales. Des coupes révèlent en effet que la structure est complètement bouleversée au niveau de ces taches : les tissus palissadique et lacuneux ne sont pas différenciés; le mésophylle, moins épais que dans les parties normales, est exclusivement composé d'un parenchyme sans lacunes, formé de cellules de dimensions diverses, à contours irréguliers, exactement juxtaposées. Dans ces cellules l'appareil chlorophyllien est réduit à l'état de

([2]) H. Alibert, *Agronomie tropicale*, 1, 1945, pp. 34-43.

plastes, bien différenciés, ovoïdes, mais très petits, peu colorés et n'élaborant pas d'amidon; dans un cytoplasme anormalement sidérophile, le noyau offre parfois des indices de pycnose (méthode de Feulgen). Les tanoïdes sont beaucoup plus abondants que dans les territoires normaux : les gaines fibreuses des faisceaux cribro-vasculaires formant le réseau des nervures, faisceaux plus ou moins atrophiés, en sont bourrées.

Les lésions jaunes du type Kongodia ne sont jamais translucides *in vivo* : entre les cellules existent, comme dans les feuilles normales, des lacunes aérifères. Les coupes révèlent cependant que, si les tissus palissadique et lacuneux sont ici nettement différenciés, ce dernier est plus dense que dans les régions foliaires normales : les lacunes sont réduites à des fentes étroites séparant des cellules d'aspect turgescent ou même, exceptionnellement, les lacunes n'existent plus; mais, en aucun cas, le limbe n'est aminci au niveau des lésions; parfois même il est épaissi. Dans les cellules l'appareil chlorophyllien est à l'état de plastes comprenant une écorce, plus mince que dans les mésophylles normaux, entourant un grain d'amidon; le cytoplasme et le noyau n'offrent aucun caractère insolite. On observe, d'autre part, une hypersécrétion de tanins comparable à celle constatée dans les lésions de Sankadiokro, et le contenu tanoïdique des cellules de l'épiderme inférieur de la feuille vivante est souvent bruni : d'où un voile superficiel déjà signalé.

En résumé, les lésions mosaïquées de Kongodia, moins sévères que celles de Sankadiokro, offrent avec elles d'indéniables caractères communs (tendance à l'effondrement de la structure foliaire), ceux-ci étant manifestement plus marqués dans un cas que dans l'autre. Il est impossible d'affirmer, en raison de l'insuffisance de l'expérimentation, qu'un rapport existe entre la sévérité de ces lésions et la virulence générale de la maladie.

Enfin l'étude anatomique comparative des tuméfactions caulinaires et des régions cylindriques voisines, mais d'aspect normal, révèle que les renflements résultent d'un hyperfonctionnement localisé, mais très marqué, de l'assise cambiale : celle-ci, d'une épaisseur impressionnante, produit vers l'intérieur un puissant cylindre ligneux formé de fibres et vaisseaux d'un calibre anormalement élevé avec, parfois, des dispositions irrégulières; dans les faisceaux libériens, beaucoup plus épais que dans la région normale sous-jacente, les paquets fibreux sont aussi moins régulièrement stratifiés.

Cette étude anatomopathologique des lésions du *Swollen shoot* est une contribution à la connaissance, encore peu développée, des troubles provoqués par les virus des plantes; de plus, elle précise notablement les caractères de la maladie du Cacaoyer : la recherche systématique de ces symptômes permettra désormais d'en mieux distinguer les diverses formes.

ALGOLOGIE. — *Sur l'hétéroplastie de certaines Siphonales et leur classification.* Note de M. **Jean Feldmann**, présentée par M. Roger Heim.

L'existence simultanée, chez certaines Siphonales, de deux catégories de plastes : chloroplastes photosynthétiques et leucoplastes amylogènes, mise en évidence par les recherches de Czurda (¹) et de Chadefaud (²), constitue une particularité remarquable de ces Algues, puisqu'en dehors d'elles, c'est seulement chez les végétaux supérieurs que se rencontre une telle division du travail physiologique.

Jusqu'ici cette hétéroplastie n'avait été observée, parmi les Siphonales, que chez les Caulerpacées et chez trois genres de Codiacées, *Halimeda, Udotea* et *Penicillus*, alors que, chez les *Codium*, il n'existe qu'une seule catégorie de plastes.

J'ai pu en outre constater l'existence de l'hétéroplastie dans les genres *Avrainvillea, Cladocephalus, Rhipocephalus*, et *Pseudochlorodesmis* qui, comme les autres Codiacées hétéroplastidiées, appartiennent à la tribu des *Udoteæ* (incl. *Flabellarieæ*). Dans cette tribu l'existence de l'hétéroplastie semble donc être un caractère général.

Dans certains genres (*Avrainvillea, Cladocephalus*) les chloroplastes sont pourvus d'un pyrénoïde central entouré d'une enveloppe amylacée. Dans d'autres (*Penicillus, Rhipocephalus*), les chloroplastes, dépourvus de pyrénoïdes sécrètent néanmoins quelques grains d'amidon de petite taille, alors que, chez les *Udotea, Pseudochlorodesmis* et *Halimeda*, les chloroplastes sont entièrement dépourvus d'amidon, l'amylogénèse étant assurée uniquement par les leucoplastes.

Ayant pu étudier le rare genre *Pseudocodium* grâce à des échantillons récoltés par M. R. Decary dans le sud de Madagascar et envoyés au laboratoire de Cryptogamie du Muséum National d'Histoire Naturelle, j'ai constaté que ce genre, jusqu'ici rapproché du genre *Codium* dans la tribu des *Codieæ*, est également hétéroplastidié.

Ce caractère, qui éloigne le *Pseudocodium* des *Codium*, justifie son rattachement à la tribu des *Udoteæ*, que faisaient déjà pressentir certains caractères anatomiques.

L'existence constante de l'hétéroplastie chez les *Udoteæ* nécessite l'élévation de cette tribu au rang de famille distincte : celle des Udotéacées, la famille des Codiacées ne comprenant plus que le genre *Codium*.

Le genre *Dichotomosiphon* Ernst, rattaché jusqu'ici, à cause de son oogamie, à la famille des Vauchériacées, actuellement placée parmi les Xanthophycées,

(¹) *Beih. Z. Bot. Centralbl.*, 45, 1928, pp. 97-270.

(²) *Ann. Sc. Nat. Botanique*, 11ᵉ série, 11, 1941, pp. 1-44.

est également hétéroplastidié. Ernst ([3]) avait signalé cette hétéroplastie chez le *Dichotomosiphon tuberosus* (Abr.) Ernst et je l'ai constatée chez la seconde espèce du genre : *D. pusillus* Collins. Par ce caractère, comme par la morphologie de ses filaments, le genre *Dichotomosiphon* se rapproche des Udotéacées. Son oogamie nécessite toutefois son inscription dans une famille distincte : celle des Dichotomosiphonacées.

On sait, grâce aux travaux de R. Mirande ([4]), que, chez les Siphonales, la membrane renferme de la callose en plus ou moins grande quantité. Dans certains genres, celle-ci est même exclusivement calloso-pectique et entièrement privée de cellulose. Or toutes les espèces dépourvues de cellulose sont en même temps hétéroplastidiées, alors que chez celles où il n'existe qu'une catégorie de plastes, la cellulose est présente en plus ou moins grande quantité.

L'importance qu'il y a lieu d'attribuer à ces caractères, et surtout à l'hétéroplastie, justifie, me semble-t-il, la séparation des Siphonales en deux ordres distincts :

1° les Siphonales proprement dites, ou *Eusiphonales*, comprenant les Halicystidacées, Bryopsidacées et Codiacées, à membrane contenant de la cellulose et à plastes tous semblables;

2° les *Caulerpales*, groupant les Caulerpacées, Udotéacées et Dichotomosiphonacées, qui sont hétéroplastidiées et à membrane dépourvue de cellulose.

La famille des Derbésiacées, caractérisée en particulier par ses zoospores stéphanocontées, nécessite de nouvelles recherches avant que sa position systématique puisse être établie définitivement. La plupart des espèces possèdent de la cellulose dans la membrane et un seul type de plastes (chloroplastes pourvus ou non de pyrénoïde selon les espèces). Toutefois une espèce, d'ailleurs mal connue, *Derbesia neglecta* Berthold, serait hétéroplastidiée d'après Ernst. Il ne me paraît pas impossible que cette anomalie apparente résulte d'une confusion avec le *Pseudochlorodesmis furcellata* (Zan.) Bœrgs., Udotéacée hétéroplastidiée longtemps rattachée à tort au genre *Derbesia*.

MYCOLOGIE. — *Les asques para-operculés et la position systématique de la Pezize* Sarcoscypha coccinea *Fries ex Jacquin*. Note de M. **Marius Chadefaud**, présentée par M. Roger Heim.

J'ai montré ([1]) que le Discomycète *Leotia lubrica* Fr. doit, d'après la structure de ses asques, être qualifié *d'hémi-operculé*, ce qui signifie qu'il s'agit d'une espèce

([3]) *Beih. Z. Bot. Centralbl.*, **13**, 1903, pp. 115-148.

([4]) *Ann. Sc. Nat. Botanique*, 9e série, **18**, 1913, pp. 147-264.

([1]) *Rev. de Mycol.*, **9**, 1944, pp. 3-13. Pour l'intelligence de la présente Note, voir aussi *Rev. de Mycol.*, **7**, 1942, pp. 57-88.

encore inoperculée, mais ayant parcouru une partie du chemin qui a conduit aux Operculés typiques, et qu'elle peut donc être un témoin de ce qu'ont dû être les ancêtres inoperculés de ceux-ci. Le but de la présente Note sera de montrer que le statut de la belle Pezize rouge, charnue, stipitée et cupuliforme, *Sarcoscypha coccinea* Fr. ex Jacq., est assez analogue. Malgré l'opinion de Boudier, cette espèce n'est pas en effet un Operculé typique, mais seulement un *Para-operculé*, n'ayant pas complètement perdu les caractères des Inoperculés ancestraux, et dont l'opercule des asques diffère très notablement de celui des Operculés vrais. Autrement dit, le *Sarcoscypha* est, comme le *Leotia*, un Inoperculé qui a acquis des caractères d'Operculé. Il les a d'ailleurs acquis plus complètement, puisque ses asques ont un véritable opercule, mais par une évolution sensiblement différente de celle qui a conduit aux Operculés vrais. En effet :

1. Le *Sarcoscypha* est encore lignicole, et son hyménium a une autre structure que celui des Operculés vrais : par écrasement, il ne se résout pas en rosettes d'asques.

2. Les spores du *Sarcoscypha* présentent une *prégermination*, comparable à celle qui donne les spores cloisonnées (embryonnées) des *Leotia*, et de divers Inoperculés et Pyrénomycètes : dès le début de leur développement, cette prégermination les rend binucléées ; lors de la maturation, elles deviennent plurinucléées, et atteignent une longueur très variable ; toutefois, malgré la multiplication des noyaux, elles ne se cloisonnent pas, ce qui les rapproche des spores unicellulaires et uninucléées des Operculés vrais.

3. Autour de l'asque du *Sarcoscypha*, la paroi externe, cuticulaire et réfringente, et la paroi interne, mate et légèrement hygrophile, sont plus distinctes que chez les Operculés vrais. Au sommet, l'appareil apical, dépendant de ces parois, est très différent de celui de ces derniers, et rappelle davantage celui de certains Inoperculés ou Pyrénomycètes. Un bourrelet de la paroi interne délimite une belle chambre sous-apicale, qu'on ne retrouve plus avec une pareille netteté chez les Operculés vrais. Le coussinet sous-apical, très étalé, la tapisse intérieurement. Son sommet contient une masse hémisphérique, qu'on doit sans doute homologuer à un anneau apical, avec ponctuation virtuelle, oblitérée.

4. A ces caractères d'Inoperculés l'asque du *Sarcoscypha* combine, comme celui du *Leotia*, des caractères d'Operculé : existence d'un opercule réel, et probablement aussi d'un tractus apical, reliant l'anneau hémisphérique aux spores, dans l'épiplasme. Toutefois, contrairement à celui des *Leotia*, ce tractus est très délicat et fragile ; il n'a donc été aperçu qu'un très petit nombre de fois.

5. Mais l'opercule du *Sarcoscypha* diffère assez profondément de celui des Operculés vrais pour qu'on admette qu'il résulte d'une évolution différente, et qu'en conséquence, on le qualifie de *para-opercule*. Il est formé par la calotte apicale de la paroi externe, qui recouvre exactement l'anneau hémisphérique, et que double celui-ci. Il est donc tout à la fois particulièrement étroit et

particulièrement épais. Surtout il est dépourvu de charnière et se comporte donc comme un simple bouchon, qui peut se détacher complètement de l'orifice de déhiscence, et tomber.

6. De plus, malgré cet opercule, le *Sarcoscypha* présente une déhiscence d'Inoperculé ou de Pyrénomycète. Il y a d'abord détachement, sur le sommet de l'asque, d'un mince capuchon apical, qui peut représenter, soit une sorte de mue, soit un exsudat. Puis la paroi externe de l'asque se raccourcit, et on la voit alors souvent se plisser en accordéon. Finalement, ce raccourcissement provoque une rupture circulaire autour de l'opercule, puis la mise à nu des parois de la chambre sous-apicale, par un mécanisme rappelant un peu celui que les auteurs américains nomment *Jack in box*.

Ainsi, comme le *Leotia*, bien que de façon différente, le *Sarcoscypha* illustre le passage des Inoperculés aux Operculés. Comme ceux du *Leotia*, ses asques naissent d'ailleurs, non pas de crochets dangeardiens, mais d'une cellule proascale en massue, visible à leur base. D'autre part ses apothécies sont également stipitées, ce qui peut confirmer que la présence d'un stipe soit, chez les Operculés, un caractère primitif. Il y aurait aussi lieu de chercher si des asques d'un type analogue ne se rencontrent pas chez les *Cookeina* et les *Philippsia*, qu'on peut supposer assez voisins.

MYCOLOGIE. — *Mode de déhiscence des asques chez les* Cookeina *et les* Leotia, *et ses conséquences du point de vue phylogénétique.* Note de Mme **Marcelle Le Gal**, présentée par M. Roger Heim.

Chez *Cookeina sulcipes* (Berk.) Kuntze, observé sur matériel conservé en solution formolée, les thèques présentent trois tuniques distinctes : une externe épaisse et réfringente; une moyenne, d'abord mince, puis plus épaisse que la précédente; enfin une interne, sac étranglé vers son tiers supérieur, donnant la réaction callosique au bleu lactique. Ce sac cytoplasmique peut être refoulé vers le bas, par suite du gonflement de la tunique moyenne. Souvent il occupe d'abord l'asque jusqu'au sommet, parfois il est séparé de celui-ci par un espace de hauteur variable. Dans l'une des moitiés de la partie apicale de la tunique moyenne se différencie une *chambre apicale* : une cloison longitudinale isole celle-ci de la moitié opposée de la tunique moyenne, tandis qu'une autre cloison terminée en entonnoir, en limite le fond. La chambre contient deux *coussinets apicaux* superposés : l'un, supérieur, paraissant d'abord arrondi; l'autre, inférieur, réniforme, à face convexe adossée au sac cytoplasmique et à base reposant sur l'ouverture en entonnoir du fond de la chambre apicale. Les jeunes spores, d'abord groupés au sommet de l'asque, acquièrent leurs membranes propres; la chambre apicale est comme étirée contre la paroi de la thèque, puis il se forme, à sa base, un renflement très marqué : c'est la *chambre sous-apicale* dans laquelle se développe le coussinet inférieur, tandis que le

coussinet supérieur, demeuré dans la chambre apicale, semble prendre comme celle-ci une forme allongée. Son extrémité supérieure est fixée au sommet du sac cytoplasmique, l'autre demeure libre. Les spores, en grossissant, deviennent unisériées, occupent toute la largeur du sac cytoplasmique et refoulent les deux chambres vers le sommet de l'asque. En même temps, dans la chambre apicale devenue la plus élargie, l'extrémité libre du coussinet supérieur, refoulée elle aussi de bas en haut, se replie sur l'autre extrémité fixée au sac : ce coussinet se coude donc en fer à cheval. Au-dessus du coussinet inférieur, contre la paroi interne de la tunique externe, se différencie un *cordon* amygdaliforme.

La pression interne augmente dans l'asque, dont le profil longitudinal devient onduleux, les saillants correspondant à l'emplacement des spores. La tunique moyenne paraît plus mince au niveau des spores, parce que comprimée par celles-ci. Les deux chambres occupent un gros volume, étranglant le sommet du sac cytoplasmique. Les deux coussinets sont fortement turgescents. Une rupture s'opère alors dans la tunique externe de l'asque, à partir de son sommet, et s'étend circulairement dans la région contre laquelle s'appuie le coussinet apical supérieur. Une calotte se rabat vers l'extérieur; le coussinet supérieur, perdant son principal point d'appui, se détend comme un ressort, déchirant le sommet du sac cytoplasmique auquel il adhérait et provoquant la projection de la première spore engagée dans l'étroit couloir que fermait le sommet comprimé de ce sac. Ensuite nous n'avons plus trouvé trace du conssinet supérieur qui a dû être projeté au dehors, lui aussi. Le cordon se distend le long de la paroi interne de la tunique externe, obstruant, au niveau de la charnière operculaire, la brèche ouverte au-dessus du coussinet inférieur, qu'il refoule de haut en bas. Celui-ci se replie alors sur lui-même et occupe transversalement la chambre sous-apicale. Par la pression latérale qu'il y exerce, il lui donne l'aspect d'une saillie, aplatie au sommet, cette fois, et qui resserre de nouveau le couloir cytoplasmique dans lequel s'engage la seconde spore. Celle-ci, par la pression qu'elle exerce pour passer, refoule vers le sommet de l'asque le contenu de la section de tunique moyenne opposée à la chambre sous-apicale, provoquant une seconde saillie qui tend à rejoindre la première à travers le cytoplasme. Sous l'effet de la pression interne exercée de bas en haut, la partie la plus élargie de la spore arrive à forcer cet étroit passage, mais, aussitôt, les parois de la tunique moyenne se détendant sous elle, lui impriment une force de propulsion analogue à celle du noyau de fruit qu'on lance en le faisant glisser entre le pouce et l'index fortement serrés.

La projection des autres spores continue par le même mécanisme. L'opercule prend souvent l'aspect d'un couvercle arrondi posé sur le côté de l'asque. En réalité, il y reste fixé par une étroite languette, qui est une charnière très réduite.

Cookeina sulcipes présente donc une déhiscence double et simultanée de la tunique externe et du sac cytoplasmique, laquelle tient à la fois du mode

operculé par la présence d'un opercule à charnière réduite, nettement latéral, et du mode inoperculé par la complexité de son appareil apical qui rappelle celui de certains discales inoperculés décrits par M. Chadefaud ([1]).

Nous classerons *C. sulcipes* dans les *Suboperculés*, à l'extrémité supérieure de la série qui relie ces formes intermédiaires aux *Operculés vrais*.

D'autre part nous placerons à l'extrémité inférieure de la série des *Subinoperculés* reliant ceux-ci aux *Inoperculés vrais*, les espèces du genre *Leotia*. En effet, une partie de celles-ci, type *L. lubrica* (Scop.) Pers., possède une déhiscence parfois presque operculée et un appareil apical à entonnoir et tractus, comme les operculés ([2]), et l'autre partie, type *L. Batailleana* Bres., est dépourvue de ces organes, mais présente un *anneau apical amyloïde* et une déhiscence nettement inoperculée, soit par pore à collerette dressée, soit par fente bilabiée ou oblique ([3]).

ANATOMIE COMPARÉE. — *Sur l'ostéogénèse du squelette de l'aile chez le Nandou* (*Rhea*). Note ([1]) de M[lle] **Madeleine Friant**, présentée par M. Émile Roubaud.

L'ossification du squelette de l'aile est peu connue, sauf chez les Oiseaux domestiques (W. K. Parker, 1888; H. R. Schinz et R. Zangerl, 1937) et les Pingouins (*Sphenicidæ*) (R. Anthony et L. Gain, 1913). En ce qui concerne le Nandou, rien n'a été publié, sauf la Note que j'ai fait paraître ici même, l'an dernier, à propos d'un stade terminal du développement des os carpiens.

Pour cette étude sur l'ostéogénèse du squelette du membre antérieur des *Rheidæ*, j'ai eu à ma disposition, au Museum, trois exemplaires de *Rhea americana* Lath. : un fœtus près de l'éclosion, un poussin de douze jours et un jeune presque adulte.

1° Chez le fœtus près de l'éclosion, les points d'ossification des os longs : humérus, radius, cubitus, métacarpiens II et III, sont déjà développés à l'intérieur des cartilages dont ils n'atteignent pas les extrémités. Le carpe, le métacarpien I et les phalanges de tous les doigts sont entièrement cartilagineux (*fig.* A).

2° Chez le poussin de douze jours, l'ossification des os longs est beaucoup plus avancée; le métacarpien I et les phalanges des doigts commencent à s'ossifier; la griffe du premier rayon est formée, alors que celles des deux

---

([1]) *Rev. de Myc.*, 7, 1942, p. 57.

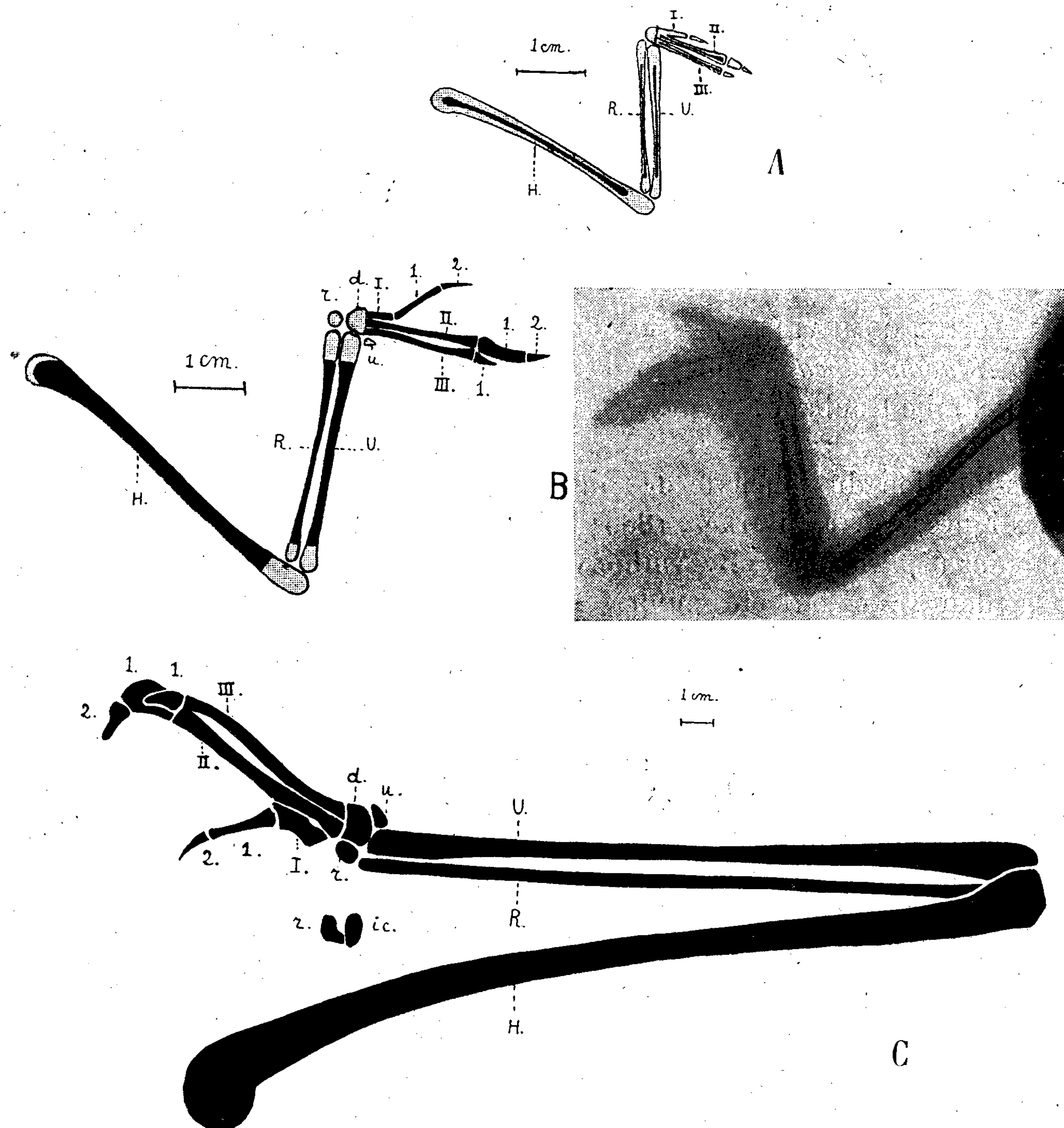
([2]) M. Chadefaud, *Rev. de Myc.*, 9, 1944, p. 3.

([3]) M. Le Gal, *Bull. Soc. Myc. de Fr.*, 62, 1946 (sous-presse).

([1]) Séance du 18 mars 1946.

autres rayons, très courtes, ne sont pas encore visibles (radiographie, *fig.* B).

3° Chez le jeune nandou, presque adulte, l'ossification est complète au niveau du carpe, le radical ne présente plus trace de la séparation de ses deux éléments constitutifs, intermédio-central (*ic*) et radical *sensu stricto* (*r*), que j'ai décrite, en 1945, chez un Nandou moins âgé; cependant l'indépendance originelle des métacarpiens se distingue encore (*fig.* C).



Trois stades de l'ossification du squelette de l'aile chez le Nandou (*Rhea americana* Lath., Ratites). — A. Fœtus près de l'éclosion. — B. Poussin de douze jours. — C. Jeune presque adulte. — Les parties ossifiées sont en noir, les parties cartilagineuses, en grisé, sur les schémas. — En B, les phalanges des doigts, à peine ossifiées, ne sont pas toutes nettement visibles sur la radiographie.

Il faut noter la réduction extrême du métacarpe, réduction qui s'accentue même un peu, au cours de l'ontogénèse, et tient au fait que le Nandou n'est pas adapté à la vie aérienne. Cependant, en dépit du faible développement de la

main, le premier rayon (métacarpien et *pollex*), beaucoup moins régressé que chez les Carinates, rappelle, au stade de Poussin, celui de l'*Archæopteryx*.

En résumé, peu de temps avant l'éclosion, le carpe, le métacarpien I et les phalanges des doigts du Nandou sont encore entièrement cartilagineux, comme chez le fœtus du Faisan (*Phasianus versicolor* L.) près d'éclore, décrit par W. K. Parker. A douze jours, l'ossification a atteint tous les éléments du squelette de l'aile, à l'exception du carpe, comme chez le Pingouin (*Pygoscelis Adeliæ* Hombr. et Jacq.) d'une dizaine de jours, de R. Anthony et L. Gain.

Alors que les Mammifères placentaires naissent dans un état de développement très variable, selon les groupes et même les genres considérés, que les Carnassiers naissent jeunes, les Ongulés, relativement âgés, et que le Cobaye (*Cavia*), parmi les Rongeurs, est, à la naissance, comparable, quant à son ossification, à un enfant de sept ans, chez les Oiseaux, l'éclosion paraît se produire toujours sensiblement à un même stade de l'évolution du squelette, au moins dans les groupes les mieux étudiés jusqu'ici : Rhéiformes, Sphénisciformes et Galliformes, bien qu'à certains points de vue, celui du plumage notamment, il existe entre eux, à cette époque, des différences assez notables.

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur l'influence de la fréquence de papillotement dans la mesure de la sensibilité différentielle successive de l'œil aux sources ponctuelles.* Note ([1]) de M. **Alexandre Ivanoff**, présentée par M. Jean Becquerel.

Nous avons exposé antérieurement ([2]) le sujet de nos recherches, le principe de la méthode utilisée, ainsi que les premiers résultats obtenus. Nous avons par la suite multiplié nos mesures, étudiant l'influence de l'état d'adaptation préalable de l'œil, celle d'une préadaptation à l'obscurité, celles de la fréquence de papillotement, des dimensions et de la couleur de la source lumineuse. On trouvera par ailleurs ([3]) l'exposé de nos résultats expérimentaux ainsi qu'un essai d'interprétation dans le cadre de la théorie photochimique des mécanismes de la vision [les premiers résultats ([1]) se sont révélés comme étant erronés, par suite principalement de défauts d'étalonnage; la dualité du mécanisme de la vision n'intervient pas, et la discrimination plus aisée en vision légèrement indirecte est un phénomène parasite disparaissant dès que l'on change les conditions des mesures]. Nous n'exposerons ici que le résultat expérimental qui nous paraît être le plus intéressant.

Soient I et $I + \Delta I$ les intensités lumineuses successives de la source ponctuelle, à la limite du papillotement visible. La figure ci-après représente les variations de la fraction $\Delta I/I$ (pour I constant et tel que $\log I^{\text{bougies}} = \bar{5},25$) en

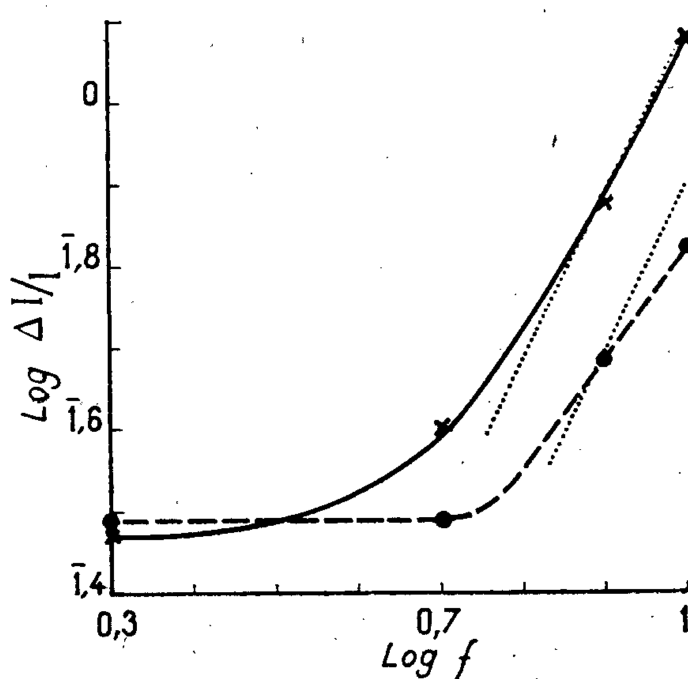
---

([1]) Séance du 11 mars 1946.

([2]) *Comptes rendus*, **220**, 1945, pp. 617-620.

([3]) *Sur la discrimination de l'intensité d'une source ponctuelle* (*Revue d'optique*, 1946).

fonction de $\log f$ (la fréquence f variant entre 2 et 10 interruptions par seconde), en vision directe et en lumière blanche, la source apparaissant sous un angle de 50″. En trait plein la courbe obtenue après adaptation à l'obscurité, et en trait discontinu celle obtenue après adaptation à une brillance voisine de 0,6 bougie/cm². Chaque point représente la moyenne de 70 mesures.



On observe que :

1° Pour une fréquence de papillotement supérieure à 4 par seconde, la sensibilité différentielle successive de l'œil aux sources ponctuelles est accrue par une préadaptation à la lumière.

2° La sensibilité différentielle diminue avec la fréquence de papillotement plus rapidement après adaptation à l'obscurité qu'après adaptation à la lumière (à titre de comparaison on a tracé en pointillé une droite qui représenterait une variation de $\Delta I/I$ proportionnelle à f^2); il s'ensuit que l'accroissement de sensibilité fovéale après exposition de l'œil à la lumière s'amplifie lorsque la fréquence de papillotement croît.

3° $\Delta I/I$ tend vers une constante aux faibles fréquences (si toutefois f devient inférieur à 2 interruptions par seconde la fraction $\Delta I/I$ croît à nouveau, par suite probablement de la nécessité d'un effort d'attention plus intense).

Soulignons aussi le fait que la sensibilité différentielle de l'œil est fort mauvaise pour une source ponctuelle. $\Delta I/I$ est voisin de 1/2 en vision directe, alors que, pour des sources étendues, $\Delta I/I$ est de l'ordre de quelques centièmes.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Dosage de l'histamine dans le sang au cours de diverses intoxications.* Note (¹) de MM. **Jacques Baraud, Louis Genevois, Gabriel Mandillon** et **Guy Ringenbach**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

L'injection intraveineuse d'histamine chez l'Homme, à une dose de l'ordre de $0^{mg},5$, provoque de la vasodilatation des capillaires, amenant

(¹) Séance du 11 mars 1946.

de l'hypotension, des vomissements, de la céphalée. Ces symptômes se retrouvent dans les accidents qui caractérisent la grossesse, dans les accidents sériques. Nous avons perfectionné la méthode chimique de dosage de l'histamine en cherchant à la rendre à la fois plus spécifique, plus sensible, plus sûre. Cette nouvelle méthode nous a permis de mettre en évidence l'histamine dans le sang, au cours précisément des accidents toxémiques de la grossesse, et au cours des accidents sériques, et cela à des doses de 200 à 300^{γ} par litre. Nos recherches confirment l'hypothèse qui fait jouer à l'histamine un rôle fondamental dans ces divers accidents.

Voici les points essentiels de notre méthode :

1° l'extrait trichloracétique du sang, fortement alcalinisé, est épuisé deux fois à l'éther, qui enlève les bases indoliques, puriques, pyrimidiques;

2° il est extrait ensuite par l'alcool amylique; cet alcool enlève l'histamine;

3° l'alcool amylique est épuisé par une solution normale de HCl; cette solution est fortement concentrée ensuite;

4° sur l'extrait aqueux ainsi obtenu, on fait une réaction de diazotation; cette réaction est faite en employant la parabromaniline au lieu d'acide sulfanilique;

5° le colorant azoïque obtenu est extrait du milieu par l'alcool isobutylique, ce qui a pour effet de le stabiliser et de le concentrer;

6° le dosage colorimétrique se fait en lumière monochromatique (raie violette 436 de la lampe à mercure) avec une cellule photoélectrique à oxyde de cuivre.

L'histamine ajoutée au sang se retrouve avec une assez bonne approximation.

Nous avons suivi, dans du sang citraté, conservé en ballon bouché au coton, ou bien dans des ampoules scellées, la formation d'histamine. L'apparition d'histamine paraît coïncider avec le début de l'hémolyse. On peut trouver 600^{mg} d'histamine par litre dans des sangs conservés un mois, d'une façon aseptique et à basse température. La formation d'histamine dans le sang apparaît comme une réaction remarquablement facile.

La présence d'histamine dans l'urine des femmes enceintes atteintes d'accidents toxémiques a été signalée par R. Kapeller-Adler en 1941, à des doses de 1^{mg} par litre [2].

---

(2) *Biochemical Journal*, 35, 1941, p. 213.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur l'élaboration et la libération de la pénicilline par le* Penicillium notatum. Note ([1]) de MM. **Pierre Heitzmann** et **Norbert Grelet**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Poursuivant nos travaux ([2]) sur la signification physiologique de la pénicilline pour le *Penicillium notatum*, nous avons cherché à approfondir la relation existant entre la masse de mycélium et la quantité de pénicilline sécrétée.

Des cultures de *Penicillium notatum* (souche cataloguée NA) ont été effectuées sur du milieu Czapeck, tamponné par $33^g,5$ de phosphate disodique et $6^g,5$ de phosphate monopotassique au litre. Le glucose, à la dose de 4 %, est ajouté après stérilisation du milieu.

Expérience 34. — Cultures à 25° dans des fioles de Fourneau de 1^l. Nous réduisons par un prélèvement le volume du milieu de culture de 500 à 50^{cm^3}. Au jour de ce prélèvement, le glucose reste très abondant dans le milieu et le pH se maintient à 7,5; une fois la réduction effectuée, le glucose restant est épuisé rapidement et le pH s'élève.

Jour de la réduction de volume du milieu	Pénicilline formée avant réduction U. O. dans 500^{cm^3}.	après réduction U. O. dans 50^{cm^3}.	Pénicilline totale U. O	Myc. sec. (g.) au 10e jour.	Pénicilline totale / Myc. sec.
5	500	2000	2500	1,25	2000
6	500	3000	3500	2,1	1700
7	1000	5000	6000	2,5	2400
8	7500	3200	10 700	3,62	3000
9	10 000	2000	12 000	3,81	3100
10	10 000			4,1	

La comparaison des quantités de pénicilline sécrétée par g/sec montre que l'hypothèse d'une pénicilline entièrement préformée dans le mycélium au cours de sa croissance et excrétée par la suite est à rejeter.

Expérience 13. — Cultures en boîtes de Roux (200^{cm^3} milieu). Après quelques jours le milieu est enlevé; il est remplacé par 200^{cm^3} de tampon de phosphate ($33^g,5$ de phosphate disodique et $6^g,5$ de phosphate monopotassique au litre). Le liquide de lavage est à nouveau prélevé et remplacé par 200^{cm^3} de ce même tampon. La culture est remise à l'étuve à 25°. On titre la pénicilline libérée.

On observe une libération d'azote dans le tampon de 0,02 %,

La quantité du milieu nutritif qui n'a pu être éliminée par lavage est trop faible pour être l'unique cause de la totalité de la pénicilline sécrétée.

([1]) Séance du 11 mars 1946.

([2]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 517.

Jour du remplacement.	Pénicilline formée au moment du remplacement en U. O./cm³.	Pénicilline formée dans le tampon après 2 jours en U. O./cm³.	Myc. sec au 12ᵉ jour (g.)
4ᵉ	8	4	1,4
6ᵉ	14	4	1,9
9ᵉ	14	2	1,8
11ᵉ	14	2	1,8
12ᵉ	14		1,9

En présence de tampon sans éléments nutritifs, un mycélium est donc capable de libérer une certaine quantité de pénicilline qui, pour la souche envisagée, peut atteindre 500 U. O. par gramme sec.

Ces expériences, que nous avons reproduites plusieurs fois, nous conduisent à faire les hypothèses suivantes :

La pénicilline (ou son précurseur) serait élaborée dans la cellule du mycélium au cours d'un processus physiologique normal; en effet la théorie, qui voit dans la pénicilline un faux coenzyme pour les germes de pénicillino-sensibles, nous amène à supposer par réciprocité qu'elle (ou son précurseur) est pour le *P. notatum*, un vrai coenzyme, jouant un rôle dans l'édification des cellules.

Sa libération dans le milieu extérieur interviendrait seulement lorsque le développement du mycélium ou d'une partie du mycélium serait ralenti ou arrêté.

Une forte élaboration de pénicilline aux dépens des constituants du milieu, et la libération de celle-ci dans le milieu, pourraient se produire simultanément, entre la fin de la croissance logarithmique et le début de l'autolyse : c'est alors que des taux élevés de pénicilline sont atteints.

En conclusion :

1° Nous avons séparé la production de pénicilline par un mycélium en croissance sur milieu nutritif, et sa libération finale dans un volume réduit de milieu en voie d'épuisement ou dans un tampon ne contenant aucun élément nutritif.

2° Nous présentons l'hypothèse que deux temps partiellement indépendants, élaboration et libération, sont à envisager dans la production de la pénicilline.

A 16ʰ5ᵐ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16ʰ20ᵐ.

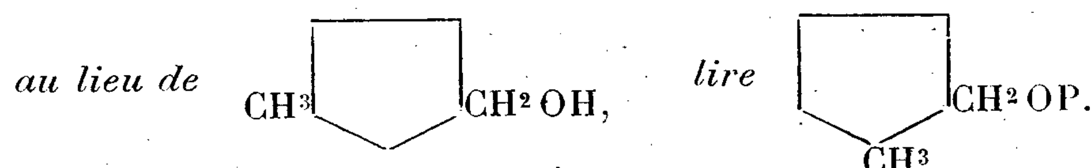
L. B.

ERRATA.

(Séance du 23 juillet 1945.)

Note de MM. *Pierre Anziani* et *Raymond Cornubert*, Préparation des α-méthylcyclohexylamines stéréisomères et action de l'acide nitreux sur ces dernières :

Page 104, formule (IV),



(Séance du 3 décembre 1945.)

Note de M. *Pierre Vernotte*, Capacité électrique des cylindres courts. Application à la conduction et à la convection thermiques :

Page 692, dans la première des formules (3),

au lieu de $\sigma' \log \frac{m + \sqrt{m^2 + 4}}{2}$, *lire* $\frac{1}{2} \sigma' \log(m + \sqrt{m^2 + 4})$.

(Séance du 11 mars 1945.)

Note de MM. *Albert Portevin* et *Henri Laplanche*, Sur la structure de l'eutectique des fontes grises :

Page 576, ligne 9, *au lieu de* genres, *lire* germes.



ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 1er AVRIL 1946.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE CARTAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à MM. **Ronald Aylmer Fisher**, Membre de la Société Royale de Londres, Professeur à l'Université de Cambridge, **Wolfgang Pauli**, Membre de l'Institut d'Études supérieures de Princeton, Prix Nobel de Physique, et **Väinö Tanner**, Membre de l'Académie des Sciences de Stockholm, qui assistent à la séance.

OPTIQUE. — *Procédés permettant d'étudier les irrégularités d'une surface optique bien polie.* Note de M. **Bernard Lyot**.

L'observation d'un objet de brillance très faible, situé au voisinage immédiat d'une source lumineuse très intense, nécessite l'emploi d'un système optique diffusant très peu de lumière; il en est ainsi pour l'observation de la couronne solaire en dehors des éclipses. Pour cette observation, nous avons été amené à réaliser, depuis l'année 1930, des lentilles travaillées spécialement et à étudier l'influence du degré de poli de leurs surfaces sur l'intensité et sur la répartition de la lumière qu'elles diffusent.

1er *procédé. Étude directe de l'onde diffractée.* — Le procédé employé de 1930 à 1938 était basé sur le principe suivant :

Considérons une onde sphérique issue d'un point lumineux et rendue convergente, soit par réflexion sur une surface optique, soit par réfraction à travers celle-ci. Cette onde n'est plus parfaitement régulière, les bosses et les creux de la surface optique lui ont fait subir, de part et d'autre de sa forme moyenne, des déviations très petites par rapport à la longueur d'onde. Nous pouvons considérer l'onde déformée comme la résultante des deux ondes suivantes :

1° une onde sphérique qui représente sa surface moyenne et qui possède la même amplitude A en chacun de ses points;

2° une onde sphérique en quadrature avec la première, dont l'amplitude A′ est beaucoup plus faible et varie d'un point à l'autre, proportionnellement à l'écart entre l'onde déformée et sa surface moyenne.

Soient λ la longueur d'onde, x l'avance positive ou négative de l'onde déformée sur sa position moyenne, nous avons, en chaque point, $A'/A = 2\pi(x/\lambda)$.

L'onde A forme, en un point F, une image régulière de la source lumineuse. L'onde A', dont l'amplitude est tantôt positive, tantôt négative, possède une valeur moyenne nulle par définition; elle donne une résultante nulle au point F; sa lumière est diffractée autour de ce point. Si nous plaçons un très petit écran opaque au point F, l'onde A' subsiste seule; un objectif situé derrière l'écran forme, avec cette onde, une image de la lentille sur une plaque photographique. En mesurant le rapport A'^2/A^2 des brillances en chaque point de cette image, on peut calculer l'avance ou le retard de l'onde déformée sur sa position moyenne et en déduire la forme de la surface optique.

On obtient ainsi des profondeurs à peu près correctes pour les défauts dont les dimensions latérales sont comprises entre des limites telles que l'objectif recueille presque toute la lumière qu'ils diffractent. Les défauts plus petits ou plus grands sont déformés et affaiblis dans un rapport que l'on peut évaluer en fonction de leurs dimensions rapportées à la longueur d'onde et de l'ouverture angulaire de l'objectif vu de la surface étudiée. Sous les mêmes réserves, en mesurant le rapport P de la lumière totale diffractée à la lumière régulièrement transmise, on peut obtenir la valeur moyenne quadratique X des irrégularités de la surface optique. Nous avons $X = (\lambda/2\pi)\sqrt{P}$.

Dans le cas des observations de la couronne avec un filtre rouge, en un point situé à 2' du bord du Soleil par exemple, la brillance de la lumière diffractée est égale à 3 millionièmes de celle de l'image du Soleil, soit à 6 fois celle du ciel lorsqu'il est très pur et lorsque le Soleil est près du zénith, ou 3 fois celle des régions les plus intenses de la couronne. Cette lumière provient, en majeure partie, de défauts de poli de la lentille du coronographe, dont les dimensions sont comprises entre $0^{mm},7$ et $0^{mm},1$; environ le quart de la lumière qu'ils diffractent parvient au point considéré, ce qui donne, en multipliant P par 4, une valeur grossièrement approchée de l'amplitnde moyenne quadratique de ces défauts :

$$X = \frac{\lambda}{2\pi}\sqrt{12.10^{-6}} = 3,8.10^{-4} \text{ micron sur la surface d'onde,}$$

ou, sur chacune des deux faces de la lentille supposées de la même qualité, $5,3.10^{-4}$ micron. On pourrait améliorer considérablement les observations de la couronne si l'on réussissait à réaliser des lentilles qui diffusent, près du Soleil, moins de lumière que l'atmosphère terrestre, mais ce serait alors des dénivellations de quelques dixièmes de millimètre de large et de moins de 2 angströms de profondeur qu'il s'agirait de réaliser et de mesurer.

La méthode que nous venons d'exposer convient mal pour des quantités aussi faibles; elle nécessite des temps de pose très longs, et les résultats sont faussés par les poussières présentes dans l'atmosphère du laboratoire; de plus elle n'indique pas si les défauts sont en creux ou en bosse.

2e *procédé. Interférence de l'onde directe et de l'onde diffractée. Principe.* — En 1941, nous avons mis au point une méthode plus pratique et plus sensible;

elle consiste à remplacer l'écran qui arrête l'onde directe au point conjugué de la source par un compensateur qui déphase cette onde d'un quart de période, par rapport à l'onde diffractée (¹). Un objectif placé derrière le compensateur forme une image de la surface examinée, sur une plaque photographique. Les deux ondes A et A′ issues de chaque point de la surface étudiée se rejoignent et interfèrent au point correspondant de l'image où, grâce au compensateur, elles arrivent, soit en phase, soit en opposition. L'intensité résultante est $I = (A + A')^2$, soit $i = A^2[1 + 2\pi(x/\lambda)]^2$ ou, si x/λ est petit, $I = A^2[1 + 4\pi(x/\lambda)]$. L'éclat de l'image est renforcé ou affaibli proportionnellement à l'amplitude du défaut. Si la surface examinée est un miroir et si l'on avance l'onde directe par rapport à l'onde diffractée, les bosses apparaissent en clair et les creux en sombre; un défaut de deux angströms de profondeur déplace l'onde réfléchie de 4 Å et apparaît avec un contraste de $4\pi.4/5000 = 1\ \%$.

On peut accroître beaucoup la sensibilité de la méthode en affaiblissant l'onde directe; si l'on rend cette onde N fois plus faible, l'intensité en chaque point de l'image devient

$$I = \frac{A^2}{N}\left(1 + \frac{2\pi x\sqrt{N}}{\lambda}\right)^2 \quad \text{ou} \quad I = \frac{A^2}{N}\left(1 + \frac{4\pi x\sqrt{N}}{\lambda}\right);$$

la brillance de l'image est divisée par N, les contrastes et la sensibilité sont multipliés par $\sqrt{n}$. Avec $N = 100$, l'image est encore très brillante et l'on peut déceler des défauts de surface de 0,2 Å de profondeur.

Cette méthode est plus sensible que la première, elle permet de mesurer plus facilement la profondeur des défauts et son emploi n'est pas gêné par les poussières situées sur les surfaces à examiner ou dans l'atmosphère.

Dispositif expérimental. — Le compensateur utilisé en février et mars 1941 était formé d'une lame de verre prismatique de très petit angle (1′ environ), de 50mm de côté et 4mm d'épaisseur, coupée diamétralement par un trait de diamant perpendiculaire à ses franges d'égale épaisseur. Un des morceaux de cette lame était légèrement argenté sur une de ses faces et fumé sur l'autre; il absorbait ainsi la lumière avec une teinte à peu près neutre. Les deux morceaux étaient juxtaposés dans le même plan, suivant la coupure. La lentille à étudier formait l'image d'une fente éclairée par une lampe à filament de tungstène, sur le côté enfumé, parallèlement à la coupure et à 0mm,5 seulement

(¹) Nous avons eu connaissance des travaux antérieurs de F. Zernike seulement au moment de publier nos recherches. La méthode que nous avons employée est basée sur le même principe que celle du contraste de phase (F. Zernike. *Monthly Notices of the R. A. S.*, **94**, 1934, p. 377). Toutefois notre exposé, le compensateur que nous avons employé et le genre des défauts de surface que nous avons étudiés sont différents, c'est pourquoi nous avons jugé bon de faire quand même cette publication.

de celle-ci; l'image de la fente mesurait de $0^{mm},3$ de large et 5^{mm} de long. Le reste du côté enfumé était masqué par un écran opaque.

L'onde directe traversait ainsi le côté absorbant, tandis que l'onde diffractée traversait presque uniquement le côté transparent; en faisant glisser les deux moitiés l'une par rapport à l'autre, on pouvait faire varier le déphasage des deux ondes directe et diffractée. Derrière le compensateur, un objectif de 40^{mm} d'ouverture formait une image en vraie grandeur, de la lentille étudiée, sur la plaque photographique.

Un coin photométrique recouvrait la partie supérieure de la lentille; il était légèrement prismatique et il déviait les rayons qui le traversaient, sur le côté transparent du compensateur.

Les premiers clichés ont été pris en affaiblissant un millier de fois l'onde directe; ils montrent la lentille en vraie grandeur, couverte de sillons et de bosses, avec des contrastes très accusés, bien que la profondeur moyenne de ces défauts ne soit que 6 Å environ.

Soient O et O′ les opacités de deux points du coin dont les images ont des densités égales respectivement à la densité moyenne de l'image de la lentille et à la densité d'un défaut, K étant la proportion des radiations diffractées qui parviennent à l'objectif, nous avons

$$\frac{O}{O'} = \left(1 + \frac{2\pi x\sqrt{O}\sqrt{K}}{\lambda}\right)^2, \qquad \text{d'où} \qquad x = \frac{\lambda}{2\pi\sqrt{K}}\,\frac{\sqrt{O}-\sqrt{O'}}{\sqrt{OO'}}.$$

La lentille était à 2 mètres du compensateur, K atteignait sa valeur maximum un peu inférieure à 1/2 pour des défauts dont la largeur, normalement à la fente, était comprise entre $0^{mm},5$ et $0^{mm},05$ environ. En comparant deux tracés obtenus au microphotomètre, l'un suivant la longueur du coin, l'autre suivant une section de l'image de la lentille normalement à la fente, on pouvait calculer le profil de cette section.

Un nouveau compensateur symétrique vient d'être achevé; il est formé d'une lame prismatique coupée par deux traits parallèles très voisins; son ouverture est 40^{mm}; la section médiane, seule mobile, reçoit l'image de la fente, elle mesure seulement $0^{mm},7$ de large. Cet appareil donne des images plus fines que le précédent et il recueille presque toute la lumière diffractée par les défauts étudiés, ce qui le rend plus sensible.

ÉLECTROCHIMIE. — *Action de la décharge électrique sur la vapeur d'eau sous faible pression.* Note (1) de MM. **Pierre Jolibois** et **André Boullé**.

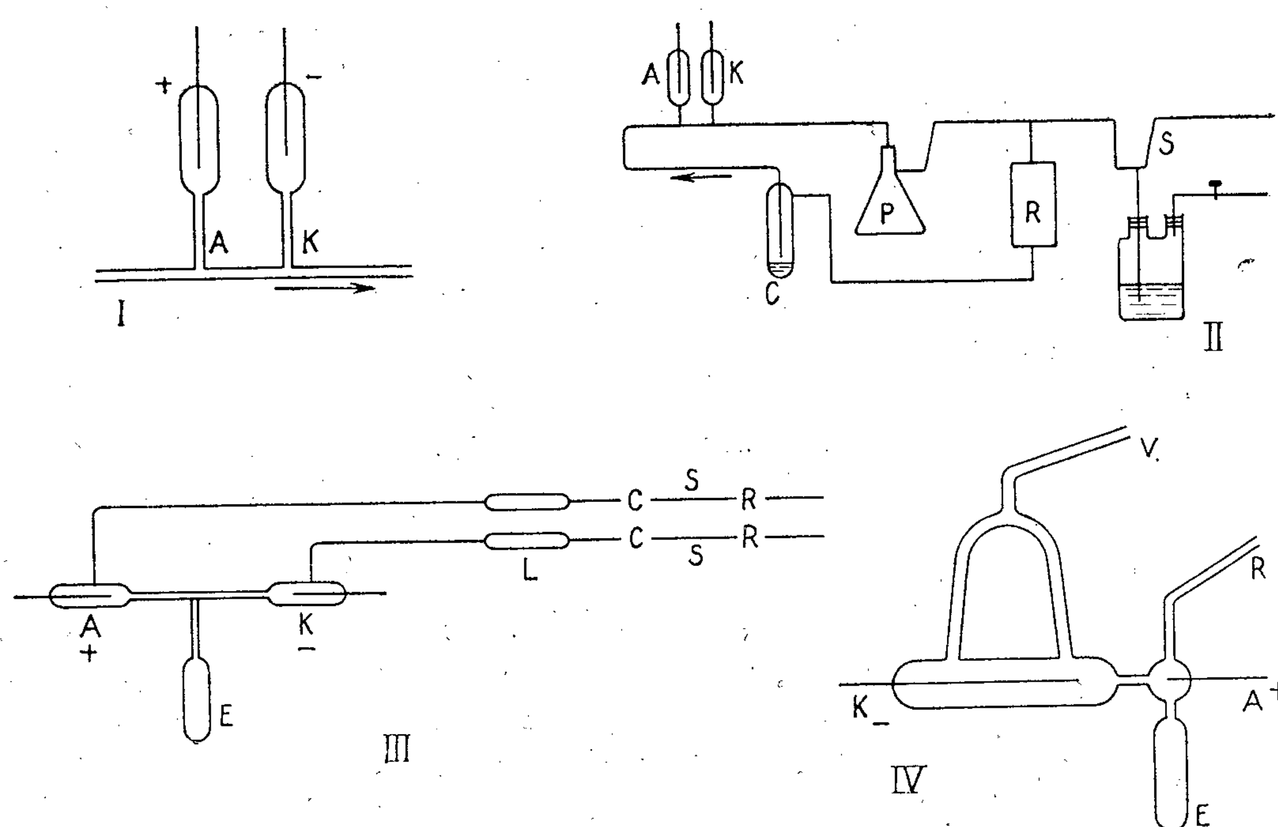
Des savants américains (2), (3) ont signalé un mode de décomposition de la vapeur d'eau dans le tube à vide donnant naissance à de l'hydrogène et à de

(1) Séance du 18 mars 1946.
(2) Urey et Lavin, *J. Am. Chem. Soc.*, 51, 1929, p. 3290.
(3) Rodebush et Wahl, *J. Chem. Physic soc.*, 1, 1933, p. 696.

l'eau oxygénée. Tout naturellement l'excès d'hydrogène par rapport aux proportions $H_2 + O$ a été interprété comme indiquant l'existence de radicaux OH temporaires dont la polymérisation fournit l'eau oxygénée trouvée expérimentalement.

Nous avons monté des expériences dans lesquelles ce dernier mode de décomposition n'intervient que d'une manière négligeable. Il convient pour cela d'utiliser des tubes à décharge où la vapeur d'eau soumise à la décharge n'atteint que la colonne positive et se trouve ainsi soustraite aux phénomènes qui avoisinent les électrodes.

La figure I représente un tel tube dans lequel les parties A et K sont des tubes capillaires de section d'environ 1 millimètre. Ce tube fait partie d'un circuit gazeux (*fig.* II) compre-



nant un saturateur d'eau C maintenu à 0°, une pompe à diffusion à vapeur de mercure P et un réservoir R d'environ 12ˡ. D'après de nombreuses expériences, la pompe destinée à assurer la circulation des gaz n'amène, malgré sa température de fonctionnement, aucune perturbation dans la composition des gaz, même dans celle du gaz tonnant. L'appareil est entièrement en verre soudé et relié par une soupape à mercure à un dispositif permettant de faire le vide et de recueillir les gaz sur le mercure. Lorsque le tube est alimenté au moyen d'un courant continu à haute tension, et que les gaz circulent en circuit fermé, il s'établit au bout de deux heures environ un équilibre entre la vapeur d'eau et les gaz formés. Les nombres suivants ont été obtenus dans une expérience : Différence de potentiel A,K 2000 V. Intensité 4 mA. Durée 4 heures. Volume de gaz recueilli $33^{cm^3},5$. Le gaz est composé de gaz tonnant à 99,1 % de pureté.

Tous ces éléments nous ont permis de calculer, en tenant compte du volume de l'appareil et de la pression saturante de l'eau à 0°, les concentrations des gaz à l'équilibre et le degré de dissociation de la vapeur d'eau.

Les nomogrammes de P. Montagne [4] nous ont immédiatement montré que

---

(4) *Thèse*, Paris, 1934, p. 199.

la température de dissociation thermique correspondante était de 2700° K. Cette température, précédemment désignée par l'un de nous sous le nom de température apparente de la colonne positive ([5]), est donc sensiblement la même que celle établie autrefois dans le cas du gaz carbonique : 2625° K. Une telle coïncidence vaut d'être signalée, car elle montre que d'un cas à l'autre la température chimiquement efficace d'une étincelle électrique varie peu.

Les conditions expérimentales précédentes doivent être respectées si l'on veut observer dans sa pureté le phénomène correspondant à l'obtention du mélange $H_2 + O$ dans les proportions stœchiométriques. En effet le simple passage en circuit ouvert dans quelques millimètres de colonne positive d'un courant de vapeur d'eau correspondant à une réaction quasi instantanée nous a donné dans une expérience où était mis en jeu un courant de 5 mA, $4^{cm^3},5$ de gaz contenant 2,7 de gaz tonnant et 1,8 d'hydrogène, c'est-à-dire des proportions du même ordre que celles trouvées par Urey et Lavin ([2]). Ces proportions anormales de gaz nous ont incités à examiner de près l'électrolyse de la vapeur d'eau qui semblait avoir reçu une solution définitive due à des résultats jamais contredits et, malgré leur importance, tombés dans l'oubli.

Perrot ([6]) a en effet décrit en 1861 un ingénieux appareil parcouru par un courant de vapeur d'eau entraînant en des sens opposés les gaz qui prennent naissance respectivement dans la partie positive et dans la partie négative d'une étincelle d'induction. Il a trouvé ainsi dans chaque mélange gazeux, après condensation de la vapeur, outre une grande quantité de gaz tonnant, de l'hydrogène ou de l'oxygène (suivant le pôle considéré) dans les mêmes proportions que s'il s'était agi d'une électrolyse ordinaire. Ce fait a été confirmé par D. L. Chapman et Austin Lidburg ([7]). Malgré cela l'attention n'a pas été attirée sur ce résultat, assez remarquable, puisque la vapeur d'eau ne contient pas d'ions électrolytiques et que la dissociation thermique n'a aucun pouvoir séparateur sur les gaz qu'elle produit. Certes une objection se pose *a priori* dans ces expériences, relative à l'éventualité de l'humidité des électrodes pour laquelle aucune précaution n'a été prise dans les appareils cités plus haut.

Aussi avons-nous repris ces expériences avec un dispositif fondé sur le même principe que celui de Perrot (*fig.* III), mais dans lequel le récipient E où se vaporise l'eau était placé à 0°, alors que le tube, dans les conditions de fonctionnement énoncées, est maintenu à une température supérieure à 20°. L'excès d'eau était recueilli dans des condenseurs C plongés dans l'air liquide et les gaz provenant de l'expérience recueillis dans des récipients R de grande capacité dans lesquels un vide inférieur à 1/100 de millimètre Hg avait été préalablement établi.

Dans ces conditions l'objection des électrodes humides n'était plus à craindre. Néanmoins, le résultat des expériences a été variable. C'est ainsi qu'en utilisant un tube où le courant

---

([5]) P. Jolibois, *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 651.
([6]) *An. Chim. phys.*, **61**, 1861, p. 161.
([7]) *J. Chem. Soc.*, **81**, 1902, p. 1301.

de vapeur d'eau pénètre au milieu de la colonne positive (*fig.* III) établie dans un capillaire de 10^{cm} de long et de $0^{cm},1$ de diamètre, nous avons, dans certaines expériences, obtenu une quantité d'oxygène non négligeable. Les résultats suivants relatifs à une expérience en font foi.

Courant 2 milliamp., voltage 2050 volts; coulomètre, H_2 $4^{cm^3},85$; O_2 $2^{cm^3},35$; gaz recueillis dans les réservoirs, anodique $102^{cm^3},3$, après explosion $5^{cm^3},15$ de O_2; cathodique $24^{cm^3},6$, après explosion 13^{cm^3} de H_2.

Ces résultats montrent que les proportions de gaz obtenus n'ont aucun rapport avec le nombre de coulombs consommés, et ils appellent l'attention sur les quantités extrêmement différentes de gaz tonnant recueilli à l'anode et à la cathode dans un appareil pourtant symétrique. Aussi avons-nous été conduits à n'accorder à ces expériences qu'une valeur négligeable en ce qui concerne le phénomène d'électrolyse. En effet, les pressions qui règnent dans les différentes parties de l'appareil ne sont peut-être pas dans le sens requis pour diriger les gaz anodiques et cathodiques vers les réservoirs où nous les attendons; un vide partiel se produit dans le compartiment cathodique par suite de la recombinaison catalytique du gaz tonnant en présence du platine projeté par la cathode. Il s'ensuit que la diffusion plus rapide de l'hydrogène vers l'espace raréfié peut provoquer une augmentation de la teneur en oxygène du mélange gazeux provenant de la région anodique.

Nous avons dès lors monté un tube franchement dissymétrique (*fig.* IV) dans lequel le compartiment négatif était en rapport avec une pompe V à grand débit et séparé du compartiment positif par un capillaire fin; ainsi nous étions assurés que certainement l'écoulement des gaz aurait lieu dans le sens AK, quitte à perdre dans la pompe V une partie des gaz revenant aux phénomènes anodiques.

Dans ces conditions nous n'avons pas recueilli d'oxygène dans le réservoir R relatif à l'anode, mais au contraire une proportion très importante d'*hydrogène*.

Voici les résultats d'une expérience :

Courant 6 milliamp., voltage 2200 volts; coulomètre 5^{cm^3} H_2; O_2, $2^{cm^3},45$.

Recueilli $42^{cm^3},5$ de gaz, qui après explosion donnent $14^{cm^3},1$ d'hydrogène. Dans ces conditions il n'y a pas lieu de penser à une électrolyse de la vapeur d'eau.

Nous avons tenu à confirmer cette conclusion par une autre série d'expériences. En revenant à l'appareil de la figure III nous avons intercalé entre le tube AK et les condenseurs C à air liquide deux récipients L en verre, enduits à l'intérieur de platine projeté par dépôt cathodique et chauffés pendant l'expérience à environ 400° au moyen d'une petite rampe à gaz.

Dans ces conditions, la disparition par catalyse dans les récipients L des fractions du mélange gazeux pouvant se combiner, crée une dépression dans les condenseurs C. Ainsi nous étions certains de n'amener aucune contre-pression dans l'appareil et d'équilibrer exactement d'une part l'oxygène et l'hydrogène du gaz tonnant et, d'autre part, l'hydrogène et l'eau oxygénée de la réaction $H_2O = H + OH$. Aussi bien du côté anodique que du côté cathodique nous n'avons pu recueillir qu'un volume insignifiant de gaz. Ainsi pour la région cathodique, ce volume est inférieur à 0,5 % de celui de l'hydrogène qu'aurait dégagé l'électrolyse dans les mêmes conditions.

En résumé, la décomposition de la vapeur d'eau dans un tube à décharge fonctionnant dans les conditions précisées plus haut donne naissance unique-

ment à du gaz tonnant. Mais, pour étudier le phénomène dans toute sa pureté, la vapeur d'eau ne doit circuler que dans la colonne positive de la décharge. De plus, à la suite des expériences réalisées avec un dispositif qui élimine la perturbation que pourrait créer éventuellement l'humidité des électrodes en même temps qu'il assure la recombinaison catalytique du gaz tonnant, on peut conclure qu'il ne se produit pas d'électrolyse de la vapeur d'eau. Sa décomposition dans la colonne positive présente des caractères qui la rapprochent d'une dissociation purement thermique; la mesure du taux de dissociation permettant de confirmer la valeur de la température apparente de la colonne positive.

MICROBIOLOGIE. — *Les propriétés antibiotiques des filtrats de culture* de Penicillium notatum. *Leur comportement à l'égard de la chaleur et du formol. Conséquences.* Note [1] de MM. **Gaston Ramon**, **Rémy Richou** et **Jean Ramon**.

Il est de notion courante que la pénicilline, sous sa forme purifiée, est instable dans ses propriétés antibiotiques grâce auxquelles elle s'oppose à la végétation, *in vitro* comme *in vivo*, de diverses bactéries pathogènes. C'est ainsi que d'après Kirby [2], le pénicillinate de sodium, à l'état de solution, conserve son pouvoir bactériostatique pendant 4 jours à 37° et durant 7 jours seulement à la température ordinaire. Pour Abraham et Chain [3], les solutions de pénicilline gardent leur activité à 25° pendant plusieurs semaines et à 37° pendant 24 heures. Fischer [4], utilisant la pénicilline *brute*, note l'absence complète de pouvoir antibiotique après 24 à 48 heures à l'étuve à 37° ou après 4 à 6 jours à la température du laboratoire. D'un autre côté, on admet généralement à l'heure actuelle que la pénicilline dans ses solutions de sels de sodium ou de calcium est très sensible à la chaleur, perdant son activité antibiotique après un chauffage de courte durée à 80°. D'après R. Martin, F. Nitti, B. Sureau et J. Berrod, la pénicilline en solution est détruite à 60° et altérée à une température bien moindre; aussi ces auteurs recommandent-ils d'employer les solutions diluées, dans les 24 heures qui suivent leur préparation [5]. Cependant Fleming, dans son travail original [6], rapporte que l'ébullition, pendant une heure, réduit grandement le pouvoir antagoniste de la pénicilline non encore extraite de la culture, et que le chauffage à 115°, pendant 20 minutes, le détruit totalement. Enfin on sait que la pénicilline en solution peut être contaminée par des germes microbiens résistant à son action et dont certains produisent une diastase, la pénicillinase, qui en détruit rapidement les propriétés.

---

(1) Séance du 18 mars 1946.
(2) *Journ. of the Am. Med. Assoc.*, 125, 1944, p. 628.
(3) *Brit. Journ. Exp. Path.*, 23, 1942, p. 103.
(4) *Bullet. Johns Hopkins Hosp.*, 23, 1943, p. 343.
(5) *La Pénicilline*, Collection de l'Institut Pasteur, 1945, p. 51
(6) *Brit. J. Exp. Path.*, 10, 1929, p. 226.

Nous référant à notre étude sur les filtrats du *B. subtilis* (7), nous avons examiné l'influence de la chaleur sur les propriétés antibiotiques, non pas de la pénicilline purifiée, mais des filtrats de culture du *Penicillium notatum* à l'encontre du staphylocoque, du B. diphtérique, de la bactéridie charbonneuse etc. De nos expériences réalisées selon une technique exactement calquée sur celle dont nous avons fait usage dans les recherches analogues sur les filtrats du *B. subtilis*, il ressort que le chauffage du filtrat de *Penicillium notatum* pendant 20 minutes soit à 55°, soit à 75°, soit à 100°, n'affaiblit pas d'une façon appréciable son activité bactériostatique à l'égard du staphylocoque, de la bactéridie charbonneuse, du B. diphtérique, du B. de Preisz-Nocard etc., germes que nous avons pris comme *test* d'épreuve *in vitro*. Le chauffage à 110°, à 125°, également pendant 20 minutes, peut atténuer cette activité, plus ou moins suivant les germes sur lesquels elle s'exerce, mais, en aucun cas, il ne l'abolit; ainsi, par exemple, pour fixer les idées, il a abaissé la puissance bactériostatique de l'un de nos filtrats, vis-à-vis du staphylocoque de 4000 à 1000. Vis-à-vis du B. diphtérique et du B. de Preisz-Nocard, le pouvoir antimicrobien n'est pour ainsi dire pas touché.

L'addition de formol à raison de $0^{cm^3},1$ pour 100^{cm^3} de filtrat de culture du *Penicillium notatum* est sans effet notable sur le pouvoir antibiotique. Celui-ci demeure le même pour le filtrat formolé et pour le filtrat non formolé. Enfin, le filtrat formolé, puis chauffé 45 minutes à 55°, exerce la même action antagoniste sur la végétation de la bactéridie, du staphylocoque et du B. diphtérique que le filtrat non formolé et non chauffé.

Ces résultats traduisent donc la résistance relativement grande des propriétés antibiotiques des filtrats de *Penicillium notatum*, soit à l'influence de la chaleur, soit à celle du formol, soit encore à l'action combinée du formol et de la chaleur modérée. Somme toute, vis-à-vis de ces agents, le filtrat de *Penicillium* se comporte comme le filtrat du *B. subtilis* (8), et cela malgré leur diversité d'origine, avec cette différence toutefois que le premier a, en général, un pouvoir antagoniste beaucoup plus puissant et plus étendu en ce qui concerne le nombre d'espèces bactériennes pathogènes qu'il peut atteindre. Des expériences en cours nous montrent que des filtrats d'autres germes antibiotiques offrent un comportement similaire. Il y a là un phénomène général qui caractérise les antibiotiques les plus actifs et qui présente, du point de vue théorique comme du point de vue pratique, un intérêt qui ne saurait échapper.

Ainsi, au contraire de ce qui se passe pour les solutions de pénicilline purifiée, les propriétés antibiotiques des filtrats bruts de la culture de *Penicillium notatum* envers différents germes pathogènes tels que le staphylocoque, le B. diphtérique, le B. de Preisz-Nocard, la bactéridie charbonneuse etc. sont stables; elles n'ont pas sensiblement varié dans la limite de la durée de nos observations (cinq semaines de conservation des filtrats diversement traités à la température ordinaire) du fait, soit de l'action du formol ou de la chaleur modérée, soit de l'action simultanée de l'un et de l'autre de ces agents.

Un certain nombre de conséquences d'ordre pratique découlent de nos constatations.

---

(7) Voir à cet égard *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 213.

(8) G. Ramon et R. Richou, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 261

Tout d'abord, ainsi que nous le signalions dans l'une de nos Communications précédentes ([9]), il y a lieu de prendre quelques précautions dans l'extraction et la purification des substances antagonistes. Il est indiqué de rechercher des techniques de concentration et de purification qui conservent aussi largement que possible aux principes antagonistes, leur intégrité ([10]).

Le fait que les filtrats bruts de culture de *Penicillium notatum* sont capables de posséder, outre leur pouvoir antibiotique, des propriétés *antidotiques* puissantes, mises récemment en évidence par nos propres recherches ([11]), tandis que, rappelons-le, la pénicilline purifiée est dépourvue de celles-ci, fournit l'occasion de développer grandement l'essor jusqu'ici limité de l'emploi de ces filtrats tels quels (ou après simple dessiccation), sinon dans le traitement général, du moins dans le traitement local de diverses infections ou toxi-infections (staphylococciques, diphtériques, à B. de Preisz-Nocard etc.) chez l'homme et chez les animaux domestiques ([12]). C'est ce qui fait l'objet de nos préoccupations et des essais que nous poursuivons actuellement.

Basée à la fois sur les propriétés antibiotiques et sur les propriétés antidotiques des filtrats de culture du *Penicillium notatum* ainsi que sur la possibilité d'additionner ceux-ci d'une petite quantité de formol (0,05 à 0,1 %) et de les soumettre à un chauffage modéré (55°) pour assurer la conservation de leur pureté bactériologique ([13]) et en même temps leur stabilité ([13]), cette formule de pénicillinothérapie est, dans ces conditions, très économique et d'un usage commode ([14]).

L'ensemble des données ainsi recueillies, qui s'applique aux filtrats du *Penicillium notatum* comme à ceux du *B. subtilis* ([15]), comme aux filtrats d'autres germes antagonistes, permettra d'étendre encore le domaine de la thérapie antimicrobienne.

([9]) *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 271.

([10]) Dans tous les cas une excellente précaution à prendre sera, comme nous l'avons indiqué déjà à diverses reprises et tout dernièrement encore (*Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 263), d'ajouter aux cultures du *Penicillium* ou d'autres germes antagonistes avant les opérations d'extraction des principes actifs, du formol à raison de 1^{cm^3} ou de $0^{cm^3},5$ de la solution commerciale d'aldéhyde formique par litre de culture. Nous avons de même préconisé l'adjonction de formol au milieu de culture, avant d'y semer le *Penicillium*. (G. Ramon et R. Richou, *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 265.)

([11]) G. Ramon et R. Richou, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 621.

([12]) Surtout à un moment où la pénicilline purifiée est encore un médicament rare et difficile à se procurer chez nous et dans tous les cas d'un prix prohibitif pour certains usages et en particulier pour l'usage vétérinaire.

([13]) En les protégeant soit au cours de leur préparation, soit lors de leur emploi contre les contaminations, en particulier par certains germes producteurs de pénicillinase, laquelle détruit la pénicilline.

([14]) Ainsi que cela se pratique depuis longtemps déjà à notre instigation pour les antitoxines et anatoxines (voir à ce propos, *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 265).

([15]) Il est probable que la pénicilline purifiée pourra être conservée, en solutions plus ou moins concentrées, dans des conditions analogues.

MICROBIOLOGIE. — *Formolisation à doses limites et vaccination contre les ultravirus*. Note (1) de M. **Henri Vallée**.

Nous ne discutons en rien l'extrême mérite que s'est acquis M. G. Ramon en introduisant dans la technique bactériologique la pratique de la formolisation, jusqu'à lui inutilisée. Qu'il nous soit cependant permis de juger que peuvent varier à l'extrême les modalités de la formolisation. Pour notre part, pour la vaccination, nous avons cherché à adapter aux virus ultramicroscopiques les principes de la méthode en l'associant à divers artifices sur lesquels nous désirons insister. Ils sont utiles au succès de la vaccination contre les ultravirus.

L'analyse des propriétés de l'ultravirus de l'anémie infectieuse (1904), que nous avons fait connaître, et l'étude du virus aphteux furent pour nous d'excellentes préparations à de semblables travaux.

Nos recherches sur la fièvre aphteuse furent effectuées durant trente années, avec nos maîtres Nocard et E. Roux tout d'abord, puis avec nos amis H. Carré et P. Rinjard, recherches opiniâtres et à diverses périodes presque silencieuses (2).

Notre attention s'est longuement attachée à la connaissance de la valeur du pH des divers milieux, qui fut bien étudié aussi par les auteurs anglais; à celle de la conservation, du devenir et des variations du virus en divers milieux (3).

C'est alors que nous avons noté le pouvoir immunisant des sangs virulents longuement conservés à des températures inférieures à — 10° C.

Non moins que la valeur du pH, la teneur de l'antigène en virus actif et en matières albuminoïdes est capitale. Aussi dès 1909, au Congrès de la Haye, donnions-nous la préférence comme antigène au broyage intégral de l'épithélium buccal virulent dilué en eau physiologique. Les auteurs étrangers en sont venus à ce même choix. Ils le préfèrent maintenant à celui des cultures en mileux organiques, tous gros fixateurs de formol (4).

Alors que les notions de teneur en albuminoïdes et de valeur de pH ont été bien établies pour chaque espèce de virus, nous avons eu recours, pour la neutralisation de l'antigène, à la formolisation à la dose limite active *a minima*. Encore convient-il, à notre sens, d'y pourvoir en un milieu constamment agité et avec une aldéhyde très diluée. Ainsi obtient-on une parfaite répartition du produit.

---

(1) Séance du 25 mars 1946.

(2) Ces travaux sont pour la plupart résumés dans mon livre *La Fièvre aphteuse*, publié en français en 1929 par l'Université de Buenos-Aires et par elle diffusé en tous pays.

(3) Nous notons avec plaisir l'attention que retient aujourd'hui la notion de température et celle du pH dans l'étude des produits microbiens, de même que celle de l'adsorption du virus aphteux que nous réalisions en 1920.

(4) Ainsi avons-nous vu le sérum sanguin virulent perdre, après formolisation, tout intérêt immunisant.

Enfin nous avons toujours opéré dans l'obscurité et à des températures fixes de 22° à 38° C. On procède ainsi à ce que j'ai appelé une *formolisation ménagée*, qui, tout en détruisant le pouvoir virulent d'un produit, laisse intacte sa valeur antigène spécifique ([5]). La dose de formol à employer doit être expérimentalement établie pour *chaque espèce* de virus utilisé. En prolongeant assez son temps et sa température de contact, elle permet d'obtenir des produits stériles sans recourir à la filtration sur bougie que je considère, depuis 40 ans, comme un élément nuisible à l'obtention des divers antigènes.

La méthode est applicable d'ailleurs à d'autres éléments qu'à des virus ultramicroscopiques ([6]).

M. **Auguste Chevalier** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage publié en collaboration avec M. Didier Normand dans la collection *Que sais-je?* et intitulé *Forêts vierges et bois coloniaux*.

M. **Albert F. Blakeslee** fait hommage à l'Académie d'une collection de *Notes de génétique* publiées par lui et divers collaborateurs, de 1939 à 1943

ÉLECTIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, M. **Léon Bérard** est élu Correspondant pour la Section de Médecine et Chirurgie, en remplacement de M. *Alexandre Yersin* décédé.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre des Armées** prie l'Académie de désigner un de ses Membres pour faire partie du Conseil de perfectionnement de l'École Polytechnique, en remplacement de M. *Georges Perrier* décédé.

Le **Président de l'Université de Princeton** annonce les Cérémonies qui doivent avoir lieu de septembre 1946 à juin 1947, pour la célébration du *deuxième centenaire* de la fondation de cette Université.

([5]) Voir dans mon livre précité de 1929 les données essentielles de la préparation des vaccins formolés, données que j'ai exposées à nouveau en mai 1930 devant l'Assemblée des Délégués à l'Office des Epizooties (t. III, pp. 949-950). C'est à cette occasion que, très loyalement, Waldmann a reconnu que ses travaux ne lui avaient point encore permis, comme les nôtres, d'immuniser les bovidés, mais qu'il allait reprendre ses recherches en utilisant nos propres indications. J'ai cette faiblesse et cette satisfaction de juger que nos vues ne lui furent pas inutiles.

([6]) Maurice Vallée, *C. R. Soc. Biol.*, 239, 1945, p. 648. Mais je suis d'accord avec M. Ramon pour estimer que les termes d'anatoxines, anavirus, anavenins etc., doivent être réservés et employés dans le seul sens qu'il a précisé jadis.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance une collection de tirages à part de Pietro Rondoni et divers, concernant des recherches de pathologie.

ALGÈBRE TOPOLOGIQUE. — *Sur les espaces vectoriels localement compacts.* Note (1) de M. **Jean Braconnier**, présentée par M. Élie Cartan.

Dans cette Note nous déterminerons la structure des *espaces vectoriels localement compacts* (2) sur un corps *localement compact non discret.* On a tout d'abord le résultat suivant, qu'on démontre par récurrence sur n.

Théorème 1. — *Tout espace vectoriel topologique complet à un nombre fini n de dimensions sur un corps* commutatif *localement compact non discret* K *est isomorphe à l'espace vectoriel topologique* K^n.

Si K désigne un corps *commutatif* localement compact totalement discontinu et non discret et si A est l'anneau des entiers (3) de K, on a le résultat suivant : *si* M *est un* A-*module unitaire* discret *tel que* $\lambda M = M$ *pour tout* $\lambda \in A^*$ (*resp.* compact *régulier*), M *est somme directe* (*resp. produit*) *d'une famille de sous-modules isomorphes à* K/A (*resp.* A). D'où le

Théorème 2. — *Si* M *est un* A-*module unitaire régulier localement compact, il existe un* A-*module topologique* M_0, *contenu dans le produit local* (4) *d'une famille* $(M_\iota)_{\iota\in I}$ *de* A-*modules isomorphes à* K (*relativement aux sous-modules* N_ι *des entiers de* M_ι) *et un sous-module* (*ouvert*) M' *de* M_0 *isomorphe à* M *et contenant* $\prod_{I\in\iota} N_\iota$.

La *puissance* de l'ensemble d'indices I ne dépend d'ailleurs que de M ; M_0 est déterminé à une isomorphie près par les propriétés précédentes (5). On en déduit que, si E est un espace vectoriel localement compact sur le corps K, E est isomorphe à un espace vectoriel topologique K^n. En particulier, si K_1 est un corps *non commutatif* localement compact totalement discontinu et non discret, dont le *centre* est un sous-corps K (fermé, donc localement compact), K_1, considéré comme espace vectoriel topologique sur K, est isomorphe à un K^m ; K_1 est ainsi une *algèbre de rang fini m* sur son centre K (6).

(1) Séance du 25 mars 1946.

(2) Nous utilisons la terminologie et les notations de N. Bourbaki, *Act. Scient. et Ind.*, 846, 858, 916 et 934. Voir aussi notre précédente Note, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 527. Dans les notes suivantes, cette Note sera désignée par MT.

(3) Dans un corps localement compact totalement discontinu et non discret K, on dit que $x \in K$ est *entier* si l'ensemble $(x^k)_{k\in N}$ est *relativement compact.* L'ensemble des entiers de K est un anneau d'intégrité *ouvert compact* $A \subset K$. Cf. N. Jacobson, *American Journal of Mathematics*, 58, 1936, p. 433.

(4) Cf. J. Braconnier et J. Dieudonné, *Comptes rendus*, 218, 1944, pp. 577-579.

(5) La démonstration de ce théorème est analogue à celle indiquée dans le cas où $K = Q_p$ [note (4)].

(6) Ce résultat a déjà été démontré, d'une autre manière, par N. Jacobson, *op. cit.*

D'autre part on montre facilement [7] que tout espace vectoriel (à gauche) localement compact sur un corps localement compact *connexe* K est isomorphe à un espace vectoriel topologique K_s^n. De ces remarques, on déduit le

THÉORÈME 3. — *Tout espace vectoriel (à gauche) localement compact sur un corps localement compact non discret* K *est isomorphe à un espace vectoriel topologique* K_s^n.

De ce résultat et du théorème 1, on déduit le corollaire suivant :

COROLLAIRE. — *Pour qu'un espace vectoriel (à gauche) complet, sur un corps localement compact non discret* K, *soit localement compact, il faut et il suffit qu'il ait un nombre fini n de dimensions; dans ce cas, il est isomorphe à un espace vectoriel topologique* K_s^n.

L'*associé*, et par suite le *dual* [8], d'un espace vectoriel localement compact K_s^n sur un corps localement compact non discret K est l'espace vectoriel localement compact K_d^n. Enfin on a le

THÉORÈME 4. — *Si* K *est un corps localement compact non discret de rang* r [9] *et si* u *est une transformation linéaire de l'espace vectoriel* K_s^n, *dont le déterminant est* $\delta(u)$, u *est un homéomorphisme et son module est* $|\delta(u)|^r$.

Les résultats précédents ne sont plus valables dans le cas des espaces vectoriels localement compacts sur un corps *discret*. Mais, alors qu'on connaît dans une large mesure la structure des espaces vectoriels localement compacts sur un corps de caractéristique $p \neq 0$, il semble que la structure des espaces vectoriels localement compacts (non discrets) sur un corps discret de caractéristique 0 soit assez complexe.

GÉOMÉTRIE ALGÉBRIQUE. — *Sur certaines variétés algébriques à* $(n-2)$ *dimensions de l'espace à n dimensions*. Note de M. **Roger Apéry**, présentée par M. Élie Cartan.

Nous appellerons *variété matricielle* toute variété à $(n-2)$ dimensions de l'espace E_n définie par l'annulation d'une matrice M à h lignes et à $(h+1)$ colonnes

$$M = \| A_{ij} \| \qquad \begin{pmatrix} i = 1, \ldots, h \\ j = 1, \ldots, h+1 \end{pmatrix}.$$

Nous supposons que M ne s'annule sur aucune variété de dimension $n-1$ et, *a fortiori*, ne s'annule pas identiquement. On peut supposer par exemple que

---

[7] Compte tenu du fait que le corps K est une algèbre de rang fini (1, 2 ou 4) sur le corps des réels; ce résultat est dû à S. BANACH, *Opérations linéaires*, Varsovie, 1932.

[8] Voir la fin de MT.

[9] Pour la définition du *module* d'un automorphisme, voir J. BRACONNIER, *Comptes rendus*, **220**, 1945, pp. 382-384. On dit qu'un corps localement compact non discret K est de *rang r* si, $\Delta(a)$ désignant le module de *l'homothétie* $x \to ax$ $(a \in K^*)$ et $|a|$ la *norme* de $a \in K$, on a $\Delta(a) = |a|^r$. Cette définition est équivalente à celle donnée, dans le cas des corps totalement discontinus non discrets, par N. JACOBSON, *op. cit.*

le déterminant

$$\Delta = \begin{vmatrix} A_{11} & \dots & A_{1h} \\ \dots & \dots & \dots \\ A_{h1} & \dots & A_{hh} \end{vmatrix}$$

est un polynome non identiquement nul et non décomposé. Nous supposons de plus que les degrés $\delta(A_{ij})$ des polynomes homogènes A_{ij} sont tels que $\delta(A_{ij}) + \delta(A_{i'j'}) = \delta(A_{ij'}) + \delta(A_{i'j})$, de façon que tous les déterminants extraits de M soient homogènes.

THÉORÈME 1. — *L'idéal* $\mathfrak{m}$ *défini par les* $(h+1)$ *déterminants d'ordre h extraits de* M *est un idéal non mixte.*

Appelons $\mathfrak{m}'$ l'idéal défini par l'intersection des composants primaires à $(n-2)$ dimensions de $\mathfrak{m}$. Soit F une forme arbitraire de $\mathfrak{m}'$. On peut trouver une forme G qui n'appartienne à aucune variété de $\mathfrak{m}'$ telle que $F.G \in \mathfrak{m}$. On peut choisir G de façon que l'idéal (G, Δ) soit premier. Par définition

$$F.G = \begin{vmatrix} A_{11} & \dots & A_{1h+1} \\ \dots & \dots & \dots \\ A_{h1} & \dots & A_{hh+1} \\ B_1 & \dots & B_{h+1} \end{vmatrix}.$$

Appelons $\Lambda_1, \dots, \Lambda_h$ et Δ les coefficients de la dernière colonne du déterminant considéré. Quel que soit j, on peut écrire

$$(1) \qquad \Lambda_1 A_{1,j} + \dots + \Lambda_h A_{h,j} + \Delta B_j \equiv 0 \qquad (\text{mod } G).$$

Soit Δ_k le déterminant d'ordre h extrait de M par suppression de la $k^{\text{ième}}$ colonne. En combinant les lignes de Δ_k, on voit que, quels que soient i et k,

$$\Lambda_i \Delta_k \equiv 0 \qquad (\text{mod } \Delta, G).$$

Comme l'idéal (Δ, G) est premier, ceci suppose que tous les Λ_i ou tous les Δ_k appartiennent à (Δ, G). Si tous les Δ_k appartenaient à (Δ, G), la matrice M s'annulerait sur une variété de dimension $n-1$, ce qui est contraire à l'hypothèse. Donc tous les Λ_i appartiennent à (Δ, G) et la relation (1) entraîne

$$B_j = \lambda_1 A_{1j} + \dots + \lambda_h A_{hj} + G.C_j,$$

$$F = \begin{vmatrix} A_{11} & \dots & A_{1,h+1} \\ \dots & \dots & \dots \\ A_{h1} & \dots & A_{h,h+1} \\ C_1 & \dots & C_j \end{vmatrix} \qquad F \in \mathfrak{m}, \qquad \text{d'où } \mathfrak{m} = \mathfrak{m}'. \qquad \text{Q. E. D.}$$

THÉORÈME 2. — *Toute variété à* $(n-2)$ *dimensions obtenue par une chaîne* [1] *à partir d'une intersection complète est une variété matricielle.*

[1] Cf. DUBREIL, *Act. Sc. Ind.*, **210**, 1935, p. 23.

En effet, soit $V_1, V_2, \ldots, V_h$ la chaîne de variétés considérée. V_1, intersection complète de A, B, s'obtient par annulation de la matrice A, B. Supposons démontré que V_{h-1} s'obtient par annulation d'une matrice

$$M_{h-1}=\begin{Vmatrix} A_{1,1} & \ldots & A_{h,1} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ A_{1,h-1} & \ldots & A_{h,h-1} \end{Vmatrix},$$

V_h est l'intersection de deux formes passant par V_{h-1}. D'après le théorème 1, ces formes peuvent s'écrire

$$\begin{vmatrix} A_{1,1} & \ldots & A_{h,1} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ A_{1,h-1} & \ldots & A_{h,h-1} \\ A_{1,h} & \ldots & A_{h,h} \end{vmatrix} = 0 \quad \text{et} \quad \begin{vmatrix} A_{1,1} & \ldots & A_{h,1} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ A_{1,h-1} & \ldots & A_{h,h-1} \\ A_{1,h+1} & \ldots & A_{h,h+1} \end{vmatrix} = 0;$$

et V_h est donné par l'annulation de la matrice

$$M_h=\begin{Vmatrix} A_{1,1} & \ldots & A_{1,h+1} \\ \ldots & \ldots & \ldots\ldots \\ A_{h,1} & \ldots & A_{h,h+1} \end{Vmatrix}.$$

On voit facilement que, réciproquement, toute variété matricielle est obtenue à partir d'une chaîne.

Une variété matricielle est de 1[re] espèce ainsi que ses sections par une variété linéaire générale à plus de deux dimensions. Il suffit, pour s'en rendre compte, d'annuler une coordonnée ou plusieurs coordonnées et d'appliquer le théorème 1. Nous avons démontré par deux méthodes différentes dans des Notes antérieures ([2]), que toute courbe de 1[re] espèce de l'espace E_3 est obtenue à partir d'une chaîne et par conséquent, d'après le théorème 2, est une courbe matricielle. Ce théorème ne s'étend pas aux variétés de 1[re] espèce à $n-2$ dimensions de E_n. En effet, il faut aussi que les sections par des variétés linéaires soient de 1[re] espèce, ce qui n'est pas le cas, par exemple, pour les variétés coniques dont la base est de 2[e] espèce.

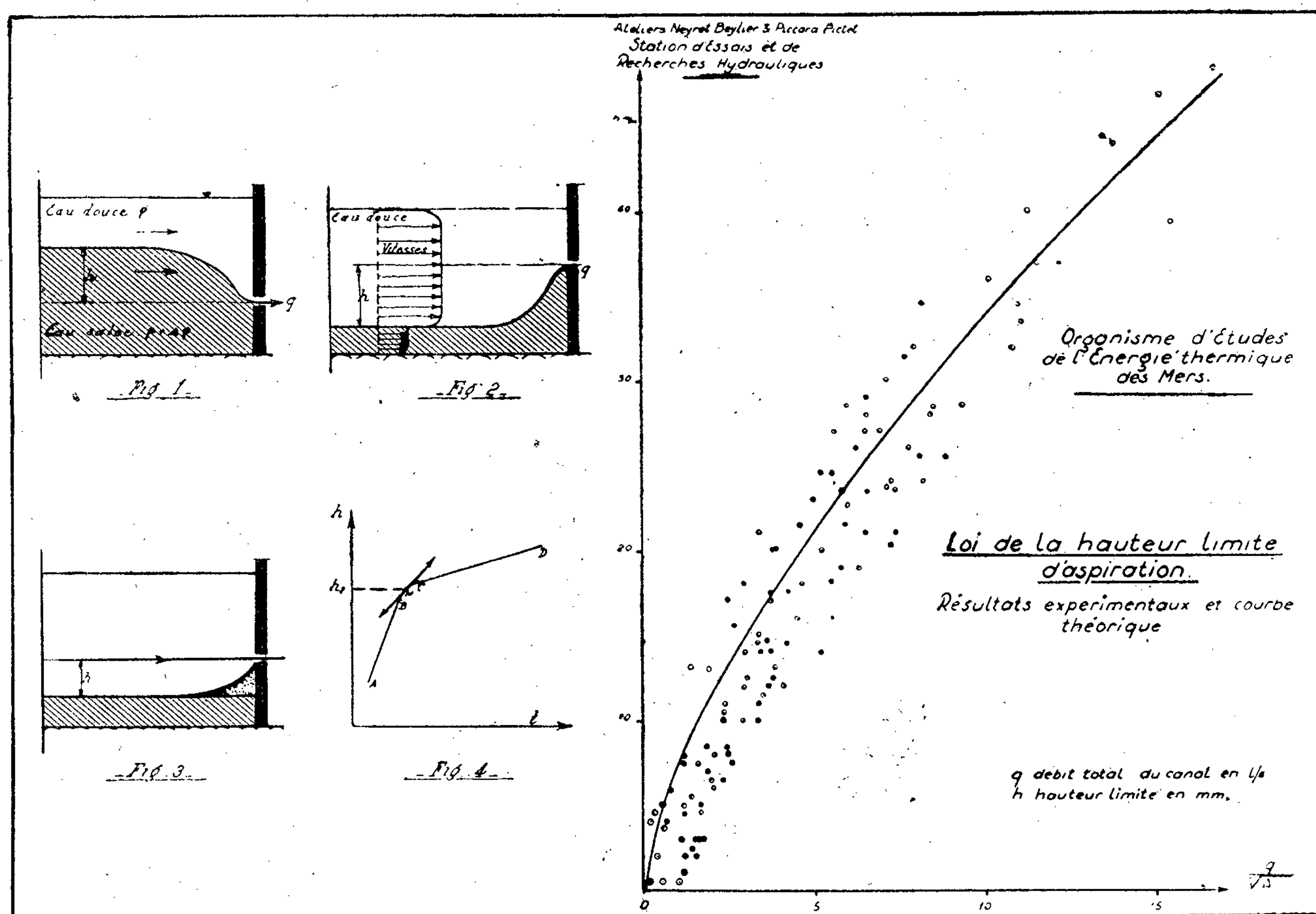
Les lieux géométriques courants dans l'espace ordinaire se présentent comme des courbes matricielles. On peut citer le lieu des points d'intersection des plans de trois faisceaux en correspondance homographique (cubique unicursale), le lieu des points de contact des plans tangents menés d'une droite à un faisceau de surfaces (quintique de genre 2 s'il s'agit de quadriques), le lieu des points doubles d'un réseau de surfaces (sextique de genre 3 pour les quadriques), le lieu des points dont les plans polaires par rapport à 5 quadriques concourent (décique genre 11).

([2]) *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 274; **221**, 1945, p. 436.

HYDRAULIQUE. — *Sur la loi de la hauteur limite d'aspiration dans deux fluides de densités différentes.* Note [1] de M. **Paul Gariel**, présentée par M. Albert Caquot.

Considérons, dans un canal vitré [2] alimenté, une couche d'eau salée de densité $\rho + \Delta\rho$, surmontée d'une couche d'eau douce de moindre densité ρ. L'interface est très nette et la diffusion ici négligeable. Aspirons à l'aval par une fente P tenant toute la largeur du canal : l'écoulement est plan. On distingue deux régimes différents suivant que, pour un débit donné, h est petit ou grand (*fig.* 1).

1° Pour h petit, les deux couches sont aspirées simultanément et la proportion d'eau salée dans le mélange aspiré est forte (*fig.* 1) ou faible (*fig.* 2). L'interface, qui a une forme variable, est, en général, très stable, surtout vers la fente, en dépit du fort gradient de vitesse observable à son voisinage (*fig.* 2).



2° Cessons d'alimenter (*fig.* 2) la couche d'eau salée : h augmente et paraît tendre vers une valeur constante. Alors apparaît au-dessous de la fente une zone à forte agitation tourbillonnaire où les deux couches se mélangent. Cette zone en forme de coin progresse vers l'amont (*fig.* 3), formant un courant rétro-

(1) Séance du 25 mars 1946.

(2) Cf. *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 720.

grade dans cette couche intermédiaire, tant par sa densité que par sa position. Elle est partiellement aspirée avec l'eau douce. Loin de la fente, l'interface reste très nette tant que la couche intermédiaire n'y est pas arrivée.

Dans les essais on n'alimente que la couche d'eau douce. On porte sur un graphique la valeur de h en fonction du temps (*fig.* 1). La courbe obtenue présente deux parties AB et CD de pentes très différentes, raccordées par une portion à forte courbure BMC. La pente de la tangente à la courbe permet, connaissant la surface de la couche d'eau salée, de calculer la proportion d'eau salée dans le mélange et de placer ainsi sur la courbe le point M qui correspond à 1 % définissant la hauteur limite h_l.

La largeur de l'écoulement était de $0^{m},30$, le débit compris entre 0 et 3 l/sec et les densités 1,0050 à 1,150.

Si l'on néglige la très faible aspiration d'eau salée due à l'entraînement partiel de la couche intermédiaire, on peut dire qu'il existe une hauteur limite d'aspiration de la couche d'eau salée. Ceci s'observe d'une façon absolue avec des liquides non miscibles présentant une tension interfaciale. La définition de la hauteur limite d'aspiration est moins nette pour des liquides miscibles, aussi nous l'avons définie arbitrairement en prenant comme hauteur limite la valeur de h lorsqu'on n'aspire plus qu'une faible proportion d'eau salée 1 %. Cette hauteur doit être égale à peu de chose près à celle qu'on aurait avec deux liquides non miscibles.

La mesure de h n'est pas toujours facile en raison de phénomènes parasites : l'écoulement n'est pas bien plan (influence des parois); dès lors la hauteur limite n'est pas atteinte en même temps sur toute la longueur de la fente; l'interface peut s'animer de mouvements oscillatoires, vagues ou seiches, d'autant plus importants que le débit est plus fort et la différence des densités plus faible. La mesure de h en est affectée.

Nous avons porté tous les points expérimentaux sur un même graphique dont les coordonnées sont h_l et $Q/\sqrt{\Delta\rho}$; il se trouve qu'ils se groupent dans un espace réduit et encadrent assez bien une courbe d'équation

$$h_l = K\left(\frac{Q}{\sqrt{\Delta\rho}}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

Ceci se trouve conforme aux résultats théoriques dont la courbe représentative est précisément tracée sur la figure 5. La valeur de la constante K (qui contient g accélération de la pesanteur) est 7,29 avec les unités choisies : hauteur en millimètres débit en litres/sec pour 30^{cm} de largeur du canal.

L'étude théorique permet de retrouver ce résultat sous la forme

$$h = K_1\left(Q\sqrt{\frac{\rho}{g\Delta\rho}}\right)^{2/3}$$

et de préciser la constante K_1.

La loi trouvée s'énonce donc : la hauteur limite d'aspiration d'une interface limitant deux couches de densité différente, en écoulement plan, est proportionnelle à la puissance 2/3 du rapport du débit aspiré à la racine carrée de la différence des densités des deux couches.

ASTRONOMIE. — *Sur la comparaison des méthodes d'Olbers et Lagrange-Andoyer pour le calcul des orbites paraboliques et leur liaison avec d'autres méthodes.* Note de M. **Benjamin de Jekhowsky**, présentée par M. Ernest Esclangon.

L'examen des méthodes dites indirectes pour le calcul des orbites paraboliques montre qu'en première approximation, elles aboutissent à des résultats identiques et ne diffèrent dans leur partie principale que par la manière de résoudre les équations fondamentales, à savoir, avec les notations de nos précédentes Notes [1],

$$(1)\qquad \begin{cases} \displaystyle\sum_{n=0}^{n=2}(-1)^n(l_n\rho_n - R_n)\,g_{-3/2n(n-7/3)} = N = 0 \\ (l = \lambda,\ \mu,\ \nu;\ R = X,\ Y,\ Z;\ N = U,\ V,\ W). \end{cases}$$

Ces équations expriment que les trois positions de l'astre se trouvent dans le plan passant par le centre du Soleil, g_n étant des séries dépendant des intervalles de temps τ_n et de la distance héliocentrique r à l'époque t du milieu.

Dans la méthode d'Oppolzer, au lieu d'éliminer dans les équations (1) les distances géocentriques extrêmes ρ_1 et ρ_2 pour obtenir une équation donnant ρ, comme on le fait dans la méthode de Gauss et celles [2] qui en dérivent, on résout ces équations par rapport à ρ_1 et ρ_2, tandis que dans la méthode d'Olbers on utilise une relation entre ρ_1 et ρ_2 se déduisant des équations (1) par l'élimination de ρ. Enfin, dans la méthode Lagrange-Andoyer, les mêmes équations sont résolues par rapport à ρ_1 et ρ_2 en prenant les quantités N proportionnelles aux quantités R arbitrairements choisies.

Dans ces méthodes la relation principale qui relie les deux distances géocentriques extrêmes se trouve affectée d'un terme complémentaire, sauf dans celle Lagrange-Andoyer, à condition, comme nous l'avons montré, de prendre les seconds termes du premier membre des équations (1) proportionnels aux quantités définies par les relations

$$(2)\qquad \mathcal{A} = 1, \qquad \mathcal{B} = \operatorname{tang} A_0, \qquad \mathcal{C} = \mathcal{B} \operatorname{tang} \varepsilon,$$

(1) *Comptes rendus*, **215**, 1942, p. 220, **219**, 1944, pp. 605-607.
(2) S. Merton M. A., *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **85**, VIII, 1925, p. 772.

A_0 étant l'ascension droite du Soleil pour la date du milieu et ε étant l'obliquité de l'écliptique.

Il se trouve, en premier lieu, que l'emploi, pour chaque orbite, des constantes ainsi définies, fait disparaître le terme complémentaire, quelle que soit la méthode, de sorte qu'on obtient de prime abord, pour la quantité principale

$$(3) \qquad M = \frac{\tau_2}{\tau_1} \propto,$$

des valeurs exactement égales entre elles et identiques à celles que l'on aurait obtenues par des calculs assez longs. Les déterminants qui interviennent dans le calcul de la quantité (3), à des facteurs constants près, sont les mêmes.

En second lieu, sans nuire à la précision de la méthode d'Olbers et de celles qui en dérivent, on peut réduire le nombre des équations servant à déterminer la distance géocentrique ρ_1.

En effet, dans la méthode ci-dessus, le système principal, avec les notations usuelles, abstraction faite des deux relations connues qui relient r_1 et r_2 à ρ_1, s'écrit

$$(4) \qquad P_1\rho_1^2 + P_2\rho_1 + P_3 - s^2 = 0; \qquad (r_1 + r_2 + s)^{\frac{3}{2}} - (r_1 + r_2 - s)^{\frac{3}{2}} = 6\tau.$$

Les observations étant rapprochées, la seconde relation de ce système (relation d'Euler), en nous limitant aux termes du premier ordre en

$$\eta = 2\tau(r_1 + r_2)^{-\frac{1}{2}},$$

donne, pour le carré de la corde s qui joint les deux positions extrêmes de l'astre,

$$s^2 = 4\tau^2(r_1 + r_2)^{-1},$$

de sorte que le système (4) devient

$$(4') \qquad P_1\rho_1^2 + P_2\rho_1 + P_3 - 4\tau^2(r_1 + r_2)^{-1} = 0.$$

Si maintenant dans cette équation on remplace $r_1 + r_2$ par $2r$, ρ_1 par ρ et que l'on prenne

$$(5) \qquad P_1 = (\tau_2 a_1^{-1})^2 P'_1, \qquad P_2 = (\tau_2 \tau a_1^{-1}) P'_2, \qquad P_3 = (\tau^2) P'_3;$$

a_1 étant un rapport de déterminants, on obtient l'équation principale de la méthode Lagrange-Andoyer, savoir

$$(6) \qquad P'_1\rho^2 + P'_2\rho + P'_3 - 2r^{-1} = 0$$

et *vice versa*.

D'une façon générale on trouve que la première partie, qui est la plus importante des deux méthodes, donne des résultats identiques.

Toutes ces méthodes, appliquées au même exemple, nous ont conduit à une valeur de la quantité M, qui se trouve être exactement la même.

Quant à la méthode d'Olbers, ainsi modifiée, appliquée au calcul de l'orbite de la Comète 1913 *a*, elle nous a fourni comme écarts

		6.	7.	8.
1913 mai..........		6.	7.	8.
Obs. — Calcul.	$\Delta\alpha$......	$-0'',15$	$+0'',02$	$-0'',32$
	$\Delta\delta$......	$-0'',06$	$-0'',38$	$-0'',70$

et, comme éléments, un système qui est le plus voisin de celui obtenu pour l'orbite définitive de cette comète.

ACOUSTIQUE. — *Ultrasonoscopie*. Note de M. **André Denier**, présentée par M. René Leriche.

En dehors du domaine de la thérapeutique, où les ultrasons donnent des résultats heureux pour certains cas déterminés que j'ai particulièrement étudiés, il est intéressant d'utiliser les vibrations du quartz pour détecter et circonscrire une masse normale ou pathologique. Gohr et Wedekind ont fait à ce sujet des essais qui sont restés embryonnaires. La principale difficulté à vaincre, c'est de trouver un détecteur qui transforme les vibrations acoustiques en courant mesurable tout en éliminant l'émission propre du générateur de haute fréquence, qui couvre toute réception à cause de son voisinage immédiat et de la puissance d'émission.

Tous les amplificateurs connus amplifient plus la haute fréquence que le courant produit par le quartz lui-même. Tous les filtres de haute fréquence sont impuissants.

J'ai tourné la difficulté en acceptant le mal. La lame de quartz d'auscultation, qui est de même épaisseur que le quartz émetteur, est montée au bout d'un cylindre métallique dans lequel elle est sertie. Collée avec de l'arcanson, sur la face extérieure du quartz, une feuille d'aluminium de 2/100 de millimètre d'épaisseur est reliée à la masse. Sur la face interne une feuille d'aluminium d'épaisseur identique est reliée à un fil central de sortie isolé par des anneaux de micanite dans un conducteur métallique, souple, de large diamètre, relié à la terre.

Le conducteur central est amené à un oscillographe cathodique placé dans une cage de Faraday.

L'oscillographe comporte deux étages d'amplification; une fréquence harmonique est appliquée sur les plaques verticales et le fil central est relié aux plaques horizontales.

Le générateur d'ultrasons étant en marche, le spot lumineux de l'oscillographe donne une image de Lissajoux. Quand le quartz auscultateur est appliqué sur la région à examiner, l'image cathodique subit une déflexion en crochet, qui vient traduire visuellement le courant propre du quartz de

réception sur le fond de haute-fréquence. Cette déflexion est d'autant plus grande que le quartz récepteur absorbe plus d'énergie acoustique.

Muni de l'ultrasonoscope, on peut prospecter la direction et la zone où se propagent les ultrasons, car les fréquences acoustiques ne se propagent que dans un milieu de même densité. Par exemple, le projecteur étant appliqué sur la peau vaselinée au niveau du grand trochanter, les ultrasons sont perçus jusqu'à la malléole péronière, avec un centre plus marqué au niveau des condyles fémoraux. Appliqués sur une apophyse épineuse d'une vertèbre quelconque, ils sont décelés sur les crêtes iliaques et sur le front. Mais ainsi on peut, mieux que par l'auscultation et la percussion, détecter la projection cutanée d'un viscère, projection du cœur, de la rate, du foie.

C'est en pathologie que la recherche se montre pleine d'intérêt. On peut délimiter avec une grande précision un organe anormal, une anomalie pathologique, un épanchement pleural suspendu dans une scissure, une masse intrapulmonaire ou intraabdominale; on peut différencier une tumeur dépendant du foie ou du rein ou rattacher une masse pédiculée à son organe d'origine etc., c'est là une nouvelle porte ouverte à l'examen clinique car, malgré tous les moyens d'investigation actuels, il reste encore des cas où le diagnostic reste incertain. L'ultrasonoscopie permettra d'en diminuer le nombre.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Sur la constante d'attraction des molécules liquides à l'ébullition sous pression déterminée.* Droites rectrices des liquides. Note [1] de M. **Gabriel Duch**.

Nous avons montré [2] que, à l'ébullition sous pression déterminée, les molécules liquides s'attirent deux à deux avec la distance des centres D_i, et leur masse m, suivant la loi générale

$$(7)\qquad F = k^n m^2 D_i^{-n}.$$

La constante d'attraction k avait pour expression

$$(16)\qquad k = \left[\frac{1}{\Omega}\,\frac{A}{m^2}(2r)^{n+1}\right]^{\frac{1}{n}}.$$

En tenant compte du calibre [form. (5), *loc. cit.*] et de la masse M/N du granule,

$$(57)\qquad k = \left(\frac{A}{\Omega}\right)^{\frac{1}{n}}\left[\left(\frac{M}{N}\right)^{n-5}\left(\frac{\sqrt{2}}{D}\right)^{n+1}\right]^{\frac{1}{3n}},$$

relation où ne figurent que les variables fondamentales de la matière à l'état

---

[1] Séance du 25 février 1946.
[2] *Thèse de Doctorat*, Paris, 1937.

liquide (tension superficielle A, densité absolue D, masse moléculaire M, exponentielle d'attraction n, influence de voisinage Ω [form. (13), *loc. cit.*] et nombre d'Avogadro N). Posons

$$k\Omega^{\frac{1}{n}} = \psi = f\left(\frac{1}{n}\right), \tag{58}$$

la relation (57) peut alors prendre la forme logarithmique [3] :

$$\log\psi = \frac{1}{n}\log\left[\left(\frac{N}{M}\right)^{\frac{5}{3}}\left(\frac{\sqrt{2}}{D}\right)^{\frac{1}{3}}A\right] + \log\left(\frac{\sqrt{2}}{N}\frac{M}{D}\right)^{\frac{1}{3}}. \tag{59}$$

Ainsi $\log\psi$ serait fonction linéaire de $1/n$. Dans ces conditions, les liquides doivent se grouper dans le plan des variables $\log\psi$, $1/n$, suivant des droites, dites *rectrices*.

L'expérience doit nous permettre de caractériser les paramètres a et b de cette droite, d'équation

$$\log\psi = a + \frac{1}{n}b. \tag{60}$$

En égalant les expressions (59) et (60) nous pourrons obtenir la valeur de n

$$n = \frac{\frac{5}{3}(\log N + \operatorname{colog} M) + \frac{1}{3}(\log\sqrt{2} + \operatorname{colog} D) + \log A - b}{\frac{1}{3}(\log N + \log D + \operatorname{colog} M + \operatorname{colog}\sqrt{2}) + a}, \tag{61}$$

fixant ainsi sa valeur pour tous les groupes de liquides justiciables de la droite *rectrice* R.

Nous ne connaissions jusqu'ici pour déterminer l'exponentielle d'attraction d'un liquide donné que sa comparaison *mécanochimique*, avec un de ses homologues chimiques. Nous avons maintenant un moyen de plus, subordonné à la caractérisation de la rectrice à laquelle appartient le liquide donné; l'expérience nous donnera toutes les valeurs des variables fondamentales pour chiffrer n.

A une pression déterminée, toutes les *rectrices* des divers liquides de la chimie doivent former un réseau de droites. A chaque pression doit correspondre un réseau de droites différent, puisque n varie avec la température [4]. Ainsi une rectrice à pression déterminée doit appartenir à une famille de droites limitées au domaine d'existence de l'état liquide.

---

(3) De la relation (57) on déduit plus simplement

$$\psi = \left[A\left[\left(\frac{M}{N}\right)^{n-5}\left(\frac{\sqrt{2}}{D}\right)^{n+1}\right]^{\frac{1}{3}}\right]^{\frac{1}{n}}. \tag{58 bis}$$

(4) *Bull. Soc. franç. de Phys.*, 405, 1937.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Relation simple entre les énergies dissipées par hystérésis et courants de Foucault dans un solide de révolution.* Note ([1]) de M. **Gustave Ribaud**, présentée par M. Aimé Cotton.

Un solide ferromagnétique placé dans un champ de haute fréquence $H_0 \sin \omega t$ s'échauffe par hystérésis et par courants de Foucault. On peut se proposer de rechercher le lien entre les énergies dissipées par ces deux processus pour un corps de révolution dont l'axe oz coïncide avec la direction du champ. Nous envisagerons seulement le cas où la fréquence est assez élevée pour que l'épaisseur de peau soit faible; nous supposerons en outre le champ suffisamment petit pour que la perméabilité μ puisse être considérée comme constante. L'épaisseur de peau ε est donnée par la relation.

$$(1) \qquad \varepsilon = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\rho}{\mu f}} \qquad (\rho \text{ résistivité}; \; f, \text{ fréquence}).$$

Le cas d'un cylindre indéfini est particulièrement simple. Le champ H, dans l'épaisseur de la couche de peau, décroît en profondeur, à partir de la surface, suivant la loi exponentielle $H = H_0 e^{-x/\varepsilon}$; d'autre part la densité de courant à la profondeur x est donnée par la relation $4\pi\sigma = H/\varepsilon$. Dans un élément d'épaisseur dx et de hauteur unité (volume dV), l'énergie dW dissipée par courants de Foucault en une seconde peut s'écrire

$$(2) \qquad dW = \rho . \pi \, d\sigma^2 \, dx = \rho \frac{H^2}{16\pi^2\varepsilon^2} dV.$$

L'énergie dissipée par hystérésis, par unité de volume et par cycle, est, dans le volume considéré ci-dessus, égale à

$$\frac{1}{4\pi}\int \mathcal{B}\, dH = \frac{\mu}{4\pi} H^2 a,$$

a représentant l'aire du cycle pour $H = 1$. Dans l'élément dx, l'énergie dW dissipée par hystérésis en une seconde s'écrit, en tenant compte de la relation (1),

$$(3) \qquad dW' = \frac{dV . f}{4\pi} \mu H^2 a = \frac{dV}{4\pi} \frac{\rho H^2}{4\pi^2\varepsilon^2} a.$$

Les deux équations (2) et (3) fournissent immédiatement

$$(4) \qquad \boxed{\frac{dW'}{dW} = \frac{a}{\pi}.}$$

Un second cas intéressant à étudier est celui d'un disque circulaire, dont l'axe est dirigé dans le sens du champ. On démontre aisément ([2]) que, dans le métal,

([1]) Séance du 25 mars 1946.

([2]) G. Ribaud, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 726.

seul le champ radial H_x a une valeur notable; le champ normal H_z est négligeable. Si l'on désigne par z la profondeur à partir de la surface, le champ radial dans un élément $dx\,dz$ s'écrit $H_x = H_1 e^{-z/\varepsilon}$, et la densité de courant σ s'exprime encore par la relation

$$4\pi\sigma = \frac{H_x}{\varepsilon}.$$

L'énergie dissipée par courants de Foucault dans cet élément s'écrit

$$(2^{bis}) \qquad dW = \rho . 2\pi x \sigma^2 dx\,dz = \rho \frac{H_x^2}{16\pi^2\varepsilon^2} dV.$$

L'énergie dW' dissipée par hystérésis s'exprime encore par la formule (3) et la relation (4) subsiste.

Si l'on envisage maintenant un volume de révolution dont la génératrice en un point est oblique par rapport à l'axe, on démontre assez aisément que, dans l'épaisseur du métal, le champ normal est négligeable par rapport au champ tangentiel. L'application du théorème de Faraday et du théorème d'Ampère à un élément de longueur dl, dont la normale fait un angle θ avec l'axe, donne en effet, en appelant i la densité linéaire de courant dans l'élément et x le rayon

$$H_n = H_t \frac{\varepsilon}{x} \cos\theta \quad (^3) \qquad H_t = 4\pi i.$$

Le calcul de l'énergie dissipée par hystérésis dans l'épaisseur ε ne fait donc intervenir que le champ tangentiel, et le calcul, conduit comme ci-dessus, fournit encore la relation (4).

En résumé, si l'on considère un corps de révolution autour de la direction du champ, et si la fréquence est suffisante pour que l'épaisseur de peau soit petite par rapport aux dimensions du corps, pour les champs faibles, *le rapport entre l'énergie dissipée par hystérésis et celle dissipée par courants de Foucault est indépendant de la forme du corps, il est égal au quotient par* π *de l'aire du cycle* B, H *pour* H = 1..

MESURES ÉLECTRIQUES. — *Adaptation de la méthode de Maxwell-Wien à la comparaison précise des étalons d'inductance.* Note (1) de MM. **René Hérou** et **Miroslaw Romanowski**, présentée par M. Albert Pérard.

Quelques Laboratoires nationaux ont cherché à déterminer une *résistance* en fonction d'un *temps* et d'une *inductance* (2). Cette dernière était fournie

(3) Pour une sphère, H_n/H_t est égal à $\varepsilon/R \tan\theta$ (R, rayon de la sphère).

(1) Séance du 11 mars 1946.

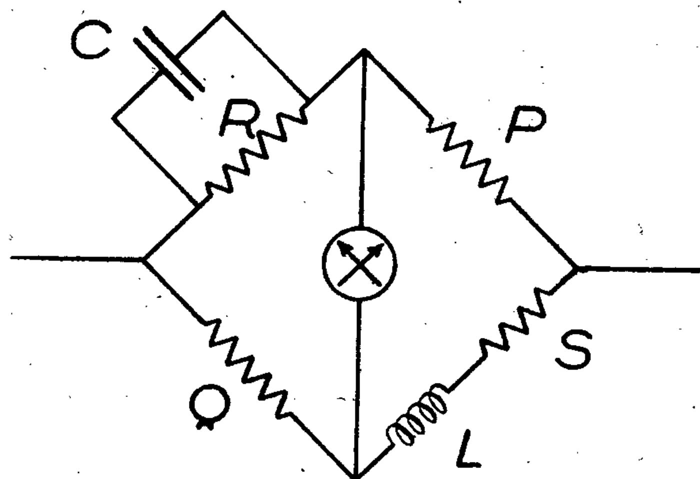
(2) Ne sont envisagées dans la présente Note que les méthodes utilisant l'inductance propre (self).

par une bobine hélicoïdale, à simple couche, dont la valeur en henrys (10^9 u. é. m. C. G. S. d'inductance) était calculée à partir de ses dimensions géométriques. Les résultats obtenus dans différents pays présentent entre eux des écarts atteignant plusieurs cent-millièmes. La cause de ces écarts réside probablement dans le fait qu'une bobine, même construite avec le plus grand soin, est un appareil dont les dimensions sont difficiles à définir et à mesurer avec une haute précision.

L'intercomparaison directe des inductances des bobines ayant servi aux mesures pourrait fournir un renseignement sur l'origine des divergences, à condition qu'elle soit effectuée avec une précision suffisante (par exemple non inférieure au cent-millième).

Les valeurs très différentes des inductances que l'on aurait à comparer ([3]) exigent une méthode de mesure permettant l'obtention d'une précision élevée même si le rapport des quantités à comparer est très éloigné de l'unité. Or les ponts classiques pour la comparaison des inductances inégales, comportant des bras d'impédances différentes, sont le siège de déséquilibres parasites importants dont les effets ne peuvent être éliminés avec suffisamment de précision.

Avec les modifications présentées dans cette Note, la méthode du pont Maxwell-Wien (qui semble n'avoir jamais été suggérée ou expérimentée pour le but en question) nous paraît devoir remédier à ces inconvénients; par l'emploi d'un condensateur fixe elle permet en effet la comparaison de deux inductances, de valeurs même très différentes, les quatre bras du pont restant



toujours égaux entre eux. L'équation d'équilibre du pont proposé ([4]), après compensation des capacités et inductances résiduelles de ses bras par un équilibrage préliminaire, est (*fig.*)

$$L = CPQ,$$

([3]) Par exemple l'inductance de la bobine du National Bureau of Standards de Washington (H. Curtis, G. Moon, M. Sparks, *Journal of Research*, octobre 1938, p. 404) est de 103 mH; l'inductance de la bobine du Laboratoire Central d'Électricité de Paris (R. Jouaust, M. Picard, R. Hérou, *Bulletin de la Société Française des Électriciens*, juillet 1938, p. 55) est de 18 mH.

([4]) R. Hérou, *Revue Générale d'Électricité*, 53, décembre 1944, p. 293.

où P et Q désignent des résistances pures, C la capacité fixe et L l'inductance mesurée.

La comparaison de deux inductances est donc faite par l'équation

$$L_1 : L_2 = (P_1 Q_1) : (P_2 Q_2),$$

où $P_1 \simeq Q_1$ et $P_2 \simeq Q_2$.

Dans un montage conçu en vue de l'obtention d'une précision maximum, P_1, Q_1, P_2, Q_2 devraient être constituées par des résistances du type de celles qui sont utilisées dans les Laboratoires de haute précision, pour réaliser le passage de l'unité aux multiples. Elles seraient variables par échelons de 1 ohm. L'équilibre serait donc prédéterminé d'abord à 1 ohm près et achevé au moyen d'un dispositif spécial consistant en une résistance fixe de 100 ohms (σ) shuntée par un condensateur variable (K). Un tel ensemble, placé en série avec la bobine à mesurer, introduit un terme $-\sigma^2 K$, très petit, associé à L_1 (ou L_2), variable d'une façon continue et susceptible d'être facilement connu avec la précision nécessaire.

La méthode a été expérimentée d'abord avec une fréquence de 1000 p:s et ensuite avec 100 p:s. Bien que les appareils fussent du type industriel (sélectionnés bien entendu), nous avons obtenu, dans la comparaison d'une inductance à une inductance double, une précision approchant du cent-millième. Cette inductance double était réalisée par l'addition de deux inductances sensiblement égales et rattachées à un étalon primaire de même valeur. Les résistances P_1, Q_1, P_2, Q_2 étaient des résistances fixes ajustées à des valeurs convenables avant les mesures. L'équilibrage du pont était obtenu au moyen du dispositif décrit plus haut, dont le fonctionnement s'est montré très satisfaisant.

Notre conclusion est qu'avec les perfectionnements matériels ci-dessus, on pourrait obtenir une précision sensiblement plus élevée et satisfaire ainsi pleinement aux exigences du problème que poserait la coordination internationale des étalons d'inductance.

ÉLECTROCHIMIE. — *Détermination des constantes de dissociation des acides aminés seuls ou en mélange.* Note (1) de M. **Serge de Mende**, présentée par M. Louis Hackspill.

Il a été signalé que les acides aminés en solution présentent des phénomènes d'association moléculaire. Le contrôle électrométrique de ce fait oblige à considérer des acides possédant des pK aussi éloignés que possible, ce qui, en général, est difficile à réaliser. C'est pourquoi il m'a paru intéressant de com-

(1) Séance du 18 mars 1946.

parer les propriétés électrométriques de l'asparagine et de la leucine à celles d'un mélange équimoléculaire de ces deux corps.

La mesure des constantes de dissociation a été faite par la méthode classique, aussi bien à l'électrode de verre qu'à l'électrode à hydrogène, à force ionique constante (sel neutre). Au point de demi-neutralisation d'un acide faible $pH = pK$.

Pour déterminer d'une façon plus précise la position du point d'équivalence, j'ai porté en abscisses non pas la quantité de soude ajoutée, mais le rapport $\alpha = N_{comb}/n_{max}$, N_{comb} désignant la quantité de soude effectivement combinée en équiv.-g/litre, n_{max} la quantité de soude correspondant à la fin du titrage

$$N_{comb} = N - \frac{[OH^-]}{f_{(OH^-)}},$$

si N représente la soude ajoutée, $[OH^-]$ l'activité des ions OH^- et $f_{(OH^-)}$ le coefficient d'activité de ces ions.

La valeur de $f_{(OH^-)}$ a été déterminée expérimentalement par addition de soude à un volume connu de ClNa 0,1 M et mesure du pH, et trouvée égale à 0,93 dans les conditions de l'expérience.

Pour plus de certitude la constante k a été également calculée :

$$K_{\text{constante vraie}} = \frac{[R^-][H^+]}{[RH]};$$

si l'on néglige $[H^+]$ devant $[OH^-]$, ce qui est légitime pour $pH > 8$, on obtient finalement

$$\frac{K}{f_{(R^-)}} = \frac{[N - (OH^-)][H^+]}{n_{max} - N + (OH^-)} = k_{\text{constante apparente}}.$$

Dans cette formule le symbole ( ) représente les concentrations. Les tableaux I et II résument les résultats expérimentaux et donnent la valeur de k pour chaque point de la courbe de titrage.

TABLEAU I. — *Titrage de la leucine* 0,01 M *à* 18°C.

N.	pH.	$[H^+]$.	$[OH^-]$.	(OH^-).	N_{comb}.	α.	$k.10^{-10}$.	pK.
0,0014	8,95	$1,12.10^{-9}$	$8,92.10^{-6}$	$9,59.10^{-6}$	0,0014	0,14	1,78	9,75
0,0021	9,16	$6,92.10^{-10}$	$1,45.10^{-5}$	$1,55.10^{-5}$	0,00209	0,209	1,81	9,74
0,0028	9,32	$4,79.10^{-10}$	$2,09.10^{-5}$	$2,24.10^{-5}$	0,00278	0,278	1,83	9,74
0,0035	9,45	$3,55.10^{-10}$	$2,82.10^{-5}$	$3,03.10^{-5}$	0,00345	0,345	1,88	9,73
0,0052	9,76	$1,74.10^{-10}$	$5,76.10^{-5}$	$6,19.10^{-5}$	0,00514	0,514	1,83	9,74
0,0070	10,05	$8,91.10^{-11}$	$1,12.10^{-4}$	$1,20.10^{-4}$	0,00688	0,688	1,96	9,71
0,0094	10,65	$2,24.10^{-11}$	$4,47.10^{-4}$	$4,80.10^{-4}$	0,00892	0,892	1,85	9,74

TABLEAU II. — *Titrage de l'asparagine* 0,01 M *à* 18°C.

N.	pH.	$[H^+]$.	$[OH^-]$.	(OH^-).	N_{comb}.	α.	$k.10^{-9}$.	pK.
0,00176	8,15	$7,08.10^{-9}$	$1,41.10^{-6}$	$1,51.10^{-6}$	–	0,076	1,50	8,82
0,00264	8,27	$5,38.10^{-9}$	$1,87.10^{-6}$	$2,00.10^{-6}$	–	0,264	1,51	8,82
0,00352	8,56	$2,76.10^{-9}$	$3,63.10^{-6}$	$3,90.10^{-6}$	–	0,352	1,49	8,83
0,00440	8,71	$1,95.10^{-9}$	$5,13.10^{-6}$	$5,51.10^{-6}$	–	0,440	1,52	8,82
0,00528	8,87	$1,35.10^{-9}$	$7,41.10^{-6}$	$7,96.10^{-6}$	0,005279	0,528	1,50	8,82
0,00660	9,12	$7,59.10^{-10}$	$1,32.10^{-5}$	$1,41.10^{-5}$	0,00658	0,658	1,47	8,83

Dans toute la zone de titrage, sauf pour les deux ou trois derniers points de chaque courbe, le pK calculé est bien constant et identique à la valeur trouvée en prenant le pH du point de demi-neutralisation. Dans les deux cas cette valeur est en bon accord avec celle donnée par les auteurs ([2]).

TABLEAU III. — *Mélange* 10^{cm^3} : *leucine* 0,01 M + 10^{cm^3}, *asparagine* 0,01 M à 18°C.

N.	pH.	$[H^+]$.	$[OH^-]$.	(OH^-).	N_{comb}.	α.	$k.10^{-9}$.	pK.
0,00088	7,89	$1,29.10^{-8}$	$7,76.10^{-7}$	$8,34.10^{-7}$	–	0,088	1,24	8,91
0,00176	8,22	$6,03.10^{-9}$	$1,66.10^{-6}$	$1,78.10^{-6}$	–	0,176	1,28	8,89
0,00264	8,59	$2,57.10^{-9}$	$3,89.10^{-6}$	$4,18.10^{-6}$	–	0,264	0,92	9,04
0,00352	8,79	$1,62.10^{-9}$	$6,17.10^{-6}$	$6,63.10^{-6}$	–	0,352	0,88	9,06
0,00420	9,00	1.10^{-9}	$1,0\ .10^{-5}$	$1,07.10^{-5}$	0,00419	0,419	0,72	9,14
0,00527	9,20	$6,31.10^{-10}$	$1,59.10^{-5}$	$1,70.10^{-5}$	0,00525	0,525	0,70	9,15
0,00660	9,46	$3,47.10^{-10}$	$2,88.10^{-5}$	$3,09.10^{-5}$	0,00657	0,657	0,66	9,18
0,00875	10,19	$6,46.10^{-11}$	$1,55.10^{-4}$	$1,66.10^{-4}$	0,00858	0,858	0,39	9,40
0,00967	10,52	$3,02.10^{-11}$	$3,32.10^{-4}$	$3,56.10^{-4}$	0,00931	0,931	0,49	9,39
0,01011	10,78	$1,66.10^{-11}$	$6,03.10^{-4}$	$6,49.10^{-4}$	0,00946	0,946	0,29	9,54

La variation constante de K, dans l'hypothèse d'un composé simple, montre que la formule utilisée pour le calcul de K ne peut pas s'appliquer. Il n'y a donc pas formation d'un composé nouveau et le mélange ne présente pas une constante de dissociation unique. On ne peut en aucun cas considérer le pH du point de demi-neutralisation comme étant un pK; toutefois il faut remarquer que sa valeur est égale à la moyenne arithmétique des pK de chacun des constituants du mélange, ce qui est bien conforme à la théorie du titrage de deux acides faibles, aminés ou non, établie par H. Simms ([3]).

ÉLECTROCHIMIE. — *Recherches sur le mécanisme de l'Électrolyse. Étude des coefficients de transfert d'énergie.* Note ([1]) de M. **Maurice Bonnemay**, présentée par M. Louis Hackspill.

La formule de R. Audubert, reliant la densité de courant à la surtension

$$\mathcal{J} = A e^{-\frac{W}{RT}} e^{\frac{\alpha F z \eta}{RT}} \left(1 - e^{-\frac{(\alpha+\beta) z F \eta}{RT}}\right), \tag{1}$$

([2]) Schmidt, *Journ. Biol. Chem.*, **90**, 1931, p. 161; Cannan, *Biochem. J.*, **24**, 1930, p. 945.

([3]) *J. Am. Chem. Soc.*, **48**, 1926, p. 1289.

([1]) Séance du 18 mars 1946.

fait intervenir deux constantes α et β qui sont les coefficients de transfert d'énergie se rapportant respectivement à l'ion déchargé et à l'ion solvaté. Les autres symboles ont les significations suivantes :

A, constante; W, énergie d'activation du processus de décharge; F, le Faraday; z, valence; η, surtension; R, constante des gaz parfaits; T, température.

La considération des courbes énergie potentielle-distance des complexes (électrode ion déchargé) et (électrode ion solvaté) permet, moyennant une hypothèse simplificatrice, d'exprimer α et β en fonction des pentes de ces courbes à leur point d'intersection I. L'hypothèse est la suivante :

Quand l'un des deux complexes précités subit une variation d'énergie, la courbe correspondante subit une translation parallèle à l'axe des énergies, d'amplitude égale à la variation d'énergie mise en jeu.

Dans ces conditions, on voit que, lorsque le système (électrode ion solvaté) subit la variation d'énergie ΔE, l'énergie d'activation de décharge est diminuée de $\alpha \Delta F$; $\alpha < 1$ (voir la figure : la variation fait passer la courbe 2 en 2′), par contre l'énergie d'ionisation W′ est augmentée de $\beta \Delta E$. Il a été montré que l'on a, à la limite,

$$\alpha + \beta = 1. \tag{2}$$

On peut facilement exprimer α et β en fonction des pentes des courbes au point I; en considérant une variation ΔE infiniment petite; on calcule en effet le déplacement du point I : 1° en fonction des pentes des courbes (1) et (2) en I; 2° en fonction de α et en égalant, on trouve

$$\alpha = 1 - \frac{1}{1 - \dfrac{\psi'_1}{f'_1}}, \tag{3}$$

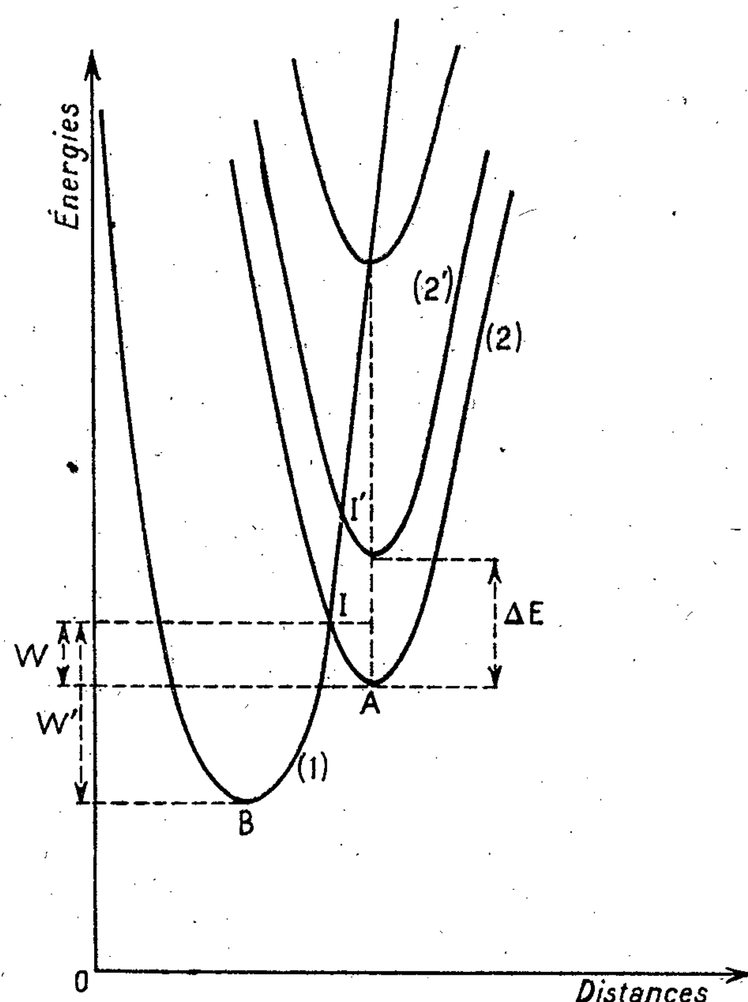
$$\beta = \frac{1}{1 - \dfrac{\psi'_1}{f'_1}}, \tag{4}$$

f'_1 et ψ'_1 exprimant respectivement les dérivées en I des fonctions représentant les courbes (1) et (2). Ces résultats permettent d'expliquer certains faits expérimentaux non interprétés par la formule (1), dans laquelle on suppose α et β constants :

1° On voit que α et β ne sont pas, en général, des constantes. Quand on observe pour ces grandeurs des valeurs fixes dans un certain domaine, c'est que le quotient ψ'_1/f'_1 reste fixe en raison de la forme des courbes (1) et (2); mais l'examen de la figure indique que, lorsqu'on opère dans des domaines de surtension tels que le point I est voisin du minimum A, pour lequel $\psi'_1 \to 0$, $\psi'_1/f'_1 \to 0$, on doit donc s'attendre à ce que la pente de la courbe surtension-courant, qui, pour des valeurs suffisantes de η, est proportionnelle à α, tende

vers zéro quand η devient grand. C'est bien ce que l'on observe expérimentalement.

2° En fait on voit que, lorsqu'on pousse l'expérience jusqu'à de grandes densités de courant, la courbe expérimentale se redresse brusquement, après



s'être infléchie, et que sa pente tend vers l'infini pour une valeur donnée de η. Ce dernier phénomène s'explique très simplement en considérant les courbes énergie-distance.

En effet, quand le point A, minimum de la courbe (2) vient se placer, par suite de l'activation due à la différence de potentiel électrode-solution sur la courbe (1), l'énergie d'activation de décharge W devient nulle et tous les ions peuvent se décharger; alors la surtension n'augmente plus avec la densité de courant.

En résumé, la considération des courbes énergie potentielle-distance permet de rendre complètement compte de l'allure des courbes de surtension expérimentalement observées, alors que la formule (1), dans laquelle on suppose α et β constants, ne rend compte que de la première partie de ces courbes.

CHIMIE MINÉRALE. — *Nouvelles recherches par la méthode micrographique sur l'oxydation du fer aux températures élevées.* Note (¹) de M. **Jacques Bénard** et Mlle **Odile Coquelle**, présentée par M. Paul Lebeau.

Dans un travail publié par l'un de nous avec M. G. Chaudron et Mme A. Michel (²), l'analyse thermomagnétique et les rayons X nous avaient permis d'établir l'influence prépondérante de la diffusion du fer sur la constitution des pellicules d'oxydes formées à la surface de ce métal. Nous nous proposons de montrer que l'examen micrographique, pratiqué sur des sections polies de ces pellicules, confirme les conclusions précédentes et apporte en outre des précisions sur le mécanisme de l'oxydation.

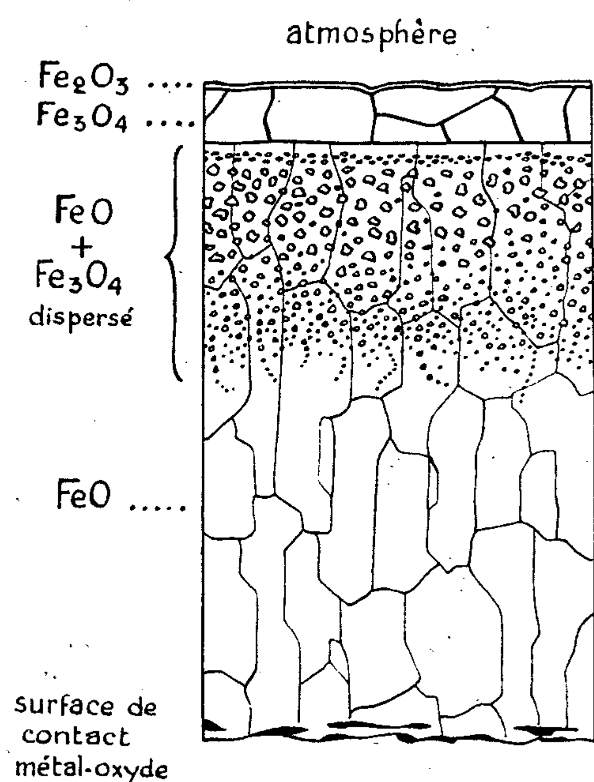


Fig. 1.

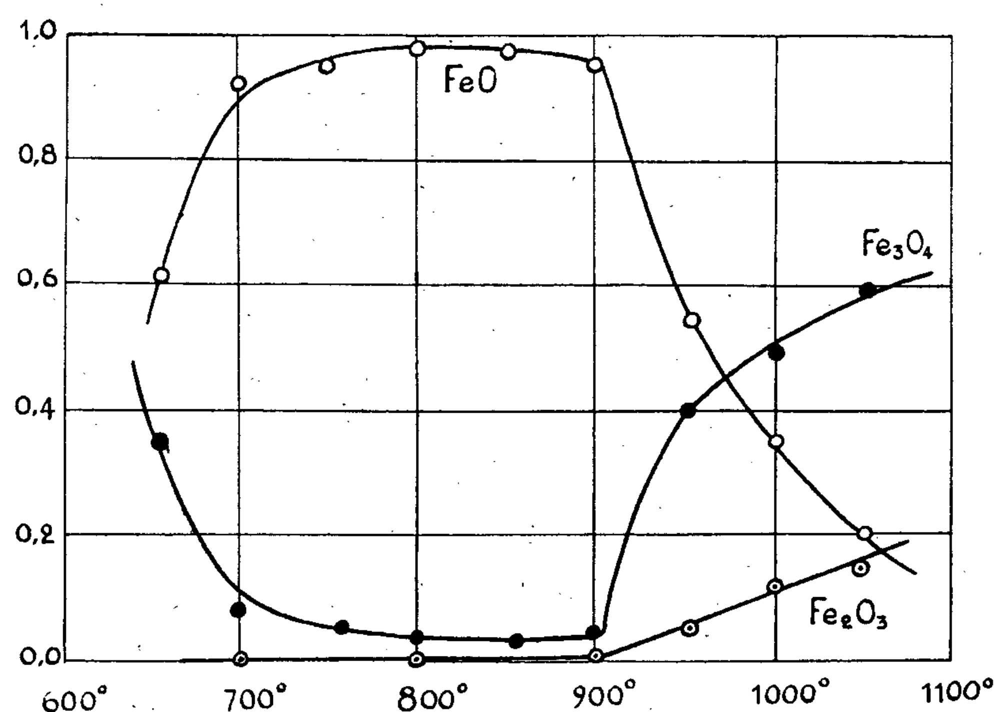


Fig. 2.

A la température de 900°, on observe (*fig.* 1), en partant de la surface externe :

1° une couche de Fe_2O_3 extrêmement mince;

2° une couche de Fe_3O_4 plus épaisse que la précédente et parfaitement continue;

3° une couche de FeO en contact avec le métal, dont l'épaisseur représente environ les 9/10 de l'ensemble de la pellicule, et constituée par de grands cristaux de forme fréquemment basaltique. Elle est le siège, à sa partie supérieure, d'une précipitation de Fe_3O_4 dispersé provenant de la sursaturation de FeO par l'oxygène.

Lorsque la pellicule est soustraite à l'influence de la diffusion du fer, soit

(¹) Séance du 25 mars 1946.

(²) Michel, Bénard et Chaudron, *Bull. Soc. Chim. France*, **10**, 1943, p. 1.

par un décollement provoqué au cours de sa formation, soit par la disparition du métal sous-jacent à la suite d'une oxydation prolongée, les oxydes Fe_2O_3 et Fe_3O_4 se développent très rapidement aux dépens de FeO. En particulier, un refroidissement passager suffit pour créer au contact métal-oxyde une discontinuité qui modifie le processus d'oxydation ultérieur. C'est pour cette raison que les pellicules formées à température variable, dont l'étude a été faite récemment par Belaïew ([3]), sont constituées presque exclusivement par l'oxyde Fe_2O_3.

Lorsqu'on modifie la température d'oxydation, on retrouve les mêmes constituants qu'à 900°, mais en proportion différente. Nous avons figuré sur un graphique (*fig.* 2) les variations des épaisseurs relatives des trois couches fondamentales (Fe_2O_3, Fe_3O_4, FeO) en fonction de la température, pour une durée d'oxydation de 5 heures. Ce graphique présente deux particularités :

1° Au voisinage de 900°, les trois courbes présentent un brusque changement d'allure. Les oxydes Fe_2O_3 et Fe_3O_4, qui ne représentaient à 900° et au-dessous qu'une faible proportion de l'épaisseur de la pellicule, se développent rapidement aux dépens de FeO. Ce changement de structure est dû à un ralentissement de la diffusion du fer, en relation avec la transformation $\alpha \rightleftharpoons \gamma$ à 910°. On doit donc admettre que le passage du fer à la surface de contact fer α — FeO est plus facile qu'à la surface de contact fer γ — FeO.

2° Au-dessous de 750°, l'oxyde Fe_3O_4 se développe également, mais cette fois progressivement aux dépens de FeO qui est envahi par le précipité. Le ralentissement de la diffusion du fer, qui en est la cause, n'est pas dû dans ce cas à la nature du contact métal-oxyde, mais à la diminution de la solubilité du fer dans FeO, établie par l'un de nous antérieurement ([4]). La migration des atomes de fer dans le réseau de l'oxyde est en effet subordonnée à l'existence d'un domaine de solubilité, et d'autant plus facile que celui-ci est plus étendu.

La méthode micrographique permet d'autre part de tracer des courbes de croissance des différents constituants à température constante.

CHIMIE THÉORIQUE. — *Sur l'influence des éléments hétérocycliques et des substituants (cas du méthyle) en mésomérie.* Note ([1]) de M. **Raymond Daudel.**

Hückel ([2]) puis Pauling ([3]) ont étudié ces questions du point de vue de la méthode des orbites électroniques. Ce dernier introduisant des grandeurs,

([3]) *Bull. Soc. Française Minéralogie*, **64**, 1942, p. 200.
([4]) Bénard, *Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 912.

([1]) Séance du 28 janvier 1946.
([2]) *Z. Physik*, **72**, 1931, p. 310.
([3]) Wheland et Pauling, *Journal of the American Chemical Society*, **57**, 1935, p. 2086.

d'ailleurs arbitraires, pour représenter l'effet perturbateur, a pu obtenir quelques résultats quantitatifs. M[me] Pullman ([4]) a proposé, en utilisant des bases analogues, un procédé de calcul semi-empirique du diagramme des corps substitués ou hétérocycliques à l'aide de la méthode de la mésomérie.

Nous voulons ici proposer :

1° *une hypothèse simple* qui permet d'évaluer *quantitativement* le rôle des éléments hétérocycliques ou des substituants simples *à l'aide de la méthode de la mésomérie;*

2° *une théorie de l'effet orientateur du méthyle.*

Exemple de la pyridine. — La pyridine peut être représentée à l'aide des formules électromères suivantes :

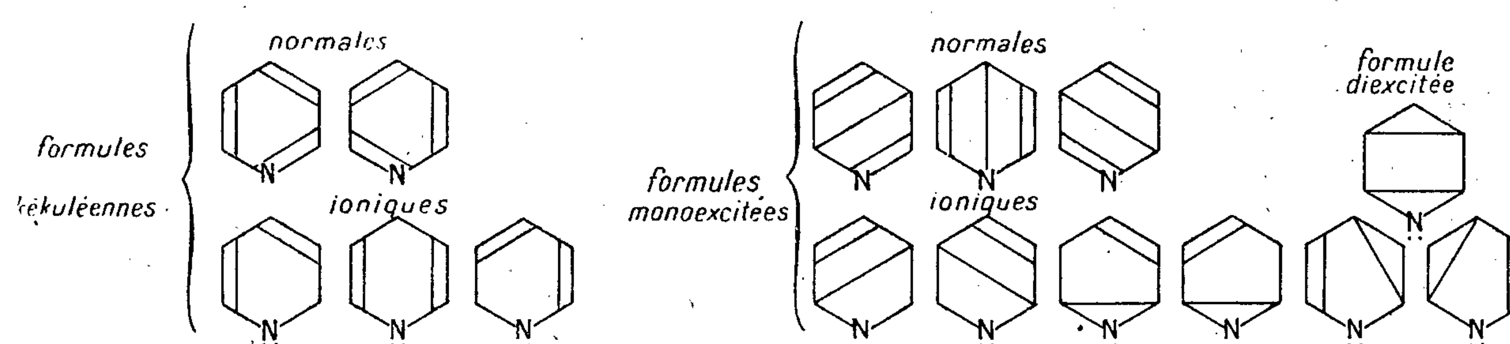


Fig. 1.

Nous négligerons la formule diexcitée et nous supposerons que dans chaque famille de formules le rapport entre le poids total des formules ioniques et celui des formules normales égale le rapport entre le poids des formules hétéropolaires et celui des formules homopolaires dans le cas de l'azote simplement trilié au carbone. La méthode de Pauling ([5]) donne, pour ce dernier rapport, la valeur 0,22. En construisant un diagramme dont *les zones sont définies comme limitant des domaines qui engloberaient des charges toutes égales dans la représentation d'un cycle purement éthylénique, on obtient la figure suivante* :

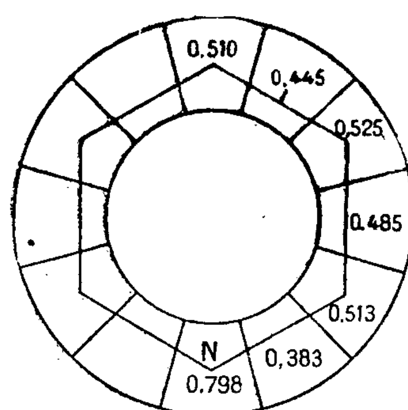


Fig. 2.

Les charges au voisinage des sommets sont : 0,510 en para; 0,513 en ortho; 0,525 en méta.

([4]) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 392.

([5]) *The nature of chemical bond*, p. 69.

On voit que les sommets méta sont les plus chargés. Ils devront être les plus réactifs. *L'azote oriente donc ici en méta.* Notons que la charge des régions méta est ici à peu près égale à celle d'une région benzénique. On doit donc s'attendre, de la part de la pyridine, à une réactivité assez voisine de celle du benzène. C'est bien ce que l'expérience nous a appris.

Exemple du toluène. — Le cas du toluène nous montrera comment on peut étudier l'action du méthyle sur la mésomérie d'un corps. Pauling (6) a remarqué que l'effet du méthyle était, dans le cas du toluène, contraire à ce que l'on pouvait attendre et a pensé que cela était sans doute dû à un effet de résonance. On peut trouver cet effet de résonance en admettant que le méthyle est comparable à une triple liaison (7), ce qui est un peu le point de vue de Mulliken (8). Voici alors les principales formules mésomères qu'il convient d'adopter :

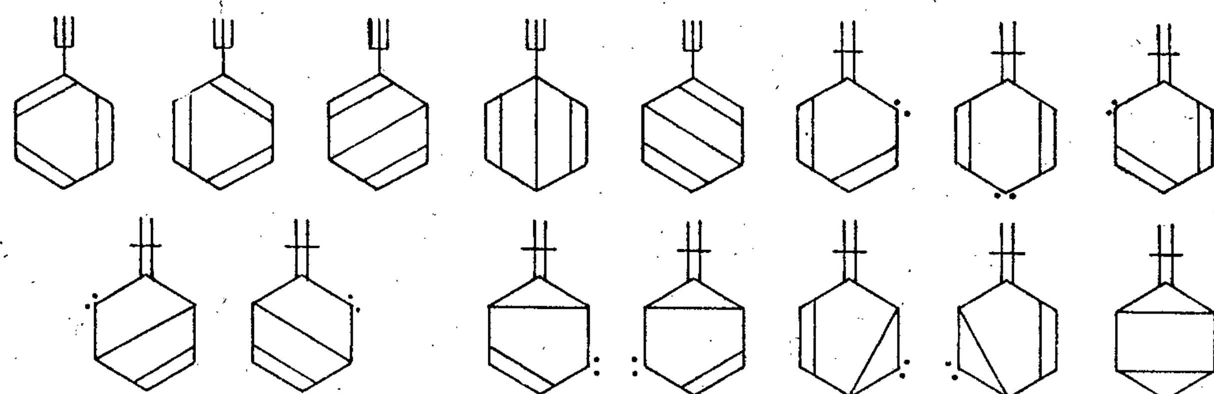


Fig. 3.

Elles rendent effectivement compte de l'effet orientateur du méthyle en ortho et en para, dans le cas considéré.

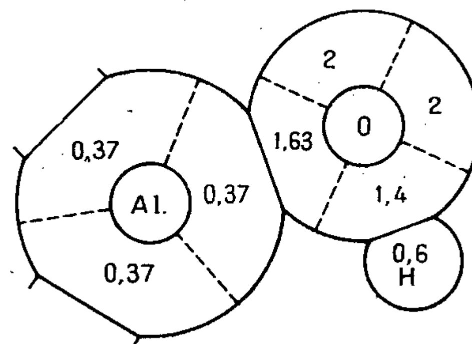
CHIMIE THÉORIQUE. — *Introduction de l'interaction entre liaison dans les diagrammes moléculaires en chimie minérale.* Note (1) de Mme PASCALINE DAUDEL.

Nous avons montré (2) comment il est possible de construire en chimie minérale des diagrammes moléculaires analogues à ceux que construisent en chimie organique R. Daudel et A. Pullman (3). Nous avons négligé dans ces diagrammes l'interaction entre les différentes liaisons aboutissant à un même atome. On peut introduire de façon approchée cette interaction. Nous montrerons comment on peut y aboutir sur un exemple. Sans interaction, le

(6) *Ibid.*, note de la page 150.
(7) Cette idée m'est venue à la suite d'une conversation avec M. Magat.
(8) *Journal of the American Chemical Society*, 63, 1941, pp. 41 et 1770.

(1) Séance du 28 janvier 1946.
(2) P. DAUDEL et R. DAUDEL, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 738.
(3) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 663.

diagramme de la molécule $Al(OH)_3$, s'écrit :



Remarquons que, vu de l'un des atomes d'oxygène, l'aluminium apparaît alors comme un ion $Al^{+2(0,63)}$, soit encore $Al^{+1,26}$.

Par analogie à ce qu'admet Pauling, pour l'ion N^{+}, nous pouvons admettre que l'électronégativité de $Al^{+1,26}$ dépasse celle de Al de la quantité $0,3 \times 1,26$. L'électronégativité de $Al^{+1,26}$ peut donc être prise égale à 1,86 environ.

De même l'oxygène, vu de l'aluminium, apparaît comme un ion $O^{-0,4}$ d'électronégativité.

$$3,5 - (0,3 \times 0,4) = 3,38.$$

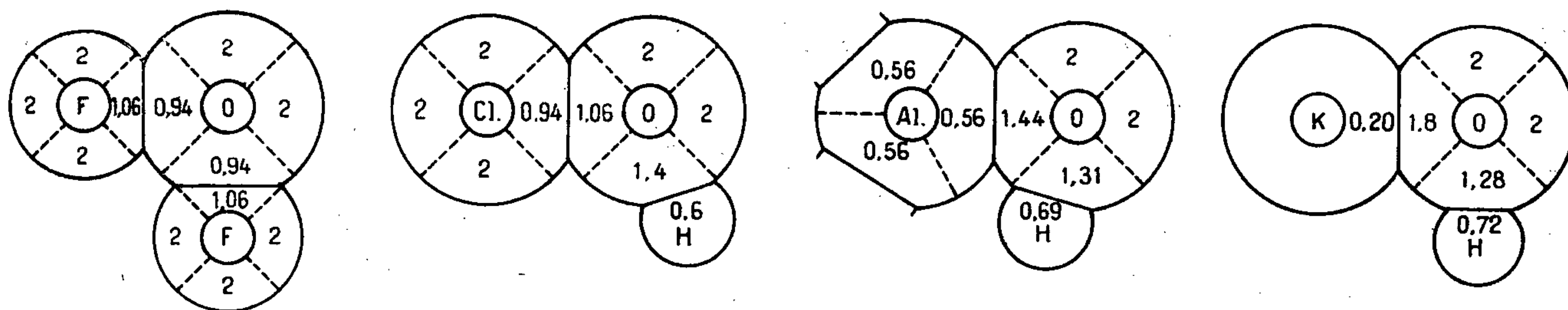
Finalement, chaque liaison Al-O voit, sous l'influence de l'interaction des deux autres liaisons Al-O et sous l'influence des liaisons OH, son caractère d'hétéropolarité s'abaisser à 0,44.

L'oxygène, vu de l'hydrogène, apparaît comme un ion $O^{-0,63}$ d'électronégativité approximativement égale à 3,32, et la liaison OH voit son caractère d'hétéropolarité s'abaisser à 0,31.

On pourrait pousser plus loin ce calcul d'approximation par itérations successives. Nous ne pensons pas qu'il soit raisonnable de dépasser l'approximation 1, étant donné le peu de précision que l'on peut espérer, en général, de la méthode même des diagrammes moléculaires.

On voit cependant déjà que l'interaction entre liaisons ne fera que diminuer le caractère d'hétéropolarité des liaisons et nous retrouvons ([4]) encore, d'une nouvelle façon, le fait que la covalaffinité d'un élément doit croître avec sa valence.

Nous donnons ci-après les diagrammes relatifs à F_2O, ClOH, $Al(OH)_3$, KOH, compte tenu de l'interaction.



On remarque que dans F_2O, les électrons de liaison sont bien déplacés du

---

([4]) R. Daudel et P. Salzédo, *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 972

côté fluor et que ce fait vient quantitativement confirmer les hypothèses que nous avons formulées pour démontrer que ce composé ne peut être un anhydride ([5]).

Dans les autres composés, le déplacement électronique s'effectue du côté de l'oxygène.

En symbolisant par $M(OH)_n$ ces composés, nous pouvons former le tableau suivant :

	Poids des formules hétéropolaires pour la liaison	
Composé.	MO.	OH
ClOH	0,06	0,40
$Al(OH)_3$	0,44	0,31
KOH	0,80	0,28

On voit que, de ClOH à KOH, le caractère hétéropolaire de la liaison MO croît, tandis que celui de la liaison OH décroît.

Pour ClOH, c'est la liaison OH qui est de beaucoup la plus hétéropolaire. On comprend donc que ce soit elle qui se brise et que, par conséquent, ClOH soit un oxacide.

Pour KOH, c'est le contraire et l'on comprend que cette molécule soit une base.

$Al(OH)_3$ présente des liaisons MO et OH ayant à peu près même caractère hétéropolaire, ce qui semble en bon accord avec ses propriétés amphotères.

Ce que nous voulons retenir de ces faits, c'est qu'il semble que, de l'étude statique effectuée dans le vide, d'une molécule donnée, on pourra tirer d'intéressantes conclusions quant à son comportement dans l'eau.

CHIMIE ORGANIQUE. — *De l'action comparée des lithiens et des magnésiens sur les cétones.* Note de MM. **Gustave Vavon** et **Henri Colin**, présentée par M. Marcel Delépine.

Si l'action normale des magnésiens sur les cétones conduit aux alcools tertiaires, il existe cependant des cas où la réaction prend un autre cours et donne comme produit principal, l'alcool secondaire formé par l'hydrogénation de la cétone. Ceci se produit en particulier lorsque l'alcool tertiaire envisagé présente un fort encombrement stérique au voisinage de la fonction et que le magnésien peut perdre HMgX et donner un carbure éthylénique. C'est le cas du magnésien de l'iodure d'isopropyle, du bromure d'isobutyle opposés à la cyclohexanone ([1]), de celui du bromure de cyclohexyle avec la benzophénone

([5]) R. Daudel et P. Salzédo, *Revue Scientifique*, n° 3228, janvier 1944, p. 35 à 38.

([1]) *Bull. Soc. Chim.*, 3e série, 33, 1905, p. 74; *Comptes rendus*, 141, 1905, p. 298.

et la dicyclohexylcétone, de celui du chlorure et du bromure d'isopropyle ([2]), du chlorure de pseudobutyle avec la diisopropylcétone ([3]).

Nous avons pensé que ces alcools tertiaires, presque inaccessibles par les magnésiens, le seraient peut-être plus facilement par les lithiens et ceci pour deux raisons : 1° l'encombrement dans le produit d'addition à former est moindre pour le lithien, Li étant plus petit que le groupe MgX; 2° la réactivité des lithiens est supérieure à celle des magnésiens, comme le montre en particulier leur action sur le gaz carbonique : avec le magnésien la réaction s'arrête à l'acide, tandis qu'avec le lithien elle se poursuit jusqu'à la cétone par addition de 2^{mol} de lithien sur une de CO^2.

Ces prévisions se sont réalisées; mais nous avons été devancés dans cette voie par Young et Robert ([4]), qui ont obtenu par les lithiens certains alcools tertiaires, dont le triisopropylcarbinol cité ci-dessous. Aussi, bien que notre étude soit inachevée, donnons-nous dès maintenant les résultats obtenus sur quatre couples choisis parmi ceux qui ont été cités plus haut : lithiens isopropylique et pseudobutylique sur la diisopropylcétone, lithiens isopropylique et isobutylique sur la cyclohexanone.

Les rendements ont été quasi constants, 50 à 58 % en produit distillant, après deux rectifications, sur 2 degrés.

Résultats. — Les préparations sont faites sous azote dans l'éther de pétrole 30-45°. Les deux réactifs sont employés en quantité équimoléculaire, le lithien étant au préalable titré avec l'acide sulfurique.

I. *Lithien isopropylique et diisopropylcétone* (0,165 mol). — Triisopropylcarbinol ($C_{10}H_{22}O$) $13^g,5$, $É_{13}$ 77-79°; Rdt 53 %; d_{19} 0,8616; n_D^{19} 1,4478; R_m, trouvé 49,06; calculé 49,92.

Analyse. — Trouvé % C 75,74; H 13,70; calculé C 75,95; H 13,92.

Young et Robert ([4]) donnent $É_{30}$ 106-108°; n_D^{20} 1,4476; d_{20} 0,874.

II. *Lithien pseudobutylique et diisopropylcétone* (0,17 mol). — Diisopropylpseudobutylcarbinol ($C_{11}H_{24}O$) 16^g, $É_{10}$ 88,5-91°; Rdt 58 %; d_{19} 0,870; n_D^{19} 1,4560; R_m trouvé 53,72; calculé 54,54.

Analyse. — Trouvé % C 76,24; H 14,49; calculé C 76,74; H 13,95.

Cet alcool a été obtenu par Bartlett et Schneider ([5]) par le dérivé organosodique avec un rendement de 5,7 %, $É_{27}$ 103-104°; n_D^{20} 1,4559.

III. *Lithien isopropylique et cyclohexanone* (0,14 mol). — Isopropylcyclohexanol ($C_9H_{18}O$) $9^g,9$; $É_{10}$ 76-79°; Rdt 50 %; d_{19} 0,928; n_D^{19} 1,4683; R. M. trouvé 42,57 %; calculé 43,10.

Avec le magnésien et la cyclohexanone, Sabatier et Mailhe n'ont obtenu que le cyclohexanol ([1]). Auvers et Ellinger, par contre, ont obtenu l'alcool tertiaire, mais n'indiquent pas le rendement ([6]), $É_{754}$ 176°; $n_D^{15,5}$ 1,4642.

([2]) Stas, *Bull. Soc. Chim. Belge*, **34**, 1925, p. 188; **35**, 1926, p. 379.
([3]) Conant et Blatt, *J. Am. Chem. Soc.*, **51**, 1929, p. 1227.
([4]) *J. Am. Chem. Soc.*, **66**, 1944, p. 1444.
([5]) *Am. Chem. Soc.*, **67**, 1945, p. 141.
([6]) *Ann. Chem.*, **387**, 1912, p. 283.

IV. *Lithien isobutylique et cyclohexanone* (0,16 mol). — Isobutylcyclohexanol ($C_{10}H_{20}O$) 12g,5; $É_{10}$ 90°-91°; Rdt. 50 %; d_{19} 0,909; n_D^{19} 1,4644; R. M. trouvé 47,36; calculé 47,72.

Analyse. — Trouvé % C 77,13; H 12,76, calculé C 76,92; H 12,82.

Sabatier et Mailhe (1), par les magnésiens, n'ont obtenu que des rendements de 10 % en alcool tertiaire.

Afin de vérifier qu'il n'y a pas eu d'isomérisation pendant la condensation et que les alcools ci-dessus sont bien des alcools tertiaires, nous avons étudié leur facilité de déshydratation par l'acide sulfurique et d'oxydation par l'acide chromique en suivant les techniques données par l'un de nous avec Barbier (7) et Zaremba (8).

Déshydratation. — Temps pour 30 % de la réaction à 60° (mélange de poids égaux d'alcool et d'oxyde de butyle avec 3 % d'acide sulfurique) : triisopropylcarbinol, 29 min.; pseudobutylcarbinol, 30 min.; isopropylcyclohexanol, 80 min.; isobutylcyclohexanol, 55 min.

L'alcool secondaire, le *n*-dibutylcarbinol, dans les mêmes conditions, *n'a rien donné de mesurable au bout de* 168 *heures*.

Oxydation. — Elle est faite par l'acide chromique dans l'acide acétique aqueux à 75 % (température 39°; concentration N/200 pour l'alcool et Cr_2O_6). Temps pour 25 % de la réaction : triisopropylcarbinol, 800 min.; pseudobutyldiisopropylcarbinol, 1000 min.; isopropylcyclohexanol, 900 min.; pseudobutylcyclohexanol, 873 min. Le temps correspondant est de 35 minutes pour le *n*-dibutylcarbinol.

Ces résultats, joints aux précédents [(7) et (8)], montrent que les alcools obtenus par les lithiens sont bien des alcools tertiaires.

Nous poursuivons cette étude sur l'action des lithiens avec les cétones et les éthers-sels.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparation de composés hydrofuranniques*. Note (1) de MM. **Jean Colonge** et **Pierre Garnier**, présentée par M. Marcel Delépine.

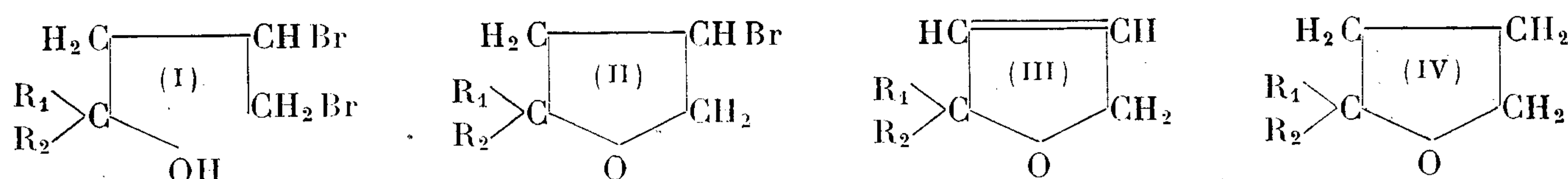
En traitant le dibromo-3.4 butanol-1, en solution éthérée, par la potasse, H. Pariselle (2) a obtenu le bromo-4 tétrahydrofuranne.

Récemment Ou Kiun-Houo (3) a appliqué la même réaction aux alcools secondaires dibromés du type $R.CHOH.CH_2.CHBr.CH_2Br$; les rendements en alcoyl-2 bromo-4 tétrahydrofurannes sont mauvais.

(7) Vavon et Barbier, *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, **49**, 1931, p. 567.
(8) Vavon et Zaremba, *Bull. Soc. Chim.*, **49**, 1931, p. 1853.

(1) Séance du 25 mars 1946.
(2) *Ann. de Chim.*, **24**, 1911, p. 370.
(3) *Ann. de Chim.*, **13**, 1940, p. 230.

Les dialcoylallylcarbinols et, par suite, les alcools tertiaires dibromés du type I, peuvent être aisément préparés; nous avons donc essayé d'appliquer à ces derniers l'action de la potasse; comme avec les alcools secondaires précédents, nous n'avons obtenu que des rendements extrêmement faibles en *dialcoyl*-2.2 *bromo*-4 *tétrahydrofurannes* (II), mais, en substituant la quinoléine à la potasse, la réaction est d'une exécution simple et rapide et donne des rendements de 50 % de la théorie. L'emploi de la quinoléine permet d'opérer en milieu homogène et évite la formation d'eau qui provoque des réactions secondaires.



Les dialcoyl-2-2 bromo-4 tétrahydrofurannes sont des liquides très réfringents, légèrement lacrymogènes; ils perdent une molécule d'acide bromhydrique par distillation sur potasse caustique et conduisent, avec des rendements de 60 % de la théorie, aux *dialcoyl*-2-2 *dihydro*-2-4 *furannes* (III) qui sont des liquides très volatils, d'odeur éthérée, fixant le brome.

Par hydrogénation catalytique sur nickel Raney, en solution aqueuse ou hydrométhylalcoolique, à la température et à la pression ordinaires, les dialcoyldihydrofurannes précédents sont transformés en *dialcoyl*-2-2 *tétrahydrofurannes* bouillant environ 10° plus haut (rendement 50 à 70 % de la théorie).

Tous ces composés hydrofuranniques donnent des colorations avec le copeau de sapin humecté d'acide chlorhydrique selon la technique indiquée par Reichstein ([1]); la plupart donnent une coloration violet permanganate.

Diméthyl-2.2 *bromo*-4 *tétrahydrofuranne*. $É_{11}$ 51°; d_4^{15} 1,326; n_D^{15} 1,4704; R. M. obs. 37,6; R. M. calc. 37,1.

Méthyl-2 *éthyl*-2 *bromo*-4 *tétrahydrofuranne*. $É_{11}$ 66°; d_4^{15} 1,303; n_D^{15} 1,4761; R. M. obs. 41,7; R. M. calc. 41,7.

Diéthyl-2.2 *bromo*-4 *tétrahydrofuranne*. $É_{11}$ 82°; d_4^{15} 1,275; n_D^{15} 1,4794; R. M. obs. 46,07; R. M. calc. 46,3.

Diméthyl-2.2 *dihydro*-2.4 *furanne*. É 84°; d_4^{17} 0,854; n_D^{17} 1,4155; R. M. obs. 28,6; R. M. calc. 28,8.

Méthyl-2 *éthyl*-2 *dihydro*-2.4 *furanne*. É 108°; d_4^{15} 0,867; n_D^{15} 1,4276; R. M. obs. 33,2; R. M. calc. 33,5.

Diéthyl-2.2 *dihydro*-2.4 *furanne*. É 135°; d_4^{15} 0,876; n_D^{15} 1,4368; R. M. obs. 37,6; R. M. calc. 38,1.

Diméthyl-2.2 *tétrahydrofuranne*. É 93°; $d_4^{13,5}$ 0,846; $n_D^{13,5}$ 1,4088; R. M. obs. 29,2;

([1]) *Helv. Chim. Acta*, **15**, 1932, p. 1110.

R. M. calc. 29,3. Ce composé a déjà été obtenu par divers auteurs, mais différemment; en particulier, par Zelinsky (5) et par Kishner et Klawikordow (6).

Méthyl-2 éthyl-2 tétrahydrofuranne. É 119°; d_4^{15} 0,857; n_D^{15} 1,4218; R. M. obs. 33,7; R. M. calc. 33,9.

Diéthyl-2.2 tétrahydrofuranne. É 146°; $d_4^{15,5}$ 0,871; $n_D^{15,5}$ 1,4315; R. M. obs. 38,1; R. M. calc. 38,5. Ce composé a été préparé différemment par Wohlgemuth (7) et par Booseré (8).

CRISTALLOGRAPHIE. — *Spectres X en rayonnement rigoureusement monochromatique.* Note de M. **Adolphe-Jean Rose**, présentée par M. Charles Mauguin.

L'étude classique (Debye et Scherrer) de la diffraction des rayons X par un bâtonnet cylindrique placé suivant l'axe d'une chambre de révolution peut être considérablement améliorée si l'on emploie une source de rayons X linéaire, étroite et strictement monochromatique. Sans augmentation notable des temps de pose, on obtient, pour les substances bien cristallisées, des diagrammes à raies très fines, exempts de toute trace de diffusion due au fond continu, dans des conditions géométriques bien définies qui permettent une détermination précise des paramètres.

Un monochromateur à lame de quartz (face p) courbée (rayon de courbure 600mm) focalise les rayons $K\alpha_1$ et $K\alpha_2$ à l'entrée de la chambre. Une fente en calcite isole $K\alpha_1$ éliminant $K\alpha_2$ et les diffusions parasites. Pour une substance très absorbante (dans le cas d'une substance faiblement absorbante, on roule une mince couche de matière sur un support amorphe) un des bords des raies et non leur centre de gravité correspond aux rayons incidents tangents à la surface du bâtonnet. La largeur théorique totale des raies, pour une source ponctuelle, est

$$L = 2\rho(\cos\theta - \cos^2\theta),$$

ρ étant le rayon du bâtonnet, θ l'angle de Bragg.

Mesure des distances réticulaires. — La mesure correcte des distances réticulaires exige des précautions pour corriger les variations de longueur du support de la couche sensible et pour déterminer le diamètre exact de la chambre :

1° Avant le développement on photographie sur le film une règle étalonnée et graduée tous les 0mm,2.

2° Deux spectres, faits l'un avec le film dans la position habituelle, l'autre dans la position des diagrammes en retour, permettent par la mesure de la

(5) *Ber. d. chem. Ges.*, **34**, 1901, p. 3888.
(6) *Chem. Zent.*, II, 1911, p. 363.
(7) *Ann. de Chim.*, **3**, 1915, p. 173.
(8) *Bull. Soc. Chim. Belg.*, **32**, 1923, pp. 26-51.

distance entre deux raies identiques de connaître la longueur de la circonférence de la chambre. L'expérience montre que l'on mesure la longueur de la fibre moyenne du film.

Il faut en outre faire les corrections suivantes :

1° *Excentricité de la chambre.* — Si x est la valeur de la projection du décentrage sur la direction fenêtre d'entrée, centre de la chambre, l'erreur faite sur θ est égale à

$$\Delta\theta = \frac{x}{2R}\sin 2\theta.$$

La valeur x se trouve expérimentalement en comparant deux spectres obtenus avant et après avoir fait subir une rotation de 180° à la chambre tout entière.

2° *Divergence verticale du faisceau* (2α). — La correction à apporter à θ,

$$\Delta\theta = \frac{1}{2}\cot\theta.\alpha^2,$$

est négligeable, sauf pour les très faibles valeurs de θ.

3° *Hauteur du faisceau* ($2h$).

$$\Delta\theta = \frac{1}{2}\left[\sin 2\theta - \sqrt{\sin^2 2\theta - \frac{h^2}{R^2}\cos^2\frac{h}{R}}\right]\cos 2\theta.$$

4° *Grosseur du bâtonnet.* — On trouve que l'angle vrai θ_v est lié à l'angle mesuré θ_m par la relation

$$\operatorname{tang} 2\theta_v = \operatorname{tang}(2\theta_m - \sigma) - \frac{\sin\sigma}{\cos(2\theta_m - \sigma)}, \qquad \text{où} \quad \sigma = \frac{\rho}{R}.$$

Ce qui conduit à la correction

$$\Delta\theta = \frac{2\rho}{R}\cos^2\theta.$$

5° *Indice de réfraction.* — Si μ est l'indice de réfraction de la substance, la correction à apporter à θ est (formule de Darwin)

$$\Delta\theta = \frac{2(1-\mu)}{\sin 2\theta}.$$

Elle est très faible et joue en général sur quelques secondes d'arc.

Résultats expérimentaux. — Échantillon examiné, fil de cuivre recuit; diamètre de la chambre, $76^{mm},60$; excentricité, $0^{mm},12$; divergence verticale du faisceau, $2\alpha = 0,013$; hauteur du faisceau, $2h = 3^{mm}$; grosseur du bâtonnet, $2\rho = 0^{mm},8$; temps de pose, 30 min., le régime du tube alimenté sous tension pulsée étant de 18 kV eff. 9 mA; rayonnement employé, $K\alpha_1$ du cuivre; température, 21°.

La largeur expérimentale des raies s'échelonne de $0^{mm},08$ à $0^{mm},13$.

Les valeurs du paramètre calculées à partir des différentes valeurs de θ trouvées se rangent sur une droite peu inclinée dont l'extrapolation pour $\theta = 90°$ donne la valeur

$$a = 3,6073 \pm 0,0003\ \text{Å}.$$

PÉDOLOGIE. — *Note préliminaire sur les sols des monts Nimba (Afrique Occidentale française) dans leurs rapports avec la végétation.* Note [1] de M. **Raymond Schnell**, présentée par M. Auguste Chevalier.

L'opposition pédologique signalée par H. Scaëtta en 1938 [2] entre le Nimba Nord-oriental, couvert d'une carapace et le Nimba Sud-occidental, aux pentes argileuses, est manifestement due, comme nous le montrons par ailleurs, à l'érosion inégale subie par ces deux régions. Indépendante de la déforestation récente (puisqu'elle se prolonge sous certaines forêts primaires) et de l'orientation des versants, la carapace des monts Nimba recouvre les vestiges d'un ancien niveau d'érosion, particulièrement développés dans la partie Nord-Est de la chaîne et, se prolongeant sur les crêtes Sud-Ouest, elle s'y termine en corniche. Des sols jeunes, représentés par des argiles latéritiques, se rencontrent au contraire dans les régions décapées par l'érosion actuelle (ravins, pentes du massif Sud-Ouest). Dans le fond des anciennes vallées et sur les vastes contreforts en pente douce du pied de la montagne, la carapace est constituée par des conglomérats très ferrugineux à galets de quartzite, manifestement issus des dépôts laissés par des torrents anciens, antérieurs à la phase de creusement actuelle.

Dénudée ou subaffleurante dans la prairie des crêtes Nord-orientales et dans certaines savanes des bas contreforts, la dalle latéritique est recouverte d'un horizon argileux rougeâtre dans les régions aplanies et sur les contreforts encore boisés, structure qui paraît bien avoir été la structure primitive. Sous la forêt basse des crêtes Sud-Ouest, elle est recouverte par un sol humifère mince (1^{dm} environ) très noir, riche en débris organiques. Là où la crête s'élargit en plateau, le sol forestier comporte au contraire, au-dessus de la dalle latéritique, une couche d'argile rouge, pauvre en humus coloré dans sa région superficielle, et dont le niveau supérieur (qui renferme des débris de carapace) paraît bien provenir du lessivage des crêtes voisines, primitivement elles aussi couvertes d'un niveau argileux. Cette disparition de l'horizon argileux superficiel sur les crêtes paraît s'être faite à la faveur d'un régime non forestier [3]. Les sols humifères très noirs seraient alors des sols de néoformation, issus d'une reconquête des crêtes par la végétation, et la carapace représenterait l'horizon inférieur durci d'un sol ancien dont l'horizon supérieur argileux aurait localement disparu. Les vestiges de la stratification primitive,

---

(1) Séance du 18 mars 1946.

(2) *C. R. Soc. Biogéogr.*, 15, 1938, pp. 14-29.

(3) L'observation des ravins actuels du Nimba montre en effet qu'un sol argileux épais peut se maintenir sur des pentes très raides, pourvu que celles-ci soient boisées.

qui subsistent dans la carapace des régions supérieures, s'accordent avec une telle hypothèse. Par ailleurs la présence des conglomérats à galets de quartzite et l'existence très fréquente, dans les régions supérieures de la carapace, de débris de quartzite diversement orientés, resoudés par le ciment ferrugineux, sont autant d'arguments pour le durcissement ancien d'un sol meuble, peut-être argileux à l'origine.

Si cette hypothèse est exacte, il paraît possible d'entrevoir, dans l'histoire pédobotanique des monts Nimba, les phases suivantes :

1° époque ancienne, au cours de laquelle se forment de vastes dépôts torrentiels, qui constitueront les conglomérats des contreforts et des anciennes vallées. Il semble vraisemblable que toute la chaîne ait été alors recouverte d'un sol argileux;

2° individualisation d'un horizon concrétionné;

3° installation d'un nouveau cycle d'érosion ([4]) et d'un nouveau cycle de latéritisation, aboutissant aux argiles latéritiques rouges des vallées actuelles et des pentes du massif Sud-Ouest (où la carapace est entièrement enlevée par l'érosion). Ces sols jeunes sont dépourvus d'horizon concrétionné. Il semble que les crêtes supérieures abruptes, dénudées par lessivage de l'horizon supérieur argileux, soient, au cours de cette période, reconquises par la forêt montagnarde à mesure qu'un sol humifère se reconstitue sur la carapace.

C'est à ce stade qu'intervient l'action destructive de l'Homme, se manifestant par les défrichements (sur les basses pentes) et par les feux (sur les crêtes) ([5]); la forêt tend alors, de plus en plus, à se localiser dans les vallées actuelles et les régions décapées par l'érosion actuelle, où le sol argileux épais, l'humidité édaphique et l'existence de pare-feux naturels (corniches rocheuses) lui assurent une stabilité plus grande. Ainsi l'évolution actuelle du Nimba apparaît comme conditionnée par son histoire pédologique.

PÉDOLOGIE. — *Sur quelques types de sols dans les secteurs parisien et ligérien et leurs caractéristiques floristiques.* Note ([1]) de M. **Philippe Duchaufour**, présentée par M. Albert Michel-Lévy.

Les sols étudiés (85 coupes) sont classés en quatre séries de perméabilité croissante; dans chaque série la podzolisation va en croissant.

Première série. Roche mère très argileuse (Sologne, argiles plastiques). — Sols peu lessivés; horizon de *Gley* à 30 ou 40^{cm} de profondeur.

([4]) Le niveau des sources permanentes se situe vers 1300^{m} environ.

([5]) R. Schnell, *Bull. Soc. Hist. Nat. Afr. Nord*, 35, 1944, pp. 111-116.

([1]) Séance du 18 mars 1946.

A. *Sols bruns lessivés.* — Sauf sur sols drainés, chênaie dégradée avec Tremble et Bouleau passant à une lande très humide à *Molinia cærulæa* avec Ericacées (*Calluna vulgaris, Erica tetralix*); pH 5 à 5,5.

B. *Tourbières spongieuses.* — Dans les dépressions, les *Sphagnum* donnent naissance à une tourbe acide (pH 4,5 à 5) en contact avec le Gley.

DEUXIÈME SÉRIE. ROCHE MÈRE ARGILO-LIMONEUSE OU ARGILO-SABLEUSE (Sologne argileuse. Forêts de Chambord, d'Orléans). — Sols plus lessivés : horizon A_2 lessivé, plus ou moins décoloré, au-dessus du *Gley*, profond de 60 ou 80cm.

A. *Sols bruns lessivés à Gley.* — A_0 nul, A_1 humifère très réduit, A_2 brun jaunâtre; en dessous Gley; pH 5,5 à 6,5. Belle Chênaie de Chêne pédonculé, avec Charme et flore d'humus doux (*Glechoma hederacea, Arum maculatum, Geranium Robertianum*). Si le pH dépasse 6, on trouve des éléments neutrophiles, Érable champêtre, *Brachypodium sylvaticum, Geumurbanum.*

B. *Sols podzoliques à Gley.* — A_0 et A_1 peu épais, A_2 ocre pâle, parfois cendreux au sommet; pH 4,5 à 5. Chênaie de Chêne pédonculé (*Quercus pedunculata*) et de Chêne rouvre (*Q. sessiliflora*), avec *Aira flexuosa* et *Pteris Aquilina.*

C. *Podzols à Gley.* — A_0 et A_1 humifères, plus épais, A_2 cendreux, parfois blanc; pH 4 à 5. Chênaie dégradée à Ericacées (*Calluna vulgaris*, parfois *Erica Scoparia*), soit lande humide à *Molinia cærulæa* et Ericacées. Si le plan d'eau est profond, les Bruyères l'emportent sur la Molinie. Dans les dépressions, tourbières spongieuses à *Sphagnum.*

TROISIÈME SÉRIE. SOLS FORMÉS SUR ARGILE A SILEX OU A CHAILLES (Blois, Montargis, Harcourt). — Argiles à silex, à éléments fins, rendues perméables par les cailloux. L'horizon d'accumulation est ferrugineux (oxyde ferrique). Cette série est la plus acide de toutes.

A. *Sols bruns lessivés.* — A_1 très peu épais, A_2 brun jaunâtre; pH 5 à 5,5. Belle Chênaie de Chêne rouvre, avec Charme, à flore d'humus doux.

B. *Sols podzoliques.* — A_0 et A_1 encore peu épais; A_2 ocre pâle, parfois cendreux au sommet; pH 4 à 5. Chênaie en voie de dégradation, avec *Pteris Aquilina, Aira flexuosa* et souvent *Calluna vulgaris.*

C. *Podzols ferrugineux* A_2 *à horizon presque cendreux.* — A_0 et A_1 épais; pH voisin de 4. Cailloux toujours abondants. Chênaie très dégradée ou lande à *Calluna vulgaris.*

D. *Podzols humiques.* — A_2 cendreux presque blanc; un horizon d'accumulation humique au-dessus de l'horizon d'accumulation ferrique ; pH 4. Ces sols ne semblent exister qu'en climat à tendances plus océaniques (forêt d'Harcourt). Lande à Ericacées (*Vaccinium Myrtillus*) et *Pteris Aquilina*, normalement plantée de Pins Sylvestres (*Pinus Sylvestris*).

QUATRIÈME SÉRIE. ROCHE MÈRE SABLEUSE (Sologne sableuse, partie Est).

A. *Sols podzoliques.* — A_0 et A_1 peu développés; horizon d'accumulation

ferrique profond, par bandes; pH 4,5 à 5. Chênaie acidiphile à *Aira flexuosa*, soit Chênaie dégradée, à *Cladina sylvatica*, *Helianthemum guttatum*.

B. *Sols podzoliques évoluant vers le podzol humique.* — Sous des landes à Ericacées jeunes et régulièrement pâturées il se forme un début d'*alios* humique.

C. *Podzols à alios humique.* — A_0 et A_1 très noirs et très épais; A_2, jamais cendreux, masqué par de l'humus; alios humique B_1, peu compact; en profondeur, ancien horizon ferrique, en bandes, de la Chênaie (B_2); pH 4. Lande xérophile à *Erica cinerea*, *Calluna vulgaris*, *Cladina sylvatica*; parfois *Helianthemum alyssoides*.

GÉOLOGIE. — *Quelques considérations sur la genèse des minerais de fer oolithiques d'Hayange.* Note de Mlle **Simonne Caillère** et M. **François Kraut**.

Bien que la composition des minerais de fer oolithiques d'Hayange soit relativement simple et sensiblement identique dans les différents niveaux, quelques particularités minéralogiques et des variations notables de structure permettent de dégager des conclusions intéressantes relatives à leur genèse.

Tous ces minerais sont caractérisés par la prédominance des minéraux transparents sur les constituants opaques. Nous avons étudié des matériaux prélevés dans les couches grise, rouge, brune et verte, ainsi que dans l'accident magnétique que renferme le premier de ces horizons.

En ce qui concerne les éléments autochtones, la couche grise présente ici les traits habituels : les oolithes sont en limonite et en stilpnosidérite, le ciment est à la fois carbonaté et chloriteux. Ces minéraux sont mis en évidence par l'analyse thermique qui en outre indique leur importance dans la masse du minerai. Cependant la grande richesse en matériaux clastiques et leur nature minéralogique confèrent à la couche grise d'Hayange un faciès particulier. Alors que, dans les autres gisements du bassin de Briey, les fragments proviennent de formations ferrugineuses ayant à peu près les mêmes caractères que le milieu qui les englobe, nous observons ici un apport très important de quartz détritique. Les arêtes vives de ces fragments prouvent qu'ils n'ont pas été transportés sur une grande distance. D'autre part ils renferment un nombre considérable d'inclusions liquides qui laissent présumer leur origine éruptive. Les cristaux de quartz sont souvent corrodés et enrobés dans la masse de calcite; parfois il ne subsiste qu'un résidu de silice au centre de l'agrégat calcaire. On peut penser qu'une partie de SiO_2 ainsi mise en mouvement entre dans la composition de la chlorite.

Dans l'accident magnétique les fragments sont calcaires et chloriteux. La magnétite se forme simultanément dans les oolithes et dans le ciment par une série de substitutions bien visibles au microscope : calcite, chlorite, magnétite.

Dans la couche rouge le nombre des oolithes est relativement faible et le

quartz clastique y est si abondant que le minerai se rapproche d'un véritable grès. La chlorite fait défaut, les oolithes sont formées par des hydroxydes de fer et la gangue est calcique.

On retrouve dans la couche brune les mêmes minéraux que dans le niveau précédent, avec en plus un peu de chlorite. Les fragments de quartz sont toujours très nombreux et on les voit non seulement englobés directement dans le ciment, mais aussi au centre et dans l'enveloppe corticale des oolithes. La présence du quartz à la fois dans la gangue et dans les oolithes démontre que ces dernières se sont formées dans le milieu même où le minerai s'est consolidé.

Des inclusions de tourmaline dans ces fragments indiquent qu'ils proviennent, tout au moins en partie, de roches cristallophylliennes.

Une grande simplicité de composition caractérise la couche verte où l'on rencontre seulement deux minéraux : la stilpnosidérite et la sidérose associées à la fois dans les oolithes, dans les fragments et dans la gangue. C'est le seul horizon dans lequel on met en évidence le carbonate de fer par ses caractères de corrosion, ses indices de réfraction et son comportement thermique. On peut d'ailleurs expliquer sa genèse par un examen attentif des oolithes qui montrent presque toutes un remplacement important par la gangue carbonatée. Celle-ci a pu ainsi fixer le fer provenant de la stilpnosidérite et se transformer en sidérose. Enfin la couche verte n'a pas bénéficié d'apports de matériaux étrangers, elle a été construite exclusivement avec des produits formés *in situ*.

Il résulte de ces considérations que nous avons affaire à Hayange à des formations oolithiques dans lesquelles subsistent les caractères d'un sédiment détritique et où les processus de remplacement permettent d'esquisser l'évolution des éléments étrangers et autochtones.

HYDROLOGIE. — *Potentiel électrique de quelques eaux de Vichy. Courbe d'oxydation par l'hypochlorite de sodium.* Note (¹) de MM. **Léon Lescœur** et **André Corre**, présentée par M. Léon Binet.

Certaines eaux minérales à spécificité thérapeutique propre se révèlent par leurs compositions si voisines les unes des autres qu'il est parfois difficile de les différencier chimiquement. C'est le cas pour quelques eaux bicarbonatées sodiques, parmi celles qui sourdent à Vichy et dans les abords immédiats de la Station. Ces eaux possèdent à l'émergence un potentiel électrique de nature à les caractériser, au même titre que la conductivité électrique par exemple. Une électrode inaltérable plongée dans une eau minérale, acquiert un potentiel facilement mesurable par la méthode potentiométrique ordinaire.

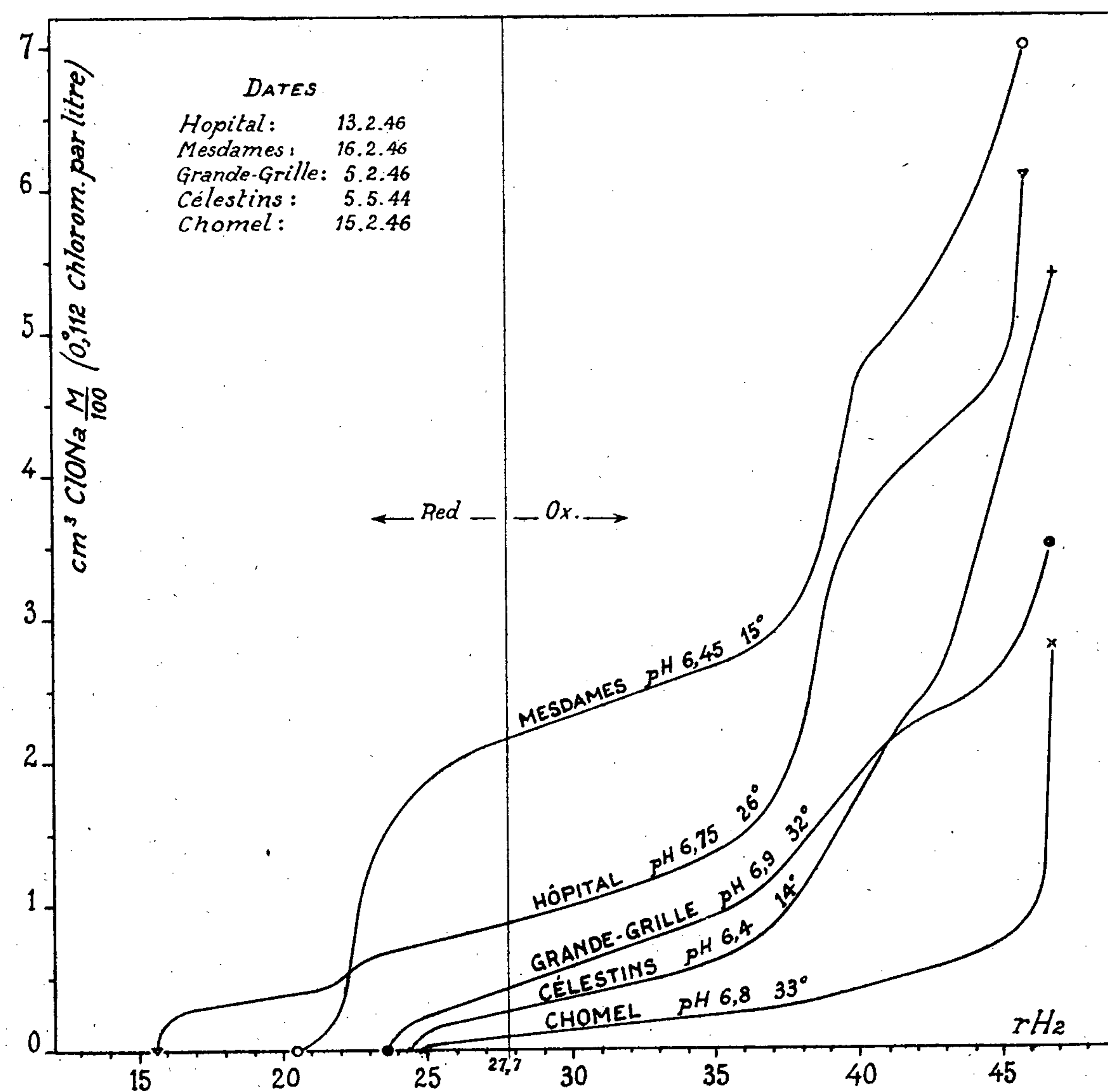
(¹) Séance du 25 mars 1946.

Rappelons que ce potentiel entre comme un des facteurs dans ce que J. L. Pech a appelé en 1926 *indice de nutrition*, donnée récemment reprise par Rimattéi ([2]).

Nos mesures ont été faites dans un délai aussi court que possible après le prélèvement. Celui-ci a été effectué à la source par siphonage, sous atmosphère de CO_2 et sans contact avec l'air, ainsi que les manipulations de laboratoire. L'eau remplit une pile électrode close de 250^{cm^3} réalisant la chaîne électrolytique : Pt poli-eau minérale-KCl saturé-pile au calomel, dont on détermine le potentiel E*ms*. La différence E*ms*-E cal. = E*h*, potentiel électrique proprement dit de l'eau minérale.

Sources.........	Hôpital.	Mesdames.	Grande-Grille.	Célestins.	Chomel.
E*h* (millivolts)......	+ 54	+ 210	+ 280	+ 323	+ 320

D'autre part le pH a été mesuré en électrode close, par la méthode de la pile à quinhydrone.



Le potentiel et le pH connus, S étant le facteur de correction de température

([2]) *Bull. Acad. Méd.*, **128**, 1944, p. 17.

([3]) *Arch. de Phys. Biol.*, **17**, 1943, p. 77.

selon Vlès ([3]), on exprime l'état d'oxydoréduction suivant la notation de Clark par la formule $rH_2 = 2\ pH + Eh/S$.

(Les valeurs du rH_2 à l'émergence sont celles qui correspondent dans les courbes ci-dessus aux points d'ordonnée o.)

Ces valeurs, toutes inférieures à rH 27,7, indiquent que ces eaux à l'émergence doivent être considérées comme des solutions réductrices par rapport à l'eau pure, quoique à des degrés divers. Il ne faut donc pas s'étonner si ces eaux sont altérables à l'air, par absorption d'oxygène. Cette altération d'ailleurs est due non seulement à l'oxydation du milieu, mais aussi au déséquilibre acide-base par perte de CO_2 (augmentation du pH).

Il est possible, sans modifier sensiblement le pH, de mettre au contact (en s'aidant au besoin d'un agitateur à palette) une solution oxydante et l'eau de Vichy, dont le pouvoir tampon est élevé.

Dans ces conditions nous avons enregistré les variations de potentiel en fonction d'un apport régulier fixé une fois pour toutes ($0^{cm^3},7$ par minute) d'une solution d'hypochorite de sodium, titrant 0,112 degré chlorométrique français et additionnée de bicarbonate de sodium.

Nous avons utilisé le dispositif d'inscription automatique des courbes, indiqué par Ch. Lapp et ses élèves ([4]) : relais amplificateur par pentode et galvanomètre très sensible, déplaçant suivant l'horizontale un spot lumineux qu'un miroir, tournant lentement sur lui-même à vitesse constante, réfléchit dans le sens vertical.

Comme on le voit, les eaux étudiées se différencient autant par leur courbe d'oxydation (par Cl ONa) que par leur potentiel à l'émergence.

On peut noter toutefois quelques points communs dans l'allure générale des courbes : un certain redressement de la pente dans le voisinage de rH_2 23 d'abord et de rH_2 39 ensuite. C'est sans doute la traduction d'effets tampons oxydoréducteurs, attribuables à la présence de fer dans la première bande, à celle de manganèse dans la deuxième.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Sur les méristèmes des racines aériennes des Orchidées.* Note de Mme **Panca Heim**, présentée par M. Roger Heim.

Les racines aériennes ou aquatiques de nombreuses plantes (Fougères, Aracées, Orchidées etc.) sont *vertes*, contrairement aux racines souterraines, toujours incolores. R.-J. Gautheret ([1]), ayant étudié des racines vertes

([4]) Paul Fischer, *Thèse de Pharmacie*, Strasbourg, 1938; Benoit Wurtz, *Thèse de Pharmacie*, Strasbourg, 1939.

([1]) *Recherches sur la formation de la chlorophylle dans les racines et la réduction des sels d'argent par les chloroplastes*, Paris, 1935, p. 24.

d'*Elodea canadensis*, a montré que leur méristème, incolore, est semblable à celui d'une racine banale; le verdissement dépend de la formation, dans les cellules en voie de différenciation, de chloroplastes amylifères semblables à ceux des tiges. Or les racines aériennes des Orchidées sont toujours vertes *jusqu'à leur extrémité*; nous avons donc recherché, en étudiant des coupes longitudinales d'extrémités vertes de racines aériennes d'Orchidées (*Phalænopsis, Cattleya, Vanda, Dendrobium, Aerides* etc.), les particularités cytologiques conditionnant ce caractère insolite.

Ces coupes révèlent que de tels méristèmes offrent une organisation *beaucoup plus différenciée* que celle des méristèmes incolores. Périblème et plérome y sont, jusqu'au sommet, nettement distincts. En effet, ces deux « feuillets », dont l'un (périblème) engaine l'autre (plérome), présentent l'un et l'autre quelques assises superficielles, formées de cellules peu différenciées, de type méristématique, à cytoplasme dense, recouvrant des assises de cellules différenciées, de type parenchymateux, pourvues d'une grande vacuole entourée d'une mince couche cytoplasmique. Les mitoses, peu nombreuses, n'ont lieu que dans les couches superficielles méristématiques, dont les cellules contiennent un chondriome presque homogène, formé d'un mélange de mitochondries, de chondriocontes et de très petits chloroplastes. Ceux-ci grandissent à peine dans les couches spécialisées sous-jacentes. Par contre, à mesure que l'on s'éloigne du sommet, on constate que les chloroplastes grossissent rapidement et atteignent leur dimension maximum. Cependant la coiffe, qui recouvre le sommet de la racine, est remplie de volumineux chloroplastes amylifères; cette coiffe desquame à une faible distance sous le sommet, mettant à nu la surface verte du périblème. La teinte uniformément verte de la région apicale de la racine est donc due, au voisinage même du sommet, aux chloroplastes de la coiffe, et immédiatement au-dessous, à ceux du périblème.

Ainsi donc, dans les racines aériennes des Orchidées, le point végétatif, constitué par les sommets superposés du périblème et du plérome, sans être dépourvu de chlorophylle comme celui des racines d'*Elodea* étudiées par Gautheret, ne contient qu'une faible quantité de ce pigment. Ce fait est cependant intéressant, car il est un des signes de l'état différencié de cette région. L'autre signe concerne la séparation très marquée signalée plus haut, des deux feuillets, dont chacun possède, en quelque sorte, une assise méristématique propre.

Ces *méristèmes différenciés*, si l'on peut ainsi s'exprimer, contrastent avec les méristèmes des racines ordinaires, dans lesquels périblème et plérome, tout entiers formés de cellules de type embryonnaire, sont presque confondus. Par contre ils ressemblent à ces mêmes méristèmes lorsque ceux-ci, inhibés et

tuméfiés par un agent mitoclasique (colchicine etc.), ont subi la différenciation décrite par G. Mangenot ([2]).

Ces données permettent de mieux comprendre la structure des méristèmes radiculaires; elles sont d'autre part aisément explicables, compte tenu du fait, établi par Gautheret, que le verdissement des racines à la lumière est conditionné par la présence, dans les tissus, d'une certaine teneur en sucre. Un méristème en voie d'active prolifération, et dont la respiration intense ne permet aucune accumulation glucidique, est incolore et indifférencié. Tout ralentissement de la prolifération, qu'il soit physiologique (racines aériennes) ou pathologique (racines colchicinées), implique une différenciation du méristème; il implique aussi, au moins dans les conditions physiologiques, un verdissement ([3]).

PHYTOCHIMIE. — *Sur les hétérosides digitaliques de* Tanghinia venenifera. Note de MM. **Marcel Frèrejacque** et **Victor Hasenfratz**, présentée par M. Richard Fosse.

Arnaud ([1]), à qui l'on doit la découverte de la tanghinine, précise que ce corps, à l'encontre de l'ouabaïne et de la strophantine, ne donne pas naissance, sous l'action des acides dilués, à un ose réducteur et qu'en conséquence la tanghinine n'est pas un hétéroside.

Nous avons montré ([2]) que la tanghinine d'Arnaud était un mélange de *tanghinine* vraie $C_{32}H_{46}O_{10}$ et de *désacétyltanghinine* $C_{30}H_{44}O_9$, corps se rattachant au groupe des digitaliques. On sait que la plupart des digitaliques sont des hétérosides ayant une génine en C_{23} : il était donc à présumer qu'il devait en être de même pour la tanghinine.

1. Nous avons donc repris l'étude de l'hydrolyse de la tanghinine en utilisant le mélange hydrolysant employé autrefois par Kiliani (eau 55^{cm^3}, acide acétique 35^{cm^3}, HCl 10^{cm^3}). Dans ces conditions la tanghinine et la désacétyltanghinine se scindent en une génine amorphe et en un *ose réducteur*, très soluble dans l'eau, que nous avons isolé à l'état cristallisé. Cet ose fond vers 127°; son pouvoir rotatoire, 9 minutes après dissolution dans l'eau, $[\alpha]_D$ —84°,9, augmente pour se fixer au bout de 24 heures à la valeur —33°,2. Acétylé en présence de pyridine, cet ose fournit un dérivé triacétylé $C_{13}H_{20}O_8$, F 103-104°, $[\alpha]_D$ —113° (CH_3OH); ces constantes sont voisines de celles du

---

([2]) *Recherches sur l'action des substances mitoclasiques* (*Actual. Sc.*, **915**, 1942, p. 64).
([3]) Les racines colchicinées présentent d'ailleurs un faible degré de verdissement.

([1]) *Comptes rendus*, **108**, 1889, p. 1255.
([2]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 149.

triacétylthévétose, préparé par l'un de nous ([3]) à partir de la nériifoline de *Thevetia neriifolia*.

La comparaison directe des oses retirés de la tanghinine et de la désacétyltanghinine d'une part, et de la nériifoline d'autre part, et celle de leurs dérivés acétylés nous ont permis de constater l'identité de ces oses : l'ose de la tanghinine et de la désacétyltanghinine est donc le *thévétose* $C_7H_{14}O_5$ de la nériifoline.

Le thévétose renferme un groupe méthoxyle et réduit la liqueur de Fehling; il donne une osazone, F 126-130°, $[\alpha]_D$ initial $+125°,5$, $[\alpha]_D$ final $+57°,7$ (pyridine, alcool, 2 : 3); il possède donc un groupe CHOH voisin du groupe réducteur; oxydé par MnO_4K, à froid, il donne de l'acide acétique (caractérisé par son dérivé de condensation avec le bromure de phénylphénacyle), ce qui démontre la présence d'un CH_3 à l'extrémité de la chaîne et d'un groupe CHOH en 5. Le méthoxyle ne peut donc être fixé qu'en 3 ou 4; or les constantes de la thévétosazone sont voisines de celles de la 3-méthoxy-*l*-rhamnosazone ([4]) qui, d'ailleurs, est identique à la 3-méthoxy-*l*-glucométhylosazone : le thévétose serait donc le 3-méthoxy-*l*-rhamnose ou le 3-méthoxy-*l*-glucométhylose. Le pouvoir rotatoire final $-33°,2$ du thévétose s'écarte de celui du *l*-rhamnose $+8°,2$ et se rapproche de celui du *l*-glucométhylose $-29°$; il est donc vraisemblable d'admettre que le *thévétose* est le *3-méthoxy-*l*-glucométhylose*.

II. Les eaux mères de cristallisation de la tanghinine d'Arnaud laissent déposer lentement un corps cristallisé en prismes courts nettement différents de la tanghinine et de la désacétyltanghinine et dont les caractères sont également ceux des digitaliques. Ce nouveau corps, que nous désignons sous le nom de *vénéniférine*, est obtenu avec un rendement d'environ 0,3 % du poids des amandes dégraissées de *Tanghinia venenifera*.

La vénéniférine, F 213-214°, $[\alpha]_D -84°$ (C_2H_5OH), se dépose de l'alcool à 95°, dans lequel elle se dissout à froid dans la proportion de 3 %, en une croûte formée de cristaux enchevêtrés. L'analyse lui assigne la formule $C_{32}H_{48}O_9 + 1/2\, H_2O$. La saponification de la vénéniférine exige deux molécules de KOH, dont l'une provoque l'ouverture de la chaîne lactonique et l'autre le départ d'une molécule d'acide acétique; cet acide a pu être caractérisé et dosé séparément. En présence de nickel Raney la vénéniférine fixe 2H pour donner la *dihydrovénéniférine* $C_{32}H_{50}O_9 + 1/2\, H_2O$, F 210°, $[\alpha]_D -86°,4$ (C_2H_5OH), qui ne présente plus la réaction de Legal.

Traitée par la quantité calculée de potasse alcoolique, la vénéniférine conduit à la *désacétylvénéniférine* $C_{30}H_{46}O_8 + 1/2 H_2O$, cristallisant en aiguilles,

---

([3]) Marcel Frèrejacque, *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 645.

([4]) Schmidt, Plankenhorn et Kübler, *Ber. d. chem. Ges.*, 75, 1942, p. 579.

F 209°, $[\alpha]_D - 52°,7 (C_2H_5OH)$; les eaux mères de cristallisation de la désacétyl-vénéniférine, acidulées par l'acide acétique puis tiédies, laissent déposer l'*isodésacétylvénéniférine* $C_{30}C_{46}O_8$ en cristaux peu solubles dans l'alcool, même bouillant, F 243°, $[\alpha]_D - 68°$ ($CHCl_3$), ne donnant plus la réaction de Legal.

Par acétylation pyridinée, l'isodésacétylvénéniférine conduit à un dérivé diacétylé $C_{34}H_{50}O_{10}$ se déposant en gros prismes de l'alcool bouillant dans lequel il est peu soluble, F 226°, $[\alpha]_D - 88°$ ($CHCl_3$).

Hydrolysée par le mélange de Kiliani, la vénéniférine est scindée en une génine amorphe et en un ose réducteur que nous avons isolé à l'état cristallisé et qui s'est révélé identique au *thévétose*.

En résumé, la tanghinine, la désacétyltanghinine et la vénéniférine, produits toxiques contenus dans *Tanghinia venenifera*, appartiennent au groupe des *hétérosides digitaliques* et sont formées, de même que la nériifoline, par l'union du *thévétose* avec une génine en C_{23}.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Culture prolongée de tissus végétaux en l'absence de facteurs de croissance.* Note de M. **Pierre Nobécourt**, présentée par M. Auguste Chevalier.

Il a été montré (¹) qu'il est possible de cultiver, sur divers milieux, des tissus dérivés de la tige d'un Rosier de la variété *New-Dawn*, hybride de *Wichuraiana*. Les milieux employés tout d'abord contenaient, outre du glucose et des éléments minéraux, différentes substances considérées comme étant des facteurs de croissance : acide indol-β-acétique, chlorhydrate de cystéine, aneurine. Puis nous avons simplifié la composition du milieu et constaté que la suppression de l'aneurine et de la cystéine ne nuisait en rien à la prolifération. Depuis le 17 février 1945, nous cultivons en effet les tissus de Rosier sur des milieux ne contenant, comme facteur de croissance, que de l'acide indol-acétique. L'un de ces milieux contient l'acide indol-acétique à la dose de 5mg par litre, dans un liquide placé au fond du tube de culture, qui est garni de Knop glucosé, solidifié par la gélose en plan incliné, conformément à la technique que nous avons indiquée en 1938 (²); dans l'autre milieu l'hétéro-auxine est incorporée au Knop glucosé gélosé, à la dose de 0mg,1 par litre.

Les résultats ainsi constatés sont analogues à ceux que nous avons obtenus avec les tissus de Carotte, dont nous entretenons la prolifération depuis le 20 mars 1940 sur un milieu ne contenant pas d'autre facteur de croissance que l'acide indol-acétique (³).

(¹) P. Nobécourt et L. Kofler, *Comptes rendus*, 221, 1945, pp. 53-54.
(²) *Bull. Soc. Bot. Fr.*, 85, 1938, pp. 182-188.
(³) *Bull. Soc. Linnéenne*, Lyon, juin 1941, p. 83.

Mais nous avons simplifié encore davantage le milieu de culture et, le 18 février 1945, nous avons repiqué des tissus de Rosier sur notre milieu glucosé gélosé, sans phase liquide, et sans addition ni d'aneurine, ni de cystéine, ni d'acide indol-acétique. Les tissus de Rosier utilisés provenaient d'une culture sur le milieu contenant les trois facteurs de croissance. Dans ces conditions les tissus se sont développés, d'abord assez faiblement : au premier passage le rapport d'accroissement fut de 3,45 en deux mois (18 février-21 avril). Par la suite la vigueur des cultures s'accrut beaucoup. On put constater au deuxième passage (21 avril-23 juin) un rapport d'accroissement de 10,5 et, au troisième passage, un rapport d'accroissement de 20,81, en un peu moins de deux mois (23 juin-18 août). Nous avons continué les repiquages tous les deux mois environ, de telle sorte que les tissus de Rosier ont maintenant subi sept passages sur le milieu sans facteur de croissance. Néanmoins le développement se poursuit, aussi bon que sur les milieux contenant ces substances. Le taux élevé des rapports d'accroissement, à partir du troisième passage, semble exclure la possibilité de persistance, dans les tissus, des facteurs de croissance du milieu primitif en quantités suffisantes pour être actives.

Les cultures, comme celles faites sur les milieux précédemment utilisés, sont exposées à la lumière diffuse d'une fenêtre orientée au Nord; elles sont tantôt d'une teinte crème, tantôt d'un vert très pâle. La fonction chlorophyllienne y est donc nulle ou extrêmement faible.

Ajoutons que, sur plus de 200 cultures de tissus de Rosier effectuées sur les divers milieux dont nous venons de parler, nous n'avons jamais observé la production d'aucun organe différencié, racine, pousse feuillée ou bourgeon.

En résumé, nous avons réussi à cultiver des tissus morphologiquement indifférenciés de Rosier depuis deux ans, dont les 13 derniers mois en l'absence de tout facteur de croissance, et, dans ces conditions, le développement se poursuit actuellement avec vigueur.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Efficacité des principales vitamines dans la lutte contre l'acidose ou l'alcalose.* Note de M. **Paul Chauchard**, Mme **Henriette Mazoué** et M. **Raoul Lecoq**, présentée par M. Emmanuel Leclainche.

Nos recherches antérieures nous ont conduits à subdiviser les principales carences en carences acidosiques (A, B, E) et carences alcalosiques (C, D), les vitamines spécifiques agissant sur chacune d'elles, par une action opposée antiacidosique dans le premier cas, antialcalosique dans le second ([1]). Il nous

([1]) R. Lecoq, *Les déséquilibres alimentaires, nutritifs et humoraux*, Paris, 1939. — P. Chauchard, *Rev. scient.*, 79, 1941, p. 620. — R. Lecoq, P. Chauchard et H. Mazoué, *Rev. Pathol. comp. et Hyg. gén.*, 44, 1944, p. 294 et *Diét. et Physiol. path. Alim.*, 4, 1945, p. 23.

a semblé logique de rechercher si cette action s'exerce encore, en dehors de toutes carences, sur des sujets recevant une alimentation variée, mais préalablement mis en acidose ou alcalose chroniques par des injections répétées de chlorure d'ammonium ou de bicarbonate de sodium ([2]). Acidose et alcalose expérimentales, au même titre que les manifestations correspondantes des avitaminoses diverses, sont aisément décelées, grâce à la chronaximétrie, par les troubles neuromusculaires qui les caractérisent; l'action correctrice des vitamines s'apprécie de même manière, par la disparition de ces troubles.

L'ensemble de nos recherches ([3]), effectuées sur le Rat et sur le Cobaye, avec adjonction préventive ou curative de vitamines par voie parentérale, nous permet de subdiviser les vitamines, suivant leur action pharmacologique propre sur l'alcalose ou l'acidose expérimentales, en deux grands groupes :

1° Les *vitamines antialcalosiques*, qui compensent les perturbations chronaxiques de l'alcalose et restent sans effet sur celles de l'acidose; telles sont les vitamines C et D;

2° Les *vitamines antiacidosiques*, qui agissent inversement en compensant les troubles chronaxiques de l'acidose et ne modifient pas ceux de l'alcalose. Telles sont les vitamines A, E et B. Encore convient-il de préciser que l'effet antiacidosique n'est obtenu avec aucune des vitamines du groupe B ou même des vitamines voisines (B_6 et H) quand elles sont utilisées seules. C'est uniquement par association des vitamines B_1, B_2, B_3, B_4 (aneurine, riboflavine, nicotinamide et adénine) que l'activité recherchée est obtenue; l'adjonction de la vitamine B_5 (acide pantothénique) est en outre nécessaire pour obtenir une action sur la réserve alcaline plasmatique ([4]). Enfin l'action antiacidosique de la vitamine A ne se retrouve plus quand on lui substitue sa provitamine ou carotène.

Ces deux groupes correspondent précisément aux deux types d'avitaminoses; les vitamines antiacidosiques sont celles dont la carence est acidosique et inversement.

Les effets enregistrés ne peuvent être attribués à un antagonisme chronaxique, car si les vitamines B et E, données seules, élèvent les chronaxies nerveuses alors que l'acidose chronique les abaisse, la vitamine A par contre les diminue. De même, les vitamines C et D les allongent ainsi que l'alcalose qu'elles combattent.

Ces faits ne vont pas contre la spécificité des vitamines, car la guérison des

([2]) B. et P. Chauchard, H. Mazoué et R. Lecoq, *C. R. Soc. Biol.*, **137**, 1943, p. 264 et 402. — R. Lecoq, P. Chauchard et H. Mazoué, *Rev. Pathol. comp. et Hyg. gén.*, **45**, 1945, p. 108.

([3]) *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 729; *Bull. Soc. Chim. biol.*, **27**, 1945, p. 358; *C. R. Soc. Biol.*, **139**, 1945, p. 527 et **140**, 1946, séance du 9 mars.

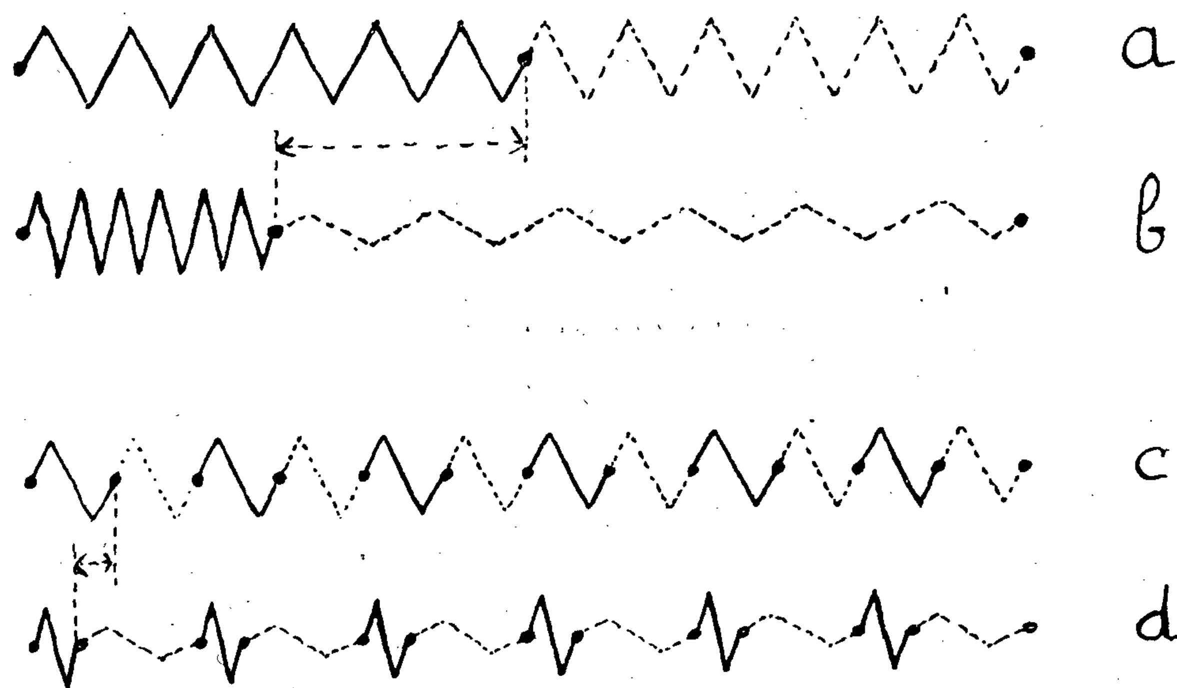
([4]) R. Lecoq, *C. R. Soc. Biol.*, **139**, 1945, p. 582.

avitaminoses n'est obtenue que par la ou les vitamines spécifiques, lesquelles agissent même quand elles sont administrées par voie orale, tandis que l'acidose et l'alcalose chroniques expérimentales ne sont modifiées que par les vitamines introduites par voie parentéale (avec une exception pour la vitamine D). La vitamine C amène une amélioration chronaxique transitoire dans le rachitisme ainsi que la vitamine D dans le scorbut, mais la durée des survies dans les deux cas n'est pas sensiblement modifiée.

En conclusion, nous retiendrons que, si les vitamines, administrées par voie orale, suppriment les troubles acidosiques et alcalosiques des avitaminoses qui leur correspondent, elles peuvent en outre intervenir efficacement, par voie parentérale, dans la lutte contre les acidoses ou alcaloses d'origines différentes.

PHYSIOLOGIE MUSCULAIRE. — *Sur le rôle fonctionnel de la striation des fibres musculaires rapides*. Note (1) de M. **Alexandre Monnier**, présentée par M. Louis Lapicque.

Les muscles lents sont formés de courtes fibres lisses, d'environ 50$^{\mu}$ de longueur. Les muscles rapides sont constitués par des fibres dont la longueur peut atteindre plusieurs centimètres et qui présentent une striation caractéristique. La fibre musculaire rapide résulte en effet de l'association d'éléments contractiles (disques A) et d'éléments élastiques (disques I) alternativement



disposés. Les traités classiques n'attribuent aucun rôle fonctionnel à ce double caractère de la fibre striée, à savoir l'association de deux structures respectivement contractiles et élastiques et à la division de ces structures en courts éléments alternés. Ce rôle peut être défini d'après les simples considérations suivantes :

Selon les idées actuelles, la substance contractile est une substance protéique

(1) Séance du 18 mars 1946.

en longue chaîne. La contraction musculaire résulterait du plissement de cette chaîne sous l'effet de l'attraction mutuelle de groupes fonctionnels régulièrement distribués le long de celle-ci. Il est évident que la force d'attraction de ces groupes est fonction décroissante de la distance qui les sépare. En conséquence la chaîne protéique ne saurait exercer sur ses extrémités sa tension maxima qu'autant qu'il lui est possible de se raccourcir.

Or le muscle squelettique est capable d'exercer toute sa tension sur ses points d'attache, même si ceux-ci sont immobilisés (contraction dite isométrique). Il est donc nécessaire d'admettre l'existence d'une structure extensible interposée entre la chaîne contractile et ses points d'attache. Cette disposition se trouve précisément dans la fibre squelettique où structures contractile et élastique sont associées. La division de ces structures en courts segments alternés, c'est-à-dire la striation de la fibre, nous paraît avoir un rôle fonctionnel évident : celui de permettre une contraction rapide malgré la présence des frottements de nature visqueuse dont l'importance au sein du tissu musculaire a été soulignée par Gasser et Hill ([2]). Schématisons les substances contractile et élastique respectivement par des ressorts en traits plein et pointillé, ressorts supposés immergés dans un fluide visqueux (a). Lors d'une contraction isométrique, nous admettrons que le ressort contractile se raccourcit par suite d'une attraction soudaine entre ses spires. Corrélativement le ressort élastique s'allonge (b). Les diverses spires des ressorts effectuent ainsi un déplacement d'autant plus important qu'elles sont plus éloignées des points d'attache, ce qu'indique la figure. Toutes choses égales d'ailleurs, le parcours effectué par une spire donnée sera d'autant plus grand que les ressorts seront eux-mêmes plus longs.

D'autre part, imaginons que ce déplacement soit freiné par les frottements visqueux, de sorte qu'il s'effectue à vitesse uniforme. En conséquence le temps nécessaire à l'accomplissement du mouvement d'une spire quelconque sera lui-même proportionnel à la longueur des ressorts. On voit ainsi que la mise en tension d'une fibre squelettique, en raison de sa grande longueur, exigerait un temps considérable, si cette fibre était formée d'un seul élément contractile et d'un seul élément élastique. Divisons les deux ressorts ci-dessus en courts segments que nous disposerons alternativement (c). Si le raccourcissement des segments contractiles s'opère à peu près simultanément (ce qui est le cas pour la fibre musculaire), les diverses spires, comme l'indique la figure, n'exécuteront chacune que des parcours beaucoup plus restreints qui n'exigeront désormais qu'un temps beaucoup plus bref pour leur accomplissement (d). La mise sous tension de l'ensemble sera donc bien plus rapide. La striation de la fibre musculaire squelettique, c'est-à-dire sa division en courts éléments

([2]) *Proc. Roy. Soc.*, B, 96, 1924, p. 398.

contractiles et élastiques alternés, paraît ainsi favoriser la rapidité de la contraction. En outre, la striation devrait être d'autant plus serrée que la fibre serait plus rapide. C'est précisément ce que H. Jasper et A. Pezard ([3]) ont observé en comparant des muscles de structure semblable (adducteur et abducteur de la pince des crustacés) : le muscle, dont la rapidité fonctionnelle est la plus grande, présente la striation la plus fine. On peut donc conclure que la striation de la fibre musculaire squelettique résulte d'une adaptation destinée à assurer la vitesse de contraction maxima qu'autorise la rapidité fonctionnelle propre de l'organe, et cela en dépit de la grande longueur de la fibre et des frottements visqueux dont elle est le siège. Le système neuromusculaire présente d'ailleurs un autre exemple d'adaptation analogue, celle du diamètre de la fibre nerveuse à la rapidité fonctionnelle propre de celle-ci ([4]).

HÉMATOLOGIE. — *Recherches sur le remplacement du sang circulant par du sang frais, du sang conservé et du plasma.* Note ([1]) de MM. **Arnault Tzanck**, **Marcel Bessis** et **Meser Burstein**, présentée par M. Léon Binet.

Le problème du traitement des hémorragies se présente sous de multiples aspects. Nous voudrions insister dans cette Note sur la valeur comparative du sang conservé et du sang frais, du plasma et du sérum physiologique en tant que liquides de substitution, dans le traitement des hémorragies aiguës chez le Chien.

Après avoir étudié plusieurs techniques pour juger la valeur thérapeutique d'un liquide de remplacement, nous nous sommes arrêtés sur la méthode suivante qui nous a paru la plus satisfaisante ([2]) :

L'animal est endormi au chloralose et l'on enregistre la pression fémorale. Une canule est fixée dans l'artère fémorale et une autre dans la veine fémorale. La première de ces canules est reliée à un appareil de Jouvelet qui aspire le sang artériel à une vitesse fixe réglable par l'expérimentateur. On réalise ainsi une saignée continue, la perte de sang par unité de temps étant toujours la même, indépendante de la tension artérielle de l'animal. Un deuxième appareil de Jouvelet renvoie exactement la même quantité de liquide de remplacement par la canule fixée dans la veine fémorale. La masse sanguine n'est ainsi modifiée à aucun moment, dans la mesure bien entendu où le liquide de remplacement reste dans les vaisseaux.

Les expériences sur le sang frais ont consisté à saigner un Chien A de petite taille et à remplacer son sang par celui d'un autre Chien plus grand B, qui a reçu

---

([3]) *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 499.

([4]) L. Lapicque, *C. R. Soc. Biol.*, **130**, 1939, p. 945; *La Machine Nerveuse*, Paris, 1943, p. 136.

([1]) Séance du 18 mars 1946.

([2]) Ces travaux ont été faits en 1939-1940.

auparavant une injection d'héparine Roche (5 mg/kg) dans le but de rendre son sang incoagulable. Donc un appareil de Jouvelet aspire le sang dans la fémorale de A, qui subit ainsi une saignée continue, et l'autre aspire exactement la même quantité de sang dans la fémorale de B et l'injecte dans la veine fémorale de A. Dans ces conditions nous avons constaté que l'on peut enlever une quantité considérable de sang au Chien A sans modifier sa tension artérielle. Ainsi un Chien de 7^{kg} a subi une saignée et une injection de 975^{cm^3} de sang en 30 minutes sans présenter aucune baisse tensionnelle. Deux heures plus tard, la pression était toujours normale. Un autre Chien de 20^{kg} a survécu après une saignée et une réinjection de 2600^{g}. *On peut ainsi remplacer le sang d'un Chien par le sang d'un autre sans inconvénient.* Le sang frais représente ainsi un liquide de remplacement idéal.

Quelle est la valeur du sang conservé ?

Nous avons saigné des Chiens et leur avons injecté simultanément la même quantité de sang citraté à 4 °/₀₀ et conservé stérilement à la glacière à + 4° depuis 7 jours. Avec ce sang conservé nous avons obtenu des résultats beaucoup moins satisfaisants qu'avec le sang frais. Ainsi un de nos Chiens de 10^{kg} est mort après une saignée de 900^{cm^3} faite en 18 minutes, et un autre de 6^{kg} après une saignée de 600^{cm^3} faite en 50 minutes.

Il semble donc que le Chien ne peut supporter qu'une quantité limitée de sang conservé et qu'à partir d'un certain moment ce sang devient toxique. A quoi tient cette toxicité ? Le citrate de soude ne peut pas être l'agent responsable, puisque, injecté seul à la même dose et avec la même vitesse, il ne détermine aucun trouble. Le passage du potassium des globules vers le plasma joue-t-il ? C'est possible. Peut-être faut-il aussi incriminer les modifications des globules rouges.

Quels sont les résultats donnés par le plasma ? Nous avons utilisé le plasma préparé après centrifugation du sang citraté (3,5 °/₀₀) du chien ainsi que du cheval. Pour des raisons que nous ignorons, le plasma des chiens âgés de quelques jours a été mal toléré. Trois Chiens de 18^{kg}, de 20^{kg} et de 8^{kg} sont morts après des injections, respectivement de 285^{g}, de 850^{g} et de 800^{g}; les deux premiers ont présenté l'un un urticaire, l'autre un érythème généralisé.

Le plasma du Cheval nous a donné des résultats moins mauvais. Ainsi un de nos Chiens, de 11^{kg}, n'est mort qu'après une saignée de 920^{cm^3}; un autre, de 15^{kg}, après une saignée de 1250^{cm^3}; un troisième, de $10^{kg},900$, après une saignée de 1300^{cm^3}; un quatrième, de $6^{kg},400$, après une saignée de 600^{cm^3}; un cinquième, de $10^{kg},500$, après une saignée de 1050^{cm^3}. La durée de l'expérience était de 10-20 minutes. La baisse tensionnelle était brusque ou progressive. Dans certains cas l'hypotension a été très précoce. Il ne semble pas que la mort soit due à l'anémie globulaire; certains de nos Chiens avaient au moment de la

mort un taux globulaire supérieur à 3 500 000; dans aucun cas les chiffres ne sont descendus au-dessous de 1400 000.

En effet les essais avec le sérum physiologique ont montré que, au cours des hémorragies rapides avec réinjection simultanée du liquide de remplacement, on peut enlever des quantités considérables de sang avant que la mort ne survienne. Ainsi un Chien de 19^{kg} a pu être saigné en 20 minutes de 2500^{cm^3}; un autre, de $18^{kg},700$, de 3600^{cm^3} en 20 minutes et un troisième, de $10^{kg},300$, de 2970^{cm^3} en 30 minutes. Le taux globulaire baisse considérablement (au-dessous de 1 million).

Conclusions. — 1° On peut sans risque, chez le Chien, remplacer la masse totale de son sang par du sang frais d'un autre Chien.

2° Les mêmes conclusions ne peuvent être tirées lorsqu'on utilise du sang conservé.

3° Pour des raisons que nous n'avons pas pu préciser, le plasma conservé de Chien nous a donné des résultats très peu satisfaisants. Le plasma conservé de Cheval tue aussi le Chien, mais avec des doses légèrement plus élevées. Il existe un chiffre limite de plasma toléré par l'animal, très inférieur aux valeurs atteintes avec le sérum physiologique, au delà duquel la mort survient.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur les réactions différentes des graisses du Rat et du Cobaye en présence de benzopyrène.* Note ([1]) de M. **André Chevallier**, M[lle] **Simone Manuel** et M. **Pierre Denoix**, présentée par M. Gustave Roussy.

Deux animaux de races voisines, le Rat et le Cobaye, présentent des susceptibilités très différentes à la cancérisation, que celle-ci s'effectue spontanément ou qu'elle soit provoquée expérimentalement, par exemple au moyen de l'injection d'un corps cancérigène.

Chez le Rat, cette susceptibilité se révèle très grande, alors que chez le Cobaye elle se présente, au contraire, comme particulièrement inapte à la cancérisation.

Pour étudier cette différence de comportement, nous avons injecté chez des Rats et chez des Cobayes les mêmes quantités d'une solution de 1.2-benzopyrène dans l'huile d'olive neutre. Puis nous avons montré ([2]) que, dans ces conditions, le dosage du benzopyrène effectué par spectrophotométrie dans l'ultraviolet, en utilisant la valeur d'absorption moléculaire, révélait chez le Rat la persistance très prolongée du benzopyrène au niveau de la masse musculaire injectée.

C'est ainsi que, chez la plupart des animaux, on retrouve encore 50 % du corps cancérigène au bout de 2 mois, cette persistance s'accompagnant d'une réaction d'enkystement inflammatoire.

([1]) Séance du 25 mars 1946.

([2]) *C. R. Soc. Biol.*, **139**, 1945, p. 598.

Par contre, chez le Cobaye, on assiste à une diffusion très rapide de la solution de benzopyrène, et, au bout de 10 à 12 jours, ce ne sont plus que des traces qui sont retrouvées. Vers le 20e jour, on ne constate plus aucun signe de la présence du corps cancérigène injecté.

Nous avons alors recherché s'il était possible de reproduire *in vitro* de tels phénomènes et de déterminer, à l'aide d'extraits ou de fragments tissulaires provenant de ces animaux, un processus soit de destruction, soit au contraire de protection du 1.2-benzopyrène.

Des expériences, effectuées en maintenant à l'étuve à 37° des fragments musculaires de Rat ou de Cobaye prélevés et hachés aseptiquement et mis en contact d'une solution huileuse de benzopyrène, ne nous ont pas donné de résultats nets.

Par contre, si l'on mélange du benzopyrène à des graisses prélevées au niveau du tissu cellulaire sous-cutané, on obtient des résultats tout à fait différents, suivant que le benzopyrène se trouve en présence de graisse de Rat ou de graisse de Cobaye.

Dans le cas du Rat le benzopyrène est retrouvé pratiquement inaltéré, avec sa courbe d'absorption caractéristique dans l'ultraviolet, au bout de 8 mois. Dans le cas du Cobaye, au contraire, au bout du même temps, l'absorption du corps cancérigène dans l'ultraviolet est totalement modifiée. Cette modification est telle qu'on peut conclure à une transformation moléculaire très importante.

Pour étudier plus commodément ce phénomène, nous avons utilisé la technique suivante :

On fait dans l'éther de pétrole une solution de la graisse de l'animal à étudier et on y ajoute une faible proportion de benzopyrène. Puis on dépose une petite quantité de la solution sur une série de carrés de papier filtre, où celle-ci s'évapore en s'étalant en couche très mince. Les carrés sont disposés à l'obscurité pour éviter tout effet photochimique surajouté.

Tous les jours, on examine l'absorption ultraviolette du mélange. Dans ces conditions, on constate qu'avec la graisse du Cobaye, la courbe spectrale commence à se déformer très rapidement, et de plus en plus jusqu'au 15e jour, où elle ne présente plus les accidents caractéristiques de l'absorption du benzopyrène.

Les modifications observées sont du même type que celles que l'on peut noter lors de l'examen des tissus de l'animal, quelques jours après l'injection.

Dans le cas du Rat par contre, on n'assiste, dans le même temps, qu'à des déformations très légères de la courbe d'absorption. Il y a donc, avec la graisse de cet animal, une persistance incomparablement plus prolongée des caractères spectraux du corps cancérigène.

Les recherches sont poursuivies dans le but de savoir d'une part quel est le facteur actif dans la graisse, et d'autre part si ce phénomène peut être étendu à d'autres races animales et appliqué à d'autres susbtances cancérigènes.

ANTHROPOLOGIE. — *L'évolution des silex taillés du gisement préhistorique de La Micoque, près des Eyzies-de-Tayac (Dordogne).* Note [1] de M. E. **Bruet**, présentée par M. Emmanuel de Margerie.

Les silex taillés de divers niveaux du gisement préhistorique de La Micoque ont donné lieu à une importante discussion entre M. D. Peyrony [2] et M. Breuil. Je me suis rendu sur place à diverses reprises en compagnie de M. D. Peyrony et j'ai pu examiner attentivement les lieux, tout en prélevant de nombreux échantillons, que j'ai étudiés ensuite au laboratoire.

Voici quels sont les résultats de mon étude. Le silex typique non évolué de La Micoque présente à la fois une partie centrale *A* noirâtre, une zone de différenciation *B* extérieure beaucoup plus pâle et, à la périphérie, la patine poreuse *C* ordinaire des silex. La partie *A* possède une structure cryptocristalline et au microscope on voit de nombreuses petites plages calcaires. En *B*, et principalement en *C*, il s'agit d'une zone constituée surtout par de l'opale dans laquelle les témoins calcaires n'existent pas. On remarque dans le silex typique des spicules uniaxes et des débris de tests d'échinides. Un silex taillé de la couche n° 2 de La Micoque présente, lorsqu'on le brise, une zone unique rougeâtre comme si le silex avait été longtemps plongé dans un milieu argileux. Au microscope, on constate que toute la section est occupée par un gel opalo-ferrugineux entourant de petites plages microcristallines de calcédonite. Il y a quelques grains clastiques de quartz du milieu initial. Un silex taillé de la couche n° 4 présente une section unique, brunâtre à la loupe, avec un cortex rougeâtre comportant des pénétrations rougeâtres dans la masse brunâtre. Au microscope, on voit qu'il s'agit d'opale disséminée en très petits globules. Avec un fort grossissement, on voit que l'opale est très chargée d'impuretés de couleur foncée. L'opale globulaire qui entoure de minces zones de calcédonite est secondaire. Un autre silex taillé de la couche 4 présente en section un aspect intermédiaire entre les deux précédents. Il s'agit d'une seule zone dans laquelle domine un gel d'opale légèrement ferrugineux et ayant ainsi une belle teinte rose. On remarque aussi des cordons d'opale très chargée en impuretés noirâtres et des plages de calcédonite. Ces impuretés peuvent être dues à la présence d'un hydroxyde de manganèse qui se révèle d'ailleurs abondant dans la brèche de la couche n° 2. Un autre silex taillé de la couche 4 est entièrement

---

(1) Séance du 4 mars 1946.

(2) *La Micoque, les fouilles récentes, leur signification* (*Bull. Soc. Préhist. Française*, n° 6, 1938.)

composé d'opale avec quelques grains minuscules, clastiques, de quartz de la roche originelle. En lumière réfléchie, on voit qu'il s'agit d'opale légèrement ferrugineuse. Une fracture ancienne est remplie à la fois par ce que je crois être un hydroxyde de manganèse et par de la limonite.

La falaise qui domine le gisement est constituée par un calcaire gris assez poreux. Il renferme d'assez nombreux grains clastiques de quartz, de nombreux bryozoaires et des débris de tets d'échinides. J'ai également étudié les éléments calcaires renfermés dans la brèche même du gisement préhistorique. Des échantillons roulés de la couche 4 sont de provenance locale, mais ils sont très évolués. Le ciment calcaire à grain fin passe à la calcite finement grenue et surtout les microorganismes et les débris d'organismes ont leur structure soulignée par le fer, ce qui n'existe pas dans le calcaire en place. Un gel d'opale légèrement jaunâtre a envahi une partie de la roche, se substituant par places au ciment de calcite finement grenue. Par endroits, il s'agit d'un gel opalo-ferrugineux qui peut pénétrer à l'intérieur des éléments constituant la roche.

En résumé l'ensemble de mes observations montre l'existence, dans les silex taillés et dans les éléments de certaines brèches, d'un gel opalo-ferrugineux (par endroits probablement chargé de manganèse) qui est d'origine secondaire. Les silex taillés ont ainsi acquis une structure bien différente de leur structure originelle, qui était essentiellement celle d'un milieu cryptocristallin de calcédoine avec des fibres de calcédonite. D'autre part l'opale peut être déplacée en milieu aqueux. On se rappellera à ce propos les études de C. Friedel (3) et de W. J. Sollas (4). Or, si la désopalisation ou la dissolution peut être causée par les eaux atmosphériques, il est évident que le gel opalo-ferrugineux n'a pu pénétrer les silex taillés, comme les éléments calcaires de la brèche, qu'en séjournant à leur contact dans des conditions stables. S'il s'agit de sources filtrant à la base de la falaise et d'eaux chargées des éléments (opale, fer, manganèse) des Sables du Périgord du plateau, il faut admettre que le gisement préhistorique était alors sous les eaux et que, d'autre part, il existait un climat propice à la mise en liberté de la silice, comme cela se produit pour les latérites. Il y a donc lieu de distinguer deux phases dans l'évolution des silex taillés de La Micoque : 1° une évolution de la structure sous l'action d'un gel opalo-ferrugineux qui s'est substitué à la calcédoine et à la calcédonite; 2° une dissolution de l'opale à la périphérie des silex, ce qui a amené l'effacement plus ou moins prononcé des retouches pratiquées par l'homme préhistorique.

A 15h50m l'Académie se forme en Comité secret.

---

(3) *Sur certaines altérations des agates et des silex* (*Comptes rendus*, 81, 1875, p. 981).

(4) *Paviland Cave, an Aurignacian Station in Wales* (*Roy. Anthrop. Inst. of Grea Britain, etc.*, 1913, p. 353.

COMITÉ SECRET.

La Section de Physique générale, par l'organe de M. **Aimé Cotton** remplaçant le Doyen empêché, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *Charles Fabry* :

En première ligne	M. **Jean Cabannes**.
En seconde ligne, ex æquo *par ordre alphabétique*	MM. **Pierre Auger**.
	René Lucas.
	Francis Perrin.
	Gustave Ribaud.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu en la prochaine séance.

La séance est levée à 16h55m.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 18 mars 1946.)

Note de M. *Henri Belval* et Mlle *Gilberte Legrand*, Le système phénol-phénolase dans le tubercule de Topinambour : existence et localisation :

Page 680, ligne 10 de la Note, *au lieu de* gardent assez..., *lire* perdent assez....

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 8 AVRIL 1946.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE CARTAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** adresse ampliation du décret, en date du 28 mars 1946, portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Albert Demolon**, pour occuper, dans la Section d'Économie rurale, la place vacante par le décès de M. *Gustave Moussu*.

Il est donné lecture de ce décret et de celui, en date du 4 avril 1946, publié au *Journal Officiel de la République française*, portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **René Barthélemy**, pour occuper, dans la Section des Applications de la Science à l'Industrie, la place vacante par le décès de M. *Georges Charpy*.

Sur l'invitation de M. le Président, MM. **André Demolon** et **René Barthélemy** prennent place parmi leurs Confrères.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Remarques sur les racines carrées hermitiennes d'un opérateur hermitien positif borné.* Note de M. **Gaston Julia**.

1. Comme dans une précédente Note [1], K est un opérateur hermitien positif borné, H sa racine carrée hermitienne positive, h une racine carrée hermitienne indéfinie quelconque; H*p. p.* K, donc H*p. p.* h [2]. $H + h = 2H_1$ et $H - h = 2H_2$ sont 2 hermitiens positifs orthogonaux ($H_1 H_2 = H_2 H_1 = 0$) [3]. D'où $H = H_1 + H_2$, $h = H_1 - H_2$, H_1 et H_2 *p. p.* h. *Réciproquement*, une décomposition quelconque $H = H_1 + H_2$, en deux hermitiens positifs orthogonaux, donne une racine hermitienne indéfinie h, de K, par $h = H_1 - H_2$. La détermination de toutes les h, revient à celle de *toutes les décompositions de* H [4] *en somme d'hermitiens positifs orthogonaux*.

2. Considérons d'abord les familles spectrales $E_1(\lambda)$, $E_2(\lambda)$ de deux hermi-

---

(1) Voir G. Julia, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 707.

(2) Voir la note (1) pour ces abréviations.

(3) L'une des conditions entraîne l'autre.

(4) Ou de K; car on a alors $K = K_1 + K_2 = H_2^2 + H_2^2$, et réciproquement ($K_1 K_2 = 0$).

tiens positifs orthogonaux H_1 et H_2. Le domaine de valeurs Δ_{H_2} doit appartenir à la variété l. f. des zéros de H_1, constituée par les solutions propres de H_1, pour la valeur propre zéro, c'est-à-dire par $\Delta_{E_1(0)}$. Or $[\Delta_{H_2}]$, variété l. f. sous-tendue par Δ_{H_2}, est complémentaire de la variété l. f. $\Delta_{E_2(0)}$ des zéros de H_2; $[\Delta_{H_2}]=\mathcal{H}\ominus\Delta_{E_2(0)}=\Delta_{1-E_2(0)}$. Il faut donc et il suffit que le projecteur $1-E_2(0)$ soit contenu dans le projecteur $E_1(0)$, c'est-à-dire : (1) $1-E_2(0)\leqq E_1(0)$, équivalent à (1') $1-E_1(0)\leqq E_2(0)$ ([5]), ou à (1'') $[1-E_1(0)][1-E_2(0)]=0$. On pourrait aussi remarquer que $H_1H_2=0$ équivaut à $(H_1X, H_2Y)=0$ pour tous X et Y, c'est-à-dire $[\Delta_{H_1}]$ *orthogonal à* $[\Delta_{H_2}]$. La condition nécessaire et suffisante est donc (1'') qui exprime l'orthogonalité de $1-E_1(0)$ et $1-E_2(0)$. $E_1(\lambda)$ et $E_2(\lambda)$ croissant avec λ, donnent pour tous λ et $\mu\geqq 0$: $1-E_1(\lambda)\leqq 1-E_1(0)$, $1-E_2(\mu)\leqq 1-E_2(0)$, d'où la condition (2) équivalente à (1''), (2) $[1-E_1(\lambda)][1-E_2(\mu)]=0$, *pour tous* λ, $\mu\geqq 0$. Cette condition [nécessaire et suffisante pour $H_1H_2=0$] peut encore s'obtenir directement à partir des représentations spectrales de H_1 et H_2, en écrivant l'identité $H_1H_2=0$.

3. Cette condition (2) permet d'obtenir les décompositions $H=H_1+H_2$ cherchées, c'est-à-dire d'obtenir $E_1(\lambda)$ et $E_2(\lambda)$ connaissant $E(\lambda)$, famille spectrale de H (laquelle se déduit immédiatement de celle de K). Il faut choisir E_1 et E_2 nuls pour $\lambda<0$, et vérifiant (2). On a alors

$$H=\int_0^{\sqrt{M}}\lambda(dE_1+dE_2)=\int_0^{\sqrt{M}}\lambda\, d(E_1E_2).$$

Le projecteur $E_1(\lambda)E_2(\lambda)$ croît avec $\lambda>0$, est continu à droite, nul pour $\lambda<0$, égal à 1 pour $\lambda>\sqrt{M}$; c'est donc la famille spectrale de $H=H_1+H_2$; $E=E_1E_2$. Pour $\lambda\geqq 0$, on a aussi, par (2), $E=E_1+E_2-1$. Il en résulte que (3) $E\leqq E_1$ et $E\leqq E_2$.

Choisissons donc, *a priori*, une famille spectrale $E_1(\lambda)$, nulle pour $\lambda<0$, telle que (3) $E\leqq E_1$. Alors $E_1(\lambda)=1$ dès que $E(\lambda)=1$. Pour pouvoir lui associer E_2, du même type, tel que $E=E_1E_2=E_1+E_2-1$, pour tout $\lambda\geqq 0$, il faut que $E+1-E_1=1-(E_1-E)$, qui doit égaler E_2, *soit un projecteur croissant*. Ceci exige que E_1-E *soit un projecteur décroissant*, ou encore que, dans tout intervalle (λ,μ) $(0\leqq\lambda\leqq\mu)$ on ait *variation de* $E_1\leqq$ *variation de* E. *Réciproquement*, supposons $E_1\geqq E$ et E_1-E *projecteur décroissant*. En posant, pour $\lambda\geqq 0$, $1-E_2=E_1-E$, E_2 sera un projecteur croissant et continu à droite. De plus $1-E_2\leqq E_1$ pour tout $\lambda\geqq 0$, donc $E_1(1-E_2)=1-E_2$, c'est-à-dire $E_1E_2=E_1+E_2-1=E$. $E=1$ entraîne $E_1=E_2=1$. De plus, $1-E_2(0)\leqq E_1(0)$ entraîne, E_1 et E_2 étant croissants, $1-E_2(\mu)\leqq E_1(\lambda)$ pour tous λ, $\mu\geqq 0$, qui équivaut à (2). On prendra $E_2(\lambda)=0$ pour $\lambda<0$.

([5]) Bien entendu, on n'a des H_1 et H_2 non identiquement nuls que si $E_2(0)$ et $E_1(0)$ sont $\neq 0$.

E_2 sera la famille spectrale d'un hermitien positif H_2 tel que $H_1 H_2 = 0$, à cause de (2), et $H = H_1 + H_2$.

Le problème est ramené à la détermination de toutes les familles spectrales $E_1(\lambda)$ telles que (3) $E \leqq E_1$ avec (4) $E_1 - E$ *décroissant*, la condition (4) équivalant à (4′) *var* $E_1 \leqq$ *var* E *dans tout intervalle* (λ, μ) $(0 \leqq \lambda \leqq \mu)$. [(3) et (4) entraînent (2)]. *Chacune de ces familles* E_1, *avec la famille* $E_2 = E + 1 - E_1$ *correspondante, fournit une racine hermitienne indéfinie* $h = H_1 - H_2$, *de* K.

4. On peut en déduire les expressions de E_1 et E_2 données précédemment. E_1 et E_2 croissants, donnent pour tout $\lambda \geqq 0$, $1 - E_1(\lambda) \leqq 1 - E_1(0)$, $1 - E_2(\lambda) \leqq 1 - E_2(0)$. $1 - E_1(0)$ et $1 - E_2(0)$ sont deux projecteurs *orthogonaux*, dont la somme est $1 - E(0) = P_{\mathfrak{M}}$, en posant $\mathfrak{M} = [\Delta_H] = [\Delta_K]$, variété complémentaire de celle des zéros de H ou K. $1 - E_1(0) = P_{V_1}$, $1 - E_2(0) = P_{V_2}$, $V_1 \oplus V_2 = \mathfrak{M}$. Alors $1 - E_1(\lambda) \leqq P_{V_1}$, $1 - E_2(\lambda) \leqq P_{V_2}$. Donc $P_{V_1} p. [1 - E_1(\lambda)]$, $P_{V_1} p. E_1(\lambda)$; P_{V_1} est orthogonal à P_{V_2}, donc à $1 - E_2(\lambda)$; P_{V_1} est donc $p.(E_1 + E_2 - 1)$ ou $p.E(\lambda)$; donc $P_{V_1} p.H$ (ou à K); donc V_1 *est invariante par* H *et* K. Mêmes conclusions pour P_{V_2} et V_2. Ensuite on aura aisément

$$1 - E_1(\lambda) = P_{V_1}[1 - E_1(\lambda)] = P_{V_1}\big[1 - E(\lambda) - (1 - E_2(\lambda))\big] = P_{V_1}[1 - E(\lambda)],$$

car $P_{V_1}[1 - E_2(\lambda)] = 0$. De même $1 - E_2(\lambda) = P_{V_2}[1 - E(\lambda)]$, qui sont les expressions trouvées pour E_1 et E_2 dans la précédente Note.

Réciproquement, ces expressions de E_1 et E_2 donnent $(1 - E_1)(1 - E_2) = 0$ pour tout $\lambda \geqq 0$ et $1 - E_1 + 1 - E_2 = P_{\mathfrak{M}}[1 - E(\lambda)] = [1 - E(0)][1 - E(\lambda)] = 1 - E(\lambda)$ car $1 - E(\lambda) \leqq 1 - E(0)$, ce qui ramène aux relations $E = E_1 + E_2 - 1 = E_1 E_2$, équivalentes à $E \leqq E_1$, avec $E_1 - E$ décroissant.

En définitive, on obtient $H_1 = P_{V_1} H$, $H_2 = P_{V_2} H$, d'où l'expression $h = (P_{V_1} - P_{V_2}) H = \Sigma H$, [$V_1$ étant une variété l. f. quelconque $\subset \mathfrak{M}$, invariante par H (ou par K) et Σ une *symétrie, dans* $\mathfrak{M}$, par rapport à V_1], pour toutes les racines hermitiennes indéfinies de K.

5. Il faut noter que l'expression $HX = H_1 X + H_2 X$, et les remarques du n° 2 prouvaient déjà que $[\Delta_{H_1}]$ et $[\Delta_{H_2}]$ sont deux variétés l. f. orthogonales intérieures à $\mathfrak{M} = [\Delta_H]$, et *complémentaires dans* $\mathfrak{M}$; en les appelant V_1 et V_2, on voit que $H_1 X = P_{V_1} HX$ et $H_2 X = P_{V_2} HX$. Dans ces conditions $hX = H_1 X - H_2 X$ est un point de $\mathfrak{M}$ qui, pour chaque X, est *symétrique de* HX par rapport à V_1, d'où l'expression $h = \Sigma H$. H se réduit à H_1 sur V_1, et à H_2 sur V_2, V_1 et V_2 sont respectivement invariantes par H ou par K. *Réciproquement*, si $V_1 \subset \mathfrak{M}$ est invariante par H (ou K), $V_2 = \mathfrak{M} \ominus V_1$ l'est aussi; si H_1 et H_2 sont les opérateurs (hermitiens positifs) *induits* par H dans V_1 et V_2, on aura, pour tout $X \in \mathfrak{M}$, $X = P_{V_1} X + P_{V_2} X = X_1 + X_2$, donc $HX = H_1 X_1 + H_2 X_2$. Si l'on prolonge H_1, hors de V_1, en le prenant nul sur $\mathcal{H} \ominus V_1$ (et de même pour H_2), on aura, *pour tout* X *de* $\mathcal{H}$, $HX = H_1 X + H_2 X$, avec $H_1 H_2 = 0$, ce qui donne le sens géométrique suivant à la décomposition $H = H_1 + H_2$ envisagée précé-

demment, et à la racine $h = H_1 - H_2$, hermitienne indéfinie associée. *Choisir dans* $\mathfrak{M} = [\Delta_H] = [\Delta_K]$ *une variété* V_1 *invariante par* K (*donc par* H) *et sa complémentaire* $V_2 = \mathfrak{M} \ominus V_1$. K *induit* K_1 *dans* V_1 *et* K_2 *dans* V_2. H *y induit* H_1 *et* H_2. H_i, $(i = 1, 2)$ *est la racine hermitienne positive de* K_i *dans* V_i, $(-H_i)$ *est la racine hermitienne définie négative de* K_i *dans* V_i; *il existe une racine hermitienne indéfinie h de* K *induisant* H_1 *dans* V_1 *et* $(-H_2)$ *dans* V_2, *d'où son expression* $h = H_1 - H_2$. *Toute h s'obtient par ce procédé*, que nous généraliserons ultérieurement et que nous étendrons aux opérateurs K non bornés.

6. Un cas particulier évident de cette méthode est le suivant. Soit λ_0 tel que $0 < \lambda_0 < \sqrt{M}$, (M, borne de K). La variété l. f. $\Delta_{E(\lambda_0)}$ est invariante par H (et K). $\Delta_{E(\lambda_0)-E(0)}$ l'est aussi et elle est *intérieure* à $\mathfrak{M} = [\Delta_K]$. Prenons-la pour V_1, avec $V_2 = \mathfrak{M} \ominus V_1 = \Delta_{E(\sqrt{M})-E(\lambda_0)}$. Alors $H_1 = \int_0^{\lambda_0} \lambda \, dE(\lambda)$, $H_2 = \int_{\lambda_0}^{\sqrt{M}} \lambda \, dE(\lambda)$; car, par exemple, pour $X \in V_1$, on a $X = [E(\lambda_0) - E(0)]X$ et HX se réduit à $H_1 X = \int_0^{\lambda_0} \lambda \, d[E(\lambda)X]$, puisque $E(\lambda)[E(\lambda_0) - E(0)]$ est $E(\lambda) - E(0)$ si $\lambda < \lambda_0$, et c'est $E(\lambda_0) - E(0)$ si $\lambda \geqq \lambda_0$.

Alors $h = \int_0^{\lambda_0} \lambda \, dE - \int_{\lambda_0}^{\sqrt{M}} \lambda \, dE$, tandis que $H = \int_0^{\lambda_0} \lambda \, dE + \int_{\lambda_0}^{\sqrt{M}} \lambda \, dE$. Ce procédé particulier peut être étendu en intercalant entre O et $\sqrt{M}$ un nombre quelconque de points de division, effectuant la décomposition correspondante de H et affectant arbitrairement les termes de décomposition des signes + ou —, les racines hermitiennes définies ne pouvant s'obtenir qu'avec des signes toujours + ou toujours —. Un groupement de tous les signes + et un autre de tous les signes — ramènent à $h = H_1 - H_2$.

Si l'on remarque que $K = \int_0^M \lambda \, dF(\lambda)$ donne $H = \int_0^M \sqrt{\lambda} \, dF(\lambda)$, on voit que l'exemple précédent s'écrit $h = \int_0^{\lambda_0^2} \sqrt{\lambda} \, dF(\lambda) + \int_{\lambda_0^2}^M (-\sqrt{\lambda}) \, dF(\lambda)$, et le procédé revient à écrire $h = \int_0^M (\varepsilon\sqrt{\lambda}) \, dF(\lambda)$, $\varepsilon(\lambda)$ étant $+1$ dans certains intervalles de λ et -1 dans les autres; plus généralement, G étant un ensemble mesurable B contenu dans (O, M) et $\overline{G}$ son complémentaire dans (O, M), $\varepsilon_1(\lambda)$ et $\varepsilon_2(\lambda)$ leurs fonctions caractéristiques, on pourra prendre $\varepsilon(\lambda)$ égal à $\varepsilon_1(\lambda)$ dans G, à $-\varepsilon_2(\lambda)$ dans $\overline{G}$. Mais ce procédé, comme on le voit sur des exemples simples, $[K = 1, K = P_v]$, *ne permet pas toujours d'obtenir toutes les racines hermitiennes cherchées*, car on ne peut obtenir ainsi que des *racines permutables* à tous les opérateurs bornés permutables à H (ou à K). Nous y reviendrons ultérieurement.

GÉOGRAPHIE BOTANIQUE. — *Le sommet des Monts Bambuto (Cameroun) comme réserve botanique.* Note de M. **Auguste Chevalier.**

M. H. Jacques-Félix vient de proposer la création d'une réserve botanique dans les Monts Bambuto ([1]). Ces monts, qui s'élèvent à l'altitude de 2680^{m}, constituent un des plus beaux sites des Monts Cameroun. Ils sont riches en orophytes en voie de disparition (*Podocarpus*, *Lachnopylis*, *Rapatea*, *Philippia*). Nous demandons nous même que ces monts soient mis en réserve intégrale. Il faudra y intégrer notamment une petite forêt de *Myrica arborea* située vers 2200^{m} d'altitude.

Nous pourrions nous entendre avec nos voisins britanniques pour que les hautes vallées de la Cross-River situées sur le territoire qu'ils administrent entrent également dans cette réserve d'un haut intérêt scientifique.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Variation de l'acide acétique du bois avec l'âge.* Note ([1]) de MM. **Gabriel Bertrand** et **Lazare Silberstein.**

De l'acide acétique est facilement mis en liberté par hydrolyse du bois des arbres, de la paille des céréales, de la coque des noyaux et, d'une manière générale, de tous les tissus végétaux dits *lignifiés*. Les quantités obtenues sont importantes, car elles peuvent s'élever à 80^{kg} et davantage par tonne de matière sèche ([2]).

Il est intéressant de remarquer, tant au point de vue de la chimie comparée des végétaux que des applications industrielles, que le bois des Gymnospermes est moins riche que celui des Angiospermes, n'ayant fourni, selon les espèces et dans les mêmes conditions expérimentales, que de 13 à 25^{kg} au lieu de 43 à 86.

Dans les industries basées sur la saccharification du bois, l'acide acétique est libéré en même temps que les sucres et, dans certains cas, on peut avantageusement le séparer ou l'utiliser à des fins diverses.

Jusqu'à présent on ne possède qu'un très petit nombre de données relatives aux variations de la teneur acétique du bois suivant l'âge et la situation du tissu lignifié qui le compose presque entièrement. Dans le travail cité plus haut, il a été fait mention d'une différence entre le bois des grosses branches et celui du

---

([1]) *Bull. Museum*, 2e série, 17, vi, 1945.

([1]) Séance du 1er avril 1946.

([2]) Gab. Bertrand et G. Brooks, *Comptes rendus*, 212, 1941, pp. 739-743 et Mémoire dans *Ann. agr.*, 11, 1941, p. 173 ou *Ann. des Fermentat.*, 6, 1941, p. 65.

tronc : chez les 5 espèces de Gymnospermes et surtout chez les 13 espèces d'Angiospermes qui ont été analysées, la teneur en acide acétique s'est presque toujours montrée un peu plus forte dans les branches que dans le tronc, en moyenne de 6,56 contre 5,76 % de matière sèche, chez les Angiospermes. D'un autre côté E. Hägglund a reconnu, en opérant sur le Sapin épicéa et sur le Pin silvestre, qu'il y a un peu plus d'acide acétique dans « le bois de la partie de l'arbre placée au-dessus de la limite de séparation de la couronne et du tronc que dans la partie située au-dessous », en moyenne 1,73 % au lieu de 1,83 ([3]).

Nous avons cherché à quel résultat l'on aboutirait en poussant plus loin l'étude de la variation de la teneur du bois en acide acétique, en comparant, non plus seulement la composition d'une grosse branche à celle du tronc, mais en reprenant cette étude à partir des rameaux de la première année et en répétant les analyses à plusieurs étapes du développement de l'arbre.

Nos expériences ont porté sur deux Conifères (Gymnospermes) : le Sapin ordinaire ou Epicéa (*Abies excelsa* D. C.) et le Pin des Landes ou Pin maritime (*Pinus pinaster* Soland), et sur deux Cupulifères (Angiospermes) : le Hêtre (*Fagus silvatica* L.) et le Chêne rouvre (*Quercus sessiliflora* Salisb.). Les matériaux d'étude, que nous devons au concours éclairé de M. Guinier, provenaient de l'abattage soit d'un arbre entier, comme dans le cas du Sapin, soit d'une branche principale avec toutes ses ramifications, dans les autres cas. Nous possédions déjà des échantillons de troncs et de grosses branches des dernières essences et il avait paru que l'économie d'abattage, de manipulation et de transport de nouveaux arbres pouvait être faite sans dommage pour la solution du problème envisagé.

Après mise en fagots des branches et débitage en rondelles du tronc de Sapin, les matériaux d'étude, soigneusement étiquetés, ont été abandonnés dans une chambre jusqu'à dessiccation pratiquement complète à la température ordinaire. On a procédé alors à la séparation des rameaux selon leur âge, éliminé l'écorce du bois et réduit ce dernier en poudre à l'aide du moulin pour les petits échantillons et de la râpe pour les gros.

Sur chacun des échantillons de poudre on a dosé la matière sèche par chauffage à l'étuve électrique, et l'acide acétique par hydrolyse acide, distillation et titrage alcalimétrique ([4]).

Dans le tableau ci-après les résultats sont donnés en acide acétique pour 100 de bois séché à l'étuve; le degré de développement des branches et des troncs est exprimé, après écorçage, par le diamètre ø en centimètres.

([3]) E. Hägglund, *Holzchemie*, 2e édit., 1939, p. 243, Leipzig.
([4]) La technique du dosage de l'acide acétique a été décrite dans le Mémoire cité en ([2]).

Partie analysée	Acide acétique % de matière sèche. Épicéa.	Pin.	Hêtre.	Chêne.
Rameaux d'une année	2,43	–	5,98	6,09
» de deux années	2,47	2,47	5,97	6,10
» trois »	2,41	2,35	6,07	6,12
» quatre »	2,38	2,34	6,04	6,18
» cinq »	–	2,28	6,10	–
Branches petites	2,25	–	–	–
ø env.	1^{cm}			
» grosses	2,16	2,21	6,28	6,08
ø env.	2^{cm},5	2^{cm}	3^{cm}	3^{cm}
Tronc haut	2,23	–	–	–
ø env.	3^{cm}			
» milieu	2,5	2,02	6,12	5,10
ø env.	6^{cm}	18^{cm},5	27^{cm}	17^{cm},5
» bas	2,20	–	–	–
ø env.	15^{cm},5			

Ces résultats confirment la richesse du bois en acide acétique combiné, plus grande chez les Angiospermes que chez les Gymnospermes et mettent bien en évidence, d'autre part, l'existence de certaines variations de cette richesse avec le degré de développement de l'arbre.

Les variations de la teneur en acide acétique sont peu étendues et, semble-t-il, pas toujours dans le même sens. Dans les exemples rapportés aujourd'hui, elles se sont produites dans le sens d'une diminution, pouvant atteindre environ 20 % chez le Sapin, le Pin et le Chêne, mais dans le sens d'une faible augmentation, au contraire, chez le Hêtre.

La connaissance de ces faits n'est pas seulement à retenir au point de vue théorique, elle peut être prise en considération au point de vue pratique, dans le cas, par exemple, où l'industrie chimique songerait à utiliser les petits bois d'abattage qu'elle a délaissés jusqu'ici.

THERMODYNAMIQUE. — *Théorie unidimensionnelle des tuyères-foyers.* Note de M. MAURICE ROY.

I. On considère l'écoulement permanent (débit-masse m) et *par tranches* d'un fluide *gazéiforme* et homogène, en réaction chimique (combustion) dans une tuyère à combustion, dite *tuyère-foyer*. Pour *simplifier*, je suppose ici le fluide parfait (à viscosité et conductibilité négligeables) et assimilable à un mélange de gaz parfaits, à coefficients calorifiques insensibles au degré d'avancement α de la réaction, *elle-même supposée unique*. Toutes les grandeurs massiques sont rapportées à l'unité de masse du fluide (indice zéro, pour la section-origine où commence la combustion, soit $\alpha_0 = 0$). Le pouvoir calori-

fique à pression constante H est alors une constante et $dE = -H\,d\alpha + c_p\,dT$ (E, enthalpie).

Les équations d'état et de mouvement, sans forces extérieures, sont :

(1) $$v\,dv = -\sigma\,dp;$$
(2) $$H\,d\alpha = c_p\,dT - dQ - \sigma\,dp;$$
(3) $$\omega v = m\sigma;$$
(4) $$p\sigma = c_p T \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

(v, vitesse; p, pression; σ, volume spécifique; ω, section droite; c_p, chaleur spécifique à p constant; γ, rapport des chaleurs spécifiques; dQ, apport spécifique de chaleur à travers la paroi).

Les simplifications admises conviennent notamment pour les mélanges d'air et de carburant pulvérisé, à forte dilution et à pression modérée, utilisés pour les turbines à gaz, turbo-réacteurs et moteurs analogues. Seule l'*unicité* admise de la réaction de combustion est sujette à caution, mais la théorie s'adapterait à des réactions en chaîne, pourvu que les caractéristiques en soient complètement définies. Noter qu'on suppose aussi l'*allumage* réalisé dans la tranche-origine de façon *uniforme*, soit par échauffement homogène et antérieur, soit par points chauds très nombreux et répartis (de façon à éliminer toute propagation de l'inflammation).

II. Aux cinq inconnues v, p, σ, T, ω de la théorie approchée des tuyères sans réaction chimique, s'ajoute ici α, mais l'abscisse x n'intervient toujours pas explicitement dans les équations (1) à (4), qui permettent d'exprimer quatre des inconnues en fonction de la cinquième.

C'est la *dynamique chimique* qui fait intervenir x par la *vitesse de réaction* $d\alpha/dt = v\,\partial\alpha/\partial x$. Je supposerai d'ailleurs les tuyères *adiabatiques* ($dQ \equiv 0$) et l'écoulement *sans discontinuités* (où ondes stationnaires). La condition de Carnot-Clausius (entropie constamment croissante) exige seulement que α reste inférieur à la valeur d'équilibre (dissociation) à p, T.

III. *Foyer à pression constante.* — (1) montre que $dv = 0$, donc $v \equiv v_0$: l'échauffement isobare du courant par la combustion ne modifie pas sa vitesse. Cette loi, parfois méconnue, est également vraie s'il y a échange externe de chaleur ($dQ \neq 0$); sans viscosité, v ne peut varier que si $dp \neq 0$.

Si c_p et γ sont approximativement constants, $\alpha = c_p(T - T_0)/H$, puis $\omega/\omega_0 = \sigma/\sigma_0 = T/T_0$. Le degré de réaction α est borné supérieurement par sa limite d'équilibre chimique en fonction de $p \equiv p_0$ et de T.

Pour en tenir compte et situer les *tranches* en abscisse, il faut partir du diagramme de Duhem $\alpha(T)$, relatif à la réaction unique considérée, pour $p = p_0$, avec courbes d'égale vitesse de réaction $d\alpha/dt = v_0\,\partial\alpha/\partial x$. Sur ce diagramme on trace la droite $\alpha = c_p(T - T_0)/H$ et l'on relève, en fonction de α, les cotes $d\alpha/dt$ de ses intersections avec les iso-vitesses. Puis on construit en fonction de α la

courbe $v_0/(d\alpha/dt) = 1/(\partial\alpha/\partial x)$. L'abscisse x s'évalue alors par l'aire comprise entre cette courbe et l'axe des α, de $\alpha_0 = 0$ à α considéré.

IV. *Tuyère-foyer cylindrique.* — Alors $\omega \equiv \omega_0$ et l'on pose $\varphi = v/v_0$, et μ, nombre de Mach, v/a (a, vitesse du son). En supposant c_p et γ sensiblement constants, on établit les lois

$$(5)\qquad \tau = \frac{T}{T_0} = \varphi - \gamma\,\mu_0^2\,\varphi(\varphi - 1),$$

$$(6)\qquad \alpha = \frac{a_0^2}{2(\gamma-1)H}(\varphi - 1)\left[2 + (\gamma - 1)\mu^2 - (\gamma + 1)\mu^2\varphi\right],$$

$$(7)\qquad \varpi = \frac{p}{p_0} = \frac{\tau}{\varphi}.$$

En fonction de φ, (5) à (7) donnent T, α et p, d'où, par le diagramme de Duhem, $d\alpha/dt = v\,\partial\alpha/\partial x$. Comme en (III), on construit en fonction de α la courbe de $v/(d\alpha/dt)$ et l'on calcule, par planimétrage, $x(\alpha)$.

Même pour une réaction *unique*, la loi de $d\alpha/dt$ en fonction de (α, p, T) est rarement connue de façon complète : il y aura donc intérêt, pour confronter la théorie avec l'expérience, dans des recherches telles que celles actuellement envisagées à propos des brûleurs pour propulseurs à réaction, à choisir convenablement le mélange combustible.

Selon E. Jouguet [1], j'ai admis ci-dessus que $d\alpha/dt$ se réduit à une simple fonction de α, p, T. Pour les foyers à écoulement rapide, l'*influence de la turbulence*, trop négligée jusqu'ici, *se révélera probablement importante* et pourra altérer cette conception provisoire.

V. En calculant le problème précédent (IV) pour un cas analogue à celui d'un brûleur à gasoil de turboréacteur actuel ($T_0 = 850°$K. ; $\gamma = 1,405$; $a_0 = 587$ m/s ; $H/a_0 = 1,825$), on constate que, pour $\mu_0 = 0,6$; 0,8 ; 1,5, lim. sup. $\alpha = 0,32$; 0,06 ; 0,19. Dans un *assez large domaine* de v_0 autour de a_0, la réaction se trouve donc *étroitement restreinte* (comme le serait d'ailleurs l'échange total de chaleur avec l'extérieur en tuyère non adiabatique).

En outre, en régime initialement supersonique ($\mu_0 > 1$), à mesure que la combustion avance, v décroît tandis que p et T croissent. Par contre, en régime initialement subsonique ($\mu_0 < 1$), à mesure que α augmente, v croît et p décroît, mais T peut, selon les cas, croître continuellement ou passer par un maximum, puis devenir même inférieur à T_0 (pour $\mu_0 = 0,8$; $\alpha = 0,06$; $v = 1,24\,v_0$, on a $T = 0,973\,T_0$).

VI. Le problème précédent (IV) comporte une *singularité remarquable :* pour $\mu_0 = 1$, l'unique solution sans discontinuités est l'écoulement sonique ($v \equiv a_0$) sans réaction chimique ($\alpha \equiv 0$). A partir de ces conditions initiales, toujours en tuyère adiabatique, aucune discontinuité stationnaire n'est concevable pour *amorcer* la réaction.

---

[1] *Mécanique des explosifs*, Paris, 1917, pp. 110 et suivantes.

VII. Pour une tuyère *quelconque* et lorsque la réaction est parvenue à l'*équilibre chimique* et s'y conforme, l'écoulement se traite comme en l'absence de réaction, mais en tenant compte, pour l'enthalpie et l'entropie, des variations de c_p et γ qui résultent de celle de α en fonction de p, T suivant la loi d'équilibre (c_p et γ dépendent alors de p et de T, mais d'autant moins que le mélange est plus dilué). Il me semble d'ailleurs, douteux que l'équilibre chimique puisse s'adapter continuellement à un écoulement très rapide : même dans un fluide parfait, l'adiabaticité ne se confondrait plus alors avec l'isentropie.

NOMINATIONS.

MM. **Henri Deslandres**, **Jacques Hadamard**, **Paul Langevin**, **Emmanuel de Margerie**, **Arnaud Denjoy** sont désignés pour faire partie de la délégation de l'Académie aux Cérémonies qui auront lieu à Londres et à Cambridge, les 15 juillet 1946 et jours suivants, en commémoration du *trois-centième anniversaire* de la naissance de Isaac Newton.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section de Physique générale, en remplacement de M. *Charles Fabry*, décédé.

Le nombre des votants étant 50,

M. Jean Cabannes obtient . . . . 49 suffrages.
M. Francis Perrin » . . . . 1 »

M. **Jean Cabannes**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation du Gouvernement provisoire de la République.

Par la majorité absolue des suffrages, M. **Pierre Jolibois** est élu Membre du Conseil de perfectionnement de l'École Polytechnique en remplacement de M. *Georges Perrier*, décédé.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de candidats à la place de Membre artiste vacante au Bureau des Longitudes par le décès de M. *Amédée Jobin*, pour la première ligne, M. *André Couder* obtient 41 suffrages contre 5 à M. *Henri Chrétien*.

Pour la seconde ligne, M. *Henri Chrétien* obtient 38 suffrages. Il y a 4 bulletins nuls.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation Nationale comprendra :

En première ligne . . . . M. **André Couder**.
En seconde ligne . . . . M. **Henri Chrétien**.

PLIS CACHETÉS.

M. **Michel Bardach** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 21 juillet 1941 et enregistré sous le n° 11768.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note intitulée *Recherches sur la fièvre aphteuse. Une source abondante de virus pur, le liposarcome greffable du Cobaye.*

(Renvoi à la Section de Médecine.)

MM. **Jules Bridré** et **Michel Bardach** demandent l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 21 juillet 1941 et enregistré sous le n° 11769.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note intitulée *Recherches sur la fièvre aphteuse. Pouvoir pathogène et valeur antigénique du virus recueilli dans une tumeur de Cobaye aphteux.*

(Renvoi à la Section de Médecine.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *La Médecine aéronautique. Bulletin du Service de santé de l'air.* Tome I, n° 1, janvier 1946.

2° Lucien Godeaux. *Introduction à la Géométrie supérieure.* Deuxième édition.

3° American Society of Civil Engineers. *Memoirs. William Bowie M. Am. Soc. C. E.*, par Henry G. Avers.

4° B. Baribeau. *État de la production des Pommes de terre de semence dans le Québec.*

5° Ricardo Caballero. *Pasteur. Estudio integral de sus obras, el hombre, el filosofo, el creyente. — Aristoteles. Naturalista, biologo y filosofo. — La Independencia de la America Latina fue asegurada por los esfuerzos de las Diplomacias Norteamericana e Inglesa. — Catedra de Historia de la Medicina y de las Doctrinas Medicas. — Biblioteca de Medicina Clasica.*

MM. **Roger Brard** et **Pierre Tardi** prient l'Académie de bien vouloir les compter au nombre des candidats à l'une des places vacantes dans la Section de Géographie et Navigation.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Les processus fortement continus et la loi de Laplace.* Note de M. **Paul Lévy**, présentée par M. Émile Borel.

1. *Définitions.* — La notion de *processus stochastique* correspond à l'idée d'une fonction aléatoire $X(t)$ dont les valeurs successives, pour des valeurs

croissantes de t, sont des variables aléatoires successivement déterminées [1]. Un processus est dit *normal* si le hasard intervient effectivement à chaque instant, *dégénéré* dans le cas contraire. Il y a là une distinction importante, qui disparaît absolument si l'on considère $X(t)$ comme un élément choisi d'un coup dans un certain ensemble de fonctions. En outre la notion de processus se distingue de celle de fonction aléatoire parce qu'un même processus (qu'il soit de Markoff ou non), fonctionnant à partir de diverses données initiales, peut conduire à différentes fonctions aléatoires.

Un processus est dit *additif* si la loi qui régit l'accroissement $X(t_1) - X(t_0)$ ne dépend que de t_0 et t_1; il est dit *linéaire*, si elle ne dépend que de $t_1 - t_0$.

Un processus est *fortement continu* si la fonction $X(t)$ est presque sûrement continue. Il est *localement continu* en un point t si, quand τ tend vers zéro, $X(t+\tau) - X(t)$ tend en probabilité vers zéro. S'il en est ainsi en tout point de (t_0, t_1), ainsi qu'en t_0 à droite et en t_1 à gauche, la continuité locale est uniforme; mais cela n'entraîne pas la continuité forte.

Avec ces définitions, un théorème fondamental bien connu de la théorie des processus additifs peut s'énoncer comme suit : *si un processus additif est partout localement continu dans (t_0, t_1), ainsi qu'à droite de t_0 et à gauche de t_1, la condition nécessaire et suffisante pour que $X(t_1) - X(t_0)$ soit une variable laplacienne généralisée est que le processus soit fortement continu* [2].

Donc en particulier : *si un processus est additif et fortement continu dans un intervalle (t_0, t_1), les accroissements $X(t') - X(t)$ $(t_0 < t < t' < t_1)$ sont des variables laplaciennes généralisées.*

2. *Contact de deux processus.* — Nous désignerons par $\delta X(t)$ une expression approchée de $X(t+dt) - X(t)$ telle que l'erreur puisse être mise sous la forme $\omega(t, dt) = \omega_1 + \omega_2$, avec

$$E_t\{\omega_1^2\} = o[(dt)^2], \qquad \Pr_t\{\omega_2 \neq 0\} = o(dt) \qquad (dt \searrow 0).$$

Les indices suivant les symboles E et Pr indiquent qu'il s'agit de probabilités évaluées à l'instant t. Bien entendu, pour reconstituer la variable aléatoire $X(t+dt) - X(t)$ par l'addition de $\delta X(t)$, ω_1 et ω_2, il faut tenir compte des corrélations qui peuvent exister entre ces variables aléatoires.

Deux processus sont *tangents à l'instant t, à droite*, si, les conditions initiales supposées connues étant les mêmes, une même expression de $\delta X(t)$ convient pour les deux processus.

---

[1] Bien entendu ces valeurs $(t_0, t_1, t_2, \ldots)$ forment une suite discrète, et l'on ne peut arriver à une méthode pour réaliser le choix d'une des déterminations possibles de $X(t)$ que par des interpolations analogues à celles que l'on fait pour définir une intégrale. Cela n'empêche pas de considérer $X(t)$ comme connu dans (t_0, t_1) avant de s'occuper de $X(t_2)$.

[2] M. Fréchet ayant attiré l'attention sur le fait que la loi dite de Gauss avait, bien avant Gauss, été considérée par de Moivre et Laplace, nous appelons maintenant *variable laplacienne* une variable régie par cette loi.

3. Théorème fondamental. — *Si un processus fortement continu admet au point t un processus linéaire tangent à droite, $\delta X(t)$ est une variable laplacienne généralisée.*

Cela est presque évident. Si le processus linéaire tangent n'était pas lui-même fortement continu, la fonction $Y(t)$ qu'il définit aurait, entre les instants t et $t+dt$, des sauts supérieurs à h en valeur absolue, avec une probabilité $> c\,dt (h > 0, c > 0)$; la différence $Y(t) - X(t)$ aurait les mêmes sauts avec la même probabilité, et ne serait pas de la forme $\omega(t, dt)$. L'application à $Y(t)$ du théorème rappelé au n° 1 donne le résultat énoncé.

Ce théorème devient faux si l'on remplace le mot *linéaire* par le mot *additif*. Il semble toutefois qu'il y ait une extension possible si l'on admet l'existence d'un processus additif tangent, non seulement au point t, mais dans un certain intervalle $(t, t+h)$ à droite de ce point, et si de plus on impose au processus tangent de dépendre d'une manière continue de t et $X(t)$, et à la condition de contact d'être réalisée d'une manière uniforme, au moins si $X(t)$ est borné.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *La consanguinité dans une population limitée.* Note de M. **Gustave Malécot**, présentée par M. Émile Borel.

L'accouplement au hasard dans une population comprenant un nombre limité d'individus entraîne une consanguinité croissante. Supposons les générations séparées, et introduisons, pour la $n^{\text{ième}}$ génération F_n, le *coefficient de consanguinité moyen* f_n d'un individu A_n pris au hasard dans F_n; c'est aussi le *coefficient de parenté* de ses deux parents A_{n-1} et A'_{n-1} pris au hasard dans F_{n-1}; c'est la probabilité pour que deux gènes homologues H_n et H'_n, tirés au sort chez A_{n-1} et A'_{n-1} et s'unissant chez A_n, descendent d'un même gène d'un même ancêtre commun. A_n présente alors les trois génotypes avec les probabilités

$$p(p+fq), \quad 2pq(1-f), \quad q(q+fp) \quad (^1).$$

1° Soit une population végétale de N individus monoïques, susceptibles d'autofécondation aussi bien que de croisement. Les deux parents de A_n ont les probabilités $1/N$ et $1 - 1/N$ d'être identiques ou distincts; donc, en appelant φ_n le coefficient de parenté de deux individus *supposés distincts* de F_{n-1} :

$$f_n = \frac{1+f_{n-1}}{2N} + \varphi_n\left(1 - \frac{1}{N}\right) \quad \text{et} \quad \varphi_n = \frac{1+f_{n-2}}{2N} + \varphi_{n-1}\left(1 - \frac{1}{N}\right),$$

d'où la récurrence $f_n = 1/2N + f_{n-1}(1 - 1/2N)$, qui montre que f_n tend vers 1 quand n tend vers l'infini; les hétérozygotes disparaissent, *on tend vers l'homogénéité génétique.*

---

(1) G. Malécot *Comptes rendus*, **215**, 1942, p. 313.

La rapidité de ce processus est donnée par

$$\alpha_n = 1 - f_n = \alpha_0\left(1 - \frac{1}{2N}\right)^n \# \alpha_0 e^{-\frac{n}{2N}}.$$

Le nombre de générations doit être de l'ordre du nombre d'individus pour que la réduction soit appréciable. (Le cas $N = 1$ est celui de l'autofécondation indéfinie.)

2° Soit une population à sexes séparés : N_1 mâles et N_2 femelles. A_{n-1} et A'_{n-1} sont forcément distincts. La probabilité que H_n et H'_n proviennent d'un même gène de F_{n-2} est $1/4N_1 + 1/4N_2$, que nous désignerons par $1/N$ (N est la moyenne harmonique de $2N_1$ et $2N_2$). $\alpha_n = 1 - f_n$ tend encore vers 0 suivant la récurrence $\alpha_n = (1 - 1/N)\alpha_{n-1} + 1/2N\alpha_{n-2}$ qui admet deux solutions $\alpha_n = k^n$, avec $k^2 - (1 - 1/N)k - 1/2N = 0$, d'où la solution générale

$$\alpha_n = l\left(\frac{1 - 1/N + \sqrt{1 + 1/N^2}}{2}\right)^n + \mu\left(\frac{1 - 1/N - \sqrt{1 + 1/N^2}}{2}\right)^n,$$

l et μ étant déterminés par α_0 et α_1 (l'accouplement frère-sœur est obtenu pour $N_1 = N_2 = 1$, $N = 2$).

Si α_0 ou α_1 est $\neq 0$, l est $\neq 0$, et α_n se réduit, dès que n est un peu grand, à son 1er terme $le^{-\frac{n}{2N} - \frac{n}{8N^2} + \frac{\varepsilon n}{N^2}}$ avec $l = \alpha_1 + \alpha_0/2N + o(1/N^2)$. *La séparation des sexes n'introduit donc qu'une modification insignifiante.*

3° Supposons maintenant que l'effectif varie au cours du temps, c'est-à-dire que N_1, N_2 et N soient des fonctions connues de n. On a encore

$$\alpha_{n+2} = \left[1 - \frac{1}{N(n)}\right]\alpha_{n+1} + \frac{\alpha_n}{2N(n)},$$

qu'on résout en posant $\alpha_n = k_0 k_1 k_2 \ldots k_n$; les k_i se calculent à partir de k_1 par $k_{n+2} = 1 - 1/N(n) + 1/2N(n)k_{n+1}$; ils sont donc < 1 à partir de k_3, et par suite les α_n décroissent vers une limite $\alpha \geq 0$. $\log\alpha$ est la somme de la série de terme général $\log k_n = \log(1 - U_n)$, en posant

$$U_{n+2} = \frac{1 - \varepsilon_n}{2N(n)} \quad \text{et} \quad \varepsilon_n = \frac{U_{n+1}}{1 - U_{n+1}} \sim \frac{1}{2N(x-1)},$$

donc

$$U_{n+2} \sim \frac{1}{2N(n)}.$$

a. Si, quand n tend vers l'infini, $N(n)$ reste fini ou devient infini au plus comme une fonction linéaire de n, l'intégrale $\int_a^{+\infty} \frac{dn}{2N(n)}$ est divergente, la série U_n aussi, donc $\alpha = 0$, f tend vers 1, *on tend à l'homogénéité*;

b. Si $N(n)$ tend vers l'infini comme n^{1+k} ($k > 0$), la série U_n est convergente, la limite $1 - \alpha$ de f est < 1, l'état asymptotique *conserve une proportion* $2\alpha pq$ *d'hétérozygotes.*

4° Mais la principale raison de la persistance d'hétérozygotes est l'introduction de gènes nouveaux par *mutation* ou *migration*. Si u désigne la probabilité qu'un gène déterminé mute d'une génération à la suivante, ou la proportion de reproducteurs venus à chaque génération d'une population infiniment nombreuse extérieure à F, ou la somme de ces deux quantités, $1-u$ sera la probabilité qu'un gène de A_n provienne sans modification d'un de ses parents. On a alors $f_n=[(1-u)^2/2N]+(1-u)^2(1-1/2N)f_{n-1}$ dans le cas monoïque, $f_n=[(1-u)^4(1+f_{n-2})/2N]+(1-u)^2(1-1/N)f_{n-1}$ dans le cas des sexes séparés, ce qui donne pour valeurs asymptotiques, en négligeant U^2 :

$$\frac{(1-2u)}{[1+(4N-2)u]} \quad \text{et} \quad \frac{(1-4u)}{(1+4Nu)}$$

respectivement, donc sensiblement $f=1/(1+4Nu)$, qui ne diffère notablement de 1 (persistance d'hétérozygotes) que si *le nombre total* $2Nu$ *de gènes nouveaux à chaque génération est au moins de l'ordre de l'unité*, ce qui est souvent réalisé par migration.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Un théorème d'existence*. Note de M. **Jerzy Neyman**, présentée par M. Émile Borel.

1. Soient X une variable aléatoire et t une variable certaine. Soit $F(t)$ la loi de probabilité de X, représentant, pour tout t, la probabilité $P\{X\leq t\}$ pour que X ne dépasse pas t. Il semble que c'est à M. Émile Borel qu'on doive la remarque importante que, si la fonction $F(t)$ est continue, alors il existe au moins une fonction mesurable $f(t)$ telle que la variable aléatoire Y, qu'on obtient en substituant X dans $f(t)$ au lieu de t,

$$Y=f(X)$$

possède une répartition de propabilité uniforme entre 0 et 1 :

$$P\{Y\leq t\}=t,$$

pour $0\leq t\leq 1$. Un exemple d'une telle fonction $f(t)$ est fourni par la loi de probabilité $F(t)$, de façon que $Y=F(X)$ soit une variable aléatoire à répartition uniforme entre 0 et 1. Le but de la présente Note est de démontrer l'existence d'une fonction $f(t)$ qui jouit de la même propriété simultanément par rapport à un nombre fini de variables aléatoires $X_1, X_2, \ldots X_n$.

2. Lemme [1]. — Étant données deux fonctions continues et non décroissantes $F_i(t)$, $i=1, 2$, définies pour tout t réel, et telles que $F_i(-\infty)=0$, $F_i(+\infty)=\alpha$, alors *pour tout entier positif* n, *il existe un intervalle* (a, b) *tel que* $F_i(b)-F_i(a)=\alpha/n$. La démonstration de ce lemme est immédiate.

(1) M. Georges Polyà m'informe qu'un résultat semblable a été obtenu par M. Paul Lévy, mais nous n'avons pu trouver la publication qui s'y rapporte. M. Polyà a démontré une extention intéressante du lemme donné ici.

3. Théorème. — *Étant données* N *variables aléatoires indépendantes* X_i, $i=1, 2, \ldots, N$, *avec leurs lois de probabilité* $F_i(t)$ *continues, il existe une fonction mesurable* $f(t)$, *telle qu'en y substituant au lieu de t n'importe quelle variable* X_i, *on obtient une variable aléatoire* $Y_i=f(X_i)$ *dont la répartition de probabilité est uniforme entre zéro et un,* $P\{Y_i \leqq t\} \equiv t$ *pour* $0 \leqq t \leqq 1$.

Il suffit de démontrer ce théorème pour $N=2$. La fonction $f(t)$ sera définie comme la limite d'une suite monotone. Pour définir le premier membre de cette suite, désignons par w_1 l'intervalle (a, b), dont l'existence est assurée par le lemme, tel que $F_i(b)-F_i(a)=1/2$, $i=1, 2$. Désignons par w_2 le reste de l'axe des abscisses. On définit

$$f_1(t)=0 \quad \text{pour } t \varepsilon w_1, \qquad f_2(t)=\frac{1}{2} \quad \text{pour } t \varepsilon w_2.$$

On voit que les deux variables aléatoires $Y_i=f_1(X_i)$ $(i=1, 2)$ ont la même loi de probabilité. Pour définir le second membre de la suite de fonctions, on raisonne sur w_1 et w_2 séparément, tout comme on a raisonné sur l'axe des abscisses entier. On applique le lemme et l'on partage w_1 en deux parties, $w_{2,1}$ et $w_{2,2}$ telles que $P\{x_i \varepsilon w_{2,j}\}=1/4$, pour $i, j=1, 2$. De même on partage w_2 en deux parties $w_{2,3}$ et $w_{2,4}$ ayant la même propriété.

On définit ensuite

$$f_2(t)=0, \qquad \text{pour } t \varepsilon w_{2,1},$$
$$f_2(t)=\frac{1}{4}, \qquad \text{pour } t \varepsilon w_{2,2},$$
$$f_2(t)=\frac{2}{4}, \qquad \text{pour } t \varepsilon w_{2,3},$$
$$f_2(t)=\frac{3}{4}, \qquad \text{pour } t \varepsilon w_{2,4}.$$

En continuant ainsi n fois, on arrive à 2^n ensembles $w_{n,j}$, $j=1, 2, \ldots, 2^n$, tels que

$$P\{x_i \varepsilon w_{n,j}\}=2^{-n} \qquad (i=1, 2),$$

et l'on définit

$$f_n(t)=\frac{j-1}{2^n}, \qquad \text{pour } t \varepsilon w_{n,j}.$$

En tenant compte du mode de subdivision de l'axe de t en des ensembles $w_{n,j}$, on voit que, pour tout t fixé, $f_n(t)$ est une fonction non décroissante de n. Donc la suite $\{f_n(t)\}$ possède une fonction limite $f(t)$ et l'on voit que

$$f_n(t) \leqq f(t) < f_n(t) + \frac{1}{2^n}.$$

D'autre part, pour $i=1, 2$ et pour tout t entre les limites

$$\frac{j-1}{2^n} \leqq t < \frac{j}{2^n},$$

où $j \leq 2^n$ est un entier positif, on a

$$t < \mathrm{P}\{f_n(\mathrm{X}_i) \leq t\} = \frac{j}{2^n} \leq t + \frac{1}{2^n}.$$

Il s'ensuit que, pour tout t entre 0 et 1 et pour tout n positif entier,

$$t - \frac{1}{2^n} \leq \mathrm{P}\{f(\mathrm{X}_i) \leq t\} \leq t + \frac{1}{2^n}$$

pour $i = 1, 2$. Donc

$$\mathrm{P}\{f(\mathrm{X}_i) \leq t\} \equiv t.$$

La généralisation au cas d'un nombre quelconque des variables aléatoires $\mathrm{X}_1, \mathrm{X}_2, \ldots, \mathrm{X}_n$ est immédiate.

Le théorème démontré a des applications intéressantes dans la théorie des ensembles *semblables* à tout l'espace, abordée en 1933 par E. S. Pearson et l'auteur de la présente Note. Comme l'a montré M. Georges Darmois ([2]), le problème des ensembles semblables est équivalent au problème du Nil formulé par M. R. A. Fisher en 1936.

GÉOMÉTRIE. — *Attributs de dérivabilité dans la génération de systèmes triples orthogonaux.* Note ([1]) de M. **Georges Llensa**, présentée par M. Élie Cartan.

Nous avons défini ([2]) les familles de surfaces intégrales paratingentes de l'équation

$$\text{(E)} \qquad \overline{\mathrm{grad}}^2\, u . \mathrm{S}^2(u) = 1,$$

dans laquelle $\mathrm{S}(u)$ est le premier membre d'une équation de sphère dont le centre $\mathrm{Q}(u)$ et le rayon $\mathrm{R}(u)$ sont des fonctions continues de u, et nous en avons donné certaines propriétés. La présente Note va montrer comment une étude des solutions de (E) à surfaces de niveau sphériques permet d'étudier les intégrales paratingentes et d'obtenir des systèmes triples orthogonaux possédant en tout point un certain degré d'irrégularité.

L'équation (E) a des solutions $u(x, y, z)$ à surfaces de niveau sphériques ([3]); soit $\sigma(u)$ une telle famille de sphères, pour laquelle le support et le sens de $\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, u$ sont continus. Si l'on donne la sphère $\sigma(u_0)$, la famille $\sigma(u)$ est complètement déterminée par l'intégration du système

$$(1) \qquad \overrightarrow{\omega}_u = -2\varepsilon\rho\overrightarrow{\omega \mathrm{Q}}, \qquad \rho_u = \varepsilon\left(\rho^2 + \overline{\omega \mathrm{Q}}^2 - \mathrm{R}^2\right),$$

où ω et ρ désignent respectivement le centre et le rayon de $\sigma(u)$, et où $\varepsilon = \pm 1$ est donné par le sens (connu) de $\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, u_0$ sur $\sigma(u_0)$. (Nous prendrons $\varepsilon = 1$.)

([2]) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 266.

([1]) Séance du 1er avril 1946.

([2]) *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 297.

([3]) Nous ne considérons que des portions de surfaces à distance positive de $\mathrm{S}(u)$.

On obtient de cette façon toutes les familles de ∞^1 sphères à centre et rayon continûment dérivables : si $\sigma(u)$ est donnée, pour chaque u le système (1) détermine $S(u)$ sans ambiguïté.

Le long d'une trajectoire orthogonale C d'une famille $\sigma(u)$, posons $M = \omega + \rho \vec{h}$, $\vec{h}$ étant un vecteur unitaire. Ce vecteur est continûment dérivable par rapport à u, puisque ω et M le sont : les courbes C ont un cercle osculateur continu qui, comme dans le cas des familles L. D. (¹), est orthogonal à $S(u)$. Les courbes C sont données par le système

$$(2) \qquad \vec{M}_u = \left(\overline{QM}^2 - R^2\right)\vec{h}, \qquad \vec{h}_u = 2\left(\vec{h} \wedge \overrightarrow{QM}\right) \wedge \vec{h}.$$

Étant données deux valeurs u_0, u_1, ce système fait correspondre à un élément de contact orienté $\left(M_0, \vec{h}_0\right)$ un autre élément de contact $\left(M, \vec{h}\right)$: ce système définit donc une famille de *transformations de contact* $T(u_0, u_1)$ *conservant les sphères.*

Une telle transformation conserve le cercle de contact d'une sphère à un paramètre avec son enveloppe : à un cercle tracé sur une sphère correspond un cercle sur la sphère transformée. Par suite, la correspondance ponctuelle ainsi établie entre deux sphères homologues *conserve les angles.* Les cyclides de Dupin, et sur elles, deux cercles orthogonaux sont aussi conservés. Finalement, deux *sphères σ et σ' ayant un élément de contact commun* $\left(M, \vec{h}\right)$, $T(u_0, u_1)$ *conserve l'orthogonalité ou le contact de deux courbes* γ, γ' *passant par* M *et tracées respectivement sur σ et σ'.*

Appelons ici *bande de courbure* toute famille d'∞^1 éléments de contact $\left(M, \vec{h}\right)$ telle que : 1° le lieu de M soit une courbe Γ à paratingente unique; 2° à chaque élément $\left(M, \vec{h}\right)$ on peut associer une sphère le possédant, ayant une enveloppe, qu'elle touche suivant un cercle variant continûment et coupant orthogonalement Γ en M. A ce degré de généralité, $T(u_0, u_1)$ *conserve les bandes de courbure.* En effet, deux familles de sphères ainsi associées à une bande de courbure $\mathcal{B}_0$ sont telles qu'à un même $\left(\vec{M}, \vec{h}\right)$ sont associées deux sphères tangentes dont les cercles caractéristiques se touchent en M. Cette propriété est conservée dans $T(u_0, u_1)$, ce qui entraîne que la transformée $\mathcal{B}$ est bande de courbure. Lorsque u_0 est fixé, $T(u_0, u)$ fait correspondre, pour chaque valeur de u à une surface orientée (u_0) donnée, une surface (u). La famille (u) est intégrale paratingente de (E). A toute ligne de courbure de (u_0) correspond une ligne de courbure de (u), et l'orthogonalité de deux lignes de courbure est conservée; une surface (u_0) portant un réseau orthogonal de lignes de courbure donne ainsi naissance à un système triple-orthogonal.

Considérons trois fonctions u, v, w, de x, y, z pourvues de gradients continus satisfaisant à

$$(3) \qquad \overrightarrow{\text{grad}}\, v . \overrightarrow{\text{grad}}\, w = \overrightarrow{\text{grad}}\, w . \overrightarrow{\text{grad}}\, u = \overrightarrow{\text{grad}}\, u . \overrightarrow{\text{grad}}\, v = 0.$$

En dérivant *formellement* (3) par rapport à x, y, z, on obtient un système de 9 équations où figurent les 18 dérivées secondes *éventuelles* de u, v, w. Cette indétermination fait pressentir que les hypothèses sur u, v, w sont insuffisantes pour entraîner l'existence de courbures sur les surfaces correspondantes. Effectivement le ci-devant procédé pour engendrer des systèmes triples-orthogonaux dont une famille est une intégrale paratingente de (E), fournit certains systèmes pourvus d'un jeu incomplet de dérivées secondes.

(¹) *Bull. Sc. math.*, 2ᵉ série, 65, 1941, p. 225.

Prenons pour (u_0) une surface $z = f(x, y)$, où f a des dérivées troisièmes, et pour $S(u)$ une sphère de rayon nul, $\vec{Q}_u$ n'existant pour aucune valeur de u et le lieu de Q étant partout sans tangente. On peut prendre pour $v(x, y, z)$ et $w(x, y, z)$ des fonctions à dérivées premières continues. Nous avons $H = \sqrt{\overline{M}_u^2} = \overline{MQ}^2$, donc H n'est pas dérivable par rapport à u, non plus que $\vec{M}_u$, et l'on montre aisément que ce fait ne dépend pas du remplacement de u par $u_1 = \varphi(u)$. L'existence des dérivées secondes de $u(x, y, z)$ entraînerait celle de $\vec{M}_{u^2}$. On peut donc conclure : *Il existe des systèmes triples-orthogonaux (u, v, w) pour lesquels le jeu des dérivées secondes est incomplet.*

D'ailleurs aucune famille de ces systèmes n'est formée de sphères, car dans ce dernier cas, on obtient immédiatement des exemples de disparition totale des courbures, vu la possibilité de choisir sur l'une des sphères un réseau orthogonal servant de base au système triple sur cette sphère, les courbes d'une famille étant des courbes uniparatingentes quelconques.

TOPOLOGIE. — *Sur les points singuliers d'une forme de Pfaff complètement intégrable ou d'une fonction numérique* (¹). Note (²) de M. **Georges Reeb**, présentée par M. Élie Cartan.

I. Formes de Pfaff complètement intégrables. — *Propriété* 1. — Soit $\omega = a_{ij}x^i\,dx^j$ une forme de Pfaff complètement intégrable du R^n (a_{ij} sont des constantes). Si la matrice (a_{ij}) des coefficients est de rang $p \geqq 3$, la forme ω se réduit à une différentielle exacte.

En effet, $D\omega$ est à coefficients constants. Si $D\omega \neq 0$, la condition de complète intégrabilité entraîne que $D\omega = \omega_1 \wedge \omega_2$ (les formes ω_1 et ω_2 étant à coefficients constants et ω étant une combinaison de ω_1 et ω_2). D'où l'on conclut que, par changement de base, on peut écrire $\omega = \lambda\,dX^1 + \mu\,dX^2$, où λ et μ sont des formes linéaires de X^1 et X^2. Ceci montre que le rang de la matrice (a_{ij}) est au plus égal à 2. Donc $D\omega = 0$, d'où $a_{ij} = a_{ji}$ et $\omega = (1/2)\,d(a_{ij}x^ix^j)$.

Soit maintenant $\omega = a_i(x)\,dx^i$ une forme deux fois continûment différentiable, définie dans une boule de centre O du R^n et admettant le point O de coordonnées $x^i = 0$ comme point singulier. Désignons par a_{ij} les valeurs des dérivées partielles des a_i calculées au point O.

Propriété 2. — Si $\omega = a_i\,dx^i$ est complètement intégrable, il en est de même de la forme $\omega^* = a_{ij}x^i\,dx^j$.

Si la forme quadratique $a_{ij}x^ix^j$ est définie positive ou négative, la forme

(¹) Voir Ch. Ehresmann et G. Reeb, *Comptes rendus*, 218, 1944, p. 995; 220, 1945, p. 237.
(²) Séance du 25 mars 1946.

$\omega = a_i(x)\,dx^i$ satisfera dans un voisinage de O à la condition C suivante : $\left[a_i X^i / \sqrt{\Sigma a_i^2 \Sigma (x^i)^2}\right] \geqq \varepsilon > 0$. D'une façon générale, nous posons :

Définition. — Si le point O (défini par $x^i = 0$) est un point singulier isolé de la forme complètement intégrable $\omega = a_i(x)\,dx^i$ et si dans tout un voisinage O la condition C est satisfaite, le point O sera appelé centre.

Propriété 3. — Si O est un centre pour ω, le système des variétés intégrales, dans un voisinage convenable de O, peut être transformé par un homéomorphisme h en un système de sphères concentriques du R^n (si $n \geqq 3$).

Propriété 4. — Si ω est une forme complètement intégrable définie dans une variété V_n compacte et si les seuls points singuliers de ω sont des centres, alors V_n est une sphère S_n, les variétés intégrales sont des sphères S_{n-1} et les points singuliers sont au nombre de deux. De plus, ω admet un facteur intégrant dans tout V_n.

II. Fonctions numériques. — Soient V_n une variété deux fois continûment différentiable et compacte, et f une fonction numérique deux fois continûment différentiable sur V_n admettant des points singuliers isolés. Supposons qu'en ces points singuliers la matrice (a_{ij}) des dérivées partielles secondes a_{ij}, de f, soit de rang n.

Le point singulier sera caractérisé par l'indice de la forme quadratique associée à (a_{ij}).

Appelons variété de niveau l'ensemble des points x vérifiant $f(x) = K$. Une variété de niveau est une véritable variété si K n'est pas une valeur singulière de f.

Désignons par variété connexe de niveau, une composante connexe d'une variété de niveau. Supposons de plus qu'à des points singuliers distincts correspondent des valeurs distinctes de f.

Théorème 1. — *Le quotient de V_n par la relation d'équivalence « x et y appartiennent à la même variété connexe de niveau » est un complexe simplitial fini et connexe K_1 de dimension* 1. *L'image réciproque $\varphi^{-1}(0)$ d'un sommet* O *de K_1 est une variété connexe de niveau singulière; l'image réciproque de l'intérieur de chaque simplexe est homéomorphe au produit topologique d'une variété connexe de niveau par R^1.*

Appelons ordre d'un sommet de K_1 le nombre de simplexes de dimension 1 de K_1 ayant ce sommet pour sommet. L'indice d'un sommet de K_1 sera l'indice du point singulier dont il est image.

Théorème 2. — *L'ordre des sommets de K_1 d'indice* 0 (ou n) *est* 1 *et réciproquement l'indice d'un sommet d'ordre* 1 *est* 0 *ou n.*

Théorème 3. — *Si $n \geqq 3$ l'ordre des sommets d'indice* 1 (ou $n-1$) *est* 2 *ou* 3. *Si $n = 2$ l'ordre des sommets d'indice* 1 *est* 2, 3 *ou* 4. *L'ordre des sommets d'indice distinct de* 0, 1, $n-1$ *ou n est* 2.

La démonstration de ce dernier théorème repose sur le lemme suivant : Soit $x \in V_n$ un point singulier d'indice p. Dans une boule ouverte B_n de centre x

et assez petite, l'ensemble des points y tels que $f(y) < f(x)$ a une ou deux composantes connexes, selon que $p > 1$ ou $p = 1$.

On en conclut en particulier :

THÉORÈME 4. — *Si $n \geq 3$ et si M est le nombre de points singuliers d'indice 0 ou n, et m celui des points singuliers d'indice 1 ou $n-1$, on a l'inégalité suivante $M \leq m + 2$. Si $n = 2$, l'inégalité s'écrit $M \leq 2(m+1)$.*

THÉORÈME 5. — *En particulier, si $m = 0$ on a $M = 2$. Le complexe K_1 sera homéomorphe à un intervalle fermé, et toutes les variétés de niveau sont connexes.*

THÉORÈME 6. — *Le groupe de Poincaré de K_1 est isomorphe à un groupe quotient du groupe de Poincaré de V_n.*

COROLLAIRE. — *Si V_n a un groupe de Poincaré fini et si $M = 2$, le complexe K_1 sera homéomorphe à un intervalle fermé et toutes les variétés de niveau seront connexes.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le problème de Cauchy pour les équations aux dérivées partielles, totalement hyperboliques, d'ordre plus grand que 2.* Note (¹) de M. **FLORENT BUREAU**, présentée par M. Jacques Hadamard.

1. Le problème de Cauchy pour les équations aux dérivées partielles d'ordre supérieur à deux a fait l'objet des recherches de E.-E. Levi, I. Petrovsky, G. Herglotz et N. Zeilon. Dans des travaux bien connus, M. J. Hadamard a montré que, pour les équations aux dérivées partielles du second ordre, du type simplement hyperbolique, *tous* les résultats relatifs au problème de Cauchy et au principe de Huygens « peuvent et doivent se déduire de la seule solution élémentaire ». Nous voudrions montrer que l'on peut étendre ce résultat à des équations aux dérivées partielles totalement hyperboliques, d'ordre quatre et à trois variables indépendantes.

Considérons l'équation

$$D_\varphi . D_\psi u = F(x), \tag{1}$$

avec

$$D_\varphi = a_3 \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} - a_1 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} - a_2 \frac{\partial^2}{\partial x_2^2},$$

$$D_\psi = b_3 \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} - b_1 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} - b_2 \frac{\partial^2}{\partial x_2^2},$$

les a et les b étant des constantes positives telles que $0 < a_3 < a_2 < a_1$, $0 < b_1 < b_2 < b_3$. Nous poserons

$$f = a_1 a_2 x_3^2 - a_2 a_3 x_1^2 - a_3 a_1 x_2^2,$$
$$g = b_1 b_2 x_3^2 - b_2 b_3 x_1^2 - b_3 b_1 x_2^2,$$
$$2h = (a_1 b_2 + a_2 b_1) x_3^2 - (a_2 b_3 + a_3 b_2) x_1^2 - (a_1 b_3 + a_3 b_1) x_2^2,$$
$$p_1 = a_2 b_3 - a_3 b_2, \qquad p_2 = a_3 b_1 - a_1 b_3, \qquad p_3 = a_2 b_1 - a_1 b_2,$$
$$c_1^2 = p_2 p_3, \qquad c_2^2 = p_3 p_1, \qquad c_3^2 = p_1 p_2,$$
$$c_1 = c'_1, \qquad c_2 = ic'_2, \qquad c_3 = ic'_3,$$

(¹) Séance du 25 mars 1946.

les c'_1, c'_2, c'_3 étant positifs; les cônes $f = 0$, $g = 0$ n'ont aucune génératrice commune. Nous écrirons enfin

$$4 v_f = -\frac{x_1}{c'_1} \operatorname{arc\,tg} \frac{c'_1 x_1 \sqrt{f}}{a_1 h - b_1 f} - \frac{x_2}{c'_2} \lg \frac{b_2 f - a_2 h - c'_2 x_2 \sqrt{f}}{a_2 \sqrt{h^2 - fg}} - \frac{x_3}{c'_3} \lg \frac{b_3 f - a_3 h + c'_3 x_3 \sqrt{f}}{a_3 \sqrt{h^2 - fg}},$$

$$4 v_g = \frac{x_1}{c'_1} \operatorname{arc\,tg} \frac{c'_1 x_1 \sqrt{g}}{a_1 g - b_1 h} - \frac{x_2}{c'_2} \lg \frac{b_2 h - a_2 g + c'_2 x_2 \sqrt{g}}{b_2 \sqrt{h^2 - fg}} - \frac{x_3}{c'_3} \lg \frac{b_3 h - a_3 g - c'_3 x_3 \sqrt{g}}{b_3 \sqrt{h^2 - fg}}.$$

Désignons par $v(x)$ la fonction définie dans la région $g \geqq 0$, $f > 0$ par $v_f + v_g$ et dans la région $g < 0$, $f \geqq 0$ par $v_f + (\pi/4)(x_1/c'_1) \operatorname{sign} x_1$; cette fonction et ses dérivées premières sont bien déterminées, finies, continues et uniformes à l'intérieur de l'ellipse $f = 0$ et tendent vers zéro lorsque le point (x_1, x_2, x_3) tend vers $f = 0$; aux sommets communs, situés sur Ox_2, des ellipses $a_1 g - b_1 h = 0$ et $b_1 f - a_1 h = 0$, $v(x)$ est indéterminée mais reste bornée. Les dérivées de $v(x)$ d'ordre au moins égal à 2 sont encore bien déterminées, uniformes et continues, mais deviennent infinies sur $f = 0$ et $g = 0$; on a d'ailleurs

$$D_\varphi v = \frac{1}{2\sqrt{g}}, \qquad D_\psi v = \frac{1}{2\sqrt{f}}.$$

2. Soient V un domaine à trois dimensions, limité par une surface fermée S, $d\tau$ l'élément de volume et $d\sigma$ l'élément de surface; si nous désignons par (π_1, π_2, π_3) le vecteur unitaire porté par la normale à S et dirigé vers l'intérieur de V et si nous posons

$$P_\varphi = \pi_3 a_3 \frac{\partial}{\partial x_3} - \pi_1 a_1 \frac{\partial}{\partial x_1} - \pi_2 a_2 \frac{\partial}{\partial x_2},$$
$$P_\psi = \pi_3 b_3 \frac{\partial}{\partial x_3} - \pi_1 b_1 \frac{\partial}{\partial x_1} - \pi_2 b_2 \frac{\partial}{\partial x_2},$$

nous avons, dans les conditions habituelles, la formule fondamentale

$$\iiint (v . D_\varphi D_\psi u - u . D_\varphi D_\psi v)\, d\tau$$
$$= \frac{1}{2} \iint_S [u(P_\psi D_\varphi v + P_\varphi D_\psi v) - (P_\psi u . D_\varphi v + P_\varphi u . D_\psi v)$$
$$+ (P_\varphi v . D_\psi u + P_\psi v . D_\varphi u) - v(P_\varphi D_\psi u + P_\psi D_\varphi u)]\, d\sigma.$$

3. Pour calculer en un point $P = (x^0)$ la solution $u(x)$ de l'équation (1), vérifiant les données de Cauchy sur la surface S, considérons la fonction $v(x - x^0) = v(x; x^0)$. Soient Γ^{I}, Γ^{II} les cônes de sommet P ayant pour équations $g = 0$, $f = 0$ et par D le domaine limité par la surface S et le cône Γ^{II}. Dans D, isolons Γ^{I} et Γ^{II} par des cônes très voisins et appliquons la formule fondamentale dans le domaine restant. On peut montrer que les surfaces des cônes caractéristiques Γ^{I} et Γ^{II} n'apportent aucune contribution à

la formule cherchée et que l'on a

$$2\pi\, u(x^0) = \iiint v(x;\, x^0)\, F(x)\, d\tau$$
$$- \text{p. fin} \iint_S \times \left[u_0 (P_\psi D_\varphi v + P_\varphi D_\psi v) - (u_1 D_\varphi v + u_2 D_\psi v) \right.$$
$$\left. + u_3 P_\varphi v + u_4 P_\psi v - u_5 v \right] d\sigma,$$

les fonctions u_0, u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, évidemment non indépendantes entre elles, étant des fonctions connues sur S.

4. On peut étudier de la même manière le cas où les cônes $f = 0$ et $g = 0$ ont quatre génératrices communes. La même méthode est encore applicable à des équations aux dérivées partielles totalement hyperboliques, d'ordre plus grand que 2 et à quatre variables indépendantes; la principale difficulté réside dans la construction de la solution élémentaire et dans l'étude de ses propriétés.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le problème de Dirichlet ramifié et la représentation conforme.* Note de M. **Marcel Brelot**, présentée par M. Paul Montel.

1. Poursuivons l'étude d'une Note antérieure (¹) avec les mêmes notations, le point $(Q, \mathcal{L})$ étant plutôt noté $\mathcal{L}^Q$ ou $\mathcal{L}$. La mesure (harmonique ramifiée) intérieure $\underline{\mu}'_M(e)$ [extérieure $\overline{\mu}'_M(e)$] d'un ensemble e de $\mathcal{E}$ relative à un point M de Ω vaut $\underline{H}'_{\varphi_e}(M)$ [respectivement $\overline{H}'_{\varphi_e}(M)$], φ_e étant la fonction caractéristique de e.

2. Complétons d'abord l'étude de l'allure des H' au voisinage d'un point-frontière irrégulier, grâce à la notion de pseudo-limite (²).

Théorème I. — *Si* θ *est une fonction bornée continue sur* $\mathcal{E}$ *et* $\mathcal{L}_0^{Q_0}$ *irrégulier* (ce qui exige $Q_0 \neq \mathcal{R}_\tau$ si $\tau \geq 3$), H'_θ *admet en* Q_0 *une pseudo-limite qui permet de définir comme fonctionnelle de* θ *prolongée une intégrale de Daniell* $\mathcal{J}_{\mathcal{L}_0}$ *et une mesure correspondante* $\mu'_{\mathcal{L}_0}$. *La mesurabilité harmonique ramifiée équivaut à la mesurabilité-*$\mu'_{\mathcal{L}_0}$ *(avec identité des ensembles de mesure nulle) et la mesure* $\mu'_{\mathcal{L}_0}(e)$ *est majorée par* $K\mu'_M(e)$ (K constante dépendant du choix de M), *ce qui inclut que la sommabilité-*$\mu'_{\mathcal{L}_0}$ *ou* $\mathcal{J}_{\mathcal{L}_0}$ *entraîne la résolutivité.*

b. Si f sur $\mathcal{E}$ *est résolutive et sommable-*$\mathcal{J}_{\mathcal{L}_0}$ *au sens large,* H'_f *admet en* Q_0 *une pseudo-limite finie ou non égale à* $\mathcal{J}_{\mathcal{L}_0}(f)$. *Plus généralement pour f quelconque, si les semi-intégrales de Daniell* $\overline{\mathcal{J}}_{\mathcal{L}_0}(f)$ *et* $\underline{\mathcal{J}}_{\mathcal{L}_0}(f)$ *ne sont pas infinies de signes contraires,* $\underline{H}'_f$ *et* $\overline{H}'_f$ *admettent en* Q_0 *des pseudo-limites respectivement égales à ces*

(¹) *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 654 (article noté I).
(²) Voir *Bull. Sc. Math.*, **68**, 1944, p. 12 (noté II) et *Ann. École Norm. Sup.*, **61**, 1944, p. 301.

semi-intégrales. [D'ailleurs si $\underline{H}'_f = -\infty$, on voit sans hypothèse supplémentaire sur f que $\mathcal{J}_{\mathcal{L}_0}(f) = -\infty$, valeur de la pseudo-limite.]

c. Posons $W_{Q_0}(M)$ égale à $h(Q_0M)$ ([3]) si $Q_0 \neq \mathcal{R}_\tau$ et à $\log(OM)$ ($O \neq \mathcal{R}_2$) si $\tau = 2$ et $Q_0 = \mathcal{R}_2$.

Alors si pour f quelconque sur $\mathcal{E}$, l'un des $\underline{H}'_f$, $\overline{H}'_f$ est fini, son quotient par $W_{Q_0}(M)$ admet en Q_0 une pseudo-limite nulle.

Il est commode de démontrer d'abord la *proposition analogue*, facile à énoncer, *pour le problème simple* avec les $\underline{H}$, $\overline{H}$ et qui élargit beaucoup les résultats d'une Note antérieure ([4]).

3. Étudions, indépendamment, les relations du problème de Dirichlet ramifié avec la représentation conforme.

Supposons dans $\bar{R}_2$, Ω simplement connexe (l'hypothèse faite de $C\Omega$ non polaire équivalant alors à ce qu'il y ait plus d'un point-frontière). Considérons une représentation conforme T sur le cercle unité D de circonférence Γ, avec application de M_0 au centre O. On sait qu'elle se prolonge en une correspondance T biunivoque entre Γ et les bouts premiers dont certains sont associés biunivoquement aux $\mathcal{L}$ ainsi applicables par T dans Γ. La structure uniforme de $\mathcal{C}$ transportée par T sur l'image dans le cercle est plus fine que la structure uniforme euclidienne induite; l'application de $\mathcal{E}$ dans Γ par T est continue, univalente et donne donc un ensemble borélien dont le complémentaire est d'ailleurs de mesure nulle sur Γ ([5]).

THÉORÈME 2. — *Soient $f(\mathcal{L})$ quelconque sur $\mathcal{E}$ et une fonction $\varphi(P)$ sur Γ devant seulement être égale à $f(\mathcal{L})$ en tout P image de $\mathcal{L}$ par T. Alors aux points correspondants dans Ω et dans le cercle :*

$$\underline{H}_f^{\Omega} = \underline{H}_{\varphi}^{D}, \qquad \overline{H}_f^{\Omega} = \overline{H}_{\varphi}^{D}.$$

La mesure conforme d'un ensemble de bouts premiers étant par définition la mesure de l'image par T sur Γ, le théorème précédent en montre l'identité au facteur 2π près avec la mesure harmonique ramifiée pour l'ensemble des $\mathcal{L}$ associés à ces bouts premiers. La théorie du problème ramifié permet alors de retrouver aussitôt divers résultats sur la mesure conforme.

([3]) $h(r) = 1/r^{\tau-2}$ si $\tau \geq 3$; $h(r) = \log(1/r)$ si $\tau = 2$.

([4]) *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 676. Dans cette Note, la référence (BS) d'indication bibliographique erronée est notre (II) précédent, et dans le théorème **2**, il faut lire fonction borélienne, bornée hors.....

([5]) Cette propriété de la mesure angulaire est contenue dans des résultats plus précis de Mlle Ferrand et M. Dufresnoy, mais est aussi presque immédiate d'après le lemme de la note ([1]).

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur certaines fonctions entières.*
Note [1] de M. **Hubert Delange**, présentée par M. Paul Montel.

I. Nous disons qu'une fonction entière $f(z)$ est orientée s'il existe dans le plan complexe une demi-droite Ou issue de l'origine O telle que $f(z)$ n'ait qu'un nombre fini de zéros à l'extérieur de tout angle de sommet O contenant Ou à son intérieur. La fonction $f(z)$ est alors dite *orientée dans la direction* Ou.

a. Soient alors $f(z)$ et $g(z)$ deux fonctions entières réelles pour z réel, orientées dans la direction Ox' opposée à Ox, et de même genre fini p.

Si, pour une valeur de θ de module $<\pi$ et telle qu'il n'existe aucun entier impair m satisfaisant à $m\pi/2(p+1) \leqq |\theta| \leqq m\pi/2p$, on a, pour r infini,

$$\log|f(re^{i\theta})| \sim \log|g(re^{i\theta})|, \tag{1}$$

la même relation subsiste pour toutes les valeurs de θ satisfaisant à la même condition et l'on a, quel que soit θ de module $<\pi$,

$$\log|f(re^{i\theta})| - \log|g(re^{i\theta})| = o\,[\log|f(r)|], \tag{2}$$

et

$$\frac{f'(re^{i\theta})}{f(re^{i\theta})} \sim \frac{g'(re^{i\theta})}{g(re^{i\theta})}. \tag{3}$$

Si la relation (3) a lieu pour une valeur quelconque de θ de module $<\pi$, elle a lieu ainsi que (2) pour toutes les valeurs de θ de module $<\pi$, et l'on a (1) pour toutes les valeurs de θ satisfaisant à la condition indiquée plus haut.

b. φ étant un angle quelconque satisfaisant à $\pi/2(p+1) < \varphi < \pi/2p$, on peut former deux fonctions $f(z)$ et $g(z)$ du type indiqué de même genre p et telles que la relation (1) ait lieu pour $|\theta| = m\varphi$, avec m entier impair $<2p$, et que l'on ait pour toutes les autres valeurs de θ de module $<\pi$

$$\log|f(re^{i\theta})| = o[\log|g(re^{i\theta})|].$$

II. Supposons maintenant que $f(z)$ soit une fonction entière de genre fini p, réelle pour z réel, ayant tous ses zéros réels et négatifs et égale à 1 pour $z=0$.

Supposons que son développement en série entière commence par

$$1 + a_q z^q + a_{q+1} z^{q+1} + \ldots.$$

Appelons $-r_1, -r_2, \ldots, -r_n, \ldots$ ses zéros rangés par ordre de modules croissants et écrits chacun autant de fois qu'il y a d'unités dans son ordre de multiplicité.

Si $r_n = r_{n+1}$, nous poserons $r'_n = r_n$, et, si $r_n < r_{n+1}$, nous appellerons $-r'_n$ le plus grand zéro de $f'(z)$ compris entre $-r_{n+1}$ et $-r_n$.

D'après le théorème de Laguerre, l'ensemble des zéros de $f'(z)$, écrits chacun

[1] Séance du 25 février 1946.

autant de fois qu'il y a d'unités dans son ordre de multiplicité, se compose de la suite $-r'_1, -r'_2, \ldots, -r'_n$ augmentée au plus de p autres zéros. Nous appellerons s le nombre de ces zéros supplémentaires et ϖ le produit des modules de ceux d'entre eux qui ne sont pas nuls (en nombre égal à $s - q + 1$).

a. Supposons que l'on ait, pour x réel positif infiniment grand,

$$\log f(x) \sim (-1)^p x^{\rho(x)},$$

$\rho(x)$ étant une fonction définie pour x positif assez grand, dérivable, telle que pour x infini $\rho'(x).x\log x$ tende vers zéro et satisfaisant à

$$p < \varliminf_{x \to +\infty} \rho(x) \leqq \varlimsup_{x \to +\infty} \rho(x) < p + 1.$$

Alors $s = p$, et l'on a, pour x infiniment grand,

$$\sum_{r_i \leqq x} (r'_i - r_i) \sim [p + 1 - \rho(x)]x \quad \text{et} \quad \varpi \prod_{r_i \leqq x} \frac{r'_i}{r_i} \sim q\,|a_q|\,\frac{x^{p+1-\rho(x)}}{\rho(x)}.$$

b. De même, si l'on a, pour x réel positif infiniment grand,

$$\log f(x) \sim (-1)^p x^{p+1} \omega(x),$$

$\omega(x)$ étant une fonction positive définie pour x positif assez grand, infiniment petite avec $1/x$, et satisfaisant quel que soit k positif à $\omega(kx) \sim \omega(x)$, l'on a

$$\varpi \prod_{r_i \leqq x} \frac{r'_i}{r_i} \sim q\,|a_q|\,\frac{1}{(p+1)\,\omega(x)}.$$

c. Si l'on a, pour x réel positif infiniment grand,

$$\log f(x) \sim (-1)^p x^p \omega(x),$$

où $\omega(x)$ est une fonction positive définie pour x positif assez grand, infiniment grande avec x, et satisfaisant, quel que soit k positif, à $\omega(kx) \sim \omega(x)$, et si $p > 0$, l'on a pour n tendant vers $+\infty$

$$r'_n \sim r_{n+1} \quad \text{et} \quad \varpi \prod_1^n \frac{r'_i}{r_i} \sim q\,|a_q|\,\frac{r_{n+1}}{p\,\omega(r_{n+1})}.$$

Dans le cas $p = 0$, $\prod_1^n \frac{r'_i}{r_i}$ serait un infiniment grand d'ordre supérieur à $\frac{r_{n+1}}{\omega(r_{n+1})}$,

d. Supposons enfin que l'on ait, pour x réel positif infiniment grand, $\log f(x) \sim Ax^p$.

Si $(-1)^p A > 0$, on a $s = p$ et $\frac{\varpi}{r_1} \prod_2^{+\infty} \frac{r'_{i-1}}{r_i} = \frac{q\,|a_q|}{p\,|A|}$.

Si $(-1)^p A < 0$, on a $s = p - 1$ et $\varpi \prod_1^{+\infty} \frac{r'_i}{r_i} = \frac{q\,|a_q|}{p\,|A|}$.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur la définition du vecteur-courant en théorie des corpuscules. Cas du spin demi-entier.* Note [1] de M. **Robert Potier.**

Nous avons donné [2] la forme générale des systèmes d'équations aux dérivées partielles du premier ordre, linéaires et à quatre variables, invariants par toute transformation de Lorentz directe ou inverse. Un corpuscule sera représenté par les fonctions inconnues d'un tel système (S).

Soit $\Psi^{p\ q}_{r\ s}$ une telle fonction. Si elle figure dans une équation du système, seules $\Psi^{p+1\ q+1}_{k\ \ h}$, $\Psi^{p+1\ q-1}_{k\ \ h}$, $\Psi^{p-1\ q+1}_{k\ \ k}$ et $\Psi^{p-1\ q-1}_{k\ \ h}$ peuvent figurer dans la même équation.

Il en résulte que le système (S) se décompose en deux systèmes partiels (S_1) et (S_2), indépendants l'un de l'autre. Dans (S_1) ne figurent que les $\Psi^{(p\ q)}$ tels que $p+q$ soit un nombre pair; dans (S_2) interviennent les seuls $\Psi^{(p\ q)}$ correspondant à $p+q$ impair. On peut supposer que le corpuscule ne peut être décrit que par un des systèmes (S_1) ou (S_2) (et non par leur ensemble). Les systèmes (S_1) correspondent aux corpuscules de spin entier, les (S_2) aux corpuscules de spin demi-entier.

Il est habituel d'introduire, en théorie relativiste des corpuscules, un vecteur formé à partir des $\Psi^{(p\ q)}$ et qui joue le rôle de vecteur-courant. Il est aisé de voir qu'on peut former un tel vecteur comme somme de vecteurs partiels obtenus par produit spinoriel de $\Psi^{(p\ q)}$ avec $\Psi^{(p+1\ q+1)}$, $\Psi^{(p-1\ q-1)}$, $\Psi^{(p+1\ q-1)}$ et $\Psi^{(p-1\ q+1)}$ exclusivement, spineurs dont la somme des indices supérieurs a même parité que $p+q$.

Dans ce qui suit, nous prendrons $p+q$ impair (spin demi-entier).

Introduisons les vecteurs (ou pseudovecteurs) $\varphi_{\mp}(\Psi^{(p\ q)};\ \Psi^{(p-1\ q-1)})$ et $\varphi_{\mp}(\Psi^{(p\ q)};\ \Psi^{(p+1\ q-1)})$ définis comme suit :

Vecteur (ou pseudovecteur) $\varphi_{\mp}(\Psi^{(p\ q)};\ \Psi^{(p+1\ q-1)})$.

Composante en X^2,

$$\sum_{k,h}(-1)^{k+h}C^{k}_{p-1}C^{h}_{q-1}\left[\Psi^{p-1\ q-1}_{k\ \ \ h}\Psi^{p\ \ \ \ \ \ \ \ q}_{p-k-1\ q-h-1}\pm\Psi^{q-1\ p-1}_{h\ \ \ k}\Psi^{q\ \ \ \ \ \ \ \ p}_{q-h-1\ p-k-1}\right].$$

Composante en $X^{1'}$,

$$\sum_{k,h}(-1)^{k+h+1}C^{k}_{p-1}C^{h}_{q-1}\left[\Psi^{p-1\ q-1}_{k\ \ \ h}\Psi^{p\ \ \ \ \ \ \ \ q}_{p-k-1\ q-h}\pm\Psi^{q-1\ p-1}_{h\ \ \ k}\Psi^{q\ \ \ \ \ \ \ \ p}_{q-1-h\ p-k}\right].$$

Composante en X^1,

$$\sum_{k,h}(-1)^{k+h+1}C^{k}_{p-1}C^{h}_{q-1}\left[\Psi^{p-1\ q-1}_{k\ \ \ h}\Psi^{p\ \ \ \ \ \ q}_{p-k\ q-h-1}\pm\Psi^{q-1\ p-1}_{h\ \ \ k}\Psi^{q\ \ \ \ \ \ p}_{q-h\ p-k-1}\right].$$

(1) Séance du 3 décembre 1945.

(2) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 638.

Composante en $X^{2'}$,

$$\sum_{k,h}(-1)^{k+h+1}\,C_{p-1}^{k}\,C_{q-1}^{h}\,[\Psi^{p-1}_{k}{}^{q-1}_{h}\,\Psi_{p-k}^{p}{}_{q-h}^{q} \pm \Psi^{q-1}_{h}{}^{p-1}_{k}\,\Psi_{q-h}^{q}{}_{p-k}^{p}].$$

Vecteur (ou pseudovecteur) $v_{\mp}(\Psi^{(p\ q)};\ \Psi^{(p+1\ q-1)})$.

Composante en X^{2},

$$\sum_{k,h}(-1)^{k+h+1}\,C_{p}^{k}\,C_{q-1}^{h}\,[\Psi^{p}_{k}{}^{q}_{h}\,\Psi^{p+1}_{p-k}{}^{q-1}_{q-h-1} \mp \Psi^{q}_{h}{}^{p}_{k}\,\Psi_{q-1-h}^{q-1}{}_{p-k}^{p+1}].$$

Composante en $X^{1'}$,

$$\sum_{k,h}(-1)^{k+h}\,C_{p}^{k}\,C_{q-1}^{h}\,[\Psi^{p}_{k}{}^{q}_{h+1}\,\Psi^{p+1}_{p-k}{}^{q-1}_{q-1-h} \mp \Psi^{q}_{h}{}^{p}_{k}\,\Psi_{q-1-h}^{q-1}{}_{p+1-k}^{p+1}].$$

Composante en X^{1},

$$\sum_{k,h}(-1)^{k+h}\,C_{p}^{k}\,C_{q-1}^{h}\,[\Psi^{p}_{k}{}^{q}_{h}\,\Psi_{p+1-k}^{p+1}{}^{q-1}_{q-1-h} \mp \Psi_{h+1}^{q}{}^{p}_{k}\,\Psi_{q-1-h}^{q-1}{}_{p-k}^{p+1}].$$

Composante en $X^{2'}$,

$$\sum_{k,h}(-1)^{k+h}\,C_{p}^{k}\,C_{q-1}^{h}\,[\Psi^{p}_{k}{}^{q}_{h+1}\,\Psi_{p+1-k}^{p+1}{}^{q-1}_{q-1-h} \mp \Psi_{h+1}^{q}{}^{p}_{k}\,\Psi_{q-1-h}^{q-1}{}_{p+1-k}^{p+1}].$$

Dans ce qui précède, les C_i^j sont les quantités bien connues $C_i^j=[i!/j!(i-j)!]$; les v_+ représentent des vecteurs, les v_- des pseudovecteurs.

On peut calculer les divergences des vecteurs (ou pseudovecteurs) v.

Divergence de $v_{\mp}(\Psi^{(p\ q)};\ \Psi^{(p-1\ q-1)})$,

$$\mathcal{J}_{\mp}\left[\Psi^{(p\ q)};\ A^{\left[{}^{p-1}_{\mp}\ {}^{q-1}_{\mp}\right]}\Psi^{(p-1\ q-1)}\right] + \mathcal{J}_{\mp}\left[A^{\left[{}^{p}_{-}\ {}^{q}_{-}\right]}\Psi^{(p\ q)};\ \Psi^{(p-1\ q-1)}\right].$$

Divergence de $v_{\mp}(\Psi^{(p\ q)};\ \Psi^{(p+1\ q-1)})$,

$$\mathcal{J}_{\mp}\left[\Psi^{(p\ q)};\ A^{\left[{}^{p+1}_{-}\ {}^{q-1}_{+}\right]}\Psi^{(p+1\ q-1)}\right] - \mathcal{J}_{\mp}\left[A^{\left[{}^{p}_{+}\ {}^{q}_{-}\right]}\Psi^{(p\ q)};\ \Psi^{(p+1\ q-1)}\right].$$

Les $\mathcal{J}_{\mp}$ sont des fonctions bilinéaires, à coefficients constants, des deux spineurs de même variance figurant dans la parenthèse.

Réalité du vecteur courant. — Les expressions que nous venons de donner ne sont pas purement réelles. Il est cependant nécessaire que le vecteur-courant le soit.

Introduisons les spineurs conjugués $\Psi'^{(p\ q)}$ de tous les $\Psi^{(p\ q)}$, définis par

$$\Psi'^{p}_{s}{}^{q}_{r}=i^{q-p}\,\Psi^{\star q}_{r}{}^{p}_{s},\qquad \Psi'^{q}_{s}{}^{p}_{r}=i^{p-q}\,\Psi^{\star p}_{r}{}^{q}_{s}.$$

Les expressions

$$(v)\quad \begin{cases} v_{\mp}(\Psi^{(p\ q)};\ \Psi'^{(p-1\ q-1)}) \pm v_{\mp}(\Psi'^{(p\ q)};\ \Psi^{(p-1\ q-1)}),\\ v_{\mp}(\Psi^{(p\ q)};\ \Psi'^{(p+1\ q-1)}) \pm v_{\mp}(\Psi'^{(p\ q)};\ \Psi^{(p+1\ q-1)}) \end{cases}$$

sont réelles (et elles sont les seules qu'on puisse former possédant cette propriété).

On a ainsi le choix entre des vecteurs et des pseudovecteurs, pouvant jouer le rôle de vecteurs-courant partiels. On prendra pour vecteur-courant une combinaison linéaire des (v). Le vecteur-courant ainsi obtenu sera de la forme la plus générale possible.

Choisissons, pour fixer les idées, de prendre un pseudovecteur-courant V_-. Considérons le spineur $\Psi^{(p\ q)}$ et écrivons tous les termes de l'expression de V_- où il figure. Nous obtenons (les λ sont des nombres réels) :

$$\begin{aligned}&\lambda\left(\begin{smallmatrix}p+1 & q+1\\ p & q\end{smallmatrix}\right)\{v_-[(p\ \ q);(p+1\ \ q+1)']+v_-[(p\ \ q)';(p+1\ \ q+1)]\}\\ +&\lambda\left(\begin{smallmatrix}p-1 & q-1\\ p & q\end{smallmatrix}\right)\{v_-[(p\ \ q);(p-1\ \ q-1)']+v_-[(p\ \ q)';(p-1\ \ q-1)]\}\\ +&\lambda\left(\begin{smallmatrix}p+1 & q-1\\ p & q\end{smallmatrix}\right)\{v_-[(p\ \ q);(p+1\ \ q-1)']+v_-[(p\ \ q)';(p+1\ \ q-1)]\}\\ +&\lambda\left(\begin{smallmatrix}p-1 & q+1\\ p & q\end{smallmatrix}\right)\{v_-[(p\ \ q);(p-1\ \ q+1)']+v_-[(p\ \ q)';(p-1\ \ q+1)]\}.\end{aligned}$$

[Pour abréger, nous avons remplacé $\Psi^{(p\ q)}$ par $(p\ q)$ et $\Psi'^{(p\ q)}$ par $(p\ \ q)'$.]

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur certaines généralisations des changements de coordonnées.* Note (1) de M. **Serge Slansky**.

1. Dans des essais de généralisation de la transformation de Lorentz, M. Destouches (2) et plus récemment M. Murard ont considéré des substitutions linéaires dont les coefficients ne sont pas purement numériques mais contiennent certains opérateurs. Nous avons cherché s'il était légitime, pour passer de la transformation des coordonnées à celle des opérateurs de dérivation par rapport à ces variables, d'appliquer la méthode dite d'*équicorrespondance* (3) en traitant les coefficients comme s'ils étaient des nombres.

Étant donné un changement de coordonnées défini par des formules qui contiennent des opérateurs $\mathcal{A}^{(p)}$ ($p = 1, 2, \ldots n$) ayant les valeurs propres $\lambda_i^{(p)}$, nous pouvons définir l'effet de la substitution sur la fonction d'ondes en décomposant celle-ci en une somme de la forme $\Sigma\Phi_{i_1\ldots i_n}$, de telle sorte que l'on ait $\mathcal{A}^{(p)}\Phi_{i_1\ldots i_n} = \lambda_{i_p}^{(p)}\Phi_{i_1\ldots i_n}$, et en faisant dans $\Phi_{i_1\ldots i_n}$ la substitution à coefficients numériques obtenue en remplaçant $\mathcal{A}^{(p)}$ par sa valeur propre $\lambda_{i_p}^{(p)}$. Par suite de la linéarité des opérateurs de dérivation, on peut montrer que les formules de transformation des opérateurs de dérivation, par rapport aux coordonnées, se déduisent des formules de changement de coordonnées de la même manière que si les coefficients qui y figurent étaient des nombres.

2. On pourrait considérer plus généralement un changement de variables contenant des relations opératorielles de la forme $A = A'$, A et A' étant les expressions d'un certain opérateur dans les deux systèmes de référence, en faisant correspondre, à chaque fonction propre de A, la fonction propre de A'

(1) Séance du 25 février 1946.

(2) *Journ. de Physique*, 7e série, 8, 1937, 1937, p. 149.

(3) J.-L. Destouches, *Cinétique opératorielle*, Paris.

correspondant à la même valeur propre. De cette manière, la substitution que subissent les composantes de la fonction d'ondes d'un électron de Dirac, par exemple, pourrait se représenter symboliquement par un changement de coordonnées, en assimilant à des coordonnées supplémentaires certains opérateurs agissant sur les indices des composantes de la fonction d'ondes.

3. Étant donné un opérateur A ayant un spectre continu, on peut définir un opérateur dit de *dérivation* par rapport à A.

Si l'on donne à A un accroissement ε, le changement de variable $A' = A + \varepsilon$ fait correspondre à une fonction Φ une fonction Φ', et l'on peut poser

$$\frac{\partial}{\partial A}\Phi = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\Phi' - \Phi}{\varepsilon}.$$

Si le développement de Φ suivant les fonctions propres de A est de la forme

$$\Phi = \int c(\alpha)\varphi_\alpha d\alpha,$$

nous trouvons

$$\frac{\partial}{\partial A}\Phi = -\int c(\alpha)\frac{\partial}{\partial \alpha}\varphi_\alpha d\alpha = \int \frac{\partial}{\partial \alpha}c(\alpha)\varphi_\alpha d\alpha.$$

Si A est une coordonnée x_i, on vérifie que l'opérateur $\partial/\partial x_i$, ainsi défini, a bien la forme voulue. En prenant pour A l'opérateur $p_{x_i} = -(h/2\pi_i)(\partial/\partial x_i)$, on retrouve aussi le résultat connu

$$\frac{\partial}{\partial p_{x_i}} = \frac{h}{2 x_i} x_i.$$

A partir des développements de Φ, $\partial\Phi/\partial A$ et $A\Phi = \int \alpha c(\alpha)\varphi_\alpha d\alpha$, on peut montrer que l'on a d'une manière générale la relation

$$\left(\frac{\partial}{\partial A}A - A\frac{\partial}{\partial A}\right) = 1,$$

comme lorsque A est une coordonnée ordinaire.

CALCUL MÉCANIQUE. — *Sur la détermination graphique des trajectoires électroniques dans un champ électrique donné.* Note (¹) de M. **René Musson-Genon**, présentée par M. Joseph Pérès.

1. Introduction. — Dans le cas de mouvements plans, la détermination des trajectoires électroniques, lorsque le potentiel est connu, se fait en général en utilisant une construction graphique analogue à la méthode de Huyghens de l'optique. Je me propose de discuter la précision que l'on peut atteindre et d'indiquer une méthode de correction permettant de l'accroître.

(¹) Séance du 4 mars 1946.

2. Description de la construction. — Soient S_1 et S_2 les équipotentielles de potentiels φ_1 et φ_2. Une trajectoire T les traverse en A_1 et A_2 avec les vitesses $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$ [$V = K\sqrt{\varphi}$ pour un choix convenable de l'origine des φ]; A_1, $\vec{V}_1$ et $|V_2| = K\sqrt{\varphi_2}$ sont supposés connus; la construction doit donner A_2 et $\vec{V}_2$. Soient A_1N la normale à S_1, C_1 et C_2 les cercles de centre A_1 et de rayons respectivement proportionnels à $\sqrt{\varphi_1}$ et $\sqrt{\varphi_2}$. $\vec{V}_2$ est déterminé par le fait que $B_1B'_1$ est parallèle à A_1N (*fig.* 1). Pour la vitesse moyenne entre A_1 et A_2 l'on prend $\vec{V}_m$ tel que $2\vec{V}_m = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$. De A_1 et $\vec{V}_m$ on déduit A_2 aisément. Cette construction donne *exactement* la trajectoire dans le cas d'un champ uniforme; en général, elle n'est qu'approchée et revient à faire une *approximation* parabolique sur la trajectoire entre S_1 et S_2.

3. Discussion de la précision. — $|V_2|$ est exactement connu; on ne fait une erreur que sur sa direction; cette erreur se répercute sur A_2. Soit ΔV_y l'erreur sur la composante de $\vec{V}_2$ suivant l'équipotentielle, i_1 l'angle d'incidence, R_1 et R'_1 les rayons de courbure en A_1 de l'équipotentielle et de la ligne de force; en développant φ_1 près de A_1, en série des coordonnées on peut calculer la partie principale de ΔV_y en fonction de grandeurs ayant toutes une signification géométrique simple et, partant, se déduisant aisément du graphique des potentiels (*fig.* 1)

$$(1)\qquad \Delta V_y \sim \frac{1}{2} B_1B'_1 \left[\frac{\Delta x_1}{R'_1} - \frac{\Delta x_1}{R_1}\tan i_1\right].$$

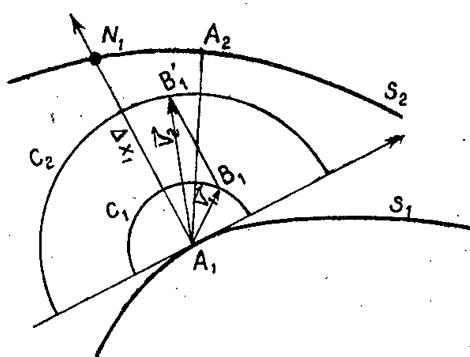


Fig. 1.

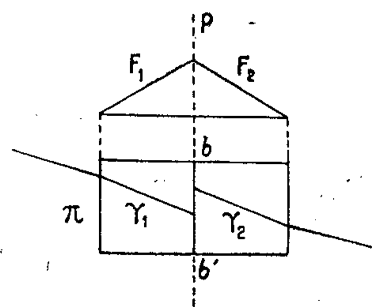


Fig. 2.

4. Mode opératoire. — Les résultats précédents peuvent être exploités de deux façons différentes :

a. On utilise un nombre restreint d'équipotentielles; *l'erreur théorique* due à la méthode elle-même est grande par rapport aux *erreurs graphiques*; la formule (1) permet de la corriger de façon satisfaisante.

b. Si l'on ne veut pas faire cette correction, on prend des équipotentielles très voisines; les erreurs théoriques diminuent et les erreurs graphiques se multiplient. *Jusqu'où faut-il aller dans cette voie ?*

Soient S_1 et S_2 deux équipotentielles *assez voisines*; l'erreur sur $\vec{V}_2$ résulte de l'erreur théorique (E_1) de l'erreur graphique sur la détermination de la normale (E_2) et de l'erreur graphique relative au report de chaque point (E_3).

Au lieu d'appliquer la construction de S_1 à S_2, on peut faire intervenir des équipotentielles intermédiaires S_1, S', S^2, ..., S^{n-1}, S_2 en considérant les erreurs maxima, cette substitution a pour effet de diviser E_1 par n; elle laisse E_2 inchangé et multiplie E_3 par n. L'erreur totale sur $\vec{V}_2$ (en supposant A_1 et $\vec{V}_1$ exactement connus) est minimum lorsque n est tel que l'erreur E_1 totale est sensiblement égale à l'erreur graphique E_2 totale. J'ai adopté comme règle pratique d'opérer dans ces conditions.

Pour réduire autant que possible l'erreur E_2, j'ai été amené à opérer de la façon suivante : soit π un prisme droit dont la section droite est un triangle isocèle (P est un plan de symétrie) (*fig.* 2); je place P sur la portion de plan entourant A_1 de S_1, l'œil étant dans P (ce qu'on peut assurer avec précision grâce à un montage simple). S_1 donne à travers les deux faces F_1 et F_2 deux arcs de courbes γ_1, γ_2 dont l'ensemble n'est continu que si l'arête b, b' du prisme est normale à S_1. Cette méthode permet de déterminer la normale avec une grande précision.

Remarque. — Si $\vec{V}_1 = 0$ la méthode de correction indiquée ne s'applique pas; on admet qu'au début de son mouvement l'électron suit la ligne de force et l'on fait sur $\vec{V}_2$ une correction par une formule différente de (1) mais du même type.

5. Conclusion. — Les méthodes pratiques indiquées permettent de déduire, de la carte des potentiels (déterminée à la cuve par les méthodes habituelles), les trajectoires avec une approximation suffisante dans le cas où la charge d'espace n'intervient pas. Dans le cas contraire, on doit opérer par approximations successives ([2]), chaque approximation comportant une détermination des trajectoires par application de ce qui vient d'être exposé.

ASTRONOMIE MÉTÉORIQUE. — *Sur la constitution du courant des Perséides.* Note ([1]) de M. **Georges Guigay**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Les caractères essentiels des Perséides, mis en évidence par W. F. Denning grâce à trente années d'observation (1869-1899) sont :

1° grande largeur du courant que la Terre traverse du 11 juillet au 19 août;

2° invariabilité de la latitude β du radiant et de la différence $\lambda - \odot$ entre sa longitude λ et la longitude du Soleil. On a toujours : $\lambda - \odot = -77°$, $\beta = +38°$.

Nous avons déterminé les orbites des météores rencontrant la Terre entre le 11 juillet et le 19 août et ayant pour radiants ceux de Denning. Toutes ces orbites ont été représentées sur une épure dans laquelle le plan horizontal est

([2]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 274.

([1]) Séance du 18 mars 1946.

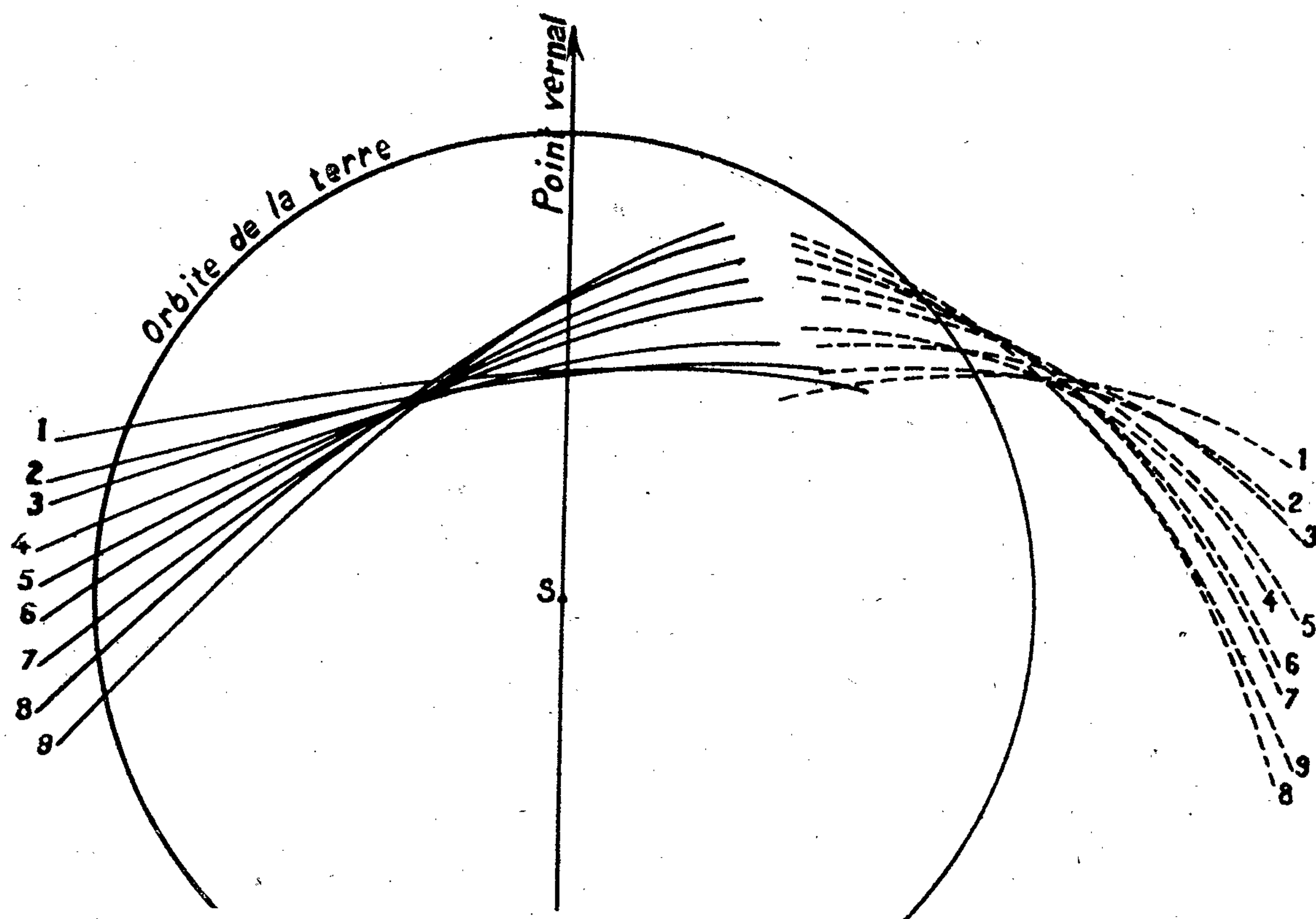
le plan de l'écliptique et la ligne de terre la droite joignant le Soleil au point vernal (nous avons choisi l'écliptique et l'équinoxe 1883,0). N'ayant aucune indication sur la période de résolution à attribuer aux météores, nous avons fait le calcul dans trois hypothèses.

1° période uniforme de 108 ans (généralement admise pour la partie la plus dense du courant, rencontrée le 10 août);

2° période infinie;

3° période uniforme de 54 ans.

La figure représente l'épure relative au cas des orbites paraboliques. Les numéros 1, 2, 3, ..., 9 correspondent aux dates suivantes : juillet 11, 15, 20, 25, 31, août 5, 10, 15, 19. Les caractères essentiels de l'épure ne sont pas modifiés dans les deux autres hypothèses.



Les orbites ainsi représentées s'entre-croisent dans une région limitée de l'espace, située en dehors de l'écliptique, dont le centre P aurait sensiblement pour coordonnées

longitude 28°,9 latitude 65°,3 rayon vecteur 1,217.

L'orbite de la comète 1862 III, génératrice des Perséides passe par ce point dont l'anomalie vraie est — 55°.

Une telle disposition des orbites fait penser à un éclatement ou à une dissociation partielle de la comète génératrice à la suite de phénomènes internes (comme les éjections nucléaires de Bredichine) ou à une rencontre avec une météorite, suivant les idées d'Orlov ([2]).

([2]) *Evolution and Origin of comets* (*Astronomical Journal of Soviet Union*, 16, 1).

Nous avons également traité le problème inverse, cherchant quel serait le radiant apparent d'un météore dont l'orbite passerait par le point P et qui rencontrerait la Terre en un point donné de son orbite. Le problème comporte une indétermination, car, par deux points, on peut faire passer une infinité de coniques, mais à chaque conique correspondent une période de révolution et un radiant. Si l'on fait le calcul pour les positions occupées par la Terre les 11, 21 et 31 juillet et le 19 août, on constate que les radiants correspondant à des orbites paraboliques satisfont sensiblement à la condition $\lambda - \odot = -77^\circ$, $\beta = +38^\circ$. Par contre, dès que l'on s'éloigne, même légèrement de la position correspondant aux orbites paraboliques, on tombe sur des orbites hyperboliques ou à courtes périodes, comme le montre le tableau ci-dessous :

x.	$\lambda - \Theta$.	β.	Période.	x.	$\lambda - \Theta$.	β.	Période.
	11 juillet.				21 juillet.		
	°	°	a		°	°	a
−1,5	−93,1	+33,7	1,186	−1,5	−92,9	+33,7	1,228
−1,4	−85,7	+35,5	1,952	−1,4	−85,7	+35,5	2,081
−1,3	−77,7	+36,9	10,829	−1,3	−78,5	+37,0	13,211
−1,2663	−75,1	+37,4	∞	−1,2697	−76,2	+37,4	∞
−1,2	−69,9	+38,1	hyp	−1,2	−71,2	+38,2	hyp
	31 juillet.				19 août.		
−1,5	−93,8	+33,6	1,197	−1,4	−92,3	+35,9	1,370
−1,4	−87,2	+35,5	1,931	−1,3	−86,2	+37,5	2,638
−1,3	−80,3	+37,2	8,353	−1,23	−81,8	+38,8	9,307
−1,2566	−77,3	+37,8	∞	−1,1887	−79,1	+39,6	∞
−1,2	−73,4	+38,6	hyp	−1,18	−78,7	+39,7	hyp

Ce résultat permet d'expliquer les caractères essentiels des Perséides pourvu que la dissociation de la comète génératrice soit très ancienne. Dans ce cas, tandis que les météores hyperboliques se sont éloignés du système solaire, les météores à courtes périodes se sont éliminés peu à peu, soit par chutes sur la Terre, soit par suite de chocs mutuels lors de leurs retours en P, chocs qui les ont jetés sur des orbites ne rencontrant plus l'orbite terrestre. Seuls, ont pu substituer jusqu'à nos jours, les météores à très longues périodes ; or ces météores satisfont à la condition $\lambda - \odot = -77^\circ$, $\beta = +38^\circ$.

Mentionnons encore que plusieurs orbites cométaires s'approchent de l'orbite de la comète 1862 III au voisinage du point P : la comète 1825 II (parabolique) à 0,02 unité astronomique, le pied de la perpendiculaire commune ayant, sur l'orbite de 1862 III, une anomalie vraie $\theta = -47^\circ,5$, la comète 1826 V (parabolique) à 0,045 U. A. avec $\theta = -67^\circ$, la comète 1877 III, de 10719 ans de période, à 0,060 U. A. avec $\theta = -58^\circ,6$, et la comète 1932 V de 302,5 ans de période à 0,071 U. A. avec $\theta = -51^\circ,5$.

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *Sur les grandes parallaxes et les étoiles doubles à mouvement très lent.* Note [1] de M. **David Belorizky**, présentée par M. Ernest Esclangon.

1. Soit r la distance, θ l'angle de position dans un système binaire. L'intégrale des aires dans le plan de l'orbite apparente s'écrit

$$r^2\frac{d\theta}{dt} = na^2\sqrt{1-e^2}\cos i,$$

où n est le moyen mouvement, a le demi-grand axe, e l'excentricité et i l'inclinaison du plan de l'orbite réelle.

On a toujours

$$a(1+e) \geqq r \geqq a(1-e)\cos i.$$

En tenant compte de la relation $n^2a^3 = \mu = f\mathrm{M}$, où f est la constante de la gravitation et M la somme des masses du couple, on trouve les inégalités

$$\mu^{\frac{1}{3}}(1+e)^{\frac{1}{3}}\cos^{\frac{1}{3}} i\left(\frac{dt}{d\theta}\right)^{\frac{2}{3}} \geqq r \geqq \mu^{\frac{1}{3}}(1-e)^{\frac{1}{3}}\cos^{\frac{2}{3}} i\left(\frac{dt}{d\theta}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

2. Considérons les couples très lents : ceux dont la variation de l'angle de position ne dépasse pas 1° en vingt ans. Alors, en faisant varier i et e et en admettant $\mathrm{M} = 2$, on trouve, si la parallaxe p est supérieure ou égale à 0″,04, $r > 5''$, dans les cas suivants : si $i \leqq 60°$, tant que e ne dépasse pas 0,9; si $i = 70°$, tant que e ne dépasse pas 0,8. Et si, enfin, $i = 80°$, tant que e ne dépasse pas 0,5. Les orbites où l'on a, *à la fois* l'excentricité dépassant 0,8 et l'inclinaison dépassant 70° ne doivent pas être nombreuses. Ainsi nous pouvons dire que, si dans un couple la variation de l'angle de position est inférieure ou égale à 1° en vingt ans et si la parallaxe $p \geqq 0''04$, *en général* la distance sera plus grande que 5″.

Afin de nous en rendre compte, nous avons considéré les couples physiques se trouvant dans le *Catalogue of bright stars* de Schlesinger et dans la liste de parallaxes trigonométriques de 650 étoiles, publiée par *Leander Mc Cormic Observatory* (1940).

Parmi 353 étoiles du Catalogue de Schlesinger, de parallaxes supérieures ou égales à 0″,04, il y a 130 étoiles doubles dont 33 spectroscopiques et 97 visuelles. Parmi ces dernières on trouve 24 couples, où $d\theta/dt$ ne dépasse pas 1° en 20 ans. Si l'on ramène les distances de ces étoiles à la parallaxe 0″, 04, on trouve qu'un seul couple a la distance de 3″, mais d'après Burnham les angles de position de ce couple sont discordants. *Tous les autres couples ont des distances dépassant* 5″.

De même, dans la liste de Mc Cormic Observatory, il se trouve 44 couples,

[1] Séance du 1er avril 1946.

parmi lesquels 19 ont des parallaxes $p \geqq 0'',04$. 13 parmi ces derniers satisfont à notre condition. Tous ces *couples ont des distances supérieures à* 5'', quand on les ramène à la parallaxe de 0'',04. On trouve parmi ces couples un couple de magnitude 11,3 — 11,9 distant de 17'' et un couple de magnitude 9,7 — 9,8 distant de 20''.

3. Or les chercheurs d'étoiles doubles emploient pour les chercher, en général, la formule $\log r = 2,5 - 0,2m$, m étant la magnitude de l'étoile principale. Dans ces conditions, on ne s'occupe des couples, dont la distance dépasse 5'', que si l'étoile principale est plus brillante que la 9ᵉ magnitude. Il est naturel qu'on cherche des couples les plus serrés, dans l'espoir de trouver des mouvements orbitaux rapides. Malheureusement, pour 17180 couples du Catalogue de Aitken, il n'y a que 132 orbites déterminées.

D'après ce qui précède, *contrairement à ce qu'on aurait pu supposer*, on peut tirer parti des couples distants, dont le mouvement est très lent. Ces couples peuvent servir de critères pour la détermination de *grandes parallaxes*. D'autant plus qu'on peut utiliser dans ce but la photographie et, en particulier, la Carte du Ciel. On n'a alors qu'à rechercher les couples dont la distance est comprise entre 5'' et 150'' et dont les composants ont le *même mouvement propre*. Ces couples seront tout désignés pour la détermination des parallaxes.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Les expanseurs, cas particuliers et applications.* Note de M. **Jacques Courtois**.

Rappelons [1] que *l'expanseur* $\left(\vec{a}\right)^u$ a pour composantes tous les monomes

$$A_{n_l,n_i} = (a^l)^{n_l} \Pi_{i \neq l} (a^i)^{n_i} \qquad \text{avec} \qquad n_l + \Sigma_i n_i = u;$$

u est un exposant réel ou complexe quelconque, l'indice l désigne un axe de coordonnées déterminé, les n_i prennent toutes les valeurs entières positives ou nulles. Le produit scalaire est tel que $\left(\vec{a}\right)^u . \left(\vec{b}\right)^u = \left(\vec{a}.\vec{b}\right)^u$.

1. *La direction d'un vecteur* $\vec{a}$ est caractérisée par $\left(\vec{a}\right)^0$. La direction de la tangente à la trajectoire d'un point $M(t)$, par

$$\left(\overrightarrow{dM}\right)^0 = \left(\frac{\overrightarrow{dM}}{dt}\right)^0$$

dont les composantes sont $\Pi_i (dx^i/dx^l)^{n_i}$.

En relativité restreinte, $\left(\overrightarrow{dM}\right)^0$ représente la *vitesse* du point M. On notera que dx/dt, dy/dt, dz/dt ne sont plus les composantes d'un vecteur et ne peuvent être séparés du reste de l'expanseur.

[1] Cf. P. A. M. Dirac, *Proc. Roy. Soc.*, A. **183**, 1945, p. 284; J. Courtois, *Comptes rendus*, **222**, 1946, pp. 377 et 480.

2. *Une période* (²) est définie par $\vec{k}.\Delta\vec{r} = 1$.

Sur une droite $\vec{r} = \rho\vec{a}$, la période est

(1) $$\Delta\vec{r} = (\vec{k}.\vec{a})^{-1}\vec{a} = [(\vec{k})^{-1}.(\vec{a})^{-1}]\vec{a}.$$

D'une façon générale, nous appellerons *projection d'un expanseur* (*ou tenseur*) A, d'ordre u, sur la direction d'un vecteur $\vec{a}$, *l'expanseur* (*ou tenseur*) *d'ordre-u*

$$\text{proj}_{\vec{a}}\text{A} = [\text{A}.(\vec{a})^{u}](\vec{a})^{-u},$$

(1) s'écrit alors

(1′) $$\Delta\vec{r} = \text{proj}_{\vec{a}}\lambda \quad \text{avec } \lambda = (\vec{k})^{-1}.$$

Une longueur d'onde est une période dans l'espace, ou plutôt provient d'une période dans l'espace-temps. Les formules de M. L. de Broglie s'écrivent $\lambda = h(\vec{\text{P}})^{-1}$, $\vec{\text{P}}$ désignant dans l'espace-temps le vecteur impulsion-énergie.

Une vitesse de phase, au point de vue non-relativiste, est également de la forme $\mathcal{V} = (\vec{k})^{-1}$. Suivant une droite, la vitesse de phase est $\vec{\mathcal{V}} = \text{proj}_{\vec{a}}\mathcal{V}$. Pour un observateur se déplaçant avec la vitesse $\vec{\text{V}}$, la *vitesse de phase apparente est* $\mathcal{V}_n = \mathcal{V} - \text{proj}_{\vec{k}}\vec{\text{V}}$. Ces formules sont *purement expansorielles* et ne font intervenir ni vecteur unitaire, ni valeur absolue, ni artifice analogue.

3. *Énergie potentielle d'un système de particules.* — Considérons un système de particules P_i, d'énergie potentielle

$$\text{U} = \Sigma_i m_i c^2 + \Sigma_{(i,j)} \frac{e_i e_j}{r_{ij}}.$$

Soit $\vec{\text{P}}$ le vecteur formé par les coordonnées pentasphériques du point P :

$$\text{X}_0 = 1, \quad \text{X}_1 = x, \quad \text{X}_2 = y, \quad \text{X}_3 = z, \quad \text{X}_4 = x^2 + y^2 + z^2$$

avec

$$g_{04} = g_{40} = 1, \quad g_{11} = g_{22} = g_{33} = -2,$$

les autres $g_{\mu\nu}$ étant nuls. On a

$$\vec{\text{P}}_i.\vec{\text{P}}_j = r_{ij}^2.$$

En prenant

$$\text{A}_i = e_i(\vec{\text{P}}_i)^{-\frac{1}{2}},$$

il vient

$$\text{A}_i.\text{A}_j = \frac{e_i e_j}{r_{ij}}.$$

(²) Nous ne parlons que du cas le plus simple. Une période peut aussi, par exemple, être un vecteur.

A_i^2 serait infini. Nous prendrons maintenant pour $\overrightarrow{P}$

$$X_i = x^2 + y^2 + z^2 + \varepsilon,$$

en conservant les autres relations, et nous identifierons $A_i^2 = e_i^2\,\varepsilon_i^{-\frac{1}{2}}$ avec $2m_ic^2$, ce qui donne, à des infiniment petits près,

$$U = \frac{1}{2}A^2,$$

avec

$$A = \Sigma_i A_i, \qquad \varepsilon_i = \left(\frac{e_i^2}{2m_ic^2}\right)^2.$$

$\overrightarrow{P}_i$ est constitué par les coordonnées pentasphériques d'une sphère imaginaire de centre P_i et de rayon $i\,(e_i^2/2m_ic^2)$.

Nous nous sommes placé dans le cas des *particules électrisées*; l'énergie propre peut être égalée (au facteur 2 près) à la limite de l'énergie mutuelle de deux particules identiques voisines, car elle a le même signe; il y a coutinuité analytique sans aucune singularité. Dans le cas de la *gravitation* pure, il n'en est pas ainsi.

PHYSICO-LOGIQUE. — *Signification profonde du principe de décomposition spectrale.* Note de Mme **Paulette Destouches-Février**.

On peut poser qu'une théorie physique a pour but principal de calculer, à partir de résultats de mesures initiales, des prévisions pour les résultats de mesures ultérieures, prévisions qui s'expriment en général sous la forme de probabilités. Pour calculer de la façon la plus commode ces probabilités, un formalisme général, dit *théorie générale des prévisions*, a été construit par M. J.-L. Destouches [1]. Dans ce formalisme, sans aucune hypothèse physique, une généralisation du principe de décomposition spectrale est valable : les probabilités s'expriment comme une puissance $k^{\text{ième}}$ de l'amplitude de la composante dans le développement spectral, k étant un nombre réel positif, non nécessairement entier

$$\mathfrak{p}(\mathcal{E}_{B,i}) = |c_i|^k \quad (k > 0).$$

A partir de ce formalisme, nous avons montré [2] qu'une multiplicité linéaire dans un certain espace abstrait ($\mathcal{Y}$) pouvait être associée à chaque résultat de mesure.

D'autre part, les énoncés de résultats de mesures peuvent être joints entre eux par les conjonctions *et* et *ou* (avec deux sens, fort et faible, pour la

(1) *Corpuscules et systèmes de corpuscules*, Paris, 1941; *Principes fondamentaux de Physique théorique*, **2**, Paris, 1942.

(2) *Comptes rendus*, **219**, 1944, pp. 481-483; *Thèse de Doctorat*, Paris, 1945.

conjonction *ou*) et peuvent être affectés de la négation, de façon à former un calcul des propositions qui est isomorphe au calcul de composition des multiplicités linéaires de l'espace (Y). Ce calcul des propositions constitue un *treillis complémenté* (*lattice complemented*) [3], lequel forme une algèbre de géométrie projective qui est décomposable en une somme directe d'algèbres de géométrie projective irréductibles et d'une algèbre de Boole. Dans une théorie physique objectiviste (théorie classique), ce treillis se réduit à une algèbre de Boole. Dans une théorie subjectiviste il n'y a pas de terme d'algèbre de Boole; s'il n'y a pas de grandeur neutre, le treillis est une algèbre de géométrie projective irréductible.

En utilisant un théorème de MM. Birkhoff et von Neumann [4], à condition de supposer que l'axiome des chaînes de diviseurs (*teilerkettensatz*) est valable, si le calcul des multiplicités constitue un treillis complémenté, il existe une forme hermitienne invariante dans l'espace ($\mathcal{Y}$); il en résulte un certain théorème de Pythagore généralisé sur les triangles. D'autre part il existe une relation dans les triangles en vertu de l'expression des probabilités à partir des composantes (règles en $|c_i|^k$), comme il a été indiqué plus haut. Or il est facile d'établir qu'il ne peut exister deux relations dans les triangles de degrés différents. Comme ici il en existe une de degré 2 et une de degré k, il en résulte que $k=2$. Il s'ensuit que *dans une théorie subjectiviste le principe de décomposition spectrale* ($k=2$) *est valable*. La démonstration précise fait intervenir des conditions accessoires que nous indiquerons ailleurs.

Ainsi le principe de décomposition spectrale des mécaniques ondulatoires est une conséquence des hypothèses suivantes : 1° une théorie physique a pour but de calculer des prévisions à partir de mesures initiales; 2° la théorie considérée est subjectiviste (c'est-à-dire que les résultats de mesures sont des propriétés du complexe appareil-système et ne peuvent être considérés comme des propriétés intrinsèques du système observé); 3° les énoncés de résultats de mesures peuvent être composés entre eux suivant les règles d'un calcul des propositions convenable comprenant une négation (possibilité de nier un énoncé). Ceci fait comprendre la signification profonde du principe de décomposition spectrale.

Il n'y a donc que deux types de théories physiques : les théories objectivistes ($k=1$, cas des théories classiques), et les théories subjectivistes ou théories ondulatoires qui obéissent au principe de décomposition spectrale ($k=2$, cas des théories quantiques). Il ne peut exister de théorie subjectiviste avec $k\neq 2$. Le principe de décomposition spectrale apparaît ainsi comme une conséquence directe de la subjectivité.

Nous avons montré qu'une théorie comportant le principe de décomposition

(3) P. Destouches-Février, *Comptes rendus*, **221**, 1945, pp. 287-288.
(4) *Annals of Math.*, 36, 1936, p. 636.

spectrale avec des grandeurs non simultanément mesurables était nécessairement subjectiviste ([5]). On voit ici que, réciproquement, une théorie subjectiviste comporte le principe de décomposition spectrale.

MESURES PHYSIQUES. — *Dispositif de balayage utilisable avec tous les appareils de mesures à spot lumineux.* Note de M. **Frantz Perrier**, présentée par M. Aimé Cotton.

De nombreuses mesures au laboratoire consistent à repérer la position d'un spot lumineux sur une échelle linéaire et à en suivre les déplacements. Cette méthode conduit à tracer point par point des courbes que l'on obtiendrait dans leur ensemble si le spot se déplaçait dans un plan. Il suffit, pour obtenir ce déplacement dans un plan, d'imposer au faisceau qui tombe sur le miroir de l'appareil de mesures un déplacement parallèle à l'axe de rotation du miroir et proportionnel à la valeur de la variable en fonction de laquelle on étudie la grandeur mesurée. Je me propose d'indiquer le principe d'appareils réalisant ce but et dont les caractéristiques sont : balayage du faisceau incident et asservissement de l'une des variables au dispositif de balayage.

1° Éclairons le miroir de l'appareil de mesures par une source linéaire parallèle à l'axe de rotation du miroir, verticale pour fixer les idées. Limitons la partie utile de la source par une fente oblique ou par le bord d'un écran (que j'appellerai *de balayage* pour éviter les confusions); nous obtenons dans le plan d'observation un point lumineux ou une portion de droite dont une extrémité correspond à l'intersection de la source et de l'écran de balayage. La position de cette extrémité (ou celle du point lumineux) est fonction de deux variables, la rotation du miroir et l'intersection de la source avec l'écran de balayage ou avec la fente. Quand ces deux variables changent simultanément, on obtient une courbe dans le plan d'observation.

2° Dans le cas particulier où l'une des variables est le temps, l'application des principes précédents donne les deux types suivants d'appareils :

a. Un écran demi-cylindrique, percé d'une fente hélicoïdale, est suspendu à un pendule de torsion. Interposé entre le miroir et la source linéaire, contre cette dernière, il produit un balayage sinusoïdal. Il suffit de changer la forme de la courbe de la fente pour changer la loi de balayage;

b. Un moteur à vitesse uniforme porte un disque dont le contour, servant d'écran de balayage, est découpé suivant une ou plusieurs portions identiques de spirale d'Archimède. Cet appareil réalise un balayage linéaire en dents de scie;

3° Si la variable n'est pas le temps, il suffit de l'asservir à l'oscillation du pendule ou à la rotation du moteur et de déterminer suivant la loi de cet asservissement, la forme de la fente ou le contour de l'écran de balayage;

([5]) *Thèse,* Paris 1945.

4° Les systèmes décrits ci-dessus présentent sur le balayage par miroirs tournants d'importants avantages : installation plus facile, aucune déformation des images, obtention d'une courbe de balayage de forme quelconque, construction aisée au laboratoire.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur une formule rigoureuse du rapport d'atténuation dans un filtre.* Note de M. **Pierre Marié**.

Dans de nombreux problèmes concernant le filtrage des vibrations interviennent deux séries de variables

$$x_0,\quad x_1,\quad \ldots,\quad x_p,\quad \ldots,\quad x_n;$$
$$y_1,\quad \ldots,\quad y_p,\quad \ldots,\quad y_n$$

liées par des relations

$$(1)\qquad \begin{cases} x_{p-1} = S_{11}x_p + S_{12}y_p \\ y_{p-1} = S_{21}x_p + S_{22}y_p \end{cases} \qquad \text{avec } S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21} = 1$$

et des conditions aux limites $x_1 = x_0 - z_0 y_1$ et $x_n = z_n y_n$. A titre d'exemple les x pourront représenter en notation complexe des tensions, les y des intensités et les z des impédances. L'élimination des y nous conduira à un système en x

$$(2)\qquad \begin{cases} \alpha x_1 - x_2 = \dfrac{S_{12}}{z_0} x_0, \\ -x_1 + \mu x_2 - x_3 = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ -x_{p-1} + \mu x_p - x_{p+1} = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ -x_{n-1} + \beta x_n = 0, \end{cases}$$

avec

$$\mu = S_{11} + S_{22}; \qquad \alpha = S_{22} + \frac{S_{12}}{z_0}; \qquad \beta = S_{11} + \frac{S_{12}}{z_n}.$$

Le déterminant principal, d'ordre n, que nous noterons $\Delta_n(\alpha\mu\beta)$, peut s'exprimer à l'aide de polynomes électrosphériques ([1]), il vient

$$\Delta_n(\alpha\mu\beta) \equiv \alpha\beta D_{n-2}(\mu) - (\alpha + \beta) D_{n-3}(\mu) + D_{n-4}(\mu),$$

D_p désignant le polynome électrosphérique d'ordre p en μ. En posant $\mu = \nu + (1/\nu)$, on sait que l'on a

$$D_p(\mu) = \frac{\nu^{p+1} - \dfrac{1}{\nu^{p+1}}}{\nu - \dfrac{1}{\nu}};$$

([1]) Maurice Parodi, *Mémorial des Sciences physiques*, **97**, 1944, p. 1.

d'où l'on tire

$$(3)\qquad \Delta_n(\alpha\mu\beta) \equiv \frac{\left(\frac{1}{\nu}-\alpha\right)\left(\frac{1}{\nu}-\beta\right)}{\nu-\frac{1}{\nu}}\nu^{n-1}+\frac{(\nu-\alpha)(\nu-\beta)}{\frac{1}{\nu}-\nu}\frac{1}{\nu^{n-1}}.$$

Mettons en évidence les valeurs pour lesquelles l'un des termes s'annule en remarquant que

$$(\nu-\alpha)\left(\frac{1}{\nu}-\alpha\right)\equiv\alpha^2-\mu\alpha+1\equiv\frac{S_{12}}{z_0^2}\left[S_{21}z_0^2-(S_{22}-S_{11})z_0-S_{12}\right],$$

et, en représentant par Z_0 et $-Z_n$ les racines en z_0 du polynome entre crochets, qui sont les impédances itératives, nous pouvons écrire

$$(\nu-\alpha)\left(\frac{1}{\nu}-\alpha\right)\equiv\frac{S_{13}S_{21}}{z_0^2}(z_0-Z_0)(z_0+Z_n).$$

Un calcul analogue donnera

$$(\nu-\beta)\left(\frac{1}{\nu}-\beta\right)\equiv\frac{S_{12}S_{21}}{z_n^2}(z_n+Z_0)(z_n-Z_n).$$

Connaissant d'autre part les différences

$$(\nu-\alpha)-\left(\frac{1}{\nu}-\alpha\right)=(\nu-\beta)-\left(\frac{1}{\nu}-\beta\right)=\nu-\frac{1}{\nu},$$

nous pouvons calculer $(\nu-\alpha)$ etc. Compte tenu de la relation $Z_0Z_n=S_{12}/S_{21}$, nous avons

$$(4)\qquad \begin{cases}\nu-\alpha=S_{21}Z_n\left(1-\frac{Z_0}{z_0}\right), & \nu-\beta=S_{31}Z_0\left(1-\frac{Z_n}{z_n}\right),\\ \frac{1}{\nu}-\alpha=-S_{21}Z_0\left(1+\frac{Z_n}{z_0}\right), & \frac{1}{\nu}-\beta=-S_{21}Z_n\left(1-\frac{Z_0}{z_n}\right).\end{cases}$$

Nous en tirons $\nu-1/\nu=S_{21}(Z_0+Z_n)$, et, si nous portons cette valeur et les solutions (4) dans (3), nous obtenons

$$\Delta_n(\alpha\mu\beta)\equiv\frac{S_{12}}{Z_0+Z_n}\left[\left(1+\frac{Z_n}{z_0}\right)\left(1+\frac{Z_0}{z_n}\right)\nu^{n-1}+\left(1-\frac{Z_0}{z_0}\right)\left(1-\frac{Z_n}{z_n}\right)\frac{1}{\nu^{n-1}}\right].$$

Ces transformations permettent de calculer x_0/x_n; il vient

$$(-1)^n\frac{x_0}{x_n}=\frac{z_0}{Z_0+Z_n}\left[\left(1+\frac{Z_n}{z_0}\right)\left(1+\frac{Z_0}{z_n}\right)\nu^{n-1}+\left(1-\frac{Z_0}{z_0}\right)\left(1-\frac{Z_n}{z_n}\right)\frac{1}{\nu^{n-1}}\right].$$

Nous exprimons ainsi en toute rigueur le rapport d'atténuation produit par un filtre formé de $n-1$ quadripôles, d'impédances itératives Z_0 et Z_n lorsque ce filtre est fermé sur l'impédance z_n et que la source présente une impédance interne z_0.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Sur l'interprétation des équations de Maxwell.* Note (1) de M. **Léon Bouthillon**, présentée par M. Jean Becquerel.

$\overline{E}$ et $\overline{D}$ désignant l'intensité du champ et l'induction électriques, $\overline{H}$ et $\overline{B}$ l'intensité de champ et l'induction magnétiques, i_l la densité du courant de conduction, ρ_l la densité de charge électrique libre, k_e et a_m des coefficients qui ne dépendent que du choix des unités, $[\nabla\overline{A}]$ et $(\nabla\overline{A})$ représentant respectivement le rotationnel et la divergence du vecteur $\overline{A}$, la forme classique des équations de Maxwell

$$\text{(I)}\qquad \begin{cases} [\nabla\overline{E}] = -\dfrac{\partial\overline{B}}{\partial t}, & [\nabla\overline{H}] = \dfrac{4\pi\overline{i}_l}{a_m} + \dfrac{\partial\overline{D}}{\partial t}, \\ (\nabla\overline{D}) = \dfrac{4\pi}{k_e}\rho_l, & (\nabla\overline{B}) = 0 \end{cases}$$

est justifiée du point de vue pratique, puisqu'elle ne met en jeu que des réalités physiques mesurables directement. Mais elle a l'inconvénient de masquer des entités mathématiques qui, pour échapper à nos sens grossiers, n'en sont pas moins importantes.

D'une part en effet le courant électrique de densité $\overline{i}_l$ qui circule dans les conducteurs n'est pas le courant total, qui comprend en outre le courant de densité $\overline{i}_p$ produit par la variation des charges électriques de polarisation des diélectriques et le courant de densité $\overline{i}_a$ des circuits particulaires d'Ampère.

De même, s'il n'existe pas de courants magnétiques libres, puisqu'il n'y a pas de charges magnétiques libres, il y a dans les substances magnétiques, à l'état variable, des courants magnétiques de polarisation, de densité $\overline{j}_p$, ainsi que les courants magnétiques des circuits particulaires, de densité $\overline{j}_a$, dont la théorie ampérienne de l'électrostatique résumée dans une Note précédente (2) a démontré l'existence.

D'autre part, aux charges électriques libres de densité ρ_l s'ajoutent les charges de polarisation de densité ρ_p. De même, si la densité μ_l des charges magnétiques libres est nulle, il existe dans les substances magnétiques des charges d'aimantation de densité μ_p.

Les équations connues

$$\overline{E} = \overline{D} - 4\pi\overline{P}, \qquad \overline{H} = \overline{B} - 4\pi\overline{J},$$

où $\overline{P}$ et $\overline{J}$ sont respectivement la polarisation électrique et l'aimantation, donnent

$$(1)\qquad [\nabla\overline{E}] = [\nabla\overline{D}] - 4\pi[\nabla\overline{P}], \qquad [\nabla\overline{H}] = [\nabla\overline{B}] - 4\pi[\nabla\overline{J}],$$

(1) Séance du 1er avril 1946.

(2) *Comptes rendus*, **214**, 1942, pp. 855-857.

et, d'après la théorie des circuits particulaires, électriques ou magnétiques,

$$[\nabla \overline{P}] = -\frac{1}{a_e}\overline{j}_a, \qquad [\nabla \overline{J}] = \frac{1}{a_m}\overline{i}_a.$$

La première équation est une conséquence de la théorie des diélectriques dans la théorie ampérienne de l'électrostatique, la seconde est une équation connue de la théorie des circuits particulaires d'Ampère. D'où, en portant dans les équations précédentes,

$$[\nabla \overline{E}] = [\nabla \overline{D}] + \frac{4\pi}{a_e}\overline{j}_a, \qquad [\nabla \overline{H}] = [\nabla \overline{B}] - \frac{4\pi}{a_m}\overline{i}_a.$$

D'autre part

$$(2) \qquad \frac{\partial \overline{D}}{\partial t} = \frac{\partial \overline{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{a_m}\overline{i}_p, \qquad \frac{\partial \overline{B}}{\partial t} = \frac{\partial \overline{H}}{\partial t} + \frac{4\pi}{a_e}\overline{j}_p.$$

La première équation est connue, la seconde lui correspond dans la théorie ampérienne de l'électricité.

On a encore, d'après la théorie de la polarisation (ou de l'aimantation),

$$(3) \qquad \begin{cases} (\nabla \overline{D}) = (\nabla \overline{E}) + 4\pi(\nabla \overline{P}) = (\nabla \overline{E}) - \dfrac{4\pi}{k_e}\rho_p, \\ (\nabla \overline{B}) = (\nabla \overline{H}) + 4\pi(\nabla \overline{J}) = (\nabla \overline{H}) - \dfrac{4\pi}{k_m}\mu_p. \end{cases}$$

Utilisant les relations (1), (2), (3), les équations (I) s'écrivent

$$(\text{II}) \qquad \begin{cases} -[\nabla \overline{D}] = \dfrac{4\pi}{a_e}(\overline{j}_a + \overline{j}_p) + \dfrac{\partial \overline{H}}{\partial t}, & [\nabla \overline{B}] = \dfrac{4\pi}{a_m}(\overline{i}_a + \overline{i}_p + \overline{i}_l) + \dfrac{\partial \overline{E}}{\partial t}; \\ (\nabla \overline{E}) = \dfrac{4\pi}{k_e}(\rho_p + \rho_l), & (\nabla \overline{H}) = \dfrac{4\pi}{k_m}\mu_p. \end{cases}$$

Mais

$\overline{j}_a + \overline{j}_p = \overline{j}$, $\quad \overline{j}$ étant la densité totale du courant magnétique;
$\overline{i}_a + \overline{i}_p + \overline{i}_l = \overline{i}$, $\quad \overline{i}$ » » électrique;
$\rho_p + \rho_l = \rho$, $\quad \rho$ » des charges électriques;
$\mu_p = \mu$, $\quad \mu$ » » magnétiques;

de sorte que les équations (I) s'écrivent finalement

$$(\text{III}) \qquad \begin{cases} -[\nabla \overline{D}] = \dfrac{4\pi}{a_e}\overline{j} + \dfrac{\partial \overline{H}}{\partial t}, & [\nabla \overline{B}] = \dfrac{4\pi}{a_m}\overline{i} + \dfrac{\partial \overline{E}}{\partial t}, \\ (\nabla \overline{E}) = \dfrac{4\pi}{k_e}\rho, & (\nabla \overline{H}) = \dfrac{4\pi}{k_m}\mu. \end{cases}$$

Sous cette forme, à chaque terme d'une équation de gauche correspond un terme dans l'équation qui lui fait vis-à-vis à droite. Cependant, comme dans les équations (I), c'est $-\overline{B}$, induction magnétique, qui correspond à $\overline{D}$, induction électrique, et *vice versa*, du moment qu'on fait correspondre $\overline{H}$, intensité du

champ magnétique, à $\overline{E}$, intensité du champ électrique; $\overline{j}$, intensité du courant magnétique, à $\overline{i}$, intensité du courant électrique, et μ, charge magnétique à ρ, charge électrique.

Ainsi écrites, les équations de Maxwell ont le maximum de symétrie.

IONISATION DES GAZ. — *Sur la mobilité et la diffusion des ions.* Note de Mme **Éliane Montel**, présentée par M. Paul Langevin.

Soient I le courant périodiquement variable représenté par des ions tous identiques, de mobilité k, introduits dans un condensateur plan au niveau d'un des plateaux; i le courant recueilli par l'autre plateau lorsqu'une différence de potentiel constante $V = ha$ est maintenue entre les armatures distantes de a. D'après des résultats établis antérieurement ([1]) les amplitudes des harmoniques correspondants des courants i et I développés en série de Fourier sont reliés par l'expression simple

$$\frac{i_m}{I_m} = \frac{\sin \alpha_m}{\alpha_m} \quad \text{où} \quad \alpha_m = \frac{m\pi\alpha}{khT},$$

T étant la période du courant d'introduction.

Si on néglige la diffusion, et en supposant la densité spatiale des charges ρ assez petite pour qu'il n'y ait pas de déformation du champ, on obtient pour i un minimum nul chaque fois que la *longueur d'onde* khT/m de l'harmonique d'ordre m est contenue un nombre entier de fois dans la distance a.

Voyons ce que devient ce résultat si l'on tient compte de la diffusion. Les lois bien connues de mobilité et de diffusion, et le principe de conservation de l'électricité permettent d'obtenir les équations suivantes :

$$(1) \qquad \gamma = \rho v = kh\rho - D\frac{\partial \rho}{\partial x},$$

γ, densité du courant de convection à travers le plan d'abscisse x. Cette équation appliquée au plan $x = 0$ donne la densité du courant d'introduction I

$$(2) \qquad \frac{I}{S} = \left(kh\rho - D\frac{\partial \rho}{\partial x}\right)_{x=0},$$

S, surface utile des plateaux.

La densité ρ doit satisfaire à l'équation différentielle

$$(3) \qquad \frac{\partial \rho}{\partial t} + kh\frac{\partial \rho}{\partial x} - D\frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} = 0.$$

En utilisant la notation des imaginaires et en remarquant que, en raison du caractère linéaire de cette équation, chaque terme harmonique du courant i

([1]) E. Montel, *Comptes rendus*, **208**, 1939, p. 1141; **218**, 1944, p. 391.

dépend uniquement du terme correspondant du courant I, on obtient, comme conséquence de (2) et (3),

$$(2') \qquad \frac{I_1}{S} = \left(kh\rho_1 - D\frac{d^2\rho_1}{dx^2}\right)_{x=0},$$

$$(3') \qquad i\omega\rho_1 + kh\frac{d\rho_1}{dx} - D\frac{d^2\rho_1}{dx^2} = 0,$$

I_1, γ_1, ρ_1, amplitudes imaginaires des termes harmoniques qui se correspondent dans I, γ et ρ; ρ_1 est fonction de la seule variable x.

Introduisons les variables réduites définies par

$$(4) \qquad \xi = \frac{x}{a}, \qquad \theta = \frac{\omega a}{kh} = \frac{2\pi a}{kh\mathrm{T}}, \qquad \varepsilon = \frac{D}{kha} = \frac{D}{kV}$$

et remarquons que, pour des ions monovalents, on a $D/k \sim 8,3.10^{-5}$; en admettant $V \sim 100$ volts/cm et $a \sim$ quelques centimètres, ce qui correspond aux conditions expérimentales prévues, on voit que $\varepsilon \sim 10^{-4} \ll 1$.

Avec les notations indiquées, (2′) et (3′) deviennent

$$(2'') \qquad \frac{I_1}{S} = kh\left(\rho_1 - \varepsilon\frac{d\rho_1}{d\xi}\right)_{\xi=0},$$

$$(3'') \qquad \varepsilon\frac{d^2\rho_1}{d\xi^2} - \frac{d\rho_1}{d\xi} - i\theta\rho_1 = 0.$$

En tenant compte des conditions aux limites et de l'expression du courant i établie antérieurement ([1]), on obtient, pour le rapport des amplitudes imaginaires, des termes correspondants des courants i et I,

$$(5) \qquad \frac{i_1}{I_1} = \frac{\left(\frac{1}{r} - \varepsilon\right)(1 - e^{-r}) - \left(\frac{1}{r'} - \varepsilon\right)(1 - e^{-r'})}{(1 - \varepsilon r)e^{-r} - (1 - \varepsilon r')e^{-r'}}.$$

En tenant compte du fait que ε est toujours très petit et en développant les racines de l'équation caractéristique suivant les puissances croissantes de ε, on obtient, après tous calculs effectués, l'expression du carré du module de (5)

$$(6) \qquad \left|\frac{i_1}{I_1}\right|^2 = 2\left(\frac{1}{\theta^2} - \varepsilon + 4\varepsilon^2 + \frac{\theta^2\varepsilon^2}{2}\right)(1 - \cos\theta) - 4\theta\varepsilon^2\sin\theta + \theta^2\varepsilon^2.$$

Quand on ne tient pas compte de la diffusion, c'est-à-dire quand on suppose $\varepsilon = 0$, cette expression prend la valeur très simple

$$\left|\frac{i_1}{I_1}\right| = \left|\frac{2}{\theta}\sin\frac{\theta}{2}\right|,$$

qui s'annule pour $\theta = 2\pi.n$ ($n = 1, 2, 3, \ldots$).

Lorsqu'on tient compte de la diffusion, et si l'on suppose que l'on fasse varier θ par l'intermédiaire du champ, c'est-à-dire que l'on ait, d'après les définitions (4), ε proportionnel à θ, l'expression (6) montre que $|i_1/I_1|$ passe

par une série de maxima et de minima quand θ augmente à partir de o, les minima ayant lieu encore chaque fois que θ est un multiple entier de 2π, c'est-à-dire que a contient un nombre entier de *longueurs d'onde*.

L'influence de la diffusion sur la position des minima est donc nulle au second ordre d'approximation en ε, *c'est-à-dire complètement négligeable*. Et c'est de cette position que se déduit la mesure de la mobilité k.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur la viscosité des solutions salines.* Note [1] de Mlle **Geneviève Sutra**, présentée par M. Paul Pascal.

M. Darmois a rappelé [2] l'attention sur l'augmentation de viscosité que produit la dissolution d'un sel dans l'eau. Si η est la viscosité de la solution, η_0 celle de l'eau, C la concentration molaire de la dissolution, les mesures donnent, pour l'augmentation relative de viscosité, un développement de la forme

$$\frac{\eta - \eta_0}{\eta_0} = AC^{\frac{1}{2}} + BC + \ldots.$$

La théorie des électrolytes forts (Falkenhagen) prévoit un effet électrostatique des ions sur la viscosité; cet effet explique le premier terme. On peut calculer A à partir des conductibilités limites des ions et des valences. Wolfenden et ses collaborateurs ont proposé d'expliquer le deuxième terme par l'effet prévu par Einstein (1906) et utilisé déjà pour la viscosité des colloïdes; leurs considérations étaient restées qualitatives. M. Darmois a montré que B devait être égal à $0,0015\,v$, où v est le volume (en $Å^3$) des ions donnés par une molécule. Pour certains sels l'accord entre la théorie et l'expérience est convenable. Pour d'autres, par exemple pour les sulfates de Mg, Mn, Cd, l'accord est moins bon. Un développement limité aux deux premiers termes donne un terme A inférieur à celui calculé. Nous avons cherché à expliquer ce désaccord.

a. La théorie de Falkenhagen a été limitée jusqu'ici aux solutions infiniment étendues; elle doit donner pour les solutions plus concentrées des termes d'ordre supérieur à $C^{1/2}$. Nous avons recherché si, dans les approximations faites, un terme avait été négligé; on trouve ainsi un terme en $C \log C$, qui n'améliore pas l'accord et dont le coefficient n'est pas calculable.

Les calculs d'Einstein ont été également limités au premier terme qui s'écrit $2,5\,\varphi$, où φ est le rapport des volumes de la substance dissoute et du solvant. Nous avons repris les calculs et poussé jusqu'au deuxième terme; on trouve ainsi $-3,5\,\varphi^2$. Si $2,5\,\varphi = BC$, $3,5\,\varphi^2 = 0,56\,B^2C^2$.

c. Divers auteurs, en particulier Davies (1927-1930), ont pensé que certains électrolytes n'étaient pas dissociés autant qu'on l'avait supposé depuis l'appari-

(1) Séance du 25 mars 1946.
(2) *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 290.

tion de la théorie de Debye et Hückel (1923). Nous avons calculé l'effet dû à cette dissociation incomplète. Pour un électrolyte du type SO_4Cd, en négligeant d'abord la correction d'activité, on peut calculer le degré de dissociation α en admettant la formule de dilution; on développe α en fonction de C. On admet ensuite que le terme de Falkenhagen est $A(\alpha C)^{1/2}$, celui d'Einstein étant $0,0915[\alpha v+(1-\alpha)v']C$, où v' est le volume de la molécule non dissociée. On trouve ainsi le développement : $AC^{1/2}+BC-(A/2K)C^{3/2}+\ldots$, K est la constante de la loi d'action de masse. Si l'électrolyte est du type SO_4Na_2, le terme nouveau est en $C^{5/2}$.

d. Les considérations précédentes ne permettent pas de prévoir un (A) expérimental inférieur au (A) théorique. Si l'on construit la courbe

$$\psi=\frac{\eta-\eta_0}{\eta_0\sqrt{c}}=A+BC^{1/2}+\ldots,$$

on constate qu'elle est à peu près droite pour SO_4Cd, si $\sqrt{c}>0,03$. On a alors $A=0,0116$ et $B=0,60$. Le (A) calculé est $0,0230$; $v=21^8\,Å^3$; B calculé $=0,33$. En solution étendue, ψ montre un changement de courbure assez brusque vers $\sqrt{c}=0,02$. On peut alors supposer que, pour ces concentrations très faibles, SO_4Cd est dissocié partiellement; on devrait donc avoir $\psi=0,0230+0,33\,C^{1/2}-(0,023/2K)C$. Avec la valeur $K=0,0011$, on rend compte des mesures en solution éteudue. Cette valeur est de l'ordre de celles indiquées par Davies. Pour $\sqrt{c}=0,02$, elle conduit à $\alpha=0,78$. La partie *droite* doit correspondre à la présence en solution d'ions complexes. On pourrait avoir par exemple $2SO_4CD \rightleftharpoons (SO_4)_2Cd^{--}+Cd^{++}$; en appliquant à cet équilibre la loi d'action de masses, on trouve un α indépendant de la concentration en première approximation. Dans ces conditions les termes A et B sont constants, d'où la droite. On peut ajuster l'expérience et la théorie avec des hypothèses convenables.

On voit ainsi que certains électrolytes, présumés forts, sont loin d'être totalement dissociés en solution 0,0005 M; ils seraient même associés en solution 0,005 M.

RAYONS X. — *Absorption des électrons secondaires par des écrans minces.* Note (¹) de M. **Adrien Saulnier**, présentée par M. Maurice de Broglie.

Nous avons précédemment montré que les électrons arrachés à une feuille de plomb par un rayonnement X de quantum élevé pouvaient être utilisés à la radiographie de préparations minces (²).

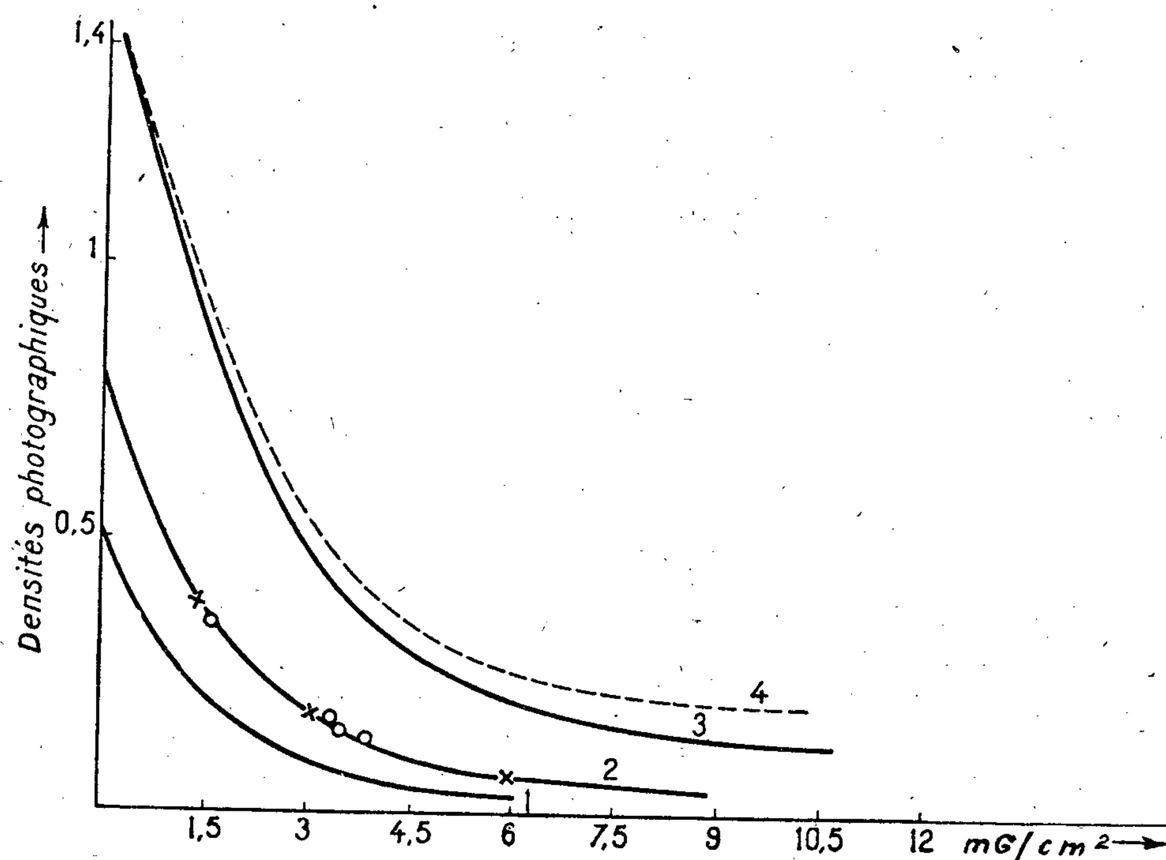
Nous avons utilisé le même dispositif à la mesure de l'absorption des électrons secondaires. Dans un châssis photographique ordinaire, on place une plaque

(¹) Séance du 18 mars 1946.

(²) A. Saulnier et J.-J Trillat, *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 772.

de plomb de 2/10 de millimètre d'épaisseur, qui, soumise au rayonnement X, deviendra la source d'électrons. Sur cette plaque de plomb on juxtapose des écrans d'épaisseur connue; par exemple, une série de feuilles d'aluminium et de cellophane dont on a déterminé le poids au centimètre carré, on place ensuite un film photographique, du type utilisé en microradiographie, de telle sorte que l'émulsion soit au contact des échantillons. On ferme le châssis en serrant fortement. Le tout est exposé pendant quelques minutes au rayonnement issu d'un tube à tension constante. Les rayons X primaires ou secondaires ne provoquent qu'un très léger voile du film dont la sensibilité est faible. L'aluminium n'émet que peu d'électrons secondaires, leur action est négligeable. Les différences de noircissement du film caractérisent donc l'absorption des électrons secondaires du plomb par les différents écrans.

On photomètre les plages du cliché et l'on peut alors tracer la courbe des densités photographiques en fonction des épaisseurs traversées. La figure



1. 100 kV, 8 mA, 20 mn. — 2. 180 kV, 4 mA, 8 mn. — 3. 180 kV, 4 mA, 10 mn. — 4. 140 kV, 5 mA, 8 mn
× Aluminium. ○ Cellophane.

représente de telles courbes pour des écrans d'aluminium et de cellophane d'épaisseurs comprises entre 4/1000 et 4/100 de millimètre. Elles sont relatives à des tensions aux bornes du tube à rayons X comprises entre 100 et 180 kV. On y remarque, en particulier, que les écrans d'aluminium ou de cellophane ne se distinguent pas par leur nature, leur absorption étant, en première approximation, fonction uniquement de leur densité.

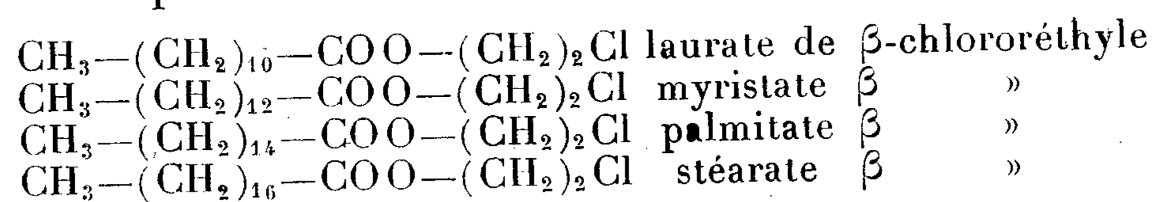
L'intérêt principal de la méthode, outre sa grande simplicité, consiste en ce que l'on peut enregistrer en même temps et sur un même film, donc rigoureusement dans les mêmes conditions d'exposition et de développement, les images d'un très grand nombre d'écrans. Nous avons en effet utilisé dans nos expé-

riences un châssis 9 × 12 cm, qui offre déjà de larges possibilités, mais rien ne s'oppose à ce que l'on opère sur des surfaces encore plus considérables.

Nous avons pu ainsi réaliser, en rayonnement électronique, l'équivalent des méthodes de radioanalyse et microradioanalyse déjà utilisées dans le domaine des rayons X, obtenir des microdosages de préparations extrêmement minces et d'éléments légers et y mettre en évidence de très faibles variations d'épaisseur.

RAYONS X. — *Étude aux rayons* X *de certains esters chlorés d'acides gras.* Note [1] de MM. **Jean-Jacques Trillat** et **Jean Brenet**, présentée par M. Maurice de Broglie.

Nous avons examiné une série de quatre esters chlorés d'acides gras, à savoir le laurate, myristate, palmitate et stéarate de β-chloréthyle, préparés par combinaison des acides aliphatiques avec la monochlorhydrine du glycol; les formules de ces corps sont



$CH_3-(CH_2)_{10}-COO-(CH_2)_2Cl$ laurate de β-chloroéthyle
$CH_3-(CH_2)_{12}-COO-(CH_2)_2Cl$ myristate β »
$CH_3-(CH_2)_{14}-COO-(CH_2)_2Cl$ palmitate β »
$CH_3-(CH_2)_{16}-COO-(CH_2)_2Cl$ stéarate β »

En fondant une couche mince de ces corps sur une lame de verre, suivant la technique indiquée autrefois par l'un de nous [2], et en examinant les préparations par la méthode du cristal tournant (raie K_α du cuivre), on obtient des spectres d'une intensité remarquable, sur lesquels on peut observer parfois jusqu'à 17 ordres de réflexion successifs correspondant aux plans réticulaires parallèles à la lame de verre.

Le tableau suivant donne les valeurs des distances réticulaires pour chacun des quatre esters :

	Nombre d'atomes C de l'acide gras.	d_1 en Å.	d_2.	d_3.	Δd_1.
Laurate............	12	38,6	3,6	3,8	–
Myristate..........	14	43,3	»	»	4,7 Å
Palmitate..........	16	47,9	»	»	4,6
Stéarate............	18	52,6	»	»	4,7

Comme cela a lieu pour les corps organiques à longue chaîne (acides, alcools, esters, carbures etc.), on constate la présence d'une grande équidistance d_1 variable avec le nombre d'atomes de carbone, et de petites distances réticulaires constantes.

Les équidistances d_1 correspondent à des plans réticulaires parallèles à la surface de la lame de verre, et comprenant entre eux deux molécules opposées (comme pour les acides gras). La variation de d_1 par atome de carbone est ici

(1) Séance du 25 mars 1946.
(2) J.-J. Trillat, *Annales de Physique*, juillet-août 1926 (*Thèse de Doctorat*).

$\Delta d_1/\Delta N = 1,15$ Å; cette variation est *linéaire* et peut donc servir à l'identification du produit d'après le diagramme X.

A partir de la structure connue des chaînes d'acides gras, et de la distance entre deux atomes de carbone consécutifs (1,27 Å), il est possible de calculer l'inclinaison des molécules d'esters chlorés par rapport aux plans réticulaires parallèles à la surface de verre [plans (100)]; cette valeur est de l'ordre de 72°, compte tenu de l'imprécision concernant la structure de l'extrémité de la chaîne [$-COO-(CH_2)_2-Cl$].

Ainsi les esters chlorés vérifient-ils la loi de proportionnalité des grandes équidistances au nombre d'atomes de carbone; de plus ces corps présentent une remarquable aptitude à l'orientation, due à leur structure terminale, qui doit les rendre aptes à jouer un rôle intéressant dans la lubrification, en les adjoignant en faible quantité à des huiles de graissage (*dopes* d'onctuosité).

Étude de la répartition des intensités. — Nous avons cherché à déterminer par le calcul la répartition des intensités dans les divers ordres de réflexion, en partant de la méthode indiquée par Shearer ([3]), qui est basée sur le fait que le pouvoir diffractant reste constant dans certaines parties de la molécule et ne varie brusquement qu'en des points où la densité électronique varie aussi brusquement. Cette méthode, appliquable à des molécules de structure simple, doit être généralisée pour des molécules telles que les esters chlorés possédant deux groupements fortement diffractants COO et Cl; on aboutit, dans le cas présent, aux formules suivantes ([4]) :

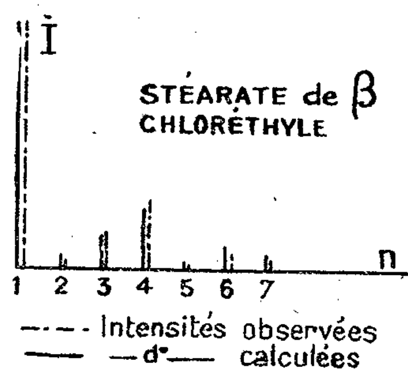
pour les ordres pairs

$$(1)\qquad J_p = \frac{0,3\,d_1}{2\pi n}(Q-P)\sin\frac{2\pi n\delta}{d_1} + \frac{d_1}{\pi n}(R-Q)\cos\pi n\rho\,\sin\frac{\pi n\delta}{d_1},$$

pour les ordres impairs

$$(2)\qquad J_i = \frac{2,3\,d_1}{2\pi n}(P-Q)\sin\frac{2\pi n\delta}{d_1} + \frac{d_1}{\pi n}(R-Q)\cos\pi n\rho\,\sin\frac{\pi n\delta}{d_1}.$$

d_1 est la grande distance réticulaire (voir tableau précédent); n, l'ordre de réflexion; δ, la largeur des groupements H, CH_2, Cl et CO — O, suivant l'approximation déjà faite



par Shearer; P, Q, R sont les pouvoirs diffractants des groupements H, CH_2, CO — O; ρ, un rapport caractérisant la position du groupement CO — O dans la molécule.

([3]) *Proc. Roy. Soc.*, A, **108**, 1925, p. 665.

([4]) Le détail sera publié dans un autre recueil.

L'application de ces formules conduit à un bon accord avec les mesures d'intensités effectuées directement sur les clichés des quatre esters, comme le montre la figure ci-dessus.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la pénétration de l'eau dans le charbon activé.* Note [1] de M. CLÉMENT COURTY, présentée par M. Gabriel Bertrand.

La pénétration de l'eau dans les charbons activés a donné lieu à de multiples travaux qui, jusqu'ici, n'ont pas été concluants : le phénomène se complique en effet d'une désorption, ou d'une absorption concomitante d'air. Théodore de Saussure, en 1812 [2], avait cru pouvoir affirmer que le charbon de bois absorbe de l'oxygène de l'air, jusqu'à ce qu'il soit saturé du gaz carbonique formé dans le charbon à la température ordinaire. Le charbon sec nécessite plus de vingt ans pour atteindre cette saturation, le charbon humide se sature en dix mois. L'eau faciliterait donc cette oxydation; mais, comme un volume de charbon humecté est saturé de gaz carbonique lorsqu'il en a absorbé quinze volumes, et qu'à l'état sec il en absorbe trente-cinq, le volume d'oxygène absorbé par le charbon est plus faible en milieu humide qu'en milieu sec.

Le gaz carbonique, s'il se forme, n'apparaît donc pas tant que le charbon continue d'absorber de l'oxygène.

Il est certain que les charbons activés pour masques à gaz [3], plongés dans l'eau distillée, laissent dégager environ 1 % de leur poids d'air, très légèrement appauvri en oxygène, mais sans traces appréciables de gaz carbonique.

S'il y a du gaz carbonique dans le charbon, l'eau ne semble donc pas le déplacer.

J'ai, à plusieurs reprises, chauffé au bec Mecker divers échantillons de charbon pour masques, enfermés dans une ampoule en silice vide d'air, et j'ai toujours trouvé que, par refroidissement, ces charbons absorbaient environ 1,4 % d'air humide. Or un calcul approché montre que cet air se trouve, dans le charbon, à une pression certainement supérieure à 25 atmosphères. A cette pression, la solubilité de l'air dans l'eau est loin d'être négligeable. D'autre part, un charbon desséché à l'étuve à 110° jusqu'à poids constant, soumis au vide *à froid*, absorbe seulement 0,08 % d'oxygène au bout d'un mois et demi, alors que le même charbon, saturé d'eau puis soumis au vide à froid, absorbe, dans le même temps, 2,22 % d'oxygène. Il y a donc contradiction entre ces résultats expérimentaux et ceux que signale de Saussure avec du charbon de bois. Comme d'après son mode de préparation ce charbon devait renfermer des goudrons très oxydables, il est vraisemblable que le résultat de de Saussure est dû, en partie, à la présence des goudrons.

---

(1) Séance du 1er avril 1946.

(2) *Bibliothèque britannique*, 49, 1812, p. 299; 50, 1812, p. 39.

(3) Faits avec des coques de noix de coco carbonisées, puis activées à la vapeur d'eau et au gaz carbonique.

Le pouvoir oxydant du charbon activé saturé d'air étant établi expérimentalement ([4]), il me paraît raisonnable de supposer qu'une partie du charbon s'oxyde; mais le gaz carbonique, s'il s'en forme, reste fortement condensé et ne peut partir que par chauffage, ce qui écarte, évidemment, toute certitude de présence de gaz carbonique préformé.

Depuis plusieurs années déjà, j'étudie l'hydratation des charbons activés ([5]), et j'ai dû renoncer au mouillage direct parce qu'on ne sait jamais, quand on mouille un charbon, quelle quantité d'eau s'est réellement fixée. On peut soumettre le charbon à l'air saturé de vapeur d'eau. Là aussi on aboutit à des résultats imprécis. En effet, quand on construit la courbe de l'absorption d'eau en fonction du degré hygrométrique de l'atmosphère, on a, sur la courbe isotherme ascendante, deux points d'inflexion vers 35° et 85° hygrométriques; puis, à 100°, brusquement la courbe s'élève en flèche, car il y a, en plus de l'absorption, des condensations superficielles. Comme, entre 85° et 100° hygrométriques, la teneur en eau réellement fixée, et non superficiellement condensée, croît très peu, il est commode de créer une atmosphère à 90° hygrométriques, par exemple; il suffit pour cela de mettre dans un récipient clos une solution aqueuse à 18 % d'acide sulfurique; l'atmosphère surmontant le liquide convient parfaitement pour ce genre de travaux.

C'est dans un récipient contenant une semblable solution que nous avons fait séjourner quatre échantillons de charbon de masque à gaz, préalablement desséché, jusqu'à poids constant, à l'étuve à 110°.

Le tableau suivant donne les variations de masse P_0 (des charbons desséchés) et P (des charbons humidifiés à 90° hygrométriques) au cours de deux années d'expérimentation par fractions successives de 4 trimestres, puis d'une année entière.

Nos des charbons...	1.		2.		3.		4.	
	P.	P_0.	P.	P_0.	P.	P_0.	P.	P_0.
État initial...	–	0,6260	–	0,6143	–	0,7554	–	0,6379
Après 3 mois.	0,9137	0,6258	0,9854	0,6150	1,0991	0,7553	0,9271	0,6374
» 6 »	0,9113	0,6227	0,8900	0,6149	1,0971	0,7507	0,9227	0,6332
» 9 »	0,8970*	0,6221	0,8820*	0,6144	1,0505*	0,7503	0,9074	0,6320
» 1 an...	0,9123	0,6214	0,8901	0,6137	1,0910	0,7496	0,9221	0,6318
» 2 ans...	0,9161	0,6211	0,9127	0,6131	1,1037	0,753?	0,9265	0,6309
» 3 mois d'étuve à 110° C.	–	0,6201	–	0,6130	–	0,7480	–	0,6275

A l'exception des valeurs de P *après* 9 *mois*, marquées d'un astérisque, qui furent toutes entachées d'une erreur accidentelle, ces pesées ont été faites avec le plus grand soin.

([4]) C. Courty, *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 27.
([5]) *Comptes rendus*, **214**, 1942 p. 823; **215**, 1942, p. 18.

Des mesures magnétiques montrent quel peut être le mécanisme des échanges dans le charbon, entre l'eau et l'air, ce que ne peut pas révéler l'emploi de la balance.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les azéotropes orthobares contenant un ester mono- ou bivalent.* Note (1) de M. **Maurice Lecat**, présentée par M. Marcel Delépine.

Soient É un ester (éther-sel) formant azéotrope orthobare avec un corps C, Δ la distance des p. éb. de C et de E, δ l'écart. Pour un mono- ou un biester, *E*, Δ et δ seront affectés d'indice 1 ou 2. Pour un même Δ on peut avoir $\delta_1 < \delta_2$ (I), ou $\delta_1 > \delta_2$ (II). Si C est un hydrocarbure, un mono- ou bihalogénure, un oxyde, un phénol ou un monol, on a (I). Pour un diol, un amide, pour le carbamate d'éthyle (tous corps très polymérisés) et aussi pour les nitriles, on a (II). Enfin, groupe (III), les acides, les cétones et les nitrodérivés donnent, selon les cas, (I) ou (II).

On sait (2) que, pour l'inférence d'azéotropes, il peut être utile de considérer un diagramme (Δ, δ) formé de points figuratifs d'un groupe d'azéotropes déterminés expérimentalement. Souvent, en effet, par régularité naturelle, la *courbe* δ se dessine nettement (3). Ses deux éléments principaux sont les coordonnées à l'origine : Δ_0 et δ_0.

I. Les *hydrocarbures* non aromatiques appariés à des biesters méthyliques donnent $\Delta_0 > 45$ et $\delta_0 = 16$. Pour les E_2 d'éthyle, $\Delta_0 = 34$ et $\delta_0 = 13$. Les E_1 viennent ensuite, dans l'ordre : nitrates, avec $\delta_0 = 10$, formiates, acétates avec $\delta_0 = 6,3$, propionates, butyrates et, plus bas encore, nitrites avec $\delta_0 = 3$. Comparons, dans le tableau ci-contre, les systèmes [1] et [2] ayant en commun le camphène. Dans [1], $\Delta_1 = 1,1$ et $\delta_1 = 4,1$; dans [2], bien que Δ_2 *s'élève* à 4,85, δ_2, loin d'être réduit, atteint 12,95. Cf. aussi les azéotropes [3] à [6].

Pour les carbures aromatiques, les δ sont diminués, mais encore $\delta_1 < \delta_2$.

Pour les *halogénures* en X_1 ou X_2 les δ_0 sont réduits aux 2/5 environ des valeurs respectives précitées. Ainsi, pour les E_2 de méthyle, $\delta_{02} = 6,5$ (au lieu de 16). Cf. [7 et 8], puis, pour les δ_1, [9 et 10]. Mais, s'il y a plus de deux X, tout est perturbé, comme avec les alcools.

Les *oxydes* ne dessinent guère de courbe δ. L'inégalité $\delta_1 < \delta_2$ est fort prononcée. Exemple [11-12]. Et le système cinéol-isovalérate d'isobutyle, de $\Delta_1 = 5,15$, est à peu près idéal, nonobstant [13].

Les *phénols* et *chlorophénols* donnent δ négatif, mais $|\delta_1| < |\delta_2|$. Avec les monophénols $\delta_{01} = -3,7$ et $\delta_{02} = -5,5$. Cf. [14-15] et [16-17].

---

(1) Séance du 1er avril 1946.

(2) *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 816.

(3) Elle est tracée pour les systèmes éthanol-halogénure dans le *Traité de Chimie organique* de V. Grignard, I, Paris, 1935, p. 196. Les courbes Δ-concentration sont aussi utiles.

Avec les *monols*, pourtant notablement polymérisés, l'inégalité $\delta_1 < \delta_2$ est encore prononcée, comme le montrent [18-19] et mieux encore [20-21].

II. Sauf réaction, les *diols* donnent $\delta_1 > \delta_2$. Cf. les azéotropes [22-23] et [24-25]. Avec les *amides*, du moins en C_2 et C_3, δ_1 dépasse très fort δ_2. Cf. témoin [26-27] et [28-29]. Pour le *carbamate d'éthyle*, $\delta_{01} = 11$ et $\delta_{02} = 4$. Cf. [30-31].

III. Pour les *acides* $\delta_1 < \delta_2$, sauf avec les nitrates, de $\Delta_0 > 20$ et $\delta_0 > 6$, alors que les oxalates donnent $\Delta_0 = 10,5$ et $\delta_0 = 3,5$. Cf. [32-33] et [34-35]. Pour les *acides halogénés*, δ_1 est positif et δ_2 négatif. Avec les *cétones* et les *nitrodérivés* surgit une difficulté : δ est toujours faible. Il apparaît toutefois que ces corps se rangent bien dans le groupe III.

E.	C.	É E.	É C.	Δ.	É az.	δ.	% E.	
Propion. d'isoamyle.	Camphène............	160,7	159,6	1,1	155,5	4,1	46	[1]
Oxalate de méthyle.	»	164,45	»	4,85	146,65	12,95	42	[2]
Nitrate d'éthyle.	Hexane normal........	87,7	68,8	18,9	66,25	2,55	24	[3]
Acétate de propyle.	Diisobutyle...........	101,6	109,4	7,8	98,0	3,6	63	[4]
Nitrite d'isobutyle.	Méthylcyclopentane....	67,1	72,0	4,9	65,9	1,2	68	[5]
» de butyle.	Cyclohexane..........	78,2	80,75	2,55	76,5	1,7	63	[6]
Oxalate de méthyle.	Orthochlorotoluène....	164,45	159,2	5,25	154,8	4,4	35	[7]
Malonate de méthyle.	Paradichlorbenzène....	181,4	174,4	7,0	171,0	3,4	30	[8]
Nitrate d'éthyle.	Bromure isobutyle.....	87,7	91,4	3,7	85,0	2,7	65	[9]
Formiate de propyle.	Chlorure de butyle....	80,85	78,5	2,35	76,1	2,4	38	[10]
Isovalér. d'isobutyle.	Oxyde d'isoamyle......	171,2	173,2	2,0	170,95	0,25	90	[11]
Oxalate de méthyle.	»	164,45	»	8,75	154,8	9,65	54	[12]
Fumarate »	Cinéol................	193,25	176,35	16,9	175,75	0,6	15	[13]
Benzoate »	Paracrésol............	199,4	201,7	2,3	204,35	—2,65	60	[14]
Maléate »	»	204,05	»	2,35	208,6	—4,55	56	[15]
Isovalér. d'isoamyle.	Orthocrésol...........	192,7	191,1	1,6	195,45	—2,75	67	[16]
Fumarate de méthyle.	»	193,25	»	2,15	197,8	—4,55	60	[17]
Acétate d'éthyle.	Triméthylcarbinol......	77,1	82,45	5,35	76,0	1,1	73	[18]
Carbonate de méthyle.	»	90,35	»	7,9	80,65	1,8	33	[19]
Benzoate »	Octanol-1............	199,4	195,2	4,2	194,4	0,8	35	[20]
Maléate »	»	204,05	»	8,85	193,55	1,65	32	[21]
Benzoate d'éthyle.	Éthanediol............	212,5	197,4	15,1	186,1	11,3	54	[22]
Maléate de méthyle.	»	204,05	»	6,65	189,6	7,8	58	[23]
Benzoate de propyle.	»	230,85	»	33,45	190,35	7,05	45	[24]
Maléate d'éthyle.	»	223,3	»	25,9	193,1	4,3	45	[25]
Benzoate d'isobutyle.	Éthanamide...........	241,9	221,15	20,75	211,2	9,95	58	[26]
Maléate de méthyle.	»	204,05	»	17,1	201,9	2,15	89	[27]
Acétate de bornyle.	Propanamide..........	227,6	222,2	5,4	209,5	12,7	62	[28]
Maléate d'éthyle.	»	223,3	»	1,1	214,0	8,2	62	[29]
Fumarate de méthyle.	Carbamate d'éthyle....	193,25	185,25	8,0	184,2	1,05	21	[30]
Isovalér. d'isobutyle.	»	171,2	»	14,05	167,65	3,55	80	[31]
Nitrate d'isoamyle.	M.-2 propanoïque....	149,75	154,6	4,85	146,25	3,5	70	[32]
Oxalate d'éthyle.	Pentanoïque..........	185,65	186,35	0,7	182,5	3,15	63	[33]
Nitrate d'isoamyle.	Butanoïque...........	149,75	164,0	14,25	147,85	1,9	88	[34]
Oxalate d'éthyle.	M.-3 butanoïque.......	185,65	176,5	9,15	176,3	0,2	16	[35]

CINÉTIQUE CHIMIQUE. — *Étude cinétique de la formation des oxydes à la surface du fer à haute température.* Note [1] de M. **Jacques Bénard** et Mlle **Odile Coquelle**, présentée par M. Albert Portevin.

Nous avons montré [2] que la méthode d'examen micrographique permettait de comparer la structure des couches d'oxydes qui se forment à la surface du fer à différentes températures comprises entre 650° et 1050°.

Nous nous proposons d'exposer ici les résultats obtenus par cette méthode dans l'étude cinétique de l'oxydation du fer à température constante. Elle offre en effet dans ce cas l'avantage de permettre l'étude séparée des lois de croissance des différents oxydes Fe_2O_3, Fe_3O_4, FeO qui se superposent à la surface du métal.

La couche d'oxyde Fe_2O_3, dont l'épaisseur est seulement mesurable à partir de 900°, croît linéairement en fonction du temps à 900°, 950° et 1000° (courbes 1). La couche d'oxyde Fe_3O_4 croît linéairement en fonction du temps à 700°, 800° et 900°; la courbe tend à s'incurver légèrement vers l'axe des temps à 900° (courbes 2). La couche d'oxyde FeO se développe avec une vitesse sans cesse décroissante et les courbes obtenues à 650°, 700°, 800°, 900°, 950° sont d'allure parabolique (courbes 3).

Ces résultats s'interprètent de la façon suivante. La croissance d'une couche d'oxyde compacte à la surface d'un métal dépend de deux facteurs : d'une part la vitesse de diffusion des éléments (métal et oxygène) à travers le réseau de l'oxyde, d'autre part la vitesse de réaction réciproque des éléments en présence. Tant que la vitesse de réaction est inférieure à la vitesse de diffusion, l'augmentation d'épaisseur de la couche ne provoque aucun ralentissement du phénomène et la vitesse de croissance reste constante. C'est ce qui se produit pour l'oxyde Fe_2O_3 résultant de l'oxydation de Fe_3O_4 à la surface de contact Fe_2O_3/Fe_3O_4, et pour l'oxyde Fe_3O_4 résultant de l'oxydation de FeO à la surface de contact Fe_3O_4/FeO (lois linéaires).

Quand la vitesse de réaction est supérieure à la vitesse de diffusion, l'accroissement d'épaisseur de la couche d'oxyde entraîne un ralentissement de la vitesse de croissance, et la loi d'oxydation devient parabolique, conformément aux prévisions de Pilling et Bedworth [3]. C'est ce qui se produit pour la formation de FeO, dans laquelle la vitesse de réaction du fer sur l'oxygène est certainement supérieure à la vitesse de diffusion du fer à travers l'oxyde.

Le fait que, dans le cas de Fe_3O_4, on tend à passer de la loi linéaire à la loi parabolique aux températures les plus élevées, tient à ce que la vitesse de réaction devient supérieure à la vitesse de diffusion à ces températures.

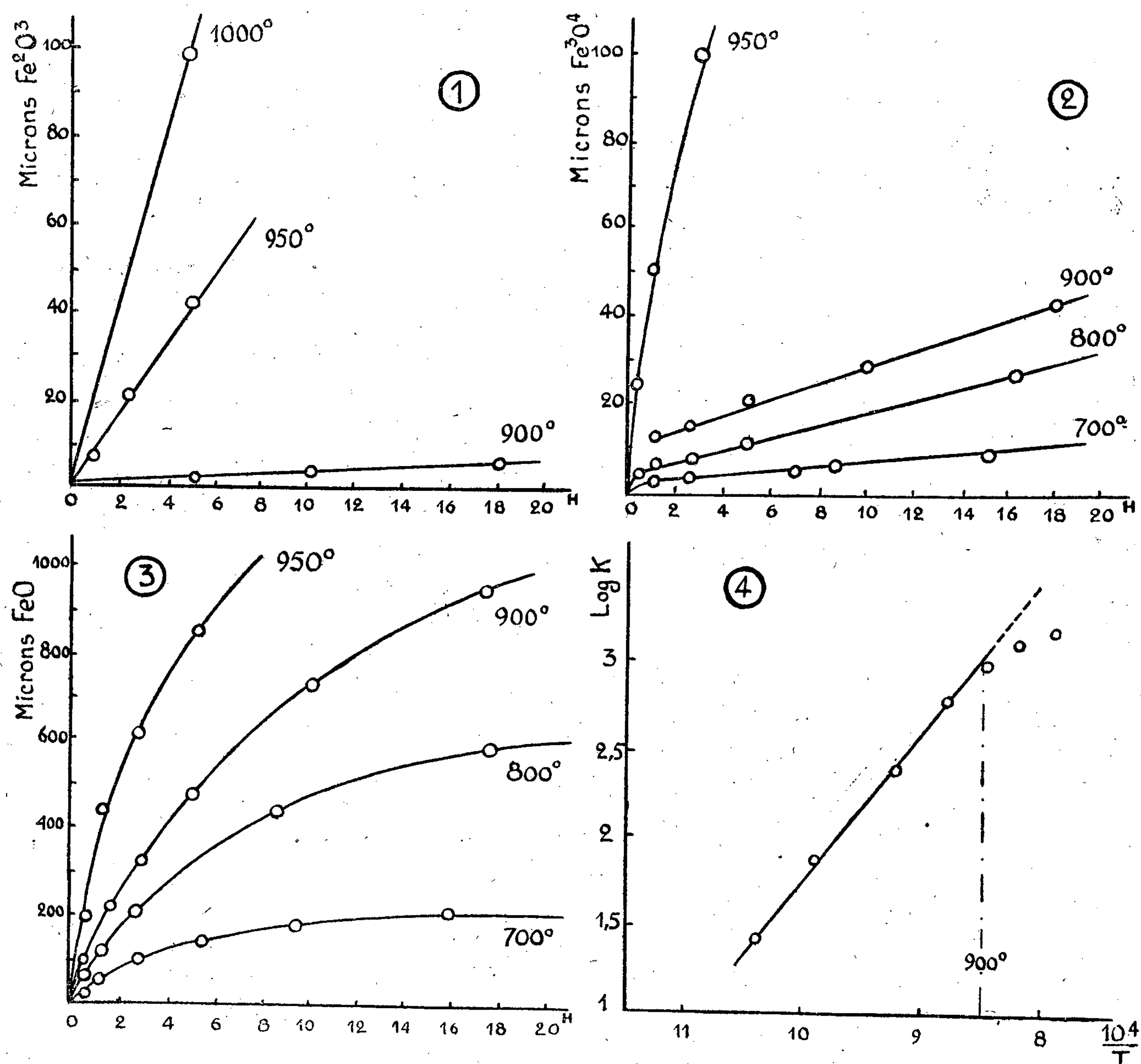
---

(1) Séance du 1er avril 1946.

(2) Bénard et Coquelle, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 796.

(3) *J. Inst. Metals*, **29**, 1923, p. 529.

Nous avons poursuivi d'autre part l'analyse des courbes paraboliques de croissance de FeO, qui peuvent être représentées par l'équation $x^2 = K.t$. Si l'on porte les différentes valeurs de log K en fonction de l'inverse de la tempé-



rature absolue, on obtient une droite de 700° à 900° (courbe 4). L'influence de la température sur le processus d'oxydation peut donc être représentée par une relation classique de la forme $K = A.e^{-(B/T)}$, dans laquelle A et B sont des constantes. La chaleur d'activation, calculée à partir de ces données, est de 36600 calories; elle se rapporte vraisemblablement à la diffusion du fer dans le réseau de l'oxyde FeO. Au delà de 900°, cette loi n'est plus vérifiée, ce qui est en accord avec nos précédentes observations (²) concernant l'existence d'un processus d'oxydation complètement différent dans la zone du fer γ, et avec celles de Portevin, Prétet et Jolivet (⁴) sur le changement d'allure, au voisinage du point A_3 du fer, de la courbe $\log K = f(1/T)$ pour l'ensemble de la pellicule.

(4) *Rev. Métallurgie*, **31**, 1934, p. 219.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sels mixtes dérivés des chlorure, bromure et iodure de plomb.* Note (1) de Mlle IRÈNE DELGERY, présentée par M. Paul Pascal.

La recherche, par diverses méthodes, des sels mixtes formés par les halogénures de plomb a donné des résultats souvent contradictoires.

Nous avons opéré en utilisant l'analyse thermique et obtenu les résultats suivants :

1° *Diagramme* Cl_2Pb—Br_2Pb. — Herty et Boggs, en 1897 (2), avaient formé des mélanges isomorphes par voie humide, sans trouver de combinaison définie. D'autre part Mönkenmeyer (3) affirmait en 1906 que les mélanges Cl_2Pb—Br_2Pb formaient seulement une série de cristaux mixtes. Cependant Thomas, en 1899 (4), préparait deux composés, ClBrPb et Br_2Pb—$3Cl_2Pb$, le premier en déplaçant l'iode de ClIPb par un courant de brome, le second en mélangeant en proportions convenables des solutions de Cl_2Pb et de BrK.

L'analyse thermique (*fig.* 1) nous démontre l'existence des deux composés de Thomas : ClBrPb isomorphe avec Br_2Pb, et $3Cl_2Pb$, Br_2Pb, ce dernier décomposable avant fusion à 478°, qu'avait prévu Wachter en 1932 (5). Ils sont séparés par un eutectique fondant à 380° et voisin de la composition moléculaire $9Br_2Pb$, $16Cl_2Pb$.

2° *Diagramme* Cl_2Pb-I_2Pb. — En 1885 Lehmann (6) n'avait pu obtenir que des cristaux mixtes des deux sels. Mönkenmeyer (3), en 1906, signale un eutectique à 306° pour 23 % de Cl_2Pb et donne 358° pour point de fusion de I_2Pb. Pélabon et Laude, en 1929 (7), fixent ce point de fusion à 380° et signalent un eutectique à 338° pour 35 % de I_2Pb.

L'analyse thermique (*fig.* 2), sous l'azote pour garantir l'iodure très oxydable, nous a montré la formation du composé défini nouveau $2I_2Pb$, $3Cl_2Pb$ fondant à 360° et séparé des deux constituants par deux eutectiques :

E pour 35 % de Cl_2Pb et 65 % de I_2Pb fondant à 326°;

E' pour 64 % de Cl_2Pb et 36 % de I_2Pb fondant à 338°.

Ce dernier est celui qu'ont signalé Pélabon et Laude.

Ces mélanges binaires fournissent des phases solides dont le caractère cristallin est particulièrement marqué.

3° *Diagramme* I_2Pb-Br_2Pb. — Ici encore, Herty et Boggs (2) concluaient

(1) Séance du 25 mars 1946.
(2) *J. Amer. Chem. Soc.*, **19**, 1897, p. 820.
(3) *Jahres B. Min. Beil.*, **22**, 1906, p. 1.
(4) *Comptes rendus*, **128**, 1899, p. 1234.
(5) *J. Amer. Chem. Soc.*, **54**, 1932, pp. 2771-2278.
(6) *Z. Krist.*, **10**, 1885, p. 340.
(7) *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, **45**, 1929, p. 488.

à la formation de mélanges isomorphes. Cependant Thörpe, en 1888 ([8]), annonçait l'existence de PbBrI; $PbI_2, 3PbBr_2$ et $PbI_2, 6PbBr_2$. En 1893, Mlle Field ([9]) signalait $PbI_2, 2PbBr_2$, tandis que Thomas ([10]) préparait $3Br_2Pb, I_2Pb$. Mönkenmeyer ([3]) construisait la courbe de solidification du mélange et n'observait que deux droites avec un eutectique à 256° pour 51 % de Br_2Pb.

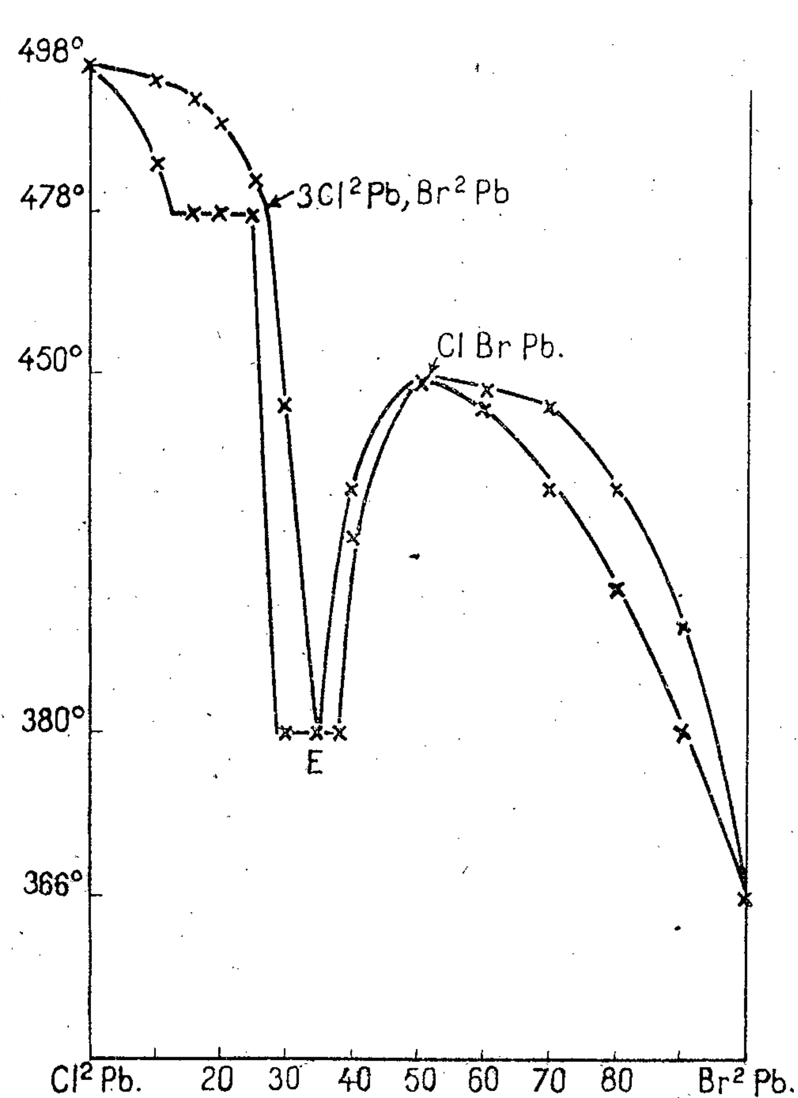


Fig. 1

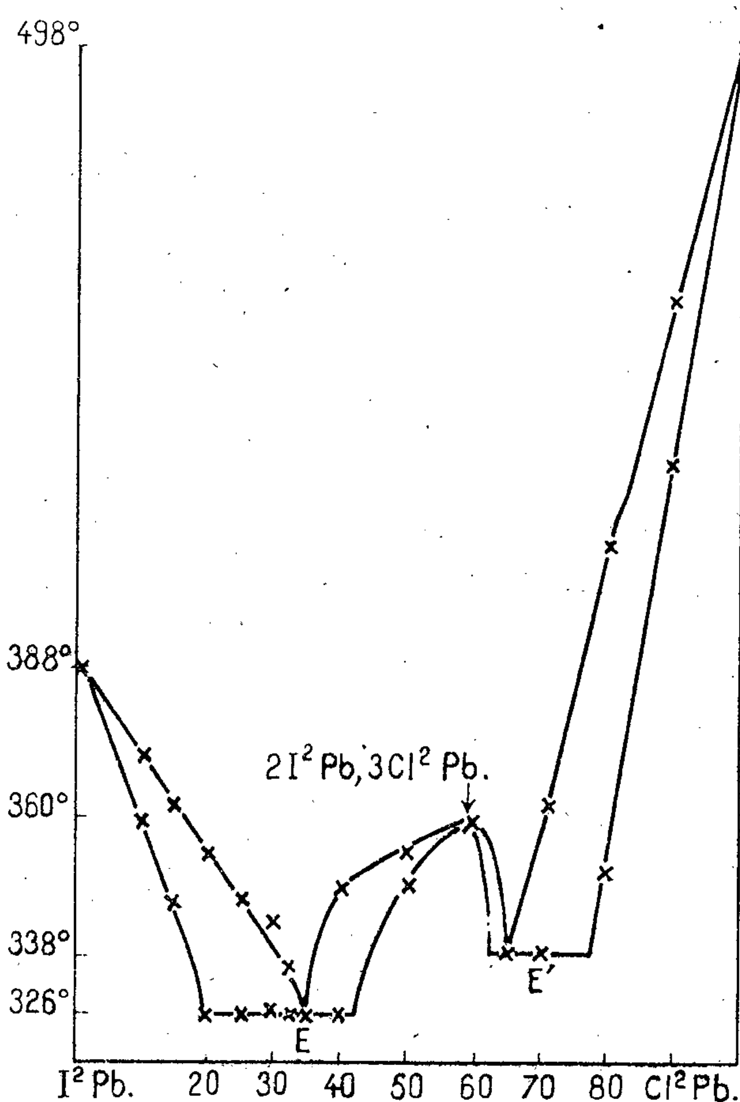


Fig. 2

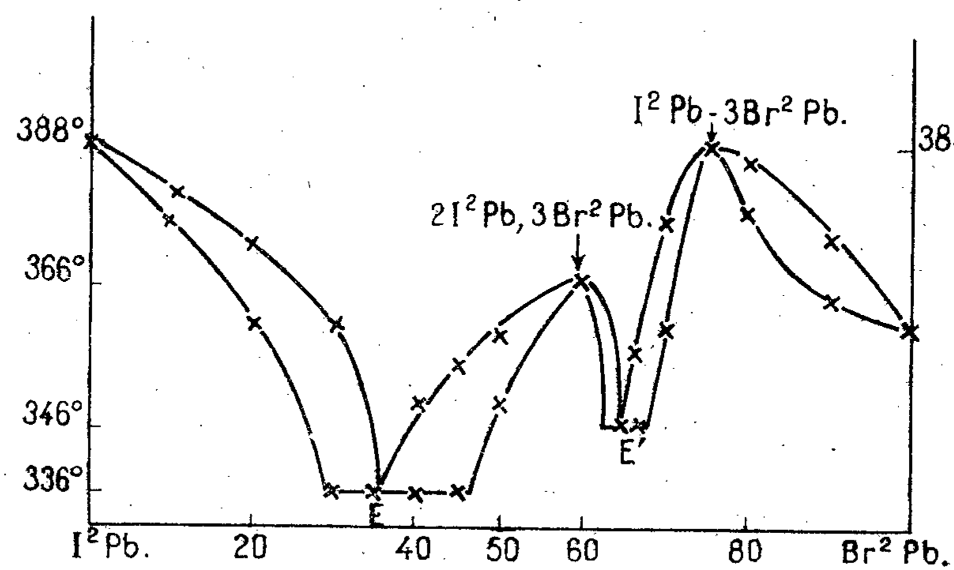


Fig. 3

L'analyse thermique (*fig.* 3) donne des résultats tout à fait différents quand on protège l'iodure contre l'oxydation. On vérifie l'existence de deux com-

---

([8]) *Am. Ch. Journal*, 1888, p. 232.
([9]) *Chemical News*, **62**, 1893, p. 157.
([10]) *Bull. Soc. Chim.*, 3e série, **19**, 1898, pp. 488-691.

posés, $2I_2Pb$, $3Br_2Pb$ fondant à 366° et I_2Pb, $3Br_2Pb$, isomorphe avec Br_2Pb, fondant à 388°. Ce dernier sel double avait déjà été signalé; par contre, les composés tels que BrIPb; I_2Pb, $6Br_2Pb$ ou I_2Pb, $2Br_2Pb$ n'ont pas été décelés.

Nous avons, de plus, deux eutectiques à compositions moléculaires très symétriques voisines de $7Br_2Pb$, $13I_2Pb$ fondant à 336° et $7I_2Pb$, $13Br_2Pb$ fondant à 346°.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Mésomérie et hyperconjugaison : une interprétation de l'effet dit* inductif alternant. Note [1] de M. **Paul Rumpf**, présentée par M. Louis Hackspill.

D'après la Mécanique ondulatoire [2], toute liaison, entre deux atomes A et B, constitue un état mésomère complexe, que l'on est en droit de regarder comme la résultante d'une covalence idéale, A — B, et des deux électrovalences pures, A^+B^- et A^-B^+. La théorie de l'hyperconjugaison [3] explique l'influence des substituants alcoyles sur l'évolution de certaines réactions chimiques, en admettant que les structures limites polaires d'une liaison carbone-hydrogène peuvent intervenir dans la mésomérie des systèmes non saturés voisins. Elle rend compte des résultats de nombreuses recherches physicochimiques et montre que, pour représenter correctement l'état normal de molécules organiques, nous n'avons pas toujours le droit de négliger la part qui revient aux formules comportant des électrovalences carbone-hydrogène.

Si l'hydrogène est remplacé par un élément franchement électropositif ou électronégatif, la nouvelle liaison présente un caractère polaire accentué : nous pouvons *a fortiori* envisager des interactions intramoléculaires entre l'électrovalence limite prépondérante et un système mésomère quelconque. Cette généralisation fournit notamment une interprétation satisfaisante des observations qui ont donné lieu à la *théorie de l'effet inductif alternant* [4].

Un substituant est dit électronégatif (et appelé *atome clé*, par Eistert) lorsqu'il attire vers lui les électrons, aux dépens du carbone qui lui est directement uni. En raison de l'effet d'écran [1] exercé par les électrons de valence sur la charge résultante positive du noyau et de la couche interne, cette diminution des densités électroniques autour de l'atome de carbone doit accroître son électronégativité. L'idée contraire n'a pu jusqu'ici être confirmée par aucune justification physique. On la trouve cependant implicitement contenue dans la notation, proposée par Eistert, d'après laquelle les octets des carbones

---

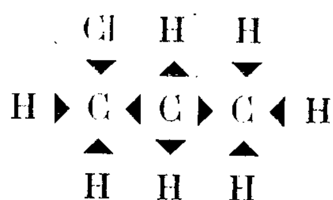
(1) Séance du 1er avril 1946.

(2) L. Pauling, *The Nature of the Chemical Bond*, New York, 1940.

(3) Voir, par exemple, l'excellente monographie de C. L. Deasy, *Chem. Rev.*, 36, 1945, pp. 145-155.

(4) B. Eistert, *Tautomerie und Mesomerie*, Stuttgart, 1938.

successifs seraient tour à tour *désintégrés* et *stabilisés* par l'atome clé.



Au cours d'un récent travail sur des composés carbonylés ([5]), j'avais vérifié, une fois de plus, un certain accord entre les propriétés chimiques et cette conception arbitraire, si souvent évoquée dans des Mémoires et Ouvrages récents. Mais, en définitive, sur quelle réalité expérimentale repose la notion d'effet inductif alternant? Uniquement sur le fait que, très souvent, les phénomènes d'ionisation qui permettent d'interpréter les réactions des groupements saturés aliphatiques, ou leur influence intramoléculaire, correspondent à l'apparition de charges alternativement positives et négatives sur les chaînes d'atomes. Il suffit d'examiner quelques cas concrets pour se convaincre que l'hyperconjugaison coordonne et laisse prévoir des constatations de ce genre, aussi aisément que la mésomérie classique est parvenue, par exemple, à englober, dans une théorie d'ensemble précise, la part de vérité exprimée par l'hypothèse des polarités alternées sur les noyaux aromatiques.

Les exemples cités par Eistert ([3]), aussi bien que ceux qui cadrent moins bien avec sa théorie, ne soulèvent aucune difficulté si l'on raisonne par analogie, en admettant que, *déjà dans les assemblages d'atomes coordinativement saturés*, préalablement à toute dissociation en ions ou en radicaux quelconques, *l'hyperconjugaison obéit aux mêmes lois que la mésomérie proprement dite, et oriente les transformations chimiques dans le même sens*. A la mésomérie correspond toujours une diminution d'énergie utilisable, une stabilisation. Cet aspect fondamental du phénomène fait apparaître la profonde influence qu'il exerce sur les équilibres. L'allongement d'une série de doubles liaisons conjuguées, la réunion de deux systèmes mésomères préexistants, les charges alternativement positives et négatives (génératrices de liaisons multiples), le passage d'une structure dissymétrique à un arrangement plus symétrique..., tout ce qui augmente le nombre de structures limite plausibles, tout ce qui tend à égaliser leurs niveaux d'énergie, accentue, en même temps, l'effet énergétique de la mésomérie. Et, réciproquement, cet effet déplace les équilibres en faveur des transformations correspondantes. Pour les diverses liaisons simples entre atomes qui présentent une différence modérée d'électro-affinité, on conçoit que, d'une manière tout à fait analogue, l'effet énergétique de l'hyperconjugaison soit susceptible d'augmenter le *poids* de certaines structures limite polaires bien déterminées, en fonction directe de l'importance du changement de répartition des densités électroniques, qui résulterait d'une formation de l'ion mésomère virtuel correspondant, carbénium ou carbéniate.

([5]) P. Rumpf, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 13, 1946 (sous presse).

Les mesures électrochimiques précises auxquelles se prêtent beaucoup d'anions ou de cations mésomères fournissent ainsi une base expérimentale à des conceptions dont on peut espérer que le développement méthodique permettra d'effectuer des prévisions quantitatives dans toutes les séries de combinaisons complexes du carbone.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Existence et constitution d'un complexe adrénalino-uranylique.* Note (¹) de M. **Georges-N. Cohen**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

J'ai récemment montré que l'addition de paramolybdate d'ammonium à une solution acide d'adrénaline amenait la formation d'un acide complexe adrénalino-molybdique, que j'ai isolé à l'état cristallisé et dont j'ai déterminé la constitution (²).

De même, l'adrénaline se dissout dans l'acétate d'uranyle acétique qui prend une coloration rouge. On est en présence d'un complexe qu'il m'a été impossible de faire cristalliser à partir de sa solution.

Pour le préparer, on peut employer l'artifice suivant. Si l'on ajoute à cette solution une solution de paramolybdate d'ammonium, on a un précipité brun immédiat qui, au bout de quelques heures, abandonne des cristaux cubiques rouges qu'on lave à l'eau acétique jusqu'à disparition de la teinte jaune des eaux de lavage et de la fluorescence due à l'excès de sel d'uranyle.

Afin de s'assurer, vu l'artifice de préparation, quoique le système cristallin ne lui soit en rien semblable, que ces cristaux ne sont pas une variété du complexe adrénalino-molybdique, j'ai soumis le produit à la calcination. Les cendres du produit qui a charbonné et qui n'est donc pas un molybdate d'uranyle comme il en a été décrit par Lancien (³), ont été analysées et ont révélé la présence d'uranium; par contre, il n'y avait pas de molybdène.

L'analyse élémentaire a fourni les chiffres suivants : N % 3,80-3,96; C % 33,33-32,36; H % 4,07-4,47. Calculé pour $C_{18}H_{26}C_8N_2U, H_2O$: N % 4,2; C % 33,12; H % 3,98.

D'après les travaux de Fernandès (⁴), analogues à ceux qu'il a effectués sur les complexes au molybdène et qui portent sur les combinaisons de l'uranium et des corps phénoliques, on peut attribuer au composé que j'ai isolé la formule développée suivante (sans pouvoir fixer la place du groupement uranylique,

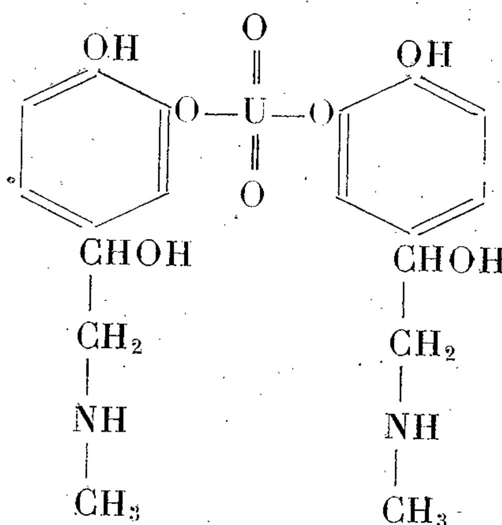
(¹) Séance du 1er avril 1946.

(²) *Bull. Soc. Chim. Biol.*, **27**, 1945, pp. 237-40; *Thèse*, Paris, 1944.

(³) *Comptes rendus*, **144**, 1907, pp. 2434-35.

(⁴) *Gazz. Chim. Ital.*, 53, 1923, pp. 514-520; 55, 1925, pp. 424-440; 56, 1926, pp. 416-424.

en méta ou en para de la chaîne latérale) :

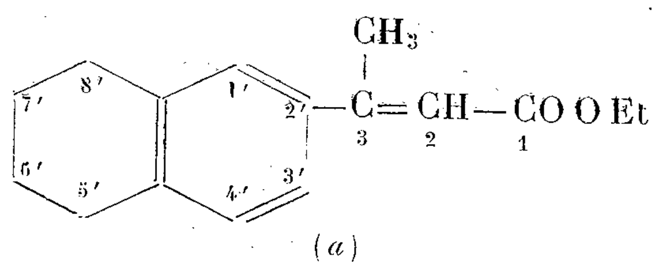


Si l'on fait l'opération inverse de celle que j'ai effectuée pour obtenir le complexe adrénalino-uranylique à l'état cristallisé, c'est-à-dire si l'on ajoute de l'acétate d'uranyle dans une solution de l'acide adrénalino-molybdique, on a un précipité pâteux, couleur crème, amorphe, qui charbonne à la calcination et qui contient du molybdène et de l'uranium. Le molybdène ne semble pas y être dissimulé à ses réactifs habituels.

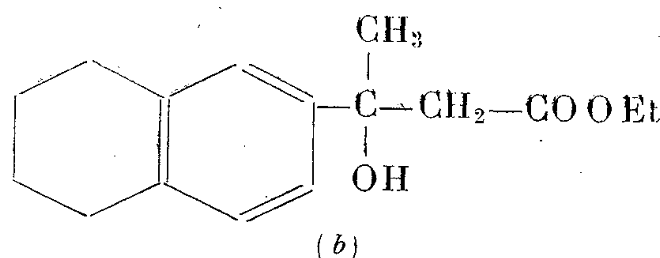
En conclusion, j'ai caractérisé et fait cristalliser un complexe adrénalino-uranylique auquel j'ai attribué une formule probable, mais au nombre de molécules d'eau de cristallisation duquel je n'attache pas un caractère de certitude absolue, en raison de la grande faculté d'hydratation du produit.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Obtention des acides* (β-*tétrahydro*-5'.6'.7'.8' *naphtyl*)-3 *méthyl*-3 *acryliques* (*ou* 3 *butène*-2 *oïques*); *leur produit de réduction, l'acide* (β-*tétrahydro*-5'.6'.7'.8' *naphtyl*)-3 *méthyl*-3 *propionique* (*ou* -3 *butyrique*). Note de Mlle **Germaine Cauquil** et M. **Heribert Barrera**, présentée par M. Marcel Delépine.

Pour obtenir l'acide (β-tétrahydro-5'.6'.7'.8' naphtyl)-3 méthyl-3 propionique, on peut passer par des produits intermédiaires tels que l'ester éthylique (*a*) et l'ester éthylique (*b*), (*a*) pouvant exister sous deux formes stéréoisomères. C'est la préparation de ces divers composés qui fait l'objet de la présente Note.



(*a*)



(*b*)

Le traitement de la β-acétyl-tétraline, en présence de magnésium, par le bromacétate d'éthyle, donne toujours (*a*), quelles que soient les précautions prises

On devrait avoir en réalité (*b*). Il se produit donc une déshydratation au cours de la formation du composé (*b*). Une observation du même ordre a été faite par Schroeter (¹) dans la série cinnamique et Banchetti (²) dans la série naphtalénique.

L'ester éthylique obtenu est un liquide incolore. E_2 178°; E_6 195°; $d_4^{19°,5}$ 1,0628; $n_D^{19°,5}$ 1,5652; R. M. obs. 74,79, calc. pour $C_{16}H_{20}O_2$ 71,47; P. M. cryométrique dans benzène 243; ébullioscopique dans acétone 252, calc. 244. L'exaltation de R. M. obs. s'explique par le système de double liaisons conjuguées; la fixation directe d'halogène indique une double liaison en chaîne latérale.

La saponification de cet ester donne avec un rendement de 95 % l'acide (β-tétrahydro-5'.6'.7'.8' naphtyl)-3 méthyl-3 acrylique, $C_{14}H_{16}O_2$, en aiguilles prismatiques (crist. dans le benzène) F 142°.

L'oxydation permanganique en milieu alcalin concentré en présence de benzène fournit l'acétyl-tétraline primitive, facilement identifiée par sa semicarbazone F 234°.

Le dosage alcalimétrique de l'acide libre donne P. M. obs. 220; calc. 216.

Le chlorure d'acide, l'amide F 148°, l'anilide F 144° ont été préparés à l'état pur. (Microdosage d'azote de l'amide N % obs. 6,61; calc. 6,51.) La saponification acide de l'amide se fait rapidement; la saponification alcaline est beaucoup plus lente. Elles donnent toutes deux l'acide initial F 142°. Il semble donc qu'au cours des réactions indiquées un seul des deux stéréoisomères possibles soit stable.

Cependant la forme « allo » instable a pu être obtenue : il suffit d'exposer une solution benzénique de la forme stable pendant 48 heures à l'action des rayons ultraviolets. Après ce temps-là il se forme un dépôt solide F 156°. Ce composé soumis à des cristallisations fractionnées dans le benzène, en présence des rayons ultraviolets, se maintient à F 156°; en l'absence des rayons ultraviolets le point de fusion des premiers cristaux baisse jusqu'à 125° et au-dessous, puis remonte pour se fixer à 142°. On a pu constater qu'un mélange d'acide F 142° et du composé F 156° donnait F 125°. On est donc bien en présence de deux formes de l'acide considéré.

L'amide en solution benzénique est aussi transformé par les rayons ultraviolets en un amide F 115° qui, quelque temps après son irradiation, voit son P.F. abaissé vers 105°, pour remonter finalement à 148°.

L'ester éthylique a subi par irradiation une modification de ses constantes physiques, et la saponification immédiate a libéré un mélange des deux formes acides; le P.F. trouvé varie en effet avec le temps comme le P.F. de l'acide irradié.

La réduction des deux formes acides par l'amalgame de sodium à 2 % donne,

---

(¹) *Ber. d. chem. Ges.*, **40**, 1907, p. 1589.
(²) *Gaz. Chim. Ital.*, **69**, 1939, p. 398.

avec un rendement presque quantitatif, l'acide saturé $C_{14}H_{18}O_2$ F 96°. Cet acide est très soluble dans le benzène, l'alcool, l'acétone, beaucoup moins soluble dans l'éther de pétrole.

Amide F 120°; anilide F 95°; ester éthylique $É_2$ 153°, $É_{15}$ 190°, d_4^{13} 1,0320, n_D^{12} 1,5227; R. M. obs. 72,78, calc. 71,94.

Ainsi donc la réduction des acides F 156° et F 142°, donnant le même acide saturé, permet de penser que nous avons bien obtenu les deux formes stéréo-isomères de l'acide (β-tétrahydro-5'.6'.7'.8' naphtyl)-3 méthyl-3 acrylique, ou encore (β-tétrahydro-5'.6'.7'.8' naphtyl)-3 butène-2 oïque.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la déshydrogénation catalytique des acides gras.* Note (1) de MM. **Élie Raymond** et **Jean Moretti**, présentée par M. Marcel Delépine.

La déshydrogénation des matières grasses a été observée par divers expérimentateurs (2), mais Suzuki et Kurita (3), en 1928, ont essayé en vain de la reproduire en utilisant des catalyseurs variés. En 1938 Margaillan et Angéli (4) ont signalé que le stéarate d'éthyle se déshydrogène en présence de nickel réduit et d'éthylène utilisé comme accepteur.

Ces divers travaux avaient un but surtout industriel. Nous avons entrepris l'étude de la déshydrogénation des acides aliphatiques supérieurs pour préciser, dans les longues chaînes acycliques, la position des liaisons carbone-hydrogène qui possèdent une stabilité minimum, et peuvent donc engendrer le plus facilement une double liaison. C'est pourquoi nous avons étudié l'action des catalyseurs métalliques sur ces chaînes en l'absence de toute substance étrangère (en particulier d'accepteur) susceptible de modifier la réaction primaire de déshydrogénation, but principal de nos recherches. A côté de cet intérêt théorique, ce travail permettra également de préciser comment on peut passer des graisses saturées aux huiles non saturées, transformation capitale pour l'assimilation des graisses.

Les données actuelles de la thermochimie nous ont en effet permis de calculer que la déshydrogénation des acides gras et de leurs esters doit être sensiblement athermique : cette réaction est donc possible aux températures peu élevées, à condition d'utiliser un catalyseur convenable. Les acides ou esters aliphatiques supérieurs doivent se fixer sur les catalyseurs par l'intermédiaires de leurs carboxyles et non par les carbones de la chaîne, qui viendront

(1) Séance du 1er avril 1946.

(2) H. A. Levey, *Chem. Zentralblatt*, 4, 1921, p. 145; W. Normann, *Chem. Umschau*, 30, 1923, pp. 3-5; Tzonev et Yavnel, *Masloboino-Zhirovoe Delo*, 62-63, 1930, p. 19.

(3) *Sci. Papers Inst. Phys., Research*, Tokyo, supplément 9, 1928, pp. 5-6.

(4) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1662.

rarement au contact des centres actifs, à moins que ceux-ci ne soient très nombreux : les chances de contact efficace étant minimes, la réaction s'effectuera lentement. Elle sera du reste rapidement limitée par la réaction inverse d'hydrogénation.

Pour déshydrogéner les acides aliphatiques supérieurs, il est donc indispensable d'utiliser des catalyseurs très actifs. Ceux-ci, agissant à température peu élevée, permettront d'éviter en grande partie la décarboxylation des acides gras, leurs transformations en cétones ou en goudrons. De plus, les doubles liaisons se formant ainsi d'emblée dans leur position de stabilité maximum, il n'y aura pas lieu de redouter leur déplacement, phénomène fréquemment observé dans l'action des catalyseurs sur les acides non saturés naturels.

La lenteur probable de cette réaction nous a engagés à opérer d'abord en phase liquide, pour assurer un assez long contact de la substance avec le catalyseur, dont nous ajoutons 5 à 10 % du poids de la matière grasse. Nous avons utilisé non les acides, qui goudronnent trop facilement, mais leurs esters (éthyliques, du glycol, du glycérol,), dont la stabilité est plus statisfaisante. Nous avons ainsi chauffé pendant plusieurs dizaines d'heures, à des températures fixes comprises entre 200 et 300°, dans une atmosphère de gaz inerte pour éviter l'oxydation des acides gras éthyléniques, les esters aliphatiques avec des métaux purs pulvérisés ou réduits de leurs oxydes, en évitant soigneusement la présence de ces derniers, qui, nous l'avons constaté, oxydent les acides gras saturés en acides éthyléniques.

Les métaux ainsi préparés, même le nickel, sont de mauvais catalyseurs, le taux de déshydrogénation obtenu ne dépassant pas 5 à 6 %, même dans les cas les plus favorables. Certains métaux assez actifs fournissent malheureusement une quantité de goudrons trop élevée. Des essais sont actuellement en cours avec ces derniers métaux, tant en phase liquide que gazeuse.

L'échec prévu des catalyseurs courants nous a conduits dès 1935, au cours d'essais non publiés, à employer une substance particulièrement active, le nickel de Raney. Celui-ci, obtenu par l'attaque classique à la soude de l'alliage Ni-Al, a été privé aussi complètement que possible d'alumine et d'alcali par lavage avec des solutions sulfuriques diluées (ou encore par lavage à l'alcool), en évitant soigneusement le contact de l'oxygène pendant toutes ces opérations. Même avec ce catalyseur la déshydrogénation reste difficile, l'indice d'iode ne s'accroît que lentement. Nous avons constaté, du reste, qu'il suffit d'agiter le mélange d'huile et de catalyseur pour arrêter la réaction. Dans ce cas le catalyseur, répandu dans toute la masse, recueille l'hydrogène produit par la déshydrogénation et le fixe à nouveau sur le composé éthylénique formé. Ceci prouve que la déshydrogénation s'effectue à la surface de séparation du catalyseur et de l'excès de liquide, et explique en partie la lenteur de la réaction.

Les produits obtenus contiennent toujours une petite quantité de cétones supérieures, de polymères, et de goudrons non saturés insolubles dans les

alcools éthylique et méthylique. Après purification du mélange par lavage à l'alcool, on extrait les esters non saturés par l'intermédiaire de leur complexe mercuriel. On sépare ainsi facilement 60 à 70 % des composés non saturés formés.

Dans le cas particulièrement favorable du stéarate d'éthyle, après 30 heures de chauffe à 220°, le mélange brut de déshydrogénation renferme en moyenne 15 % de produits non saturés, contenant 10 % d'ester éthylénique, dont on isole finalement environ 7 % à l'état pur.

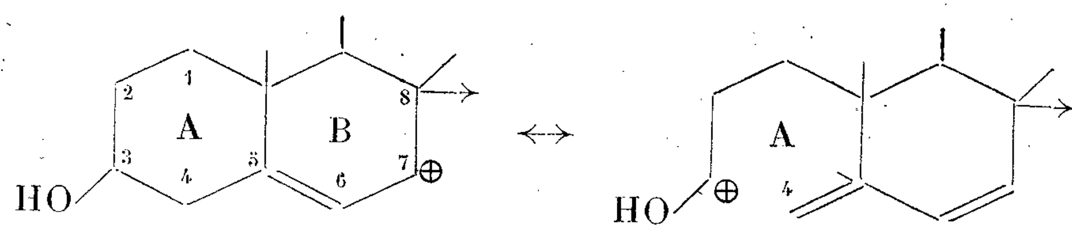
Nous avons constaté que les esters des acides laurique, myristique, palmitique et stéarique peuvent être ainsi déshydrogénés, avec d'autant plus de difficulté que le poids moléculaire de l'acide est plus faible, et fournissent alors des esters non saturés, liquides à température ordinaire, dont nous étudions actuellement la constitution.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la mésomérie de l'ergostérol en état d'halochromie et ses conséquences.* Note de Mlle **Geneviève Thibaudet**, présentée par M. Maurice Javillier.

En traitant l'ergostérol par une argile acide, Bills a obtenu en 1930 (¹) par élution du produit adsorbé, coloré en bleu, un composé incolore qu'il a appelé *isoergostérol*. Les propriétés de ce composé ont été décrites en détail (cristaux blancs fondant à 140-142°, absorbant dans l'ultraviolet avec maximum à 248$^{m\mu}$, lévogyre, $[\alpha]_D^{20} - 37°$), mais aucune structure n'a pu lui être assignée.

Nous avons traité le problème de sa constitution par la méthode déjà utilisée par P. Meunier et nous-même en diverses occasions (²). Elle consiste en l'interprétation des formules limites de la mésomérie dont le corps étudié est le siège à l'état adsorbé, et qui, par ailleurs, rendent compte de la couleur d'halochromie.

Dans le cas de l'ergostérol, on peut penser que, si l'adsorption ionisante est réalisée par un mécanisme où entre en jeu la liaison double 7-8, le phénomène de mésomérie consécutif sera représentable par les deux formules limites



L'ouverture du noyau A du stérol est provoquée par l'influence disloquante de l'oxhydryle sur l'octet du carbone 3, le carbone stable 4 retirant le doublet

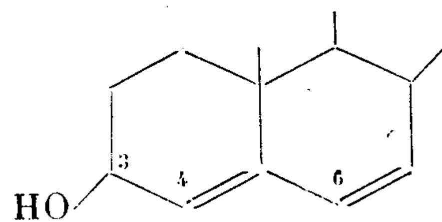
(¹) Bills, *Journ. biol. Chem.*, **84**, 1929, pp. 655-656; **88**, 1930, pp. 601-604.

(²) P. Meunier, Dulou et Mlle A. Vinet, *Comptes rendus*, **216**, 1943, p. 907; P. Meunier, *ibid.*, **217**, 1943, pp. 78-80; G. Thibaudet, *ibid.*, **220**, 1945, p. 751.

électronique 3-4 pour doubler la liaison 4-5. Ainsi la charge électrique positive est transportée du carbone 7 au carbone 3.

Au cours de l'élution, il suffit que le carbone stable 4 perde un proton accepté par le carbone 8, également stable, pour qu'un corps nouveau apparaisse, dans lequel les deux doubles liaisons de l'ergostérol primitif sont venues se conjuguer par rapport à l'OH 3.

Il s'agit du diénol ci-dessous, que nous considérons comme l'isoergostérol

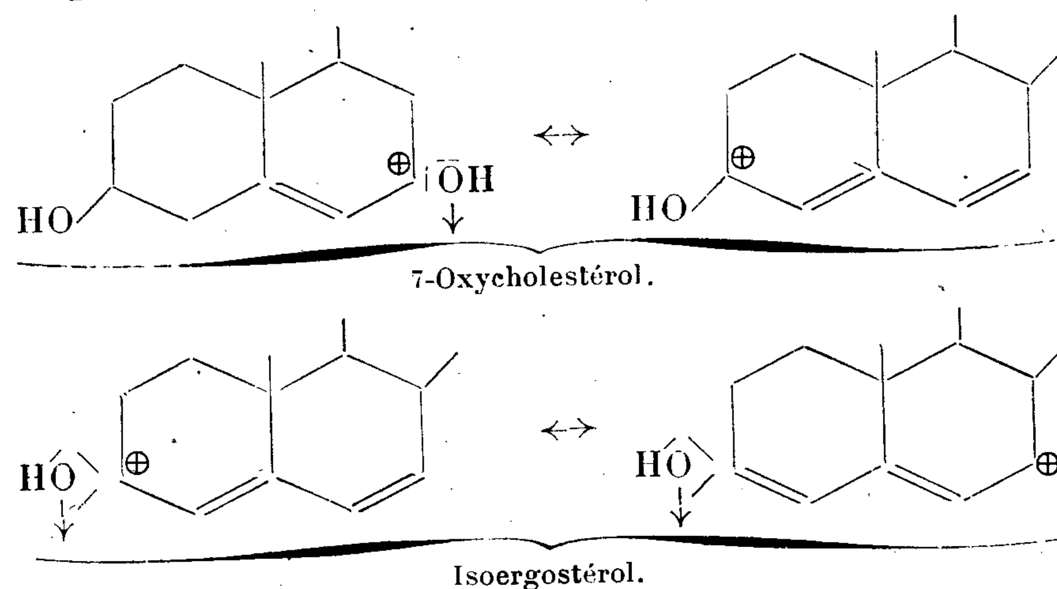


de Bills.

Cette structure se trouve confirmée par les faits suivants :

1° Ce corps présente des propriétés très voisines de celles du composé correspondant dans la série du cholestérol ([3]), le cholestadiénol (point de fusion et spectre d'absorption).

2° Il fournit d'emblée avec le $SbCl_3$ en solution chloroformique, la même coloration bleue que le 7-oxycholestérol (absorption à 594 et $665^{m\mu}$), témoignant par là du même système de liaisons oscillantes au cours de l'halochromie et du même transport de la charge électrique ⊕ :



3° Le corps *régénéré* après cette réaction est l'isoergostérol *déshydraté*; il n'a plus de OH *libre* (Zerewetinoff négatif), ce qui témoigne de la conjugaison dans l'isoergostérol de l'OH et des doubles liaisons. Il est d'ailleurs analogue au composé que le 7-oxycholestérol fournit après un traitement prolongé au $SbCl_3$ ou sur argile acide. Ce composé, qui a 3 maxima d'absorption dans l'ultraviolet (315, 300, $284^{m\mu}$) et dont le point de fusion est à 96-98°, est en ce moment à l'étude.

Détails expérimentaux. — Le traitement de l'ergostérol par $SbCl_3$ ou l'argile acide fournit le même produit. C'est la technique de Bills ([1]) qui nous a donné

([3]) DANE et WANG, *Z. für physiol. Chem.*, **245**, 1936, p. 80; **248**, 1937, p. 68; WINDAUS, *Lieb. Ann.*, **534**, 1939, p. 23; **536**, 1939, p. 204.

le meilleur rendement 76 % (adsorption en milieu benzénique sur argile acide, élution par alcool à 96°).

Point de fusion après trois cristallisations 138-140°, $[\alpha]_D^{20}$ — 0°,3 (24^{mg} dans 10$^{cm^3}$ de $CHCl_3$). Absorption maxima dans U. V. 248$^{m\mu}$; ε 13,860.

Avec $SbCl_3$, coloration bleue absorption à 594 et 665$^{m\mu}$.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparation et stabilité de l'éther éthylsulfurique, des éthers sulfuriques acides d'alcools divers et de leurs sels.* Note de M. **Nguyen Quang Trinh**, présentée par M. Paul Pascal.

Dans le procédé ordinaire de fabrication de l'éther éthylsulfurique (ou acide sulfovinique), quand on n'utilise pas de l'anhydre sulfurique sous forme d'acide fumant [Merck (1)] mais que l'on part d'acide sulfurique à 66° Bé en mélange équimoléculaire avec de l'alcool soigneusement déshydraté, on dépasse difficilement le rendement de 65%, d'une part à cause de la dilution de l'acide sulfurique par l'eau formée, d'autre part à cause d'un surcroît d'hydrolyse dû à une grande dilution nécessaire pour neutraliser au carbonate de baryum ou de calcium le mélange d'acide sulfovinique et d'excès d'acide sulfurique.

En ne cherchant pas à refroidir le mélange au cours de la réaction, en l'abandonnant ensuite pendant 24 heures pour laisser l'éthérification se compléter, en le chauffant après au bain-marie pendant une heure et en neutralisant le mélange, sans le diluer d'eau, par du carbonate fraîchement précipité, nous avons pu porter le rendement à 72 % environ. Nous avons aussi cherché à entraîner au fur et à mesure l'eau formée en ajoutant du cyclohexane qui forme avec l'eau et l'alcool un mélange azéotrope (17 alcool, 7 eau, 76 cyclohexane) passant à 62°,1 et qui se condense dans un décanteur (du type tube récepteur de l'appareil Kean et Stark) en se séparant en deux couches : la couche inférieure principalement formée d'eau et d'alcool, la couche supérieure formée d'alcool et de cyclohexane et refluant sans arrêt dans le ballon où se fait la réaction. Nous avons pu arriver ainsi à un rendement voisin de 80 %.

Nous avons étudié l'action de l'acide sulfurique sur d'autres alcools primaires linéaires, sur des alcools primaires ramifiés, sur des alcools secondaires et tertiaires (alcools propylique, butylique, isoamylique, butylique secondaire, butylique tertiaire), complétant ainsi le seul travail fait à notre connaissance dans ce sens par Krüger (2), qui a obtenu en 1893 du propylsulfate acide de baryum et le sel de strychnine. En observant les mêmes précautions que ci-dessus, nous sommes arrivés à de bons rendements pour les alcools primaires linéaires, et avons constaté que ce rendement diminue rapidement avec la complication du radical alcoyle et indique nettement un empêchement stérique introduit par les groupes méthyl.

(1) *Ber. d. chem. Ges.*, **28**, 1895, p. 31.
(2) *Ibid.*, **26**, 1893, p. 1203.

Les sels de l'acide sulfovinique et des autres éthers se présentent sous un aspect gras et sont, sauf quelques rares exceptions (comme les sels cobalteux et manganeux), altérables à l'air. Ces caractères sont encore plus accentués avec les sels dérivés des alcools secondaires et tertiaires. En les faisant cristalliser dans un excès d'alcool correspondant et en les déshydratant au vide sulfurique, nous sommes arrivé à les produire sous une forme très stable. Ainsi les cristaux *stabilisés* de sulfovinate de potassium, de sodium, de baryum, de calcium, les sulfate, propylate, butylate$_1$, butylate$_2$, butylate$_3$ de calcium et de baryum peuvent rester plusieurs semaines à l'air sans tomber en déliquescence. Avec la solution aqueuse portée à l'ébullition du sulfovinate de potassium aussi bien sous sa forme courante que sous sa forme *stabilisée*, nous n'avons pas observé le phénomène de décomposition signalé, auquel Kolbe a proposé de remédier par l'addition de quelques gouttes de potasse. Gerhardt [3] a signalé que lorsqu'on fait bouillir la dissolution de sulfovinate de baryum, elle se trouble et devient acide, et que si on la sature par du carbonate de baryum, qu'on la filtre et qu'on l'évapore, on obtient un sel qu'il considère comme un isomère de l'éthylsulfate de baryum et auquel il donne le nom de parathionate barytique.

Or nous n'avons pas non plus observé ce phénomène avec nos cristaux d'éthylsulfate de baryum. Après nous être assuré par plusieurs méthodes de dosage de la pureté de nos produits, nous sommes amené à supposer que l'instabilité signalée des sels de potassium et de baryum en solution aqueuse est due sans doute au cours de leur préparation à une neutralisation incomplète de l'acide éthylsulfurique, ce dernier, porté à l'ébullition, ayant tendance à se décomposer en alcool et en acide sulfurique. De même, quand Berthelot signale que l'éthylsulfate de calcium obtenu au moyen du gaz oléfiant est plus stable que celui obtenu à partir de l'alcool, nous nous demandons si ce n'est pas pour la même raison de neutralisation incomplète dans le deuxième mode d'obtention. En tout cas, notre éthylsulfate de calcium *stabilisé*, préparé à partir de l'alcool, est parfaitement stable à l'air et en solution aqueuse portée à l'ébullition.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une préparation simultanée du chlorure et du sulfate neutre d'éthyle.* Note [1] de M. **Léonce Bert**, présentée par M. Paul Pascal.

Le chlorure et le sulfate neutre d'éthyle, agents usuels d'éthylation, se fabriquent séparément.

Nous avons trouvé une préparation simultanée de ces deux réactifs dans l'action de la chlorhydrine sulfurique sur l'oxyde d'éthyle.

A vrai dire, ce procédé a déjà été proposé par Mc Lang comme le meilleur

(3) *Comptes rendus des travaux de Chimie*, 1845, p. 176.

(1) Séance du 25 mars 1946.

mode d'obtention du sulfate neutre d'éthyle (²). Le rendement atteindrait en effet 92 à 96 %. Comme les matières premières sont peu coûteuses et que le mode opératoire est simple, on ne s'expliquerait pas le prix élevé du produit si l'auteur n'avait signalé que la réaction principale



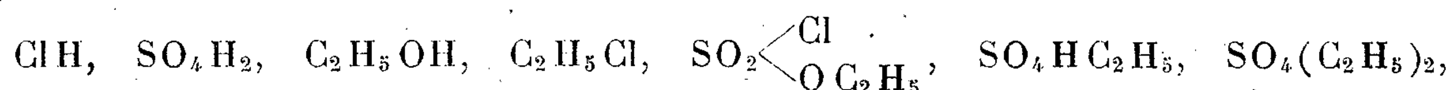
$$SO_2HCl + (C_2H_5)_2O = SO_4(C_2H_5)_2 + ClH$$

est accompagnée de réactions secondaires qu'il n'a point débrouillées et que nous avons reconnues productrices de chlorure d'éthyle en quantité si notable qu'elles constituent une nouvelle préparation de ce corps, si bien que les hauts rendements de Mc Lang nous semblent se référer, en fonction du vide (³), plutôt aux rendements de la distillation du sulfate neutre d'éthyle brut qu'à ceux de sa préparation.

Quoi qu'il en soit, voici le résumé de nos observations :

Lorsqu'on ajoute goutte à goutte, en refroidissant, $1^{\text{mol-g}}$ de chlorhydrine sulfurique à $1^{\text{mol-g}}$ d'éther anhydre, les deux corps s'unissent avec sifflement et dégagement de chaleur. Le produit incolore formé peut être porté à 55° sans que l'éther reflue ni que ClH se dégage, preuve de combinaison intégrale, probablement du type oxonium $\begin{smallmatrix}C_2H_5\\C_2H_5\end{smallmatrix}\!>O<\!\begin{smallmatrix}SO_3H\\Cl\end{smallmatrix}$. Versé dans l'eau froide, il est aussitôt décomposé en alcool, qui reste dissous et en chloro sulfonate d'éthyle insoluble, inattaqué, qui tombe au fond et se manifeste par son agressivité pour le nez et les yeux. En élevant lentement la température du complexe ci-dessus, on le voit entrer en ébullition. Il se dégage à ce moment un gaz qui brûle avec une flamme éclairante si peu bordée de vert qu'on la peut prendre pour une flamme d'éther ou d'éthylène. Il s'agit pourtant de chlorure d'éthyle, masqué par du gaz chlorhydrique : en déplaçant l'orifice libre du tube abducteur sous l'eau d'une cuve, on se débarrasse de ClH et les bulles qui crèvent en surface, enflammées, montrent des feux follets verts qui fond de ce mode de production extemporanée de C_2H_5Cl une très jolie expérience de cours (à cet effet, il suffit de mélanger dans un tube à essais $3^{\text{cm}^3},5$ de SO_3HC_1 avec 5^{cm^3} d'éther et de chauffer vers 80°). En continuant à chauffer, on voit le mélange incolore devenir successivement jaune, orangé, rouge, brun, noir et le débit du gaz diminuer à mesure que la teinte fonce.

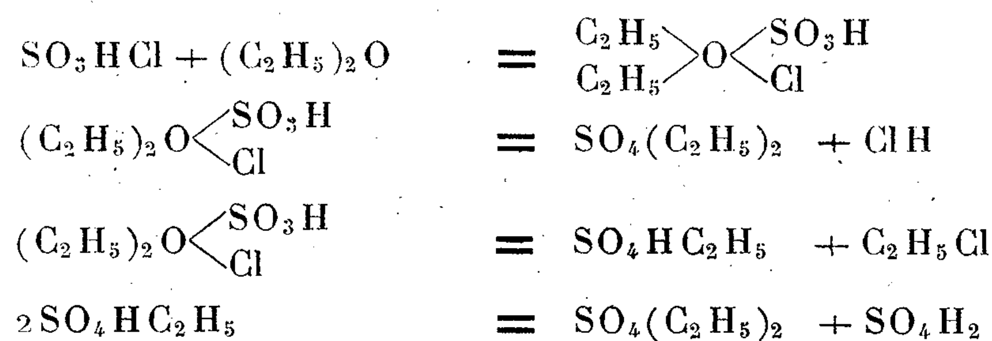
Nous avons identifié les produits de réaction suivants :



$$ClH,\quad SO_4H_2,\quad C_2H_5OH,\quad C_2H_5Cl,\quad SO_2\!<\!\begin{smallmatrix}Cl\\OC_2H_5\end{smallmatrix},\quad SO_4HC_2H_5,\quad SO_4(C_2H_5)_2,$$

avec des traces de CO_2 et SO_2.

La genèse de ces nombreuses substances s'explique fort bien par l'ensemble de réactions



$$SO_3HCl + (C_2H_5)_2O = \begin{smallmatrix}C_2H_5\\C_2H_5\end{smallmatrix}\!>O<\!\begin{smallmatrix}SO_3H\\Cl\end{smallmatrix}$$

$$(C_2H_5)_2O<\!\begin{smallmatrix}SO_3H\\Cl\end{smallmatrix} = SO_4(C_2H_5)_2 + ClH$$

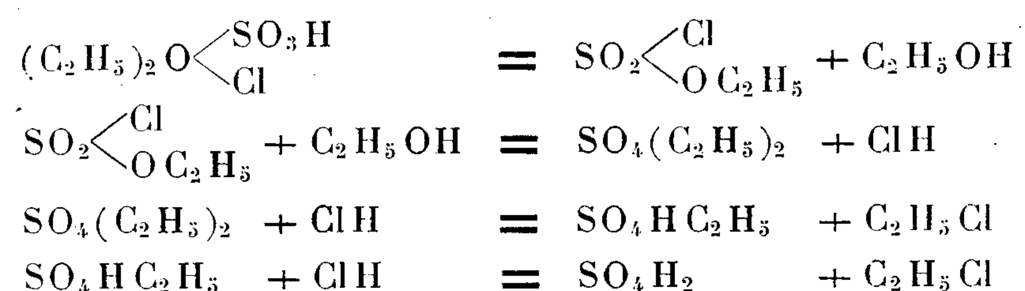
$$(C_2H_5)_2O<\!\begin{smallmatrix}SO_3H\\Cl\end{smallmatrix} = SO_4HC_2H_5 + C_2H_5Cl$$

$$2SO_4HC_2H_5 = SO_4(C_2H_5)_2 + SO_4H_2$$

(²) Mc Lang, *The Chemical Trade Journal*, **83**, 1928, p. 143.

(³) Le sulfate neutre d'éthyle est altérable par la chaleur.

et



$$(C_2H_5)_2O\langle^{SO_3H}_{Cl} = SO_2\langle^{Cl}_{OC_2H_5} + C_2H_5OH$$

$$SO_2\langle^{Cl}_{OC_2H_5} + C_2H_5OH = SO_4(C_2H_5)_2 + ClH$$

$$SO_4(C_2H_5)_2 + ClH = SO_4HC_2H_5 + C_2H_5Cl$$

$$SO_4HC_2H_5 + ClH = SO_4H_2 + C_2H_5Cl$$

L'acide SO_4H_2 formé engendre, par carbonisation, le peu de CO_2 et de SO_2 observés. Pratiquement, on lave les gaz à l'eau pour retenir ClH, puis avec une solution alcaline pour arrêter CO_2 et SO_2, on dessèche enfin par SO_4H_2 et condense le chlorure d'éthyle dans un récipient entouré d'un mélange réfrigérant. On peut encore le retenir et le conserver dans de l'oxychlorure de phosphore qui en dissout une centaine de fois son volume à la température ordinaire; en réglant le chauffage de la solution, C_2H_5Cl sec s'en échappe à la vitesse que l'on veut (inédit).

Le sulfate neutre d'éthyle s'obtient par distillation dans le vide du résidu du ballon-laboratoire.

On recueille à peu près autant de molécules de chlorure d'éthyle que de molécules de sulfate neutre d'éthyle.

Le rendement global n'atteint en moyenne que 50 %, mais il est néanmoins acceptable, étant donné : 1° le bon marché des réactifs; 2° la simplicité et la rapidité de la préparation.

CHIMIE DES COMPLEXES. — *Étude spectroscopique de la formation de complexes entre le glycocollate de sodium et le chlorure mercurique.* Note de Mlle **Suzanne Dubois**, présentée par M. Paul Pascal.

Le chlorure mercurique [1] peut donner un précipité avec des solutions d'acides aminés, en présence d'un hydroxyde alcalin ou alcalino-terreux. Ce précipité, qui contient Hg, Cl, N et le métal de la base, ne paraît toutefois pas constituer une substance homogène.

Il m'a paru intéressant d'entreprendre une étude systématique des complexes du glycocollate de sodium et du chlorure mercurique, en utilisant la méthode des variations continues appliquée à l'absorption [2].

J'ai opéré dans l'ultraviolet, avec un spectrographe Hilger et une lampe à hydrogène Chalonge et Lambrey.

Le spectre des deux constituants purs, à une concentration donnée et ceux de leurs mélanges, ont été pris sur une même plaque en opérant avec la même cuve et avec des temps de pose identiques.

On trace la courbe donnant l'absorption en fonction de la composition du mélange pour

---

[1] Hubert B. Vickery et William G. Gordon, *J. Biol. Chem.*, **103**, 1933, pp. 543-547.

[2] P. Job, *Comptes rendus*, **180**, 1924, p. 928.

différentes longueurs d'onde (de 0µ,25 à 0µ,29), puis la courbe des écarts avec la loi d'addivité. Cette dernière courbe passe par un maximum dont l'abscisse fixe la composition maximum. En opérant avec des mélanges équimoléculaires, on fixe la proportion même des deux constituants dans le complexe.

Avec des solutions équimoléculaires N/5 et N/10, on observe un maximum de l'absorption, très accentué, pour 33 % de sublimé, quelle que soit la longueur d'onde utilisée. Aux concentrations N/40, N/80, N/160 les courbes des écarts à la règle des mélanges passent par un maximum fixe pour 66 % environ de chlorure mercurique. Avec des solutions N/250 et N/400 la courbe se modifie encore et présente, à la fois, un minimum et un maximum, respectivement pour 33 et 66 % environ de sublimé.

L'allure des spectrogrammes subit donc de grandes modifications avec la dilution, ce qui permet de supposer la formation de plusieurs complexes. Cependant, dans l'intervalle de dilution N/40 à N/160, la composition maximum reste indépendante à la fois de la concentration et de la longueur d'onde utilisée; on peut ainsi identifier un seul complexe absorbant qui correspond à deux molécules de Cl_2Hg pour une de $CH_2NH_2CO_2Na$. L'étude des solutions non équimoléculaires permet de calculer la constante d'équilibre K et de contrôler les résultats obtenus avec les solutions équimoléculaires.

Désignons par Γ et $\Gamma' = p\Gamma$ les concentrations en glycocollate de sodium et en sublimé. Mélangeons un volume x du second à un volume $1 - x$ du premier et cherchons pour quelle valeur de x la concentration z du complexe dans la solution est maximum.

Supposons qu'il se forme un composé d'addition



$$CH_2NH_2CO_2Na + 2Cl_2Hg \rightleftharpoons CH_2NH_2CO_2Na, 2Cl_2Hg,$$

K est donné par la formule

$$K = \frac{\Gamma 2p[(p+2)x - 2]^3}{(p-1)^2(2-3x)}.$$

L'expérience donne pour K les valeurs suivantes :

Concentration en				
$CH_2NH_2CO_2Na$ Γ.	Cl_2Hg Γ'.	p.	Composition maximum x.	K.
1/100	1/40	2,5	0,65	$1,78.10^{-3}$
1/200	1/40	5	0,643	1,72
1/250	1/80	3,125	0,661	1,75
1/300	1/40	7,5	0,643	1,90

Les valeurs sont concordantes et voisines de $1,75.10^{-3}$ (³).

(³) On doit éliminer l'idée d'un composé de substitution, car les valeurs trouvées pour K ne seraient pas acceptables.

Dans le domaine N/5 à N/10 ([4]), un autre complexe paraît se former : il correspondrait à deux molécules de $CH_2NH_2CO_2Na$ pour une de Cl_2Hg.

On peut conclure que le glycocollate de sodium donne des complexes avec le chlorure mercurique.

Dans les limites de dilution N/40 à N/160, 2 molécules de Cl_2Hg réagissent sur une molécule de $CH_2NH_2CO_2Na$ pour donner un composé d'addition $CH_2NH_2CO_2Na, 2Cl_2Hg$, et l'on a

$$(5) \qquad K = \frac{C_{gly} \times C_2Cl_2Hg}{C_{gly} \times 2Cl_2Hg} = 1,75 \times 10^{-3}.$$

Un autre complexe, moins riche en chlorure mercurique, se formerait en solution plus concentrée.

PÉDOLOGIE. — *Sur l'évolution de quelques types de sols dans les secteurs parisien et ligérien.* Note ([1]) de M. **Philippe Duchaufour**, présentée par M. Albert Michel-Lévy.

J'ai décrit ([2]) un certain nombre de types de sols observés dans les secteurs parisien et ligérien et établi les relations entre le profil pédologique et la végétation.

L'évolution de ces sols offre des particularités résumées ci-après.

a. Processus de la podzolisation. — Il semble se faire en trois phases, les deux premières sont forestières, la troisième est liée à la lande.

Première phase, lessivage des bases, désaturation du complexe absorbant.

Deuxième phase, migration du complexe électropositif argile-fer, en milieu acide; elle débute lorsque le pH est déjà assez bas; il se forme un horizon d'accumulation ferrique ou de Gley (sols podzoliques). Ces deux phases sont ralenties par l'abondance de la couverture morte, et la présence de Charme ou de Hêtre, à feuilles riches en chaux, qui concentrent ainsi des éléments basiques en surface et maintiennent l'humus doux.

Troisième phase (lande ou pineraie), l'humus acide des Pins et des Bruyères joue le rôle essentiel : il donne des colloïdes organiques, d'abord des acides créniques, solubles et incolores, qui migrent en premier, puis des acides humiques (complexes lignoprotéiques), moins solubles et de couleur noire, qui migrent ensuite; ces éléments décomposent les silicates du sol, entraînent

---

([4]) On ne peut opérer avec des solutions équimoléculaires plus concentrées à cause de la faible solubilité du chlorure mercurique.

([5]) Le symbole C_{gly} représente une molécule de glycocollate de sodium.

([1]) Séance du 25 mars 1946.

([2]) *Comptes rendus,* **222**, 1946, p. 808.

les sesquioxydes (surtout oxydes de fer) et laissent sur place de la silice libre (horizon A_2 cendreux); en profondeur, il se forme soit de l'alios humique, soit un horizon B_1 humique.

b. Variations de l'évolution suivant les séries. — Première série, la migration des bases, de l'argile, du fer, est faible en raison de l'imperméabilité. L'acidité de l'humus est due au défaut d'aération; l'humus formé par les *Sphagnum* s'accumule en surface.

Deuxième série [phase forestière (A, B)], la migration de l'argile et du fer aboutit à la formation d'un niveau imperméable *le Gley*. Phase lande (C) : les acides créniques plus solubles migrent seuls et forment l'horizon A_2 cendreux. On observe rarement une accumulation humique.

Troisième série [phase forestière (A, B)], la migration des argiles et du fer donne un horizon B ferrique plus perméable. Phase lande (C, D), les acides créniques migrent d'abord et rendent A_2 cendreux, les acides humiques noirs migrent ensuite et forment un horizon d'accumulation humique plaqué sur l'horizon ferrique de la Chênaie.

Quatrième série [phase forestière (A)], la migration de l'argile et du fer forme un horizon B ferrique, profond et diffus en raison de la grande perméabilité. Phase lande (B, C) : les colloïdes humiques migrent rapidement, masquent l'horizon A_2 et forment un alios peu compact par cimentation des grains de sable; en dessous se trouve l'ancien horizon ferrique de la Chênaie; l'horizon A_2 n'est jamais cendreux, car les éléments sont trop gros pour être attaqués par l'humus.

c. Évolution de la végétation. — La forêt tend à maintenir son sol en bon état (sol brun lessivé), surtout s'il y a du Charme et du Hêtre.

Deux circonstances défavorables peuvent provoquer un début de dégradation du sol forestier : 1° la remontée du plan d'eau pour les séries 1 et 2; 2° un excès de perméabilité favorisant le lessivage des bases (séries 3 et 4).

La dégradation du sol a en général pour cause une action biotique violente (incendie, coupe très claire) provoquant la disparition de la forêt. Si le sol est en mauvais état pour une des deux causes précédentes (sol podzolique), il y a envahissement par les Éricacées, qui empêchent la réinstallation des arbres feuillus par leur concurrence, et achèvent la dégradation du sol par les acides humiques produits.

La forêt feuillue peut-elle se reconstituer ? Cette reconstitution se heurte à deux obstacles : la concurrence mécanique des Bruyères, Fougères, Molinie et la difficulté pour les racines des semis de traverser la couche fibreuse de l'horizon A_0 s'il est épais. Le Pin sylvestre, au début, a un rôle favorable, car il élimine les Bruyères par son couvert; si A_0 est peu épais (moins de 5^{cm}), le Chêne peut se réinstaller; mais à la longue le Pin dégrade le sol à son tour, par son humus acide. J'ai partout constaté que le Chêne ne pouvait se réinstaller sous le Pin sur les podzols humiques; cette réinstallation paraît facile sur les

sols podzoliques, plus ou moins aléatoire au contraire sur les podzols cendreux, suivant l'épaisseur des horizons humifères.

GÉOLOGIE. — *Du Cambrien en Afrique.* Note de MM. **Raymond Furon, Conrad Kilian** et **Nicolas Menchikoff.**

On a signalé récemment la découverte de Stromatolithes du genre *Conophyton*, au Sud de Tinjdad, à la lisière septentrionale du Sahara marocain ([1]). Ces *Conophyton* ([2]) s'y trouvent au sommet de dolomies discordantes sur du Cristallin et appartenant à du Géorgien indiscutable.

Cette découverte nous a incités à une révision des formations à Stromatolithes connues en Afrique, en allant du Nord vers le Sud. Ce principe a été fécond pour la stratigraphie du Primaire africain, qui a vraiment pris corps par des découvertes successives de fossiles et de discordances dans les territoires français du quart NW de l'Afrique.

Au Sud et au long de la dorsale cristalline du Sahara occidental, en discordance (la Discordance tassilienne) sur ce cristallin, avec ou sans interposition d'arkoses, on trouve sur plus de 1500^{km}, de Grisim à Atar et au delà, des dolomies à *Collenia* et *Conophyton* ([3]).

A 1500^{km} plus au Sud, sur le bord méridional du vaste plateau de terrains primaires de Mauritanie et du Soudan, près de Bobo Dioulasso, dans des marbres dolomitiques, qui, par l'intermédiaire de grès, surmontent la Discordance tassilienne, on trouve encore des *Collenia* ([4]).

Après 350^{km} d'interruption, cette couverture primaire reprend en Gold Coast. Dans les Couches d'Oti, à la base et toujours au-dessus de la grande discordance sur le Cristallin, on rencontre des *Collenia* dans des calcaires ([5]).

A environ 2000^{km} plus au Sud-Est, au Congo français, entre Loutété et le Niari, on a signalé récemment des Stromatolithes ([6]), dans des calcaires dolomitiques appartenant à la « série schisto-calcaire », elle-même toujours en discordance sur le socle cristallin.

Enfin, en Afrique du Sud, des Stromatolithes, rapportées au genre *Collenia* ([7]), se trouvent aussi dans les dolomies du Système du Transvaal, discordant sur les Schistes cristallins et les conglomérats du Witwatersrand.

([1]) L. Clariond *in* N. Menchikoff, *C. R. Somm. Soc. Géol. Fr.*, 1945, p. 208.

([2]) Genre récemment créé pour les formes du Cambrien de Sibérie orientale. Voir V. P. Maslov, *Problems of Paleontology*, II et III, Moscou, 1937, p. 334.

([3]) N. Menchikoff, *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 1237.

([4]) R. Furon, *C. R. Somm. Soc. Géol. Fr.*, 1945, p. 181.

([5]) N. R. Junner, *Bull. Gold. Coast. Geol. Surv.*, 11, 1940, p. 26.

([6]) H. P. T. Hyde in Legoux, *Bull. Service Mines A. E. F.*, 1943, p. 22.

([7]) A.-L. du Toit, *The Geology of South Africa*, 1939, p. 112.

Nulle part les grandes mises en place de granite n'intéressent les formations situées au-dessus de la discordance, donc les couches à Stromatolithes. Partout c'est la même discordance fondamentale, celle que nous avons appelée *Discordance tassilienne* (8) dans le Sahara. [Nous rappelons que cette discordance peut se placer soit directement sous le Cambrien objet de la présente Note, soit au-dessous d'une série détritique, plus ou moins plissée (genre Tarkwaien), localement discordante sous le Primaire.]

En constatant ces identités dans les différents domaines : faciès, conditions stratigraphiques et cortège lithologique, nous sommes conduits à affirmer avec certitude que toutes ces formations à Stromatolithes sont cambriennes, comme celles duSud marocain qui sont incontestablement géorgiennes (9).

A ce qui précède, il convient d'ajouter que du côté du Congo belge, on a découvert d'abord des *Conophyton* dans le Schisto-calcaire (10) et ensuite des couches à *Collenia* et *Conophyton* dans le Schisto-dolomique du Katanga. Or, A. Jamotte (11) vient d'établir les équivalences suivantes : Schisto-dolomique du Katanga = Schisto-calcaire du Bas-Congo = Système du Transvaal. Nous ne discuterons pas ici ces équivalences, mais pour les raisons exposées précédemment, nous estimons qu'il est impossible d'affirmer, comme cela a été fait, que ces couches à Stromatolithes soient précambriennes.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Sur l'intensité du champ magnétique terrestre, en France, à l'époque gallo-romaine.* Note de M. **Émile Thellier** et Mme **Odette Thellier**, présentée par M. Charles Maurain.

Poursuivant nos recherches sur la détermination de l'intensité du champ magnétique terrestre à partir de l'aimantation thermorémanente des terres cuites, nous avons entrepris l'étude de matériaux gallo-romains. Les résultats qui suivent se rapportent à des fragments de briques anciennes prélevées sur l'amphithéâtre de Fréjus (Var) et les thermes dits de Julien, à Paris (Musée de Cluny).

La méthode générale suivie est celle que nous avons utilisée antérieurement (1), mais avec des additions importantes. Au lieu de conduire l'étude de chaque échantillon avec deux températures de réchauffement seulement, 60°

(8) C. Kilian, *C. R. XIIIe Congrès géologique international*, Bruxelles de 1922 (1925), p. 897.

(9) R. Furon, *Paléogéographie*, 1941, p. 351 ; *Ressources minérales en Afrique*, 1944, p. 40.

(10) E. Polinard, *Ann. Soc. Géol. de Belgique*, 52, 1928, p. 31, pl. II.

(11) *Comité spécial du Katanga*, Élisabethville, (1941), 1944.

(1) *Comptes rendus*, 214, 1942, pp. 382-384.

et 670°, nous avons procédé par chauffes successives, à des températures croissantes, t_1, t_2 ... 670°, suivies de refroidissements dans le champ terrestre actuel. A partir des propriétés magnétiques des terres cuites que nous avons établies ([2]), principalement cette sorte de réversibilité de l'aimantation thermorémanente qu'elles présentent ([3]), on montre facilement que chaque intervalle de température $t_n - t_{n'}$ peut fournir une valeur du champ terrestre ancien. Cette valeur n'est constante pour tous les intervalles de température et pour les différents échantillons que si les terres cuites en essai satisfont à un ensemble de conditions ([2]). Le fractionnement de la chauffe de désaimantation peut donc, inversement, renseigner sur les qualités des objets étudiés. Il est intéressant à deux points de vue. D'une part il permet de déceler et d'éliminer l'effet des réchauffements accidentels subis par les matériaux d'une construction incendiée ([4]); d'autre part il fournit un nouveau critère évident d'insensibilité minéralogique des terres cuites aux réchauffements qu'on leur impose. Le critère, que nous utilisions jusqu'ici, égalité des moments acquis dans le champ actuel après deux réchauffements successifs à 670°, ne révèle pas une modification chimique qui serait complète dès le premier réchauffement.

Résultats. — 1° *Amphithéâtre de Fréjus.* — Huit fragments ont été choisis, dans des parties en bon état de conservation, en des points variés de cette vaste et, semble-t-il, très homogène construction. Six de ces fragments ont satisfait remarquablement aux deux critères de stabilité; les deux autres ont été éliminés, mais on ne changerait pas le résultat final de façon appréciable en les conservant. Les quotients de l'aimantation ancienne (pour l'intervalle 100°-670°) par l'aimantation nouvelle acquise dans le champ 0,404 gauss du four, présentent une certaine dispersion, de 1,47 à 1,79; leur valeur moyenne 1,643 conduit à 0,66 gauss pour valeur du champ ancien.

2° *Thermes de Cluny.* — Sur un mur épais formant le côté NE d'une sorte de grande niche située dans l'angle SW du tepidarium, on a prélevé six échantillons, en deux points. Tous satisfont bien à l'ancien critère de stabilité. L'étude par intervalles de température montre que le réchauffementt dû à un incendie, dont les traces archéologiques sont connues, n'a pas dépassé beaucoup 120° au point de prélèvement. Les quotients de l'aimantation originelle par l'aimantation nouvelle (pour l'intervalle 180°-670°) sont dispersés entre les valeurs 1,43 et 1,99. Cette forte dispersion, due pour une faible part aux erreurs de mesure provenant de la forme très irrégulière des fragments, vient surtout d'un défaut que nous connaissions ([5]), la faculté

([2]) L'ensemble des propriétés que nous avons dégagées d'une étude expérimentale détaillée n'a été jusqu'ici exposé que dans une Notice sur les Titres et Travaux de l'un de nous, Paris, 1941.

([3]) *Comptes rendus,* **213**, 1941, pp. 1019-1022.

([4]) *L'Astronomie*, **56**, 1942, pp. 65-69, 89-93, 100-104.

([5]) *Ann. de l'Institut de Physique du Globe,* **16**, 1938, pp. 157-302 (voir § **76**, 3°).

de ces terres cuites de prendre à froid des aimantations rémanentes importantes dans un champ aussi faible que le champ terrestre. On peut montrer que ce défaut entraîne une certaine dispersion des quotients individuels, sans modifier notablement leur valeur moyenne. Cette moyenne 1,77 conduit à 0,71 gauss pour valeur du champ ancien.

CONCLUSIONS. — Les deux intensités ainsi trouvées, 0,66 et 0,71 gauss, se rapportent malheureusement à des dates qu'il nous a été impossible de préciser. Les archéologues ne sont pas d'accord sur l'âge des monuments étudiés et nous n'avons pas pu trouver en France de construction gallo-romaine mieux datée. L'écart appréciable de ces deux nombres a-t-il une signification ? Il pourrait venir de la différence des latitudes des deux lieux, pour lesquels les intensités sont actuellement 0,44 et 0,46 gauss environ (et les inclinaisons magnétiques 60° et 65° environ). Mais notre étude donne aussi l'inclinaison magnétique ancienne et nous avons trouvé, aux deux endroits, sensiblement la même valeur, 61°; de sorte qu'il faut admettre que Fréjus, à l'époque de l'édification de son amphithéâtre, et Paris, à l'époque de la construction de ses thermes, étaient sensiblement à la même latitude magnétique. C'est donc plutôt un changement dans le moment magnétique de la terre entre ces deux époques, qui pourraient alors être assez distantes, qu'il faudrait invoquer. La précision des mesures, surtout pour la série Cluny, ne permet sans doute pas une telle affirmation.

Quoi qu'il en soit, un résultat net est acquis : l'intensité du champ magnétique terrestre à l'époque gallo-romaine était, en France, beaucoup plus forte que l'intensité actuelle ([6]), plus forte aussi que celle trouvée à Lille au XV[e] siècle ([1]); les latitudes magnétiques de la France d'aujourd'hui étant de l'ordre de grandeur de celles des anciennes Lutèce et Forum Julii, on peut dire que le moment magnétique du globe a subi une réduction importante depuis les quinze ou vingt siècles qui nous séparent de la cuisson des objets étudiés.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Sur la perturbation magnétique exceptionnelle du 28 mars 1946*. Note de M. **GASTON GIBAULT**, présentée par M. Charles Maurain.

Le mois de mars 1946 a été marqué par une situation magnétique très agitée, au cours de laquelle furent relevés 6 débuts brusques, dont l'un, celui du 28, très intéressant par sa netteté et son aspect particulier sur la composante horizontale, a été accompagné de variations considérables rarement observées

([6]) Nous avons montré que les causes d'erreur qu'on pourrait invoquer contre ces mesures (une désaimantation progressive des terres cuites anciennes par exemple) jouent toutes dans le sens qui diminue la valeur trouvée pour l'intensité du champ ancien.

en France. Reconstituée d'après les magnétogrammes des enregistreurs La Cour et Mascart de l'Observatoire de Chambon-la-Forêt (Loiret), l'agitation commence à 6h 35m par un début brusque de sens anormal sur H (une diminution, cependant l'enregistreur La Cour à marche rapide indique, conmme cela est fréquent, une première élongation plus faible, qui serait de sens normal), puis des courbes qui présentent des pulsations rapides et irrégulières, suivies de pointements violents dont la phase principale persiste de 13h à 14h. Les variations sont nombreuses dans cette période de très grande activité; on remarque 4 oscillations doubles dépassant 1° en déclinaison, une variation de 0,00558 en intensité horizontale et des oscillations supérieures à 0,00330 en intensité verticale. L'agitation se manifeste sur les trois éléments jusqu'au 29 à 3h 50m; elle n'est plus que très faible ensuite.

L'amplitude des variations au cours de cet orage magnétique est de 2°06′ pour la déclinaison, 0,00825 C.G.S. pour la composante verticale (environ Z/50), 0,00908 C.G.S. pour la composante horizontale (environ H/22); cette dernière valeur est probablement trop faible d'une dizaine de gammas, le spot lumineux n'ayant pas eu le temps d'impressionner le papier en un point de la courbe en raison de la grande rapidité de la perturbation.

Le magnétogramme de l'enregistreur La Cour à marche rapide, qui permet une étude plus détaillée des variations, présente une phase très remarquable entre 19h 35m et 19h 43m au moment du minimun de la déclinaison : les aimants sont animés de mouvements vibratoires à courte période et de très faible amplitude dont l'inscription sur les graphiques dénote un frémissement magnétique ressemblant aux légers frémissements du sol que l'on observe parfois dans l'étude des phénomènes séismiques. Nous avions observé un phénomène semblable lors du grand orage magnétique du 25 janvier 1938.

MICROPALÉONTOLOGIE. — *Vestiges microscopiques des larves d'Échinodermes de l'Oxfordien de Villers-sur-Mer.* Note (1) de Mme **Marthe Deflandre-Rigaud**, présentée par M. Maurice Caullery.

G. Deflandre a signalé, dans les marnes oxfordiennes de Villers-sur-Mer (Calvados) (2), de très beaux sclérites d'Holothurides. ainsi que des restes calcaires provenant de stades larvaires pélagiques d'autres Échinodermes. J'ai repris l'étude de tous ses échantillons afin d'étendre et de compléter ces données préliminaires.

Dans cette première Note je n'envisagerai qu'une série de parties squelettiques provenant de stades larvaires d'Échinodermes, à l'exclusion des Holothurides, qui feront l'objet d'un autre travail. La détermination de ces restes

(1) Séance du 25 mars 1946.

(2) *Trav. Stat. Zool. de Wimereux,* **13**, 1938, pp. 147-200, pl. V-XI.

présente quelques difficultés. En effet ils ne figurent pas dans les traités généraux de Paléontologie, non plus que dans les travaux de L. Cayeux, qui s'est borné à représenter quelques sclérites d'Holothurides, à côté d'une documentation concernant uniquement les Échinodermes adultes. Il semble bien que de telles parties squelettiques de larves d'Échinodermes n'ont pas encore été figurées à l'état fossile.

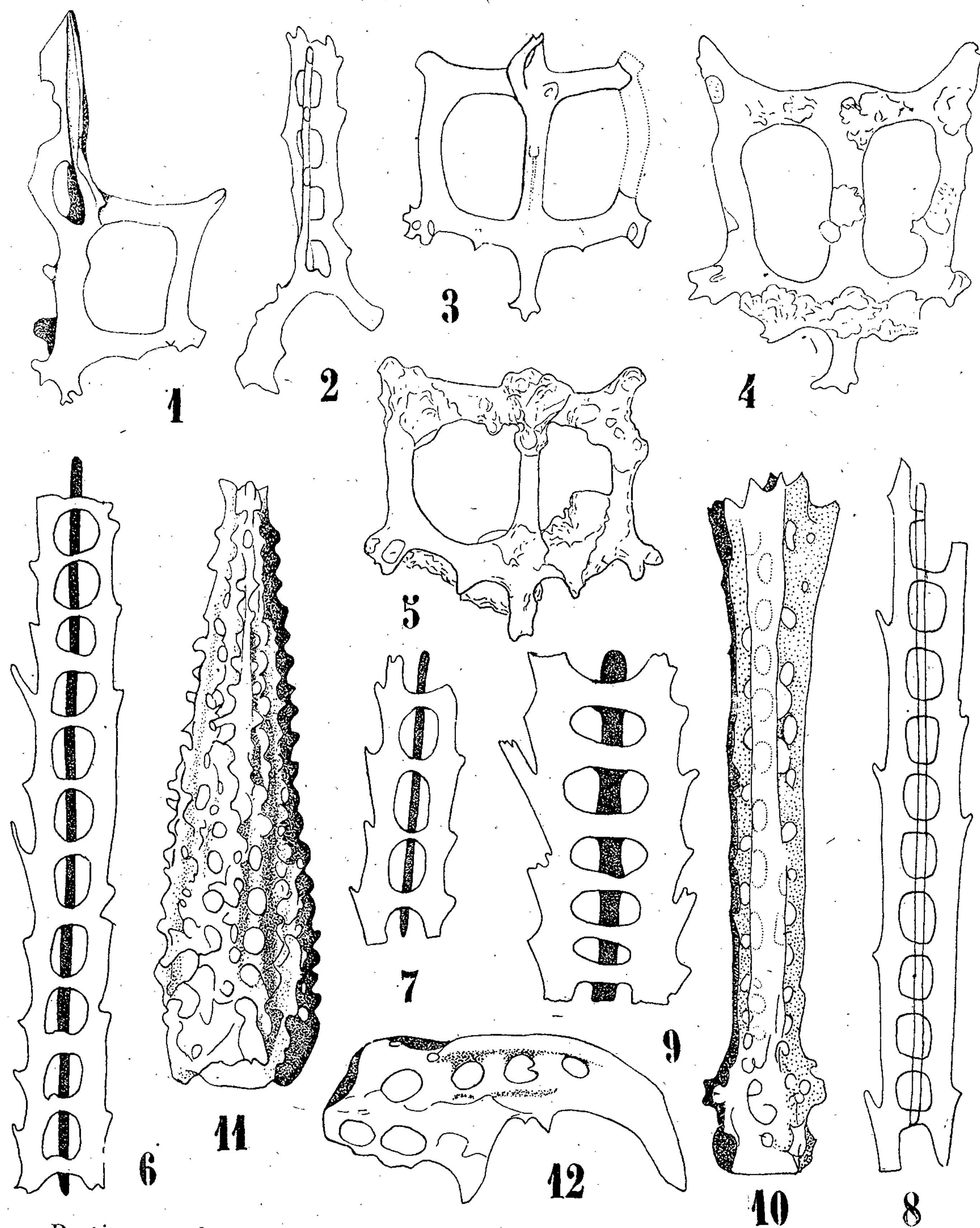


Fig. 1 à 12. — Parties squelettiques de larves d'Echinodermes des marnes oxfordiennes de Villers-sur-Mer. 1, 3 à 5, squelettes incomplets de pluteus; 2, 6 à 8, fragments de baguettes brachiales de pluteus; 9 à 12, très jeunes oursins : 9, 10, piquants embryonnaires; 11, piquant primaire; 12, valve de pédicellaire. Grossissement : 400.

Seules les études embryologiques faites sur les formes actuelles et particulièrement les beaux travaux de Mortensen [3] pouvaient apporter sur elles

---

[3] *Mém. Acad. roy. des Sc. et des Lett. de Danemark, Sec. Sciences*, 9e série, 4, 1931, I; *ibid.*, 7, 1937, I; *ibid.*, 7, 1938, III.

quelque lumière. L'étude comparative des squelettes de ces larves, et plus spécialement des *Echinopluteus*, m'a conduite à deux conclusions relativement aux problèmes qui se posaient : 1° l'extrême diversité spécifique des jeunes squelettes, leur variabilité au cours du développement larvaire, sont de nature à décourager tout essai de systématisation de la documentation issue des recherches paléontologiques; 2° par contre, une certaine constance dans la structure des divers éléments des squelettes, comme par exemple des baguettes brachiales de pluteus, permet d'homologuer à certaines de ces parties les vestiges fossiles observés. Ainsi la figure 1 correspond à l'anse principale d'un squelette d'*Echinopluteus*, assez analogue à celui de l'actuel *Laganum depressum* (Mortensen, 1938, *fig.* 13 *b*). La figure 2 montre l'embase d'une baguette brachiale classique et les figures 6 à 8, des tronçons très caractéristiques de baguettes brachiales de pluteus appartenant vraisemblablement à une même espèce, peut-être à *Echinobrissus scutatus* d'Orb., l'Échinide le plus commun dans l'Oxfordien de Villers ([4]). C'est également à la partie basale de squelettes de pluteus qu'il faut attribuer les vestiges des figures 3 à 5. La taille et la disposition des parties ajourées du tronçon de baguette de la figure 9 montrent qu'il s'agit d'un fragment d'un long piquant embryonnaire d'un stade correspondant à un très jeune oursin. Le piquant embryonnaire (*embryonal spine* de Mortensen) de la figure 10 est entier, de même que le piquant primaire (*primary spine* de Mortensen) de la figure 11. On sait que les deux types coexistent chez le même individu. Enfin, bien que ne disposant pas d'éléments de comparaison précis, je crois pouvoir considérer la figure 12 comme représentant une des trois valves d'un très jeune pédicellaire. Les types figurés ici sont plutôt rares : les marnes oxfordiennes de Villers m'ont donné, par contre, un bon nombre de plaques ajourées que j'ai attribuées, provisoirement, dans l'ensemble, aux Holothurides, mais parmi lesquelles il en est qui proviennent peut-être d'Échinides ou de Crinoïdes.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Sur la formation des glucosides amers dans les poils glanduleux de certaines plantes.* Note de M. **Jean Politis**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Nous avons communiqué à l'Académie d'Athènes les résultats de nos recherches, suivant lesquelles un principe amer, trouvé par nous dans l'*Erodium malacoides* Willd., se produit dans des glandes externes. La constatation de ce fait nous a incité à entreprendre d'autres recherches visant à trouver le lieu de formation des glucosides amers dans certains composés.

Cnicus benedictus. — Cette plante herbacée renferme un glucoside amer

([4]) J. Raspail, *Feuille des jeunes Natur.*, 31, 1901, p. 195.

dénommé cnicine. La cnicine s'élabore, d'après nos recherches, dans des poils glanduleux, qui se trouvent sur les deux faces de la feuille, sur la tige et sur la face externe des fleurs. La forme et la grandeur de ces poils glanduleux varient un peu suivant l'organe qui les porte et suivant l'âge de cet organe. En examinant au microscope une coupe de la feuille, nous observons spécialement, sur l'épiderme inférieur, de nombreux poils tecteurs, articulés, et de nombreux poils glanduleux, construits sur le type habituel de ceux des plantes de la famille des Composées. Les poils glanduleux des fleurs sont longs, en forme de massue et sont formés de 12 à 13 étages de deux cellules, dont les inférieures, plus étroites, constituent un pédicelle, lequel est attaché à l'épiderme. La production de sécrétion commence avec le soulèvemenl de la cuticule de deux cellules apicales. Puis la cuticule se détache de la partie cellulosique des parois du second étage et ensuite des parois de toutes les cellules sécrétrices. Au moment où la sécrétion est à son maximum, les glandes ont la forme d'un sac ovoïde. Elles sont pleines d'un liquide incolore, réfringent et très amer. Les réactions microchimiques mettent en évidence la présence d'huile essentielle dans ces glandes. La partie interne de la tige et des feuilles, la racine et les parties qui n'ont pas de glandes manquent de principes amers. La cnicine donc se forme exclusivement dans les glandes externes.

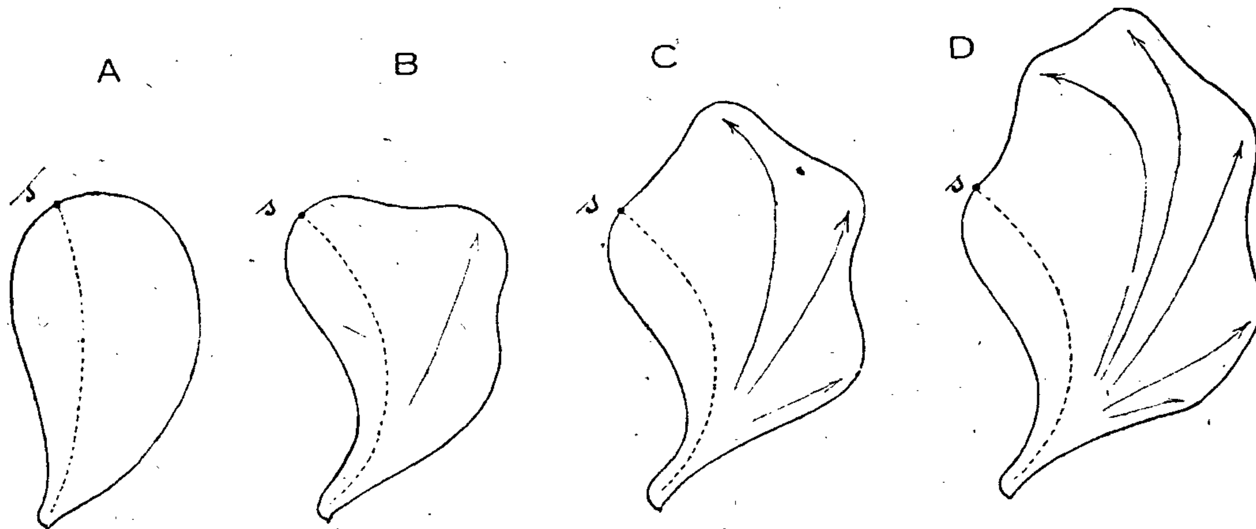
Artemisia Absinthium L. — Cette plante renferme un glucoside amer, l'anabsinthine, de MM. Adrien et Trillat (absinthine de MM. Senger et Bourcet). Cette substance se produit, d'après nos recherches, dans les glandes qui se trouvent sur les deux épidermes de la feuille, sur la tige, sur la face externe des fleurs et sur les bractées. Une coupe de la feuille de cette *Artemisia* montre que les deux épidermes à cellules sinueuses portent des poils tecteurs et des glandes externes. Les poils tecteurs sont pluricellulaires, disposés en forme de T et avec un pédicule de deux à trois cellules. Les glandes sont enfoncées dans des dépressions de tissu épidermique et formées de deux séries verticales de trois à quatre cellules aplaties; elles renferment une huile essentielle. Le produit sécrété, qui s'accumule au-dessous de la cuticule, qui est soulevée et séparée de la partie cellulosique de la paroi des cellules sécrétrices de la glande, est très amer. Le tissu en palissade, qui se trouve en dessous de l'épiderme supérieur et le tissu lacuneux de la feuille, les tissus sous-épidermiques de la tige, la racine et les parties qui n'ont pas de glandes ne contiennent pas de principes amers.

Nous avons constaté la présence de glandes semblables aux précédentes, qui renferment des principes amers et des huiles essentielles dans les espèces suivantes :

Artemisia pontica L., *A. indoviciana* Nutt., *A. maritima* L., *A. tridentata* Nutt., *A. sacrorum* Ledeb., *A. Abrotanum* L., *A. argentæ* (Huk) S., *A. arborescens* L., *A. lina* Berg., *A. sericea* Weber, *A. atra* Willd., *A. splendens* Willd. var. *brachyphyla* Boiss.

MYCOLOGIE. — *La formation des spores anguleuses chez les Agarics rhodosporés.* Note [1] de M. GEORGES MALENÇON, présentée par M. Roger Heim.

Selon la règle commune à toutes les spores d'Hyménomycètes, les goniospores des *Rhodophyllus* débutent par un corps fondamental qui est chez elles un ellipsoïde redressé à base étirée (*fig.* 1, A).



Développement d'une rhodogoniospore longiligne (schématisé). Les flèches indiquent la trajectoire des bosses et le pointillé l'axe dévié de l'ellipsoïde fondamental redressé dont on voit le sommet en *s*.

On a vu [2], dans l'ontogénèse du type *Clypeus*, ce corps fondamental continuer à se développer jusqu'à tenir une place prépondérante dans le volume de la spore, et les gibbosités n'être que des annexes secondaires. Ici, au contraire, il se stabilise assez tôt, demeure par conséquent de taille réduite, et le principal de l'organe adulte est formé par l'ensemble des bosses. Dès que ce corps s'est organisé, et même un peu avant dans bien des cas, des bosses s'indiquent, aux environs de son sommet, sur les faces latérales et ventrale. En cours d'évolution, d'autres apparaissent plus bas; il n'y en a jamais au sommet proprement dit ni sur la face dorsale. Leur expansion est considérable mais, du fait même de leur apparition successive, elle n'est pas simultanée; celles du haut se dilatent les premières puis, les unes après les autres, celles des étages inférieurs.

Cette apparition basipète et quasi individuelle des bosses s'accompagne encore chez elles, à mesure qu'elles se développent, d'un redressement de leur masse, tout à fait comparable à celui du corps fondamental. Si l'on reconstitue alors la trajectoire qu'elles décrivent au cours de l'ontogénèse de la spore, on s'aperçoit qu'elles tirent toutes leur origine de la partie inférieure du corps fondamental, dont elles semblent jaillir individuellement, ou en *vagues* successives.

Il se produit ainsi des dilatations intermittentes, brusques, importantes,

(1) Séance du 1er avril 1946.

(2) G. MALENÇON, *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 425.

qui bouleversent le corps fondamental, dont la face antérieure éclate littéralement sous la poussée d'une suite de lentes explosions. En même temps l'accumulation en position ventrale d'énormes hernies auxquelles rien ne répond à l'arrière ([3]) tend à faire perdre à l'organe son assiette primitive. On le voit alors répondre à ces effets par un remarquable phénomène compensateur; poursuivant au delà des limites habituelles son propre redressement, le corps fondamental opère un renversement par lequel, tout en se prêtant mieux au dégagement des bosses, il rétablit son équilibre menacé. Sa région hilaire s'effile, son dos se cambre, et son sommet rejeté en arrière vient constituer une fausse « bosse dorsale supra-hilaire » (*fig.* 1, B).

De par leur position d'origine, les premières bosses formées sont sub-apicales (*fig.* 1, B); quand surgissent celles qui leur font suite, leur redressement les a fait devenir apicales (*fig.* 1, C). Une troisième poussée donne des bosses qui se soulèvent jusqu'au niveau ventral médian, pendant que celles de deuxième génération passent au sommet et que basculent en position apicodosale celles du début (*fig.* 1, D). Une quatrième et souvent même une cinquième poussée ont lieu, provoquant encore des mouvements analogues, mais d'une ampleur peu à peu décroissante.

Transversalement, chaque étage de la gibbospore est composée de plusieurs bosses divergentes et, suivant que celles-ci sont plus ou moins nombreuses, plus ou moins bien individualisées, qu'elles sont divisées, coalescentes, atrophiées ou hypertrophiées, se trouvent réalisés les multiples aspects que l'on connaît chez ces basidiospores particulières.

Cette description très schématisée exprime l'ontogénèse des rhodogoniospores dans ce qu'elle a de plus marqué et, peut-on dire, de plus parfait. Pareille formule, tout à fait extrême, fournit des spores hautes, longilignes, très échafaudées comme celles des *Claudopus byssisedus*, *Leptonia asprella*, *Lep. euchlora*, etc. Mais, déjà même à l'intérieur de ces espèces, et plus encore ailleurs, elle subit souvent des abattements sensibles qui portent sur le rythme d'apparition des bosses et l'atténuation de leur redressement. Sans y atteindre tout à fait, on arrive alors, avec toutes les transitions et combinaisons imaginables, aux environs du synchronisme et du dégagement plus rectiligne des gibbosités. C'est la formule des rhodogoniospores isodiamétriques (*Entoloma* sp., sp.), opposée à la précédente au sein du type *Rhodophyllus*.

Du point de vue morphogénétique, et considérant la commune origine basale des bosses, leur dilatation indépendante, leur redressement, leur forme et leur importance, on est conduit à envisager qu'elles ne sont pas des hernies banales, mais les sommets d'autant de *corps fondamentaux* jaillis en gerbe redressée de la région hilaire ventrale du premier formé d'entre eux. Les goniospores des *Rhodophyllus* seraient donc des spores composées, une sorte de

([3]) De part et d'autre du plan de symétrie, les bosses s'équilibrent réciproquement.

bouquet d'éléments simples, virtuellement et peut-être originellement distincts, quoique confondus aujourd'hui en une cellule fonctionnellement et morphologiquement unique.

Elles se montrent donc différentes des spores du type *Clypeus*, mais il serait téméraire, en l'état présent des observations, de conclure qu'elles en sont totalement distinctes. Il est seulement curieux de constater que leur ontogénèse n'est jusqu'ici connue que chez des éléments à pigment rose.

MYCOLOGIE. — *Une actinomycose pulmonaire causée par un organisme acido-résistant nouveau,* Actinomyces funduliformis *n. sp.* Note (¹) de MM. **Auguste** et **René Sartory** et **Jean Bouteille**.

La malade est âgée de 47 ans; en mars 1943 elle souffre d'un abcès dentaire avec forte fièvre, on l'opère en avril et l'on retire de la lésion un pus très abondant, caséeux, jaunâtre, mêlé à du sang; le traitement par les sulfamides est institué et l'affection guérit. L'examen du pus avait révélé la présence d'une série de filaments ténus, plus ou moins longs, ramifiés en certains points; l'étude approfondie de l'organisme montre qu'il s'agit d'un *Actinomyces* acido-résistant, très granuleux, thermophile (poussant jusqu'à $+44°$); certains filaments décèlent des formes en saucisses.

Après une année la patiente, en bon état de santé jusqu'en février 1944, commence à tousser et à maigrir; un médecin pose le diagnostic de bronchite chronique, mais, au mois d'avril, d'autres symptômes apparaissent : hémoptysies légères, fatigue générale, sueurs nocturnes; la température oscille entre 37°,5 le matin et 38°,7 le soir. Un spécialiste consulté pose le diagnostic de tuberculose; les examens montrent des éléments acidorésistants nombreux dans les crachats; la radiographie signale une tache sombre étendue à la base du poumon droit; depuis le début de l'affection la patiente a maigri de 11^{kg}; l'état général est mauvais; les deux poumons montrent des cavernes au niveau des sommets. Nous nous proposons de donner ici les caractères généraux de l'organisme.

Dans les crachats, nombreux éléments comparables au *bacille de Koch* isolés ou en courtes chaînettes (2 à 5^{μ} sur $0^{\mu},3$ à $0^{\mu},5$); en outre présence de véritables filaments (10 à 20^{μ} et même 20 à 25^{μ} sur $0^{\mu},4$ à $0^{\mu},5$), montrant en certains points de petites hernies latérales et même des ramifications. L'organisme est très riche en granulations métachromatiques; nous observons fréquemment des éléments en boudins, en saucisses, associés par 3, par 5 ou plus. Présence d'arthrospores en chaînettes.

L'espèce étudiée s'accommode très mal des milieux anaérobies, mais pousse bien en aérobiose; les milieux maltosés, glucosés, saccharosés et mannités lui

(¹) Séance du 1er avril 1946.

sont favorables; aucune culture n'est possible en milieux lévulosés, galactosés et lactosés. La gélatine est liquéfiée; par contre l'organisme n'exerce aucune action sur le sérum coagulé et l'ovalbumine. Il coagule le lait, précipite la caséine et la peptonifie; il ne produit pas de ferments dénitrifiants, ne réduit pas le rouge neutre, donne de l'hydrogène sulfuré et sécrète un pigment noir ébène sur gélose, gélatine, empois d'amidon, et pomme de terre. Son optimum cultural est compris entre + 35° et + 37°.

Les inoculations sous-cutanées et intrapéritonéales avec la culture du parasite déterminent la mort du cobaye (40 jours) et des lapins (70 jours). Les inoculations intrapulmonaires tuent lapins et cobayes en une trentaine de jours. Durant l'évolution de la maladie, les animaux montrent des symptômes marqués : amaigrissement notable, refus de se nourrir, dyspnée forte; hérissement des poils, tristesse, toucher douloureux etc.

L'examen du pus des abcès décèle la présence d'éléments acido-alcoolo-résistants de même forme et mêmes dimensions que le *bacille de Koch*, de formes filamenteuses avec proéminences latérales, d'éléments en saucisses et en massues. Les rétrocultures sont positives.

L'autopsie révèle d'importantes lésions au poumon (foyers hémorragiques, nodules caverneux); le foie, la rate, les reins sont normaux.

L'examen histologique montre des poumons farcis de petits nodules lymphoïdes qui recouvrent presque en totalité le tissu pulmonaire; ces nodules sont bourrés de filaments d'*Actinomyces* souvent renflés en massue (forme de souffrance) ou ramifiés.

Les épreuves de l'agglutination et de la fixation du complément fournissent des résultats positifs.

La malade a été soumise au traitement par la teinture d'iode officinale à doses croissantes durant une période de quatre mois : au cours de cette période la température est tombée et s'est maintenue constamment entre 36°,7 le matin et 37°,2 le soir; le poids a passé de 54 à 68^{kg}.

Par mesure de prudence on a institué durant 2 mois un traitement à l'iodure de potassium (4^{g} par jour pendant 20 jours). Après cette période la malade est cliniquement guérie et ne montre plus de râles, d'essouflement ni de dyspnée.

En considération des propriétés morphologiques, biologiques et biochimiques de l'organisme étudié, nous croyons devoir le ranger dans le groupe des *Actinomycétales microsiphonées, Tribu des Minoræ*. Nous estimons que cette espèce diffère des *Actinomyces* déjà décrits tant par ses propriétés biologiques que par ses caractères morphologiques; par suite de la constance des éléments «en saucisses» trouvés dans les cultures aussi bien que dans les expectorations, nous proposons pour ce microorganisme nouveau le nom *d'Actinomyces funduliformis* n. sp.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur l'huile des graines de* Xanthoceras sorbifolia *Bunge et* Koelreuteria paniculata *Laxm.* (*Sapindacées*). Note de M. **Victor Plouvier**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Les *Xanthoceras* et *Koelreuteria* sont des arbustes ornementaux originaires de Chine qui, à notre connaissance, n'ont donné lieu jusqu'à maintenant à aucune recherche d'ordre biochimique. Aussi nous avons jugé utile de les examiner et nous résumons ci-dessous l'étude de l'huile de leurs graines, réservant pour une publication ultérieure la composition glucidique de leurs différents organes.

A la fin d'août, des fruits de *X. sorbifolia*, secs, déhiscents, pesant en moyenne 25^g, donnent 24 % de leur poids de graines (chaque fruit renferme 7 à 8 graines pesant chacune 0^g,9); 100^g de graines donnent 60^g de téguments ligneux et 40^g d'amandes. La poudre d'amandes perd 5 % de son poids par dessiccation; épuisée ensuite par l'éther de pétrole, elle fournit 52 % d'huile. Celle-ci a été privée des dernières traces de solvant par 30 minutes de chauffage à 80° dans le vide.

L'huile obtenue est très fluide, jaunâtre, décolorable à la lumière, inodore, de saveur huileuse, sans goût spécial. Sa densité est d_{15}^{15} 0,915. Son indice de réfraction, déterminé au réfractomètre Féry, est n_D^{12} 1,471. Elle est difficilement congelable et devient opalescente vers — 18°. Elle a pour indice d'iode (Hübl) 111, pour indice acide 1,2, pour indice de saponification 183.

Elle est insoluble dans l'alcool méthylique à froid et à chaud. Insoluble à froid dans l'alcool éthylique à 96°, elle se dissout un peu en chauffant : par refroidissement, une opalescence dans la goutte d'huile et dans l'alcool indique une solubilité réciproque de ces deux liquides. Elle est soluble à froid dans l'alcool propylique et les termes supérieurs. De même elle est insoluble dans l'acide formique à froid et à chaud, soluble dans l'acide acétique à chaud seulement, soluble à froid dans l'acide propionique et les termes supérieurs (essais faits avec 1 goutte d'huile dans 1$^{cm^3}$ de solvant). Les huiles de maïs, olive, sésame présentent les mêmes caractères de solubilité.

L'huile de *Xanthoceras* donne une coloration rouge brun clair avec l'acide sulfurique, jaune avec l'acide nitrique, brun noir avec le mélange sulfonitrique.

L'acide nitrique avec vapeurs nitreuses provoque sa solidification, d'où la présence probable d'acide oléique. Elle donne la réaction du cholestérol (Liebermann).

Après saponification, il reste 1 % insaponifiable incolore, sur lequel la réaction de Lieberman est particulièrement intense. Repris par l'alcool à 60° bouillant, cet insaponifiable a fourni des cristaux typiques d'un stérol fondant à 158° (rendement, 0^g,05 de stérol brut pour 10^g d'huile). Les acides gras

forment un liquide jaune clair dans lequel apparaissent des cristaux après repos (point de congélation +12°, indice d'iode 118, poids moléculaire moyen 285).

Conservée en flacon bouché, au frais, pendant 1 an, l'huile de *Xanthocera* garde sa fluidité, son même indice d'iode, sa solubilité immédiate à froid dans l'éther et l'éther de pétrole; elle ne présente aucun dépôt. 1^g d'huile, étalée dans un cristallisoir taré de 6^{cm} de diamètre, laissée à la température ordinaire (10-15°) avec agitations fréquentes, n'a pas changé sensiblement de fluidité ni de poids après 8 mois. A 32° il en est autrement : en moins de 6 semaines elle devient visqueuse, son poids augmente de $0^g,07$; elle se transforme peu à peu en une masse solide transparente difficilement soluble dans l'éther de pétrole même à chaud; son indice d'iode est alors très diminué (35).

Mélangée aux aliments, l'huile de *Xanthocera* n'a révélé aucune toxicité chez le Rat; M. Caridroit a bien voulu se charger de cet essai physiologique.

A la fin d'août, des fruits de *Koelreuteria paniculata* secs, déhiscents, pesant en moyenne 1^g, donnent 72 % de leur poids de graines (chaque fruit renferme en moyenne 3 graines pesant chacune $0^g,24$). 100^g de graines donnent 45^g d'amandes contenant 33 % d'eau; des graines sèches fournissent la moitié de leur poids d'amandes sèches. La poudre d'amandes sèches épuisée par l'éther de pétrole a permis d'obtenir 38 % d'huile.

L'huile de *Koelreuteria* est très fluide, d'une belle teinte jaune, inodore, de saveur huileuse, sans goût spécial. Sa densité est d_{15}^{15} 0,9215, son indice de réfraction n_D^{12} 1,474. Elle se congèle à —12°. Elle a pour indice d'iode 90, pour indice acide 0,89, pour indice de saponification 190. Ses solubilités et ses réactions colorées sont les mêmes que pour l'huile de *Xanthoceras*; toutefois, la réaction du cholestérol est à peine perceptible.

Après saponification, il reste 1 % d'insaponifiable incolore qui présente la réaction de Liebermann. Bien que le stérol soit en très faible quantité, il a pu être obtenu par cristallisation dans l'alcool à 96°. Les acides gras forment un liquide jaune d'or qui, après repos, laisse apparaître une masse cristalline importante; celle-ci a été recueillie, purifiée et identifiée à l'acide palmitique (PF 62°).

Un gramme d'huile, étalée dans un cristallisoir taré, laissée à la température ordinaire pendant 6 mois, ne montre pas de changement sensible de fluidité ni de poids. Il en est de même à 32° au bout d'un mois. Il s'agit donc d'une huile non siccative.

En résumé, les deux huiles examinées sont faciles à extraire avec un rendement assez élevé, puisque dans chaque cas 100^g de graines sèches ont fourni environ 19^g d'huile. Elles s'ajoutent aux huiles déjà rencontrées chez les graines d'autres Sapindacées appartenant aux genres *Pappea*, *Paullinia*, *Sapindus*, *Schleichera*, *Ungnadia* etc. Elles pourraient présenter éventuellement un intérêt au point de vue industriel ou peut-être alimentaire.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Étude chimique de* Solanum demissum *Lindl.* Note [1] de MM. **Charles Sannié** et **Jean Dussy**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Solanum demissum Lindl est une solanée originaire d'Amérique du Sud, introduite en Angleterre en 1848. Voisine de la Pomme de terre, elle produit des tubercules de la grosseur moyenne d'une noisette, impropres à la consommation. Son intérêt réside dans le fait que, peu attaquée par le Doryphore, elle sert de géniteur dans les croisements faits avec la Pomme de terre pour obtenir des hybrides résistant au ravageur. A notre connaissance sa composition chimique n'a pas encore été étudiée.

Les plantes utilisées dans nos essais nous ont été fournies au moment de la défloraison. Dès la récolte chaque organe a été épuisé par l'alcool à 70° bouillant, les extraits secs obtenus, repris par un poids d'eau bouillante égal à celui de la matière fraîche dont ils provenaient et les solutions lavées à l'éther.

Analyse biochimique. — Sur une partie de ces solutions une série d'essais biochimiques effectués suivant la technique de Bourquelot, au cours desquels nous avons utilisé, dans l'ordre, l'invertine, l'émulsine et la rhamnodiastase, nous ont donné les résultats suivants :

		Folioles.	Rachis et tiges.	Tubercules.
$\alpha_D^{20°}$ (tube de 40^{cm})	Initial	$-52'$	$+2'$	$-1°, 20'$
	Après invertine	id.	$-14'$	$-2°, 56'$
	» émulsine	id.	id.	id.
	» rhamnodiastase	id.	id.	id.
SR %	Initial	0	100^{mg}	596^{mg}
	Après invertine	id.	184	1087^{mg}
	» émulsine	id.	id.	id.
	» rhamnodiastase	30^{mg}	192	id.

L'invertine est inactive sur la solution provenant des folioles, mais active sur celle provenant des tiges + rachis et des tubercules. Les indices de réduction enzymolytique (nombre de milligrammes de SR formé, exprimé en glucose, pour un changement de déviation de 1° lu au tube de 2^{dm}, sont respectivement de 630 et de 611, c'est-à-dire voisins de celui du saccharose qui est de 604. On peut donc penser que ce sucre existe dans les extraits et que son taux est voisin de 80^{mg} ($79^{mg},80$) pour 100^g dans les tiges et les rachis, et de 933^{mg} pour 100^g dans les tubercules.

---

(1) Séance du 1 avril 1946.

L'émulsine, agissant après l'invertine, est inactive dans tous les cas.

La rhamnodiastase, inactive sur les extraits des tubercules, est active sur ceux des folioles. Le faible changement de déviation observé ne permet pas de calculer d'indice de réduction enzymolytique, mais on peut penser à la libération d'un holoside réducteur très peu actif sur la lumière polarisée, ce qui est d'ailleurs confirmé par le fait que si, *après avoir détruit la rhamnodiastase par chauffage*, on fait agir à nouveau l'émulsine sur les extraits; cet enzyme, qui initialement était inactif, provoque un changement de déviation vers la gauche et une augmentation du sucre réducteur (essai sur tige et rachis : ΔSR = 20^{mg}; $\alpha_D^{20^\circ}$ 4'; essais sur folioles : ΔSR = 68^{mg}; $\alpha_D^{20^\circ}$ 14').

Les indices de réduction enzymolytique, qui sont respectivement de 600 et 582, ne correspondent pas à ceux de β-holosides étudiés.

Extraction et identification du rutoside. — Les extraits aqueux restant après prélèvement des quantités nécessaires aux essais biochimiques ont été concentrés à moitié, passés au noir animal et filtrés. Abandonnés au frais, l'extrait provenant des folioles et celui des rachis et tiges ont donné des cristaux jaune verdâtre, qui ont été recueillis et purifiés jusqu'à point de fusion constant (au bloc Maquenne 200°). Le mélange des deux séries de cristaux n'ayant pas amené de changement du point de fusion, nous avons pensé qu'ils étaient identiques et mélangé les deux fractions.

Le corps ainsi isolé se présente sous forme de cristaux vert pâle. Séchés dans le vide à 110°, ils perdent 10,35 % d'eau, qu'ils reprennent par exposition à l'air. Ils fondent instantanément au bloc Maquenne à 200° (rutoside 202°); point de fusion au tube 189-191° (rutoside 188-192°). Le pouvoir rotatoire est voisin de $\alpha_D^{20^\circ}$ −33° dans l'alcool à 50° (α = 20', p = 0^g,05, l = 4, v = 20$^{cm^3}$) (rutoside — 36°).

La vitesse d'apparition du produit de dédoublement est de 9 minutes dans l'essai chronométrique de Charaux (rutoside, 10 min.).

Hydrolyse sulfurique. — 0^g,050 de produit hydraté chauffé à l'ébullition avec 25$^{cm^3}$ d'acide sulfurique à 3 % pendant deux heures ont fourni 0^g,026 d'aglucone, soit 52 % (rutoside 50,9 %), fondant au bloc Maquenne à +317° (quercétol +318°) et 27^{mg} d'un mélange de sucre réducteur exprimé en glucose, soit 54 % (le rutoside donne en théorie 51,8 %) dont le pouvoir rotatoire est de α_D +37° (α = 6'; p = 0,027^g; l = 4); v = 40$^{cm^3}$; un mélange équimoléculaire de glucose et de rhamnose correspond à + 32°.

En conclusion les parties aériennes de *Solanum demissum* renferment à côté du saccharose un hétéroside, que nous avons obtenu à l'état cristallisé et qui n'est autre que le rutoside.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Loasacées. Développement de l'embryon chez le* Loasa lateritia *Gill.* Note de M. **Pierre Crété**, présentée par M. René Souèges.

Les lois du développement sont comparables à celles qui président à l'édification de l'embryon chez les Solanacées [1].

La tétrade linéaire provient de la segmentation transversale des cellules *ca* et *cb* du proembryon bicellulaire (*fig.* 1 à 3). Les deux éléments supérieurs de la tétrade, *l* et *l'*, fournissent les quadrants, soit en se divisant tous deux longitudinalement (*fig.* 4), soit par cloisonnement transversal de l'un, division longitudinale de l'autre (*fig.* 5 à 7). Par suite, les octants sont généralement disposés en deux étages (*fig.* 8, 9); parfois, *l* ou bien *l'* sont constitués par deux dyades superposées. Pendant ce temps, les éléments provenant de la cellule basale *cb* se cloisonnent transversalement, la cellule *ci* en premier lieu, généralement; c'est le cas dans l'embryon à douze cellules, figuré en 9. La cellule *m* se divise aussi, parfois rapidement (*fig.* 5), plus souvent après *ci*, en deux éléments superposés, *d* et *f*.

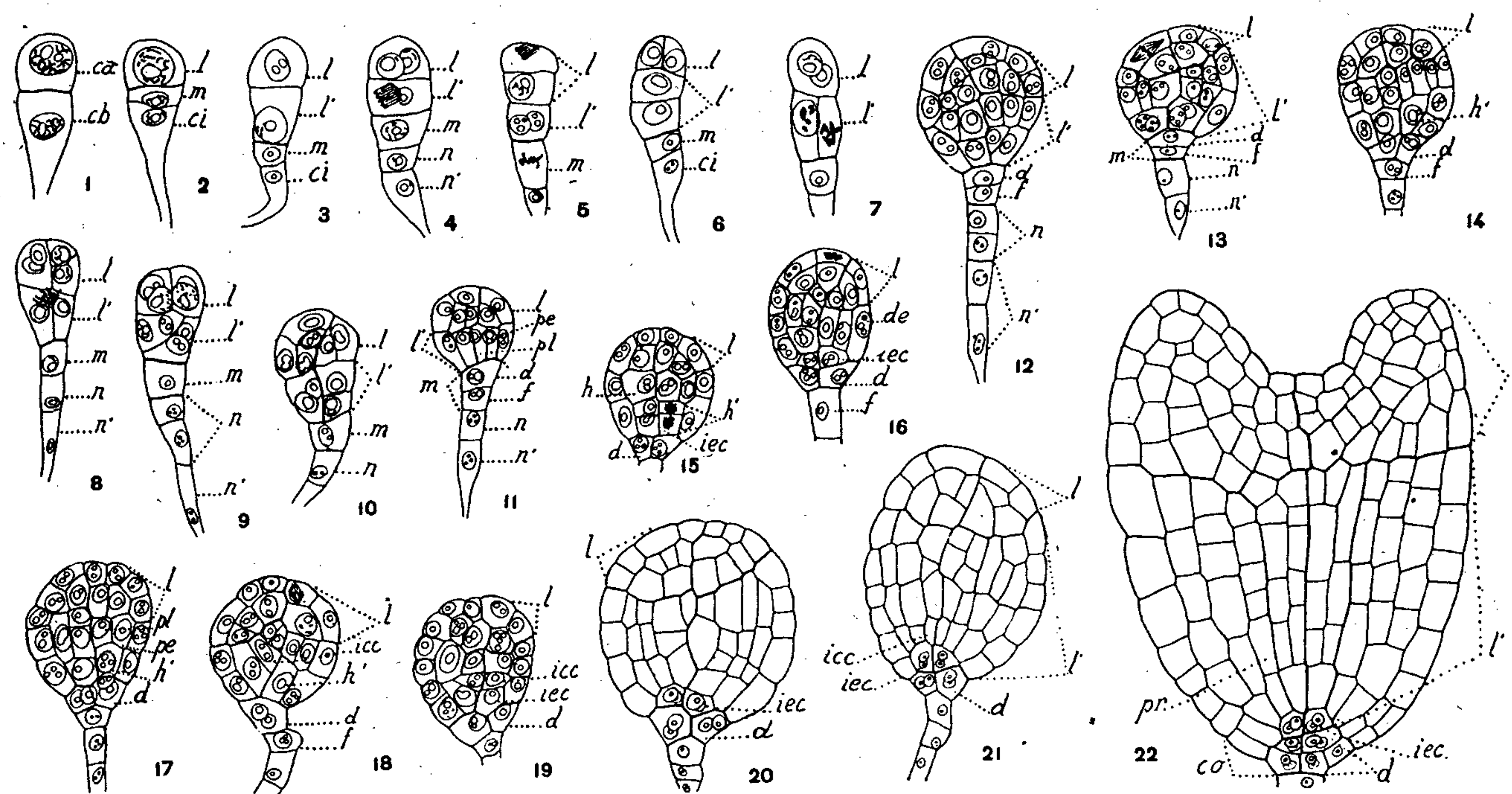


Fig. 1 à 22. — *Loasa lateritia* Gill. — Les principaux termes du développement de l'embryon. *ca* et *cb*, cellule apicale et cellule basale du proembryon bicellulaire; *l* et *l'*, cellules-filles de *ca* ou groupes cellulaires qui en dérivent, génératrices des parties cotylée et hypocotylée; *m* et *ci*, cellules-filles de *cb*; *d* et *f*, cellules-filles de *m*; *n* et *n'*, cellules-filles de *ci*; *de*, dermatogène; *pe*, périblème; *pl*, plérome; *h* et *h'*, premières cellules intérieures superposées de la partie hypocotylée; *iec*, initiales de l'écorce; *icc*, initiales du cylindre central. G. : 300.

Dans les octants supérieurs les cloisons sont normalement périclines, isolant d'emblée

(1) R. Souèges, *Comptes rendus*, 170, 1920, pp. 1125 et 1279; *Bull. Soc. bot. Fr.*, 69, 1922, pp. 163, 236, 352 et 555.

le dermatogène (*fig.* 10 et 11 à droite); mais, parfois, elles sont anticlines, à direction horizontale (*fig.* 10, 11, 16 à gauche) et le dermatogène, dans ce cas, ne se trouve individualisé qu'aux divisions suivantes.

Dans les octants inférieurs, le dermatogène se différencie presque toujours par formation de parois tangentielles (*fig.* 11). Des cloisons longitudinales ou transversales apparaissent ensuite dans les cellules intérieures. Les premières parois, dans les octants, peuvent être aussi tout d'abord transversales (*fig.* 10 à d. et 13 à g.), bientôt suivies de cloisons longitudinales. Au terme de ces cloisonnements, l'étage *l'* apparaît divisé en deux assises (*fig.* 14, 15). Les cellules intérieures de l'assise inférieure subissent des divisions transversales (*fig.* 15), ou obliques (*fig.* 19 à g.), qui conduisent à la différenciation des initiales de l'écorce, vers le bas, des initiales du cylindre central, vers le haut, comme cela se produit de manière particulièrement nette chez la plupart des Solanacées.

La cellule *d* engendre la partie médiane de la coiffe. Elle produit, par cloisons méridiennes, quatre quadrants qui, en se divisant tangentiellement, isolent deux groupes de quatre éléments superposés (*fig.* 15 à 22). Le groupe inférieur, par une série de cloisons radiales, intervient dans la construction de l'assise la plus externe de la coiffe; le groupe supérieur, par son mode de division tangentielle, fonctionne comme une portion de l'assise calyptrogène. Quant au dermatogène de l'hypocotyle, il contribue, comme chez les Dicotylédones en général, à la formation des parties latérales de la coiffe (*fig.* 22).

Le suspenseur est plus ou moins allongé; il provient en totalité de la cellule *f* et des éléments *n* et *n'*, issus de *ci*.

Par le développement de son embryon, le *L. lateritia* vient se placer dans le 3e groupe de la sous-série **a**, série C, de la première période de la classification embryogénique ([2]), à côté des *Hyoscyamus*; certaines de ses formes s'apparentent également aux *Solanum* classés dans les 5e et 7e groupes de la même série.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Le para-aminobenzoyl-diéthylaminoéthanol antagoniste de son iodométhylate.* Note ([1]) de M. **René Hazard** et Mlle **Élisabeth Corteggiani**, présentée par M. Léon Binet.

Nous avons déjà constaté ([2]) que l'iodométhylation du para-aminobenzoyl-diéthylaminoéthanol (dont le chlorhydrate, utilisé sous le nom déposé de novocaïne, sera désigné ici encore par les lettres P. A. D.) inverse les effets vasculaires de cet ester. Alors que le P. A. D. est en effet vasodilatateur et hypotenseur par suppression du tonus sympathique des vaisseaux, son iodométhylate est sympathomimétique et hypertenseur.

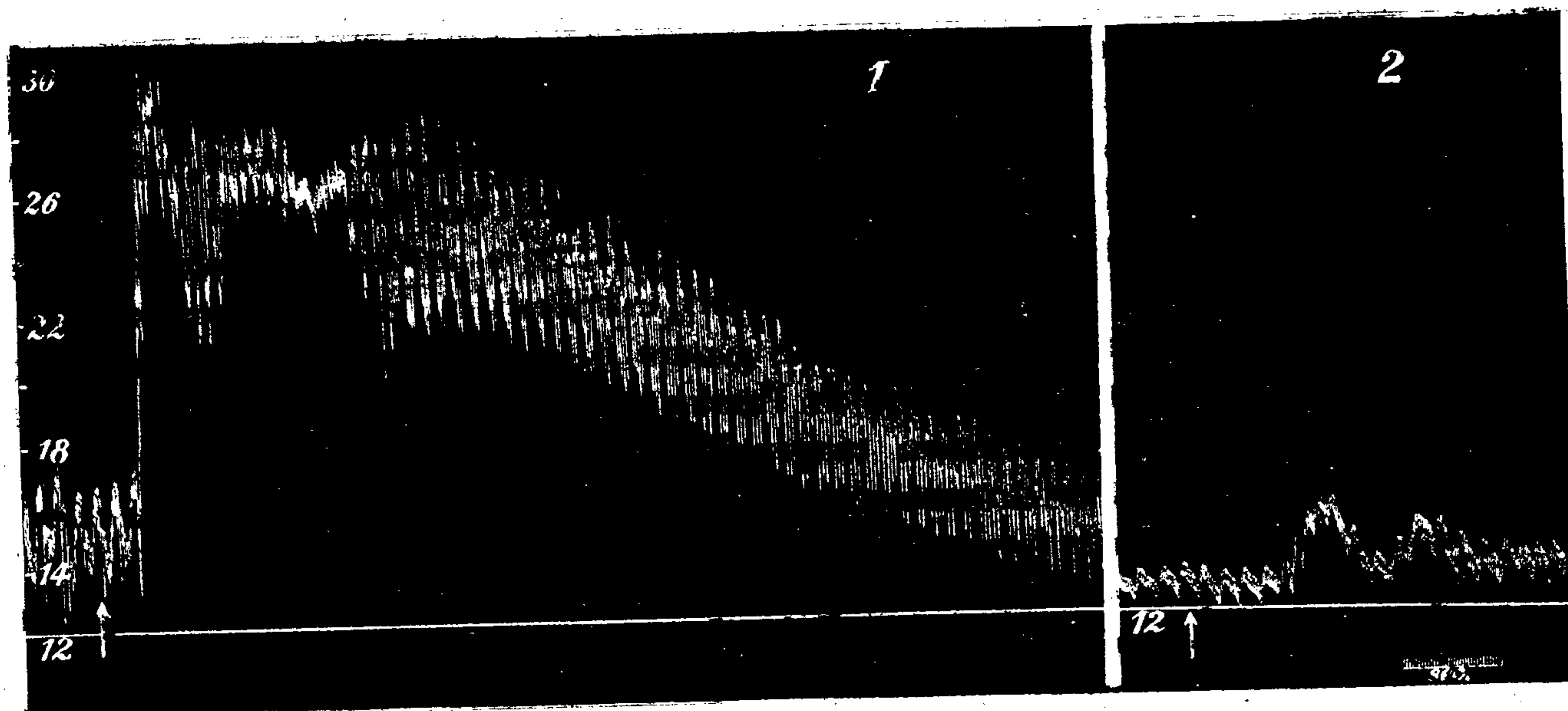
L'opposition des effets de l'un et de l'autre va jusqu'à leur antagonisme : une injection préalable de P. A. D. à dose suffisamment forte empêche d'une manière sensiblement complète l'iodométhylate de produire hypertension et vasoconstriction rénale (*fig.*).

([2]) R. Souèges, *Embryogénie et Classification*, fasc. 2, Paris, 1939.

([1]) Séance du 1er avril 1946.

([2]) *Comptes rendus*, 216, 1943, p. 779.

Cet antagonisme peut s'expliquer d'une manière assez simple : l'iodométhylate se comporte en effet comme un composé nicotinique, c'est-à-dire adrénalinosécréteur et sympathomimétique propre, excitant les ganglions du système nerveux autonome, puis les paralysant (ce qui impose d'ailleurs des précautions expérimentales spéciales quand on veut que ses effets se renouvellent).



Chien ♀ 11kg. Enregistrement de la pression carotidienne. Trait repère de la pression à 12cm, Hg; à droite temps en secondes. En 1, à 17h35, et en 2, à 18h18, injection intraveineuse de 1mg par kilog, d'iodométhylate de para-aminobenzoyl-diéthylaminoéthanol; entre 1 et 2, à 18h12 injection intraveineuse de chlorhydrate de para-aminobenzoyl-diéthylaminoéthanol. (Tracé réduit de moitié.)

Le P. A. D., au contraire, se rapproche de la spartéine, coupant la conduction au niveau des ganglions autonomes qu'il paralyse sans les avoir préalablement excités.

On comprend ainsi que l'iodométhylate ne puisse plus exercer ses effets excitoganglionnaires quand les ganglions sont inhibés par le P. A. D.

La rapide destruction de cet ester injecté par la voie intraveineuse permet à son iodométhylate de renouveler ses effets après un temps convenable. On constate alors que l'hypertension et la vasoconstriction rénale qu'il produit sont nettement plus marquées que lors de la première injection.

Ainsi l'iodométhylation du para-aminobenzoyl-diéthylaminoéthanol engendre un composé dont les effets vasculaires s'exercent dans un sens opposé à celui de cet ester, et sont supprimés par lui.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *La notion d'espèce et la systématique des Grillons.* Note de M. ÉTIENNE RABAUD et Mlle MARIE-LOUISE VERRIER, présentée par M. Louis Fage.

Les systématiciens décrivent, sous le nom de *Gryllus campestris* L. et de *Gryllus bimaculatus* de Geer, deux formes de Grillons dont la répartition

géographique et le comportement seraient assez différents. Le premier serait commun dans toute la France, le second n'existerait que dans les régions méridionales; seul le premier creuserait des terriers.

Lorsqu'on se reporte aux caractères morphologiques invoqués pour séparer ces deux espèces, on est surpris de constater que les chiffres indiquant les limites de la taille de différentes parties du corps chevauchent généralement et que les descriptions présentent bien des points communs. D'ailleurs L. Chopard (1) reconnaît que *Gr. campestris* et *Gr. bimaculatus* sont « tellement voisins que certains individus sont parfois difficiles à identifier ». Franz E. Lutz (2), qui a fait un nombre considérable de mesures, en appliquant la méthode biométrique, conclut qu'il n'existe pas d'entité spécifique dans le genre *Gryllus* qui puisse être démontrée par quelque caractère morphologique. Rehn et Morgan Hebard (3) arrivent à des conclusions analogues. Mais Lutz, James H. C. Rehn et Morgan Hebard s'adressent principalement aux espèces américaines. Il nous a paru utile d'étudier à cet égard les espèces de notre continent et spécialement de la Faune française. Nous nous sommes procuré des exemplaires de *Gryllus desertus* Pall., de *Gr. chinensis* Weber et des formes actuellement rattachées soit à *Gr. campestris*, soit à *Gr. bimaculatus* et provenant de diverses régions (Calvados, Loiret, Auvergne, Aveyron, Alpes-Maritimes). Nous limitons cette Note à l'étude des exemplaires du Calvados et du Loiret, parce que ces régions ne posséderaient que *Gr. campestris*.

Nous avons d'abord mesuré les organes utilisés par les systématiciens : longueur du corps, du pronotum, des élytres, des ailes, de l'oviscapte. Nous avons complété ces données par la mesure d'organes utilisés dans de récents travaux de génétique : hauteur de la face, largeur de la tête, largeur de la partie antérieure du pronotum, largeur de la partie postérieure du pronotum, longueur du fémur et du tibia. Nous avons aussi calculé les rapports de certaines de ces longueurs, ou indices morphométriques, tels que

$$\frac{\text{hauteur de la face}}{\text{longueur du tibia}}, \quad \frac{\text{hauteur de la face}}{\text{longueur des élytres}}, \quad \frac{\text{largeur antérieure du pronotum}}{\text{largeur postérieure du pronotum}}.$$

Nous donnerons le détail de ces très nombreuses mesures dans un Mémoire ultérieur.

Voici les conclusions auxquelles elles permettent d'aboutir. Elles conduisent à ranger les différents individus entre les limites extrêmes indiquées par les systématiciens soit pour *Gr. campestris*, soit pour *Gr. bimaculatus*. Elles présentent cette particularité d'identifier la très grande majorité des individus aux

(1) *La Biologie des Orthoptères*, Paris, 1938, p. 127.

(2) *The variation and correlation of certain taxonomic characters of* Gryllus, Washington, 1908, p. 63.

(3) *Proc. of the Acad. of Nat. Sc. of Philadelphia*, 97, 1915, II, p. 293.

hybrides qui auraient été obtenus par le croisement de *Gr. campestris* et *Gr. bimaculatus*. Le lot du Calvados (13 individus) est remarquable à cet égard. L'indice

$$\frac{\text{hauteur de la face}}{\text{longueur du tibia}}$$

les place tous dans cette catégorie. L'un d'eux, contre toute attente, tend à se rapprocher nettement de *Gr. bimaculatus*. Le lot du Loiret (100 individus) donne des résultats analogues.

Il ne s'agit pas de séries d'hybrides, puisque la forme *bimaculatus* est inconnue dans ces régions, étant étroitement localisée aux régions méditerranéennes. De plus, tous les exemplaires ont été capturés dans des terriers, habitat exclusif de la forme *campestris*. Il apparaît donc que *Gr. campestris* et *Gr. bimaculatus* désignent, non pas deux espèces distinctes, mais deux aspects d'une espèce polymorphe. Le caractère le plus apparent, l'aile caudée de *Gr. bimaculatus* ne mérite pas d'être retenu, puisqu'il existe une variété *caudata* de *Gr. campestris*.

Les différences de comportement permettraient-elles de les opposer avec certitude et d'en faire des espèces physiologiques? Il convient de remarquer que, pour de nombreux Insectes, le mode de vie est très variable en fonction des conditions du milieu. A titre d'exemple, rappelons que les larves d'Éphémères montrent une étonnante variabilité. En particulier certaines espèces dites typiquement fouisseuses et vivant dans des galeries, s'accommodent fort bien de la vie sous les pierres ou sur un fond sableux. Il est permis de penser que notamment des conditions thermiques et hygrométriques déterminent ou empêchent le creusement du terrier chez les représentants d'une même espèce de Grillons.

Ces constatations se rapportant à des Grillons de la faune française s'accordent avec les conclusions des auteurs américains précédemment cités, qui rattachent toutes les formes du Nouveau Monde à *Gryllus assimilis*, en dépit des variations de la forme et du comportement des individus. Ces auteurs soulignent l'étonnante plasticité de cette espèce.

Ce polymorphisme morphologique et éthologique, que des recherches en cours nous permettront d'approfondir, est à retenir pour une étude d'ensemble de la notion d'espèce.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Les phases de la croissance pondérale du Lombricien* Eisenia fœtida *Sav*. Note de M. **Jean Michon**, présentée par M. Maurice Caullery.

Le Ver du fumier *Eisenia fœtida* Sav. peut être facilement élevé sur du fumier de cheval bien décomposé et maintenu constamment saturé d'humidité, à condition que la température reste comprise entre 15° et 30° environ. A la

température constante de 28°, température remarquablement élevée qui paraît être cependant la température optima, le développement complet, de l'éclosion à la ponte du premier cocon, peut être obtenu en 40 jours.

J'ai étudié, à cette température de 28°, la croissance pondérale d'individus isolés, pesés à intervalles réguliers. Au bout de la première semaine le poids, qui était à l'éclosion de 2^{mg} en moyenne, dépasse 10^{mg}. Cette courte période d'accroissement très rapide correspond au remplissage du tube digestif. Le taux de croissance se stabilise ensuite à une valeur correspondant à un accroissement journalier du logarithme du poids de 0,05, soit à un doublement du poids chaque semaine environ.

Ce taux de croissance, qui définit une première « phase de croissance » [1], s'abaisse brusquement, une quarantaine de jours après la naissance. Cet accident dans la courbe de croissance coïncide exactement avec la première apparition du clitellum, qui, à 28°, atteint en quelques jours son développement complet.

Les individus pourvus d'un clitellum, mais maintenus isolés, ne pondent pas. Ils continuent à croître, durant un mois environ, à un taux beaucoup plus faible que le précédent, pour atteindre un poids maximum voisin de 1^{g}, puis demeurent stationnaires.

Les individus que l'on réunit par deux, dès l'apparition du clitellum, s'accouplent et pondent immédiatement, à un rythme qui peut atteindre un cocon par jour et par individu. Un seul couple m'a fourni, en 3 mois de ponte, plus d'une centaine de cocons, féconds pour la plupart, et il continue à pondre. Au début de la période de ponte, la croissance se poursuit, durant un mois environ, mais le poids maximum (700^{mg} en moyenne) est inférieur à celui des individus isolés et stériles.

L'élevage à la température constante de 18° montre les mêmes phases de croissance qu'à 28°, mais le taux de croissance de la phase immature est plus faible (0,03); la seconde phase s'installe seulement au bout de deux mois et le clitellum se développe beaucoup plus lentement.

La température du milieu représente un facteur des plus importants du développement d'*Eisenia fœtida*. Une température de 8° inhibe totalement l'alimentation, arrête la croissance des jeunes et la ponte des adultes; mais le retour à la température de 28°, après une exposition prolongée à 8°, provoque une reprise immédiate de la croissance à son taux normal.

En résumé, le développement post-embryonnaire d'*Eisenia fœtida* comporte, aux deux températures étudiées compatibles avec la croissance, deux *phases de croissance* bien distinctes, la *phase immature* et la *phase de maturité*, nettement séparées par l'apparition du clitellum, marquant la puberté et caractérisées chacune par un taux de croissance uniforme.

---

(1). Cf. M. Abeloos, *Bull. Biol. France et Belgique*, 78, 1944, p. 215.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Influence de l'éclairement artificiel sur la reproduction et le métabolisme du Serin,* Serinus canaria (*L.*). Note de M. **Léon Vaugien**, présentée par M. Maurice Caullery.

J'ai signalé (¹) que la nidification, la ponte, l'incubation et l'élevage des jeunes pouvaient être provoqués en plein hiver, chez le Serin en repos sexuel, par l'éclairement artificiel continu. Dans de nouvelles expériences j'ai obtenu ce résultat dès le 20 novembre, alors que, dans les conditions de l'éclairement naturel, la reproduction n'a pas lieu avant le mois d'avril.

Le nombre total des œufs d'une ponte artificiellement provoquée ne paraît pas être supérieur à celui d'une ponte normale. Lorsque la ponte, normale ou prématurément induite, est terminée, la femelle entre dans une phase physiologique durant laquelle l'éclairement prolongé se montre incapable de provoquer les manifestations du comportement producteur. C'est au cours de cette phase, que j'appellerai *période réfractaire*, que s'effectue la *mue* du plumage. Il est vraisemblable que les mâles passent par un état physiologique analogue et que l'absence de réaction résulte d'un défaut de réceptivité de la gonade aux stimulines hypophysaires sécrétées sous l'influence de la lumière.

J'ai étudié, durant ces deux périodes du cycle sexuel (période réfractaire et période de réceptivité à la lumière), les réactions des individus à l'éclairement artificiel continu, en observant systématiquement leurs variations de poids. Les phénomènes sont différents chez le mâle et la femelle.

1° *Femelles.* — *a.* Durant la période réfractaire, l'éclairement continu provoque un amaigrissement, suivi d'une stabilisation du poids à une valeur inférieure à sa valeur initiale (diminution de 16^g à 14^g environ). La suppression de l'éclairement provoque une récupération rapide de l'équilibre pondéral initial.

b. Chez la femelle en période de réceptivité, le poids augmente au contraire rapidement en quelques jours sous l'action de l'éclairement (de $18^g,5$ à $21^g,8$ dans une expérience). L'équilibre pondéral se maintient à un niveau élevé, même si l'on empêche la ponte de se produire, soit en enlevant le nid, soit en supprimant l'éclairement.

2° *Mâles.* — En période d'activité génitale comme en période de repos sexuel, l'éclairement artificiel continu se traduit par une diminution très nette du poids. Dans une expérience le poids est passé, en 15 jours, de $19^g,5$ à $17^g,5$, pour se maintenir à cette valeur pendant toute la durée de l'éclairement. Le poids d'équilibre paraît varier en raison inverse de l'intensité de l'éclairement.

L'amaigrissement constaté est dû, chez le mâle comme chez la femelle

(¹) *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 188.

réfractaire, à une fonte générale des réserves du foie, des muscles, du tissu conjonctif. On peut songer à l'imputer à une stimulation de l'activité motrice, ou à un défaut de sommeil. Cependant les individus éclairés ne montrent aucun signe de fatigue; ils manifestent un appétit accru et dorment la nuit. De plus cette interprétation ne saurait rendre compte de la réaction particulière des femelles réceptives, chez lesquelles l'éclairement provoque une augmentation de poids, en dépit de la dépense supplémentaire résultant du travail de construction du nid.

Aussi suis-je porté à attribuer les variations observées dans l'équilibre pondéral à des variations de l'activité thyroïdienne. J'ai constaté que l'administration de poudre de thyroïde provoque chez les Serins un rapide amaigrissement, comparable à celui qui résulte de l'éclairement et détermine également, comme de nombreux auteurs l'ont signalé chez les divers Oiseaux, une mue du plumage.

Mes observations indiqueraient donc d'étroites corrélations, différant suivant le sexe, entre l'activité de la gonade et l'activité thyroïdienne chez les animaux éclairés. Il est vraisemblable que ces corrélations s'exercent par l'intermédiaire des stimulines hypophysaires. Lorsque la gonade est réfractaire, l'éclairement provoquerait une hypersécrétion de gonadostimuline et de thyréostimuline. Lorsque l'ovaire est réceptif et activé, le taux des stimulines serait au contraire abaissé. Le testicule actif aurait une action quantitativement plus faible. Ces corrélations expliqueraient que, dans les conditions normales, la mue, liée à l'hyperthyroïdisme, se produit lors du retour de la gonade au repos et à l'état réfractaire.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Séparation, par dialysoélectrolyse, des globulines contenues dans la sérum-albumine*. Note [1] de M. **Marcel Mazille**.

Il est indubitable que la sérum-albumine préparée par la méthode d'Hofmeister contient une certaine quantité de globulines, qui ne répondent pas à la définition donnée par Hofmeister, puisqu'elles ne précipitent pas par le sulfate d'ammonium à demi-saturation. Il n'est cependant pas douteux que ce sont bien des globulines.

Tiselius [2] l'a prouvé en montrant, par électrophorèse, la présence, dans la sérum-albumine, de molécules dont la mobilité est exactement celle de globulines.

Dans ses essais de purification de la sérum-albumine, Hewit [3] signale,

---

[1] Séance du 25 mars 1946.
[2] *Biochem. J.*, 31, 1937, pp. 313 et 1464.
[3] *Biochem. J.*, 31, 1937, pp. 360 et 1047; 32, 1938, p. 26.

presque en même temps, qu'il la sépare en deux fractions dont l'une, le globoglycoïde, a des propriétés très voisines de celles des globulines.

Tout dernièrement Tayeau et Mme Florentin-Martin (4) démontrent, par la mesure du point isoionique, que la sérum-albumine est bien souillée de globulines.

Enfin, dans un récent travail, Doladilhe (5) démontre non seulement la présence de ces globulines, mais en tire une conséquence inattendue. Cet auteur extrait en effet, de la sérum-albumine, un protéide dont les caractères antigéniques sont exactement ceux de la globuline et constate que la sérum-albumine, débarrassée ainsi de la *totalité* de ces souillures globuliniques, ne manifeste pas *d'activité antigénique*. L'auteur démontre enfin que c'est dans la globuline seule que sont localisés les pouvoirs antigènes et anaphylactiques du sérum sanguin.

Pour enlever ces souillures globuliniques à la sérum-albumine, il faut s'adresser, comme l'a fait Doladilhe (6), à un agent de fractionnement qui précipite la *totalité* des globulines. La suppression de toute activité antigénique du sérum et particulièrement de son pouvoir anaphylactique est un test très sûr de l'absence de globulines.

Rappelons que, dans un travail antérieur (7), nous avons obtenu ce résultat en soumettant le sérum sanguin à la dialysoélectrolyse entre électrodes de plomb et mercure. Il nous a paru intéressant de rechercher si cette méthode est capable de précipiter de la sérum-albumine préparée par le sulfate d'ammonium la *totalité* des globulines et par conséquent d'en supprimer l'activité antigénique.

Nous avons opéré de la façon suivante : A un volume V de sérum de Cheval nous avons ajouté le même volume V d'une solution saturée de sulfate d'ammonium (pH 7). Le précipité (globuline) est recueilli par centrifugation et le surnageant (sérum-albumine) est dialysé jusqu'à ce que l'eau de dialyse ne révèle plus de traces de sulfate d'ammonium.

La sérum-albumine ainsi obtenue est soumise à la dialysoélectrolyse; en quelques minutes l'électrode de plomb est entourée d'un manchon visqueux et jaunâtre (protéine visqueuse) dont les caractères sont ceux des globulines.

Pour déterminer si la séparation est totale et si, par conséquent, la sérum-albumine ne contient plus de souillures globuliniques, nous avons fait appel à la réaction la plus sensible (8), la sensibilisation anaphylactique.

Pour sensibiliser le Cobaye, nous avons emprunté, au lieu de la voie parentérale, la voie sanguine pour laquelle cet animal est sensible à un millionième

---

(4) *Bull. Soc. Chim. biol.*, **27**, VII-IX, 1945, p. 314.
(5) *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 66.
(6) *Annales de l'Institut Pasteur*, **70**, 1944, p. 305.
(7) *Thèse Doctorat ès Sciences*, Montpellier, 1941.
(8) *Thèse Université*, Dijon, 1938.

de gramme de la substance active ([9]). Trois séries de Cobayes sont préparées par injection intracardiaque de $0^{cm^3},5$: la première, de la solution en eau physiologique (NaCl, $8^g,5$ ‰) du manchon visqueux adhérent à l'électrode de plomb; la deuxième, de la solution isotonisée de sérum-albumine avant la dialysoélectrolyse, la troisième, d'une solution isotonique de sérum-albumine débarrassée du précipité visqueux par dialysoélectrolyse.

Trente jours après, chaque Cobaye est éprouvé par l'injection intracardiaque de 1^{cm^3} de la solution isotonique des globulines séparées précédemment par le sulfate d'ammonium ou par le même volume de sérum complet. Les résultats sont les suivants : alors que les deux premières séries de Cobayes, c'est-à-dire celles qui ont été préparées par le précipité visqueux ou par la sérum-albumine non traitée subissent le choc anaphylactique type et mortel, la troisième, qui a été préparée par la sérum-albumine dialysoélectrolysée, ne présente *aucun symptôme de choc anaphylactique*.

Privée du protéide visqueux que lui enlève la dialysoélectrolyse, la sérum-albumine ne manifeste plus d'activité antigénique et ne contient donc plus de globulines ou n'en contient qu'une quantité inférieure au seuil pondéral de la sensibilisation anaphylactique par voie sanguine, qui, dans nos expériences, serait de deux millionièmes de gramme environ par centimètre cube de solution.

En plus de l'intérêt théorique que présentent toutes ces recherches sur les souillures globuliniques de la sérum-albumine, il faut souligner l'intérêt pratique qu'elles sont susceptibles de présenter en clinique, où, comme le signale très justement Mme A. Roche ([10]), on attribue souvent au rapport albumine/globuline une valeur absolue qu'il ne peut avoir lorsque le fractionnement est fait par le sulfate d'ammonium.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Nouvelles données sur les glucides des Algues rouges.* Note de M. **Jean Augier**, présentée par M. Maurice Javillier.

Cinq espèces d'Algues rouges de la famille des Rhodomélacées, *Polysiphonia fastigiata* et *P. fruticulosa* Spreng ([1]), *Vidalia volubilis*, *Halopithys pinastroides* ([2]), *Bostrychia scorpioides* ([3]) renferment, comme glucide à petite molécule, du mannoglycérate de sodium. Le floridoside, *sucre des Floridées*, paraît absent des quatre premières.

([9]) Bordet, *Traité de l'immunité*.
([10]) *C. R. Soc. Biol.*, **121**, 1936, p. 1022.

([1]) H. Colin et J. Augier, *Comptes rendus*, **209**, 1939, p. 1450.
([2]) J. Lamure, *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 246.
([3]) J. Augier, *Bull. Soc. Bot. de Fr.*, **91**, 1944, p. 92.

Chez les Céramiacées, un chimisme analogue à celui de *Polysiphonia* existe également dans *Griffithsia setacea* [3]. Le systématicien s'intéressera donc aux résultats d'une enquête chimique plus étendue, souhaitant qu'elle aboutisse à préparer des glucides cristallisés, donc identifiables sûrement. En cas d'échec, la purification très poussée des extraits (notamment la complète déchloruration) permettra au moins d'employer sans entraves les réactifs biochimiques, et de conclure avec certitude. Cette Note présente les résultats relatifs à huit espèces; dans la troisième et la dernière, H. Colin et Guéguen [4] ont reconnu le floridoside; les autres, à notre connaissance, n'ont pas été examinées à ce point de vue.

1° *Polysiphonia nigrescens* Grev. est, dans ce genre nombreux, l'une des espèces qui présentent un thalle cortiqué, contrairement à *P. fastigiata*. Les exemplaires récoltés à Saint-Malo par M. S. Lami ont livré du mannoglycérate de sodium cristallisé; les eaux mères restent inchangées quand on ajoute un autolysat vieilli de levure basse, actif sur le floridoside, inactif sur le tréhalose comme sur le mannoglycérate. Au moins en hiver, cette espèce ne contient pas le corps fortement colorable sous l'action de $FeCl_3$, signalé dans *P. fastigiata*.

2° *Dasya coccinea*, Ag., autre Rhodomélacée radiaire, contient aussi le mannoside (0,3 % du frais, septembre, Saint-Malo). Il n'est pas accompagné de floridoside, mais d'un corps lévogyre. La majeure partie des glucides est formée d'amidon floridéen, en grains ronds (3-6$^{\mu}$) brunissant par l'iode.

3° *Laurencia pinnatifida*, de la même famille encore, réunit dans ses tissus les deux hétérosides floridéens. En septembre comme en juillet, le mannoglycérate cristallise dans les extraits; ceux-ci, soumis ensuite à la galactosidase, sont hydrolysés; l'indice enzymolytique (350) correspond à l'indice théorique pour le floridoside (342), et le réducteur libéré est identifiable au galactose par son osazone. Le galactoside est plus abondant que le mannoside; toutefois il n'a pas été possible encore de l'obtenir cristallisé.

4° *Halurus equisetifolius* prend place dans les Céramiacées, proche des *Griffithsia*. La plante est assez riche en mannoside, qui cristallise facilement, en sorte qu'on a pu préparer l'acide mannoglycérique et en vérifier les propriétés (fusion vers 89°). Il n'y a pas de floridoside, pas davantage de tréhalose, au moins à la fin de septembre; à cette époque, les cellules sont remplies de petits grains d'amidon.

5° *Calliblepharis ciliata* Kütz est classé parmi les Gigartinales (Rhodophyllidacées). L'extrait laisse cristalliser d'abord un peu de mannoside. Le reste est hydrolysable par la galactosidase : c'est du floridoside, d'après l'indice et la galactosazone. L'Algue ressemble donc à *Laurencia*; elle apparaît toutefois,

---

[4] *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 1668.

au microscope, plus riche que cette derinère en amidon floridéen, à la fin de septembre.

6° *Agardhiella tenera*, Schmitz, est une Solieriacée. Elle n'a donné que très peu de cristaux, dont l'étude physique ne saurait être probante. Ils brûlent avec un foisonnement très marqué, comme le mannoside. Or, dans la liqueur extractive, la levure basse libère du galactose et l'acide sulfurique du galactose *et du mannose*. Cette espèce rentre donc aussi dans le type *Laurencia*, avec trois ou quatre fois plus de floridoside que de mannoside. Il n'y a pas de tréhalose, mais beaucoup d'amidon.

7° *Gracilaria multipartita*, autre Gigartinale, analysée selon les mêmes principes, contient du floridoside comme sucre soluble, sans satellite décelable. On s'est aussi proposé, dans cette espèce, d'étudier chimiquement l'amidon floridéen, visible en petits grains très nombreux dans toutes les cellules (septembre, Le Croisic). Après avoir écarté la gélose, que l'iode teinte en rouge violacé, on attaque facilement l'amidon, d'abord par l'amylase prancréatique, puis par les acides : on obtient du glucose.

8° *Lomentaria articulata* (Champiacées, récoltée en juillet à Saint-Malo, contient du floridoside, reconnaissable à l'indice de réduction enzymolytique et à la galactosazone. Toutefois l'hydrolyse diastasique, légèrement irrégulière, n'exclut pas la présence d'une très minime quantité de satellite. L'eau iodée teinte fortement les tétraspores, mais non les cellules du thalle; c'est le chimisme des *Rhodymenia*.

Les Rhodophycées peuvent donc contenir, en fait de sucres solubles : le floridoside seul; floridoside et tréhalose (*Lemanea*); floridoside avec un peu de mannoglycérate de sodium; ce dernier seul; le mannoglycérate accompagné de polyols, et peut-être de floridoside (*Bostrychia*). La troisième formule est vraisemblablement assez commune chez les Gigartinales. Il faudra décider si la quatrième (mannoside seul) est particulière aux Céramiales, ou si elle existe ailleurs et y possède une signification systématique.

MICROBIOLOGIE. — *Nouvelles recherches sur le pouvoir antiseptique*. Note (¹) de M. **Jacques Risler**, présentée par M. Léon Binet.

J'ai montré (²) qu'il y avait intérêt à *mesurer dans le temps* le pouvoir antiseptique de certains corps simples ou composés, de mélanges ou même de composés d'addition, choisis de préférence en raison de leur faible tension de vapeur.

L'intérêt de cette étude systématique apparaît maintenant avec évidence, depuis que les recherches dans le domaine de l'hygiène s'orientent vers l'utilisation de corps, de mélanges ou de combinaisons ainsi que de composés d'addition à *action durable*, soit qu'il s'agisse d'élaborer des formules destinées au

(¹) Séance du 18 mars 1946.

(²) *Comptes rendus*, **203**, 1936, p. 517; **216**, 1943, p. 850.

conditionnement antiseptique de l'air par exemple, soit que l'on envisage plus simplement la préparation d'éléments anticryptogamiques, antifermentescibles ou insecticides.

L'application de ces formules, destinées au traitement et à la transformation de certaines substances solides, tels que le bois, les tissus cellulosiques ou autres, nous a conduit, avec O. Lamarche, à rechercher si le caoutchouc, matériau plastique idéal, ne pouvait être traité de manière telle qu'on puisse aussi lui conférer des propriétés nouvelles antiseptiques et durables. Mais, autant il est facile d'incorporer des antiseptiques à l'état liquide à des corps doués de capillarité, autant il paraît difficile de maintenir, au sein d'une gomme homogène et compacte, des charges volatiles, qui en réalité s'évaporent aux températures de vulcanisation.

Le but recherché a cependant été atteint, en ajoutant à des mélanges classiques, du type couramment dénommé *gomme pure*, à base de feuille fumée standard, un para-isopropyl-métacrésol sous forme cristalline. Soluble dans la gomme aux températures usuelles de la vulcanisation, ce produit tend ensuite à reprendre sa forme cristalline, dès que le mélange se refroidit. A ce moment, expulsé en surface, il confère, au caoutchouc ainsi traité, des propriétés antiseptiques particulièrement puissantes et durables, dès que l'on atteint un pourcentage déterminé.

La technique de contrôle bactériologique employée a été la suivante :

Sur la surface de trois petits disques de caoutchouc de 7^{mm} d'épaisseur, additionné d'une charge de 20, 15 et 10 % de para-isopropyl-métacrésol, on ensemence une culture de 24 heures de bactérium coli. On laisse en contact pendant 15, 10 et 5 minutes. On réensemence ensuite en bouillon peptoné et on laisse à l'étuve à 37° pendant 24 heures. Des essais-témoins ont été effectués sur un disque de caoutchouc non additionné de para-isopropyl-métacrésol.

Les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous.

Mesure du pouvoir antiseptique IMMÉDIAT *d'échantillons de caoutchouc additionné de para-isopropyl-métacrésol.*

Culture microbienne, *Bactèrium coli.* — Test, caoutchouc, feuille fumée.
Antiseptique, para-isopropylmétacrésol.

Échantillon.	Antiseptique incorporé %.	Temps de contact 15 min.	10 min.	5 min.
1	20	—	—	—
2	»	—	—	—
3	»	—	—	—
Témoin	»	+	+	+
1	15	—	—	—
2	»	—	—	—
3	»	—	—	—
Témoin	»	+	+	+
1	10	+	+	+
2	»	+	+	+
3	»	+	+	+
Témoin	»	+	+	+

Conclusion. — Le pourcentage de la charge nécessaire pour parvenir au seuil du pouvoir antiseptique se situe donc aux environs de 15 %.

Réensemencés sur caoutchouc imprégné au para-isopropyl-métacrésol, le bacille prodigiosus, le bacille diphtérique, le bacille typhique, le staphylocoque et le bacille tuberculeux sont détruits dans des temps sensiblement égaux.

Mesure du pouvoir antiseptique EN DURÉE *du caoutchouc chargé en para-isopropyl-métacrésol à 15% de son poids.*

Culture microbienne, staphylocoque.

	Date des réensemencements.	Temps de contact 5 min.	10 min.
1945	5 août	—	
	4 septembre	—	
	8 octobre	—	
	3 novembre	—	
	10 décembre	—	
1946	3 janvier	—	
	6 février	—	
	5 mars	—	

Conclusion. — Au 212e jour le pouvoir antiseptique continue à s'exercer; l'expérience continue.

MICROBIOLOGIE. — *Nouvelles recherches sur le rôle du complément dans les phénomènes de migration leucocytaire.* Note (1) de M. **Albert Delaunay** et Mlle **Jacqueline Pagès**, présentée par M. Gaston Ramon.

Comme toutes les cellules mobiles, les polynucléaires sont capables d'orienter leurs mouvements amiboïdes dans un sens bien défini afin de se déplacer vers des substances qui les attirent (phénomènes de tactisme positif). Ce déplacement ne peut cependant se produire que lorsque les cellules se trouvent environnées par un milieu convenable. C'est ce que montrent les expériences que nous allons d'abord exposer ici.

Pour examiner les déplacements orientés des cellules, nous avons recours à la technique suivante, utilisée déjà par M. Comandon dans ses films sur la phagocytose.

Des grains d'amidon, isolés extemporanément de la Pomme de terre, sont étalés sur des lames et fixés par dessiccation. Déposons sur des lames ainsi préparées une goutte d'exsudat péritonéal de cobaye riche en polynucléaires (2). Recouvrons ces lames d'une lamelle,

(1) Séance du 1 avril 1946.

(2) Cette technique ne convient que pour étudier le tactisme des polynucléaires. Les mononucléaires, même suspendus dans du sérum sanguin, marquent peu de tendance pour se diriger vers les grains d'amidon.

lutons celle-ci pour éviter la dessiccation et déposons les préparations dans une étuve à 37°. Très rapidement, les leucocytes se dirigent vers les grains d'amidon qui probablement les attirent en libérant dans le milieu ambiant des dextrines solubles. En moins d'une heure un très grand nombre de grains sont sertis par plusieurs leucocytes qui se sont accolés à leur périphérie, se moulant sur eux et prenant ainsi la forme de croissants irréguliers.

Des leucocytes lavés deux fois avec la solution de Ringer, puis repris par le liquide d'exsudat manifestent aussi un tactisme très prononcé vers l'amidon. Mais, lorsqu'ils sont repris finalement par du Ringer, tout tactisme fait défaut. Les cellules, morphologiquement intactes, subissent sur place des déformations pseudopodiques, mais elles ne se meuvent plus.

Le tactisme ne réapparaît que lorsqu'on ajoute au Ringer une certaine quantité de sérum *frais*. Il paraît exister dans le sérum frais une substance indispensable pour que se produisent des déplacements leucocytaires. Cette substance est détruite par un chauffage du sérum d'une demi-heure à 56°; on ne la retrouve pas dans des sérums conservés à la glacière depuis quelques semaines. On inhibe son influence par addition au sérum de venin ou d'ammoniaque etc. Pour toutes ces raisons nous avons admis qu'elle ne se distinguait pas du complément ([3]).

Des recherches récentes nous ont permis d'étendre ces premières observations tout en nous confirmant dans notre opinion.

a. Dans tous les milieux qui ne renferment pas de complément, on ne peut observer aucun tactisme. Par exemple, repris par de l'urine ou de la salive, amenées à un pH physiologique, malgré la teneur en albumine de la salive qui augmente la viscosité du milieu, les leucocytes ne montrent aucune tendance à se diriger vers l'amidon.

b. L'intensité du tactisme des cellules vers les grains d'amidon est fonction de la teneur du milieu en complément. Par exemple, dans un sérum frais de cobaye (sérum riche en complément) dilué 20 fois avec du Ringer, le tactisme est encore net. Il fait au contraire défaut, pour une même dilution, dans des sérums humains ou de cheval, ou dans le plasma péritonéal de cobaye (milieux relativement pauvres en complément).

Sur les lames où le tactisme fait défaut, il n'est pas rare de rencontrer des polynucléaires placés par le hasard au contact même des grains d'amidon. Même dans ce cas, ils ne s'accolent pas en général aux grains; ils gardent une forme plus ou moins arrondie. Nous croyons que le complément ne se borne pas à rendre possible le tactisme, mais qu'il favorise aussi l'adhésion des cellules au grains d'amidon. On savait déjà que le complément facilite l'accolement des trypanosomes aux plaquettes chez les animaux traités par chimiothérapie, et celui des globules rouges sur les plaquettes. De son côté Bordet pense que le complément augmente l'affinité de contact des germes vis-à-vis des leucocytes.

Il est également possible que, dans l'organisme, le complément favorise la

---

([3]) *Association des Microbiologistes de langue française*. Séance du mois de mai 1945.

([4]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 699.

diapédèse des globules blancs, en permettant à ces cellules, au cours de la margination (premier temps de la diapédèse), de *coller* contre les éléments endothéliaux. Si cette hypothèse est exacte, la diapédèse doit se trouver plus ou moins entravée au cours de tous les phénomènes de choc (choc traumatique, choc anaphylactique) qui s'accompagnent classiquement d'une chute brusque de la teneur du sérum en complément. Cette explication n'est cependant pas valable pour rendre compte de ces modifications de la perméabilité capillaire aux leucocytes dont nous parlions dans une précédente Communication ([4]). Chez nos cobayes intoxiqués par une endotoxine bactérienne ou en état de choc anaphylactoïde (par interaction au sein des tissus de l'antigène et de l'anticorps Forssman), nous n'avons trouvé aucune diminution appréciable du complément, aussi bien que dans le sérum sanguin que dans le plasma inflammatoire prélevé dans la cavité péritonéale.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Aggravation du pyruvisme expérimental chez la Souris par le chlorure de sodium.* Note de Mme **Nadine Dobrovolskaïa-Zavadskaïa** et M. **Vladimir Momsikoff.**

Un syndrome, reproduisant le béribéri expérimental, a été provoqué chez les Souriceaux par des injections sous-cutanées du pyruvate de sodium à 10 % ([1]). Nous examinons dans cette Note l'effet additionnel sur ce syndrome du Na Cl. L'influence propre du chlorure de sodium a été étudiée sur les Souriceaux à l'aide de solution hypertonique ([2]). L'utilisation des Souriceaux jeunes présente cet avantage que l'intervention des modifications préexistentes dans l'organisme devient peu probable. Du moment que, même en tenant compte du poids des animaux, on observe une certaine différence individuelle dans la réaction, nous avons cherché tout d'abord à contrôler sur le même animal l'effet du chlorure de sodium (solution à 5 %) et celui du pyruvate de sodium (solution à 10 %) en les injectant isolément et, quelques jours après, en utilisant une solution combinée de pyruvate à 10 % et de Na Cl à 5 %. Voici les résumés de quelques-unes de ces observations :

1° ♀ *grise de* $14^g,4$. — 12/XI, 15^h, injection de $0^{cm^3},8$ de solution saline; 16^h10^m valse, marche en oscillant un peu, rien de grave; 13/XI, poids $13^g,8$, 12^h, injection de $0^{cm^3},8$ de solution du pyruvate; pas de symptôme marqué; 16/XI, $14^g,6$, 16^h, injection de $0^{cm^3},6$ de solution combinée; 16^h15^m, marche en titubant; 16^h35^m, semble paralysée; 16^h45^m, série de crises convulsives, roule autour de l'axe du corps, hyperextension de la tête; 18^h10^m, bouge encore quand on la touche; 17/XI trouvée morte.

2° ♂ *bl. de* $15^g,8$. — 30/X, 17^h50^m, injection de $0^{cm^3},7$ de solution saline; pas de symptôme; 31/X, poids $16^g,3$, 15^h20^m injection de $0^{cm^3},7$ de solution pyruvique; $16^h,35^m$,

---

([1]) N. Dobrovolskaïa-Zavadskaïa, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 248.

([2]) N. Dobrovolskaïa-Zavadskaïa et V. Momsikoff, *Bull. Acad. Méd.*, **126**, 1942, p. 328.

somnolence, soulève la tête, rien de grave; 7/XI, poids 15g,9, 15h15m, 0cm³,5 de solution combinée; 15h50, valse, ne se sauve pas; 16h30m, plus affaibli; 18h étire les pattes postérieures, ouvre la bouche; 8/XI, trouvé mort et figé.



Attitude des animaux sous l'influence du traitement combiné par le pyruvate et le chlorure de sodium. Les deux animaux ont le ventre mouillé; celui de droite présente, en outre, la bouche ouverte (manque d'air) et les pattes contractées et paralysées.

3° ♂ *ag. dil. de* 16g,8. — 12/XI, 15h, 0cm³,8 de solution saline; 16h, valse, urine beaucoup; 18h, bon état; 13/XI, poids 16g,4; 11h55m, 0cm³,8 de pyruvate; 14h, un peu déséquilibré, somnolent; 16h15m, court; 16/XI, 17g, 16h, injection de 0cm³,6 de solution combinée; 16h15m, ataxie, respire difficilement, soulève la tête et ouvre la bouche, comme s'il lui manquait de l'air; 16h30m, série de crises convulsives, mort.

4° ♂ 58717 *XVII de* 13g,5, 12/XI, 15h, 0cm³,8 de solution saline; pas de symptôme grave; 13/XI, poids 12g,2; 11h45m, 0cm³,8 de solution pyruvique; sauf somnolence, pas de symptôme; 16/XI, poids 12g,5; 16h, injection de 0cm³,6, de solution combinée; 16h43m respire difficilement, roule autour de l'axe du corps, 17h30m, mort.

Ces expériences mettent en évidence une espèce d'addition des effets produits dans l'organisme par le pyruvate et le chlorure de sodium. Ces substances sont beaucoup mieux supportées quand on les administre séparément. Combinées dans une même solution, elles provoquent, avec des doses plus faibles, des symptômes beaucoup plus graves, aboutissant en général à la mort de l'animal. Parmi ces symptômes, le pyruvate est plus spécialement responsable de la somnolence et des phénomènes convulsifs; le chlorure de sodium de la valse (signe de déséquilibre) et de l'incontinence d'urine (voir la figure); les effets paralytiques sont propres aussi bien à l'une qu'à l'autre de ces deux substances ([3]).

([3]) Ce travail a été fait en partie sous les auspices de *l'International Cancer Research Foundation*.

HÉRÉDITÉ PATHOLOGIQUE. — *Sur une anomalie de l'oreille externe chez la Souris. Répartition suivant les sexes.* Note [1] de M. **Nicolas Kobozieff** et Mme **N. A. Pomriaskinsky-Kobozieff**, présentée par M. Maurice Caullery.

Nous avons étudié une anomalie auriculaire récessive, incomplète, d'un phénotype très variable et présentant certaines différences génotypiques. Il nous reste encore à étudier son mode de répartition suivant les sexes.

Avant d'aborder cette étude, nous jugeons utile de rappeler que, dans la distribution des sexes, chez les Mammifères, il existe quatre modes de répartition des anomalies :

1° La répartition est normale et égale dans les deux sexes (1 ♂ : 1 ♀), par exemple chez les souris normales et brachyoures (Kobozieff, 1935).

2° La répartition est inégale dans les deux sexes (1 ♂ : 2 ♀); c'est le cas des souris valseuses japonaises étudiées par Little (1920), le déficit des mâles étant dû à un effet létal.

3° La distribution des sexes s'effectue suivant les formules 0 ♂ : 1 ♀ ou 1 ♂ : 2 ♀, c'est-à-dire qu'on se trouve en présence d'un seul sexe anormal; ceci est dû à ce que l'anomalie elle-même est propre à un seul des deux sexes; par exemple, dans le cas de la cryptorchidie des porcs, où les mâles seuls peuvent présenter cette anomalie (Mac Kenzie et autres). Il s'agit là d'une *limitation sexuelle absolue*, terme proposé par Verschuer (1943).

4° La répartition est inégale, avec prédominance marquée d'un des sexes, répartition dans laquelle la proportion des sujets de l'autre sexe peut varier selon les rapports 2 ♂ : 1 ♀, ou 1 ♂ : 6 ♀. L'exemple est net dans l'espèce humaine, pour la luxation de la hanche, où le nombre des femmes atteintes de cette anomalie est 6 fois plus grand que celui des hommes (cité d'après Lange, 1935). Par contre, dans le cas du pied-bot, les hommes sont atteints dans la proportion 2 ♂ : 1 ♀ (Isigkeit, Mau, Scaglietti).

A ce dernier mode de répartition Verschuer a donné le nom de *limitation relative des sexes*, par opposition à la *limitation absolue*, mais ce mode de transmission n'a cependant pas trouvé, jusqu'à présent, une explication génétique bien précise.

Pour étudier le mode exact de la répartition suivant les sexes, nous avons rassemblé un matériel portant sur 3908 descendants, que nous avons répartis en deux groupes de la façon suivante (voir le tableau).

1° *Série I.* — Descendance normale issue d'un seul type de croisement (*Anorm.*×*Norm.*); les progéniteurs normaux employés n'ayant aucune parenté avec la souche mutante.

Cette descendance, étant normale, est phénotypiquement et génotypiquement homogène.

2° *Série II.* — Descendance issue de tous les autres types de croisements : anormaux entre eux, croisement de retour, progéniteurs de la première génération entre eux etc.

---

[1] Séance du 18 mars 1946.

	Proportion des descendants ♂ et ♀.								
Sére des croisements	I.			II.					
Répartition des descendants	Normaux (N_m).			Anormaux (A_n).			Normaux ($N_m + N_{ov}$).		
	♂	♀	Total.	♂	♀	Total.	♂	♀	Total
Nombres observés	349	296	645	181	105	286	1607	1370	2977
Nombres calculés (Q)	322,5	322,5	645	190,7	95,3	286	1488,5	1488,5	2977
Écart observé (d)	+26,5	−26,5		−9,7	+9,7		+118,5	−118,5	
Écart type $m = \pm\sqrt{Npq}$	±12,69			±7,97			±27,28		
Rapport des deux écarts d/m	2,08			1,21			4,34		
Proportions suivant la formule	1♂:1♀			2♂:1♀			1♂:1♂		

La descendance, dans la *série II*, est composée de deux classes : anormale et normale. Cette dernière étant phénotypiquement homogène, mais génotypiquement hétérogène, on se trouve donc en présence de deux génotypes :

a. *Hétérozygotes*, semblables à la descendance normale de la série I.

b. *Normal overlaps*, se comportant génotypiquement comme des sujets normaux.

Nous constatons que la descendance normale de la *série I*, composée exclusivement d'hétérozygotes, se répartit selon la formule de ségrégation 1 ♂ : ♀ 1; les nombres observés de mâles et de femelles cadrent bien avec cette formule, le rapport des 2 écarts (d/m) étant égal à 2,08. La descendance anormale de mâles et de femelles de la *série II* se répartit selon la formule 2 ♂ : 1 ♀, d/m étant égal à 1,21, ce qui concorde avec la prévision. La répartition des sexes dans la descendance normale de la *série II* est plus rapprochée de la formule de ségrégation 1 ♂ : 1 ♀ (*série I*) que de la formule 2 ♂ : 1 ♀ (*série II*, descendance anormale). En effet, dans le premier cas (1 ♂ : 1 ♀) l'excédent des mâles est moins grand que le déficit de ceux-ci dans le deuxième cas (2 ♂ : 1 ♀). Toutefois, l'excédent des mâles $[(d/m) = 4,34]$ est supérieur au rapport prévu pour deux écarts $[(d/m) \leqq 2]$ et ne cadre pas avec la formule prévue de ségrégation 2 ♂ : 1 ♀. L'excédent notable des mâles dans la descendance normale de la *série II* s'explique facilement par la présence de sujets *normal overlaps*, qui se comportent génotypiquement comme des anormaux. La preuve nous en est donnée par l'examen de la répartition des sexes de la descendance normale de la *série I*, où la descendance est homogène et composée exclusivement d'hétérozygotes.

En résumé, nous avons affaire ici à une mutation récessive incomplète, accompagnée de *limitation relative suivant les sexes* (Cf. Verschuer).

A 16h l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

MM. Jacques Hadamard, Émile Borel, Louis Blaringhem, Ernest Esclangon, Armand de Gramont, Gaston Fayet, Emmanuel de Margerie,

Raymond Jouaust, Pierre Tardi sont désignés pour représenter la France au *Conseil international des Unions scientifiques*, du 22 au 24 juillet 1946, à Londres, dans les locaux de la *Royal Society*.

La séance est levée à 16h30m.

L. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de mars 1946.

Université de Bruxelles. *Recueil de l'Institut zoologique Torley-Rousseau*, publié par Auguste Lameere. Suite des *Annales de biologie lacustre*, Tome VIII, fasc. **1**, 1940 et fasc. **2**, 1941; Tome IX, fasc. **1-2**. Bruxelles, Anciens établissements J. Lebègue et Cie, 1942; 3 vol. 26cm,5.

Sveriges Geologiska Undersökning, Ser. A*a*. N : o **182**, *Beskrivning till Kartbladet Lidköping*, par S. Johansson, N. Sundius, et A. H. Westergård. Stockholm, Kungl. Boktryckeriet. P. A. Norstedt et Söner, 1943; 1 vol. 24cm.

Id. Ser. A*a*. N : o **183**. *Beskrivning iill Kartbladen Visby och Lummelundá*, par G. Lundqvist, J. Ernhold Hede et N. Sundius. Stockholm, Kungl. Boktryckeriet, P. A. Norstedt et Söner, 1940; 1 vol. 24cm.

Id. Ser. A*a*. N : o **184**. *Beskrivning iill Kartbladet Hedemora*, par G. Lundqvist et S. Hjelmqvist. Stockholm, Kungl. Boktryckeriet. P. A. Norstedt et Söner, 1941; 1 vol. 24cm.

Id. Ser. A*a* N : o **185**. *Beskrivning iill Kartbladet Horndal*, par R. Sandegren et B. Asklund. Stockhlom, Kungl. Boktryckeriet. P. A. Norstedt et Söner, 1943; 1 vol. 24cm.

Sveriges Geologiska Undersökning. Ser. A*a* N : o **182**. *Bladet* « *Lidköping* ». I. ö. **34**; — N : o **183**. *Bladet* « *Lummelunda* » VI. ö. **36**; — N : o **184**. *Bladet* « *Hedemora* » III. ö. **30**; — N : o **185**. *Bladet* « *Horndal* ». IV. ö. **30**. 4 planches 76cm,5 × 69cm, au 1/50000.

La nature du transfini, par Thomas Greenwood. Ottawa, Les Éditions de l'Université d'Ottawa, 1946; 1 vol. 25cm,5.

Essais sur la pensée géométrique, par Thomas Greenwood. Ottawa, Les Éditions de l'Université d'Ottawa, 1943; 1 vol. 25cm,5.

Portugaliae Physica. Volume I. 1943-1945. Lisboa, Instituto para a Alta Cultura centro de Estudos de fisica. Faculdade de ciências; 1 vol. 23cm,5.

Annales de géophysique. Tome I. fasc. **3**. Années 1944 et 1945. Paris, Éditions de la *Revue d'Optique théorique et instrumentale*, 1945; 1 fasc. 27cm.

L'agronomie tropicale, publié par le Ministère des Colonies, nos **1-2**. Nogent-sur-Marne, 1946; 1 fasc. 26cm,5.

Powder metallurgy Bulletin, par Paul Schwarzkopf. Vol. I. New-York, Yonkers **2**, 1946; 1 fasc. 23cm.

Antagonismo cancro-sarcoma (*serie liotrope di Hofmeister e teoria, terapia e diagnosi di neoplasmi. Terapia di piorrea alveolare*). *Nuova classificazione delle proteine e dei coloranti istologici. I creduti nucleoproteidi non sono nucleoproteidi, par* Renzo Pucci. Pisa, Arti Grafiche Tornar, 1946; 1 fasc. 24cm (avec un résumé en allemand et en français).

Mathematica. **21**, pp. 45-65. *Table des solutions de la congruence* $x^4+1\equiv 0 \pmod p$ pour $2.10^5 < 9 < 3.10^5$, par A. Gloden. Timisoara, Tipografia Romaneasca, 1945; 1 fasc. 24cm,5.

R. I. Murchisson (1792-1871), par N. S. Chatoky. Moscou, Société des Naturalistes, 1941; 1 fasc. 23cm,5 (en langue russe).

Soil microbiology as a field of science, par SELMAN A. WAKSMANN. Extrait de *Science*. Vol. **102**, n° **2649**, octobre 1945. New Jersey, Agricultural Experiment Station. Rutgers University, 1 fasc. 26cm,5.

Strain specifity and production of antibiotic Substances. V. Strain resistance of bacteria to antibiotic Substances, especially to streptomycin, par SELMAN A. WAKSMAN, H. CHRISTINE REILLY et ALBERT SCHATZ. Extrait de *Proceedings of the National Academy of Sciences*. Vol. **31**, n° **6**, juin 1945. New Jersey Agricultural Experiment Station, Rutgers University, New Brunswick, New Jersey; 1 fasc. 25cm,5.

Strain specificity and production of antibiotic Substances. VI. Strain variation and Production of streptothricin by Actinomyces Lavendulae, par SELMAN A. WAKSMAN et ALBERT SCHATZ. Extrait de *Proceedings of the National Academy of Sciences*. Vol. **31**, n° **7**, juillet 1945. New Jersey Agricultural Experiment Station, Rutgers University, N. J.; 1 fasc. 25cm,5.

Agar-Streak Method for assaying antibiotic Substances, par SELMAN A. WAKSMANN et H. CHRISTINE REILLY. New Jersey Agricultural Experiment Station, Rutgers University, New Brunswick, N. J.; 1 fasc. 28cm.

Standardization of Streptomycin, par SELMAN A. WAKSMAN. Extrait de *Science*. Vol. **102**, n° **2637**, juillet 1945. New Jersey Agricultural Experiment Station, Rutgers University, N. J; 1 fasc. 23cm.

Streptomycin, par SELMAN A. WAKSMAN. Extrait de *The Doctors Talk it over*, 1945; New Jersey Agricultural Experiment Station, Rutgers University, N. J.; 1 fasc. 22cm,5.

Streptomycin-Origin, Nature and Properties, par SELMAN A. WAKSMAN et ALBERT SCHATZ. Extrait de *Journal of the American Pharmaceutical Association, scientific Edition*. Vol. XXXIV, n° **11**, Novembre 1945. New Jersey Agricultural Experiment Station, Rutgers University, New Brunswick, N. J.; 1 fasc. 24cm.

Station centrale suisse de météorologie. Intégrateur d'altitudes. Complément au Mémoire sur la méthode d'intégration des altitudes en aérologie, par JEAN LUGEON. Extrait du *Bulletin technique de la Suisse romande*, n° du 23 août 1941. Lausanne, Édition de la Société du *Bulletin technique de la Suisse romande*, 1941; 1 fasc. 30cm,5.

Die Methoden zur Bestimmung der Wolkenhöhe in Gebirgsländern. Von der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich zur Erlangung der Würde eines Doktors der Naturwissenschaften genehmigte Promotionsarbeit vorgelegt von MAX SCHÜEPP. Zürich, City-Druck Ag., 1944; 1 fasc. 30cm.

Bibliothèque de philosophie scientifique. *Les migrations végétales, par* RENÉ BOUVIER. Paris, Flammarion, 1946; 1 vol. 19cm.

Contribution à l'hydrogénation sélective par le nickel Raney de quelques phénols à chaîne non saturée. Thèse soutenue par M. BERNARD GAUTHIER. Paris, Masson et Cie, 1946; 1 vol. 22cm,5.

Eugène-Louis Bouvier (1856-1944), par LOUIS FAGE. Extrait des *Annales des Sciences naturelles, Zoologie*. 11e série, Tome VI, 1944; 1 fasc. 25cm,5.

Comité national français de géodésie et géophysique. *Mesures de pesanteur exécutées dans le Sud de la France en* 1940. *Étude théorique de l'attraction des couches minces. Application à l'interprétation des anomalies régionales*, par le R. P. PIERRE LEJAY. Paris, 1945; 1 vol. 24cm.

Id. *Mise au point d'un pilier de campagne portatif pour gravimètre Holweck-Lejay. Influence des flexions du pilier sur le résultat des observations au pendule inversé*, par le R. P. PIERRE LEJAY. Paris, 1942; 1 vol. 24cm.

Id. *Mesures de pesanteur exécutées dans le Massif Central* (septembre 1941), par le R. P. PIERRE LEJAY. Paris, 1942; 1 vol. 24cm.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 15 AVRIL 1946.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE CARTAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** signale à l'Académie qu'à l'occasion des fêtes de Pâques la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mercredi 24 avril au lieu du lundi 22.

M. **Albert Demolon** fait hommage à l'Académie de deux Ouvrages, *L'Évolution scientifique et l'Agriculture française*, publié dans la *Bibliothèque de Philosophie scientifique*, et *Croissance des végétaux cultivés*, troisième édition, qui forme le tome II des *Principes d'Agronomie*.

M. **Gaston Julia** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage de M. Paul Dubreil, *Algèbre*. Tome Ier, *Équivalences, opérations, groupes, anneaux, corps*, dont il a écrit la *Préface*.

M. **Maurice Caullery** fait hommage à l'Académie du volume tout récemment paru du Médecin général Constant Mathis, *L'œuvre des Pastoriens en Afrique Noire* (Afrique Occidentale française) (1).

L'auteur retrace, pour toute la période allant de 1896 à 1937, l'œuvre des Médecins coloniaux qui, formés à la recherche à l'Institut Pasteur, ont été étudier sur place les nombreuses endémies meurtrières du continent africain. La période considérée est celle où les connaissances en matière de bactériologie, de parasitologie, de protistologie ont fait les progrès les plus substantiels. Il n'est presque aucune des missions ici rappelées qui n'ait apporté des documents et des résultats d'importance indéniable. Elles sont envisagées séparément dans la première partie de l'ouvrage. Chaque groupe de maladies est ensuite passé en revue dans son ensemble. La dernière partie du volume est consacrée à la pathologie vétérinaire.

Ce livre, écrit de façon très vivante et d'ailleurs, pour une bonne part, vécu par l'auteur, au sens propre du terme, est très solidement documenté et basé sur une abondante bibliographie. Il sera, pour tous les continuateurs de l'œuvre qu'il retrace, une précieuse source d'information. Il met bien en relief la valeur scientifique et humaine d'un grand et méthodique effort français, ayant eu son

---

(1) Paris, Presses Universitaires de France, collection *Colonies et Empires*, n° 2, 1946, in-8°, 580 pages, 32 planches, 1 carte.

centre créateur à l'Institut Pasteur, et le D[r] Mathis n'oublie pas d'évoquer le souvenir de ceux qui en ont été les principaux inspirateurs et animateurs, comme nos anciens Confrères, E. Roux, Alb. Calmette et Félix Mesnil. C'est dans le laboratoire de ce dernier que se sont formés à la recherche presque tous les médecins coloniaux dont les missions et les travaux sont rappelés dans ce volume.

ÉLECTIONS.

Par la majorité des suffrages, M. **Émile Borel** est désigné pour faire partie du Conseil de la Fondation Loutreuil, en remplacement de M. *Robert Bourgeois* décédé.

CORRESPONDANCE.

M. **Henri Devaux** prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats à l'une des places de Membres non résidants nouvellement créées.

MM. **André Gougenheim** et **Georges Poivilliers** prient l'Académie de bien vouloir les compter au nombre des candidats à l'une des places vacantes dans la Section de Géographie et Navigation.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Henri Jacques-Félix. *Une réserve botanique à prévoir au Cameroun : Le sommet des Monts Bambutos* (présenté par M. A. Chevalier).

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats à chacune des places de Membres titulaires du Bureau des Longitudes, vacantes par le décès de MM. *Robert Bourgeois* et *Charles Fabry*.

(Renvoi à la Division des Sciences Mathématiques.)

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les fonctions aléatoires vectorielles de second ordre*. Note (¹) de M. **Michel Loève**, présentée par M. Émile Borel.

Nous donnons ici deux applications (²) de nos résultats. Les fonctions aléatoires (f.a.) considérées sont de second ordre, à valeur moyenne nulle.

I. Propriétés différentielles des courbes aléatoires. — 1. *Relation fondamentale*. — Soit la f.a. $X(\alpha)$ $(\alpha \in A)$, à covariance (³) $\Gamma(\alpha, \beta)$. Supposons que

(¹) Séance du 8 avril 1946.

(²) Le § I a été exposé, en 1945, au Séminaire des Probabilités de M. Maurice Fréchet.

(³) M. Loève, *Comptes rendus*, 220, 1945, pp. 295 et 380.

les dérivées successives, en m.q., $X^{(1)}(\alpha)$, $X^{(2)}(\alpha)$,... existent et sont, pr.-c., non nulles et linéairement indépendantes. On a ([3])

$$\Gamma^{(i,j)}(\alpha, \beta) = \frac{\partial^{i+j}}{\partial\alpha^i \partial\beta^j}\Gamma(\alpha, \beta) = \mathfrak{M}\, X^{(i)}(\alpha)\, X^{(j)}(\beta).$$

Soit $D_n^2(\alpha, \beta) = \| \Gamma^{(i,j)}(\alpha, \beta) \|\, i, j = 1, 2, \ldots n\ (D_n(\alpha, \beta) > 0)$. Introduisons les $\eta_n(\alpha) = Y_n(\alpha)/D_n(\alpha, \alpha) D_{n-1}(\alpha, \alpha)$, où les $Y_n(\alpha)$ s'obtiennent en remplaçant dans les $D_n^2(\alpha, \alpha)$ les $\Gamma^{(i,n)}(\alpha, \alpha)$ respectivement par les $X^{(i)}(\alpha)$. On a aisément :

Les variables aléatoires $\eta_n(\alpha)$ *forment un système orthonormé et*

$$(1)\qquad \frac{d\eta_n(\alpha)}{d\alpha} = -\,a_{n-1}^{\star}(\alpha)\eta_{n-1} + \alpha_n(\alpha)\eta_{n+1} \qquad (n = 1, 2, \ldots).$$

Considérons la f. a. $X(\alpha)$ comme l'ensemble de coordonnées pondérées d'un point, mobile lorsque α varie. Si elle ne peut prendre, pour tout α, qu'un nombre dénombrable de valeurs certaines $x_1(\alpha)$, $x_2(\alpha)$, ..., avec les prob. respectives $p_1(\alpha)$, $p_2(\alpha)$, ...; $p_1(\alpha) + p_2(\alpha) + \ldots = 1$, cette interprétation est facile à concevoir. Dans ce cas on définira l'arc s de la trajectoire (C) par

$$\left(\frac{ds}{d\alpha}\right)^2 = p_1(\alpha)\left|\frac{dx_1(\alpha)}{d\alpha}\right|^2 + p_2(\alpha)\left|\frac{dx_2(\alpha)}{ds}\right|^2 + \ldots = \Gamma^{(1,1)}(\alpha, \alpha),$$

c'est une double extension assez naturelle de la définition de s dans l'espace euclidien N-dimensionnel R_N : N peut être infini et chaque coordonnée est affectée d'un poids. Dans le cas général on est conduit, par ce qui précède, à poser (en prenant la racine positive) $ds/d\alpha = \sqrt{\Gamma^{(1,1)}(\alpha, \alpha)}$. Les relations (1) deviennent (en omettant les α)

$$(2)\qquad \frac{d\eta_n}{ds} = -\,r_{n-1}^{\star}\,\eta_{n-1} + r_n \eta_{n+1},$$

où $r_n = D_1^{-1} . D_{n-1} D_{n+1} D_n^{-2}$ sera la $n^{\text{ième}}$ courbure de (C).

Lorsque, pour chaque $\alpha \in A$, la f. a. $X(\alpha)$ n'a que N valeurs possibles, réelles et d'égal poids on obtient, comme cas particulier de (2), des formules de Frenet pour une courbe certaine dans R_N.

2. *Extensions.* — Prenons maintenant pour $X(\alpha)$ une f. a. *vectorielle*, N-dimensionnelle, de *composantes* $X_1(\alpha)$, ..., $X_N(\alpha)$. Posons

$$X(\alpha)\, X^{\star}(\beta) = \sum_{i=1}^{N} X_i(\alpha) X_i^{\star}(\beta) \qquad \text{et} \qquad \Gamma(\alpha, \beta) = \mathfrak{M}\, X(\alpha)\, X^{\star}(\beta).$$

En prenant pour $X^{(i)}(\alpha)$ l'ensemble $\{X_1^{(i)}(\alpha), \ldots, X_N^{(i)}(\alpha)\}$, on obtient des relations de même forme que ci-dessus; l'interprétation donnée dans le cas uni-dimensionnel se complique, mais il est naturel de définir s de la même façon. L'intérêt de cette extension réside dans le fait que, lorsque $X(\alpha)$ est un vecteur certain réel, on obtient immédiatement les formules de Frenet dans R_N, pour N fini ou

infini. Quoiqu'elle apparaisse ainsi comme une généralisation plus naturelle des courbes certaines, elle n'est pas suffisante car les *courbures* r_n sont toujours certaines et n'ont de sens que dans l'interprétation certaine ci-dessus.

Soit alors la *cofonction aléatoire* de la f. a. vectorielle $X(\alpha)$ définie ainsi $\mathcal{F}(\alpha, \beta)=\sum_{i=1}^{N} X_i(\alpha)X_i^*(\beta)$. Ce n'est plus une fonction certaine comme la covariance, mais une f. a. scalaire à deux paramètres. Les définitions précédentes ainsi que la forme des relations obtenues se transposent pr.-c., mais toutes les quantités qui y figurent sont maintenant aléatoires et, en particulier, au lieu des *courbures* r_n, on obtient des *courbures stochastiques* ρ_n. Dans le cas d'un vecteur certain, on a encore des formules de Frenet certaines, mais, en général, $\mathfrak{M}\rho_n \neq r_n$.

On peut englober en une seule ces extensions. Soit $X_\mu(\alpha)$ une f. a. à deux paramètres $\alpha \in A$, $\mu \in M$. L'intégrale en m. q. (variable d'intégration μ) $\mathcal{F}(\alpha, \beta)=\int_{-\infty}^{+\infty} X_\mu(\alpha)X_\mu^*(\beta)\, dF_\mu(\alpha, \beta)$, remplacera la cofonction ci-dessus; on retrouvera la première extension si $F_\mu(\alpha, \beta)$ est une fonction de μ en escalier, et la deuxième si $X_\mu(\alpha)$ est certaine et $F_\mu(\alpha, \beta)$ convenablement choisie.

II. Analyse harmonique des f. a. vectorielles stationnaires continues en m. q. (st). — Nous avons défini [2] l'intégrale de Stieljes stochastique pour des f. a. de second ordre et avons pu ainsi en faire l'analyse harmonique. Comme cas particulier nous avons obtenu une décomposition harmonique caractérisant les f. a. st. M. Cramér [4] a fait une étude approfondie des corrélations d'un ensemble $X_\mu(\alpha)$ de N. f. a. st. et st. corrélées ($\mu = 1, 2, \ldots, N$). Or notre résultat permet de faire l'analyse harmonique de l'ensemble lui-même; de plus nous faisons varier μ sur un ensemble qui n'est plus nécessairement fini. On peut procéder de plusieurs façons : *a*. les f. a. $X_\mu(\alpha)$ sont st. pour tout μ, ce qui permet de les mettre sous la forme d'une intégrale de Fourier-Stieljes stochastique. En écrivant qu'elles sont st. liées, on voit que les différentielles de Stieljes des f. a. $\xi_\mu(t)$ correspondantes sont mutuellement orthogonales pour des valeurs distinctes de t. L'analyse des corrélations, due à M. Cramér, en est une conséquence pour $\mu = 1, 2, \ldots, N$. *b*. l'ensemble considéré des f. a. est ramené à une seule f. a. (méthode générale) et on lui applique notre résultat rappelé ci-dessus. Plus particulièrement, il suffit d'appliquer le théorème de Khintchine à la f. a. $Y(\alpha; u)=\sum_{i=1}^{N} X_i(\alpha)u_i$, où les u_i sont des quantités arbitraires, pour retrouver les résultats de M. Cramér.

---

[4] M. Cramér vient d'exposer ses résultats (publiés en 1940 dans *Annals of Math.*, **2**, s. 41, p. 215) à Paris. Il a également énoncé un théorème sur les f. a. st., équivalent à celui que nous venons de rappeler et qui s'obtiendrait en transposant en théorie de probabilités les résultats qu'il a publiés en 1942 dans *Arkiv för Mat.*, B, **28**, XII, p. 1.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Extension de deux théorèmes de M. Fejèr.* Note (1) de M. **Jacques Dufresnoy**, présentée par M. Paul Montel.

Théorème 1. — *Soit* $\Sigma a_n x^n$ *une série convergente pour* $|x| < 1$ *et dont la somme* $S(x)$ *tend vers une limite* S *quand* x *tend vers* 1. *Si* $\Sigma n |a_n|^2 < \infty$, *la série* Σa_n *est convergente et a pour somme* S (2).

En effet, si $S_N = a_0 + a_1 + \ldots + a_N$, on a

$$S_N - S(x) = \sum_0^N a_n(1 - x^n) - \sum_{N+1}^{\infty} a_n x^n.$$

On vérifie que $1 - x^n < n(1 - x)$, d'où

$$\left|\sum_0^N a_n(1 - x^n)\right|^2 < (1 - x)^2 \left[\sum_0^N n |a_n|\right]^2 \leqq (1 - x)^2 \sum_1^N n \sum_1^N n |a_n|^2,$$

soit

$$\left|\sum_0^N a_n(1 - x^n)\right| < KN(1 - x) \qquad \text{avec } K = \left[\sum_1^{\infty} n |a_n|^2\right]^{\frac{1}{2}}.$$

D'autre part,

$$\left|\sum_{N+1}^{\infty} a_n x^n\right|^2 \leqq \sum_{N+1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n} \sum_{N+1}^{\infty} n |a_n|^2 < \frac{1}{N(1 - x^2)} \sum_{N+1}^{\infty} n |a_n|^2,$$

soit

$$\left|\sum_{N+1}^{\infty} a_n x^n\right| < \frac{\varepsilon(N)}{\sqrt{N(1 - x)}} \qquad \text{avec } \varepsilon(N) = \left[\sum_{N+1}^{\infty} n |a_n|^2\right]^{\frac{1}{2}}.$$

Il en résulte que

$$|S_N - S(x)| < KN(1 - x) + \frac{\varepsilon(N)}{\sqrt{N(1 - x)}}.$$

Si nous prenons x défini par $1 - x = \varepsilon(N)/N$, il vient

$$|S_N - S(x)| < K\varepsilon(N) + \sqrt{\varepsilon(N)},$$

expression qui tend vers zéro quand N tend vers l'infini. Puisque, dans ces conditions, x tend vers 1, il en résulte que S_N tend vers S, ce qui établit le théorème.

Celui-ci serait encore vrai si x et les a_n étaient complexes, à condition que x tende vers 1 en restant dans un angle d'approximation.

---

(1) Séance du 8 avril 1946.

(2) Ce résultat étend un théorème de Fejèr (*Comptes rendus*, **156**, 1913, p. 46) car, si la série Σa_n est sommable en moyenne et a S pour somme, $S(x)$ existe et tend vers S quand x tend vers 1 (Frobenius).

THÉORÈME 2. — *Si la fonction univalente $f(z) = \Sigma a_n z^n$ établit une représentation conforme du cercle $|z| < 1$ sur un domaine d'aire bornée, les points de la circonférence $|z| = 1$, où la série $\Sigma a_n z^n$ est convergente, sont ceux auxquels correspond un bout premier possédant un point accessible* ([3]).

Ce théorème se déduit du précédent et du théorème d'Abel relatif à la continuité d'une série de puissances en un point du cercle de convergence.

En utilisant une propriété établie dans une Note antérieure ([4]), on en déduit que *la série $\Sigma a_n z^n$ est convergente en tous les points de la circonférence $|z| = 1$, exception faite d'un ensemble de points de capacité extérieure nulle dans le plan.* On peut montrer que la condition d'univalence n'est pas essentielle et que ce dernier résultat est valable pour toutes les séries de puissances dont les coefficients satisfont à la seule condition $\Sigma n |a_n|^2 < \infty$.

Remarque. — Dans le théorème 1, l'hypothèse $\Sigma n |a_n|^2 < \infty$ peut être remplacée par $n |a_n| \to 0$. On obtient ainsi un théorème analogue à celui de Hardy. Il est même possible (mais je ne suis pas parvenu à l'établir rigoureusement) que la condition $n |a_n| \to 0$ puisse être remplacée par la condition $n |a_n|$ borné.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Sur la fragilité de l'aluminium après coulée.* Note ([1]) de MM. **Henri Jolivet** et **Marcel Armand**, présentée par M. Albert Portevin.

L'étude de la fragilité à chaud de l'aluminium renfermant de faibles teneurs en fer et en silicium ne permet pas de mettre en évidence de fragilité notable jusqu'au voisinage du point de fusion du métal pur.

Certaines observations pratiques nous ont cependant montré qu'une fragilité très importante peut exister dans le métal immédiatement après sa solidification jusqu'à des températures beaucoup plus basses.

Nous avons effectué des essais permettant de mettre en évidence cette fragilité directement après coulée.

Le métal liquide, porté à une température de 800°, était coulé dans une petite lingotière métallique prismatique, chauffée préalablement à 650°. Celle-ci

---

([3]) Cette proposition généralise un théorème de Fejèr (*Comptes rendus*, **156**, 1913, p. 46) où l'on suppose que la frontière du domaine est une courbe de Jordan.

([4]) *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 189. Signalons, à cette occasion, que les deux propositions indiquées dans cette Note doivent être énoncées comme suit :

1° Désignons par E_1 l'ensemble des points de $|z| = 1$ auxquels correspondent des bouts premiers possédant comme point principal (accessible ou non) un point donné du plan des w. L'ensemble E_1 a une capacité extérieure nulle.

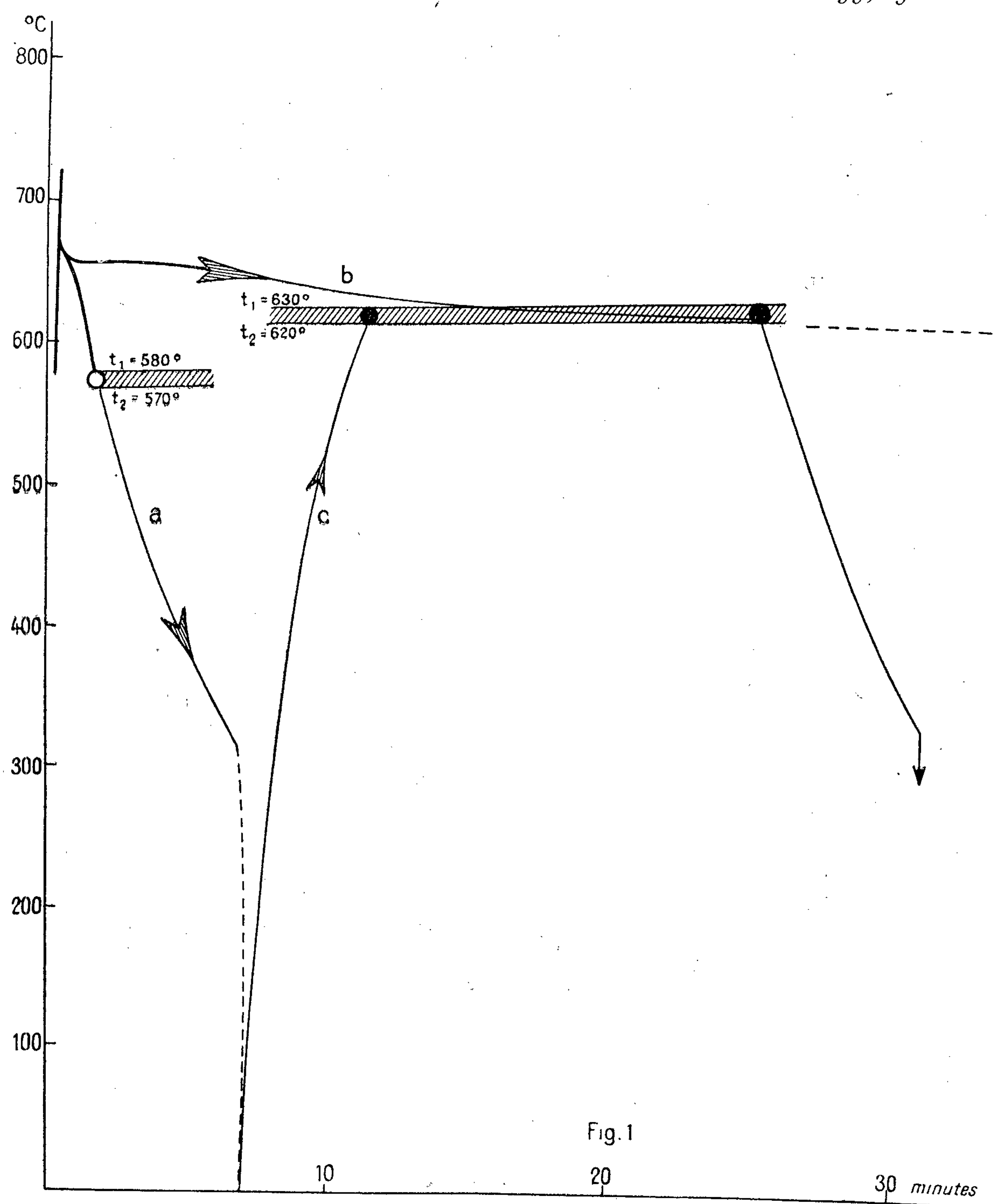
2° Désignons par E_2 l'ensemble des points de $|z| = 1$ auxquels correspondent des bouts premiers ne présentant pas de point accessible ou présentant un point accessible seulement par des chemins non rectifiables. L'ensemble E_2 a une capacité extérieure nulle.

([1]) Séance du 4 mars 1946.

permettait le pliage de l'éprouvette en cours de refroidissement, aux différentes températures, par une articulation à charnière latérale. La fragilité était appréciée par l'aspect de l'éprouvette après pliage à 90°.

Les essais ont porté sur des compositions à teneurs variables en impuretés :

	% en poids		
	Fe.	Si.	Al.
A.................	traces	traces	99,99
B.................	0,17	0,31	99,52
C.................	0,46	0,35	99,19



Courbe *a*, refroidissement rapide à l'air; courbe *b*, refroidissement lent au four; courbe *c*, réchauffage après refroidissement rapide à l'air.

et ont comporté diverses conditions de solidification schématisées dans la figure.

Nous avons constaté que les éprouvettes criquaient au pliage et se rompaient au-dessus d'une certaine température t_1.

Leur fragilité disparaît progresssivement dans un intervalle de température très étroit où elles criquent sans se rompre jusqu'à une température t_2 où elles plient sans aucune crique.

Pour la composition A, les températures t_1 et t_2 sont indépendantes de la vitesse de refroidissement et voisines de 630°.

Pour les compositions B et C, les températures t_1 et t_2 sont les suivantes :

	t_1.	t_2.
Refroidissement rapide *a*................	580	570
» lent *b*................	630	620

Nous avons constaté en outre que les éprouvettes refroidies rapidement jusqu'à la température ambiante, puis réchauffées (courbe *c*), ne présentent plus de fragilité au-dessous de 620°.

L'examen micrographique comparé de ces différentes éprouvettes donne une explication de ces phénomènes. Le métal renfermant une teneur notable en silicium montre en effet, suivant qu'il est refroidi lentement ou rapidement :

dans le premier cas l'aspect de l'eutectique aluminium-fer ($Al\text{-}Al_3Fe$);

dans le second cas l'aspect de l'eutectique aluminium-fer-silicium ($Al\text{-}Al_4FeSi_2$) connu sous le nom d'écriture chinoise.

C'est un processus de ségrégation du silicium qui donne naissance à ce dernier eutectique, dont le point de fusion peut s'abaisser jusqu'à 575° (eutectique ternaire). La disparition de la fragilité au réchauffage est liée à la diffusion et à la mise en solution du silicium, qui s'accompagne d'une coalescence de l'aspect eutectique.

Ces constatations expliquent certains phénomènes de fragilité observés en pratique après coulée de l'aluminium, qui n'avaient pu être reproduits jusqu'ici dans l'étude du métal solidifié.

THERMODYNAMIQUE. — *Loi de variation de la tension superficielle avec la température.* Note de M. **Eddy Mezger**, présentée par M. Paul Langevin.

Formule fondamentale. — Considérons une transformation qui amène une molécule de l'intérieur d'un liquide sur la surface libre. Soient U et A les variations d'énergie interne et d'énergie libre afférentes à une molécule.

La formule de Helmholtz $U = A - T(dA/dT)$ peut s'écrire

$$\frac{A}{T} = -\int \frac{U}{T^2}\,dT + \text{const.}$$

Développant U en série, $U = U_0 + \alpha T + \beta T^2 + \gamma T^3$ et intégrant, on obtient

$$A = U_0 + aT - \alpha T \mathcal{L} T - \beta T^2 - \frac{\gamma}{2} T^3 \ldots \quad \text{et} \quad \frac{dA}{dT} = a - \alpha - 2\beta T - \frac{3}{2}\gamma T^2 - \alpha \mathcal{L} T \ldots;$$

dA/dT est la variation d'entropie. *Admettant qu'au zéro absolu le désordre moléculaire est le même à l'intérieur du liquide et sur la surface libre :* la variation d'entropie est nulle, $dA/dT = 0$. Avec cette hypothèse $\alpha = 0$ et $a = 0$, et il vient

$$U = U_0 + \beta T^2, \qquad A = U_0 - \beta T^2;$$

A est le travail nécessaire pour porter une molécule de l'intérieur du liquide sur la surface libre. Si γ est la tension superficielle et si s est la surface occupée par une molécule sur la surface libre,

$$\gamma . s = A = U_0 - \beta T^2.$$

Si les molécules avaient la même répartition spatiale sur la surface libre et à l'intérieur du liquide, la surface occupée par l'une d'elles sur la surface libre serait égale à $s = r^2$, r étant tel que $v = Nr^3$, v étant le volume occupé par une molécule-gramme et N le nombre d'Avogrado, et par suite

$$\gamma v^{\frac{2}{3}} = (U_0 - \beta T^2) N^{\frac{2}{3}}.$$

Pour tenir compte d'une répartition spatiale différente, j'écris

$$(1) \qquad s = \frac{\left(v^{\frac{1}{3}} - l\right)^2}{N^{\frac{2}{3}}} \quad \text{et par suite} \quad \gamma = \frac{(U_0 - \beta T^2) N^{\frac{2}{3}}}{\left(v^{\frac{1}{3}} - l\right)^2}.$$

On verra que le facteur de correction l se détermine avec précision.

Réduction du nombre des constantes. — 1° La tension superficielle doit être nulle au point critique. Par suite

$$\boxed{\beta = \frac{U_0}{T_c^2}.}$$

La formule fondamentale s'écrira donc

$$\boxed{\gamma = \frac{U_0 N^{\frac{2}{3}} (1 - \theta^2)}{\left(v^{\frac{1}{3}} - l\right)^2},}$$

θ étant la température réduite.

2° Le facteur de correction l doit être tel que les constantes U_0 et β satisfassent rigoureusement à la formule $\beta = U_0/T_c^2$. On applique donc la formule (1) à un même corps à deux températures différentes. L'égalité de U_0/T_c^2 et de β donne alors la valeur de l par

$$l = \frac{v_1^{\frac{1}{3}} - B v_2^{\frac{1}{3}}}{1 - B} \qquad \text{avec } B = \sqrt{\frac{T_c^2 - T_1^2}{T_c^2 - T_2^2} \frac{\gamma^2}{\gamma^1}}.$$

Vérification de la formule fondamentale. — L'application de cette formule à différents corps, benzène, eau, mercure, alcool méthylique, acide acétique,

donne des résultats satisfaisants. Pour l'eau et le benzène, les résultats sont les suivants :

Benzène.

Température (°C).	Tension superficielle. Réelle.	Calculée.	Erreur (%).
0.....	31,70±0,5	31,7	0
20.....	29,02±0,3	29,05	0
30.....	27,70±0,3	27,8	0
50.....	25,08±0,1	25,1	0
70.....	22,52±0,5	22,65	0
100.....	18,78±0,2	18,95	0
150.....	12,86±0,2	12,9	0
200.....	7,41±0,2	7,47	0
250.....	2,66±0,2	2,7	0
270.....	1,08±0,15	1,13	0
280.....	0,42±0,1	0,457	0
285.....	0,14		0
288,5...	0	0	0

Eau.

Température (°C).	Tension superficielle. Réelle.	Calculée.	Erreur (%).
−8...	76,96±0,3	76,83	0
0...	75,64±0,2	75,634	0
10...	74,22±0,05	74,40	+0,25
20...	72,75±0,05	73,03	+0,35
30...	71,18±0,05	71,477	+0,41
40...	69,56±0,05	69,97	+0,59
50...	67,91±0,05	68,307	+0,59
60...	66,18±0,05	66,65	+0,71
70...	64,42±0,1	64,9	−0,67
80...	62,61±0,1	62,7	+0,45
90...	60,75±0,2	61,1	+0,36
100...	58,85±0,2	59,0	+0,45
110...	56,89±0,2	57,1	+0,4
120...	54,89±0,2	54,95	0
130...	52,84±0,3	52,95	0

Présence de la phase gazeuse au-dessus de la surface libre. — On peut, la plupart du temps, négliger la présence de la phase gazeuse au-dessus de la surface libre. Si l'on veut en tenir compte, on est amené à écrire

$$\gamma = (U_0 - \beta T^2) N^{\frac{2}{3}} \left[\frac{1}{\left(v_l^{\frac{1}{3}} - l\right)^2} - \frac{1}{\left(v_g^{\frac{1}{3}} - l\right)^2} \right],$$

v_l et v_g étant respectivement le volume de la molécule-gramme à l'état liquide et à l'état gazeux.

THERMODYNAMIQUE. — *Sur la structure des couches solides minces.* Note (1) de M. **Nicolas Cabrera**, présentée par M. Albert Pérard.

1. L'observation au microscope électronique a permis de constater une structure discontinue des couches solides minces à la température ambiante et pour des épaisseurs inférieures à $\sim 15^{m\mu}$ pour les métaux. La couche présente d'abord des *trous*, et pour des épaisseurs suffisamment faibles on observe des *grains* indépendants. L'apparition de ces structures discontinues est due à la tension superficielle.

2. Soit un volume v_0 de matière déposée par centimètre carré du support. Si elle est étendue d'une manière uniforme, on aura une couche continue d'épaisseur $h_0 = v_0$. La structure stable est celle pour laquelle l'énergie libre est un minimum. L'énergie libre du volume v_0 se compose d'un terme propor-

(1) Séance du 8 avril 1946.

tionnel à v_0, toujours le même, plus un autre proportionnel à la surface et différent d'une structure à l'autre.

L'énergie superficielle peut être estimée facilement. D'abord, dans le cas d'une couche continue, elle est $E_1 = \gamma + \gamma'$ par centimètre carré, γ et γ' étant les tensions superficielles matière-air et matière-support ($\gamma' \leq \gamma$). Supposons maintenant que la couche se compose de n grains par centimètre carré; soit s la surface libre du grain, s' celle en contact avec le support, et h la hauteur des grains. En tenant compte de ce que $ns' = h_0/h$, l'énergie est

$$E_g = n(\gamma s + \gamma' s') = \frac{h_0}{h}\left(\gamma \frac{s}{s'} + \gamma'\right).$$

Dans tous les cas s/s' est > 1; en admettant que ce rapport est indépendant de h, E_g est proportionnel à h_0/h (*fig.* 1). Pour $h_0/h \sim 0$ (n est alors très petit et même < 1), $E_g < E_1$. Pour $h_0/h \sim 1$ (n est très grand), $E_g > E_1$. La structure en trous est l'intermédiaire entre la couche continue et la structure en grains. Soit m le nombre de trous par centimètre carré, r' la surface du trou; alors $mr' = 1 - h_0/h$. Si r est la surface latérale du trou, l'énergie de la couche peut s'écrire

$$E_t = (1 - mr')(\gamma + \gamma') + mr\gamma = E_1 + \frac{h - h_0}{h}\left[\left(\frac{r}{r'} - 1\right)\gamma - \gamma'\right].$$

Pour $r > 2r'$, $E_t > E_1$; en admettant que r/r' est indépendant de h, E_t est proportionnelle à $1 - h_0/h$ (*fig.* 1).

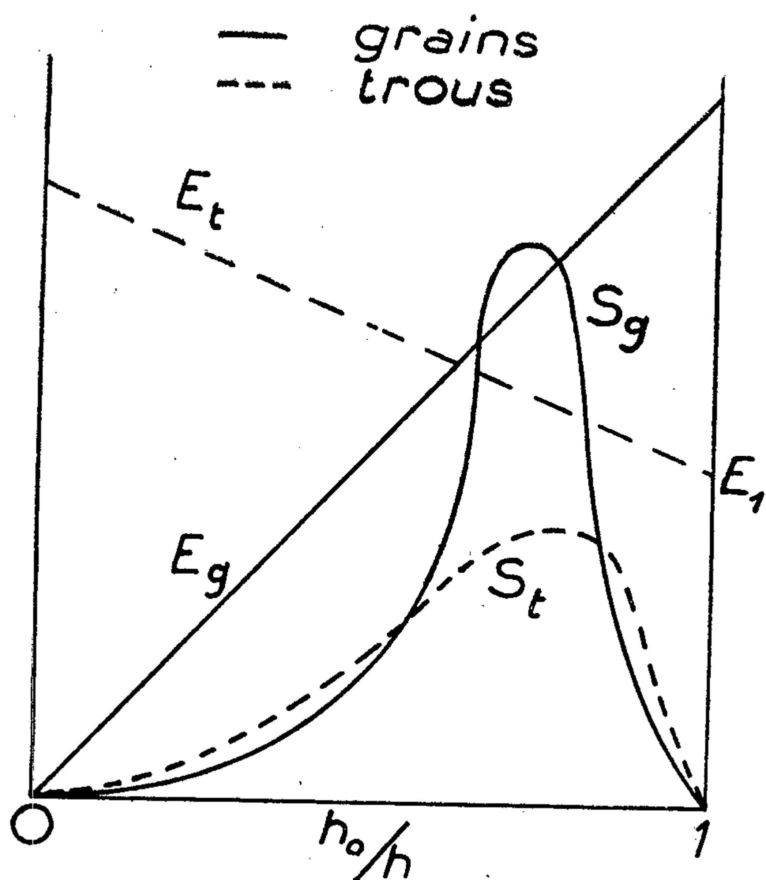


Fig. 1.

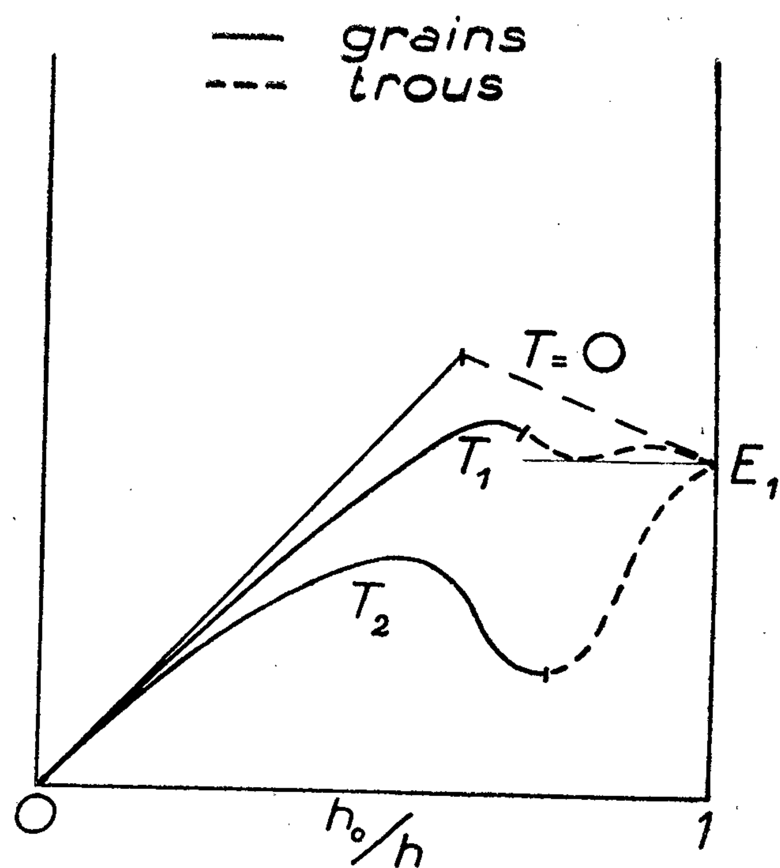


Fig. 2.

L'estimation de l'entropie superficielle est beaucoup plus difficile et elle ne peut être poussée jusqu'au bout, à moins de faire des hypothèses supplémentaires, qui seront discutées ailleurs. L'entropie est d'autant plus grande que le nombre de configurations possibles d'égale énergie est plus grand; ainsi, pour

$h_0/h \sim 0$, le nombre de grains ou de trous étant faible, les entropies correspondantes doivent être petites; par contre, entre 1/2 et 1, l'entropie doit être très grande; finalement pour $h_0/h = 1$ elle doit de nouveau être nulle, parce que les grains et les trous sont de plus en plus coincés. En somme nous devons avoir un maximum entre $h_0/h = 1/2$ et 1 (*fig.* 1).

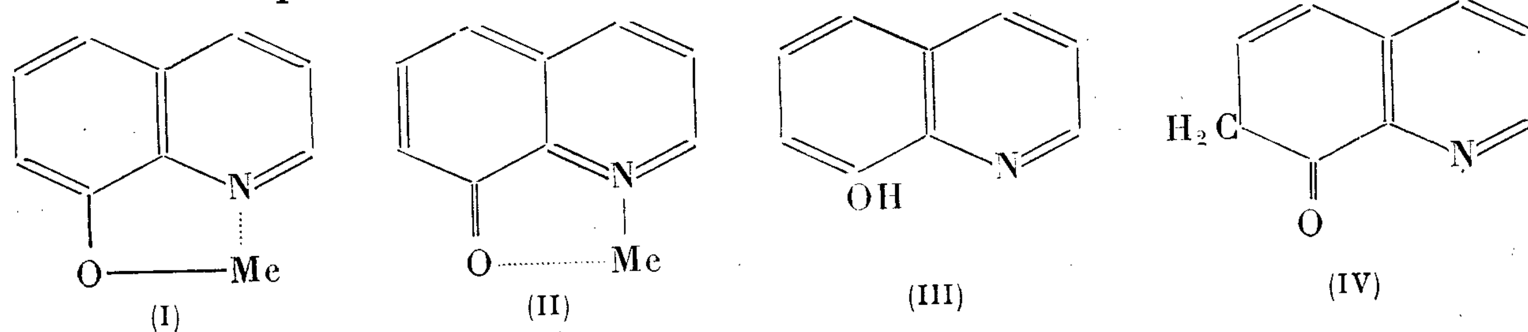
3. L'énergie libre superficielle $F = E - TS$ minimum peut alors être estimée en fonction de T comme paramètre. Pour $T = 0$, la couche continue sera un état métastable, le passage à l'état $h_0/h = 0$, qui correspond à un seul grain avec le minimum de surface, nécessitant une énergie d'activation, se fera avec une vitesse nulle. Pour $T > 0$, plusieurs cas peuvent se présenter. Si l'entropie maximum des trous S_t est plus grande que celle des grains S_g, au-dessus d'une certaine *température critique* T_1, la structure en trous sera plus stable que la couche continue et elle le restera toujours, la structure en grains ne se présentera pas. Si $S_t < S_g$ (*fig.* 2), il y aura une première *température critique* T_1 à partir de laquelle la structure en trous sera plus stable, et une deuxième T_2, à partir de laquelle la stucture en grains remplacera pour toujours la stucture en trous. Si $S_g \gg S_t$, il peut arriver qu'à la température T_1 les grains soient déjà plus stables que les trous, auquel cas ceux-ci ne se présenteront pas. D'autre part, il peut arriver que, pour $T = T_2$, le minimum de l'énergie libre superficielle soit négatif ou positif. Dans le premier cas la structure en grains est plus stable; dans le second, si T_2 est de l'ordre de la température ambiante, ce qui doit être le cas pour les métaux, la vitesse de transformation à l'état le plus stable ($h_0/h = 0$) est probablement négligeable.

Dans tous les cas on déduit que h_0/h ne changera pas beaucoup avec la température; il sera toujours entre 1/2 et 1.

4. Les températures T_1, T_2 sont fonctions croissantes de γ et de h_0. A une température déterminée $T = T_0$, on aura des *épaisseurs critiques* h_{01}, h_{02} pour lesquelles la température T_0 est égale aux températures critiques T_1, T_2; ainsi, dans le cas intermédiaire, pour $h_0 > h_{01}$ on aura une couche continue; pour $h_{01} > h_0 > h_{02}$ on aura une structure en trous, et pour $h_{02} > h_0$ c'est la structure en grains qui apparaîtra.

MAGNÉTOCHIMIE. — *Structure moléculaire des o-hydroxyquinoléates.* Note de M. Maurice Séguin, présentée par M. Paul Pascal.

Les différentes hydroxyquinoléines ne donnent pas toutes des complexes internes métalliques, le phénomène de cyclisation étant subordonné à la dispo-



sition spatiale des atomes et aux directions de leurs valences (théorie de Baeyer).

L'o-hydroxyquinoléine, d'après cette théorie, donnerait des complexes de structure (I) ([1]) avec les métaux monovalents.

Berg ([2]) adopte sans justification cette structure. D'après Niessner ([3]), les sels obtenus seraient bien des complexes internes vu leur insolubilité et leur intense coloration, même si le cation est incolore.

Plus tard, Berg ([4]) hésite entre les structures (I) et (II); de nombreux auteurs adoptent, sans se préoccuper de sa valeur, la structure (I) ([5]).

Par des mesures magnétiques, nous avons montré ([6]) que l'o-hydroxyquinoléine cristallisée présente la structure (III) et qu'en solution cette forme se trouve en équilibre avec un tautomère cétonique (IV). Nous allons montrer que les o-hydroxyquinoléates posséderont la structure (I).

o-Hydroxyquinoléate de magnésium. — Séché à la température ambiante dans un exsiccateur, sa formule est $(C_9H_6ON)_2Mg, 4OH_2$ ([7]). A 120° C., il perd 2^{mol} d'eau ([7]), ([8]) ou serait anhydre, ce que donne un séchage à 130-140° C. ([7]), ([8]), ([9]). Nous avons trouvé :

	10^6K_m calculé (*a*) [structure (I)].	10^6K_m mesuré.	Température de séchage.
$(C_9H_6ON)_2Mg, 4OH_2$.......	—242,2	—243,5	ambiante (à l'exsiccateur)
$(C_9H_6ON)_2Mg, 2OH_2$.......	—216,3	—216,4	100° C.
$(C_9H_6ON)_2Mg$.............	—190,4	—190,6	130° C.

(*a*) D'après la systématique de Pascal.

o-Hydroxyquinoléate de zinc. — Sa formule après séchage à la température ordinaire dans un exsiccateur est $(C_9H_6ON)_2Zn, 2OH_2$ ([10]), ([9]). A 100° C., selon les auteurs, il perdrait 1/2 ou 3/2 mol. d'eau ([10]) ou bien n'en perdrait pas du tout ([8]). Un séchage à 120°-130° le rend anhydre ([10]), ([8]). Nos résultats sont les suivants :

	10^6K_m calculé (*a*) [structure (I)].	10^6K_m mesuré.	Température de séchage.
$(C_9H_6ON)_2Zn, 2OH_2$.......	—219,7	—220,1	ambiante (à l'exsiccateur)
$(C_9H_6ON)_2Zn, 2OH_2$.......	—219,7	—220,2	100° C.
$(C_9H_6ON)_2Zn$..............	—193,8	—194,1	125° C.

(*a*) D'après la systématique de Pascal.

([1]) BARGELLINI et BELLUCI, *Gaz. Chim. ital.*, **53**, 1923, p. 605.
([2]) *Zeits. anal. Chem.*, **70**, 1927, p. 341.
([3]) *Zeits. anal. Chem.*, **76**, 1929, p. 135.
([4]) *Pharm. Zeits.*, **74**, 1929, p. 1364.
([5]) OTÉRO et MONTEQUI, *An. soc. esp. Fis et Chim.*, **33**, 1935, p. 132.
([6]) *Bull. Soc. Chim.* (sous presse).
([7]) BERG, *Zeits. anal. Chem.*, **71**, 1927, p. 23.
([8]) CATTELAIN, *Journ. de Pharm. et de Chem.*, 8e série, **11**, 1930, p. 484.
([9]) NEHRING, *Chem. Zentralblatt*, 1931, II, p. 2360.
([10]) BERG, *Zeits. anal. Chem.*, **71**, 1927, p. 171.

o-Hydroxyquinoléate de cadmium. — Séché à la température ambiante dans un exsiccateur, sa formule est $(C_9H_6ON)_2Cd, 2OH_2$ ([11]), ([8]), ([12]). Selon les auteurs, à 100°C., il devient anhydre ou bien conserve soit $3/2^{mol}$ d'eau ([11]), soit 2 ([8]). Par séchage à 120-130-140°C, il est anhydre ([11]), ([8]). Nous trouvons :

	$10^6 K_m$ calculé [structure (I)].	$10^6 K_m$ mesuré.	Température de séchage.
$(C_9H_6ON)_2Cd, 2OH_2$	−226,2	−226,5	ambiante (à l'exsiccateur)
$(C_9H_6ON)_2Cd, 2OH_2$	−226,2	−226,0	100° C.
$(C_9H_6ON)_2Cd$	−200,3	−200,7	125° C.

La concordance entre les susceptibilités moléculaires mesurées et calculées nous fait attribuer aux *o*-hydroxyquinoléates une structure du type (I). Le diamagnétisme théorique de la forme (II) serait nettement inférieur.

On doit, d'autre part, admettre les degrés d'hydratation suivants :

Température de séchage.	O-hydroxyquinoléates de Mg.	Zn.	Cd.
Ambiante (à l'exsiccateur).........	$4OH_2$	$2OH_2$	$2OH_2$
100°..........................	$2OH_2$	2	$2OH_2$
125°..........................		anhydre	anhydre
130°..........................	anhydre		

L'eau de cristallisation est certainement maintenue par des liaisons très faibles, car l'additivité est respectée, contrairement à ce qu'on enregistre pour les sels alcalino-terreux ([13]).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les propriétés élastiques des fibres textiles.* Note ([1]) de MM. **Pierre Chevenard** et **Georges Champetier.**

Selon les vues actuelles ([2]), les textiles animaux, végétaux ou artificiels sont formés de longues chaînes macromoléculaires réunies par des chaînes latérales ou des liaisons hydrogène dont la solidité détermine la plus ou moins grande extensibilité de la fibre. Dans la kératine : laine, cheveux etc, les longues chaînes du squelette polypeptidique sont repliées régulièrement sur elles-

---

([11]) Berg, *Zeits. anal. Chem.*, 71, 1927, p. 321.

([12]) Wenger, Cimerman et Wyszerwianska, *Microchem.*, 18, 1935, p. 182.

([13]) Brindley et Hoare, *Proc. Phys. Soc.*, 49, 1937, p. 619.

([1]) Séance du 8 avril 1946.

([2]) W. T. Astbury, *Trans. Faraday Soc.*, 29, 1933, p. 193; W. T. Astbury et H. J. Woods, *Phil. Trans.*, 232, 1933, p. 333; K. H. Meyer et L. Misch, *Helv. Chem. Acta*, 20, 1937, p. 234; J. W. Ellis et J. Bath, *J. Amer. Chem. Soc.*, 62, 1940, p. 2859; W. O. Baker et C. S. Fuller, *J. Amer. Chem, Soc.*, 64, 1942, p. 2399; G. Champetier et J. Bonnet, *J. Chim. Phys.*, 40, 1943, p. 217.

mêmes à l'état de repos (kératine α) et peuvent se déplier (kératine β) quand un effort s'exerce : d'où forte extensibilité, d'ailleurs accompagnée d'hystérésis et de réactivité.

Au contraire, les longues chaînes de la soie, de la cellulose, du nylon à l'état étiré etc., se trouvent, même au repos, en état d'extension presque complète et leurs fibres sont bien moins extensibles que les poils animaux.

Si l'on considère la formule chimique développée d'une substance de la deuxième catégorie, du nylon, par exemple (*fig.* 1), on voit les liaisons qui réunissent les groupes CO, CH_2, NH des longues chaînes dessiner un zigzag autour d'une droite moyenne, et l'analogie s'impose avec un ressort formé d'un fil métallique ondulé. Cette analogie conduit à une prévision vérifiable : de même que l'extensibilité réversible du ressort diminue au fur et à mesure qu'il tend vers la forme rectiligne, le module de Young de la soie, de la cellulose, du nylon... doit *croître avec la charge*, à rebours de celui des métaux.

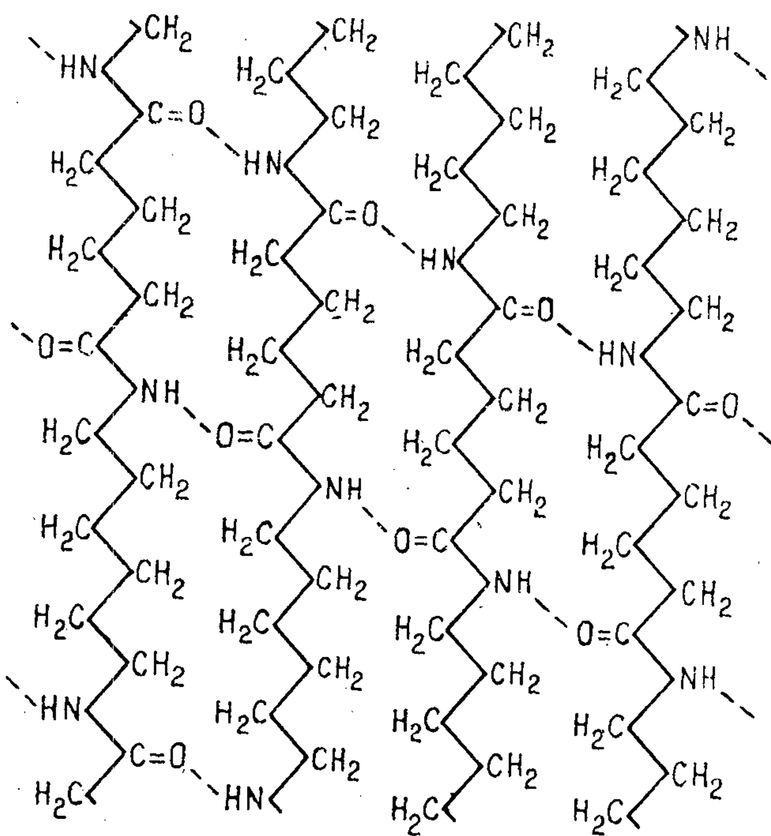


Fig. 1. — Assemblage des chaînes macromoléculaires dans le nylon.

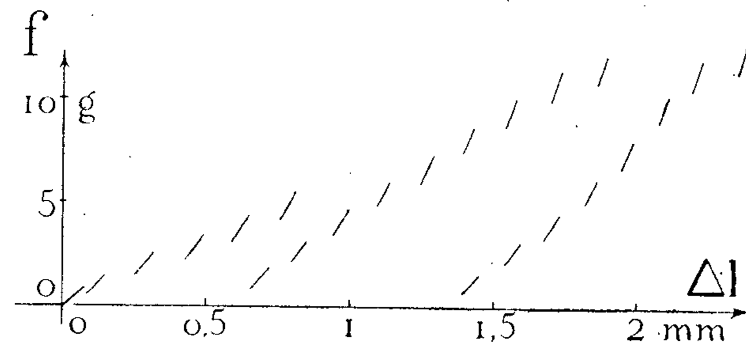


Fig. 2.

La variation prévue du module avec la charge n'apparaît pas clairement sur le diagramme force-allongement (f, Δl) enregistré à la manière usuelle, c'est-à-dire par traction continue poussée jusqu'à rupture. La déformation élastique réversible, en effet, est masquée par la déformation de réactivité et par la déformation permanente. Pour mesurer le module de Young sous charge donnée, il faut, conformément à la définition de M. Bouasse, faire décrire au point figuratif un petit cycle mécanique autour du point correspondant du diagramme (f, Δl), fixer ce cycle par répétition, puis l'enregistrer. La pente moyenne $f' = df/dl$ du petit cycle fixé est proportionnelle au module de Young pour la charge correspondant au centre du cycle.

Cette technique a été mise en œuvre au moyen d'une nouvelle micromachine à enregistrement photographique et à ressort-dynamomètre, construite par l'un de nous pour essayer les fils et rubans métalliques fins et les fibres et fils textiles. On peut choisir à volonté la longueur de l'éprouvette entre 2 et 150^{mm} et la vitesse d'étirage entre 6 et 300 mm/min. L'allongement est amplifié 4 ou 60 fois, selon qu'on utilise le montage direct ou le montage différentiel du trépied optique. Un jeu de douze ressorts à monture interchangeable permet d'ajuster l'échelle dynamométrique à la résistance de l'éprouvette, de telle sorte que la force représentée par la hauteur d'un diagramme, 10^{cm} environ, peut varier de 25^{g} à 40^{kg}. Un amortisseur à huile assure au tracé photographique la vigueur requise pour déterminer avec précision la dérivée f'. Enfin, un dispositif automatique sert à décrire un cycle entre deux valeurs données de la force f; le cycle est répété dix fois afin d'en fixer le parcours, puis il est enregistré au cours d'un onzième trajet.

La figure 2 reproduit les cycles enregistrés avec un fil de nylon à l'état complètement étiré; on voit avec quelle rapidité la pente f' s'élève avec la charge. L'accroissement relatif $\Delta f'/f'_0$ qui atteint 300 % croît presque linéairement avec la *valeur actuelle* de la force (*voir* la figure 3 relative à deux fibres

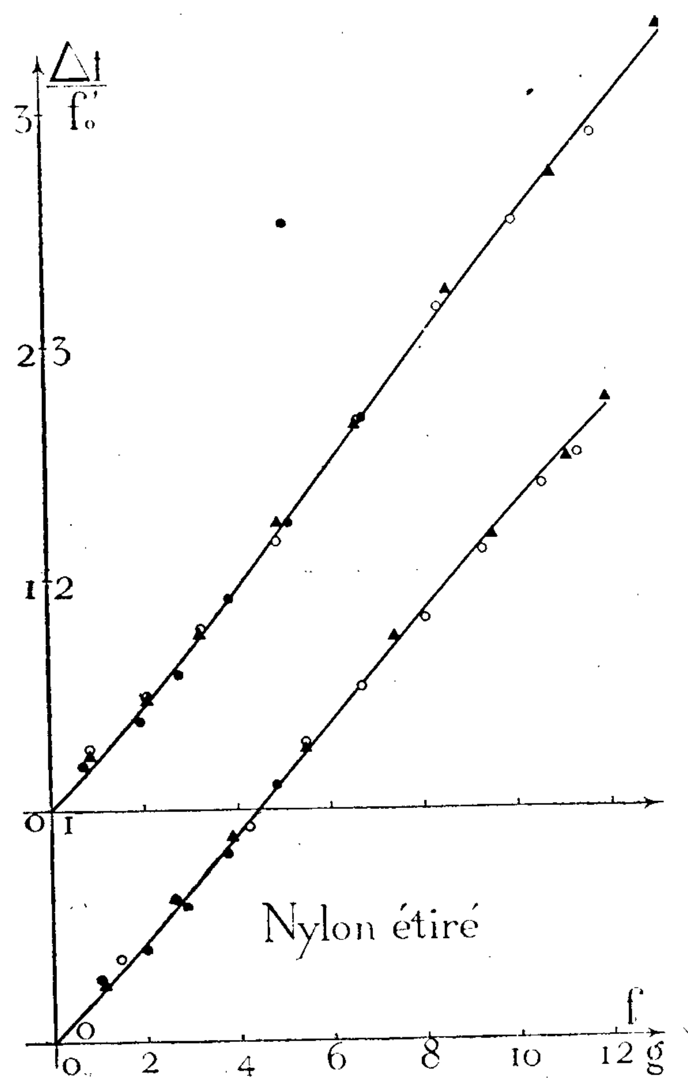


Fig. 3.

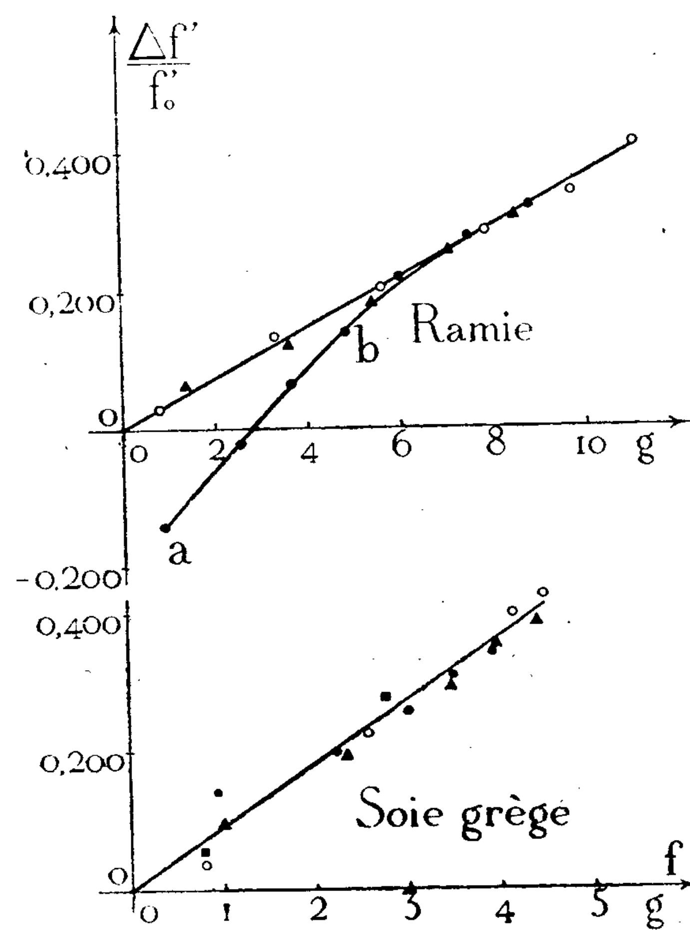


Fig. 4.

distinctes). Si, en effet, après avoir décrit une première série de cycles, on détend la fibre pour recommencer une deuxième série, puis une troisième etc.,

à une même force f correspond une même pente f'; les points ● ○ ▲ relatifs à chacune des trois séries de la figure 2 se placent sur la même courbe de la figure 3. Ce résultat est digne de remarque car, d'une série de cycles à l'autre, la déformation permanente réduit la section et accroît la longueur de la fibre. Il paraît confirmer l'hypothèse qui attribue la déformation élastique à une ouverture temporaire et réversible des angles valenciels des longues chaînes et la déformation permanente à un glissement des chaînes les unes par rapport aux autres; après un tel glissement, le nombre des chaînes responsables de la déformation élastique est resté le même. Quoi qu'il en soit, le nylon étiré est une substance dont le module d'Young *quadruple* de valeur depuis la charge nulle jusqu'à la rupture.

On note une amplitude beaucoup moindre avec des fibres de soie grège et de ramie (*fig.* 4), dont les longues chaînes sont réunies par des liaisons hydrogène plus nombreuses que celles du nylon : $\Delta f'/f'_0$ dépasse à peine 40 % ; mais les résultats sont qualitativement identiques. La croissance linéaire se constate dès l'origine pour la soie grège. Elle se retrouve pour la ramie, mais seulement à partir de la deuxième série de cycles, alors qu'à la première correspond le tronçon *ab*. On obtient ici la preuve que les longues chaînes de la ramie ne sont pas exactement rectilignes au repos, mais en forme d'hélice à pas allongé : en effet, nous avons retrouvé une allure semblable avec un ressort d'acier pourvu de deux ondulations de pas très différents. Ainsi, l'analogie se poursuit jusque dans le détail.

Avec la kératine, les résultats sont entièrement différents : aussitôt franchie la pseudo-limite élastique d'un cheveu, on voit la pente f' diminuer brusquement de plus de 30 %, puis se relever lentement à l'approche de la rupture; en même temps, les petits cycles deviennent nettement plus enflés que le cycle décrit au voisinage de l'origine. Il reste à interpréter cette chute du module et cet accroissement de l'hystérésis mécanique.

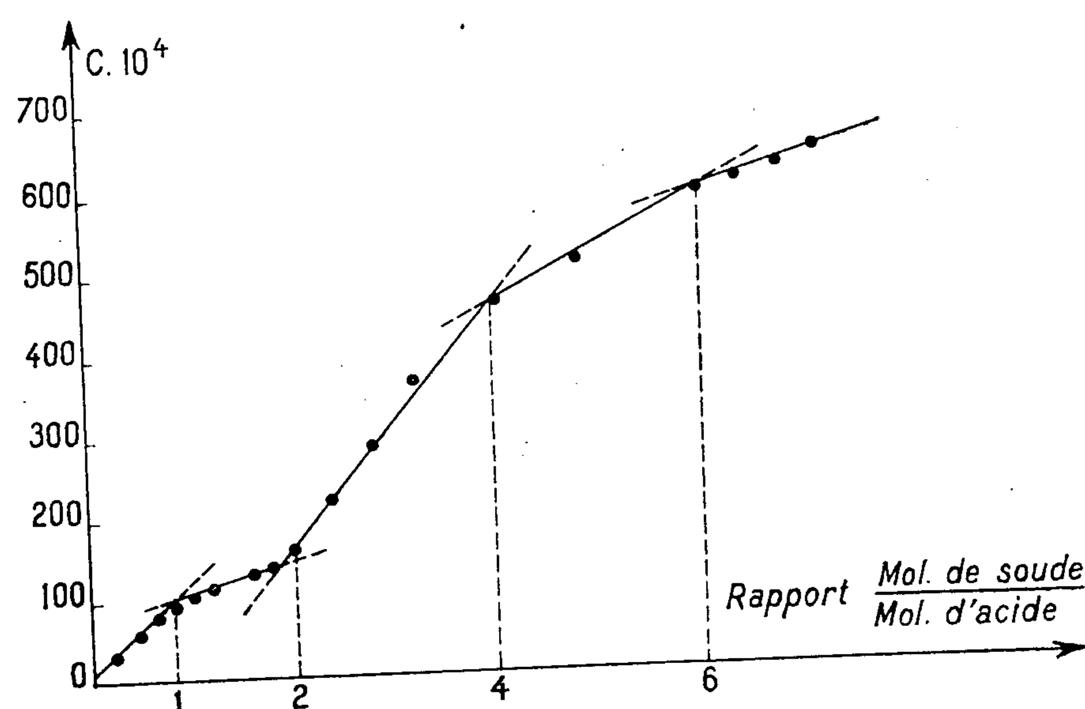
Dès maintenant, les résultats obtenus avec les fibres dont les chaînes sont en état d'extension presque complète font espérer que la méthode micromécanique, dont l'intérêt est évident pour les recherches techniques et pour le contrôle des fabrications, est destinée à prendre rang parmi les méthodes physiques utilisables pour l'étude des composés macromoléculaires, des hauts polymères fibreux en particulier.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la constitution de l'acide tellurique.* Note (¹) de M. **François Fouasson**, présentée par M. Paul Pascal.

L'acide tellurique donne par cristallisation deux degrés différents d'hydratation : il forme l'hydrate $TeO_4H_2, 6H_2O$, qui se dépose aux températures inférieures à 10°, et l'hydrate $TeO_4H_2, 2H_2O$. Ce dernier, très stable, ne commence à perdre de l'eau qu'à partir de 120°, encore faut-il plusieurs mois à cette température pour que la déshydratation soit complète. On a supposé que dans ce dernier corps les deux molécules d'eau étaient de constitution, et que l'acide devait s'écrire $Te(OH)_6$, formule qu'est venue étayer solidement la découverte par Pellini (²) des dérivés $Te(OCH_3)_6$.

Cette formule $Te(OH)_6$ suggère l'idée d'un corps hexaacide. Nous avons cherché à mettre en évidence ces fonctions acides en suivant par conductimétrie la neutralisation d'une solution d'acide tellurique par une solution de soude. Blanc (³) avait déjà annoncé cette étude, mais sans la pousser beaucoup au delà de la neutralisation de la deuxième fonction acide.

Nous avons fait trois essais, à trois températures voisines de 31°, avec des concentrations très différentes d'acide et de soude, et construit dans chaque cas la courbe représentant la variation de la conductibilité de la solution en fonction du rapport mol. de soude/mol. d'acide présentes dans la solution. Les trois courbes ont exactement la même allure; nous reproduisons l'une d'elles.



Elle présente quatre points anguleux, pour les valeurs 1, 2, 4 et 6 respectivement du rapport : mol. de soude/mol. d'acide; les valeurs 1 et 2 étant légèrement décalées, probablement par suite d'hydrolyse; tandis que les valeurs 4

(¹) Séance du 8 avril 1946.

(²) *Gazz. Chim. Ital.*. 46, 1916, p. 247.

(³) *J. chim. Phys.* 18, 1920, p. 41.

et 6 correspondent rigoureusement aux points anguleux de la courbe. Ce qui nous conduit à admettre que l'acide tellurique est un hexa-acide, qu'il doit s'écrire $Te(OH)_6$ et qu'en solution il donne naissance aux sels TeO_6H_5Na, $TeO_6H_4Na_2$, $TeO_6H_2Na_4$ et TeO_6Na_6.

Deux de ces composés ont été obtenus avec certitude : le tellurate, appelé *tellurate neutre* $TeO_4Na_2, 2H_2O$, pour lequel nous proposons la formule $TeO_6H_4Na_2$, et le *tellurate basique*, $TeO_5Na_4, 8H_2O$, que Mylius [4] obtient en présence de soude concentrée et que nous proposons d'écrire $TeO_6H_2Na_4, 7H_2O$. Le même auteur prépare, de manière analogue, le sel de lithium qu'il formule $TeO_5Li_4, 4H_2O$ et que nous écririons plutôt $TeO_6H_2Li_4, 3H_2O$.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèse asymétrique. Hydrogénation de l'acétophénone en méthylphénylcarbinol par le magnésien du chlorure d'isobornyle.* Note de MM. **Gustave Vavon**, **Charles Rivière** et **Benjamin Angelo**, présentée par M. Marcel Delépine.

Les expériences faites sur le formiate, le chloroformiate, le carbonate d'éthyle [1] ont montré que la partie isobornylique du magnésien du chlorhydrate de pinène possède une forte propriété hydrogénante : il y a scission de la molécule $C_{10}H_{17}MgCl$ en bornylène $C_{10}H_{16}$ et en HMgCl, qui est fixé par le réactif; après traitement à l'eau MgCl est remplacé par H et, au total, 2 H se trouvent ainsi fixés.

Nous avons pensé que l'on pourrait peut-être hydrogéner par ce magnésien une cétone dissymétrique R—CO—R′ en alcool secondaire *actif* R—CHOH—R′ et réaliser *ainsi une synthèse asymétrique*. C'est ce que l'expérience a confirmé dans le cas de l'acétophénone : le *méthylphénylcarbinol formé est actif*. Il a un pouvoir rotatoire $[\alpha]_{578}$ de $+15°$ contre 44° pour l'isomère optiquement pur [2]; il se fait donc environ 2/3 de droit pour 1/3 de gauche. Avec les formules classiques, on peut se faire de cette synthèse asymétrique l'image suivante : à l'instant qui précède la réaction, la molécule de magnésien est au contact de l'acétophénone, H—C—MgCl étant voisin de l'*une* des deux valences C = O, valences qui sont symétriques par rapport au plan déterminé par les deux valences CH_3—C—C_6H_5. Cet ensemble, magnésien + acétophénone, est *différent* et *non symétrique* de l'ensemble correspondant, où H—C—MgCl serait voisin de l'*autre valence* de C = O; il n'y a par suite aucune raison pour qu'ils

(4) Mylius, *Ber. d. chem. Ges.*, 34, 1901, p. 2208.

(1) Vavon et Rivière, *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 286.

(2) Pickard et Kenyon, *J. Chem. Soc.*, 105, 1914, p. 1123, qui ont dédoublé le méthylphénylcarbinol par le succinate de brucine, donnent $[\alpha]_{589}$ 41°,77.

se forment avec la même facilité et évoluent avec la même vitesse. Or l'un, par rupture de l'*une* des valences $C=O$, conduit à l'isomère droit; l'autre, par rupture de l'*autre* valence, conduit à l'isomère *gauche*. Les deux isomères peuvent donc se former en *quantités inégales*.

Cette synthèse symétrique est d'*un type différent* de celles qui ont été réalisées jusqu'ici par voie chimique. Dans ces dernières la cause de dissymétrie est apportée par une molécule active auxiliaire, que l'on combine *avant* la réaction à celle qui doit subir la synthèse, et que l'on détache par la suite. Cette cause existe avant, pendant et après la réaction. Ici elle est apportée par le réactif lui-même et n'existe qu'*au moment de la réaction*.

Partie expérimentale. — Le chlorhydrate employé est droit F 127° $[\alpha]_{578}+35°$ ($C=0{,}04$ dans l'alcool). Des essais préliminaires ont conduit à la technique suivante : on fait tomber $0^{mol},4$ d'acétophénone dans $1^{mol},1$ de magnésien (titre à l'iode). La réaction terminée on carbonate l'excès de magnésien et décompose par ClH dilué. L'acide camphane carbonique est extrait de l'éther par la soude; on chasse l'éther et distille sous vide. Après deux rectifications on obtient, avec un rendement de 50 à 55 %, un alcool $É_{13}$ 94° dont $[\alpha]_{578}$, dans 10 préparations, a oscillé entre +14° et +16°,50 et celui de l'acide entre +10 et +12°. Cette dernière valeur montre que c'est bien la partie isobornylique qui a hydrogéné l'acétophénone ([3]).

Le corps obtenu est le méthylphénylcarbinol. — 1° On en fait le phtalate acide qui est *racémique*; il a bien le point de fusion attendu, 107-108°. P. M. trouvé 272, calc. 270.

2° On oxyde l'alcool par l'acide chromique en solution acétique. On fait l'oxime de la cétone obtenue et celle de l'acétophénone de départ : les deux oximes et leur mélange, à 3 pour 1 ou 1 pour 3, fondent à 58°,5.

Nous avons cherché à séparer, par *cristallisation*, le corps actif du racémique. Des essais sur le succinate, le maléate, le *p*-nitrobenzoate, qui sont actifs, ne nous ont pas conduits au but. Nous avons été plus heureux avec la phényluréthane. Celle-ci se fait avec un rendement presque quantitatif quand on abandonne pendant deux jours un mélange à parties égales d'alcool et d'isocyanate. A un alcool +15° correspond une phényluréthane +35°.

La séparation, dont les détails ne sauraient figurer ici, repose sur le principe suivant : on amorce une solution sursaturée, alternativement par des germes racémiques, puis par des germes actifs. L'échantillon le plus actif que nous ayons obtenu, et que l'on peut considérer comme l'isomère optique pur, a comme constantes F 99°, $[\alpha]_{578}+109°$, $[\alpha]_{546}+127°$, $[\alpha]_{436}+234°$ (C 0,04 benzène à 16°) contre, pour l'alcool obtenu par dédoublement ([4]), F 99°, $[\alpha]_{589}$ 101°,50.

Nous sommes revenus à l'alcool actif : en chauffant 9^{gr} de phényluréthane légèrement racémisée, $[\alpha]_{578}$ 100°, avec de la potasse normale à l'ébullition,

---

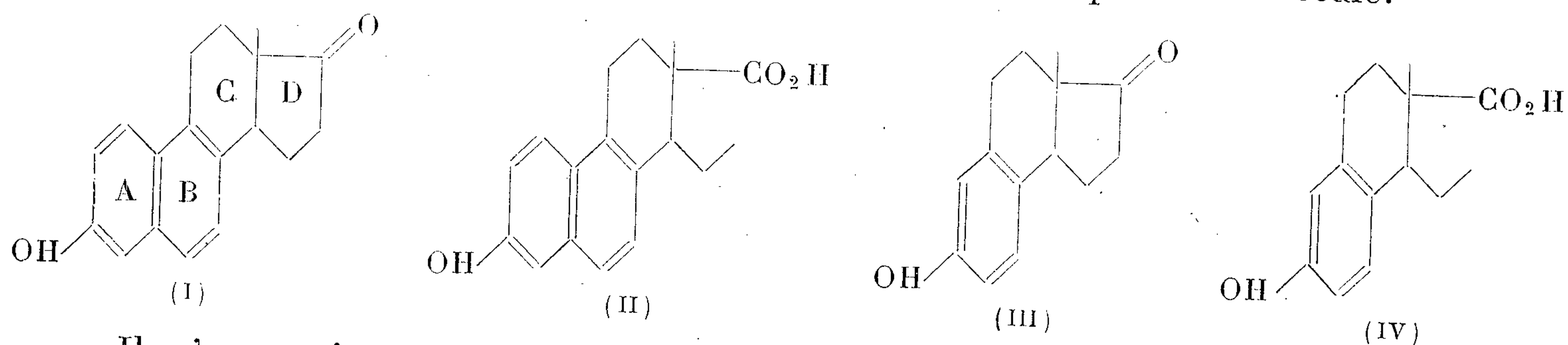
([3]) VAVON et RIVIÈRE, *Comptes rendus*, **213**, 1941, p. 1016.
([4]) MC KENZIE et CLOUGH, *J. Chem. Soc.*, **103**, 1913, p. 697.

pendant 1 heure 1/2, on obtient $4^g,5$ d'alcool, $\acute{E}_{15}$ 96°, d_D^{15} 1,015, n_D^{15} 1,5349, $[\alpha]_{578} + 40°$, $[\alpha]_{546} + 45°,70$, $[\alpha]_{436} + 80°,10$.

Ces nombres, joints à ce qui précède, ne laissent aucun doute sur la synthèse asymétrique du méthyl-phénylcarbinol.

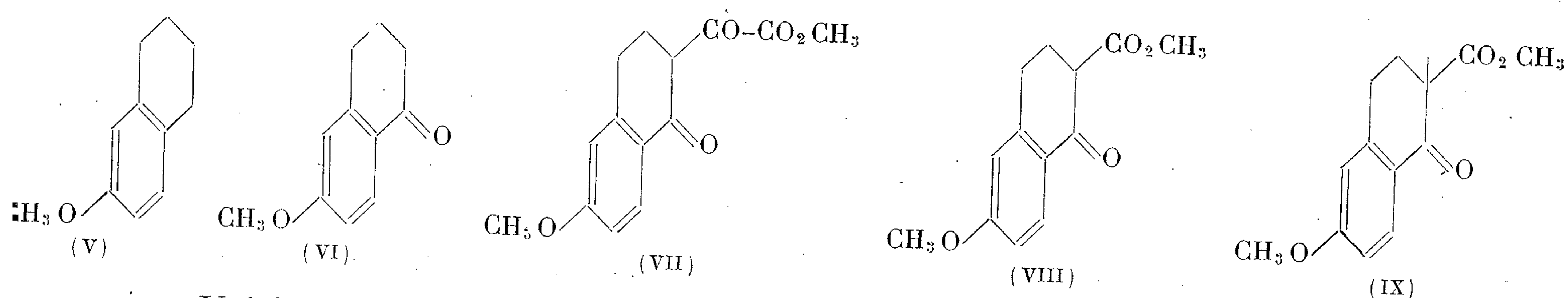
CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur un acide phénol apparenté aux hormones sexuelles.* Note de M. **Alain Horeau**, présentée par M. Marcel Delépine.

On sait que l'activité œstrogène de l'acide appelé *bisdéhydrodoisynolique* (II), qui résulte de l'ouverture du noyau D de l'équilénine (I) est très supérieure à celle de cette hormone et que cette activité se manifeste par voie buccale.



Il m'a paru intéressant de préparer l'acide phénol (IV), benzologue inférieur de l'acide bisdéhydrodoisynolique, d'autant plus que récemment Bachmann et Thomas ([1]) ont effectué la synthèse de la cétone phénol (III), benzologue inférieur de l'équilénine (I) et que ces auteurs ont constaté que ce produit est actif à 5^{mg}. On pouvait espérer que cette augmentation de l'action œstrogène par passage de (I) à (II) se manifesterait également par passage de (III) à (IV).

J'ai donc préparé l'acide (IV), ou acide éthyl-1 méthyl-2 hydroxy-6 tétrahydro-1.2.3.4 naphtoïque-2, en m'inspirant de la belle synthèse totale réalisée par Miescher ([2]) pour l'acide (II). La matière première pour cette synthèse a été la cétone (IX), employée également par Bachmann pour la synthèse du corps (III).



Voici la marche suivie pour l'obtention de cette cétone : la tétraline se laisse facilement sulfoner et l'on passe, par fusion alcaline suivie de méthylation, à la

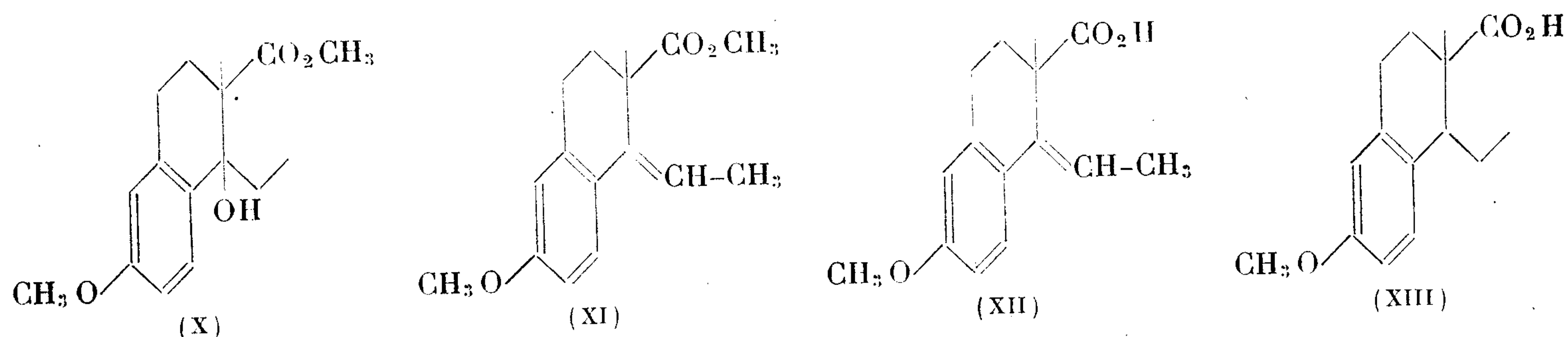
([1]) *J. Am. chem. Soc.*, **64**, 1942, p. 94

([2]) *Helv. chim. Acta.*, **28**, 1945, p. 1342

méthoxytétraline (V). Une oxydation chromique conduit à la méthoxytétralone (VI); l'action de l'oxalate de méthyle fournit un ester glyoxalique $C_{14}H_{14}O_5$ (VII), F 77-78°; trouvé %, C 64,07; 5,43; pour C 64,11; H 5,38.

Cet ester glyoxalique se décompose sous l'action de la chaleur et en présence de poudre de verre en libérant quantitativement de l'oxyde de carbone [51^mg,7 ont été chauffés à 180° sous vide : on a recueilli 4^cm³,3 de CO; théorie 4,4].

On obtient alors l'ester β-cétonique $C_{13}H_{14}O_4$ (VIII), F 87-89°; trouvé %, C 67,1; H 6,07; calculé, C, 67,65; H 6,02. La méthylation de son dérivé sodé fournit de gros losanges, F 92°; c'est l'ester β-cétonique méthylé $C_{14}H_{16}O_4$ (IX); trouvé %, C 67,9; H 6,5; calculé, C 67,7; H 6,5.



Le bromure d'éthyle magnésium réagit sélectivement sur la fonction cétone de cet ester β cétonique non énolisable pour fournir avec un excellent rendement l'un des deux carbinols théoriquement possibles $C_{16}H_{22}O_4$ (X). Celui-ci est en cristaux trapus F 101° (cyclohexane); trouvé % C 68,7; H 7,83; calculé C 69,0; H 7,97. Ce carbinol a été déshydraté par simple chauffage à 180° avec son poids de bisulfate de potassium. On obtient alors une huile, mélange de deux isomères (XI) (isomérie éthylénique), dont l'un se sépare spontanément en très gros cristaux. F 60-61° $C_{16}H_{20}O_3$; trouvé %, C 73,97; H 7,76; calculé, C 73,82; H 7,74.

Le mélange de ces deux isomères est saponifié à 160° par la potasse et l'alcool; l'acide brut obtenu (XII) est hydrogéné dans l'éther anhydre par le platine Vavon; après fixation en quelques minutes de la quantité théorique d'hydrogène (une molécule) on isole l'un des deux acides isomères (XIII) $C_{15}H_{20}O_3$ que l'on cristallise plusieurs fois dans le méthanol dilué; F 130-131°; trouvé %, C 71,63; H 7,95; calculé C 72,58; H 8,12.

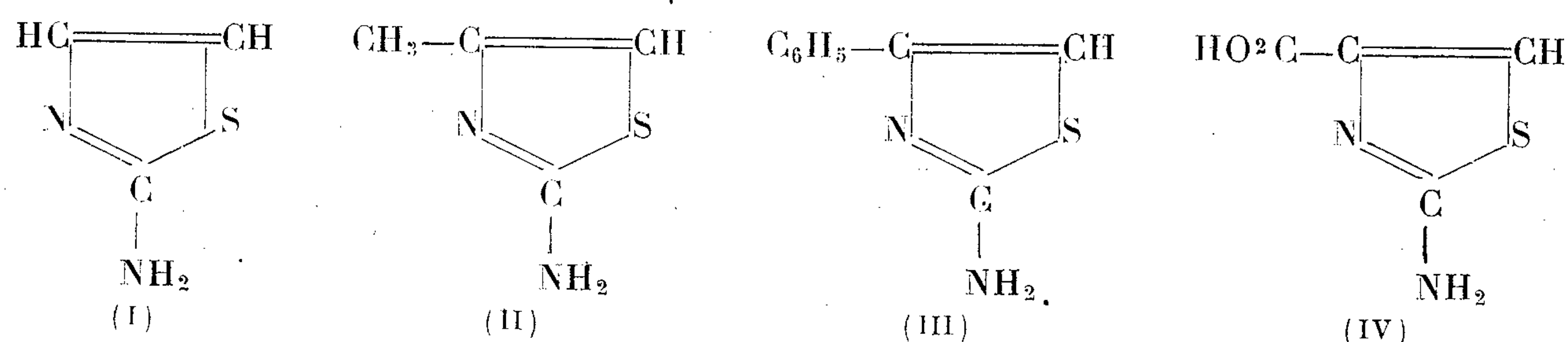
On peut obtenir ce même acide en hydrogénant d'abord le mélange des isomères (XI) et en saponifiant ensuite.

La déméthylation de cet acide-ester phénolique effectuée par chauffage avec 5 fois son poids de chlorhydrate de pyridine à 185° conduit à l'acide final cherché (IV) $C_{14}H_{18}O_3$. F 153-154°; trouvé %, C 71,9, H 7,8; calculé C 71,77; H 7,75.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur la bromuration et la chloruration des amino-2-thiazols*. Note (¹) de Mlle **Yvonne Garreau**, présentée par M. Paul Lebeau.

Après avoir étudié l'ioduration de quelques amino-2-thiazols et de leurs dérivés acétylés (²), j'ai effectué des recherches analogues en ce qui concerne la bromuration et la chloruration.

Les thiazols expérimentés sont l'amino-2-thiazol (I), l'amino-2-méthyl-4-thiazol (II), l'amino-2-phényl-4-thiazol (III), et l'acide amino-2-thiazol-carbonique-4 (IV) :



Un seul des dérivés halogénés des composés précédents a été signalé, l'amino-2-méthyl-4-bromo-5-thiazol. Eiji Ochiai et Fujio Nagasawa (³) l'ont obtenu en traitant le thiazol correspondant en milieu sulfurique par le brome. J'ai amélioré cette préparation en remplacant, l'acide sulfurique dilué, par l'acide chlorhydrique concentré, car, alors, le chlorhydrate d'amino-2-méthyl-4-bromo-5-thiazol précipite immédiatement presque pur.

Mais c'est l'acide acétique qui paraît être le solvant le plus indiqué et dont l'emploi peut être généralisé pour la bromuration.

L'amino-2 phényl-4-thiazol donne, dans ces conditions, le bromhydrate d'amino-2-phényl-4-bromo-5-thiazol, qui cristallise en prismes (F 191°), solubles dans les alcools méthylique et éthylique absolu chauds (recristallisation); peu solubles dans l'acétone, le benzène, l'acétate d'éthyle; insolubles dans l'éther.

La base bromée peut être précipitée de la solution alcoolique du bromhydrate par la quantité calculée d'ammoniaque très diluée. Elle cristallise en aiguilles (F 107-108°), très solubles dans tous les solvants usuels. Son chlorhydrate forme de très belles aiguilles (F 98°), très solubles dans les solvants usuels, sauf le benzène et l'acétate d'éthyle.

Le brome est bien fixé sur le carbone 5 du groupe thiazol et non sur le noyau benzénique, car l'oxydation de la base bromée par le permanganate de sodium, en milieu sodique, à chaud, fournit de l'acide benzoïque, avec un rendement notable (35 %).

(¹) Séance du 8 avril 1946.

(²) *Comptes rendus*, **208**, 1944, p. 597.

(³) *Ber. d. chem. Ges.*, **72**, **1939**, p. 1470.

Par le même procédé de bromuration, j'ai pu isoler l'acide amino-2 bromo-5-thiazol-carbonique-4, soluble dans l'eau bouillante et l'acide acétique dilué chaud; (au-dessus de 240°, se décompose).

Afin d'obtenir les amino-2-thiazols bromés, on peut encore bromer les dérivés acétylés dissous dans l'acide acétique, puis éliminer le groupe acétyle par l'acide chlorhydrique concentré à chaud. C'est le procédé de choix pour préparer un dérivé bromé de l'amino-2-thiazol.

Le dérivé acétylé bromé essoré se présente sous forme de prismes (F 196°) insolubles dans l'eau, solubles dans les alcools méthylique et éthylique absolu (recristallisation), l'acétone, l'acétate d'éthyle; peu solubles dans le benzène même chaud.

On désacétyle ce produit en portant à l'ébullition, environ 1/2 heure, sa solution chlorhydrique à 50 %. Par refroidissement le chlohydrate d'amido-2-bromo-(4 ou 5)-thiazol cristallise en prismes (F 122-123°), très solubles dans les alcools méthylique et éthylique absolu (recristallisation), insolubles dans l'acétone, le benzène, l'acétate d'éthyle. La solution aqueuse de ce sel traitée par l'ammoniaque abandonne la base bromée, que l'on extrait à l'éther. Elle est cristallisée en aiguilles incolores devenant rapidement jaunes à la lumière (F 95°), très solubles dans les alcools méthylique et éthylique absolu, l'acétone et le benzène chaud, moins à froid (recristallisation); très solubles dans l'éther (extraction).

Comme pour le dérivé iodé décrit antérieurement, il est, pour le moment, impossible de préciser si l'halogène est fixé en 4 ou en 5.

La préparation des dérivés chlorés apparaît plus délicate. J'ai pu obtenir l'amino-2-méthyl-4-chloro-5-thiazol de la façon suivante : l'acétylamino-2-méthyl-4-thiazol, en solution à 6,5 % dans le tétrachlorure de carbone anhydre, est traité par le chlorure de sulfuryle ajouté par fractions. Ce composé (F 197°) est soluble dans le benzène, l'acétate d'éthyle (recristallisation), le chloroforme, l'acétone.

Après désacétylation, comme il vient d'être indiqué, on isole le chlorhydrate, aiguilles (F 147-148°), très solubles à chaud dans les alcools méthylique et éthylique absolu; peu solubles dans l'acétone, l'acétate d'éthyle; très peu solubles dans le benzène.

La base chlorée se présente sous forme d'aiguilles (F 103,5-104°).

De même que les amino-2-thiazols iodés, les amino-2-thiazols bromés et chlorés se décomposent en milieu aqueux à l'ébullition. On observe alors la formation de l'hydracide correspondant.

En raison de la mobilité de l'halogène, ces dérivés permettent de réaliser de nombreuses synthèses.

En résumé, par action du brome en milieu acétique et par action du chlorure de sulfuryle en solution dans le tétrachlorure de carbone, j'ai préparé les dérivés respectivement bromés et chlorés de plusieurs amino-2-thiazols et de leurs produits d'acétylation.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du pentachlorure de phosphore sur la lewisite et l'homolewisite.* Note [1] de M. **Léonce Bert**, présentée par M. Paul Pascal.

Nous ne possédons pas de règles qui permettent de prévoir le pouvoir parasiticide d'un corps dont nous connaissons la constitution. Tout au plus pouvons-nous dire que souvent l'arsenic, le chlore, le noyau benzénique confèrent à une combinaison organique plus ou moins de la toxicité qui leur est propre. C'est ainsi, par exemple, que l'hexachlorobenzène et le dichlorodiphényltrichloréthane (D. D. T.) viennent de se révéler comme insecticides puissants et universels. Ces deux éclatantes réussites nous ont incité à perchlorer la lewisite et l'homolewisite, dans l'espoir, d'une part de faire disparaître leur redoutable agressivité pour l'homme et les animaux domestiques, d'autre part de conserver, voire d'exalter leurs propriétés parasiticides.

A cet effet nous avons chauffé, dans un ballon surmonté d'un réfrigérant ascendant, un mélange équimoléculaire de lewisite ou d'homolewisite et de pentachlorure de phosphore.

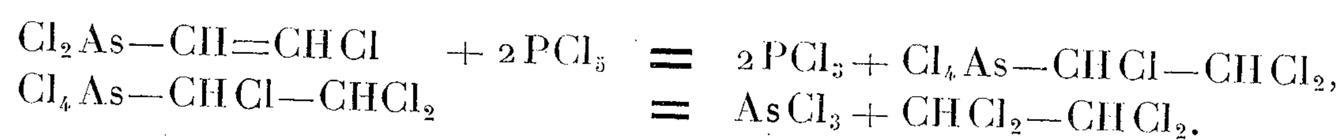
Ce dernier se dissout peu à peu et le liquide entre en ébullition. En fractionnant le produit de la réaction, d'abord à la pression ordinaire, puis sous pression réduite, nous avons isolé successivement :

1° avec la lewisite : du trichlorure de phosphore, du trichlorure d'arsenic, du tétrachloréthane symétrique et de la lewisite inaltérée;

2° avec l'homolewisite : du trichlorure de phosphore, du trichlorure d'arsenic, du tétrachloropropane-1.1.2.3 et de l'homolewisite non combinée. Dans l'un et l'autre cas, pas trace du dérivé perchloré attendu.

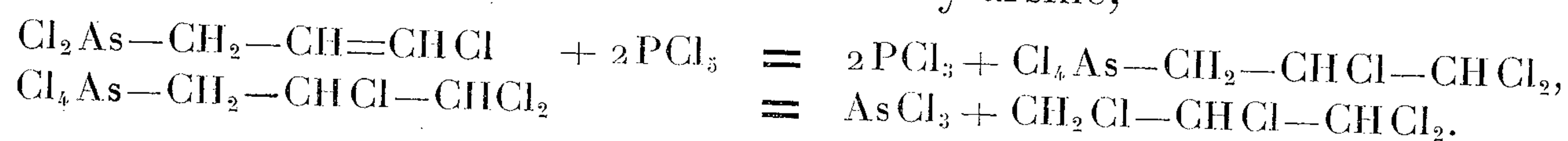
Ces résultats s'expliquent comme suit :

La lewisite ou dichloro-β-chlorovinylarsine fixe à chaud le chlore cédé par le pentachlorure de phosphore et donne du tétrachlorure de αββ-trichloréthylarsonium, qui se décompose en trichlorure d'arsenic et tétrachloréthane symétrique :



$$Cl_2As{-}CH{=}CHCl + 2PCl_5 = 2PCl_3 + Cl_4As{-}CHCl{-}CHCl_2,$$
$$Cl_4As{-}CHCl{-}CHCl_2 = AsCl_3 + CHCl_2{-}CHCl_2.$$

Avec l'homolewisite, ou dichloro-ω-chlorallylarsine,



$$Cl_2As{-}CH_2{-}CH{=}CHCl + 2PCl_5 = 2PCl_3 + Cl_4As{-}CH_2{-}CHCl{-}CHCl_2,$$
$$Cl_4As{-}CH_2{-}CHCl{-}CHCl_2 = AsCl_3 + CH_2Cl{-}CHCl{-}CHCl_2.$$

On savait que les tétrachlorures d'alkylarsonium étaient des composés fragiles, aisément dédoublables en trichlorure d'arsenic et chlorure d'alkyle; pour complexes qu'elles soient, la lewisite et l'homolewisite transitoirement perchlorées se comportent exactement de même.

(1) Séance du 8 avril 1946.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Production et rupture d'orientations pilotes dans les accolements du nitrate d'ammonium sur le mica muscovite.* Note [1] de

M. RAYMOND HOCART et Mlle AGNÈS MATHIEU-SICAUD.

Nous avons indiqué [2] comment s'accolent sur le mica les phases I, II, III du nitrate d'ammonium obtenues à partir de la phase I issue de la fusion; les orientations s'établissaient à 30° (et à 60°) de la rangée [010] du mica; une quatrième phase, IV, dont le domaine de stabilité en milieu humide est compris entre 32°,4 et la température ordinaire, est de symétrie orthorhombique.

Pour toutes les phases une orientation parallèle ou perpendiculaire à [010] du mica est réticulairement possible, au même titre que celle à 30° (et 60°), grâce à la concordance approchée de mailles multiples. Mais elle ne se manifeste pas dans I venant de la fusion, et n'apparaît pas dans la suite des transformations conduisant aux phases II et III; l'orientation adoptée par I jouant le rôle de *pilote*.

Confirmation de cette hypothèse est donnée si, en partant de la phase IV rendue indépendante de I, on obtient les deux séries d'orientations prévisibles qui se conservent quand on revient à la phase I.

On obtient commodément cette indépendance, par recristallisation de IV, à la faveur d'une coupe épaisse et suffisamment desséchée pour que la phase III disparaisse dans la suite des transformations de I vers IV. On observe alors pour IV non seulement les orientations à 30° (et 60°) déjà signalées [1], mais aussi celles à 90°. Pour la phase IV, cette dernière orientation, qui est nouvelle, implique la coïncidence approchée de la maille (001) du mica (rectangle centré) avec une maille (110) de cotés 4,96 Å, et 7,92 Å du nitrate. Pour la phase I on a une maille (001) de côtés 4,40 Å et 8,80 Å.

Si la phase I ne présente pas les orientations à 90°, ce qu'il serait *a priori* légitime de prévoir, on peut tenter de l'expliquer par le fait que le rapport d'axes 7,92/4,96 est notablement plus proche de celui d'un réseau sénaire (1,732 en notation orthorhombique) que le rapport d'axes 8,80/4,40 de la phase I.

Dans des conditions d'état de coupe voisines de celles réalisées pour obtenir l'indépendance de la phase IV, il arrive que, parfois, la phase III apparaisse spontanément au sein du système en transformation, comprenant encore à la fois II et IV, et dans lequel IV recristallise. L'apparition de III se fait dans le domaine spatial de II et dans le domaine spatial de IV.

---

[1] Séance du 8 avril 1946.

[2] *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 237.

Les cristaux de III provenant de II (transformation de cristal à cristal) sont orientés à 30° (et 60°) de [010], sous l'influence pilote de I, antérieure à II.

En revanche les cristaux de III naissant de IV sont orientés à 30° (et 60°) et 90° de [010], sous l'influence pilote de IV qui, grâce à la recristallisation, est devenue indépendante de I.

Conclusion. — Les orientations pilotes décrites dans la présente Note fournissent un nouveau procédé d'approche pour l'étude des relations mutuelles des phases paramorphes du nitrate d'ammonium. Ceci implique l'idée d'un réarrangement sans bouleversement total architectural.

GÉOLOGIE. — *Sur la formation du détroit Morvano-Vosgien.* Note de M. **René Abrard.**

L'étude de l'histoire du détroit Morvano-Vosgien se heurte à de grandes difficultés, dont la plus grave est la question préjudicielle de savoir à quel moment il s'est formé. En effet, si l'on sait que le Morvan était sous les eaux pendant le Lias et probablement aussi pendant le Bajocien et peut-être le début du Bathonien (de même que les monts du Charollais et du Beaujolais qui, moins surélevés, ont conservé des lambeaux beaucoup plus importants de leur couverture jurassique), une incertitude à peu près totale règne quant à l'époque à laquelle le massif Vosges-Forêt Noire a été exondé après son histoire hercynienne.

Certains pensent, en se basant sur les différences de faciès entre la Lorraine et la zone sous-vosgienne, que son émersion date du Bathonien. D'autres, en présence de Callovo-Oxfordien dans la vallée du Rhin, admettent qu'il a été recouvert pendant tout le Jurassique et l'atteinte, par sondages sous le Tertiaire, de couches paraissant lusitaniennes, paraît venir à l'appui de leur opinion. Mais tout ceci peut s'expliquer, comme l'a dit Léon Bertrand, par un golfe ouvert vers le Sud occupant sur l'emplacement de la vallée du Rhin une dépression qui devait plus tard s'effondrer.

L'examen des faciès ne peut à lui seul donner des résultats probants; les ravinements de l'Aalénien, l'apparition de calcaires à Polypiers dans la région de Toul et Villey-Saint-Étienne, vers la limite Bajocien-Bathonien, ne sont que des présomptions en faveur de la présence d'une terre émergée à peu de distance. Les récifs lusitaniens, au contraire, ont tout à fait le caractère de récifs frangeants et paraissent indiquer une terre continue du Sud des Vosges aux Ardennes, et ceci est confirmé par la présence de végétaux terrestres dans l'oolithe de Saint-Mihiel.

Une autre méthode peut être employée pour déterminer à quel moment s'est soulevé le Massif Vosges-Forêt Noire; elle consiste à rechercher, en partant d'un point de la bordure orientale du Bassin de Paris tel qu'il se présente actuellement, situé en avant des Vosges, et en se dirigeant vers le centre, si les

couches d'un étage déterminé diminuent ou augmentent d'épaisseur. Lorsque les Vosges-Forêt Noire étaient sous les eaux, le Bassin de Paris n'était pas individualisé et constituait le prolongement occidental de la cuvette germanique; les sédiments jurassiques de sa bordure orientale actuelle se déposaient en zone relativement profonde et devenaient moins épais vers le littoral occidental; ils doivent donc, comme le Trias, mais avec moins de rapidité, s'amincir lorsqu'on se dirige de l'Est vers l'Ouest. Au contraire, une fois les Vosges soulevées et le Bassin de Paris séparé de la région germanique, la zone de dépression maximum s'est déplacée vers le centre; les assises doivent donc d'abord prendre de l'épaisseur d'Est en Ouest, passer par un maximum, puis diminuer de puissance vers le Massif armoricain.

Il en résulte que des assises d'un étage diminuant d'épaisseur d'Est en Ouest, indiqueront qu'à ce moment les Vosges étaient immergées et qu'inversement, une augmentation d'épaisseur dans la même direction pourra être interprétée comme la preuve de leur émersion. Ceci bien entendu dans l'ensemble et sans tenir compte des variations localisées. Les sondages profonds sont peu nombreux, mais on peut suivre les couches le long de la bordure nord du Massif Central, car, sans trop extrapoler, on peut admettre que les conditions y reproduisent d'une manière atténuée ce que l'on observerait plus au centre sur le même méridien.

Le tableau suivant indique les épaisseurs en mètres d'après ces données et d'après les résultats des sondages de Saint-Martin-du-Vivier (Douxami), Incarville (Bigot et Fortin), Ferrières-en-Bray (Pruvost), portant sur les étages qui paraissent ne pas avoir été trop ravinés aux points de puissance minimum.

	Région de Mirecourt.	St-Martin-du-Vivier.	Incarville.	Ferrières-en-Bray.	Bord Nord du Morvan.	Berry.
Séquanien......	50	105	} 67	55	90–150	45
Rauracien......	45–50	.		154	180	90
Oxfordien......	100–120	} 107	130	} 166	–	10
Callovien......	10–15		59		10–15	40
Bathonien......	81	97	122	146	120–140	50–55
Bajocien.......	75–90	87	–	78	40–50	40
Toarcien.......	50	–	–	50	16–18	60
Domérien......	90	–	–	46	70	20–30

En ne tenant pas compte de Ferrières-en-Bray où, ainsi que l'a indiqué P. Pruvost, les couches ont une épaisseur très supérieure à la normale, on constate un amincissement des assises d'Est en Ouest, en ce qui concerne le Domérien, le Toarcien (avec épaississement localisé dans le Berry), le Bajocien et un épaississement en ce qui concerne le Bathonien, le Rauracien et le Séquanien. On serait donc conduit à admettre que, jusqu'au Toarcien inclus, le Bassin de Paris et le Bassin germanique n'ont fait qu'un. A partir de l'Aalénien-Bajocien se sont manifestées des tendances à l'émersion des Vosges-Forêt Noire qui se

sont amplifiées au Bathonien où les Vosges étaient soit émergées, soit à l'état de haut-fond très caractérisé; leur émersion est devenue complète au moins à partir de l'Argovien.

Les conclusions sont à réserver en ce qui concerne le Callovien et l'Oxfordien, en raison de ravinements probables pour le premier et de faciès particuliers pour le deuxième, en grande partie à l'état de gaize.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Sur la présence des glandes externes sécrétant des substances amères dans* Ballota nigra *et dans d'autres plantes de la famille des Labiées.* Note (¹) de M. **Jean Politis**, présentée par M. Louis Blaringhem.

On sait, par nos recherches antérieures, que les glandes externes (poils sécréteurs ou poils glanduleux) de certaines Composées renferment des substances amères. De nouvelles observations nous ont montré que la *Ballota nigra* L. et d'autres plantes de la famille des Labiées portent aussi des glandes produisant une sécrétion amère.

Une coupe d'une feuille de *Ballota nigra* montre que les deux épidermes portent un grand nombre de poils tecteurs très longs, formés de 3 à 4 cellules dont la cellule terminale est très allongée et pointue. Entre ces poils, et surtout à l'épiderme inférieur des jeunes feuilles, on rencontre des glandes externes à pédicelle court et à tête sphérique. La tête est composée de 8 cellules sécrétrices, dont la cuticule soulevée forme une cavité qui se remplit d'une sécrétion amère.

Outre ces glandes à pédicelle court, on trouve sur les jeunes feuilles des glandes à pédicelle long et à tête plus petite que celle des glandes portées par un pédicelle court. Les pédicelles des glandes à pédicelle long sont formés de deux cellules, et la tête qui est soutenue par ces pédicelles est constituée par deux à quatre cellules. Les glandes à pédicelle long sont rares sur la face supérieure des feuilles et moins nombreuses que les glandes à pédicelle court sur la face inférieure.

La tige, comme les feuilles, porte de longs poils tecteurs, pluri-cellulaires, unisériés et des glandes à pédicelle court et à pédicelle long, ressemblant à celles des feuilles. On rencontre aussi des poils tecteurs et de nombreuses glandes sessiles sur la face externe du calice.

La racine de cette plante, le mésophylle, les tissus de la tige situés sous l'épiderme manquent de substances amères. Seul l'épiderme glandulifère a un goût amer, dû à la sécrétion des glandes externes. Leur développement est très simple. Si l'on fait des coupes transversales très minces d'une feuille très jeune et qu'on les examine sous le microscope, on peut suivre tous les stades du déve-

(¹) Séance du 8 avril 1946.

loppement des glandes à pédicelle court et à pédicelle long. Les glandes à pédicelle court se forment de la façon suivante : une cellule épidermique, la cellule mère de la glande, grossit; elle se divise en deux cellules, par une cloison parallèle à la surface de la feuille. De ces deux cellules celle de la base reste attachée à l'épiderme et forme le pédicelle court de la glande; la cellule terminale sphérique se divise par une cloison perpendiculaire à la surface de la feuille en deux cellules, qui, par d'autres cloisons, se divisent en huit cellules.

Ainsi la cellule épidermique initiale forme finalement une glande à pédicelle court et à tête sphérique. Les cellules de la tête sont le siège d'une sécrétion. La sécrétion commence après le plein développement des glandes quand la cuticule des cellules sécrétrices se soulève. La cavité formée entre la cuticule des cellules sécrétrices et la partie cellulosique des parois est remplie d'un liquide amer, transparent et très réfringent. Le produit de sécrétion s'accumule parfois en telle quantité dans cette cavité que la cuticule peut se déchirer.

Outre la substance amère on trouve, sous la cuticule des cellules sécrétrices, de l'huile essentielle, comme il résulte de l'examen microchimique.

Nous avons trouvé des glandes semblables aux précédentes, sécrétant des subtances amères, dans les espèces suivantes de la famille des Labiées : *Ballota hirsuta* Schlut., *Scutellaria canescens* Nutt., *Scutellaria alpina* Linn., *Scutellaria altissima* Linn., *Salvia austriaca*, Jacq., *Salvia angustifolia* Cav., *Salvia azurea* Lam., *Salvia involucrata* Cav., *Coleus scutellarioides* Benth.

CYTOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Évolution du chondriome dans les cultures de tissus de* Chicorée à café (Cichorium intybus *L. variété*). *Opérations de prélèvement.* Note (1) de M. **Roger Buvat**, présentée par M. Louis Blaringhem.

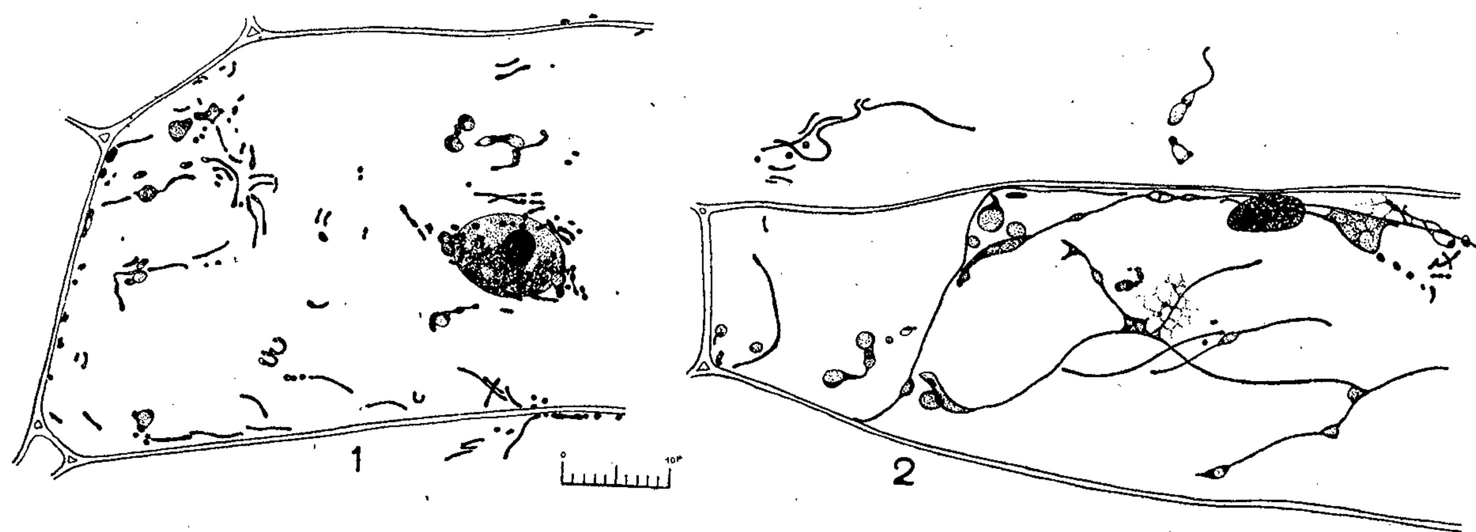
Les racines de Chicorée sur lesquelles seront prélevés les explants sont stérilisées par immersion dans une solution d'hypochlorite de calcium à 4 % pendant 1 heure 30 minutes. Elles sont ensuite épluchées aseptiquement et lavées à l'eau stérilisée, renouvelée trois fois en deux heures, afin d'éliminer les restes d'hypochlorite. On prélève ensuite des prismes formés de tissus libérien, cambial et vasculaire et on les dépose sur le milieu nutritif gélosé coulé en tubes (2). En fixant, comme témoins, des fragments de racines, d'une part avant la stérilisation et, d'autre part, après le lavage à l'eau stérile, c'est-à-dire au moment même du prélèvement, nous avons constaté des différences frappantes dans l'aspect du chondriome.

Les cellules du tubercule renferment normalement un chondriome formé de mitochondries granuleuses, de courts bâtonnets et de quelques chondriocontes plus ou moins allongés mais ne dépassant pas habituellement la longueur de

(1) Séance du 8 avril 1946.

(2) R.-J. Gautheret, *Manuel de technique des Cultures de tissus*, Paris, 1946, p. 111.

8 à 10 μ (*fig.* 1). Ces chondriocontes peuvent être observés sur le vivant; ils se montrent très déformables, et se ramifient parfois, mais rarement. En plus de ces chodriosomes on observe, surtout autour des noyaux, des éléments soit globuleux, soit courts et épais, qui renferment presque toujours une ou plusieurs vésicules non colorables simulant des grains d'amidon. Il ne s'agit pas d'amidon, en réalité; nous n'avons pas reconnu la nature de ces enclaves, mais nous avons pu faire verdir à la lumière les éléments qui les portent et eux seuls, ce qui démontre qu'ils représentent les plastes très peu différenciés et n'élaborant pas d'amidon (*fig.* 1).



Les pièces fixées après les opérations de stérilisation et de lavage présentent un chondriome fort curieux. Les plastes sont allongés et hypertrophiés plus ou moins. Mais, à côté de quelques mitochondries et bâtonnets intacts, se trouvent des chondriocontes d'une longueur démesurée (dépassant 100 et 150 μ), parfois plus longs que les cellules à l'intérieur desquelles ils forment des filaments flexueux et souvent ramifiés (*fig.* 2). Dans beaucoup de cellules ces longs chondriocontes portent des vésicules qui peuvent être plus volumineuses que le noyau. D'autre part ce chondriome est beaucoup moins chromophile qu'avant la stérilisation et présente à cet égard moins de contraste avec le cytoplasme. Ces observations font penser à des cellules en voie de nécrose. Or les fragments utilisés comme explants s'accroissent vigoureusement en cultures. Ceux qui ont été fixés dès 48 heures après l'ensemencement montrent que le chondriome est redevenu sensiblement normal, sauf en quelques régions retardataires.

Il s'agit donc de transformations réversibles d'une ampleur inaccoutumée. Ils rappellent de loin les processus de *cavulation* bien étudiés par Guilliermond, mais ces derniers sont irréversibles; ils conduisent à la mort de la cellule. Nous avons signalé ([3]) des processus réversibles de vésiculisation, mais ils étaient toujours beaucoup plus modestes que ceux que nous venons de décrire. Ces recherches montrent donc avec une évidence particulière que les chondriosomes sont extrêmement sensibles morphologiquement aux variations de l'activité des cellules et du milieu où elles vivent.

([3]) *Ann. Sc. Nat. Bot.*, 11e série, 5 et 6, 1944-1945, planche 22.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur la présence de citral dans l'essence de bergamote* (Citrus bergamia Risso). Note de MM. **Sébastien Sabetay** et **Lucien Trabaud**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Lors d'essais de déterpénation de l'essence de bergamote et de sa reconstitution synthétique, nous avons remarqué une note fraîche, citronnée, qui ne pouvait provenir que du citral ou d'un aldéhyde apparenté. Or la littérature ne fait aucune mention de la présence d'un aldéhyde de ce genre, et ceci semble d'autant plus étrange que l'essence de bergamote fait l'objet de transactions importantes (production annuelle de 150 000 à 200 000^{kg}) et qu'en Italie des Instituts spéciaux s'occupent de près de son examen et de son application. Dans E. Gildemeister (1), on mentionne, comme constituants de l'essence de bergamote, les corps suivants : *d*-limonène, acétate de *l*-linalyle, *l*-linalol, alcool dihydrocuminique, nérol, terpinéol, bergaptène, octylène, pinène, camphène, bisabolène. Si l'on passe en revue les essences d'hespéridées (agrumes), on remarque que presque toutes contiennent du citral (2) (citron, orange douce, orange amère, cédrat, limette, mandarine, pamplemousse). Il est probable que les feuilles (petits-grains correspondants) en contiennent également. La présence d'aldéhyde (rougissement du réactif de Schiff) dans l'essence de bergamote est considérée par Craveri (3) comme une falsification par une essence à aldéhydes (citron).

Des échantillons d'essence de bergamote, d'origines différentes, présentaient à l'oximation des indices de carbonyle faibles, mais nets (1^{g} d'essence consommait en moyenne 0$^{cm^3}$,2 KOH N/2), tandis que les essences déterpénées présentaient des chiffres à peu près doubles (1^{g} consommait 0,3 à 0$^{cm^3}$,5 KOH N/2).

Pour isoler le citral, nous avons appliqué le même mode opératoire que E. S. Guenther et Ch. Grimm (4) ont employé pour isoler ce même corps à partir de l'essence d'oranges douces de Californie :

1444^{g} d'essence de bergamote (déterpénée à Grasse) ont été agités pendant 12 heures avec un mélange aqueux de sulfite de sodium et de bicarbonate de sodium. On abandonne pendant 24 heures à basse température. On élimine ensuite les parties non aldéhydiques par décantation et par épuisement à l'éther. La combinaison sulfitique a été décomposée par la soude à 20 % et les aldéhydes extraits à l'éther, qu'on a chassé ensuite. Les aldéhydes

(1) *Die ätherischen Oele*, 3e édit. allemande, 1931, p. 2.

(2) Y.-R. Naves, *Parfums de France*, 13, 1935, p. 304; voir également, *ibid.*, 9, 1932, p. 166; E. K. Nelson et H. H. Mottern, *J. Am. Chem. Soc.*, 56, 1934, p. 1238; Mme G. Igolen et Mlle D. Sontag, *Chim. Ind.*, No du Congrès de Chimie Industrielle, 3 *bis*, 45, 1941, p. 157; E. K. Nelson, *American Perfumer*, 29, 1934, p. 347; E. K. Nelson et H. H. Mottern, *Journ. Ind. Engin. Chemistry*, 26, 1934, p. 634.

(3) C. Craveri, *Les essences naturelles*, traduction de H. Tatu, Paris, 1929, p. 270.

(4) *J. Amer. Chem. Soc.*, 60, 1938, p. 933.

bruts $É_{13}$ 110-125°, environ 11g,7, possédaient une odeur nette de citral et de verveine, et leur produit d'oximation dégageait l'odeur typique et caractéristique de citral-oxime. A la distillation sous vide, on a obtenu les fractions suivantes : (*a*) têtes, $É_{12}$ 92 à 110°; (*b*) $É_{13}$ 110 à 120° (citral par oximation 46,70 %); (*c*) $É_{13}$ 120 à 123° (citral par oximation 67 %); (*d*) queues. Les fractions (*b*) et (*c*) ont été transformées en combinaison citrylidène-cyanacétique. Par cristallisation dans du benzène + pentane, et en écartant les huiles qui se séparent au début et empêchent la cristallisation, nous avons obtenu des cristaux fondant à 116° (Maq.) et ne donnant pas de dépression (F mixte 118°) avec la combinaison cyanacétique préparée à partir d'un citral authentique (F 120°).

On peut donc considérer le citral comme un élément constitutif de l'essence de bergamote. La filiation biologique du citral réside certainement dans le linalol, abondant dans l'essence de bergamote et facilement oxydable en citral et, dès 1893, G. Bertrand ([5]) attirait l'attention des chercheurs sur la parenté immédiate que présentaient certains constituants d'une même essence.

RADIOLOGIE. — *De l'enregistrement des phénomènes radiologiques invisibles et, en particulier, des pulsations des artérioles pulmonaires. Kinédensographie.* Note ([1]) de M. **Maurice Marchal**, présentée par M. René Leriche.

A la suite de plusieurs tentatives, qui datent déjà de 1938, pour enregistrer les phénomènes visibles aux rayons X, tels que les pulsations du cœur, de l'aorte, que l'on voit en radioscopie, nous avons réussi, grâce à une cellule radioélectrique, à mettre au point un appareillage d'enregistrement. En perfectionnant ce dispositif nous avons réussi à déceler des phénomènes qui sont *complètement invisibles* à la radioscopie, à la radiographie et aux méthodes radiokymographiques les plus sensibles. Nous proposons d'appeler ce procédé *infra-kinédensographie*. Afin de mieux comprendre ce dernier, nous exposerons d'abord l'enregistrement des phénomènes visibles.

Les méthodes employées, dans les deux cas, sont les suivantes :

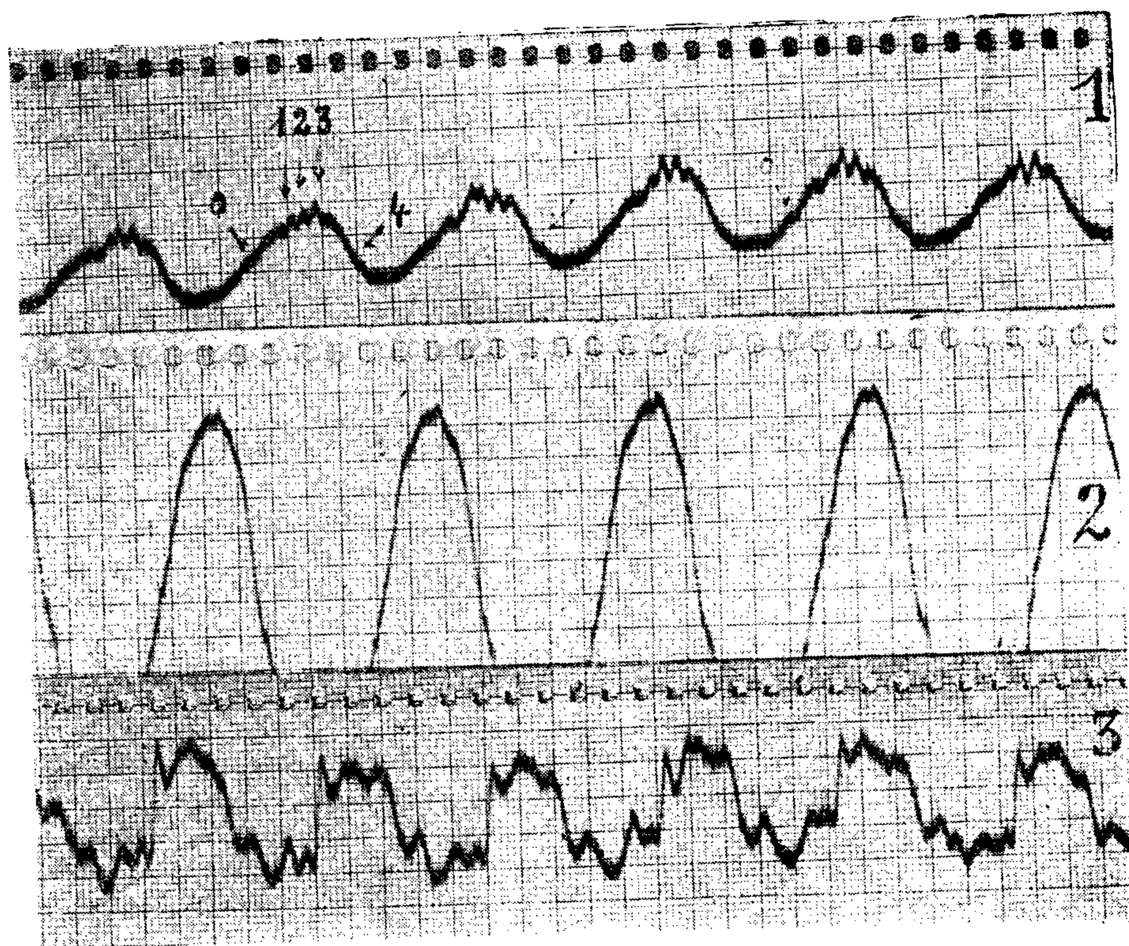
Le malade est placé devant l'ampoule radiologique et examiné à l'écran fluorescent. Entre le sujet et l'écran fluorescent, on place la cellule réceptrice spéciale qui est reliée à un oscillographe enregistreur, soit directement, soit après amplification préalable.

Les cellules radioélectriques réalisées sont l'organe essentiel de notre appareillage. Ce sont elles qui transforment les radiations X incidentes en courant électrique, que l'on peut ensuite amplifier et enregistrer sur un film sensible, soit seules, soit en même temps que l'électrocardiogramme et le phonocardiogramme du malade.

([5]) *Bull. Soc. chim. France*, 3e série, 9, 1893, p. 437.

([1]) Séance du 1er avril 1946.

A. *Domaine radiologique visible.* — 1° Voici un premier film sur papier gradué au 1/50 et au 1/10 de seconde. Malade, Mme P.



Position de la cellule réceptrice : sur le bord ventriculaire gauche. Les pulsations se suivent chaque 5/10 de seconde. Sur la branche ascendante, systole ventriculaire; un petit crochet *o* correspond à la systole de l'oreillette. Sur le sommet de la courbe (plateau) on constate plusieurs crochets que, par analogie avec les courbes cardiomanométriques de Marey, on peut interpréter comme des ondes rétrogrades prenant naissance dans l'aorte (1, 2, 3). L'oscillation 4 sur la branche descendante (diastole) doit correspondre à la fermeture des valvules sigmoïdes, puis le cycle recommence.

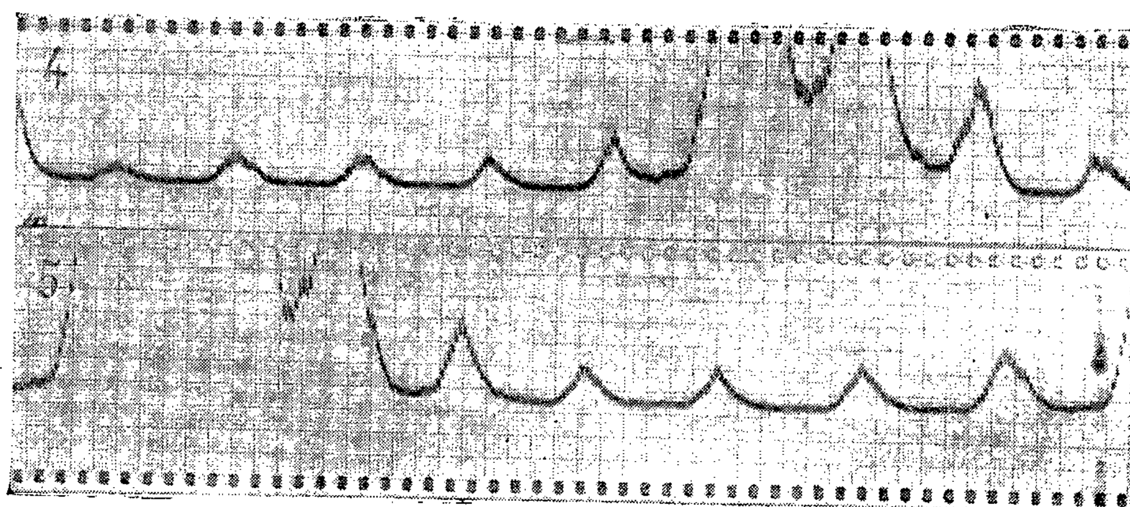
2° Courbe du ventricule droit enregistrée avec le maximum d'amplitude. La courbe obtenue est tellement ample qu'elle sort des limites du film. Il y a diminution de l'amplitude au moment de l'inspiration complète.

3° Courbe des branches hilaires de l'artère pulmonaire.

Courbe complexe, difficile à interpréter actuellement, les hiles et les pulsations de l'artère pulmonaire n'ayant pas encore été étudiés directement sur le sujet humain.

B. *Domaine radiologique infravisible infra-kinédensographie.* — Nous avons essayé d'améliorer encore la sensibilité afin de pouvoir obtenir un enregistrement des variations de mouvement et de densité qui sont du domaine infravisible, c'est-à-dire invisible en radioscopie, et impossible à enregistrer par la radiographie ou la radiokymographie. Nous avons été tenté surtout par l'essai de détection des *pulsations invisibles du parenchyme pulmonaire*.

Les courbes 4 et 5 (malade, M[lle] M.-T. D.), présentées en dernier lieu, ont été obtenues avec ces appareils. La cellule radioélectrique a été placée en plein parenchyme pulmonaire. Zone externe. A cet endroit-là, en examinant le sujet, même avec des rayons X très intenses et avec le maximum de contraste possible, l'œil ne découvre aucun battement. D'autre part, la kymographie de ces régions, faite dans les meilleures conditions possibles, ne décèle aucune pulsatilité.



La courbe obtenue montre plusieurs petites pulsations allant en croissant régulièrement, puis apparaissent de très grandes ondulations, et enfin une variation inverse se produit, c'est-à-dire une diminution des oscillations, un palier et une nouvelle période de croissance, jusqu'aux très grandes pulsations, et ainsi de suite. La pulsatilité devient très ample à l'inspiration, puis diminue à l'expiration, à l'inverse des ventricules.

Nous voyons donc que, au niveau des petites arborisations terminales de l'artère pulmonaire, l'influence respiratoire est capitale. Au repos respiratoire les artérioles oscillent à peine, puis, au fur et à mesure de la croissance de l'inspiration, des pulsations très amples apparaissent. Il semble qu'il y a un véritable appel de sang par l'inspiration. Mais à cette variation pulmonaire se superpose aussi la variation de densité radiologique due au remplissage des poumons par l'air qui, comme on le voit, est considérable à ce niveau, alors que dans la région hilaire l'influence respiratoire est à peine perceptible.

Nous pensons que l'enregistrement de ce pouls capillaire du poumon peut apporter d'utiles renseignements dans les recherches des processus infectieux au début, ou dans le diagnostic différentiel des tumeurs pulmonaires au début.

Nous espérons ainsi pouvoir déceler des infiltrations tuberculeuses *avant leur visibilité radiologique*. Mais l'enregistrement des mouvements n'est pas le seul but que nous poursuivons. Nous nous proposons également de rechercher les variations de *densité* des organes, c'est-à-dire de leur opacité atomique à différents moments de la vie physiologique, par exemple les variations de l'opacité atomique du foie à jeun et pendant la période de digestion, les variations de densité de la rate à l'état pathologique, au repos et pendant le travail etc.

C'est ainsi que nous espérons pouvoir apporter de nouvelles contributions à

l'exploration d'un domaine entièrement nouveau, celui des *variations radiologiques infravisibles*.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Variations indépendantes des deux activités gonadotropes de l'urine de Femme enceinte.* Note [1] de M. **Émile Guyénot**.

Mes recherches, effectuées sur femelles immatures de Cobayes, hypophysectomisées ou non, m'ont permis de distinguer trois actions gonadotropes différentes :

1° Une action *auxogène* [2] (= *follicle stimulating hormone* FSH), consistant dans la croissance d'un grand nombre de follicules ovariens (8, 10, 20) n'atteignant pas la maturité complète, accompagnée d'un rut plus ou moins partiel et atypique. Cette action appartient à une hormone d'origine hypophysaire (implantations ou extraits de préhypophyse; urine de Femme ovariotomisée ou ménopausique); elle s'exerce même en l'absence de l'hypophyse;

2° Une action *acmogène* [3] (= prolan A), qui détermine une puberté précoce de type physiologique : croissance et maturité d'un petit nombre de follicules (1, 2, rarement 3 ou 4) comme dans un cycle normal; rut absolument typique. Le principe responsable de cette action est d'origine choriale et ne se trouve que dans l'urine de femme enceinte. Il n'agit qu'en présence de l'hypophyse. C'est probablement un facteur hypophysotrope qui incite l'hypophyse à sécréter, dans les conditions physiologiques, l'hormone auxogène;

3° Une action *crinogène* [4] (= *luteinizing hormone* LH; prolan B), exercée à la fois par l'hypophyse et par l'urine de Femme enceinte. A dose moyenne, elle produit la lutéinisation vraie (corps jaunes); à dose forte, elle détermine la pseudolutéinisation ou hypertrophie de tous les éléments d'origine thécale. Cette action se produit dans l'ovaire, même en l'absence de l'hypophyse.

L'urine de Femme enceinte provoque les actions acmogène A et crinogène C, selon la dose utilisée. Par exemple, une urine (n° 335) présente un seuil d'activité acmogène à $0^{cm^3},20$; l'action reste acmogène pure de 0,20 à $4^{cm^3},0$. La lutéinisation vraie s'observe pour des doses comprises entre 5,0 et $7^{cm^3},0$. La pseudolutéinisation enfin est obtenue avec des doses de $7^{cm^3},0$ et plus.

La plupart des auteurs admettent que ces deux actions, acmogène et crinogène, sont dues à une seule et même hormone qui agirait différemment selon la

---

(1) Séance du 1er avril 1946.

(2) Qui engendre la croissance folliculaire.

(3) Qui engendre la maturité, la puberté.

(4) Qui engendre un type sécréteur.

dose. S'il en est ainsi, le rapport entre les seuils A et C doit être approximativement constant. C'est ce que j'ai cherché à vérifier.

Le *seuil acmogène* A est facile à définir : c'est la plus petite quantité d'urine qui produit un cycle ovarien et un rut d'allure physiologique. Le *seuil crinogène* C est plus difficile à déterminer. L'apparition de corps jaunes n'est pas un critère suffisant. On observe, en effet, des lutéinisations physiologiques qui ne sont pas dues à l'action du produit injecté, mais à l'intervention de l'hypophyse de l'animal traité. La glande répond à la puberté précoce que l'on a provoquée en sécrétant l'hormone lutéinisante. C'est pourquoi j'ai choisi, comme test, le début de l'hypertrophie thécale. Des numérations de noyaux dans les thèques des follicules atrétiques permettent de fixer, d'une façon objective, le taux correspondant à ce seuil. J'ai d'ailleurs vérifié que le rapport entre ce seuil crinogène et le début de la lutéinisation vraie est constant.

J'ai déterminé, pour une urine de même provenance, les seuils A et C dans l'urine des 24 heures recueillie à *divers moments de la gestation*. Voici un exemple :

a. le 126ᵉ jour de la grossesse, le seuil acmogène correspond à $0^{cm^3},075$ et le seuil crinogène à $0^{cm^3},6$. Le rapport des seuils $C/A = 8,0$. L'urine des 24 heures contient 15200 unités A et 1883 unités C.

b. le 173ᵉ jour, le rapport $C/A = 5,0/0,2 = 25,0$. L'urine contient maintenant 9000 unités A et 360 unités C.

c. le 269ᵉ jour, le rapport $C/A = 7,0/0,2 = 35,0$. Il y a alors, dans l'urine des 24 heures, 8550 unités A et 244 unités C.

En prenant comme terme de comparaison les taux contenus dans la première urine, on peut exprimer (en %) ainsi la diminution des deux activités :

	Activité A.	Baisse.	Activité B.	Baisse.
126ᵉ jour......	100	–	100	–
173ᵉ »	59,3	40,7	19,2	80,8
269ᵉ »	56,3	43,7	13,0	87,0

On voit que le rapport du seuil d'activité crinogène au seuil d'activité acmogène est loin d'être constant. Le pouvoir crinogène diminue plus vite que le pouvoir acmogène. Les deux activités varient, et c'est là le fait essentiel, de façon indépendante. L'étude d'autres urines a donné des résultats semblables.

Cette indépendance se retrouve lorsqu'on soumet l'urine à un *chauffage* au-dessus de 65° pendant des durées croissantes. La chute d'activité est d'abord très intense, mais plus rapide pour le pouvoir crinogène. Les deux courbes tendent ensuite vers une asymptote horizontale. Voici un exemple :

Chauffage à 70° (minutes).....	5.	5.	10.	15.	85.
Baisse d'activité A (%).....	72,9	73,3	89,3	92,9	99,3
» C »	95,0	93,4	96,9	98,7	99,8

Conclusion. — La constatation de telles variations *indépendantes* des deux activités acmogène et crinogène de l'urine de gestation est inconciliable avec l'hypothèse admettant la présence d'un seul principe hormonal agissant différemment suivant la dose. Elle constitue une très forte présomption en faveur de l'existence de deux principes différents.

IMMUNOLOGIE. — *Propriétés caractéristiques des anticorps formés par les molécules organiques de faible poids moléculaire.* Note (¹) de M. **Jean Loiseleur**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Voici quelques propriétés caractéristiques des anticorps qui apparaissent consécutivement à l'injection de molécules organiques de faible poids moléculaire (²).

I. Tout d'abord on peut localiser l'anticorps et purifier le sérum, sans que le traitement lui fasse perdre ses propriétés spécifiques. Un Lapin ($2^{kg},800$) est préparé, pendant 7 jours, par une dose totale de 260^{mg} de xylose, administrée en 26 injections intramusculaires. Le sérum, prélevé le lendemain de la dernière injection, est traité par le sulfate d'ammonium. Les différentes fractions (euglobuline, pseudo-globuline et sérum-albumine) sont amenées, après dialyse, à un même volume et sont examinées par l'épreuve de viscosité dans les conditions précédemment définies. On constate que l'anticorps est localisé dans les pseudo-globulines; ces dernières se montrent même plus actives que le sérum entier et entraînent, en présence du xylose, un accroissement spécifique de viscosité plus élevé (9,4 au lieu de 3,9 %).

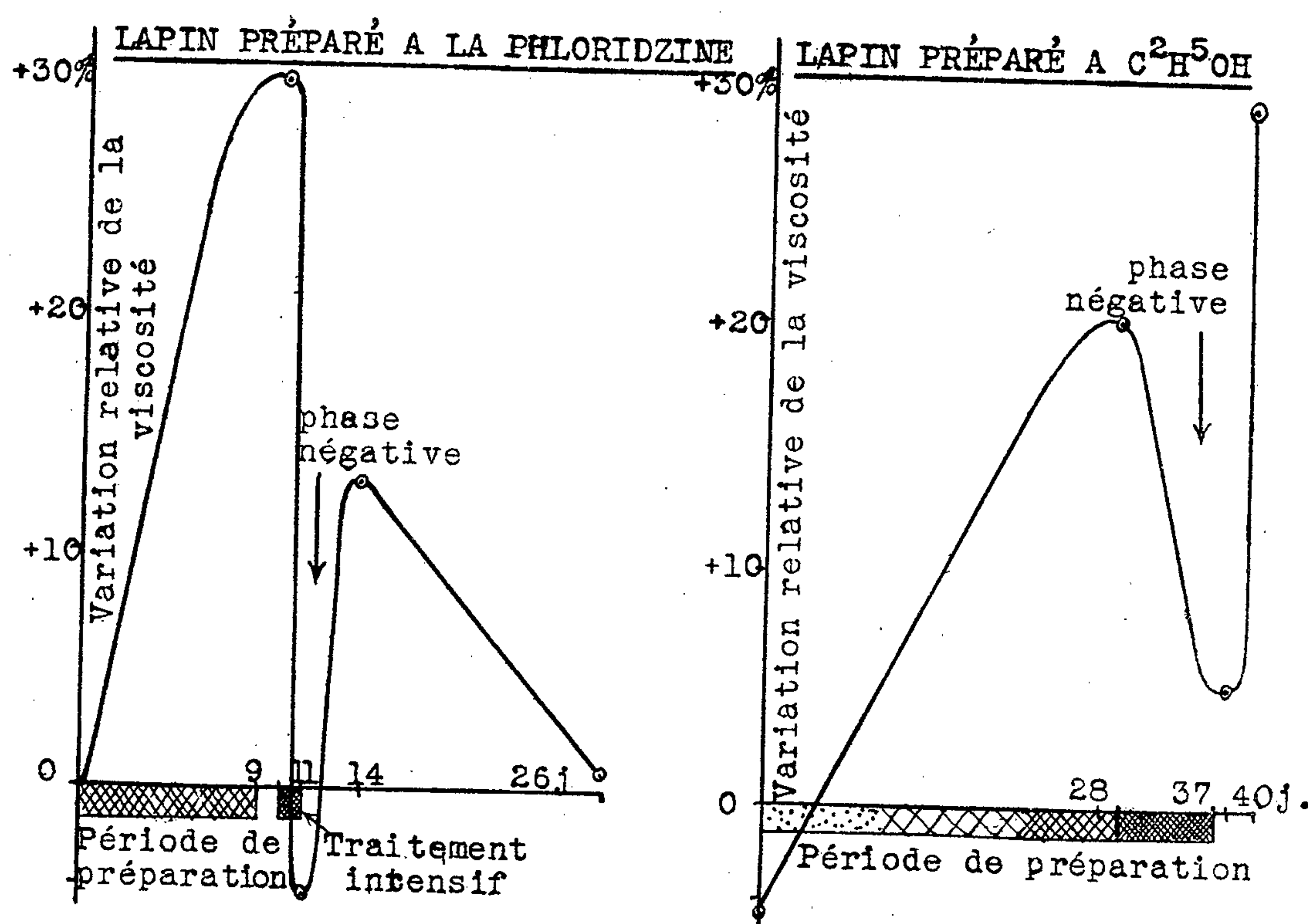
II. D'autre part, ces anticorps sont susceptibles de réagir *in vivo*. Un Lapin ($2^{kg},510$) est préparé, pendant 10 jours, par une dose totale de 100^{mg} de phloridzine. Le lendemain de la dernière injection préparante, l'épreuve de viscosité est positive (augmentation de 20 %). L'animal est alors soumis, pendant 21 heures, à un traitement intensif consistant à lui administrer une dose de 72^{mg} de phloridzine (répartie en 3 injections regulièrement espacées). A la 24ᵉ heure, l'on constate une chute verticale de l'épreuve de viscosité (courbe 1) qui est alors devenue négative (— 4,3 %). Mais, après 1 jour de repos, sa valeur est en augmentation considérable (+ 12,9 %). L'animal est laissé pendant 12 jours au repos et l'on enregistre à ce moment une épreuve à peine positive (+ 1,2 %), correspondant cette fois à la disparition progressive,

(¹) Séance du 1ᵉʳ avril 1946.

(²) J. Loiseleur, *Comptes rendus*, **222**, 1946, pp. 159 et 461.

normale, de l'anticorps. L'injection massive de phloridzine avait donc neutralisé la totalité de l'anticorps qui était, à ce moment, présent dans la circulation sanguine. Le crochet typique de la courbe 1 reproduit ici la phase négative que l'on observe chez les animaux préparés avec des antigènes protéidiques, mais avec un décalage de chronologie et une accélération des phénomènes consécutifs à la grande diffusibilité de l'antigène.

Un résultat analogue (courbe 2) est obtenu avec un Lapin préparé pendant



Courbe 1.

Courbe 2.

Chute de la réaction sérique consécutivement à une injection massive d'antigène.

40 jours avec l'alcool éthylique injecté en quantités croissantes (50^mg le 1er jour, 3500^mg le 40e jour). Le lendemain de cette dernière injection, l'épreuve de viscosité donne un résultat positif (+ 20,6 %). Pendant les 8 jours consécutifs, l'animal est soumis à un traitement intensif (injection quotidienne de 7^g d'alcool). Le dernier jour du traitement, l'épreuve accuse une baisse considérable (+ 5 % seulement). Mais, après 3 jours de repos, on constate le relèvement de l'épreuve de viscosité (+ 29 %). Comme dans l'expérience précédente, le *crochet caractéristique* de la courbe 2 correspond à la neutralisation *in vivo* de l'anticorps par l'excès de l'antigène.

III. Il faut enfin signaler l'intervention des variations individuelles dans l'activité des anticorps produit par un même antigène administré dans des conditions identiques. Par exemple, l'expérimentation avec l'acide *d*-tartrique conduit, chez des animaux différents, à des valeurs très variables du maximum

de l'épreuve de viscosité (+ 13,2 %, + 30 %, + 4,8 %); de même, avec le xylose, on relève des taux inégaux (+ 12 %, + 9,1 %, + 28 %, + 6 %).

En résumé, ces modalités apparentent étroitement aux phénomènes classiques de l'immunité les anticorps obtenus ici avec des antigènes de faible poids moléculaire.

A $15^{h}55^{m}$ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $16^{h}5^{m}$.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 28 janvier 1946.)

Note de M. *Robert Campbell,* Sur une généralisation des fonctions de Mathieu normées.

Page 271, dans la formule ligne 18, remplacer les γ par des ν.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MERCREDI 24 AVRIL 1946.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE CARTAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Les ensembles rangés.* Note de M. ARNAUD DENJOY.

Dans un Ouvrage sous presse intitulé l'*Énumération transfinie*, j'ai mis en évidence la nécessité de séparer nettement les deux notions, si fâcheusement identifiées entre elles par Cantor, du nombre ordinal indicatif d'un rang et du type de bonne ordination.

Entre le nombre ordinal et le rang il n'y a que la différence du qualificatif à l'objet qualifié. Un type de bonne ordination occupe un rang parmi les autres. Ce rang est repéré par un nombre ordinal. Mais c'est une erreur de confondre le type avec ce nombre ([1]).

A priori la notion de *rang* ne semble pas devoir être réservée aux éléments des ensembles bien ordonnés. Mais, pour pouvoir s'étendre à d'autres modes d'ordination, elle est soumise à trois conditions :

A. *Le rang d'un élément est un caractère ordinal*, en ce sens que si a est un élément de l'ensemble ordonné E, et si a est doué d'un rang dans E, ce rang, s'il existe, se conserve dans toute transformation de E en un ensemble ordonné semblable à lui.

B. *Le rang de l'élément a de* E, s'il existe, *ne dépend que de la section commençante de* E, soit $C(a, E)$, *formée par les éléments de* E *non ultérieurs à a.*

Le rang se conserve donc dans tout prolongement ordinal de $C(a, E)$ au delà de a.

Un élément d'un ensemble ordonné E peut en être *le premier*, même si cet élément est dépourvu de conséquent (s'il est ordinalement limite de E, évidemment du côté ultérieur).

([1]) J'ai déjà exprimé la même idée, et j'ai donné l'exemple (voir plus loin) de l'ensemble rangé Q (pour le cas de e vide) dans une Note du 29 septembre 1941 (*Comptes rendus*, **213**, p. 431). Cette fois je donne des détails sur la théorie des ensembles rangés. Celle-ci figurait dès cette époque dans le manuscrit mis en composition peu après, et dont les circonstances et des difficultés majeures ont jusqu'à présent contrarié l'édition.

Si E se compose des entiers 2, 4, 10, 13, 14 et de tous les nombres rationnels supérieurs à 14, E a *un premier, un second, ..., un cinquième* élément, et il n'a *pas de sixième* élément.

Si E est l'ensemble des nombres 1/2, 2/3, ..., $(n-1)/n$, ..., 1 et des nombres rationnels supérieurs à 1. le tout ordonné selon les valeurs croissantes des éléments, H *possède un* $\omega^{\text{ième}}$ *élément, mais non pas un* $(\omega+1)^{\text{ième}}$.

C. *Le rang d'un élément le caractérise.*

Conséquence. — *Si la notion de rang est applicable aux éléments de l'ensemble ordonné* E, *deux sections commençantes distinctes quelconques de* E *sont dissemblables.*

Nous appelons *ensemble rangé* tout ensemble satisfaisant à cette dernière condition.

Exemple d'ensemble rangé. — Soient P un ensemble parfait linéaire, u_1 ou $a_1 b_1$, ..., u_n ou $a_n b_n$, ... ses intervalles contigus énumérés. Sur u_n plaçons n points auxquels nous ajoutons a_n et b_n; enfin complétons par un ensemble quelconque e de points de seconde espèce de P. L'ensemble total Q ordonné dans le sens des abscisses croissantes est rangé. Il sera dénombrable ou non en même temps que e.

Dans le premier cas, l'ensemble ordonné dénombrable Q a une infinité non dénombrable de sections commençantes toutes dissemblables entre elles.

Soit Γ_0 une famille d'ensembles ordonnés possédant les propriétés suivantes :

1° Tout ensemble E de la famille Γ_0 est rangé.

2° Si l'ensemble E appartient à la famille Γ_0, toute section commençante de E est aussi dans Γ_0.

3° Tout ensemble semblable à un ensemble de Γ_0 est dans Γ_0.

4° Quels que soient les deux ensembles E et E′ appartenant à Γ_0, ou bien ils sont semblables, ou bien l'un d'eux est semblable à une section commençante de l'autre.

Les ensembles bien ordonnés forment une famille remplissant les conditions précédentes.

A la famille Γ_0 nous attachons un *ensemble-étalon des rangs* E_0, non nécessairement défini dans sa totalité (par analogie avec la théorie de Cantor, où l'ensemble total des nombres ordinaux n'est pas défini), mais dont toute section commençante est supposée définie, et tel que :

1° Tout ensemble E de Γ_0 est semblable à une section commençante de E_0.

2° Toute section commençante de E_0 appartient à Γ_0.

L'élément ρ de E_0 ayant dans E_0 le même rang que a dans E sera l'*indicatif de ce rang*. Il constitue la généralisation étendant à l'ensemble-étalon E_0 la notion du *nombre ordinal.*

Le lien étroit du rang et du nombre ordinal apparaît ainsi.

Mais, pour donner à la notion de type de bonne ordination l'extension analogue, adjoignons à E_0 l'ensemble $H(E_0)$ *des types de rangement des sections commençantes de* E_0, E_0 lui-même étant exclu.

Alors, tandis que la suite des types de bonne ordination forme un ensemble

bien ordonné semblable à celui des nombres ordinaux cantoriens, en général, *pour un ensemble* E_0 *quelconque,* $H(E_0)$ *lui sera dissemblable.*

Par exemple, si l'ensemble Q considéré plus haut contient P, et si on lui fait jouer le rôle de E_0, $H(E_0)$ ayant une infinité non dénombrable de couples d'éléments consécutifs, n'est pas semblable à un ensemble linéaire, tandis que E_0 l'est.

Voici les propriétés principales du système $[E_0, H(E_0)]$:

1° $H(E_0)$ *est rangé.*

2° $H(E_0)$ *est ordinalement fermé,* c'est-à-dire : si C et D sont deux sections complémentaires, l'une commençante C, l'autre finissante D, de $H(E_0)$, ou bien C a un élément final, ou bien D a un élément initial. Or E_0 peut être rangé sans être fermé.

3° *Si* E_0 *est ordinalement fermé,* $H(E_0)$ *n'a pas d'élément bilatéralement limite.*

Or E_0 peut être ordinalement fermé et posséder des éléments de cette dernière sorte.

4° *Pour que* E_0 *soit ordinalement semblable à* $H(E_0)$, *il faut et il suffit que :*

a. E_0 *soit ordinalement fermé;*

b. Tout élément de E_0 *non final et ultérieur à une infinité d'éléments de* E_0 *ait un conséquent.*

Soient δ_m une suite de nombres ordinaux de Cantor, croissant quand leur indice négatif m décroît, δ la limite des δ_m, γ un nombre ordinal non inférieur à δ, τ_α ou $\tau(\alpha)$ le α^e type de bonne ordination, p, p_m des entiers non négatifs.

Le type le plus général $T(E_0)$ *des ensembles rangés* E_0 *semblables à l'ensemble* $H(E_0)$ *des types de leurs sections commençantes est*

$$T(E_0) = \tau_p + \sum_{m=-\infty}^{m=-1} \tau(\omega^{\delta_m}) \times p_m + \tau(O_1),$$

O_1 *étant soit la suite* O *des nombres ordinaux finis et transfinis de tout ordre, soit le segment* $S(\gamma, O)$ *de* γ *dans cette suite.*

Tel est le seul cas où la déplorable confusion, admise par Cantor, du nombre ordinal et du type de bonne ordination, serait possible. Les ensembles bien ordonnés correspondent aux conditions particulières $o = p = p_m$, quel que soit $m < o$.

CORRESPONDANCE.

M. **Torsten Carleman**, élu Correspondant pour la Section de Géométrie, adresse des remercîments à l'Académie.

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats au poste de Directeur de l'Institut de Physique du Globe de Strasbourg.

(Renvoi à la Section d'Astronomie.)

M. LOUIS PINEAU, Président de la SOCIÉTÉ D'ENCOURAGEMENT POUR L'INDUSTRIE NATIONALE, invite l'Académie à se faire représenter à la Cérémonie qui aura lieu le mardi 7 mai, en l'Hôtel de la Société, en l'honneur de SADI CARNOT.

M. ÉLIE CARTAN est désigné.

M. le SECRÉTAIRE PERPÉTUEL signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° GEORGES RAY. *Les vins de France.*

2° DEZYDERY SZYMKIEWICZ. *Observations biométriques*, VI-VII, extrait de *Acta Societatis Botanicorum Poloniae*, vol. XVII, n° 1.

M. JEAN VIGNAL prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section de Géographie et Navigation, par le décès de M. *Robert Bourgeois*.

ALGÈBRE. — *Théorie non-abélienne des corps de classes pour les extensions finies et séparables des corps valués complets : conducteur, théorie de l'irrégularité.* Note (1) de M. **MARC KRASNER**, présentée par M. Élie Cartan.

Je conserve les notations de ma Note précédente (2). K/k sera supposée séparable. Soit $\overline{\mathfrak{M}}$ la fermeture sur l'axe semi-réel (3) du module de valuation $\mathfrak{M}$ de K. Si $f = f_{\alpha/k}(x)$, le conducteur (4) de $\mathfrak{U}_\alpha = TC_\alpha$ sera noté $\mathfrak{f}^{(f)}_{K/k}$ et dit le conducteur de K/k *en f*, et le p. g. c. d. (3) des $\mathfrak{f}^{(f)}_{K/k}$, où f parcourt $E_{K/k}$, sera noté $\mathfrak{f}_{K/k}$ et dit le *conducteur* de K/k. On a, si l'on se place dans $\mathcal{E}^{(n)}_k$, $\omega_n(\mathfrak{f}^{(f)}_{K/k}) = \varphi(\Pi_\alpha ; v_{m(\alpha)-1})$ et $\omega_n(\mathfrak{f}_{K/k}) = \varphi_{K/k}(v_{m-1})$, où $v_m = +\infty$, formule analogue à celle de Hasse-Artin (5) pour les extensions galoisiennes des corps $\mathfrak{p}$-adiques. L'application T de $\mathfrak{K}$ sur $\mathcal{E}_k$ est partout centrale (3) et ouverte, donc, en vertu du Principe I, *$\mathcal{E}^0_{K/k}$ est localement ouvert en tout $g \in \mathcal{E}^0_{K/k}$ séparable et si $g = f_{\alpha/k} \in \mathcal{E}_{K/k}$, l'entourage de g dans $\mathcal{E}^0_{K/k}$ contient* $\mathfrak{U}_\alpha$; ainsi, le conducteur en f et le conducteur de $E^0_{K/k}$ divisent ceux de K/k; la dégénérescence de r vers le type algébriquement fermé peut entraîner l'inégalité $\mathfrak{f}(E^0_{K/k}) \neq \mathfrak{f}_{K/k}$ (toutefois, ceci n'arrive pas si r est un champ de Galois). Mais si $k^\star$ est le complété d'une extension transcendante élémentaire (6) $k(t)$ de k de caractéristique valuative (6) (1), si $K^\star = k^\star(\alpha)$ et si l'on identifie un diviseur (3) de $\mathcal{E}^{(n)}_{k^\star}$ avec celui qu'il induit sur $\mathcal{E}^{(n)}_k$, $\mathfrak{f}^{(f)}_{K/k} = \mathfrak{f}^{(f)}(\mathcal{E}^0_{K^\star/k^\star})$ et $\mathfrak{f}_{K/k}$ *est égal au conducteur de l'ouverture* (3)

---

(1) Séance du 8 avril 1946.

(2) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 626; toutefois, j'y avais employé, par erreur, dans les lignes 21 et 32 de la page 627, le mot *similitude* au lieu du mot *quasi-similitude* (3).

(3) KRASNER, *Comptes rendus*, **219**, 1944, pp. 433-435.

(4) KRASNER, *Comptes rendus*, **222**, 1946, pp. 581-583.

(5) HASSE, *Journ. f. d. reine und ang. Math.*, **162**, 1930, pp. 169-184.

(6) KRASNER, *Comptes rendus*, **220**, 1945, pp. 28-30.

$E^{\star}_{K/k}$ *de* $E^{0}_{K/k}$ *dans* $\mathcal{E}^{(n)}_{k^\star}/\mathcal{E}^{0}_{K^\star/k^\star}$, ce qui en est une définition à l'aide des seuls objets dans k. Le Principe III et l'existence de certaines surextensions hilbertiennes ([7]) de K/k montrent que, si $n|\nu$, l'ordre dans $\mathcal{E}_{k^\star,\nu}$ du conducteur $\mathfrak{f}^{(\nu)}_{K/k}$ de $E^{\star}_{K/k} \cap E_{k^\star,\nu}$ est le nombre minimal de $\mathfrak{M}n:\nu$ qui soit $\geqq \omega_n(\mathfrak{f}_{K/k})$; tous les $\omega_n(\mathfrak{f}^{(f)}_{K/k})$ appartenant au module de valuation du corps de Galois K' de K/k, on a $\omega_n(\mathfrak{f}_{K/k}) = \operatorname{Min}\omega_\nu(\mathfrak{f}^{(\nu)}_{K/k})$, et le minimum est atteint si $(K':k)|\nu$.

$\mathfrak{f}$ étant un multiple propre de $\mathfrak{f}_{K/k}$, et $(E_{K/k};\mathfrak{f})$ étant la réunion des classes $(\bmod \mathfrak{f})$ dans $\mathcal{E}_{k,n}$ contenues dans $E_{K/k}$, $E(\mathfrak{f}, K/k) = (E_{K/k};\mathfrak{f})/\mathfrak{f}$ est un ensemble de l'espace ultramétrique *discret* $\mathcal{E}_{k,n}/\mathfrak{f}$, caractérisant K/k à l'isomorphie près. Si k est discrètement valué, et si $\mathfrak{f}$ est le p. p. m. propre de $\mathfrak{f}_{K/k}$, on a $(E_{K/k};\mathfrak{f}) = \overline{E}_{K/k}$ et $E(\mathfrak{f}, K/k)$ sera noté $E(K/k)$. Si k est localement compact, $E(K/k)$ est un ensemble *fini*, et un calcul rationnel *fini* suffit à décider si $A \subseteq \mathcal{E}_{k,n}/\mathfrak{f}$ donné est de la forme $E(K/k)$.

Si $\sigma \in G_{K/k}$, la borne inf. sur l'axe semi-réel $\eta^{(\alpha)}_{K}(\sigma)\left(\geqq \varphi^{(\alpha)}(\sigma)\right)$ de $\sigma\alpha - \beta$, où β parcourt K, est dit le *nombre d'irrégularité de* σ *en* α *dans* K. En vertu du Principe III, *si* $\eta^{(\alpha)}_{K}(\sigma) > \varphi^{(\alpha)}_{q-1}$, K *contient le* $q^{\text{ième}}$ *corps caractéristique* ([6]) $(\sigma K)^{(\sigma\alpha)}_{q}$ *de* $\sigma K/k$ *en* $\sigma\alpha$, *ce qui équivaut à l'inégalité* $\iota_K\sigma \subseteq \sigma Z^{(\alpha)}_{q}$, (où ι_K est l'isomorphisme identique de K/k). Soient $\eta^{(\alpha)}_{0,K} < \eta^{(\alpha)}_{1,K} < \ldots < \eta^{(\alpha)}_{\pi,K} = +\infty$, toutes les valeurs prises par $\eta^{(\alpha)}_{K}(\sigma)$, $\sigma \in G_{K/k}$. $\eta^{(\alpha)}_{i,K}$ est dit le $i^{\text{ième}}$ *nombre d'irrégularité de* K/k *en* α. Un $\sigma \in G_{K/k}$ est dit *régulier, irrégulier caché, irrégulier apparent* ou *irrégulier masqué en* α suivant que $\eta^{(\alpha)}_{K}(\sigma)$ est $+\infty$, fini et égal à $\varphi^{(\alpha)}(\sigma)$, fini, réel et $> \varphi^{(\alpha)}(\sigma)$, fini et non réel. σ est régulier si, et seulement s'il est un automorphisme de K/k, et le nombre de tels σ est $(K:K_g)$, où K_g est le corps maximal entre k et K par rapport auquel K est galoisien. K/k est dite *à irrégularité masquée en* α si tout $\sigma \in G_{K/k}$ est régulier ou irrégulier masqué. L'ensemble $H^{(\alpha)}_{i,K/k}$ des $\sigma \in G_{K/k}$ tels que $\eta^{(\alpha)}_{K}(\sigma) \geqq \eta^{(\alpha)}_{i,K}$ est dit le $i^{\text{ième}}$ *ensemble d'irrégularité de* K/k *en* α. $\eta^{(\alpha)}_{K}(\sigma)$ étant réel, soit $\mathcal{J}^{(\alpha)}_{\sigma}$ le squelette ([8]) de l'ensemble des $\gamma \in \sigma\alpha + K$ d'ordre $\eta = \eta^{(\alpha)}_{K}(\sigma)$ [c'est l'ensemble $\mathcal{J}(\sigma\alpha)$ de ma Note précédente ([9]) si l'on y pose $F(x) = f_{\alpha/k}(x)$; c'est un ensemble d'un seul élément ou une classe $(\bmod \theta_\eta R)$ dans le squelette $\mathfrak{S}$ de $\mathfrak{K}$, où $\theta_\eta \in S$ et $-\operatorname{Log}|\theta_\eta| = \eta$, suivant que $\eta \notin$ ou $\in \mathfrak{M}$]. Soient $B^{(\alpha)}_{q}$ le squelette de l'ensemble ([9]) des $\sigma\alpha - \alpha$, $\sigma \in Z^{(\alpha)}_{q}$, et $x^{(\alpha)}_{q}$ le nombre d'éléments de $B^{(\alpha)}_{q} \cap S$. Si $\eta^{(\alpha)}_{i} = \varphi^{(\alpha)}_{q}$ et si $\sigma \in H^{(\alpha)}_{i} - H^{(\alpha)}_{i+1}$, on montre que $H^{(\alpha)}_{i}$ contient $\sigma(Z^{(\alpha)}_{q} \cap H^{(\alpha)}_{i})$. $\mathcal{J}^{(\alpha)\star}_{\sigma}$ étant la réunion des $\mathcal{J}^{(\alpha)}_{\sigma'}$, $\sigma' \in \sigma(Z^{(\alpha)}_{q} \cap H^{(\alpha)}_{i})$, ou $\mathcal{J}^{(\alpha)}_{\sigma}$ suivant que $\eta^{(\alpha)}_{i}$ réel est ou n'est pas un $\varphi^{(\alpha)}_{q}$, soient $h^{(\alpha)'}_{i}$ le nombre des $\mathcal{J}^{\star}_{\sigma}$, $\sigma \in H^{(\alpha)}_{i} - H^{(\alpha)}_{i+1}$, distincts, augmenté d'une unité, sauf si à la fois $\eta^{(\alpha)}_{i}$ est un $\varphi^{(\alpha)}_{q}$ et $x^{(\alpha)}_{q} \neq 1$, et $h^{(\alpha)''}_{i}$ le nombre $n^{(\alpha)}_{q}:x^{(\alpha)}_{q}$. Les produits $h^{(\alpha)'}$ (ou $h^{(\alpha)''}$) des $h^{(\alpha)'}_{i}$ (ou $h^{(\alpha)''}_{i}$) sont dits les *indices d'irrégularité apparente* et *cachée de* K/k *en* α, et $h^{(\alpha)} = h^{(\alpha)'}h^{(\alpha)''}$ est dit l'*indice d'irrégularité de* K/k *en* α. $h^{(\alpha)} = 1$ *si, et seulement si* K/k *est à irrégularité*

(7) KRASNER, *Comptes rendus*, **220**, 1945, pp. 761-763.
(8) KRASNER, *Comptes rendus*, **219**, 1944, pp. 345-347.
(9) KRASNER, *Comptes rendus*, **222**, 1946, pp. 363-365.

masquée. Une théorie intrinsèque d'irrégularité peut se construire sur le modèle de la théorie intrinsèque de la ramification, et les ensembles d'irrégularité intrinsèques de K/k sont des sous-hypergroupes de $G_{K/k}$. Si k est discrètement valué, aucun σ n'est irrégulier masqué et il existe un $\alpha \in K$, tel que $h^{(\alpha)} = (K_g : k)$.

Soit $Z_q^{(\alpha)}/Z_{q+1}^{(\alpha)} = \{C_{q1}, C_{q2}, C_{q3}, \ldots, C_{qn_q}\}$, où $n_q = n_q^{(\alpha)}$, et soit $\sigma_{qj} \in C_{qj}$. Soient les t_{qj} ($q = 0, 1, \ldots, m(\alpha) - 1$; $j = 1, 2, 3, 4, \ldots, n_q$) $n_0 + n_1 + \ldots + n_{m(\alpha)-1}$ transcendantes, algébriquement indépendantes par rapport à k, et soit $\mathfrak{K}^{(\alpha)}$ le complété de l'extension transcendante élémentaire (6) $\mathfrak{K}(t_{qj} - \sigma_{qj}\alpha;\, u_{qj})$, obtenue par l'adjonction de tous les t_{qj}, où la valuation u_{qj} de $t_{qj} - \sigma_{qj}\alpha$ est $r_q^{(\alpha)} = \operatorname{Exp}(-v_q^{(\alpha)})$. $\mathfrak{K}^{(\alpha)}$ ne dépend pas du choix des $\sigma_{qj} \in C_{qj}$. Soit $k^{(\alpha)}$ le complété du sous-corps de $\mathfrak{K}^{(\alpha)}$ obtenu en adjoignant à k les coefficients de tous les polynomes $\theta_q(x) = \Pi(x - t_{qj})$ ($j = 1, 2, \ldots, n_q$); aucun polynome de S_k ne s'y décompose. Soit $K^{(\alpha)}$ le composé de $k^{(\alpha)}$ et de K. En vertu du Principe III, pour tout $\sigma \in C_{qj}$, on a $k^{(\alpha)}(t_{qj}) \supseteq (\sigma K^{(\alpha)})_q^{(\sigma\alpha)}$, d'où, puisque $((\sigma K^{(\alpha)})_q^{(\sigma\alpha)} : k^{(\alpha)}) = n_q$ égal à $(k^{(\alpha)}(t_{qj}) : k^{(\alpha)})$, $k^{(\alpha)}(t_{qj})$ est égal à $(\sigma K^{(\alpha)})_q^{(\sigma\alpha)}$. Or, si $1_K\sigma \subseteq \sigma Z_q^{(\alpha)}$, on a $K^{(\alpha)} \supseteq (\sigma K^{(\alpha)})_q^{(\sigma\alpha)}$, d'où $\eta_{K^{(\alpha)}}^{(\alpha)}(\sigma)$ est $\geqq \omega(\sigma\alpha - t_{qj}) = v_q^{(\alpha)}$; donc $\eta_{K^{(\alpha)}}^{(\alpha)}(\sigma) = v_{q(\sigma)}^{(\alpha)}$, *où $q(\sigma)$ est l'indice maximal tel que* $1_K\sigma \subseteq \sigma Z_q^{(\alpha)}$; ainsi, les $\eta_{K^{(\alpha)}}^{(\alpha)}(\sigma)$ *sont parmi les* $v_q^{(\alpha)}$, donc *sont tous réels ou égaux à* $+\infty$, et $K^{(\alpha)}/k^{(\alpha)}$ *est à l'irrégularité masquée en* α (*son indice d'irrégularité en* α est 1) *si et seulement si* K/k *est galoisienne*.

TOPOLOGIE. — *Espaces uniformes généralisés*. Note (1) de M. **Antoine Appert**, présentée par M. Émile Borel.

Nous introduisons des généralisations des espaces uniformes de A. Weil (2). Nous en publierons ultérieurement des applications.

Soit P un *espace*, c'est-à-dire un ens. d'éléments appelés *points*. Soit (a, b) le couple ordonné dont le premier élément est un objet a et le deuxième un objet b distinct ou non de a. Soit $P \times P$ l'ens. des couples (a, b) de points de P. On nomme *diagonale* Δ_P de $P \times P$ l'ens. des couples $(a, a) \in P \times P$. Pour tous les sous-ens. E et F de $P \times P$, on pose : $\overset{-1}{E}$ = ens. des couples (b, a) tels que $(a, b) \in E$; $F \circ E$ = ens. des couples (a, c) tels qu'il existe b vérifiant $(a, b) \in E$ et $(b, c) \in F$. Et pour tout $a \in P$, on pose : $E(a)$ = ens. des b tels que $(a, b) \in E$. — Étant donné une famille quelconque $\mathcal{F}$ d'ens., nous disons que $\mathcal{F}$ est *inclusive dans* un ens. H si tout ens. de $\mathcal{F}$ est un sous-ens. de H, et si $[E \in \mathcal{F}\ \&\ E \subset F \subset H] \rightarrow [F \in \mathcal{F}]$. On dit que $\mathcal{F}$ est *semi-multiplicative* si l'intersection de deux ens. de $\mathcal{F}$ contient toujours un ens. de $\mathcal{F}$. On dit que $\mathcal{F}$ est un *filtre* (3) *dans* un ens. H si $\mathcal{F}$ est non vide, ne comprenant pas l'ens. vide, semi-multiplicative et inclusive dans H. Nous disons que deux familles $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$ d'ens. sont *inclusivement équivalentes* si tout ens. de $\mathcal{F}_1$ contient un ens. de $\mathcal{F}_2$ et réciproquement.

Nous appelons *espace topologique généralisé*, ou *espace* $(P, \mathcal{C})$, le système constitué

---

(1) Séance du 1er avril 1946.

(2) *Sur les espaccs à structure uniforme*, Paris, 1937, p. 8.

(3) H. Cartan, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 595.

par un espace P et par une relation arbitraire $a\mathfrak{C}E$ qui a lieu ou non pour tout point $a\in P$ et tout ens. $E\subset P$. Cette relation $a\mathfrak{C}E$ est désignée par $\mathfrak{C}$, elle est appelée *topologie généralisée* dans P ou *relation de contiguïté* dans P, et elle s'énonce : *a contigu à* E. Dans un espace $(P, \mathfrak{C})$, on appelle *fermeture* $\overline{E}$ d'un ens. $E\subset P$, l'ens. des points de P qui sont contigus à E. On dit qu'un ens. $E\subset P$ est un *entourage* d'un point $a\in P$, si a n'est pas contigu à $P-E$. Nous avons établi ([4]) que les *espaces* $(\mathcal{V})$ de M. Fréchet ([5]) sont identiques aux espaces $(P, \mathfrak{C})$ vérifiant les axiomes I, II et III suivants : I. $[a\in E]\rightarrow[a\mathfrak{C}E]$. II. *On n'a jamais* $a\mathfrak{C}0$, 0 *désignant l'ens. vide*. III. $[a\mathfrak{C}E\ \&\ E\subset F]\rightarrow[a\mathfrak{C}F]$. — Les axiomes T_3 et C ont été définis dans une Note précédente ([6]). Pour les axiomes α et 2° de F. Riesz ([7]) et pour la terminologie des espaces $(\mathcal{V})$, nous renvoyons à notre Livre ([7]).

Nous appelons *famille uniformisante généralisée* dans un espace P une famille arbitraire de sous-ens. de $P\times P$. Nous appelons *espace* $(P, \mathfrak{C}, \mathfrak{U})$ un *espace* $(P, \mathfrak{C})$ auquel on a associé une famille uniformisante généralisée $\mathfrak{U}$ dans P. Soient les axiomes suivants :

u_1. *pour tout point* $a\in P$ *et pour tout ens.* $E\subset P$, *on a* $[a\mathfrak{C}E]\rightleftharpoons[$*pour tout* $V\in\mathfrak{U}$, *il existe* $b\in E$ *tel que* $(a, b)\in V]$;

$u_2^\star$. $\mathfrak{U}$ *est non vide et inclusive dans* $P\times P$;

$u_2^{\star\star}$. $\mathfrak{U}$ *est semi-multiplicative*;

u_2. $\mathfrak{U}$ *est un filtre dans* $P\times P$;

$u_3^\star$. *tout ens. de* $\mathfrak{U}$ *contient* Δ_P;

u_3. *l'intersection de tous les ens. de* $\mathfrak{U}$ *est* Δ_P;

u_4. (*axiome de symétrie*), $[V\in\mathfrak{U}]\rightarrow[\overset{-1}{V}\in\mathfrak{U}]$;

$u_5^\star$. *quel que soit* $V\in\mathfrak{U}$, *il existe* $W\in\mathfrak{U}$ *et* $X\in\mathfrak{U}$ *tels que* $X\circ W\subset V$;

u_5. *quel que soit* $V\in\mathfrak{U}$, *il existe* $W\in\mathfrak{U}$ *tel que* $W\circ W\subset V$;

on a $[u_5^\star\ \&\ u_2^{\star\star}]\rightarrow u_5\rightarrow u_5^\star$. De plus, $u_2\rightarrow[P\neq 0]$. D'autre part, si $P\neq 0$ et si $u_3^\star$ est vérifié, alors $[u_2^\star\ \&\ u_2^{\star\star}]\rightleftharpoons u_2$. Dans tout espace $(P, \mathfrak{C}, \mathfrak{U})$, nous disons que $\mathfrak{C}$ et $\mathfrak{U}$ sont *compatibles* si u_1 est vérifié. Nous appelons *espace hypo-uniforme* ou *espace* $(\mathfrak{U})$ tout espace $(P, \mathfrak{C}, \mathfrak{U})$ vérifiant u_1, $u_2^\star$ et $u_3^\star$. Nous appelons *espace faiblement uniforme* tout espace $(\mathfrak{U})$ vérifiant $u_5^\star$. Nous appelons *espace semi-uniforme* tout espace faiblement uniforme vérifiant u_4. Nous appelons *espace quasi-uniforme* tout espace semi-uniforme vérifiant $u_2^{\star\star}$. Et nous appelons *espace uniforme* tout espace quasi-uniforme vérifiant u_3. On peut donner des exemples montrant que ces diverses classes d'espaces sont distinctes.

Il y a identité entre un espace quasi uniforme non vide et un espace $(P, \mathfrak{C}, \mathfrak{U})$ vérifiant u_1, u_2, $u_3^\star$, u_4 et u_5. Donc les espaces quasi-uniformes non vides coïncident avec les espaces appelés *espaces uniformes* par N. Bourbaki ([8]). Enfin les espaces que nous nommons espaces uniformes, coïncident avec les espaces appelés *espaces uniformes* par A. Weil ([1]).

([4]) *Mathematica*, 11, 1935, pp. 229-246.

([5]) *Comptes rendus*, 165, 1917, pp. 359-360.

([6]) *Ibid.*, 216, 1943, pp. 679-681.

([7]) *Propriétés des espaces abstraits*, Paris, 1934, pp. 12, 18 et 101.

([8]) *Topologie générale*, Chap. II, Paris, 1940, p. 92.

Deux espaces sont dits *topologiquement identiques* s'ils ont les mêmes points et la même topologie généralisée. Nous avons démontré les théorèmes suivants :

1. *Pour qu'un espace* (P, $\mathcal{E}$) *soit topologiquement identique à au moins un espace* ($\mathcal{U}$), *il faut et il suffit qu'il soit un espace* ($\mathcal{V}$). *Tout espace* ($\mathcal{U}$) *est un espace* ($\mathcal{V}$) *où, pour tout point a, la famille des* V(*a*) *où* V *parcourt* $\mathcal{U}$, *est inclusivement équivalente à la famille des entourages de a.*

2. *Pour qu'un espace* (P, $\mathcal{E}$) *soit topologiquement identique à au moins un espace faiblement uniforme, il faut et il suffit qu'il soit un espace* ($\mathcal{V}$) *vérifiant l'axiome suivant :* C^{**}. *Si un point a n'est pas contigu à un ens.* E, *il existe une fonctionnelle semi-continue supérieurement sur tout l'espace, égale à zéro en a, égale à* 1 *en tout point de* E, *et appartenant toujours à l'intervalle* [0, 1].

3. *Pour qu'un espace* (P, $\mathcal{E}$) *soit topologiquement identique à au moins un espace semi-uniforme, il faut et il suffit qu'il soit un espace* ($\mathcal{V}$) *vérifiant l'axiome suivant :* C^{*}. *Si un point a n'est pas contigu à un ensemble* E, *il existe une fonctionnelle à la fois semi-continue supérieurement et semi-continue inférieurement sur tout l'espace, égale à* 0 *en a, égale à* 1 *en tout point de* E, *et appartenant toujours à l'intervalle* [0, 1].

4. *Dans tout espace* ($\mathcal{V}$), *on a* $C \rightarrow C^{*} \rightarrow C^{**} \rightarrow \alpha$, *et* $C^{*} \rightarrow T_3$. *Donc tout espace faiblement uniforme vérifie* α, *et tout espace semi-uniforme vérifie* α *et* T_3.

Un espace ($\mathcal{V}$) ne vérifie pas toujours la condition suivante : K. *Toute fonctionnelle à la fois semi-continue supérieurement et semi-continue inférieurement sur l'espace, est continue sur l'espace.* — L'axiome C^{*} doit donc en général être distingué de C. Mais on a, dans tout expace ($\mathcal{V}$) et donc aussi dans tout espace ($\mathcal{U}$) : [2° de F. Riesz] $\rightarrow$ K $\rightarrow$ [$C \rightleftharpoons C^{*}$]. De plus, dans tout espace ($\mathcal{U}$) on a $u_2^{**} \rightarrow$ [2° de F. Riesz].

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les fonctions arithmétiques analytiques à croissance exponentielle.* Note [1] de M. CHARLES PISOT, présentée par M. Paul Montel.

Nous appellerons *fonction arithmétique* une fonction $f(x)$ prenant des valeurs entières rationnelles pour toutes les valeurs entières rationnelles $x = 0, 1, \ldots, n, \ldots$, de la variable. Pour les fonctions arithmétiques *entières* ne croissant pas trop vite, M. G. Pólya [2] a obtenu le résultat suivant : S'il existe un exposant $\gamma < ln 2$ tel que $|f(x)| < e^{\gamma |x|}$ pour tout x de module assez grand, alors $f(x)$ se réduit à un polynome. Ce résultat a été étendu depuis [3],

(1) Séance du 25 mars 1946.

(2) *Rend. Palermo*, **40**, 1915, pp. 1-16.

(3) HARDY, *Proc. Cambridge*, **19**, 1917, pp. 60-63; PÓLYA, *Gött. Nachr.*, 1920, pp. 1-10; CARLSON, *Math. Zeitschr.*, **11**, 1921, pp. 1-23.

en particulier M. A. Selberg [4] a montré que, si $\gamma < ln 2 + (1/1500)$, alors $f(x) = P_1(x) + 2^x P_2(x)$, P_1 et P_2 étant deux polynomes. Cette Note se propose de généraliser ces résultats à des fonctions non nécessairement entières.

Conditions A. — Posons $x = re^{i\varphi}$. Nous supposerons qu'il existe un angle $\delta > 0$ et un exposant γ réel, tels que dans l'angle $|\varphi| < \delta$ la fonction $f(x)$ soit analytique et régulière et, pour tout x de module $r > r_0$, vérifie l'inégalité $|f(x)| < e^{\gamma |x|}$.

Les conditions A entraînent l'existence d'une transformée de Laplace de $f(x)$, à savoir $l(s) = \int_0^\infty e^{-sx} f(x)\, dx$, régulière à l'extérieur d'un ensemble S contenu dans tous les demi-plans $r\cos(\varphi - \varphi_0) \leqq \gamma$, $|\varphi_0| < \delta$.

Conditions B. — Supposons que les conditions A soient vérifiées avec un angle $\delta \geqq \pi/2$ et que S soit entièrement compris entre deux parallèles à l'axe réel écartées de moins de 2π.

Théorème. — *Soit $f(x)$ une fonction arithmétique vérifiant les conditions* A. *Soit* T *l'ensemble transformé de* S *par la transformation $z = e^s$. Si le diamètre transfini τ de* T [5] *est inférieur à* 1, *on a*

$$f(n) = \alpha_1^n P_1(n) + \ldots + \alpha_k^n P_k(n), \tag{1}$$

où $\alpha_1, \ldots, \alpha_k$ sont les entiers algébriques en nombre fini situés alors avec tous leurs conjugués dans T, *et $P_1, \ldots, P_k$ des polynomes.*

Si $f(x)$ vérifie les conditions B *et si $\tau < 1$, alors on a pour tout x*

$$f(x) = \alpha_1^x P_1(x) + \ldots + \alpha_k^x P_k(x). \tag{2}$$

Ce théorème donne en particulier les résultats suivants :

1° Si $f(x)$ est une fonction *entière*, S est le cercle $|s| \leqq \gamma$, son transformé T est le domaine $|ln z| \leqq \gamma$ dont le diamètre transfini τ croît avec γ et est égal à 1 pour $\gamma = \gamma_0 = 0{,}843\ldots$. Comme $\gamma_0 < \pi$, les conditions B sont vérifiées pour tout $\gamma < \gamma_0$ et *toute fonction arithmétique entière avec $\gamma < \gamma_0$ est de la forme* (2). En cherchant les entiers algébriques $\alpha_1, \ldots, \alpha_k$ qui peuvent être situés avec tous leurs conjugués dans T, on obtient suivant les valeurs de γ que :

si $\gamma < ln 2 = 0{,}6931\ldots$, alors $\alpha_1 = 1$ est le seul entier;

---

[4] *Arch. Math. og Naturvid.*, **44**, 1940, IV, pp. 1-8.

[5] Le diamètre transfini τ d'un ensemble T est la limite pour $n = \infty$ de la racine $n^{\text{ième}}$ de la borne inférieure des maxima dans T des modules de tous les polynomes de degré n dont le terme de plus haut degré a pour coefficient 1. Si $\tau < 1$, il n'y a qu'un nombre fini d'entiers algébriques qui peuvent être situés avec tous leurs conjugués dans T. (Fekete, *Math. Zeits.*, **17**, 1923, pp. 228-249).

si $\gamma < \left| ln\left((3+i\sqrt{3})/2\right)\right| = 0,7588\ldots$, alors $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = 2$ sont les seuls entiers ([6]);

si $\gamma < 0,8$, alors $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = 2$, $\alpha_3 = (3+i\sqrt{3})/2$, $\alpha_4 = (3-i\sqrt{3})/2$ sont les seuls entiers pouvant figurer dans l'expression (2) de $f(x)$.

2° En partant en sens inverse du cercle $|z-1| \leq 1$ pour T, on obtient pour S l'ensemble $|e^s - 1| \leq 1$. Les fonctions arithmétiques $f(x)$ correspondantes sont celles étudiées par Carlson ([3]) dont on retrouve ainsi les résultats.

3° Soit $f(x)$ une fonction admettant un développement absolument et uniformément convergent pour tout $x \geq 0$ réel en série de Dirichlet généralisée $\sum_{\nu=0}^{\infty} A_\nu(x) e^{-\lambda_\nu x}$, où $A_\nu(x)$ est un polynome de degré borné en x et où les λ_ν sont des exposants réels ou complexes, dont la partie réelle est bornée supérieurement et la partie imaginaire comprise entre $-\pi$ et $+\pi$. L'ensemble S est alors formé de l'ensemble des points $-\lambda_\nu$ et de leur adhérence. *Si les* λ_ν *n'ont aucun point limite à distance finie*, alors $\tau = 0$, et $f(x)$ *ne peut être arithmétique que si son développement n'a qu'un nombre fini de termes et que les* $e^{-\lambda_\nu}$ *correspondants soient des entiers algébriques avec tous leurs conjugués.* Ainsi je démontre que si a et b sont réels, $|b| > 1$, la fonction

$$f(x) = \frac{a^x - 1}{b^x - 1} = (a^x - 1)(b^{-x} + \ldots + b^{-\nu x} + \ldots)$$

ne peut être arithmétique que si a et b sont des entiers rationnels et $a = b^m$, m entier rationnel positif.

La démonstration se base sur un théorème de MM. Carlson et Pólya ([7]). Nous considérons la série $F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f(n)}{z^n}$. La formule d'inversion de l'intégrale de Laplace donne alors $f(x) = \frac{1}{2\pi i}\int_{\mathfrak{L}} e^{xs} l(s)\, ds$, $\mathfrak{L}$ étant un contour approprié, et par suite $F(z) = \frac{z}{2\pi i}\int_{\mathfrak{L}} \frac{l(s)\, ds}{z - e^s}$.

HYDRAULIQUE. — *Vérifications expérimentales de l'application des méthodes D. F. et S. G. aux chambres d'équilibre à section variable et à étranglement. Cheminées multiples.* Note ([1]) de M. **Léopold Escande**, transmise par M. Charles Camichel.

1. Nous avons décrit ([2]) le dispositif expérimental que nous avons utilisé pour l'étude des oscillations à l'intérieur d'une chambre d'équilibre à section variable.

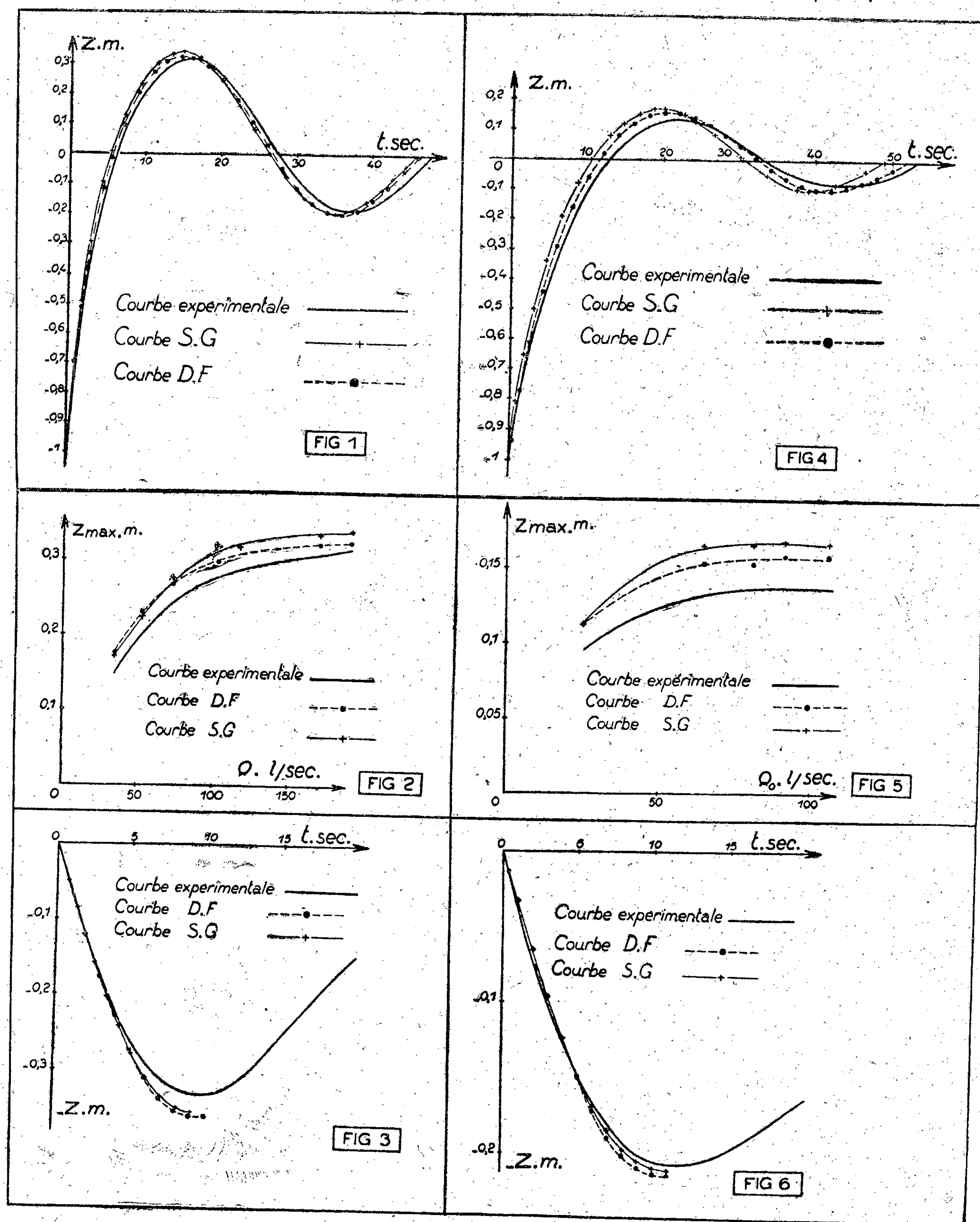
([6]) La constante $\left| ln \frac{3 + i\sqrt{3}}{2} \right|$ est donc la meilleure possible pour le théorème de A. Selberg [voir ([4])].

([7]) *Jahresb. D. Math. V.*, 31, 1922, pp. 107-115; Pólya, *Math. Zeits.*, 29, 1929, pp. 549-624.

([1]) Séance du 8 avril 1946.

([2]) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 589.

Nous avons étendu nos recherches aux chambres à étranglement, en plaçant, à la base de la chambre tronconique étudiée, un orifice d'étranglement dont le coefficient de perte de charge avait été préalablement déterminé par des mesures faites, en circulation continue, à travers un modèle à l'échelle 1/5.



Les expériences ont porté sur des manœuvres instantanées de fermeture ou d'ouverture; pour ces dernières, la hauteur de chute H est assez faible pour qu'il soit nécessaire d'en tenir compte dans les calculs.

La figure 1 reproduit l'oscillation enregistrée d'une part, et calculée d'autre

part, au moyen de la méthode aux différences finies (D. F.) et de la méthode semi-graphique (S. G.), de fermeture instantanée, vanne V entièrement ouverte. La figure 2, donne, dans les mêmes conditions, les valeurs maxima Z_m de Z, en fonction du débit initial Q_0.

Les figures 4 et 5 fournissent respectivement les mêmes résultats que les figures 1 et 2, dans le cas où la vanne V est partiellement fermée.

Les figures 3 et 6 reproduisent l'enregistrement et le calcul de la première descente, dans deux expériences d'ouverture instantanée, la vanne V étant ouverte complètement (*fig.* 3) ou partiellement (*fig.* 6).

Dans l'ensemble les méthodes D.F. et S.G. conduisent à des amplitudes d'oscillation plus fortes que l'expérience; les écarts constatés admissibles pour la technique sont donc dans le sens de la sécurité; ces écarts sont d'ailleurs inférieurs, en valeur relative, à ceux que nous avions relevés, en l'absence d'étranglement.

2. Nous avons également voulu rechercher le degré d'approximation fourni par l'application des méthodes D.F. et S.G. à l'étude des cheminées multiples. Nous avons considéré, dans ce but, deux chambres à section constante, installées sur un même canal d'amenée en négligeant les pertes de charge; nous avons comparé les résultats approchés obtenus par les méthodes D.F. et S.G., aux valeurs rigoureuses que donne la solution analytique de ce problème, telle que nous l'avons mise en évidence dans des travaux antérieurs.

Dans l'exemple étudié nous avons trouvé, comme premier maxima de Z, dans les deux chambres d'équilibre,

	Calcul.	Méthode D. F.
	m	m
Chambre amont...........	7,462	7,52
» aval.............	6,74	6,88

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Extension du calcul vectoriel adaptée à la mécanique ondulatoire.* Note (1) de M. **Michel Cazin.**

1. En mécanique ondulatoire non-relativiste on peut, comme l'a montré M. J.-L. Destouches (2), utiliser des trièdres en mouvement quantique liés aux corpuscules du système (par exemple, trièdre ayant son origine au centre de gravité et dont la direction des axes est liée aux corpuscules). Mais dans ce cas il faut distinguer pour les vecteurs cinétiques des composantes droites et gauches. Ceci nécessite l'utilisation d'un calcul vectoriel gauche dont nous voulons indiquer les règles essentielles.

2. En mécanique classique, les coordonnées des points matériels d'un système sont des fonctions du paramètre temps dont les valeurs sont des éléments du corps $\mathcal{K}$ des nombres réels. Ces points appartiennent donc à l'espace cartésien (R_3). Les grandeurs mécaniques vectorielles sont des vecteurs à composantes dans $\mathcal{K}$. Soit $\mathfrak{S}$ leur ensemble. En mécanique ondulatoire au

(1) Séance du 8 avril 1946.

(2) Cours à la Faculté des Sciences de Paris, 1943; *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 48.

contraire, on choisit d'abord un repère fondamental T_0 parmi les repères galiléens pour fixer les variables indépendantes. Chaque corpuscule d'un système est figuré par un point M_i dont les coordonnées X_i, Y_i, Z_i par rapport à T_0 sont considérées comme des variables indépendantes; elles figurent comme arguments dans les fonctions d'ondes. En outre, à chaque corpuscule est associé un opérateur vectoriel quantité de mouvement de composantes $\mathbf{p}_{X_i} = i\hbar\partial_{X_i}$, $\mathbf{p}_{Y_i} = i\hbar\partial_{Y_i}$, $\mathbf{p}_{Z_i} = i\hbar\partial_{Z_i}$. En mécanique ondulatoire, on ne peut donc plus se borner à considérer un espace (R_3) et le système $\mathfrak{S}$ de vecteurs, mais il faut faire intervenir un espace $(R_3[X])$ dans lequel les points auront des coordonnées appartenant au corps $\mathcal{K}(X_1, \ldots, Z_N)$, en abrégé $\mathcal{K}(X)$, extension transcendante du corps $\mathcal{K}$, avec 3N variables si le système comprend N corpuscules, et un système de vecteurs $\mathfrak{S}(\partial)$ dont les composantes appartiennent à l'anneau non-commutatif $\mathcal{K}(X_1, \ldots, Z_N; \mathbf{p}_{X_1}, \ldots, \mathbf{p}_{Z_N})$, en abrégé $\mathcal{K}(\partial)$, extension transcendante de $\mathcal{K}(X)$ avec 3N variables $\mathbf{p}_{X_1}, \ldots, \mathbf{p}_{Z_N}$.

3. Chaque système de trois vecteurs orthonormaux d'origine commune, à composantes par rapport à T_0 dans $\mathcal{K}(X)$, définit un repère auquel on peut rapporter le mouvement des corpuscules. Soit $\mathfrak{T}$ l'ensemble de ces trièdres; il se décompose en deux classes : 1° l'ensemble des repères dits *commutatifs*, dont les paramètres appartiennent au corps $\mathcal{K}$; le passage d'un repère commutatif à un autre définit une transformation; leur ensemble $\mathcal{G}$ forme le groupe des déplacements euclidiens; 2° l'ensemble des repères dits *non-commutatifs* dont les paramètres appartiennent à $\mathcal{K}(X)$ sans que tous soient dans $\mathcal{K}$, c'est-à-dire que les paramètres sont des fonctions des variables associées aux corpuscules. Soit $\mathcal{G}(X)$ l'ensemble des transformations définies par le passage d'un repère (commutatif ou non) à un autre. $\mathcal{G}(X)$ forme un groupe qui contient $\mathcal{G}$.

4. Soient $\vec{I}$, $\vec{J}$, $\vec{K}$ les vecteurs unitaires de T_0. Un vecteur peut être défini par ses composantes le long des axes de T_0; elles appartiennent à $\mathcal{K}(\partial)$ et commutent avec $\vec{I}$, $\vec{J}$, $\vec{K}$. Soit T un trièdre non-commutatif caractérisé par les vecteurs unitaires $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$. Ces vecteurs ne commutent pas avec les composantes d'un vecteur de $\mathfrak{S}(\partial)$ le long des axes de T, et l'on aura

$$\vec{V} = a_d\vec{i} + b_d\vec{j} + c_d\vec{k} = \vec{i}a_g + \vec{j}b_g + \vec{k}c_g;$$

a_d, b_d, c_d seront dits *composantes droites*, a_g, b_g, c_g seront dits *composantes gauches*.

5. La somme $\vec{V} + \vec{V}'$ sera définie par le vecteur ayant pour composantes la somme des composantes par rapport à T_0; *la somme a pour composantes droites la somme des composantes droites, et pour composantes gauches la somme des composantes gauches des vecteurs composants.*

6. Le produit $\lambda\vec{V}$ d'un vecteur $\vec{V}$ de $\mathfrak{S}(\partial)$ à gauche par un scalaire λ de $\mathcal{K}(\partial)$ est défini comme le vecteur ayant pour composantes par rapport à T_0 les

composantes de $\vec{V}$ multipliées à gauche par λ. *Les composantes droites de* $\lambda\vec{V}$ *par rapport à* T *sont les composantes droites de* $\vec{V}$ *multipliées à gauche par* λ. De même le produit $\vec{V}\lambda$ est défini comme le vecteur ayant pour composantes par rapport à T_0 les composantes de $\vec{V}$ multipliées à droite par λ. *Les composantes gauches de* $\vec{V}\lambda$ *par rapport à* T *sont les composantes gauches de* $\vec{V}$ *multipliées à droite par* λ.

7. Le produit scalaire de deux vecteurs est défini par la somme des produits des composantes par rapport à T_0. Il n'est pas commutatif. Le produit scalaire $(\vec{V}.\vec{V'})$ s'exprime à partir des composantes droites du premier, gauches du second, par rapport à T, par la formule :

$$(\vec{V}.\vec{V'}) = a_d a'_g + b_d b'_g + c_d c'_g,$$

d'où en particulier $|\vec{V}|^2 = (\vec{V}.\vec{V})$ et l'expression de la force vive d'un système.

8. Le produit vectoriel $(\vec{V} \wedge \vec{V'})$ de deux vecteurs de $\mathcal{S}(\partial)$ est défini par ces conditions

$$\vec{I} \wedge \vec{I} = 0; \quad \vec{I} \wedge \vec{J} = \vec{K}; \quad \vec{J} \wedge \vec{I} = -\vec{K};$$
$$(\vec{V_1} + \vec{V_2}) \wedge \vec{V'} = \vec{V_1} \wedge \vec{V'} + \vec{V_2} \wedge \vec{V'}; \quad \vec{V} \wedge (\vec{V'_1} + \vec{V'_2}) = \vec{V} \wedge \vec{V'_1} + \vec{V} \wedge \vec{V'_2};$$
$$(\lambda\vec{V} \wedge \vec{V'}) = \lambda(\vec{V} \wedge \vec{V'}); \quad (\vec{V} \wedge \vec{V'}\mu) = (\vec{V} \wedge \vec{V'})\mu.$$

Si l'on ne connaît pas les relations de commutation des composantes droites de $\vec{V}$ avec $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$, on ne peut obtenir les composantes gauches du produit à partir des composantes de $\vec{V}$ et de $\vec{V'}$; de même, si l'on n'a pas les relations de commutation des composantes gauches de $\vec{V'}$ avec $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, on ne peut obtenir les composantes droites du produit à partir des composantes de $\vec{V}$ et de $\vec{V'}$, car on a la formule

$$\vec{V} \wedge \vec{V'} = b_d \vec{i} c'_g - c_d \vec{i} b'_g + c_d \vec{j} a'_g - a_d \vec{j} c'_g + a_d \vec{k} b'_g - b_d \vec{k} a'_g.$$

Lorsqu'il y a commutation [cas d'un trièdre commutatif ou cas de vecteurs de $\mathcal{K}(X)$], on retombe sur l'expression habituelle.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur le centre de gravité de deux corpuscules de spin 1/2.* Note [1] de M. **Serge Slansky**.

La plupart des propriétés du centre de gravité en mécanique ondulatoire n'entraînent aucune connexion nécessaire entre les masses servant à définir le

[1] Séance du 15 avril 1946.

centre de gravité et les masses au repos des différents corpuscules ([2]). Nous avons indiqué ([3]) qu'on pouvait établir la relation qui existe entre ces deux sortes de masses, en mécanique ondulatoire *non relativiste*, à partir d'une propriété que nous avons appelée *condition de séparation*. Cette condition n'étant généralement pas satisfaite en mécanique ondulatoire *relativiste*, nous avons cherché à lui donner, dans ce dernier cas, une forme moins restrictive : *Pour un système libre, les équations d'ondes admettent des solutions qui ne dépendent que des coordonnées du centre de gravité.*

Considérons deux corpuscules de Dirac (de spin 1/2). Si nous identifions les temps des deux corpuscules en écrivant l'équation du système sous la forme

$$\frac{1}{c}\frac{\partial\psi}{\partial t}=(H_1+H_2)\psi, \tag{1}$$

avec

$$H_i=\alpha_1^{(i)}\frac{\partial}{\partial x_i}+\alpha_2^{(i)}\frac{\partial}{\partial y_i}+\alpha_3^{(i)}\frac{\partial}{\partial z_i}+\frac{2\pi i}{h}m_i c\alpha_4^{(i)},$$

nous n'obtenons, à partir de la condition de séparation au sens large telle que nous venons de la formuler, aucune relation nécessaire entre les coefficients du centre de gravité et les masses au repos des corpuscules. Mais le centre de gravité défini dans l'espace à partir des positions simultanées des corpuscules n'a pas une signification invariante dans tous les systèmes de référence :

Si nous commençons par attribuer un temps à chaque corpuscule en écrivant les équations du système sous la forme

$$\frac{1}{c}\frac{\partial\psi}{\partial t_1}=H_1\psi;\qquad \frac{1}{c}\frac{\partial\psi}{\partial t_2}=H_2\psi, \tag{2}$$

et si nous considérons le centre de gravité comme un point d'*espace-temps* qu est le barycentre des points représentatifs des deux corpuscules affectés de certaines masses, la condition formulée plus haut entraîne, *au signe près*, l'identité des masses servant à définir le centre de gravité avec les *masses au repos* des deux corpuscules.

En effet, considérons un point G de coordonnées

$$X=\lambda_1 x_1+\lambda_2 x_2,\qquad Y=\lambda_1 y_1+\lambda_2 y_2,\qquad Z=\lambda_1 z_1+\lambda_2 z_2,\qquad T=\lambda_1 t_1+\lambda_2 t_2, \tag{3}$$

avec

$$\lambda_1+\lambda_2=1.$$

En posant

$$\xi_i=x_i-X,\qquad \eta_i=y_i-Y,\qquad \zeta_i=z_i-Z,\qquad \tau_i=t_i-T,$$

nous avons

$$\frac{\partial}{\partial x_i}=\lambda_i\frac{\partial}{\partial X}+\frac{\partial}{\partial\xi_i},\qquad \ldots.$$

([2]) J.-L. Destouches, *Principes fondamentaux de Physique théorique*, 1942, p. 802.
([3]) *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 492.

Les équations d'ondes (2) sont équivalentes à

$$(4)\quad \begin{cases} \left(\frac{1}{2\lambda_1}\frac{\partial}{\partial t_1}+\frac{1}{2\lambda_2}\frac{\partial}{\partial t_2}\right)\psi=\frac{1}{2}\left(\frac{H_1}{\lambda_1}+\frac{H_2}{\lambda_2}\right)\psi, \\ \left(\frac{1}{2\lambda_1}\frac{\partial}{\partial t_1}-\frac{1}{2\lambda_2}\frac{\partial}{\partial t_2}\right)\psi=\frac{1}{2}\left(\frac{H_1}{\lambda_1}-\frac{H_2}{\lambda_2}\right)\psi. \end{cases}$$

Prenons comme variables X, Y, Z, T, et les ξ_i, η_i, ζ_i, τ_i et cherchons s'il existe des solutions ψ ne dépendant que de X, Y, Z et T. Elles doivent satisfaire les équations

$$(5)\quad \begin{cases} \frac{\partial}{\partial T}\psi=\Big[\frac{\alpha_1^{(1)}+\alpha_1^{(2)}}{2}\frac{\partial}{\partial X}+\frac{\alpha_2^{(1)}+\alpha_2^{(2)}}{2}\frac{\partial}{\partial Y}+\frac{\alpha_3^{(1)}+\alpha_3^{(2)}}{2}\frac{\partial}{\partial Z} \\ \qquad +\frac{2\pi i c}{h}\left(\frac{m_1}{2\lambda_1}\alpha_4^{(1)}+\frac{m_2}{2\lambda_2}\alpha_4^{(2)}\right)\Big]\psi, \\ 0=\Big[\frac{\alpha_1^{(1)}-\alpha_1^{(2)}}{2}\frac{\partial}{\partial X}+\frac{\alpha_2^{(1)}-\alpha_2^{(2)}}{2}\frac{\partial}{\partial Y}+\frac{\alpha_3^{(1)}-\alpha_3^{(2)}}{2}\frac{\partial}{\partial Z} \\ \qquad +\frac{2\pi i c}{h}\left(\frac{m_1}{2\lambda_1}\alpha_4^{(1)}-\frac{m_2}{2\lambda_2}\alpha_4^{(2)}\right)\Big]\psi, \end{cases}$$

qui ne sont compatibles que dans les deux cas

$$\lambda_1=\frac{m_1}{m_1+m_2},\quad \lambda_2=\frac{m_2}{m_1+m_2}\quad \text{ou}\quad \lambda_1=\frac{m_1}{m_1-m_2},\quad \lambda_2=\frac{-m_2}{m_1-m_2}.$$

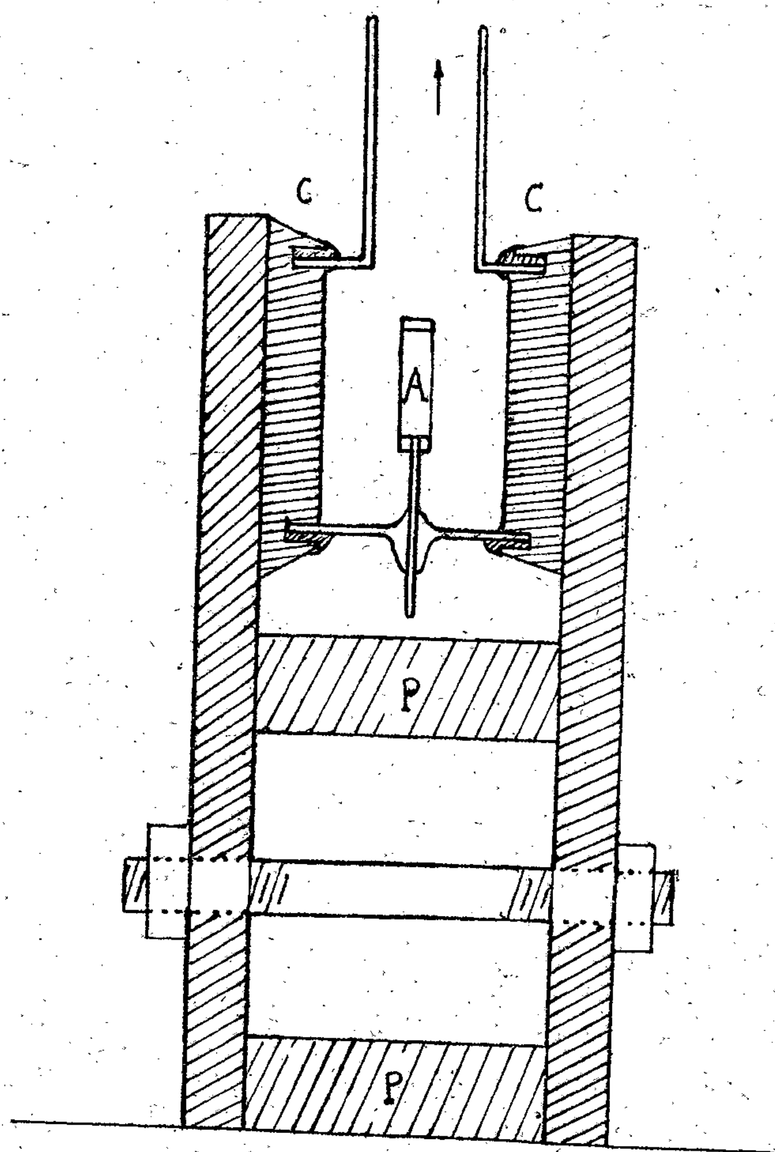
En prenant le signe +, le point G coïncide avec le centre de gravité au sens classique quand on ne considère que des positions simultanées des deux corpuscules. L'autre solution, qui n'a d'ailleurs un sens que si les corpuscules sont différents, paraît liée au fait que les équations de Dirac peuvent aussi représenter un corpuscule de masse négative. Nous pouvons remarquer aussi que, *dans le cas du centre de gravité, les équations* (5) *donnent l'ensemble des équations de la particule de spin* 1 *et de masse* m_1+m_2, sans qu'on ait besoin de supposer les masses m_1 et m_2 égales, tandis qu'en partant de l'équation (1) avec un temps unique nous n'aurions obtenu pour le centre de gravité qu'un seul des deux groupes d'équations de la particule de spin 1, et seulement dans le cas de deux masses égales.

Le théorème des probabilités totales ne pouvant s'appliquer qu'à des événements simultanés, pour des raisons de normalisation, il ne semble pas qu'on puisse définir en général une probabilité de présence pour le *centre de gravité d'espace-temps*, comme on le ferait en mécanique ondulatoire non relativiste, où l'on peut toujours utiliser un temps unique.

TECHNIQUE DU VIDE. — *Un dispositif de sécurité pour installation à vide.* Note (¹) de M. **Maurice Schérer**, présentée par M. Aimé Cotton.

En vue de protéger une installation de vide contre les rentrées inattendues d'air ou de gaz, on peut utiliser différents dispositifs et en particulier adapter des appareils de contrôle continu de la pression (tels que jauge à ionisation, jauge de Pirani, couple thermoélectrique) à la commande d'un relai pour effectuer la séparation de la canalisation du groupe de pompage.

Le dispositif suivant est particulièrement simple à installer : on utilise l'action d'un champ magnétique sur la décharge dans le gaz; il en résulte, dans un certain domaine de pression, une augmentation considérable de la conductibilité du tube. (Il est possible, comme on sait, de se servir de cet effet pour la mesure même de la pression dans l'intervalle de $1/10$ à $1/10^5$



millimètres de mercure, avec un milliampèremètre seul). J'ai utilisé cette décharge en alimentant un tube comprenant une double cathode CC de fer doux et une anode annulaire A d'aluminium sous 450 volts continus. Le champ magnétique est produit par un aimant permanent P placé entre deux plaques de fer.

(¹) Séance du 15 avril 1946.

Pour un champ de 200 gauss dans un entrefer de 20^{mm} on obtient les débits suivants en milliampères pour les diverses pressions en millimètres de mercure.

P..............	10^{-1}.	10^{-2}.	10^{-3}.	10^{-4}.
i............	40	18	1	0,1

J'ai admis qu'il suffisait de fermer en un temps de trois à quatre secondes un robinet de laiton de 40 mm de voie après l'élévation de la pression à 1/10 de millimètres environ pour que l'huile de la pompe à condensation se trouvât bien protégée. On peut le faire simplement par la chute d'un poids.

Il est commode d'utiliser un électroaimant de haut-parleur pour le maintien du robinet dans la position ouverte. Un second enroulement, ajouté à celui de maintien et excité en sens inverse par le courant produit dans le tube lors de l'élévation de la pression, compense en partie l'aimantation produite par l'enroulement de maintien. Il y a donc fermeture automatique et rapide du robinet lorsque la pression devient voisine de 1/10 de millimètre. Pendant le pompage, lorsque la pression est inférieure à 10^{-5} millimètre, l'alimentation continue sous 450 volts n'a donc à fournir que le faible courant de l'enroulement de maintien.

Il est évident qu'il est possible de régler la masse en marche du dispositif à telle pression que l'on désire en agissant sur le courant de maintien (compte tenu de la rémanence du noyau).

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Réflexion d'une onde électromagnétique sur un disque logé dans un guide d'onde.* Note (¹) de M. **Théo Kahan.**

J'ai montré (²) que, quel que soit le mode de vibration d'une onde guidée frappant une cavité semi-transparente, le guide d'onde débouchant dans cette cavité peut être considéré comme dénué de réflexion, à condition que la longueur de la cavité soit un nombre impair de quarts d'onde. J'ai indiqué aussi qu'il fallait pour cela que le coefficient de réflexion de la lame semi-transparente séparant le guide de la cavité soit égal à 1/3. Je vais montrer, en me servant des équations de l'Électromagnétisme, qu'il en est bien ainsi.

Je considère donc un guide de section circulaire, terminé par un disque semi-transparent. Je suppose l'onde incidente du type TM_{01} et je désigne par E_ρ et H_φ respectivement le champ électrique radial et le champ magnétique circulaire. Soient o le point où l'axe du guide perce le disque sur sa face antérieure, o' le point où cet axe perce sa face postérieure, a le point où une génératrice passant à la distance ρ de o, perce la face antérieure, a' le point où

(¹) Séance du 18 mars 1946.

(²) *Comptes rendus*, **111**, 1946, p. 535.

celle-ci perce la face postérieure; soit encore b le point où une autre génératrice située à la même distance ρ de l'axe perce la face antérieure, b' le point où elle perce la face postérieure; soit enfin φ l'angle que font o, a et o, b (ou $o'a'$ et $o'b'$).

Si j'applique la première loi de l'Électrodynamique (circulation du vecteur H) au contour $aa'bb'$, j'obtiens, en désignant par l'indice supérieur i le champ incident, par l'indice r le champ réfléchi, par l'indice d le champ dans le disque, et par l'indice t le champ transmis,

$$\oint \vec{H}\, ds = \int_0^{\varphi} (H_\varphi^i + H_\varphi^r - H_\varphi^t)\rho\, d\varphi = \int_0^{\varphi}\left(\varepsilon \frac{\partial E_\rho^d}{\partial t} + g E_\rho^d\right).\delta.\rho.d\varphi,$$

soit [les champs étant censés varier comme $\exp(j\omega t)$],

$$(1) \qquad H_\varphi^i + H_\varphi^r - H_\varphi^t = j\varepsilon\omega\,\delta\, E_\rho^d + g\,\delta\, E_\rho^d = \delta\, E_\rho^d(g + j\varepsilon\omega),$$

δ étant l'épaisseur oo' du disque, ε sa constante diélectrique et g sa conductivité. De même, appliquons la seconde loi (*d'induction*) au contour $oaa'o'$ (³) :

$$(2) \qquad \oint \vec{E}\, \vec{ds} = \int_0^{\rho} (E_\rho^i - E_\rho^r - E_\rho^t)\, d\rho = \int_0^{\rho} \mu \frac{\partial H_\varphi^d}{\partial t}\,\delta\, d\rho = \int_0^{\rho} j\omega\mu H_\varphi^d\,\delta\, d\rho;$$

soit $E_\rho^i - E_\rho^r - E_\rho^t = j\omega\mu\,\delta H_\rho^d$. La condition de continuité sur la face antérieure du disque exige d'autre part $E_\rho^i - E_\rho^r = E_\rho^d$.

Je veux calculer $r = E_\rho^r/E_\rho^i$. Soit $z_c = E_\rho/H_\varphi$ l'impédance caractéristique du guide. Je tire alors de (1)

$$1 + r - \frac{E_\rho^t}{E_\rho^i} = z_c\,\delta\,\frac{E_\rho^d}{E_\rho^i}(g + j\omega\varepsilon).$$

De même de (2) je tire : $1 - r - E_\rho^t/E_\rho^i = j\omega\mu\,\delta/z_c\, E_\rho^d/E_\rho^i$.
En combinant ces formules j'obtiens aisément

$$r = \frac{z_c\,\delta(g + j\varepsilon\omega) - j\omega\mu\delta/z_c}{2 + \delta z_c(g + j\omega\varepsilon) + j\omega\,\delta\mu/z_c}.$$

Or, pour un disque métallisé, on a $\varepsilon\omega \ll g$. Dans mes expériences δ était de l'ordre de 10^{-6} cm, aussi le terme en $\mu\omega\,\delta \sim 10^{-3}$ est-il petit devant $g\,\delta \approx 1 (g \sim 10^6$ mho/cm). Je puis donc écrire $r = z_c g\,\delta/2 + z_c g\,\delta)$.

(³) En toute rigueur il faudrait ajouter les termes $\int_{aa'} E_z(\rho)\, dz$ et $\int_{o'o} E_z(\rho)\, dz$. Or $\int_0^{\delta} E_z\, dz < \delta\, E_z \max = 10^{-6} E_z \max$, δ étant de l'ordre de 10^{-6} cm, et, par suite,

$$\int_0^{\delta} E_z\, dz < 10^{-6} E_z \max \ll \int_0^{R} E_\rho\, d\rho < R E_\rho \max,$$

R étant le rayon du guide, de l'ordre de plusieurs centimètres. On peut donc assurément négliger les deux intégrales ci-dessus.

Or. $1/(g\delta)$ est la résistance superficielle R du disque, de sorte que $r = (z_c/R)/(2 + z_c/R)$. Si donc $R = z_c$, $r = 1/(2+1) = 1/3$. C'est précisément le coefficient de réflexion calculé dans la Note citée [1].

En résumé : 1° si un guide d'onde est terminé sur un tronçon indéfini de guide, de même section, il est bouclé sur son impédance caractéristique et il ne se produit pas de réflexion, et, partant, pas de système stationnaire; 2° si un guide est terminé par un disque semi-transparent, dont l'impédance est égale à l'impédance caractéristique du guide, tout se passe comme si le guide était bouclé sur son impédance caractéristique en parallèle avec l'impédance de l'espace libre; il se produit alors un système d'ondes stationnaires; 3° si ce guide est terminé sur un disque semi-transparent d'impédance égale à son impédance caractéristique et qu'il soit prolongé au delà par un guide indéfini de même section, tout se passe comme si le guide était bouclé sur sa demi-impédance caractéristique, et il y aura apparition d'ondes stationnaires; 4° si, enfin, le guide est terminé par un disque semi-transparent ayant un coefficient de réflexion de 1/3 (donc d'impédance égale à l'impédance caractéristique du guide), suivi par une cavité ayant une longueur égale à un nombre impair de quarts d'onde, le guide sera bouclé sur son impédance caractéristique sans réflexion.

ÉLECTRICITÉ APPLIQUÉE. — *Remarque sur la propagation d'un signal électromagnétique sur une ligne hétérogène.* Note [1] de M. **François Raymond.**

Nous avons exposé [2] une méthode de résolution des équations de propagation à l'aide de développements en série faisant intervenir, à la base, la notion de deux ondes se propageant en sens inverses sur la ligne bifilaire considérée.

Nous reportant à cette Note, équation (6), on a

$$\frac{dQ}{dx} = -\left[C^{-1}\frac{dC}{dx} + C^{-1}MC\right]Q = -[N_1 + N_0]Q, \tag{6}$$

où les matrices N_0 et N_1 y ont été explicitées.

Le vecteur Q considéré a pour composantes R et S, homogènes à un courant, qui sont les transformées de Laplace des courants des ondes se propageant selon les x croissants et dans le sens contraire sur la ligne, l'équation (6) s'explicite comme suit, Z étant l'impédance itérative isomorphe

$$\left\{\begin{aligned} \frac{dR}{dx} &= -\gamma R - \frac{1}{2Z}\frac{dZ}{dx}(R+S), \\ \frac{dS}{dx} &= +\gamma S - \frac{1}{2Z}\frac{dZ}{dx}(R+S), \end{aligned}\right. \tag{11}$$

---

(1) Séance du 1er avril 1946.
(2) *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 450.

on en déduit

(12) $$R_{x+dx} = R_x\left(1 - \gamma\, dx - \frac{dZ}{2Z}\right) - \frac{dZ}{2Z}S$$

et une relation analogue pour exprimer S au point d'abscisse $x + dx$ en fonction de R et de S du point x.

Cette relation montre que l'onde R au point $x + dx$ contient une proportion $(dZ/2Z)$ de l'onde S se propageant en sens inverse. On a donc défini en toute rigueur le coefficient de réflexion, au point x, pour les ondes S et R respectivement,

(13) $$d\rho = -\frac{dZ}{2Z}, \qquad d\rho = \frac{dZ}{2Z},$$

en mesurant la variation dZ suivant le sens de propagation de l'onde considérée.

Si la ligne présente, en un point x_1, une discontinuité, la dérivée (dZ/dx) devient infinie, et un calcul simple montre que, dans ce cas, en intégrant entre $x_1 - \varepsilon$ et $x_1 + \varepsilon'$ (ε, ε' aussi petits que l'on veut), on a

(14) $$R_2 - R_1 = \frac{Z_2 - Z_1}{2}\left[\frac{R_1 + S_1}{2Z_1} + \frac{R_2 + S_2}{2Z_2}\right],$$

en désignant par R_1 la valeur de R au point $x_1 - \varepsilon$ et par R_2 sa valeur en $x_1 + \varepsilon'$. En faisant la même convention pour Z_1 et Z_2 on obtient

$$R_2 = R_1\frac{1 + 2\rho_1}{1 + \rho_1 + \rho_2} - S_2\frac{\rho_2 - \rho_1}{1 + \rho_1 + \rho_2}, \qquad \rho_1 = \frac{Z_2 - Z_1}{4Z_1}, \qquad \rho_2 = \frac{Z_1 - Z_2}{4Z_2},$$

relation analogue à (12), mettant en évidence le coefficient de réflexion

$$\rho = \frac{\rho_2 - \rho_1}{1 + \rho_1 + \rho_2} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 - Z_1},$$

et, comme $(1 + 2\rho_1)/(1 + \rho_1 + \rho_2) = 1 - \rho$, on a le coefficient de transmission $\tau = 1 - \rho$ dont la valeur est $\tau = (2Z_1)/(Z_1 + Z_2)$.

Pour l'autre sens de propagation, le coefficient de réflexion est $(z_1 - z_2)/(z_1 + z_2)$ et le coefficient de transmission

$$\tau' = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2}.$$

Ces propriétés donnent, dans le cas d'une discontinuité du premier ordre en un point de la ligne, et pour un régime d'oscillation entretenu de pulsation $p = j\omega$, un résultat connu. Sa démonstration montre que le coefficient de réflexion élémentaire d'une ligne hétérogène est

$$d\rho = \pm\frac{dZ}{2Z}, \qquad \text{où } Z = \sqrt{\frac{jl\omega + r}{jc\omega + \varphi}}.$$

Considérons enfin des signaux fonctions quelconques du temps et de l'espace

tels toutefois qu'en tout point x on ait $i_1 = i_2 = 0$ pour $t \leqq 0$,

$$(16) \qquad \begin{cases} i_1(x, t) \supset R(x, p), & i_2(x, t) \supset S(x, p) \quad (^3), \\ G(x, t) \supset \gamma(x, p), & F(x, t) \supset \dfrac{1}{2Z}\dfrac{dZ}{dx}, \end{cases}$$

les équations (11) conduiront à

$$(17) \qquad \frac{\partial i_1}{\partial x} = -\int_0^t G(t-u)\, i_1(u)\, du - \int_0^t F(t-u)[i_1(u) + i_2(u)]\, du,$$

et à une relation analogue pour i_2.

Ces équations expriment, pour des signaux quelconques se propageant dans deux sens différents sur la ligne donnée, la loi de variation de ces signaux en fonction de t et de x.

Examinons le cas simple où la ligne n'a pas de pertes :

$$\gamma = \sqrt{lc}\, p, \qquad Z = \sqrt{\frac{l}{c}};$$

donc on a simplement dans ce cas

$$(18) \qquad \frac{\partial i_1}{dx} = \sqrt{lc}\,\frac{\partial i_1}{\partial t} - \frac{1}{2Z}\frac{dZ}{dx}(i_1 + i_2)$$

(et une relation analogue pour i_2) mettant en évidence le coefficient de réflexion $dZ/2Z$.

Nous avons élucidé deux aspects fondamentaux de la notion de coefficient de réflexion sur une ligne hétérogène, tel était l'objet de cette Note.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'étude et l'interprétation du déclin de la phosphorescence des sulfures.* Note [1] de M. **Jean Saddy**, présentée par M. Frédéric Joliot.

I. J'ai exposé [2] les conclusions d'une étude comparative des formules proposées par divers auteurs pour le déclin de la phosphorescence. La substance expérimentée était un ZnS(Cu) excité par l'ultraviolet. Seules les formules à termes multiples, hyperboliques ou exponentiels, donnent une représentation suffisamment précise du phénomène, et le type en somme d'exponentielles à exposants du premier degré en t convient particulièrement bien.

Mes mesures antérieures portaient sur des durées de déclin comprises entre 20 secondes et 2 heures 1/2; j'ai voulu les compléter par d'autres portant sur

(3) $\supset$ signifie que i_1 (par exemple) est l'original de R, dans la correspondance de Laplace.

(1) Séance du 8 avril 1946.

(2) *Comptes rendus*, **219**, 1944, pp. 314-315.

des durées plus courtes. La nécessité d'observer un produit toujours préalablement excité à saturation m'a amené à réaliser un appareil à disque tournant. Un disque, animé d'un mouvement de rotation uniforme (un tour par minute), a sa périphérie garnie de sulfure. Un cache escamotable en forme de quadrant peut être interposé automatiquement entre la source excitatrice et la substance; celle-ci commence son déclin dès l'instant où elle franchit la limite de l'ombre portée; elle passe alors au-dessous d'un dispositif optique mis en place en même temps que le cache, et la lumière émise pénètre dans un photomètre à glazebrooks. Tous les éléments de la surface phosphorescente sont parvenus au même stade de déclin quand ils sont arrivés au même niveau de visée photométrique et l'observateur dispose de tout le temps nécessaire pour la mesure.

L'appareil a permis d'étudier le déclin à partir de la deuxième seconde et jusqu'à 30 sec. Les résultats obtenus s'interprètent bien par la formule en somme d'exponentielles en adjoignant un sixième terme à ceux qui avaient été adoptés dans la précédente étude. La formule ainsi complétée traduit à moins de 1 % près, en moyenne, le déclin du $ZnS(Cu)$ entre 2 sec. et 2 h. 1/2.

II. La formulation du déclin de la phosphorescence par une somme d'exponentielles a l'avantage d'indiquer en gros la répartition des durées de vie au cours du déclin de la luminescence. Soit en effet, au temps $t=0$, n_0 le nombre d'électrons de phosphorescence fixés sur une certaine espèce de niveau d'énergie métastable; le nombre d'électrons existant encore dans cet état au temps t est

$$n = n_0 e^{-kt}.$$

L'intensité de phosphorescence, due au retour de ces électrons à leur place normale, est

$$\mathcal{J} = -c\frac{dn}{dt} = ckn_0 e^{-kt}.$$

Au temps $t=0$

$$\mathcal{J}_0 = ckn_0.$$

Donc n_0 est proportionnel à $\mathcal{J}_0/k$, c'est-à-dire à $\mathcal{J}_0\tau$, en appelant τ la durée de vie moyenne.

Chacun des termes exponentiels $\mathcal{J}_0 e^{-kt}$ dont se compose l'expression de $\mathcal{J}$, correspond à une espèce déterminée de niveau d'énergie métastable. Les coefficients k représentent les inverses des vies moyennes pour chaque niveau; et les quotients des coefficients $\mathcal{J}_0$ par les valeurs de k correspondantes sont proportionnels aux nombres de *centres* des différentes espèces existant à l'instant 0. En adoptant cette manière de voir, le déclin de la phosphorescence du $ZnS(Cu)$ étudié, pendant l'intervalle de temps compris entre 2 sec. et 2 h. 1/2 après la fin de l'excitation, correspondrait très sensiblement à celui d'un ensemble tel que celui indiqué dans le tableau ci-dessous, dans lequel est aussi indiquée la distribution moyenne des centres pour $CaS(Bi)$, d'après Lenard et Kuppenheim ([2]).

([2]) Voir *Handbuch für exper. Phys.*, 1, 1928, p. 188.

ZnS(Cu) Nombre de centres	Vies moyennes comprises entre	CaS(Bi) Nombre de centres.	Vies moyennes comprises entre
19......	2 sec. et 7 sec.	385......	2 sec. et 18 sec.
101......	7 » » 32 »	1000......	18 » » 1 min.
369......	32 » » 50 »	897......	1 min. » 5 »
1000......	50 » » 7 min.	779......	5 » » 20 »
527......	7 min. » 21 »	656......	20 » » 1 h.
281......	21 » » 2 h. 1/2	508......	1 h. » 4 »

Ainsi, pour ces deux substances-types, ZnS(Cu) et CaS(Bi), ce ne sont pas les *centres phosphorescents* à durées de vie les plus courtes qui sont les plus nombreux, mais ceux dont les durées de vie sont de l'ordre de quelques minutes. D'une manière plus précise, ce sont les niveaux discrets de fixation momentanée des électrons de phosphorescence correspondant à ces durées moyenne de vie qui sont les plus nombreux. La distribution autour de ces valeurs maxima a une allure de distribution statistique et ce ne sont pas les niveaux de moindre énergie qui sont les plus nombreux.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur un mode de condensation anormal de certains chlorures d'acides avec les éthers phénoliques, et son application à la synthèse de dérivés aryléthyléniques.* Note (¹) de MM. **Charles Mentzer** et **Dat Xuong**, présentée par M. Marcel Delépine.

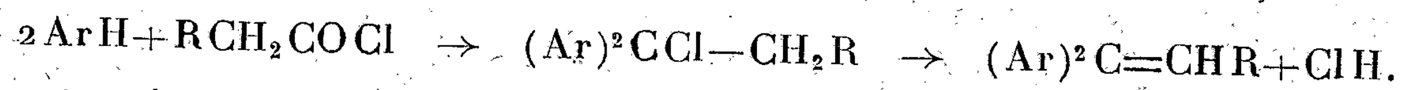
Ayant eu l'occasion de préparer de la *p*-méthoxyphénylisopropylcétone par action du chlorure d'isobutyryle sur l'anisol selon Friedel et Crafts, nous avons constaté qu'il se forme, à côté de la cétone déjà obtenue de cette façon par V. Auwers (²) en 1915, une substance dont la présence dans le produit de la réaction n'avait pas encore été signalée jusqu'ici. Cette substance, fondant à 64°, donne une très belle coloration rouge par addition de SO_4H_2 ou de $POCl_3$ (réaction d'halochromie), et peut être oxydée par CrO_3 en 4.4 diméthoxybenzophénone. D'après ces faits le corps en question pouvait bien être de l'$\alpha\alpha$-*bis-p*-méthoxyphénylisobutylène $(CH_3O-C_6H_4)^2C=C(CH_3)^2$ (I) déjà préparé en 1928 par Pfeiffer et Wizinger (³) au moyen de la méthode de Grignard. En vue de vérifier cette hypothèse, nous avons fait réagir, comme ces derniers auteurs, le bromure de *p*-méthoxyphénylmagnésium sur l'isobutyrate d'éthyle; après déshydratation, nous avons ainsi pu obtenir un corps fondant également à 64°, identique à tous les points de vue au dérivé nouveau que nous avions isolé et qui possède donc bien la structure (I). En 1869,

(¹) Séance du 15 avril 1946.
(²) *Liebigs Annalen der Chemie*, 408, 1915, p. 250.
(³) *Ibid.*, 461, 1928, p. 146.

Gattermann ([4]) avait déjà obtenu, au cours d'une réaction de Friedel, de l'$\alpha\alpha$-*bis*-[*p*-méthoxyphényl] propylène, et en 1924, Skraup et Nieten ([5]) ont signalé la formation de petites quantités d'$\alpha\alpha$-*bis*-*p*-méthoxyphénylbutylène, par action du chlorure de butyryle sur l'anisol. Mais les observations isolées de Gattermann et de Skraup pouvaient être considérées jusqu'ici comme des cas particuliers. Il nous a donc paru intéressant de déterminer dans quelle mesure cette condensation anormale de Friedel pouvait être généralisée.

Nous avons été ainsi amenés à modifier la technique initiale de façon à diminuer le rendement en cétones au profit des dérivés éthyléniques, et, grâce au nouveau mode opératoire ainsi mis au point, nous avons pu obtenir de tels dérivés là où jusqu'ici seule la formation de cétones avait été signalée. Ainsi le chlorure de chloracétyle, condensé avec l'anisol, nous a permis de préparer, à côté de la *p*-méthoxychloracétophénone déjà synthétisée par Kunckell et Johannssen ([6]), de l'$\alpha\alpha$-*bis*-[*p*-méthoxyphényl] chloréthylène $(CH_3O-C_6H_4)_2C=CHCl$ (II) dont la présence dans le produit de la réaction avait échappé aux auteurs précédents. La structure de (II) a été prouvée par sa transposition en 4.4'-diméthoxytolane, puis en désoxyanisoïne, conformément aux réactions de Wiechell ([7]). Il y a donc là une nouvelle voie permettant d'accéder aux dérivés du 4.4'-dihydroxystilbène à activité hormonale, sans avoir besoin d'aldéhyde anisique ou de chlorure d'anisyle. Parmi les autres chlorures d'acides étudiés, le chlorure de l'acide isovalérianique a également donné naissance au dérivé éthylénique correspondant; par contre le chlorure de l'acide diéthylacétique et le chlorure de l'acide phénylacétique se sont comportés normalement, en donnant presque uniquement des cétones. En remplaçant l'anisol par d'autres éthers phénoliques substitués sur le noyau, il est également possible d'obtenir la condensation anormale; cependant, là non plus la réaction n'est pas absolument générale, et il est nécessaire de déterminer pour chaque cas particulier, les conditions expérimentales permettant l'obtention du dérivé éthylénique avec un rendement maximum.

En ce qui concerne le mécanisme de telles synthèses, il faut croire que le chlorure d'acide se combine simultanément à 2^{mol} d'anisol avec perte d'eau, puis de ClH, de la façon suivante :



$$2\,ArH + RCH_2COCl \rightarrow (Ar)^2CCl-CH_2R \rightarrow (Ar)^2C=CHR + ClH.$$

Un tel mécanisme tend à montrer qu'il existe entre le carbonyle des chlorures d'acides, des aldéhydes et des cétones, une certaine parenté chimique.

Partie expérimentale. — Faire réagir selon Friedel et Crafts, 1^{mol} de chlorure d'acide sur $2^{mol},5$ d'éther phénolique, en présence de 1^{mol} de Cl_3Al, à la température ordinaire, pendant 3 jours. Traiter comme d'habitude ([8]). Voici à titre d'exemples, quelques-uns des

([4]) *Ber. d. chem. Ges.*, **22**, 1889, p. 1130.
([5]) *Ibid.*, **57**, 1924, p. 1300.
([6]) *Ibid.*, **30**, 1897, p. 1715.
([7]) *Liebigs Annalen der Chemie*, **279**, 1894, p. 338.
([8]) Des renseignements plus précis seront donnés dans la Thèse de l'un de nous.

corps jusqu'ici obtenus : αα-*bis*-[*p*-méthoxyphényl]-isobutylène, $C_{18}H_{20}O_2$, F 64°, E_{20} 212-216°; αα-*bis*-[*p*-méthoxyphényl]-isopropyléthylène, $C_{19}H_{22}O_2$, $É_{13}$ 220°; αα-*bis*-*p*-méthoxyphényl]-chloréthylène (II) [9], $C_{16}H_{15}O_2Cl$, F 76°; αα-*bis*-[méthyl-3-méthoxy-4-phényl]-propylène, $C_{19}H_{22}O_2$, F 89°; αα-*bis*-[méthyl-2-éthoxy-4-phényl]-porpylène, $C_{21}H_{26}O_2$, $É_{13}$ 240°.

LITHOLOGIE. — *Variabilité affectant la constitution des limons quaternaires du Bassin de Paris.* Note [1] de M. **Henri Malterre**, présentée par M. Albert Demolon.

L'analyse de près de 1200 échantillons de limons quaternaires, prélevés en Picardie, dans le Pays de Caux, le Noyonnais, le Clermontois, le Soissonnais, le Valois, le Multien, la région parisienne, la Brie et la Beauce a mis en évidence avec une netteté particulière la diversité de constitution des roches appartenant à cette formation. Cette variabilité affecte les limons aussi bien dans le sens horizontal, c'est-à-dire dans un même niveau stratigraphique, que dans le sens vertical, c'est-à-dire en passant d'un niveau à un autre. Elle est visible à l'intérieur d'une même région en raison des circonstances locales qui ont présidé à la formation et à l'évolution du sédiment, mais, comme on peut le voir dans le tableau ci-après, elle l'est bien davantage en passant d'une région naturelle donnée aux régions voisines :

	Colloïdes argileux pour 100 de terre fine [2].		
	Minimum.	Maximum.	Moyenne.
Vimeu	5,5	22,7	13,2
Caux	7,5	23,2	15,0
Santerre	8,9	29,8	20,4
Brie	9,7	39,8	23,2
Beauce	15,0	41,4	30,1

Il existe donc des limons renfermant près de huit fois plus de minéraux argileux que d'autres, sans que, malgré cela, la roche cesse de posséder les caractères mécaniques et physiques qui la font classer sans hésiter parmi les limons. Les différences ne sont dues que pour une faible part à l'évolution pédologique, puisque les compositions moyennes, aux différentes profondeurs, montrent une variabilité de même ordre. Comme les teneurs en éléments argileux, les teneurs en éléments siliceux et calcaires varient largement d'un point à un autre : pour les dix régions dont il vient d'être question, le taux d'éléments siliceux dont le diamètre dépasse $0^{mm},002$ est compris entre 55 et 93 % et, sauf dans quelques cas exceptionnels, le taux de CO_3Ca varie entre 0 et 29 %. En ce qui concerne les minéraux lourds, il apparaît que la

(9) Ce corps avait été déjà obtenu par Wiechell [réf. (6)] par action du dichloracétal sur l'anisol en présence de SO_4H_2, et traitement du dérivé dichloré formé par C_2H_5ONa en vue d'arracher une molécule de ClH.

(1) Séance du 15 avril 1946.

(2) Taux déterminés à l'aide de la Méthode internationale d'analyse mécanique des sols.

répartition des sept espèces caractéristiques principales (zircon, épidote, tourmaline, rutile, staurotide, grenat, amphibole), qui ensemble comptent pour 83 à 96 % du nombre total d'individus présents, est, elle aussi, très différente suivant le lieu de prélèvement. A ce point de vue les limons subissent une variation régionale, ou tout au moins zonale, qui se complique d'une variation locale (³). En particulier les limons de Picardie et du Petit Caux se singularisent par leur pauvreté en zircon et par leur teneur élevée en grenat et en amphibole.

Les mesures granulométriques permettent d'obtenir des caractéristiques intéressantes pour la définition des limons (⁴); il s'en faut cependant de beaucoup que la finesse soit partout comparable. Ainsi, par exemple, le pourcentage de granules siliceux dont le diamètre est supérieur à $0^{mm},06$ oscille entre 2,7 et 44,7 dans l'horizon superficiel des sols dérivés des limons de la Brie, et cette variation se retrouve dans les horizons profonds; les limons du Vimeu au nord de la route Abbeville-Eu sont bien plus grossiers que les limons au sud de la même route, et l'on pourrait multiplier les exemples de ce genre.

Dans la Brie subsistent, disséminés sur presque toute la surface de la région, de nombreux îlots de sables de Fontainebleau dont les grains ne traversent pratiquement pas la maille de $0^{mm},06$; les limons situés à plus de 4^{km} des buttes témoins, ou séparés de celles-ci par des vallées plus ou moins profondes, contiennent une proportion bien moins élevée d'éléments grossiers que les limons situés dans la zone d'influence des sables; voici les données numériques extrêmes et moyennes relatives à 13 comparaisons réalisées :

	Éléments d'un diamètre supérieur à 60µ (pour 100 de terre fine).		
	Minimum.	Maximum.	Moyenne.
Zone d'influence des sables...	9,8	44,7	24,5
Zone protégée..............	2,7	21,5	7,1

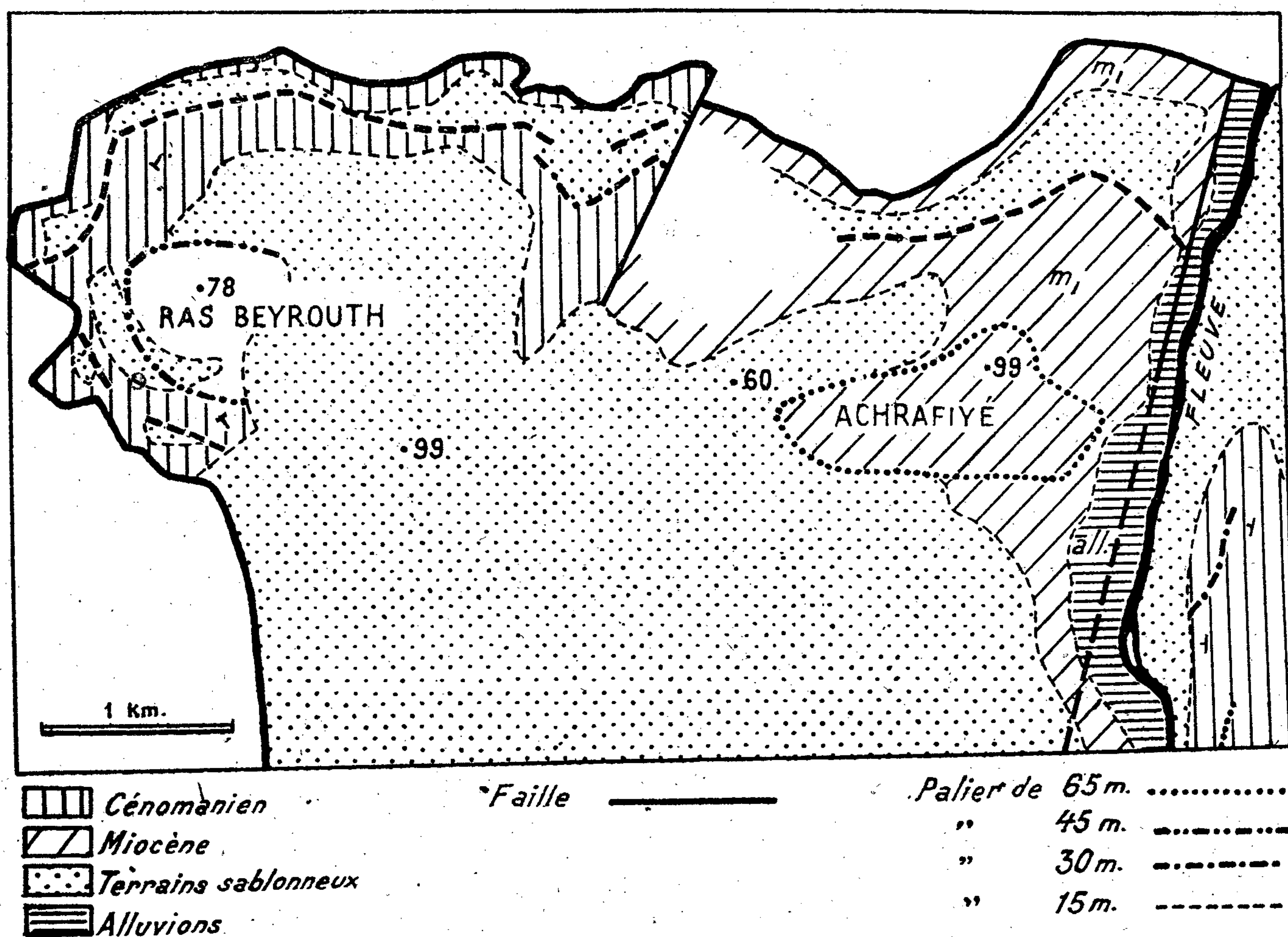
La discussion statistique de ces résultats, qui concernent uniquement les horizons superficiels, montre la très haute probabilité de l'influence des sables stampiens sur la finesse des limons voisins; cette influence n'a pu s'exercer que par le mélange des sables aux autres éléments au moment de la formation des limons puisqu'elle s'observe en profondeur aussi bien qu'en surface.

Conclusions. — Les limons quaternaires constituent un groupe bien plus hétérogène au point de vue chimique et minéralogique qu'on ne le pense généralement. Cette hétérogénéité affecte tout l'ensemble, mais également chaque niveau stratigraphique, l'ergeron ou la terre à brique dérivée de celui-ci (lœss récent) en particulier: elle ne peut s'expliquer que par des différences dans les actions dynamiques qui ont présidé à la formation des limons ou par des différences de nature des roches-mères. Des exemples tels que celui de la Brie montrent que cette dernière éventualité s'est trouvée très souvent réalisée.

(³) S. DUPLAIX et H. MALTERRE, *Bull. Soc. Géol. Fr.*, avril 1946.
(⁴) B. BRAJNIKOV, *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 801.

GÉOLOGIE. — *Géologie et morphologie de Beyrouth (Liban).* Note (¹) de M. **Louis Dubertret**, présentée par M. Charles Jacob.

En gros de structure tabulaire dans sa partie sédimentaire marine, la plate forme de Beyrouth s'appuye contre un bord montagneux net, à couches fortement redressées. Son tronçon de côte O-E semble être en relation avec le faisceau de failles qui, à cette latitude, recoupent transversalement le Liban. L'autre côte, N-S, est une plage sableuse. Le bord Nord, sur 2^km^ de large, s'élève en une barrière rocheuse également O-E, formée par les deux buttes calcaire cénomanienne de Ras Beyrouth (78^m^) et marneuse miocène d'Achrafiyé (99^m^) que sépare un col (60^m^) reliant le port à l'intérieur. Au Sud, sur 10^km^, se développe un paysage sableux, partie alluvial, partie dunaire.



Les paliers quaternaires de Beyrouth.

Les deux buttes représentent deux blocs tectoniques, juxtaposés le long d'une faille SSO-NNE, marquée par une falaise de calcaire cénomanien tombant sur la marne miocène tendre et visible depuis la Banque de Syrie jusqu'au delà de la Poste. Une deuxième faille, sensiblement parallèle, sépare le bloc miocène du bord montagneux crétacé à couches redressées; elle est suivie par le cours inférieur du Fleuve : on voit d'une part, à l'Ouest, sous le

(¹) Séance du 15 avril 1946.

Miocène, le contact Aptien-Albien, d'autre part à l'Est, le Cénomanien plongeant fortement vers le Fleuve.

La barrière rocheuse existait vraisemblablement au Pliocène et constituait au début du Quaternaire un îlot en avant de la côte. Elle a été alors, comme la côte, sculptée par l'érosion marine en paliers étagés se terminant au pied de falaises. Le raccord à la terre ferme aurait eu lieu lorsque la mer, dans son retrait progressif, est descendue à la cote + 35^{m}, ou immédiatement après.

Puis, tandis que le travail de sculpture se poursuivait dans les tronçons rocheux de la côte, des dunes se sont élevées à partir de la plage sableuse et, chassées vers le NNE, ont gravi en partie la barrière rocheuse jusqu'à atteindre 99^{m}, pour redescendre au delà jusqu'à la mer. De larges taches de sable ont couvert les paliers d'érosion marine, les cachant plus ou moins, mais sans enlever à la topographie son caractère particulier qui explique qu'en maints endroits, au milieu des maisons, la vue se dégage sur de larges parties de la ville.

Les indices principaux des étapes successives de l'érosion sont :

à la cote 65^{m} environ : la plateforme doucement inclinée recoupant le Cénomanien redressé à 45°, entre Hadeth et le coude du Fleuve; le lambeau d'alluvion décalcifiée à côté de la savonnerie de Sinn-el-Fil; la plateforme ceinturant la colline de Nazareth.

à la cote 45^{m} environ : la plateforme recoupant le Cénomanien redressé, à l'Est de Chiyah; le palier ceinturant à l'Ouest la butte de Ras Beyrouth

à la cote 30^{m} environ : le palier occupé par l'amphitéâtre romain (cote du rocher 28^{m}).

à la cote 15^{m} environ : le palier presque continu depuis les rochers de la Grotte aux Pigeons jusqu'au Fleuve.

Parallèlement à ces témoignages des retraits progressifs de la mer au Quaternaire, notons l'importance du développement de grès ramlé aux alentours de la cote 30^{m}, dans la zone de Bordj el Barajni, Lailaki et du Nahr Rhadir, à 8^{km} au Sud de Beyrouth.

Ces observations confirment celles faites par R. Wetzel et J. Haller dans la région de Tripoli et montrent que de larges tronçons de la côte orientale de la Méditerranée ont été touchés de la même façon par les variations du niveau de la mer au Quaternaire.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur l'huile des graines de* Magnolia macrophylla *Michx* (*Magnoliacée*). Note de M. **Victor Plouvier**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Le *Magnolia grandiflora* L. renferme dans ses graines une huile grasse dont l'étude a été faite par Coates et Vick, puis par Brady (1). Nous avons trouvé de même une huile chez tous les *Magnolia* examinés : *M. acuminata* L., *M. macrophylla* Michx, *M. tripetala* L., *M. parviflora* Sieb. et Zucc., *M. Wilsonii* Rehd., *M. denudata* Desrouss., *M. liliflora* Desrouss., *M. Soulangeana* Soul., *M. Soulangeana* var. *Lennei* Rehd., *M. stellata* Maxim. Cette huile est localisée d'une part dans le tégument externe charnu, d'autre part dans l'amande, ces deux

(1) Coates et Vick, *Oil and Soap*, **11**, 1934, p. 174; Brady, *Journn. Amer. Pharm. Assoc.*, **27**, 1938, p. 407.

tissus étant séparés par le tégument interne ligneux. Nous avons pensé que les huiles de ces deux tissus pouvaient être différentes, d'autant plus que le tégument charnu renferme des matières colorantes et une essence.

Nous avons examiné séparément l'huile du tégument et celle de l'amande chez *Magnolia macrophylla*.

A la fin de septembre, des fruits roses, mûrs, pesant en moyenne 105^g donnent 16 % de leur poids de graines. 100^g de graines fraîches ont fourni 24^g de tégument externe sec et 27^g d'amandes sèches avec tégument ligneux. Ces deux parties ont été épuisées séparément par l'éther de pétrole. Les huiles obtenues ont été débarrassées des dernières traces de solvant par 30 minutes de chauffage à 80° dans le vide.

1° *Huile du tégument externe.* — 100^g de tégument sec ont fourni 48^g d'huile rougeâtre, peu fluide, à odeur et saveur d'essence de Magnolia. Après repos de quelques heures, elle laisse déposer des cristaux assez abondants.

Sa densité d_{15}^{15} est 0,9399. Elle se solidifie vers −3°. Elle a pour indice d'iode (Hübl) 100, pour indice de saponification 180; son indice acide est exceptionnellement élevé, 67.

Elle est insoluble dans l'alcool méthylique, soluble dans l'alcool éthylique à 96° à chaud seulement, soluble à froid dans l'alcool propylique et les termes supérieurs. Avec l'acide formique, elle donne une coloration rouge qui brunit à l'ébullition, avec l'acide acétique bouillant, une coloration verte; elle est soluble à froid dans l'acide propionique, et les termes supérieurs sans coloration à chaud. Elle donne la réaction du cholestérol (Liebermann). L'acide nitrique avec vapeurs nitreuses provoque sa solidification, d'où la présence probable d'acide oléique.

Saponifiée quelques jours après sa préparation, cette huile a fourni 9,6 % d'insaponifiable brun, à consistance résineuse, cassante, à faible odeur aromatique; celui-ci donne avec l'acide formique à froid une coloration carmin, avec l'acide acétique bouillant une coloration verte intense; la réaction de Liebermann est positive, mais le stérol n'a pu être isolé. Cet insaponifiable présente en outre un indice d'iode élevé, 117. En prolongeant le chauffage de l'huile avec la solution de potasse alcoolique pendant plusieurs heures, le taux d'insaponifiable diminue sensiblement : il y aurait donc des substances du groupe des résines, difficilement saponifiables. Les acides gras forment une masse cristalline rougeâtre fondant vers +32° (indice d'iode 91, poids moléculaire moyen 285); l'acide palmitique a pu être isolé et identifié (F 62°).

1^g d'huile étalée dans un cristallisoir de 6^{cm} de diamètre ne montre pas de changement net de viscosité et de poids après 4 mois à 10-15° ou après 1 mois à 32°. Cette huile n'est donc pas siccative; elle est cependant très altérable. Elle présente après quelques semaines un dépôt amorphe peu abondant qui ne se redissout pas par chauffage. Après 1 ou 2 mois, surtout si elle reste exposée à l'air, elle ne donne plus qu'une faible coloration avec les acides formique et acétique; son taux d'insaponifiable diminue. Elle se décolore nettement sous

l'action de la lumière. Même conservée au frais, elle ne se dissout plus entièrement à froid dans l'éther de pétrole : il reste un dépôt insoluble rougeâtre, de consistance extractive qui peut atteindre 16 % du poids de l'huile. Saponifié, ce dépôt a laissé 7 % d'insaponifiable duquel nous avons isolé un stérol en cristaux typiques; les acides gras obtenus ont un indice d'iode très diminué (56). La partie qui est restée soluble dans l'éther de pétrole est assez semblable à l'huile primitive, mais son taux d'insaponifiable est tombé à 2 %.

2° *Huile de l'amande.* — 100^g d'amandes pourvues de leur tégument ligneux ont fourni 36^g d'huile. Exprimé pour 100^g d'amandes sèches, sans tégument, ce rendement atteint 63 %.

L'huile obtenue est assez fluide, d'un jaune légèrement brun, sans odeur nette, sans saveur sensible d'essence de *Magnolia*. Laissée à 0°, elle ne se prend pas en masse et ne cristallise pas.

Sa densité d_{15}^{15} est 0,923. Elle se congèle vers —9°. Elle a pour indice de réfraction (réfractomètre Féry) n_D^{12} 1,474, pour indice d'iode 123, pour indice acide 16,2, pour indice de saponification 198. Elle a les mêmes solubilités que l'huile du tégument mais ne donne pas de coloration avec les acides formique et acétique, la réaction de Liebermann est peu sensible.

Saponifiée cette huile laisse seulement 0,72 % d'insaponifiable incolore donnant la réaction de Liebermann; le stérol a été observé en cristaux typiques. Les acides gras forment une masse cristalline jaunâtre fondant vers 32° (indice d'iode 128, poids moléculaire moyen 280, acide palmitique isolé et identifié).

L'huile d'amande n'est pas altérable comme celle du tégument : après 2 mois elle ne présente qu'un très léger dépôt marron; elle reste immédiatement et totalement soluble à froid dans l'éther de pétrole. 1^g d'huile étalée dans un cristallisoir ne change guère de viscosité ni de poids après 3 mois à la température ordinaire; à 32°, en moins de 15 jours, elle se solidifie et son poids augmente de 0^g,05; elle se différencie donc de l'huile du tégument par ses propriétés siccatives.

En résumé, les deux huiles étudiées sont nettement différentes, bien qu'elles appartiennent au même organe : les faits aberrants constatés pour l'huile du tégument peuvent être en relation avec l'existence d'essence dont l'oxydation serait à l'origine des substances résinoïdes.

BACTÉRIOLOGIE. — *La pourriture visqueuse de la Betterave gelée; l'agent producteur de la fructosane*, Phytomonas betæ-gelatæ, *n. sp.* Note [1] de Mlle **Berthe Delaporte** et M. **Henri Belval**, présentée par M. Joseph Magrou.

Les betteraves tuées par le froid deviennent lors du dégel la proie de diverses

[1] Séance du 8 avril 1946.

bactéries qui, aux dépens du saccharose, élaborent les unes de la dextrane, les autres de la fructosane ([2]). Parmi ces dernières nous avons isolé une espèce dont nous donnons ci-après les principales caractéristiques.

Cultivée sur gélose, cette Bactérie se présente sous la forme de petits bâtonnets courts, mesurant $0^{\mu},6 \times 1,7$ à $2^{\mu},5$, hyalins, isolés, très mobiles. Le bleu de méthylène la colore tantôt uniformément, tantôt d'une façon plus intense aux extrémités, par suite de la condensation bipolaire du cytoplasme; en outre on observe souvent un corpuscule métachromatique coloré alors en rouge. Elle ne prend pas le Gram. Elle contient parfois du glycogène, mais seulement en petite quantité et à l'état diffus dans le cytoplasme (culture de 24 heures). On n'a jamais observé de spores.

Les cils sont attachés par un ou deux, rarement trois, à un pôle et exceptionnellement aux deux pôles.

Cette Bactérie est aérobie stricte (poussant exclusivement à la surface de la gélose profonde).

Sur gélose ordinaire (bouillon de viande peptoné) à 25°, les colonies sont petites, rondes, à bords nets, lisses, brillantes, atteignant 2 à 3^{mm} de diamètre au bout de trois jours. En tube incliné la culture est assez mince, lisse, brillante, blanche mais translucide, et possède une teinte orange par transparence; elle n'est pas envahissante.

Sur gélose au bouillon de haricot peptoné à 0,2 % et saccharosé à 2 %, en boîte de Petri, les colonies en surface sont rondes, très bombées, lisses, homogènes, brillantes, vitreuses, de transparence translucide ou mi-opaque; les colonies développées à l'intérieur de la gélose sont lenticulaires, à bords minces; formant beaucoup de gaz, elles font craquer la gélose. Sur ce même milieu, en tube incliné, la culture est très épaisse, crémeuse, lisse, brillante, très coulante, plutôt opaque; il y a également production de gaz.

En gélose profonde VF glucosée à 2 ‰, répartie en tubes de 8^{mm}, il apparaît, dans la partie supérieure du tube, après 24 heures, un pigment jaune verdâtre fluorescent qui diffuse lentement.

Le bouillon de viande ordinaire, ensemencé et mis à l'étuve à 25°, se trouble en 24 heures; il se forme un léger dépôt qui augmente peu à peu; vers le 8ᵉ jour apparaît un voile léger qui tombe et vers le 11ᵉ jour le trouble est devenu intense.

La gélatine, ensemencée par piqûre et conservée à 18°, montre en 24 heures de nombreuses bulles de gaz lenticulaires le long de la piqûre; ces bulles grandissent pendant les jours suivants, s'unissent et arrivent à n'en plus former qu'une seule qui disparaît. La liquéfaction débute au 8ᵉ jour en forme de coupe, puis elle se produit tout le long de la piqûre; au bout de 15 jours, les 2/3 de la gélatine sont liquéfiés; la liquéfaction est totale vers le 23ᵉ jour.

Le lait coagule au 11ᵉ jour, le sérum exsude, le pH est alors voisin de 6; il

---

([2]) H. BELVAL, *Comptes rendus*, 218, 1944, p. 854; H. BELVAL et B. DELAPORTE, *ibid.*, 221, 1945, p. 592.

remonte à 7 après 1 mois et à 8 après 4 mois. Pendant ce temps l'exsudation du sérum s'accentue; après 1 mois et demi le sérum paraît filant; la peptonisation du caillot est tardive; elle n'est complète qu'au bout de 4 mois.

La Bactérie ne produit ni indol ni hydrogène sulfuré. Elle réduit les nitrates en nitrites; la réaction est encore plus fortement positive au 6e jour que sur les jeunes cultures. Elle forme de l'acétylméthylcarbinol et non du 2.3-butylène-glycol. La réaction de la catalase est positive.

Elle n'est pas protéolytique; elle peut assimiler l'azote minéral en présence de saccharose.

Cette Bactérie ne pousse que très peu sur tranche de pomme de terre et guère mieux sur topinambour à l'époque de la maturité, quand le tubercule contient surtout de l'inuline; le résultat est meilleur à la fin de la période de repos, quand l'inuline s'est partiellement transformée en saccharose. Elle pousse très bien sur carotte et mieux encore sur betterave où les cultures sont luxuriantes : visqueuses, translucides, très coulantes et formant même parfois de grosses masses gélatineuses au fond des tubes. En aucun cas il n'y a de développement sur les tissus vivants.

L'utilisation des glucides en milieu liquide est variable : ou bien il y a production pure et simple de gaz et d'acide, le milieu restant parfaitement fluide; ainsi en est-il avec l'arabinose, le glucose, le galactose, le mannose, le fructose sous sa forme stable fructo-pyranose, le lactose, le maltose; ou bien il y a, outre la production de gaz et d'acide, formation d'une substance (fructosane) qui rend le milieu visqueux, ce qui arrive avec tous les holosides possédant une molécule de fructo-furanose en fin de chaîne, saccharose, raffinose, gentianose, stachyose et verbascose. Les osanes, telles que l'amidon, l'inuline, la graminine demeurent intactes. Parmi les polyols la mannite est utilisée; avec la dulcite, il y a production de gaz sans que le pH soit abaissé. Le glycérol est encore moins touché.

Outre le CO_2 la Bactérie produit de l'acide lactique et un peu d'acide acétique.

La Bactérie se développe bien à la température du laboratoire et à 25°, mais à 30° elle pousse difficilement et l'on ne trouve dans ces conditions, au bout de deux jours, que des formes d'involution.

Nous conclurons que nous avons affaire à une espèce nouvelle, non pathogène au sens propre du mot, puisqu'elle n'envahit que des tissus tués par le froid ou la chaleur; nous proposons de la nommer *Phytomonas betæ-gelatæ*.

IMMUNOLOGIE. — *Sur les méthodes physiques mettant en évidence les anticorps formés par les molécules organiques de faible poids moléculaire.* Note (1) de M. **Jean Loiseleur** et Mlle **Lise Jacob**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

I. Les anticorps formés par les molécules organiques de faible poids molé-

(1) Séance du 8 avril 1946.

culaire ([2]) ne peuvent pas être mis en évidence par la floculation des mélanges du sérum et de l'antigène; la floculation correspond en effet à la diminution de la solubilité de la combinaison de l'antigène et de l'anticorps, c'est-à-dire à un abaissement suffisant du rapport charge électrique/volume moléculaire, condition qui ne peut pas être remplie par ces antigènes de faible volume moléculaire et de forte densité électrique superficielle.

Or on peut remarquer que, avant la floculation, il se produit l'orientation de l'antigène vers l'anticorps et leur accolement, d'où, pour ces molécules, une diminution du degré de liberté et, pour le milieu, un état de tension interne entraînant des modifications caractéristiques de la viscosité et de la réfraction. On dispose ainsi d'un procédé pour déceler ces anticorps.

II. En introduisant des quantités croissantes d'un antigène *quelconque* dans un sérum *quelconque*, tout se passe comme si les molécules d'antigène se distribuaient au hasard en superposant leurs propriétés à celles du sérum ([3]). On peut seulement constater, dans ces essais successifs, le reflet plus ou moins marqué des propriétés de l'antigène introduit, pour une quantité minime, la viscosité et l'indice réfractométrique restent pratiquement inchangés.

II. Il n'en est plus de même si le sérum contient un anticorps spécifique de l'antigène. La viscosité présente, comme il a été exposé dans une Note antérieure, une augmentation localisée dans un certain domaine de concentrations et atteignant son maximum dans la zone d'équivalence. Parallèlement l'indice réfractométrique est abaissé, puisque l'additivité des indices est perturbée pour les molécules entrées en combinaison. Les variations de l'indice réfractométrique sont symétriques de celles de la viscosité et le minimum de l'indice coïncide avec le maximum de viscosité. Les mesures ont été faites avec le réfractomètre interférentiel de Jonnard ([4]). La courbe 1 reproduit simultanément les épreuves de viscosité (en pointillé) et l'indice réfractométrique (en trait plein) sur le sérum d'un lapin (2,550 K.) préparé, pendant 8 jours, avec une dose totale de 480^{mg} d'arginine, administrée en 14 injections intramusculaires. Avant le traitement l'addition d'arginine au sérum n'entraîne aucune perturbation de la viscosité ni de son indice de réfraction. Au contraire, le lendemain de la dernière injection, on constate : 1° pour la viscosité, l'allure de courbe en cloche caractéristique de la zone d'équivalence; 2° pour l'indice réfractométrique, une chute dont le minimum coïncide avec le maximum de la courbe de viscosité. L'amplitude de la variation de l'indice correspond à 2 % environ de la valeur initiale; elle intéresse la 5e décimale, l'exactitude de la mesure

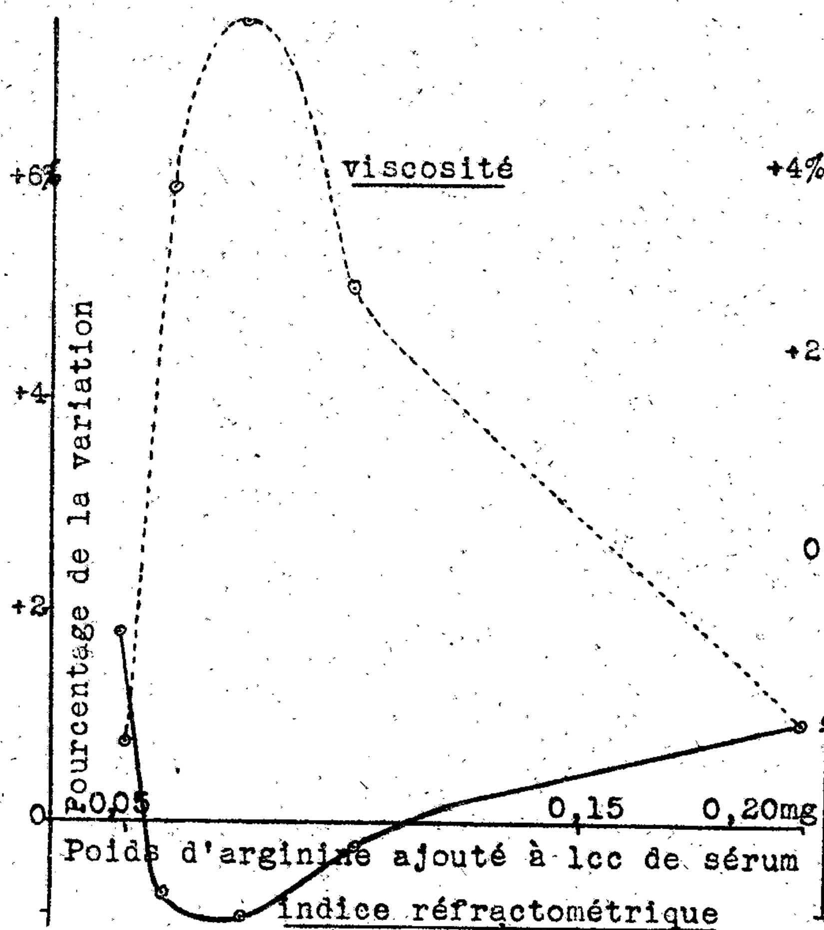
---

([2]) J. Loiseleur, *Comptes rendus*, 222, 1946, pp. 159 et 461.

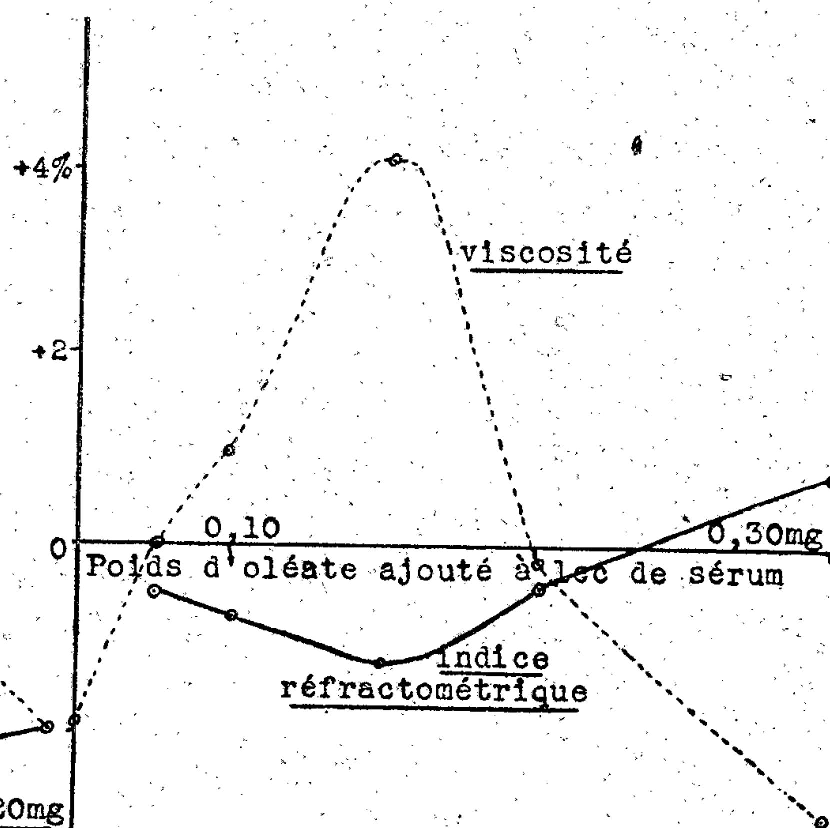
([3]) Dans toutes ces expériences, on s'arrange pour opérer sur des volumes constants, en préparant une série de mélanges, composés respectivement de 2$^{cm^3}$ de sérum et de 0$^{cm^3}$,5 de sérum physiologique contenant en solution (à pH 7,4) 0, 0,05, 0,1, 0,25 ou 0^{mg},5 de l'antigène considéré.

([4]) Cet appareil possède l'avantage d'une égalisation rapide de la température des deux cuves de mesure.

étant de $\pm 1,5.10^{-6}$. Les variations de la réfraction sont ainsi numériquement plus faibles que celles de la viscosité, mais elles constituent, pour cette dernière, un complément important grâce à la concordance des indications données par les deux méthodes.



Courbe 1.



Courbe 2.

La courbe 2 est relative à une expérience identique (animal préparé, pendant 8 jours, par 30mg d'oléate de Na, administrés en 29 injections). Des résultats analogues sont présentés par des animaux préparés avec différents antigènes (xylose, leucine, phénol, aniline). Avec un lapin préparé à l'acide *d*-tartrique, la mesure de l'indice réfractométrique permet de retrouver la même spécificité que celle que présentent les courbes de viscosité; dans la zone d'équivalence, la chute de l'indice est plus marquée avec l'acide droit qu'avec les acides racémique et gauche, la courbe du racémique s'intercalant entre celles des acides droit et gauche.

En résumé les mesures de la viscosité et de l'indice réfractométrique mettent en évidence les anticorps formés par les molécules organiques de faible poids moléculaire. Elles apportent la preuve directe que, dans le sérum d'un animal préparé, la distribution de l'antigène ne se fait plus au hasard, cette adaptation spécifique du sérum constituant la définition de l'anticorps.

HÉRÉDITÉ PATHOLOGIQUE. — *Sur une anomalie de l'oreille externe chez la Souris. Influence de l'âge de la mère sur la fréquence d'apparition de l'anomalie.* Note (1) de M. **Nicolas Kobozieff** et Mme **N. A. Pomriaskinsky-Kobozieff**, présentée par M. Maurice Caullery.

Dans plusieurs Notes nous avons montré que notre mutation auriculaire

(1) Séance du 25 mars 1946.

est récessive (récessivité d'ailleurs incomplète), d'un phénotype très variable quant à sa localisation et à son degré d'extériorisation. Les différentes formes de l'anomalie présentent certaines différences génotypiques. En ce qui concerne la répartition suivant les sexes, on observe un excédent notable de mâles sur les femelles dans la proportion de 2 ♂ : 1 ♀. Il s'agit donc d'une mutation récessive incomplète accompagnée de *limitation relative des sexes* ([2]).

Nous avons jugé utile de rechercher l'influence de l'âge de la mère sur la fréquence d'aggravation de l'anomalie. Pour résoudre ce problème, nous avons procédé à des croisements d'animaux anormaux, ayant le même degré d'extériorisation, par exemple des progéniteurs à oreille tronquée, dont la troncature était autant que possible identique. A cet effet nous avons choisi 20 femelles et 10 mâles. Certaines femelles ont donné, durant leur vie sexuelle, jusqu'à 5 portées. Notre étude a porté sur 341 descendants, dont 105 anormaux, c'est-à-dire une proportion 30,79 %. Nous avons réparti les descendants en quatre groupes, selon l'âge de la mère au moment de la mise bas (voir le tableau).

	Portées issues de mères âgées de :			
	2 mois 1/2 à 5 mois 1/2.	5 mois 1/2 à 8 mois 1/2.	8 mois 1/2 à 11 mois 1/2.	11 mois 1/2 à 14 mois 1/2.
Numéro du groupe ([1])	I.	II.	III.	IV.
Nombre total de descendants	143	81	91	26
» de descendants anormaux	52	23	24	6
% par rapport au nombre total	36,36	28,40	26,31	23,08
Nombre de descendants normaux	91	58	67	20
» de portées	30	18	19	5
» moyen de petits par portée	4,8	4,5	4,8	5,2

Ce tableau montre que l'âge de la mère au moment de la mise bas joue un rôle certain. En effet les femelles du groupe I, c'est-à-dire les plus jeunes, donnent le maximum d'anormaux (36,36 %). Les femelles des groupes II, III, IV, comprenant des portées issues de mères de plus en plus âgées, fournissent respectivement 28,40 %, 26,31 % et 23,08 %, soit de moins en moins.

Nos résultats sont superposables à ceux de Wright ([3]), qui a travaillé sur la polydactylie chez le Cobaye. Il a trouvé également que ce sont les femelles les plus jeunes qui donnent le maximum de descendants anormaux.

En définitive, la fréquence d'apparition de l'anomalie est en fonction inverse de l'âge de la mère au moment de la mise bas.

La séance est levée à 15h25m. L. B.

([2]) *Bull. Mus. Hist. Nat.*, 2e série, **10**, 1, 1937; *Proc. VII, Congr. Genetics*, Edinburgh, 1939; *C. R. Soc. Biol.*, **133**, 1940, p. 366; **139**, 1945, pp. 243, 245, 305; *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 937.

([3]) *Genetics*, **20**, p. 84.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 29 AVRIL 1946.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE CARTAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** donne lecture du décret, en date du 26 avril 1946, publié au *Journal Officiel de la République française*, portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Jean Cabannes** pour occuper, dans la Section de Physique générale, la place vacante par le décès de M. *Charles Fabry*.

Sur son invitation, M. **Jean Cabannes** prend place parmi ses Confrères.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Munro Fox**, Membre de la Royal Society et Président du Comité national britannique des sciences biologiques, qui assiste à la séance.

OPTIQUE ÉLECTRONIQUE. — *Sur un effet limitant les possibilités du microscope corpusculaire.* Note de M. **Louis de Broglie**.

Soit un objet placé sur le porte-objet d'un microscope électronique dont l'angle de demi-ouverture est ε. Il est irradié par un faisceau d'électrons monocinétiques de quantité de mouvement p parallèle à l'axe du microscope. Lors de la diffusion d'un électron par l'objet, il y a échange de quantité de mouvement et d'énergie entre eux deux. Après le choc, la quantité de mouvement de l'électron est $\vec{p'}$ et fait un angle α avec l'axe du microscope. Si P_x est la composante de la quantité de mouvement de l'objet après le choc dans le plan du porte-objet, le principe de la conservation de l'impulsion nous donne

$$|P_x| = p' \sin \alpha.$$

Pour que l'électron pénètre dans le microscope, α doit être inférieur à ε; la valeur maximum de P_x est donc

$$(P_x)_m = p' \sin \varepsilon.$$

Si la masse de l'objet est grande par rapport à celle de l'électron, la quantité de mouvement de celui-ci varie peu lors du choc et l'on peut confondre p'

avec p. D'ailleurs ε est toujours assez petit pour qu'on puisse remplacer $\sin \varepsilon$ par ε. D'où, très approximativement,

$$(P_x)_m = \varepsilon p.$$

On peut poser

$$P_x = MV_x, \quad p = mv,$$

où V_x est la vitesse de l'objet dans le plan-objet après le choc et v la vitesse de l'électron avant le choc. M est la masse en mouvement de l'objet qu'on peut confondre avec sa masse propre; m est la masse en mouvement de l'électron supérieure à sa masse propre m_0. On a donc

$$(V_x)_m = \varepsilon \frac{m}{M} v.$$

Mais, pour obtenir une image de l'objet, il faut qu'un grand nombre d'électrons soient diffusés par cet objet de façon à pénétrer dans le microscope. Si l'objet était mis en mouvement par l'un des premiers électrons qu'il diffuse et s'il gardait cette vitesse un temps τ pendant l'irradiation, on ne pourrait obtenir une image nette que si $V_x\tau$ était très petit devant les dimensions de l'objet, sans quoi l'objet risquerait de se déplacer d'une façon appréciable pendant l'irradiation.

Esquissons un calcul numérique. Supposons que l'objet ait des dimensions de l'ordre de 10^{-5} cm et qu'il ait une densité voisine de celle de l'eau. On trouve aisément que sa masse est de l'ordre de 10^{-15} g, ce qui donne $m_0/M \sim 10^{-13}$. Pour des tensions d'accélération des électrons de quelques dizaines de milliers de volts, on peut prendre $v \sim 10^{10}$ cm/sec et confondre encore m avec m_0. En admettant pour ε la valeur usuelle $1/100$, on trouve pour la valeur maxima de la vitesse dans le plan-objet

$$(V_x)_m = \frac{1}{100} \cdot 10^{-13} \cdot 10^{10} = 10^{-5} \text{ cm/sec.}$$

Pour un temps τ de l'ordre de la seconde, le déplacement de l'objet serait de l'ordre de ses dimensions.

Si l'on recommençait le calcul précédent pour des électrons beaucoup plus rapides, accélérés par des centaines de milliers de volts, il faudrait prendre m sensiblement plus grand que m_0, et le résultat serait encore moins favorable. A plus forte raison en serait-il de même si l'on supposait l'emploi de protons ou de particules plus lourdes, au lieu d'électrons, pour irradier l'objet : il faudrait alors multiplier la valeur de m précédemment employée par un facteur au moins égal à 10^3 et le déplacement en une seconde pourrait atteindre ou dépasser 1 μ, ce qui semblerait prohibitif.

Mais les évaluations précédentes sont trop pessimistes. L'objet reçoit l'impact d'un très grand nombre d'électrons et ces impacts tendent à lui communiquer des vitesses ayant n'importe quelle direction dans le plan-objet, de sorte qu'il

doit y avoir une compensation statistique et que, si l'objet reste ainsi presque immobile, le cliché obtenu pourra rester net.

Toutefois, si l'on cherche à observer avec le microscope un objet plus petit et plus léger que celui qui a été envisagé dans les calculs précédents, le déplacement de cet objet peut devenir gênant. En effet, d'une part la masse de l'objet étant moindre, la vitesse maxima $(V_x)_m$ augmente; d'autre part la surface du corps étant plus petite, les chocs sont moins nombreux et l'effet de compensation statistique diminue. Pour un objet suffisamment petit, la mise en mouvement finira par empêcher l'obtention de toute bonne image. C'est là l'une des raisons pour lesquelles on ne peut avoir aucun espoir de *voir* un noyau d'atome avec un microscope électronique.

L'effet que nous venons d'examiner limite en principe les possibilités des microscopes corpusculaires, en particulier de ceux qui emploieraient des particules plus lourdes que l'électron : cet effet ne semble pas avoir été jusqu'ici nettement analysé. Il convient de remarquer qu'il est essentiellement différent des effets de diffraction qui conduisent à la définition du pouvoir séparateur. La diffraction des ondes Ψ due au passage à travers l'ouverture circulaire du microscope et le pouvoir séparateur limité qui en résulte s'introduisent déjà quand on envisage la diffusion par l'objet d'un *seul* électron : il faut en tenir compte même si l'objet est beaucoup trop lourd et trop étendu pour être mis en mouvement par le choc des électrons. Au contraire, la mise en mouvement de l'objet n'intervient que pour la raison suivante : afin d'obtenir une bonne image, susceptible par exemple de s'inscrire sur une plaque photographique, il faut recueillir dans le microscope un grand nombre d'électrons successivement diffusés par l'objet. Cet effet ne peut donc devenir gênant que pour des objets très légers et assez petits pour ne recevoir de chocs des particules incidentes qu'à des intervalles de temps relativement longs.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la représentation spectrale des racines hermitiennes d'un opérateur hermitien positif donné.* Note [1] de M. **Gaston Julia**.

1. Dans deux Notes précédentes [2] on a déterminé, à partir de la racine hermitienne positive H, toutes les racines carrées hermitiennes indéfinies h d'un opérateur hermitien positif borné K, en associant à toute h une décomposition de $\mathfrak{M}=[\Delta_K]=[\Delta_H]=[\Delta_h]$, en $\mathfrak{M}=V_1\oplus V_2$, telle que (X, hX) soit >0 sur V_1 et <0 sur V_2; dans V_1 on a $h=H_1$, racine hermitienne positive de K_1, induite par K dans V_1; dans V_2 on a $h=-H_2$, racine négative de K_2, induite par K dans V_2. V_1 et V_2, invariants par h, H, K, *dépendent de h*. La méthode est ainsi liée à une décomposition variable avec h de $K=K_1+K_2$ en somme

(1) Séance du 24 avril 1946.

(2) *Comptes rendus*, **222**, 1946, pp. 707 et 829.

de 2 hermitiens >0 orthogonaux, la recherche de toutes les h équivalant à celle de *toutes ces décompositions de* K, associées à une combinaison, avec signes alternés, de racines positives de K_1 et K_2.

On peut généraliser cette méthode en considérant une décomposition *fixe* $K = K' + K''$ en 2 hermitiens >0 orthogonaux, suivant des variétés *fixes* V' et V'', *invariantes par toutes les* h, et considérant *toutes les racines hermitiennes* h' de K', h'' de K''.

En effet, soit V', *invariant par toute* h (donc par K et H); $V'' = \mathcal{M} \ominus V'$ l'est aussi; $P_{V'}$ et $P_{V''}$ sont *p.* h, *p.* H, *p.* K, $P_{V'} + P_{V''} = P_{\mathcal{M}}$. Soit $h = h' + h''$ la décomposition de h induite par V' et V''; on a $h' = hP_{V'}$, $h'' = hP_{V''}$, qui prolonge h' et h'' dans tout $\mathcal{H}$, avec $h'h'' = 0$. Donc $K = h^2 = h'^2 + h''^2$; d'où $h'^2 = KP_{V'} = K'$; $h''^2 = KP_{V''} = K''$; $K = KP_{V'} + KP_{V''} = KP_{\mathcal{M}}$ représente la décomposition $K = K' + K''$ *induite dans* K *par* V' *et* V''. La décomposition $h = h' + h''$ provient donc d'une décomposition $K = K' + K''$, où h' est racine indéfinie de K' (dans V'), et h'' racine indéfinie de K'' (dans V'').

Réciproquement, si $K = K' + K''$ est une décomposition de K suivant V' et V'', complémentaires dans $\mathcal{M} = [\Delta_K]$, *invariantes par toute* h (donc par H et K), $K' = KP_{V'}$ et $K'' = KP_{V''}$ sont hermitiens positifs orthogonaux. Chacune des variétés V' ou V'' est un espace hilbertien conservé par K' ou K''; $V' = [\Delta_{K'}]$, $V'' = [\Delta_{K''}]$; si h' est une racine hermitienne indéfinie quelconque de K' dans V', prolongée dans $\mathcal{H}$ en posant $h' = 0$ sur $\mathcal{H} \ominus V'$, avec définition analogue de h'' dans V'' et $\mathcal{H} \ominus V''$, h' et h'' seront 2 hermitiens orthogonaux dans $\mathcal{H}$ et $h' + h''$ sera racine hermitienne indéfinie de K. Le problème revient à déterminer V' *et* V'' *invariantes par toutes les* h.

2. *La variété l. f. sous-tendue par l'ensemble de toutes les variétés propres de* h *est indépendante de* h, *et identique à celle sous-tendue par l'ensemble de toutes les variétés propres de* K. Cela résulte de l'étude suivante des *valeurs et variétés propres de* h.

a. La variété propre de h correspondant à $\lambda = 0$ est toujours $\mathcal{H} \ominus \mathcal{M}$ [3].

b. Soit $\lambda > 0$, valeur propre de K, et α la variété propre correspondante. $\alpha \subset \mathcal{M}$ est invariante par K et H. Si $X \in \alpha$, $H^2X = \lambda X$, donc $(H - \sqrt{\lambda})X = 0$, car $H + \sqrt{\lambda}$, hermitien de borne inférieure $\geqq \sqrt{\lambda}$ n'a pas, dans α, de zéro $\neq 0$. Donc α est la variété propre de H correspondant à $\sqrt{\lambda}$, car la réciproque est vraie. *Les valeurs propres de* H *sont les racines positives de celles de* K, *les variétés propres correspondantes sont identiques.*

h est *p.*K. Si $X \in \alpha$, $KX = \lambda X$, $KhX = hKX = \lambda hX$, donc $hX \in \alpha$. α est invariant par h. Si $X \in \alpha$, $(h + \sqrt{\lambda})(h - \sqrt{\lambda})X = 0$. $h_1 = h + \sqrt{\lambda}$ et $h_2 = h - \sqrt{\lambda}$ sont deux hermitiens conservant α, avec $h_1 h_2 = 0$ *dans tout* α. Soit α_i *la variété l. f. des zéros de* h_i *dans* α. α_1 et α_2 sont *disjointes*, car pour tout X commun,

(3) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 707, n° 1.

on a $hX = \sqrt{\lambda}X = -\sqrt{\lambda}X$ avec $\lambda > 0$, donc $X = 0$. De plus, *dans* α, $\Delta_{h_2} \subset \alpha_1$ et $\Delta_{h_1} \subset \alpha_2$. Nécessairement $[\Delta_{h_2}] = \alpha_1$, sinon il existerait, dans α_1, un $X \neq 0$ orthogonal à $[\Delta_{h_2}]$ qui annulerait h_2 et appartiendrait à α_2. De même, $[\Delta_{h_1}] = \alpha_2$. Or $\alpha_1 \oplus [\Delta_{h_1}] = \alpha$. Donc $\alpha_1 \oplus \alpha_2 = \alpha$. $\sqrt{\lambda}$ *et* $-\sqrt{\lambda}$ *sont donc valeurs propres de* h, *les variétés correspondantes* α_1 *et* α_2 *étant complémentaires dans* α, *l'une des variétés* α_1 *ou* α_2 *pouvant se réduire à zéro. La réciproque est immédiate.* Ce résultat peut se déduire aussi très simplement de l'expression $h = (P_{V_1} - P_{V_2})H$ donnée précédemment ([4]), en posant $P_{\alpha_i} = P_\alpha P_{V_i}$ $(\alpha_i = \alpha \cap V_i)$, ce qui est possible car P_α est permutable à K, H, donc à P_{V_i}, $P_{\alpha_1} + P_{\alpha_2} = P_\alpha$, donc $\alpha_1 \oplus \alpha_2 = \alpha$, et l'on voit que, pour tout Y, $P_\alpha Y$, solution propre de H pour $\sqrt{\lambda}$, donnera $hP_{\alpha_1}Y - \sqrt{\lambda}P_{\alpha_1}Y = -[hP_{\alpha_2}Y + \sqrt{\lambda}P_{\alpha_2}Y] = 0$, car $hP_{\alpha_1} = P_{\alpha_1}H$ et $hP_{\alpha_2} = P_{\alpha_2}H$ sont orthogonaux.

c. La variété $V' = \Sigma \oplus \alpha$ *sous-tendue par l'ensemble des variétés propres de* h *pour des valeurs propres* $\neq 0$ est donc identique à celle correspondant aux variétés analogues de K. V' *est indépendante de* h, invariante par h, $V' \subset \mathfrak{M}$.

3. Choisissant la V' précédente, $K = \Sigma\lambda_\alpha P_\alpha + \int_0^M \lambda\, dF''$, $F''(\lambda)$ projecteur continu croissant de 0 à $P_{V''} = P_{\mathfrak{M}} - P_{V'}$, déduit de la famille spectrale $F(\lambda)$ de K par déduction des discontinuités P_α de F au passage des $\lambda_\alpha > 0$. $P_{V'} = \Sigma P_\alpha$ et $P_{V'} + P_{V''} = P_{\mathfrak{M}}$. $K' = \Sigma\lambda_\alpha P_\alpha$ et $K'' = \int_0^M \lambda\, dF''$, sont *induits par* K *dans* V' et V''. Donc $h = h' + h''$, h' et h'' racines hermitiennes quelconques de K' et K''. Le n° 2 donne $h' = \Sigma\sqrt{\lambda_\alpha}(P_{\alpha_1} - P_{\alpha_2})$ avec $P_{\alpha_1} + P_{\alpha_2} = P_\alpha$, α_1 et α_2 étant 2 variétés l. f. quelconques *complémentaires dans* α; ceci peut se voir aussi par l'identification $h'^2 = K'$. Pour $h'' = \int_{-\sqrt{M}}^{+\sqrt{M}} \lambda\, de''(\lambda)$, on détermine le projecteur continu croissant $e''(\lambda)$, en identifiant $h''^2 = \int_{-\sqrt{M}}^{+\sqrt{M}} \lambda^2\, de''(\lambda) = K'' = \int_0^M \mu\, dF''(\mu)$. Or $\int_{-\sqrt{M}}^{+\sqrt{M}} \lambda^2\, de''(\lambda) = \int_0^M \mu\, d[e''(\sqrt{\mu}) - e''(-\sqrt{\mu})]$. On devra donc avoir, pour tout $\mu \geq 0$, $e''(\sqrt{\mu}) - e''(\sqrt{-\mu}) = F''(\mu) = E''(\sqrt{\mu})$, car $H''^2 = K''$ donne $E''(\sqrt{\mu}) = F''(\mu)$. La réciproque est immédiate. La condition n. et s. est donc $e''(\lambda) - e''(-\lambda) = E''(\lambda)$, pour tout $\lambda \geq 0$. Il en résulte que $E''(\lambda) \leq e''(\lambda)$, $e''(\lambda) - E''(\lambda)$ étant aussi un projecteur *non croissant*, pour tout $\lambda \geq 0$; réciproquement, (1) si $e'' - E''$ *est un projecteur non croissant pour tout* $\lambda \geq 0$ (cela exige $E'' \leq e''$), on pourra poser $e''(-\lambda) = e''(\lambda) - E''(\lambda)$, qui définit e'' pour $\mu = -\lambda < 0$. D'ailleurs $e''(-\lambda) = 0$, pour $\lambda \geq \sqrt{M}$, donne (2) $e''(\lambda) = e''(\sqrt{M}) = E''(\sqrt{M}) = P_{\mathfrak{M}} - \Sigma P_\alpha$ *pour* $\lambda \geq M$.

([4]) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 707, n° 2.

Les conditions (1) et (2) déterminent l'expression du *projecteur croissant* $e''(\lambda)$ pour $\lambda \geqq 0$. En effet $e''(\sqrt{M}) - e''(\lambda) \leqq e''(\sqrt{M}) - e''(0)$. Posant $e''(0) = P_{V''_2}$, $e''(\sqrt{M}) - e''(0) = P_{V''_1}$, $P_{V''_1} + P_{V''_2} = e''(\sqrt{M})$. $P_{V''_1}$ et $P_{V''_2}$ sont orthogonaux; chacun d'eux est $p.\ e''(\sqrt{M})$, donc $p.\ e''(\lambda)$. $E''(0) = 0$ et (1) donnent $e''(\lambda) - E''(\lambda) \leqq e''(0)$, pour $\lambda \geqq 0$, donc $P_{V''_1}\,p.\,E''(\lambda)$. Alors $e''(\sqrt{M}) - e''(\lambda) \leqq P_{V''_2}$ donne $e''(\sqrt{M}) - e''(\lambda) = P_{V''_1}[e''(\sqrt{M}) - e''(\lambda)] = P_{V''_1}[E''(\sqrt{M}) - E''(\lambda)]$, car $P_{V''_1}$, orthogonal à $P_{V''_2} = e''(0)$, l'est à $e''(\lambda) - E''(\lambda)$, pour tout $\lambda \geqq 0$. Il suit $e''(\lambda) = E''(\sqrt{M}) - P_{V''_1} E''(\sqrt{M}) + P_{V''_1} E''(\lambda) = P_{V''_2} E''(\sqrt{M}) + P_{V''_1} E''(\lambda)$ pour $\lambda \geqq 0$, à cause de $P_{V''_1} + P_{V''_2} = e''(\sqrt{M}) = E''(\sqrt{M}) = P_{V''_1} E''(\sqrt{M}) + P_{V''_2} E''(\sqrt{M})$. On en tire $e''(\lambda) = e''(-\lambda) - E''(-\lambda) = P_{V''_2} E''(\sqrt{M}) - P_{V''_2} E''(-\lambda)$ pour $\lambda \leqq 0$. $e''(\lambda)$ est alors continu et non décroissant de $-\sqrt{M}$ à $+\sqrt{M}$.

4. Le sens géométrique de V''_1 et V''_2 apparaît clairement sur l'expression de e'', calculée directement à partir de $h'' = (P_{V_1} - P_{V_2})H''$.

$$h'' = \int_{-\sqrt{M}}^{0} \mu\, d[P_{V_2} E''(\sqrt{M}) - P_{V_2} E''(-\mu)] + \int_{0}^{\sqrt{M}} \lambda\, d[P_{V_1} E''(\lambda) + P_{V_2} E''(\sqrt{M})];$$

et l'on sait que $P_{V_1} + P_{V_2} = P_{\mathfrak{M}}$. Le projecteur $P_{V_2} E''(\sqrt{M}) - P_{V_2} E''(-\mu)$ croît de 0 à $P_{V_2} E''(\sqrt{M})$ si μ croît de $-\sqrt{M}$ à 0. Le projecteur $P_{V_2} E''(\sqrt{M}) + P_{V_1} E''(\mu)$ croît de $P_{V_2} E''(\sqrt{M})$ à $E''(\sqrt{M})$ si μ croît de 0 à $\sqrt{M}$. Il représente donc le projecteur $e''(\mu)$ correspondant à h'' et l'expression trouvée s'identifie à celle trouvée précédemment si l'on pose $P_{V''_1} = P_{V_1} E''(\sqrt{M})$, $P_{V''_2} = P_{V_2} E''(\sqrt{M})$; car $P_{V''_1} + P_{V''_2} = E''(\sqrt{M}) = E''(\sqrt{M}) P_{\mathfrak{M}}$, puisque $E''(\sqrt{M}) \leqq P_{\mathfrak{M}}$ et $P_{V_i}\,p.\,P_{\mathfrak{M}}$, $P_{V_i}\,p.\,P_{\alpha}$, donc $P_{V_i}\,p.\,E''(\sqrt{M})$. On a alors $P_{V''_1} E''(\lambda) = P_{V_1} E''(\sqrt{M}) E''(\lambda) = P_{V_1} E''(\lambda)$ pour $\lambda \geqq 0$, et $P_{V''_2} E''(-\lambda) = P_{V_2} E''(\sqrt{M}) E''(-\lambda) = P_{V_2} E''(-\lambda)$ pour $\lambda \leqq 0$. Dans ces conditions, $E''(\sqrt{M}) = P_{\mathfrak{M}} - \Sigma P_{\alpha}$ montre que V''_i *est l'intersection de* V_i (*invariante par* K) *avec la variété* $V'' = \mathfrak{M} \ominus (\Sigma \oplus \alpha)$, *complémentaire dans* $\mathfrak{M}$ *de la variété l. f.* V' *sous-tendue par l'ensemble des variétés propres* α *de* K *correspondant à des valeurs propres* $\lambda_{\alpha} \neq 0$ (V' et V'' sont invariantes par K).

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Singularités de la cristallisation du chlorure d'ammonium*. Note [1] de M. HENRI DEVAUX.

Le chlorure d'ammonium est un sel dont la cristallisation présente des singularités remarquables, en ce sens que l'on n'y voit jamais de faces planes et qu'il s'y produit simultanément des phénomènes de croissance et de dissolution s'effectuant à l'intérieur d'une même solution saturée.

Ces cristaux apparaissent, par refroidissement d'une solution saturée à chaud, sous forme d'arbuscules constitués par trois axes rectilignes perpendiculaires l'un à l'autre et ramifiés chacun à angle droit.

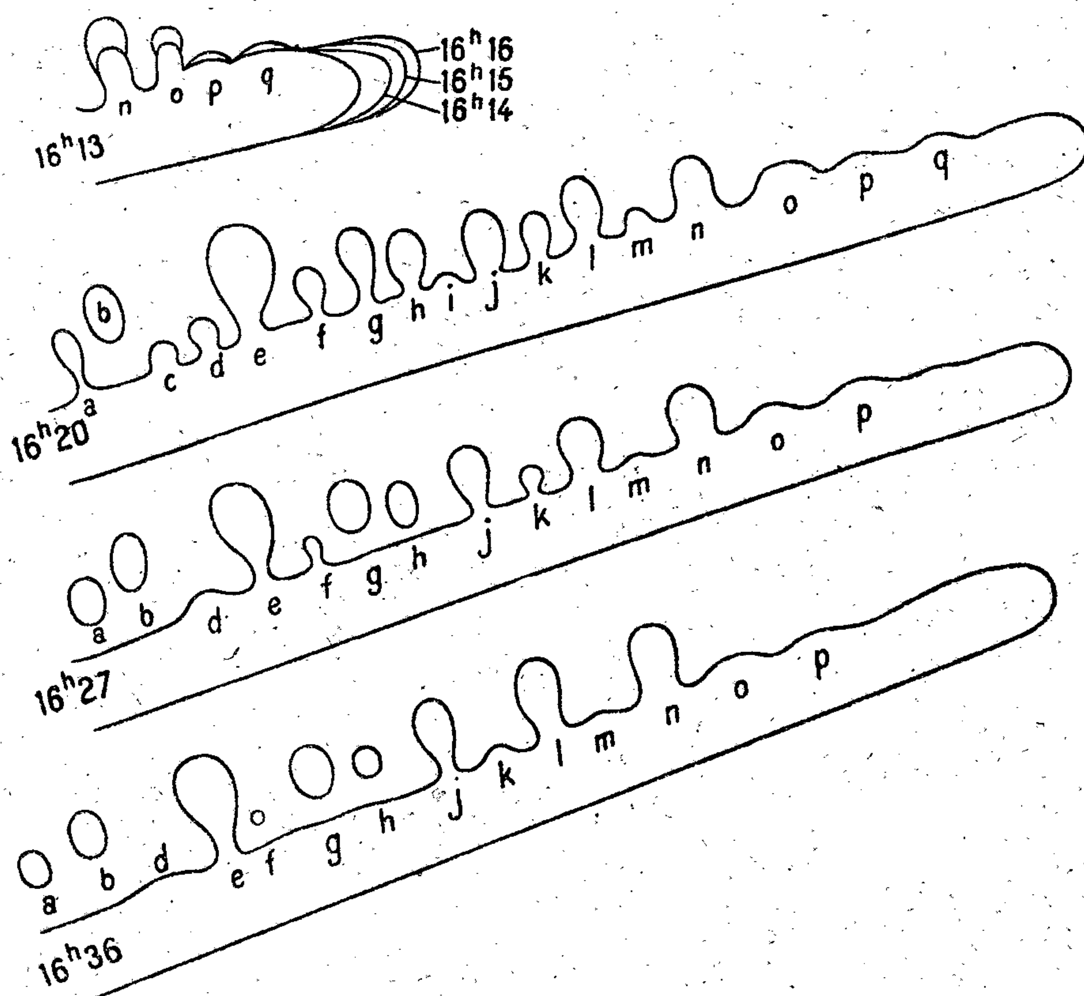
---

(1) Séance du 8 avril 1946.

Au début, les axes et les principaux rameaux ont un rapide accroissement en pointe, mais celui-ci fait place bientôt à un accroissement en épaisseur avec pointes massives et surfaces partout arrondies, de sorte que ces singuliers cristaux de NH_4Cl ne présentent nulle part de faces planes; axes et branches y sont des cylindres ou des globules, allongés comme s'ils étaient en train de se dissoudre et non pas de se former.

1° Cette courbure générale de toutes les formations cristallines du NH_4Cl est certainement un des caractères les plus frappants de ces cristaux singuliers. La tendance à donner des facettes se manifeste cependant quelquefois par des pointements pyramidaux, imparfaits mais persistants, ce qui prouverait que l'on est en présence de deux actions s'exerçant en sens contraire.

2° Or, si l'on attend un peu, on assiste à un autre phénomène. Beaucoup de rameaux situés sur un axe se détachent successivement de cet axe en s'éloignant plus ou moins à faible distance (*fig.* 1). Si ces rameaux sont courts, ils



Un axe cristallin de NH_4Cl montrant les phases successives du détachement des rameaux en 20 minutes jusqu'à la dissolution complète (*f*) ou à la résorption (*c*, *d*, *i*) (gr. : 225).

ressemblent alors, d'une manière frappante, à des gouttes qui se seraient séparées de l'axe. Ces séparations se produisent de tous côtés et bientôt l'arbuscule étoilé cristallin primitif a émietté une partie de ses branches, et cela même si la solution est en train de se concentrer par évaporation.

L'examen du processus de détachement rend encore plus frappante la ressemblance avec des gouttes. Pour chaque rameau fixé à l'axe par une portion rétrécie, on voit ce pédicelle s'amincir progressivement, puis se rompre brusquement, ne laissant qu'un vestige momentané de son existence, sous

forme de deux pointements, l'un sur l'axe, l'autre sur la pseudo-goutte (*fig.* 2). Ces deux pointements rentrent du reste très vite dans la masse, absolument comme le ferait une goutte de matière visqueuse récemment détachée de son support. Mais, quelquefois aussi, le rameau détaché un instant s'accole de

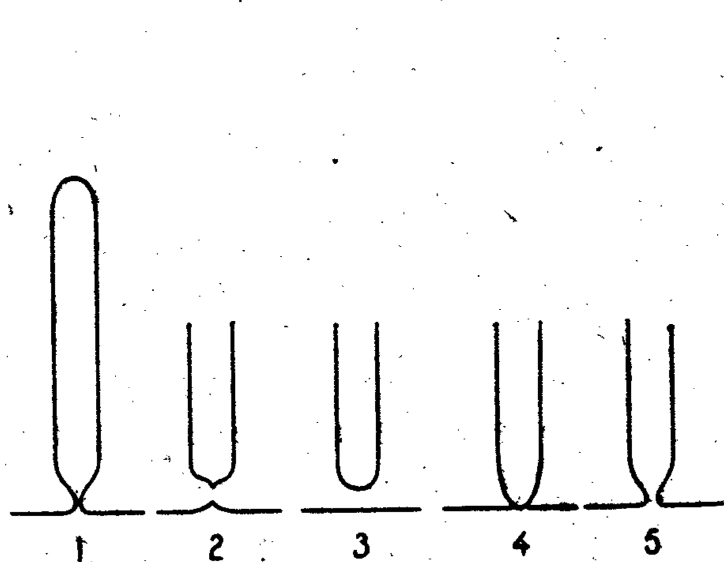


Fig. 2.

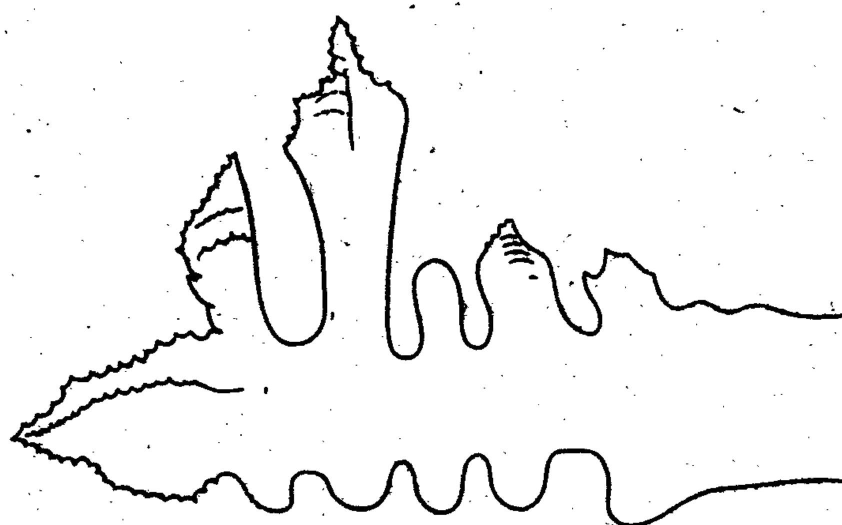


Fig. 3.

Fig. 2. — Les phases du détachement (1, 2, 3) et parfois du rattachement d'un rameau (4, 5) (gr. : 225).
Fig. 3. — Un gros cristal de NH_4Cl résultant d'un accroissement prolongé (gr. : 40).

nouveau et produit un nouveau pédicelle qui grossit pendant quelques minutes. On assiste là évidemment à des phénomènes alternatifs de dissolution et de dépôt qui dévoilent des fluctuations remarquables de la saturation de la substance et de ses rapports avec la condensation ou la dissolution de cette substance.

3° Finalement, il ne reste dans la solution que les axes primitifs, fragmentés et fortement grossis, avec une multitude de branchettes ou de débris qui se dissolvent progressivement jusqu'à disparition complète des parties les plus menues, de sorte que, dans un magma cristallin conservé pendant des mois dans une solution saturée, on trouve, à la fin, des masses relativement grosses qui démontrent que *les gros cristaux ont mangé les petits*. Ces masses sont partout arrondies comme surface générale, mais elles présentent, dans le détail, des crêtes aiguës, surtout vers les sommets, ce qui ne peut s'expliquer que comme des tentatives de cristallisation avec production d'angles dièdres et trièdres (*fig.* 3).

Le NH_4Cl est donc un très bel exemple d'une substance pour laquelle les phénomènes de condensation et de dissolution simultanées, dont Knudsen a démontré l'indépendance ([2]), sont des plus manifestes.

M. Armand de Gramont fait hommage à l'Académie d'un ouvrage de G.-A. Boutry intitulé *Optique instrumentale*, dont il a écrit la *Préface*.

([2]) *Livre du Cinquantenaire de la Société française de Physique*, 1925.

M. ÉMILE DE WILDEMAN fait hommage à l'Académie de deux Mémoires : *A propos de médicaments antilépreux d'origine végétale*. III. *Les plantes utiles du genre* Strychnos, et V. *Des* Ephedra *et de leur constitution chimique*.

Sir CHARLES SHERRINGTON fait hommage à l'Académie d'un ouvrage intitulé *The Endeavour of Jean Fernel*.

CORRESPONDANCE.

M. le SECRÉTAIRE PERPÉTUEL signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance.

1° JUAN BALME. *De Gaulle, Salvador de Francia.*

2° MICHEL LHÉRITIER. *Comment on peut suppléer au manque de viande, remédier à ses effets funestes pour notre race et prévenir la famine menaçante.*

3° *Orquidea. Organo oficial de la Sociedad mexicana « Amigos de las Orquideas »*. Tomo I, n° 1, 2-6.

4° *Biologica. Trabajos del Instituto de Biologia de la Facultad de biologia y ciencias medicas de la Universidad de Chile.* Fasc. I et II.

5° Une collection de tirages à part de M. SERGIO SISPANOV contenant des Mémoires de mathématiques.

ALGÈBRE. — *Peut-on former un réseau donné avec des parties finies d'un ensemble dénombrable?* Note de M. GERMAIN KREWERAS, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Appelons *réseau* un ensemble d'éléments quelconques tel que deux éléments distincts a et b de cet ensemble soient liés ou non par une relation symétrique (mais non nécessairement transitive). Pour tout couple d'éléments (a, b) on dira que a et b sont *incidents* (en abrégé $a|b$) ou *non-incidents* (en abrégé $a\|b$).

Appelons *sous-réseau* d'un réseau R le réseau défini sur une partie P de l'ensemble des éléments de R par les relations d'incidence de R qui intéressent les éléments de cette partie P.

On dira que deux réseaux R et R′ sont *isomorphes* si l'on peut faire correspondre leurs éléments biunivoquement avec conservation des relations d'incidence.

Supposons enfin que dans un réseau R on puisse répartir les éléments en n classes telles que deux éléments appartenant à une même classe soient toujours non-incidents. On dira alors que R est *de rang fini*, et la valeur minimum de n sera le *rang* de R.

Cela dit, considérons l'ensemble (dénombrable) F des parties finies d'un ensemble dénombrable D. Deux parties finies de D seront dites incidentes ou non suivant qu'elles sont disjointes ou non. F est ainsi un réseau, dont nous nous proposons de préciser la nature par une propriété caractéristique de ses sous-réseaux. Voici cette propriété :

Pour qu'un sous-réseau de F *soit isomorphe à un réseau donné* R *(fini ou dénombrable), il faut et il suffit que, pour tout élément a de* R, *le sous-réseau de* R *formé par les éléments de* R *non-incidents à a soit de rang fini.*

Pour fixer les idées, prenons pour D l'ensemble des entiers naturels. Les éléments de F sont alors les suites finies d'entiers naturels, considérées en faisant abstraction de l'ordre.

1° *La condition est nécessaire.* Il suffit de montrer qu'elle est réalisée pour F; elle le sera alors *a fortiori* pour tout sous-réseau de F.

Soit en effet un élément quelconque a de F, c'est-à-dire une suite de p entiers $n_1, \ldots, n_p$. Les éléments de F non-incidents à a sont les suites finies comprenant l'un au moins des entiers n_i $(1 \leqq i \leqq p)$. Si l'on range dans une classe (k) celles qui comprennent n_k sans comprendre d'élément n_i d'indice inférieur à k, on voit immédiatement que les suites d'une même classe sont non-incidentes; le sous-réseau formé des éléments de F non-incidents à a est donc de rang p au plus.

2° *La condition est suffisante.* — Soit un réseau R, d'éléments $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$. Supposons que le sous-réseau A_n formé par les éléments de R non-incidents à a_n soit de rang fini ρ_n. Il faut montrer qu'à chacun des a_n on peut affecter en propre une suite finie d'entiers, S_n, telle que S_p et S_q se coupent ou non suivant que $a_p \| a_q$ ou $a_p | a_q$.

Pour cela affectons, par exemple, provisoirement à chacun des a_n un entier impair i_n, et subdivisons la suite des entiers pairs en tranches successives comprenant $\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_n, \ldots$ entiers.

Les éléments de A_1 peuvent par hypothèse se répartir en ρ_1 classes d'éléments non-incidents. A chaque élément de la $r^{\text{ième}}$ de ces classes, affectons, en plus de son entier impair provisoire, le $r^{\text{ième}}$ entier pair de la première tranche; puis affectons à a_1, en plus de i_1, tous les entiers pairs de la première tranche.

Opérons de même pour A_n, dont les éléments se répartissent en ρ_n classes d'éléments non-incidents. A chaque élément de la $r^{\text{ième}}$ classe situé après a_n dans la suite a_i, affectons comme entier supplémentaire le $r^{\text{ième}}$ entier pair de la $n^{\text{ième}}$ tranche; puis affectons à a_n tous les entiers pairs de la $n^{\text{ième}}$ tranche.

Après la $n^{\text{ième}}$ opération, la suite finie S_n des entiers affectés à a_n ne s'enrichira plus. Soit alors $p < q < n$.

Si $a_p \| a_q$, a_q appartient à l'une des classes de A_p, donc S_p et S_q ont en commun un entier pair de la $p^{\text{ième}}$ tranche. Les entiers impairs garantissent que S_p et S_q ne sont pas identiques.

Si $a_p | a_q$, dans chacune des $p-1$ premières opérations, on n'aura affecté à a_p et a_q que des entiers pairs distincts pris dans la tranche correspondante; la $p^{\text{ième}}$ opération n'affecte rien à a_q et seulement ρ_p nouveaux entiers à a_p; les suivantes, plus rien à a_p et seulement de nouveaux entiers à a_q. Les suites S_p et S_q sont donc disjointes.

En poursuivant l'opération indéfiniment, on fait correspondre ainsi à chaque élément a_n de R une suite S_n, c'est-à-dire un élément de F, avec conservation

des relations d'incidence. R est donc bien isomorphe à un sous-réseau de F et la propriété annoncée est établie.

Notamment, parmi les réseaux qu'on peut ainsi reproduire avec des parties finies d'un ensemble dénombrable, figurent tous les réseaux finis, ainsi que les deux plus simples parmi les réseaux dénombrables, celui où deux éléments quelconques sont incidents et celui où deux éléments quelconques sont non-incidents.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les fonctions analytiques arithmétiques et presque arithmétiques.* Note (1) de M. **Charles Pisot**, présentée par M. Paul Montel.

Nous nous proposons ici d'appliquer la méthode exposée dans une Note précédente (2), dont nous utiliserons les notations, à deux problèmes connexes.

1° Soit $f(x)$ une fonction *entière* qui prend des valeurs entières rationnelles pour les valeurs entières rationnelles *positives et négatives* de x. Supposons qu'il existe une constante γ telle que $|f(x)| < e^{\gamma|x|}$ pour tout x de module $r > r_0$.

Théorème 1. — *Soit* T *l'ensemble transformé de* S *par* $z = e^s$ *et* T^* *celui transformé de* S *par* $z = e^s + e^{-s}$. *Si le diamètre transfini* τ^* *de* T^* *est inférieur à* 1, *alors on a*

$$f(n) = \eta_1^n U_1(n) + \eta_1^{-n} V_1(n) + \ldots + \eta_k^n U_k(n) + \eta_k^{-n} V_k(n), \tag{1}$$

où $\eta_1, \ldots, \eta_k$ *sont des unités algébriques situées avec toutes leurs conjuguées dans* T *et déterminées par* T *et où* $U_1, V_1, \ldots, U_k, V_k$ *sont des polynomes.*

Si $f(x)$ *vérifie les conditions* B, *et si* $\tau^* < 1$, *alors on a pour tout* x

$$f(x) = \eta_1^x U_1(x) + \eta_1^{-x} V_1(x) + \ldots + \eta_k^x U_k(x) + \eta_k^{-x} V_k(x). \tag{2}$$

On décompose $f(x)$ en une somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire. Si $g(x)$ représente une fonction paire ou impaire, on forme

$$h(n) = g(n) + \ldots + \left[\binom{n-1}{m} \pm \binom{n-1}{m-1}\right] g(n-2m) + \ldots \pm g(-n),$$

le signe supérieur étant à prendre pour $g(x)$ pair, et le signe inférieur pour $g(x)$ impair. On considère la série

$$H(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{h(n)}{z^n}, \quad \text{alors} \quad H(z) = \frac{z}{2\pi i} \int_{\mathcal{C}} \frac{(e^s \pm e^{-s})\, l(s)\, ds}{(e^s + e^{-s})[z - (e^s + e^{-s})]},$$

et le théorème résulte du théorème de MM. Pólya et Carlson (3).

En particulier on peut toujours prendre pour S le cercle $|s| \leq \gamma$, alors T^* est le domaine $|ln(z + \sqrt{z^2 - 4})/2| \leq \gamma$ dont le diamètre transfini τ^* croît avec γ et est égal à 1 pour $\gamma = \gamma_0^* = 0{,}9934\ldots$. Comme $\gamma_0^* < \pi$, les conditions B sont

(1) Séance du 25 mars 1946.

(2) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 988.

(3) *Jahresb. D. Math. Ver.*, **31**, 1922, pp. 107-115.

vérifiées si $\gamma < \gamma_0^*$, donc : *toute fonction entière $f(x)$, telle que $f(x)$ et $f(-x)$ soient simultanément arithmétiques et pour laquelle $\gamma < \gamma_0^*$ est de la forme* (2). En particulier :

si $\gamma < ln((3+\sqrt{5})/2) = 0{,}96242\ldots$, alors $\eta_1 = 1$ est la seule unité;

si $\gamma < |ln\,\eta_3| = 0{,}97798\ldots$, alors $\eta_1 = 1$, $\eta_2 = (3+\sqrt{5})/2$ sont les seules unités ([4]);

si $\gamma < 0{,}978$, alors $\eta_1 = 1$, $\eta_2 = (3+\sqrt{5})/2$, η_3, η_4 sont les seules unités, η_3, η_4, η_3^{-1}, η_4^{-1} étant les racines de l'équation $\eta^4 - 5\eta^3 + 9\eta^2 - 5\eta + 1 = 0$; ces unités sont les seules qui peuvent figurer dans l'expression (2) de $f(x)$.

En partant en sens inverse du cercle $|z-2| \leqq 1$ pour T^*, on obtient les fonctions arithmétiques étudiées par Carlson ([5]).

2° Nous dirons que $f(x)$ est *presque arithmétique*, lorsque, en posant $f(n) = u_n + \varepsilon_n$, avec u_n entier rationnel, il existe un nombre $\theta < 1$, tel que $|\varepsilon_n| < \theta^n$ pour tout $n > n_0$. Nous désignons par E le cercle $|z| \leqq \theta$. On a alors le théorème suivant :

THÉORÈME 2. — *Soit $f(x)$ une fonction presque arithmétique vérifiant les conditions* A. *Si le diamètre transfini μ de la réunion* **M** *des ensembles* T *et* E *est inférieur à* 1, *alors*

$$f(n) = \alpha_1^n P_1(n) + \ldots + \alpha_h^n P_h(n) + \theta_n, \tag{3}$$

où $\alpha_1, \ldots, \alpha_h$ sont des entiers algébriques situés dans T *et extérieurs à* E, *dont les conjugués sont tous dans* M, $P_1, \ldots, P_h$ *sont des polynomes et pour tout $\varepsilon > 0$, on a $|\theta_n| < (\theta + \varepsilon)^n$ quand $n > n_1(\varepsilon)$.*

Si T *et* E *sont disjoints, $\theta_n = 0$ pour tout n. Si de plus $f(x)$ vérifie les conditions* B, *on a pour tout x, lorsque $\mu < 1$,*

$$f(x) = \alpha_1^x P_1(x) + \ldots + \alpha_h^x P_h(x). \tag{4}$$

AÉRODYNAMIQUE — *Sur l'augmentation maximum de quantité de mouvement réalisable à l'aide d'une trompe au point fixe.* Note ([1]) de M. **Joseph Chalom**, présentée par M. Henri Villat.

Pour compléter mes recherches expérimentales ([2]), j'ai cherché à déterminer théoriquement l'augmentation maximum de quantité de mouvement susceptible d'être obtenue en adjoignant une trompe à un jet gazeux.

Le cas le plus facile à traiter est celui où le fluide secondaire traversant la trompe peut être considéré comme incompressible et où le fluide primaire moteur sort de la tuyère motrice avec une vitesse supersonique. En effet, dans

---

([4]) A. Selberg (*Arch. Math. og Naturv.*, B, **44**, 1940, pp. 1-11) a démontré ce résultat pour $\gamma < ln((3+\sqrt{5})/2) + 2/10^6$; on voit qu'en réalité $|ln\,\eta_3|$ est la meilleure valeur possible.

([5]) *Math. Zeitschr.*, **11**, 1921, p. 1-23.

([1]) Séance du 8 avril 1946.

([2]) *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 1289; **202**, 1936, p. 1751; **204**, 1937, p. 1614.

ce cas la pression du fluide moteur dans la section de sortie de la tuyère motrice ne dépend que de la pression de départ de ce fluide et est indépendante de la pression ambiante. De plus, pour faciliter le calcul nous négligerons le frottement du fluide sur les parois de la trompe.

I. Considérons d'abord le cas où la trompe est constituée par une tuyère convergente suivie par un mélangeur cylindrique. La tuyère motrice convergente divergente débouche dans la section d'entrée du mélangeur (voir *fig.* 1).

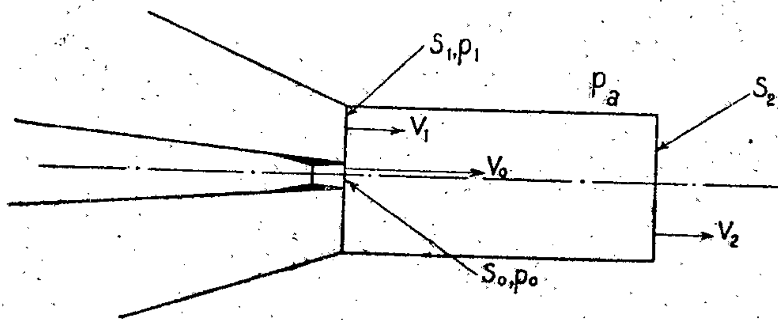


Fig. 1.

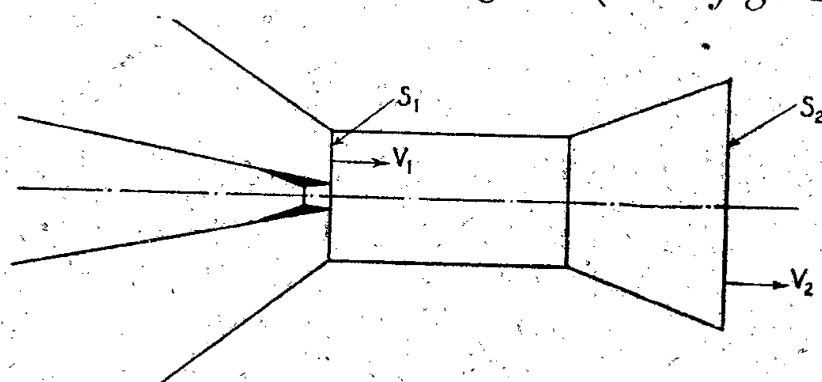


Fig. 2.

Soient M_0, le débit masse du fluide moteur; M_1, le débit masse du fluide secondaire; M_2, le débit masse du fluide total; V_0, la vitesse moyenne du fluide primaire; V_1 celle du fluide secondaire en S_1; V_2, celle du fluide total en S_2.

On démontre facilement, étant données les hypothèses admises,

$$(1)\qquad M_1 V_1 < M_2 V_2.$$

En effet, la section du mélangeur étant constante par définition, du fait de l'action du fluide moteur, $M_1 V_1 < M_1 V_2$ et *a fortiori* $M_1 V_1 < M_2 V_2$, M_2 étant égale à $M_0 + M_1$.

D'autre part, en appliquant le théorème des quantités de mouvement au mélangeur limité par les sections S_1 et S_2, on a

$$(2)\qquad p_0 S_0 + p_1 (S_1 - S_0) + M_0 V_0 + M_1 V_1 = M_2 V_2 + p_2 S_2.$$

On peut choisir la pression d'amont de la tuyère motrice et le rapport de la section de sortie à la section du col de telle façon que $p_0 = p_2$. En tenant compte de plus que $S_1 = S_2$, la relation (2) devient

$$(3)\qquad M_0 V_0 + M_1 V_1 = M_2 V_2 + (p_2 - p_1)(S_1 - S_0).$$

Or p_2 égale sensiblement à p_a— pression extérieure et, d'après les lois des fluides incompressibles, on a

$$(4)\qquad \frac{1}{2} M_1 V_1 = (p_a - p_1)(S_1 - S_0).$$

En éliminant $(p_a - p_1)(S_1 - S_0)$ entre (3) et (4), on a

$$(5)\qquad 1 - \frac{M_0 V_0}{M_2 V_2} = \frac{1}{2} \frac{M_1 V_1}{M_2 V_2}.$$

Or, d'après (1), $(M_1 V_1)/(M_2 V_2) < 1$. Par conséquent on a

$$(6)\qquad \frac{M_0 V_0}{M_2 V_2} > \frac{1}{2},$$

$$(7)\qquad M_2 V_2 < 2 M_0 V_0.$$

Lorsque M_0/M_2 tend vers zéro, $M_1 \to M_2$ et $V_1 \to V_2$ par conséquent $(M_1V_1)/(M_2V_2) \to 1$. On en déduit

(8) $$\lim(M_2V_2)_{M_0/M_2=0} = 2M_0V_0.$$

Pratiquement, les forces de frottement sur les parois de la trompe interviennent en diminuant la valeur limite de M_2V_2.

D'après les mesures expérimentales, nous avons obtenu

(9) $$\lim \exp(M_2V_2)_{M_0/M_2=0} = 1.6M_0V_0.$$

II. Considérons maintenant le cas où le mélangeur cylindrique est suivi d'un divergent (voir *fig.* 2).

En nous servant des résultats obtenus pour la trompe convergente cylindrique et en désignant par η le coefficient de rendement du diffuseur divergent, on obtient facilement les relations

(10) $$\left(\frac{M_2V_2}{M_0V_0}\right)_{\max} = \sqrt{\frac{1}{1-\eta}},$$

(11) $$\left(\frac{S_2}{S_1}\right)_{\text{optima}} = \sqrt{\frac{1}{1-\eta}}.$$

Ces formules ne tiennent pas compte du frottement sur les parois du mélangeur.

La valeur de η couramment obtenue est de 0,8.

En remplaçant cette valeur de η dans la formule (10), on a

$$\left(\frac{M_2V_2}{M_0V_0}\right)_{\max} = \sqrt{5}.$$

En tenant compte des frottements dans le mélangeur, d'après les mesures expérimentales on obtient

$$\left(\frac{M_2V_2}{M_0V_0}\right)_{\max\ \text{expérim}} \cong 2.$$

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur une interprétation des équations du photon de M. Louis de Broglie.* Note [1] de M. **Robert Murard.**

M. Louis de Broglie a fondé sa théorie du photon [2] sur l'hypothèse que celui-ci est formé de deux corpuscules de Dirac complémentaires; en fait, faute de connaître la mécanique ondulatoire relativiste des systèmes de corpuscules, cette hypothèse n'a pu être utilisée complètement pour justifier les équations du photon.

Nous avons proposé [3] une théorie relativiste des systèmes de corpuscules, caractérisée par une généralisation des formules de transformation de Lorentz pour un système de n corpuscules, analogue à celle proposée par

---

[1] Séance du 8 avril 1946.

[2] L. de Broglie, *Une nouvelle théorie de la lumière*, Paris, 1936.

[3] *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 607.

M. J.-L. Destouches (¹). Nous voulons appliquer cette théorie au problème du photon.

Considérons un système de deux corpuscules de Dirac et examinons à quelles conditions ce système peut être représenté par un point unique dans l'espace d'un observateur. On peut admettre que ce point sera nécessairement soit le centre de gravité, soit le centre des moyennes distances du système; ces deux points coïncident dans le cas d'un système de deux corpuscules de même masse, cas auquel nous nous limiterons.

Nous substituerons aux coordonnées $x_i^{(1)}$ et $x_i^{(2)}$ des deux corpuscules les coordonnées

$$u_i = \frac{x_i^{(1)} + x_i^{(2)}}{2}, \qquad v_i = \frac{x_i^{(1)} - x_i^{(2)}}{2},$$

les u_i sont les coordonnées du centre de gravité G; les v_i définissent la configuration du système autour de son centre de gravité.

L'hamiltonien du système est de la forme

$$H = H_G + H_r,$$

avec

$$\begin{cases} H_G = -i\hbar_0 c\left[\sum_i \frac{A_i^{(1)} + A_i^{(2)}}{2}\frac{\partial}{\partial u_i} + C^{(1)} + C^{(2)}\right], \\ H_r = -i\hbar_0 c\left[\sum_i \frac{A_i^{(1)} - A_i^{(2)}}{2}\frac{\partial}{\partial v_i}\right] + R(r); \end{cases}$$

R est l'opérateur d'interaction des deux corpuscules; il ne dépend que de leur distance $r = 2\sqrt{\sum_i v_i^2}$.

H_G dépend seulement des coordonnées u_i et H_r des coordonnées v_i, mais les opérateurs figurant dans H_G ne commutent pas avec ceux qui figurent dans H_r. Il en résulte que l'on ne peut trouver de solutions de la forme

$$X = X_G \odot X_r,$$

les éléments de prévision X_G et X_r définissant respectivement le mouvement du centre de gravité et le mouvement du système autour de son centre de gravité; autrement dit, il n'y a pas séparation des deux mouvements.

L'un de ces mouvements ne peut être étudié isolément que si l'autre est déjà connu.

Considérons alors un système dont le mouvement autour du centre de gravité s'évanouit, c'est-à-dire que l'on a à tout instant

$$H_r X = 0. \tag{1}$$

On pourra alors étudier isolément le mouvement du centre de gravité, qui

---

(¹) J.-L. Destouches, *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 924; 204, 1937, p. 849.

sera décrit par l'équation

(2) $$\frac{\partial X}{\partial ct} = \frac{i}{\hbar_0 c} H_G X,$$

l'élément de prévision doit satisfaire simultanément aux équations (1) et (2).

Pour que la condition d'évanescence (1) corresponde à une réalité physique, il faut qu'elle subsiste quel que soit l'observateur considéré, autrement dit qu'elle soit relativistiquement invariante. Il faut donc que si Ob_A et Ob_B désignent deux observateurs, la condition

$$H_{r,A} X_A = 0 \quad \text{entraîne} \quad H_{r,B} X_B = 0.$$

L'étude de cette condition exige la connaissance d'une mécanique relativiste des systèmes; en employant les transformations de Lorentz généralisées que nous avons introduites (2), on montre que cette condition est satisfaite si l'on a

(3) $$\left[\sum_i \frac{A_i^{(1)} - A_i^{(2)}}{2} \frac{\partial}{\partial u_i} + C^{(1)} - C^{(2)}\right] X = 0,$$

et si, de plus, l'opérateur d'interaction des deux corpuscules est nul.

On remarque immédiatement que les conditions (2) et (3) ont la forme des équations du photon de M. Louis de Broglie. La théorie qui précède en donne une interprétation. Le photon peut être considéré comme un système de deux corpuscules de Dirac dont le mouvement relatif est évanescent; l'équation (2) est l'équation du centre de gravité du système; l'équation (3) exprime l'invariance relativiste de la condition d'évanescence du mouvement autour du centre de gravité.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Intégration des équations; cas de Liouville.* Note (1) de M. **Robert Faure.**

Cette Note a pour objet de montrer sur un exemple particulier, en réponse à une question posée par M. J.-L. Destouches (2) dans son cours, que les systèmes mécaniques qui donnent lieu à des équations séparables en mécanique classique ne peuvent pas jouir des mêmes propriétés en mécanique ondulatoire.

1. On sait qu'en mécanique classique on appelle cas de Liouville celui où la force vive 2T et la fonction des forces U se réduisent à

$$2T = \sum_j A_j \sum_i q_i'^2, \qquad U = \frac{\sum_i U_i}{\sum_j A_j} \qquad (i, j = 1, 2, \ldots, n),$$

où A_i, B_i, U_i sont des fonctions uniquement de la variable q_i; on peut intégrer

(1) Séance du 15 avril 1946.

(2) *Cours de Physique mathématique* à l'Institut Henri Poincaré en 1943.

complètement le problème, l'équation de Jacobi

$$H=E=\frac{1}{\sum A_i}\left[\frac{1}{2}\sum\left(\frac{\partial S}{\partial q_i}\right)^2-\sum U_i\right]$$

se décomposant en n équations

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\partial S}{\partial q_i}\right)^2-U(q_i)-EA_i=0.$$

L'équation de Schrödinger dans le problème correspondant de la mécanique ondulatoire va donner l'équation aux dérivées partielles

$$(1)\qquad \frac{1}{\sum_j A_j}\sum_i \frac{\partial^2\psi}{\partial q_i^2}+\sum_i\frac{\frac{n}{2}-1}{\left(\sum_j A_j\right)^2}\frac{\partial A_i}{\partial q_i}\frac{\partial\psi}{\partial q_i}+\frac{8\pi^2}{h^2}\left(\frac{\sum U_i}{\sum A_i}+E\right)\psi=0.$$

En dehors du cas où $n=2$, l'équation devient

$$\sum_i\frac{\partial^2\psi}{\partial q_i^2}+\frac{8\pi^2}{h^2}\left(\sum_i U_i+E\sum_i A_i\right)\psi=0$$

et donne lieu à la séparation des variables, l'équation (1) n'admet pas de solutions sous la forme d'un produit de fonctions de chacune des variables; par suite il n'y a pas séparation.

Nous voyons donc que, contrairement au cas correspondant en mécanique classique, il n'y a pas, en mécanique ondulatoire, séparation des variables dans le cas de Liouville, à cause de termes provenant de l'ensemble des corpuscules du système, termes portant sur tous les paramètres q_i.

2. Par contre, comme me l'a fait remarquer M. Destouches, si un système mécanique avait un hamiltonien **H** défini par

$$\mathbf{H}=\mathbf{T}-U;\qquad \mathbf{T}=\frac{1}{\sum_j A_j}\sum_i\frac{1}{2B_i}\mathbf{p}_i^2;\qquad U=\frac{\sum_i U_i}{\sum_j A_j},$$

la méthode d'intégration de Liouville se transposerait sans difficulté pour ce qui est de la recherche d'une solution monochromatique (solution correspondant à une valeur donnée E prise parmi les valeurs propres de **H**), sauf en ce qui concerne des conditions de quantification qui peuvent introduire des difficultés, mais ce problème n'est pas celui qui correspond au cas de Liouville, et il faudrait examiner s'il peut se présenter, dans le cas d'un système de corpuscules soumis à des liaisons, un hamiltonien de la forme précédente avec des A_i et B_i qui ne se réduisent pas à des constantes.

ÉLECTROCHIMIE. — *Production d'hydrate de nickel par électrolyse d'une solution de sulfate.* Note de M. ALBERT NICOL, présentée par M. Pierre Jolibois.

Un dépôt de nickel de qualité, soit dans l'analyse, soit dans l'industrie, n'est jamais obtenu en partant d'un sel de nickel seul. La solution est toujours additionnée d'une certaine teneur d'autres corps déterminés d'une façon plus ou moins empirique. Malgré ces précautions et en se plaçant dans les cas donnés comme favorables, il est certain que le rendement de l'électrolyse est mauvais, beaucoup plus faible que celui de l'électrolyse de l'eau avec pourtant ses réactions secondaires.

La formation d'hydrates de nickel a été mise en évidence par différents auteurs. Dans la présente Note, l'étude des dépôts électrolytiques a été faite pour des solutions de sulfate de nickel allant de N/1000 à N. L'appareil employé était celui décrit dans les Notes précédentes (1); le courant constant était voisin de 10 mA, l'hydrate dissous est dosé soit par conductibilité pour les solutions N/1000, N/500, N/200, soit par variation de pH pour N/10 et N.

Les mesures sont résumées dans le tableau ci-dessous, où tous les poids sont en milligrammes.

	pH			Nickel				
Normalité.	avant électrolyse.	après électrolyse.	Poids du dépôt cathodique desséché sous vide avec P_2O_5.	contenu dans le dépôt cathodique.	sous forme d'hydrate dissous.	dans le sulfate du sulfate basique précipité.	total déposé.	Rendement faradique.
N/1000...	5,2	6,8	13,1	7,8	10,3	–	18,1	75
N/500....	5,0	6,8	20,6	11,6	10,7	–	22,3	90
N/200....	5,1	6,7	39,3	22,4	9,4	traces	31,8	(b)
		6,75	43,5	22	13,4		35,4	
		–	(a) 36,2	19,7	11,7		31,4	
		6,8	46,3	22,5	10,3		32,8	
N/10.....	4,4	7	96,4	46,6	–	7,9	–	–
		7,1	112,6	52	4,4	8,6	47,8	90
N........	3,3	7	20,9	16,3	20,5	–	36,8	84
		6,9	24,1	15,4	27	–	42,[illegible]	84

(a) Avec cathode de nickel de mêmes dimensions que celle de platine.
(b) Voisin du maximum par suite de la présence de Ni entraîné sous forme de sulfate basique et non déduit.

Pour les normalités N/1000 et N/500, le dépôt est vert, granuleux, non adhérent à la cathode. Pour N/200, même aspect, avec quelques taches grisâtres qui augmentent quand le contact précipité-électrolyte se prolonge, et semblent correspondre au sulfate basique. Car, pour N/10, le dépôt, également non adhérent, est constitué par des pellicules jaunâtres et montre à l'analyse

(1) *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 491; **222**, 1946, p. 382.

une assez forte teneur en sulfate. Pour N, un dépôt qui commence à tenir à la cathode, masse grisâtre, contenant du nickel, avec taches vertes d'hydrates. Ce précipité se dissout rapidement dans l'acide chlorhydrique concentré et froid. Le corps qui se dépose est, à faible concentration, de l'hydrate de nickel. Quand la liqueur est plus concentrée, l'hydrate se combine au sel neutre et donne un sel basique, à partir de N/10, ce que l'on reconnaît par la teneur en soufre du précipité.

Nous avons soumis les dépôts à l'analyse par pesée continue, par la méthode de Guichard, en fonction de la température. Nous avons ainsi confirmé que le précipité d'hydrate obtenu est $Ni(OH)_2$, que l'on peut obtenir avec sa formule exacte après séchage à 96°. Sa transformation en oxyde anhydre commence à 225°. Lorsqu'il contient du sulfate basique, ce dernier commence à se décomposer à partir de 700°. Nous avons dû, pour cette étude, considérer la solubilité de $Ni(OH)_2$. Nos mesures, après une agitation de 7 jours, ont donné les nombres suivants :

	pH		Ni dissous sous forme d'hydrate (en mmg/l).
	initial.	après agitation.	
Eau distillée........	5,5	7,1 -7,1	3,7-3,6
SO_4Ni N/1000.......	5,2	6,75-6,85	2,7-3,2
» N/200........	5,15	7	3

On s'explique ainsi qu'au cours de l'électrolyse le pH d'une solution qui correspondrait à de l'acidité devienne, au bout d'un certain temps, voisin de la neutralité.

Les conclusions de ces électrolyses sont à rapprocher de celles que nous avons antérieurement énoncées pour les sels dilués d'argent et de cuivre.

MAGNÉTISME. — *Aimantation induite et moments magnétiques.* Note [1] de M. ÉMILE BRYLINSKI.

Nous emploierons le système électromagnétique et nous envisagerons seulement ici les substances amagnétiques. Quand on établit un champ magnétique dans la matière, elle se polarise. Cette polarisation se traduit par un tenseur *aimantation* $\mathcal{J}$ qui se compose avec le champ $\mathcal{H}$ pour donner la résultante, dénommée induction $\mathcal{B}$, suivant la formule classique

$$\mathcal{B} = \mathcal{H} + 4\pi\mathcal{J}. \tag{1}$$

L'aimantation est de même direction que le champ et lui est proportionnelle :

$$\mathcal{J} = \varkappa\mathcal{H}. \tag{2}$$

(1) Séance du 24 avril 1946.

La susceptibilité $\varkappa$, positive ou négative, est très petite devant l'unité. L'équation (1) peut s'écrire

(3) $$\mathcal{B} = (1 + 4\pi\varkappa)\mathcal{H} = \mu\mathcal{H}.$$

Des deux dernières équations il résulte que la susceptibilité $\varkappa$ et la perméabilité μ sont (dans ce système) de simples facteurs numériques et que l'aimantation $\mathcal{J}$ est de même *nature* que le champ magnétique.

Il est facile de préciser le sens du mot polarisation. Le champ magnétique exerce, sur les charges élémentaires de la matière, des forces dont les composantes dans le plan de l'orbite sont radiales et tendent à contracter ou à dilater l'orbite, alors que les composantes normales produisent un effet correspondant à un couple et tendent à modifier systématiquement l'orientation des orbites. Ces orientations n'étant plus distribuées au hasard, le champ magnétique produit à l'extérieur d'un volume fini, même très petit, n'est plus nul. C'est ce champ produit par la matière qu'on nomme aimantation induite $\mathcal{J}$ (au facteur 4π près).

Le moment magnétique d'un volume v contenant une distribution du tenseur $\mathcal{J}$ est, par définition, l'intégrale de volume de cette aimantation :

(4) $$\mathfrak{M} = \iiint \mathcal{J}\, dv.$$

Il résulte de là qu'aucun volume vide ne peut avoir de moment magnétique, puisque le vide est impolarisable. Si, cependant, on établit dans l'espace vide un courant électrique plan i enserrant une surface S, ce courant a un moment magnétique observable

(5) $$\mathfrak{M} = \mathrm{S}i.$$

La contradiction est complète et il convient de rechercher la signification de ce moment. La loi fondamentale d'Ampère la donne immédiatement. Si, en effet, on désigne par $\mathcal{F}$ la force magnétomotrice $\int \mathcal{H}\, dl$ du courant i, l'équation (5) peut s'écrire

(6) $$4\pi\mathfrak{M} = \mathrm{S}\mathcal{F},$$

ce qui relie directement le moment au champ magnétique du courant.

On peut encore tenter d'écrire une équation analogue à (4) où $\mathcal{H}$ remplacerait $\mathcal{J}$; si $d\mathrm{S}\,dl$ est un volume élémentaire d'un tube de champ, on aura

(7) $$\iiint \mathcal{H}\, d\mathrm{S}\, dl = \mathrm{S}_m \int \mathcal{H}\, dl = 4\pi\, \mathrm{S}_m i = \frac{4\pi}{\lambda}\mathrm{S}i,$$

S_m étant la section par le tube d'une surface de niveau magnétique moyenne et λ le rapport S/S_m, simple facteur numérique ne dépendant que de données

géométriques : on a dès lors

$$\mathfrak{M} = \frac{\lambda}{4\pi}\iiint \mathcal{H}\,dv. \tag{8}$$

On peut également, en désignant par Φ le flux d'induction du courant i et par L son inductance propre, mettre (5) sous la forme

$$\mathfrak{M} = \frac{S}{L}\Phi, \tag{9}$$

ce qui relie encore $\mathfrak{M}$ au champ $\mathcal{H}$ puisque, dans la matière, le quotient Φ/L est indépendant de la perméabilité magnétique du milieu.

L'équation (5) provient directement de la force exercée par un champ de magnétisme sur un élément de courant $i\,dl$

$$f = [\mathcal{B} \wedge i\,dl].$$

On en déduit que, dans un champ de magnétisme uniforme, un courant plan fermé i subit un couple dont le moment est égal à

$$M = \mathcal{B}Si\sin\alpha = \mathcal{B}\mathfrak{M}\sin\alpha. \tag{10}$$

C'est donc cette formule qui devrait remplacer l'expression classique

$$M = \mathcal{H}\mathfrak{M}\sin\alpha.$$

L'équation (10) montre en effet, rapprochée de (1), que, dans la matière, le moment du couple est la somme algébrique du moment causé par le champ $\mathcal{H}$ et du moment causé par le champ $4\pi\mathcal{J}$ résultant de la réaction de la matière, le moment magnétique $\mathfrak{M}$ restant indépendant de la matière.

Étant donné que tout magnétisme provient de charges électriques en mouvement dans le vide, on est amené à conclure que la définition (4), qui est un résidu de la théorie des masses magnétiques et qui conduit à une contradiction, devrait être abandonnée.

PHOTOPHORÈSE. — *Influence de divers facteurs sur la photophorèse des particules en suspension dans l'air.* Note [1] de MM. **Pierre Tauzin** et **Léonce Rault**, présentée par M. Aimé Cotton.

Ehrenhaft [2] a montré que, lorsqu'on concentre la lumière d'une source intense sur des particules en suspension dans l'air, certaines d'entre elles se déplacent d'un mouvement de translation sous l'action du faisceau lumineux. Ce déplacement a lieu dans le sens de la propagation de la lumière (photophorèse positive), ou en sens inverse (photophorèse négative), suivant les particules. Nous nous proposons d'exposer ici quelques recherches expérimentales sur ces phénomènes.

---

[1] Séance du 15 avril 1946.

[2] *Annalen der Physik*, 4e série, 56, 1918, p. 81.

Influence de l'absorption lumineuse de la substance dispersée. — L'absorption de la lumière par la substance des particules paraît jouer un rôle important dans le phénomène. Ainsi les aérosols formés à partir de corps incolores ou blancs ne présentent pas la photophorèse (exemples : particules obtenues par pulvérisation de l'huile de vaseline ou des solutions de sels de métaux alcalins; particules de fumées de chlorure d'ammonium, d'oxyde de zinc, de magnésie, d'oxyde d'aluminium). Par contre la photophorèse existe d'une façon à peu près générale pour les aérosols issus de corps colorés (exemples : brouillards formés en pulvérisant les solutions de bichromate de potasse ou les solutions aqueuses de matières colorantes, nigrosine, méthyl orange, safranine, bleu alcalin; suspensions dans l'air des poudres fines obtenues en broyant les mêmes matières colorantes, fumées qui se produisent par condensation des vapeurs de soufre ou de sélénium au-dessus des creusets où l'on chauffe ces corps).

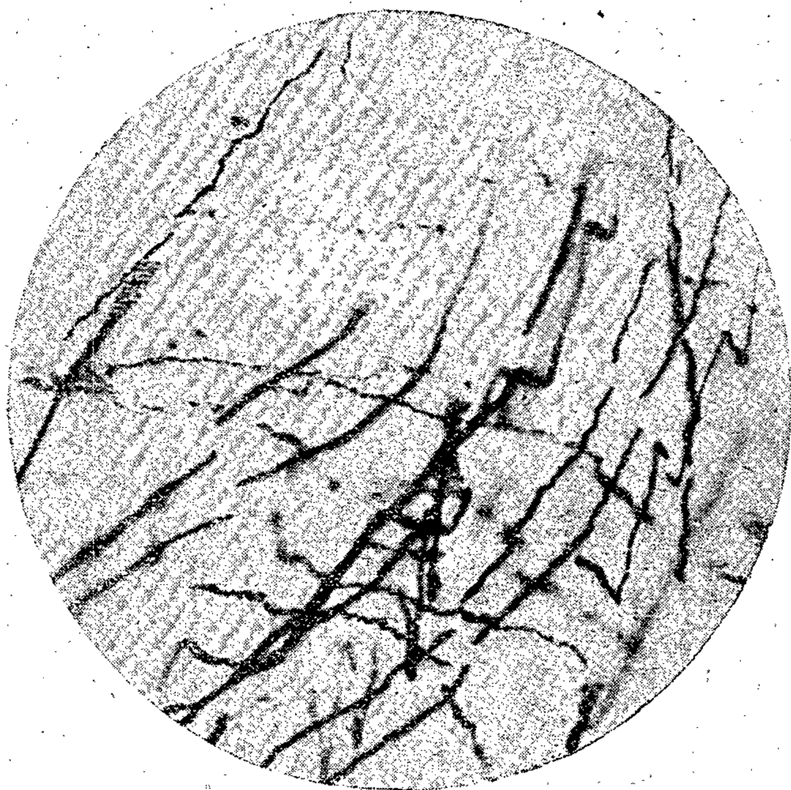
Il serait toutefois imprudent de tirer de tous ces exemples une règle générale, et d'en conclure par exemple que la force de photophorèse est d'autant plus intense que la particule absorbe davantage la lumière. On sait en effet que, pour un phénomène voisin, à savoir la pression de radiation, l'absorption de la lumière conditionne bien dans une certaine mesure la production de la force; mais il serait faux d'affirmer que, pour qu'il y ait force, il faut qu'il y ait absorption; bien au contraire, un miroir parfait subit une pression double de celle que reçoit une surface noire. Il est donc indispensable, avant de conclure, d'étudier à fond le comportement des particules réfléchissantes métalliques au point de vue de la photophorèse.

Influence de la dimension des particules. — Dans un grand nombre d'aérosols, les particules les plus grosses sont attirées par la lumière, alors que les plus petites sont repoussées. Mattauch (³) avait déjà remarqué le fait, dans le cas des particules de soufre et de sélénium. Chaque fois que nous avons pu produire, pour un corps déterminé, des particules de dimensions très différentes, nous avons pu vérifier que cette règle était vraie.

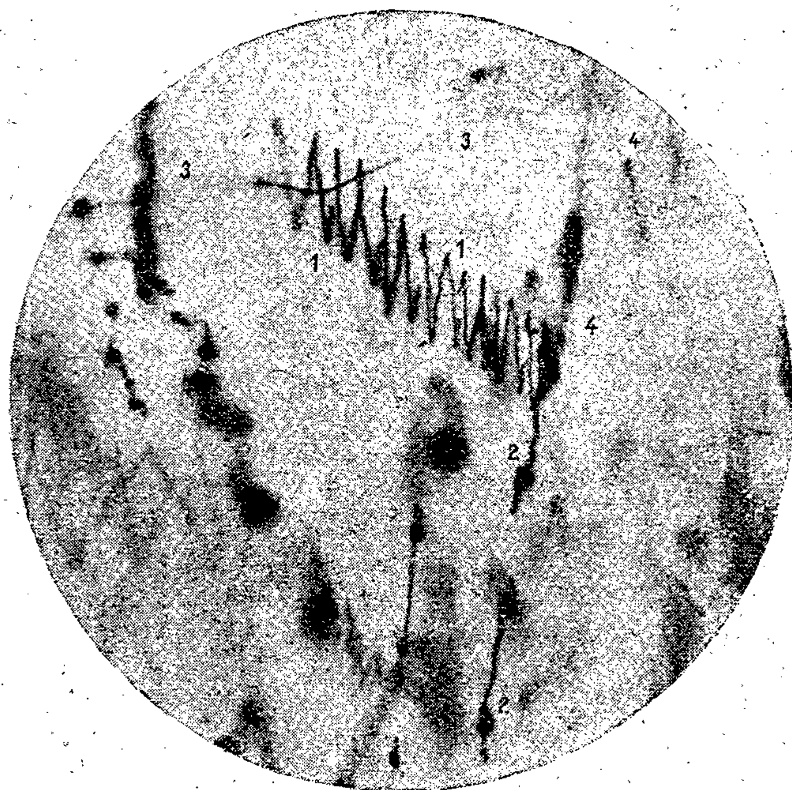
C'est ce qu'on voit par exemple sur les clichés 1 et 2 obtenus par une technique exposée ailleurs (⁴) et relatifs, le premier à des fumées de soufre prélevées au-dessus d'un creuset contenant du soufre fondu vers 120°, l'autre à des poussières provenant d'un flacon de bleu alcalin 6B. Le grandissement linéaire est 39,3. Les particules sont soumises à la pesanteur, à la photophorèse produite par le faisceau lumineux qui les éclaire venant de la droite, et elles oscillent dans un champ électrique alterné vertical de 1830 volts/cm. pour le premier cliché et 224 volts/cm. pour le deuxième cliché; la durée d'une oscillation double dans ce champ électrique a été prise égale à 1,4 sec. pour le premier cliché et à 2,0 sec. pour le second. Le faisceau lumineux est interrompu toutes

(³) *Annalen der Physik*, 85, 1928, p. 967.
(⁴) P. Tauzin, *Cahiers de Physique*, 1944, n° 19, p. 3 et n° 20, p. 25.

les deux oscillations pendant 0,3 sec. pour le premier et 0,4 sec. pour le deuxième. Pour les 2 clichés, pendant ces interruptions, le champ électrique est dirigé vers le bas. La durée d'ouverture de l'obturateur photographique est de 20 secondes. D'autres part, l'observation visuelle à l'ultramicroscope des particules en question montre que la photophorèse n'a pas ici de composante transversale au faisceau et n'est pas modifiée par le champ électrique.



Cliché 1.



Cliché 2.

Sur le cliché 1, les grosses particules dont la trajectoire est plus marquée, sont déviées vers la gauche et par conséquent repoussées par la lumière; les particules plus petites, dont la trajectoire est fine et le mouvement brownien intense, sont déviées vers la droite. Sur le cliché 2, le mouvement brownien, peu intense pour toutes les particules, ne permet pas de discriminer les petites et les grosses; mais on peut déterminer les vitesses de chute des particules et par conséquent comparer leurs grosseurs ([4]). La particule qui décrit la trajectoire 1 est attirée par la lumière; sa vitesse de chute est de 17.10^{-4} cm/sec. Les particules qui décrivent les trajectoires 2, 3, 4 sont au contraire repoussées; elles ont des vitesses de chute respectivement égales à 119.10^{-4} cm/sec, 80.10^{-4} cm/sec, 55.10^{-4} cm/sec et sont donc plus grosses que la particule qui décrit la trajectoire 1.

OPTIQUE. — *Propagation des ondes dans les systèmes périodiques, compte tenu de certaines conditions aux limites.* Note ([1]) de M. **Pierre Marié**.

M. Ch. Mauguin a montré ([2]) qu'en des points M_1 et M_2 symétriques par

([1]) Séance du 15 avril 1946.

([2]) *Journ. de Phys.*, 7, 1936, p. 233.

rapport à un obstacle réfléchissant mais non dissipatif, schématisé par un plan P, les intensités, sous forme complexe globalement transmises $t_1 t_2$ ou réfléchies $r_1 r_2$, d'une onde étaient liées par les relations

$$(1)\quad \begin{cases} t_1 = \dfrac{e^{i(\nu+2\theta)}}{i \sin u} t_2 + i \cot u\, r_2, \\ r_1 = -i \cot u\, t_2 - \dfrac{e^{-i(\nu+2\theta)}}{i \sin u} r_2, \end{cases}$$

θ est l'angle de phase $\pi(l/\lambda)$; u et ν sont liés aux coefficients de réflexion ρ et de transmission τ par les relations $\rho = \cos u e^{i\nu}$, $\tau = i \sin u e^{i\nu}$. Nous pouvons remarquer que le déterminant du système (1) est égal à l'unité; par suite, si nous considérons un ensemble d'obstacles identiques (1, 2, ..., n) d'équidistance l et des obstacles extrêmes 0 et $n+1$ situés approximativement à des distances $l/2$ de 1 et n, et ayant pour coefficients respectifs de transmission et réflexion $\tau' = i \sin u' e^{i\nu'}$ et $\pi' = \cos u' e^{i\nu'}$, nous pourrons utiliser le mécanisme analytique que nous avons précisé ([3]).

Nous écrirons d'abord le système d'équations en t

$$(2)\quad \begin{cases} -\dfrac{\tau'}{\rho'} S_{12} t_0 = \left(S_{22} - \dfrac{S_{12}}{\rho'}\right) t_1 - t_2, \\ 0 = -t_{p-1} + \mu t_p - t_{p+1}, \\ 0 = t_n + (S_{11} + \rho' S_{12}) t_{n+1}, \end{cases}$$

avec

$$S_{11} = \frac{e^{i(\nu+2\theta)}}{i \sin u}, \qquad S_{22} = \frac{-e^{-i(\nu+2\theta)}}{i \sin u}, \qquad S_{12} = i \cot u, \qquad \mu = S_{11} + S_{22} = 2\frac{\sin(\nu+2\theta)}{\sin u}.$$

Dans le cas d'obstacles fortement réfléchissants (u voisin de 0 ou π et ν très petit) et dans une bande passante ou son voisinage, on peut poser $\nu + 2\theta = K\pi(1 - \gamma d)$, K étant un entier que nous appellerons nombre d'onde. Si F_0 et λ_0 sont respectivement la fréquence et la longueur d'onde pour laquelle $\nu + 2\theta = K\pi$, nous aurons $d = (F - F_0)/F_0 = -(\lambda - \lambda_0)/\gamma\lambda_0$ et en posant

$$(3)\qquad \Delta = \frac{\sin u}{\nu K \pi},$$

on peut montrer que l'on a, au second ordre près,

$$(4)\qquad \frac{\sin(\nu + 2\theta)}{\sin u} = \frac{d}{\Delta}.$$

Les nombres Z_0 et Z_n, que nous avons introduits dans notre précédente Note et qui correspondaient aux impédances itératives pour les filtres électriques,

([3]) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 869.

correspondent ici aux réflexions itératives qui s'écrivent

$$(5)\quad \mathcal{R} = -\frac{\cos(\varphi+2\theta)}{\cos u} \pm \sqrt{\frac{\cos^2(\varphi+2\theta)}{\cos^2 u} - 1} = \frac{-\cos(\varphi+u) \pm \sin u \sqrt{1-\frac{d^2}{\Delta^2}}}{\cos u}.$$

et, comme $\cos u$ et $\cos(\varphi+2\theta)$ sont très voisins de l'unité, on peut écrire en première approximation

$$(6)\quad \mathcal{R} = \varepsilon \pm \sin u \sqrt{1-\frac{d^2}{\Delta^2}}, \quad \text{avec } \varepsilon = \pm 1 = (-1)^{K}\frac{\cos u}{|\cos u|}.$$

La résolution du système (2), conduite soit comme dans notre Note précitée, soit par une méthode plus directe, donne un rapport d'atténuation

$$(7)\quad \frac{t_0}{t_{n+1}} = (-1)^n\left[\frac{(1+x)^2}{4x}\nu^n + \frac{(1-x)^2}{4x}\frac{1}{\nu^n}\right],$$

avec

$$\nu + \frac{1}{\nu} = \mu \quad \text{et} \quad x = \frac{\frac{1}{2i}\left(\nu - \frac{1}{\nu}\right)K\pi\gamma\Delta}{1-|\cos u'|}.$$

Cette expression est, à un facteur constant près, celle que l'on trouve en calculant l'atténuation produite par une chaîne de $n+1$ circuits oscillants, faiblement couplés par une mutuelle inductance M, qui est la même partout, $n-1$ de ces circuits $[2L(C/2)]$ sont sans résistance et les circuits oscillants extrêmes (L, C) ont une surtension S. Le calcul se fait en appelant d le désaccord relatif par rapport à la fréquence propre d'un circuit oscillant, et en posant

$$(8)\quad \Delta = \frac{M}{2L} \quad \text{et} \quad x = i\left(\nu - \frac{1}{\nu}\right)S\Delta.$$

Cette identité mathématique nous engage à considérer les espaces compris entre les réflecteurs comme des résonateurs, le coefficient de couplage entre deux résonateurs étant défini par

$$(9)\quad k = 2\Delta = \frac{M}{L} = \frac{2|\sin u|}{K\pi\gamma},$$

les résonateurs extrêmes ayant une surtension propre

$$(10)\quad S = \frac{\frac{1}{2}K\pi\gamma}{1-|\cos u'|}.$$

Le couplage critique sera défini par $kS = 1$, ce qui se traduit par

$$(11)\quad |\cos u'| = 1 - |\sin u|.$$

Remarquons que $|\sin u|$ exprime bien l'interaction entre les résonateurs, comme M l'interaction entre les selfs. Le volant d'énergie croît avec $K\pi\gamma$

comme avec l'inductance L; les pertes enfin peuvent être chiffrées par la différence $1 - |\cos u'|$.

Partant des expressions (7) et (10), nous pourrons écrire le module du rapport d'atténuation

$$\left|\frac{t_0}{t_{n+1}}\right| = \sqrt{1 + (S\Delta)^2\left[\frac{1}{4(S\Delta)^2} - 1 + \frac{d^2}{\Delta^2}\right]^2 D_{n-1}^2\left(2\frac{d}{\Delta}\right)}, \tag{12}$$

$D_{n-1}[2(d/\Delta)]$ désignant le polynome électrosphérique d'ordre $n-1$ en $2(d/\Delta)$.

SPECTROSCOPIE. — *Spectromètre photoélectrique enregistreur pour éclairements crépusculaires.* Note de M. **Alexandre Dauvillier**, présentée par M. Aimé Cotton.

L'accroissement, par les méthodes de l'optique, de la puissance des spectrographes est coûteuse et vite limitée par l'insuffisance de la dispersion. L'utilisation des phénomènes photoélectriques peut se tenter, soit par les méthodes d'amplification usuelles, soit par celles de l'optique électronique. Dès 1931, étudiant le spectre de l'aurore polaire, nous avons projeté d'accroître la luminosité des spectrographes astronomiques en leur appliquant les principes utilisés en télévision. Le spectre amplifié aurait été directement rendu visible sur un écran luminescent. Un résultat analogue peut être obtenu statiquement par les moyens de l'optique électronique. La trop grande complication technique de ces dispositifs nous a fait écarter ces solutions et nous avons préféré réaliser un appareil donnant directement (et avec avantage) la courbe spectrale photométrique du rayonnement étudié.

Malgré l'intérêt que présente le pouvoir intégrant de la plaque photographique pour les éclairements crépusculaires, la variabilité de sensibilité des émulsions et des opérations photographiques exige une longue et laborieuse sensitométrie et l'usage du microphotomètre. Nous avons, au contraire, cherché à utiliser une couche sensible (la cathode photoélectrique) toujours la même, de sensibilité spectrale bien connue, invariable et plus étendue, éliminant toute opération sensitométrique et photométrique.

L'amplification électronique doit, en outre, permettre de relever en quelques minutes un spectre nécessitant des poses photographiques prolongées, ce qui présente un évident intérêt pour l'étude des phénomènes variables tels que les comètes ou les aurores polaires.

Nous avons appliqué cette méthode à un spectrographe usuel, à prismes de verre, ouvert à F/8, construit par M. Cojan, et donnant une dispersion de 109^{mm} entre 3800 et 8300 Å. Le dispositif photoélectrique est contenu dans un carter porté par un chariot mû par la rotation d'une vis précise à une vitesse constante et réglable au moyen d'un mouvement d'horlogerie pourvu d'un régulateur. Ce

carter porte une fente exploratrice d'ouverture réglable se déplaçant dans le plan image. L'exploration du spectre dure de 8 à 12 minutes. Le dispositif photoélectrique utilisé est identique (lampe électromètre) à celui décrit dans une récente Note ([1]), mais les grandes difficultés que l'on rencontre pour effectuer des enregistrements prolongés sont ici éliminées par la brièveté de l'opération, et l'on pourrait se dispenser du blindage magnétique, du vide et du thermostat. L'amplification est limitée par la constante de temps du circuit, qui doit être courte devant la durée de l'exploration d'un spectre riche en raies et par la grandeur de la fluctuation propre, qui ne doit pas excéder celle, due au grain photographique, montrée par les microphotomètres. Le dispositif enregistreur comporte un galvanomètre Ayrton-Mather de courte période et de constante 10^{-9} A/mm. Le papier photographique (format 13×30^{cm}) est déroulé à vitesse uniforme par un mouvement d'horlogerie. Une lampe auxiliaire au néon marque une ordonnée tous les mille angströms, grâce à une série de contacts effectués pendant la translation du chariot. Le dispositif enregistreur (ainsi rendu indépendant du spectrographe) peut en être éloigné et abrité, tandis que les vitesses des deux moteurs peuvent être différentes tout en assurant l'étalonnage en longueurs d'onde du graphique.

Le domaine spectral du spectrographe est entièrement couvert par une cellule à vide à cathode de rubidium sur argent, conservant une bonne sensibilité dans tout le domaine 2500-11000 Å. La stabilité thermique du zéro est assurée par la faiblesse du courant d'obscurité. L'emploi de cathodes au césium, moins sensibles dans le bleu et beaucoup plus sensibles dans l'infrarouge, n'est pratique que par l'utilisation d'un multiplicateur d'électrons suivi d'un redresseur, la lumière étant interrompue par une lame vibrante disposée devant la fente collimatrice.

La photocathode a l'avantage de fournir immédiatement des données quantitatives. Si l'on connaît par avance la nature du rayonnement analysé, la simple observation visuelle des élongations galvanométriques donne aussitôt l'intensité des raies sans aucune opération photographique. Les raies trop intenses peuvent être mesurées en interposant momentanément un écran absorbant. L'enregistrement de l'intensité d'une raie en fonction du temps s'obtient simplement en immobilisant le chariot. Une courbe énergétique spectrale pourrait être directement relevée en recouvrant le spectre d'un écran convenablement découpé.

La grande dispersion du spectrographe permet l'emploi de fentes relativement larges. Avec une largeur de $0^{mm},3$, on peut enregistrer en quelques minutes le spectre du néon, avec un éclairement minimum de 0,08 lux (mesuré avec une cellule au sélénium ayant la même sensibilité spectrale que l'oeil).

([1]) *Comptes rendus*, t. **219**, 1944, p. 124.

L'expérience montre que la plaque photographique demeure beaucoup plus sensible pour les longueurs d'onde inférieures à 5000 Å, mais que, dans le rouge et l'infrarouge, la cellule reprend l'avantage. C'est ainsi qu'avec les rayonnements utilisés (luminescence cathodique du néon, de l'argon, du mercure etc.), pour l'éclairement et la durée de pose indiqués, les spectres ne dépassent pas 5900 Å sur plaques panchromatiques (Agfa Isopan) et 7800 Å sur plaques spéciales pour l'infrarouge (Kodak). L'appareil convient aussi fort bien pour relever rapidement les courbes de fluorescence de substances organiques ou de cristaux faiblement illuminés par la lumière nltraviolette.

MAGNÉTOOPTIQUE. — *L'effet Zeeman des raies octopolaires en théorie classique du rayonnement.* Note (¹) de M. ÉMILE DURAND.

En l'absence de champ, le mouvement de la charge (égale à $-e$) a pour expression $\xi_u = \eta_u \cos[(2\pi/c)\nu x_4 + \Omega]$, avec $u = 1, 2, 3$; $x_4 = c \times t$. Si η est l'amplitude de l'oscillation, on a

$$\eta_1 = \eta \sin\psi \cos\varphi, \qquad \eta_2 = \eta \sin\psi \sin\varphi, \qquad \eta_3 = \eta \cos\psi.$$

Soient $\alpha_u (u = 1, 2, 3)$ les cosinus de la direction d'observation; on ne diminue pas la généralité du problème en faisant $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$, $\alpha_3 = 1$, car l'oscillateur a une position quelconque par rapport aux axes. Nous avons donné (²) l'expression des termes multipolaires pour les potentiels; on en déduit pour les composantes du champ électrique octopolaire les expressions

$$E_1 = \left(\frac{e}{8}\right) R^{-1} B^4 \eta_3^2 \eta_1 [\cos\Phi + 27 \cos 3\Phi], \qquad E_2 = \left(\frac{e}{8}\right) R^{-1} B^4 \eta_3^2 \eta_2 [\cos\Phi + 27 \cos 3\Phi],$$

où l'on a posé $B = 2\pi\nu/c$, $\Phi = (2\pi/c)\nu(x_4 - x_3) + \Omega$. Il y a donc deux raies, l'une de fréquence ν, l'autre de fréquence 3ν. L'intensité $I_{3\nu}$ est $(27)^2 = 729$ fois plus grande que l'intensité I_ν. Pour calculer I_ν, nous allons supposer qu'il y a en tout N oscillateurs répartis d'une manière isotrope; il y en a donc $(N/4\pi) \sin\psi \, d\psi \, d\varphi$ qui ont une direction comprise entre φ et $\varphi + d\varphi$, ψ et $\psi + d\psi$. Comme l'intensité est égale au carré de l'amplitude on a, pour la vibration E_1,

$$I = \frac{e^2}{2^6} R^{-2} B^8 \frac{N}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \eta_3^4 \eta_1^2 \sin\psi \, d\psi = \frac{1}{2} \frac{e^2}{2^6} \frac{1}{35} N \eta^6 B^8 R^{-2}.$$

On trouve évidemment la même intensité pour la vibration E_2; d'où pour l'intensité totale $\mathcal{J} = 2I$.

(¹) Séance du 8 avril 1946.
(²) *Comptes rendus*, 219, 1944, pp. 584-586.

En présence du champ magnétique, que nous supposerons dirigé suivant l'axe des ξ_3, le mouvement reste inchangé dans un système d'axes tournant autour de $O\xi_3$ avec la fréquence de la précession de Larmor $\nu_0=(eH)/4\pi m_0 c$; les équations du mouvement rapportées aux axes fixes s'obtiennent donc en remplaçant φ par $(2\pi/c)\nu_0 x_4+\varphi$.

On ne diminue pas la généralité du problème en faisant $\alpha_1=\sin\theta$, $\alpha_2=0$, $\alpha_3=\cos\theta$, car le système possède la symétrie de révolution autour de $O\xi_3$; nous considérerons les deux champs électriques $\mathcal{E}'$ et $\mathcal{E}''$ normaux à la direction d'observation; $\mathcal{E}'$ est dans le plan $\xi_1 O\xi_3$ et $\mathcal{E}''$ normal à ce plan. On a

$$\mathcal{E}'=\alpha_1 E_3-\alpha_3 E_1, \qquad \mathcal{E}''=E_2.$$

En posant

$$\Phi_0=\frac{2\pi}{c}\nu_0(x_4-\alpha_u x^u)+\varphi, \qquad \Phi=\frac{2\pi}{c}\nu(x_4-\alpha_u x^u)+\Omega;$$

$$B=\frac{2\pi\nu}{c}\neq\frac{2\pi}{c}(\nu\pm m\nu_0), \qquad \text{avec } m=0,\ 1,\ 2,\ 3,$$

$$\eta_\varphi=\eta\sin\psi,$$

le calcul conduit, pour les composantes $\mathcal{E}'$ et $\mathcal{E}''$ du vecteur de Fresnel, aux expressions

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}'=-\frac{e}{2^4}R^{-1}B^4\Big\{&\big[(2\alpha_1\alpha_3^2-\alpha_1^3)\eta_\varphi^2\eta_3-2\alpha_1\alpha_3^2\eta_3^3\big]\cos\Phi\\
&+\Big[(\alpha_3^3-2\alpha_3\alpha_1^2)\eta_\varphi\eta_3^2+\frac{3}{4}\alpha_3\alpha_1^2\eta_\varphi^3\Big][\cos(\Phi-\Phi_0)+\cos(\Phi+\Phi_0)]\\
&+\Big[\alpha_1\alpha_3^2-\frac{1}{2}\alpha_1^3\Big]\eta_3\eta_\varphi^2[\cos(\Phi-2\Phi_0)+\cos(\Phi+2\Phi_0)]\\
&\frac{1}{4}\alpha_3\alpha_1^2\eta_\varphi^3[\cos(\Phi-3\Phi_0)+\cos(\Phi+3\Phi_0)]\Big\}\\
&-\frac{27}{2^4}eR^{-1}B^4\{\ldots\text{idem}\ldots,\ \text{mais } 3\Phi \text{ au lieu de } \Phi\ldots\},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}''=-\frac{e}{2^4}R^{-1}B^4\Big\{&\Big[\frac{1}{4}\alpha_1^2\eta_\varphi^3+\alpha_3^2\eta_\varphi\eta_3^2\Big][\sin(\Phi-\Phi_0)-\sin(\Phi+\Phi_0)]\\
&+\alpha_1\alpha_3\eta_3\eta_\varphi^2[\sin(\Phi-2\Phi_0)-\sin(\Phi+2\Phi_0)]\\
&+\frac{1}{4}\alpha_1^2\eta_\varphi^3[\sin(\Phi-3\Phi_0)-\sin(\Phi+3\Phi_0)]\Big\}\\
&-\frac{27}{2^4}eR^{-1}B^4\{\ldots\text{idem}\ldots,\ \text{mais } 3\Phi \text{ au lieu de } \Phi\ldots\}.
\end{aligned}$$

Pour avoir l'intensité d'une raie de fréquence déterminée, on prend le carré de l'amplitude et l'on fait la somme pour les N oscillateurs, on trouve ainsi

$$I'_\nu=\frac{1}{6}(1-\alpha_3^2)(2-6\alpha_3^2+15\alpha_3^4)\mathcal{J},$$

$$I'_{(\nu\pm\nu_0)}=\frac{1}{8}\alpha_3^2(9-22\alpha_3^2+15\alpha_3^4)\mathcal{J}, \qquad I''_{(\nu\pm\nu_0)}=\frac{1}{24}(3-2\alpha_3^2+5\alpha_3^4)\mathcal{J},$$

$$I'_{(\nu\pm2\nu_0)}=\frac{1}{12}(1-\alpha_3^2)(1-3\alpha_3^2)^2\mathcal{J}, \qquad I''_{(\nu\pm2\nu_0)}=\frac{1}{3}\alpha_3^2(1-\alpha_3^2)\mathcal{J},$$

$$I'_{(\nu\pm3\nu_0)}=\frac{1}{8}\alpha_3^2(1-\alpha_3^2)^2\mathcal{J}, \qquad I''_{(\nu\pm3\nu_0)}=\frac{1}{8}(1-\alpha_3^2)^2\mathcal{J}.$$

Dans une direction quelconque on a

$$I'_{\nu} + 2[I'_{(\nu\pm\nu_0)} + I'_{(\nu\pm2\nu_0)} + I''_{(\nu\pm3\nu_0)}] = \frac{1}{2}\mathcal{J}, \qquad 2[I''_{(\nu\pm\nu_0)} + I''_{(\nu\pm2\nu_0)} + I''_{(\nu\pm3\nu_0)}] = \frac{1}{2}\mathcal{J}.$$

La somme des intensités est donc égale à l'intensité de la raie unique en l'absence de champ; pour les raies de fréquences $3\nu \pm m\nu_0$, les intensités sont $(27)^2 = 729$ fois plus grandes, mais la décomposition est la même; la figure indique les intensités relatives, les fréquences et les états de polarisation pour trois directions remarquables.

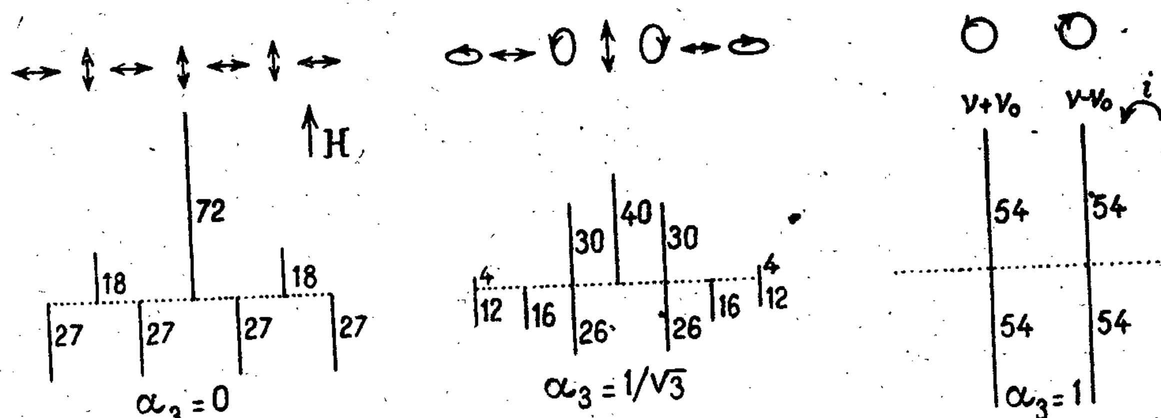


Fig. 1.

Bien entendu ces résultats de la théorie classique ne peuvent s'appliquer qu'à des raies de singulets pour lesquelles les effets de spin n'interviennent pas.

MÉTALLURGIE. — *Métallurgie des poudres; étude du* kovar *concrété.* Note (1) de M. Nguyen Thienchi, transmise par M. Paul Pascal.

L'industrie des tubes à vide utilise fréquemment le kovar comme alliage spécial se soudant à certains verres. Elle a besoin de pièces de formes variées, qu'on est souvent obligé d'obtenir par des opérations mécaniques assez malaisées. L'application au kovar des techniques de la métallocéramique permettrait de remédier à bien des difficultés. Il était donc intéressant de procéder à une étude détaillée du kovar concrété : examens métallographiques et radiocristallographiques; rôle de divers facteurs (température et durée de concrétion, pression, composition, finesse des poudres, nature de l'atmosphère etc.) vis-à-vis de la densité, de la dilatation, de la soudabilité aux verres, des propriétés mécaniques etc. La présente Note mentionnera quelques observations et résultats préliminaires.

Le kovar a pour composition 29 % Ni, 17 % Co, 0,2 % Mn, le reste Fe. Sa densité est d'environ 8,3. A l'état massif, il a été étudié par divers auteurs (2), surtout au point de vue de la dilatation.

(1) Séance du 15 avril 1946.

(2) H. Scott, *Amer. Inst. Metall. Eng.*, *Metals Division*, 1930, p. 506; *J. Franklin Inst.*, 220, 1935, p. 733; Hessenbruch, *Zeits. f. Metall.*, 29, 1937, p. 189.

L'alliage concrété que nous avons préparé a pour composition 29 % Ni, 17 % Co, 54 % Fe (pas de Mn). Les trois métaux sont obtenus par réduction d'oxydes purs au moyen d'hydrogène purifié et sec. Ni et Fe sont passés au tamis 200, Co au tamis 300. Les premiers lingots (diamètre 25^{mm}, hauteur 15^{mm}) sont moulés sous 3 tonnes/cm². La concrétion s'opère de deux façons dans l'hydrogène :

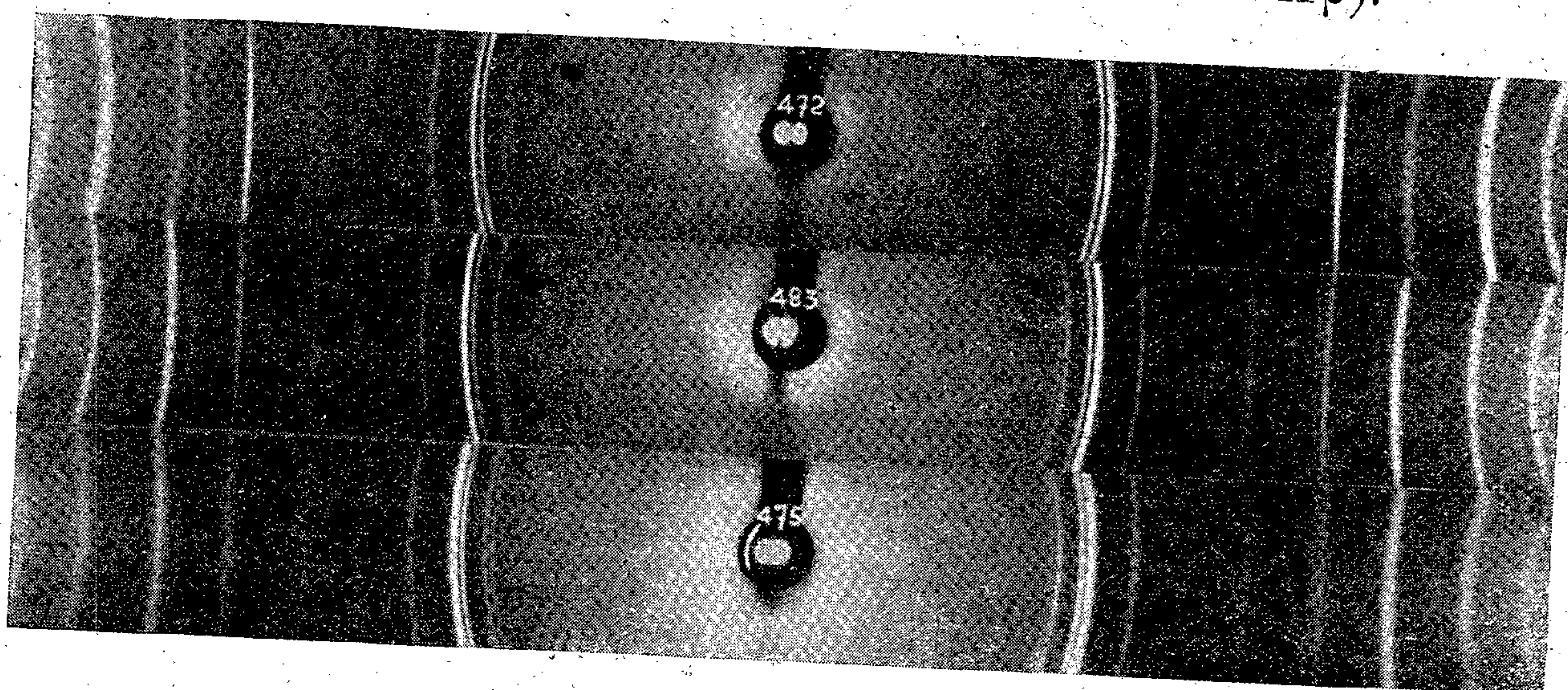
a. dans un four à résistance à 1050°C. pendant 10 heures, densité obtenue 6; 1050°C. pendant 20 heures, densité 6,5;

b. par chauffage à haute fréquence à 1250°C. pendant 1 heure, densité 7,8.

Des anneaux de 12^{mm} de diamètre et $0^{mm},8$ d'épaisseur tirés de ces lingots se soudent parfaitement à un verre ayant un coefficient de dilatation moyen de 50.10^{-7} et destiné ordinairement au kovar massif. Les enrobages ne montrent aucune bulle, leur teinte est *gris souris*, comme pour le kovar ordinaire, et s'éclaircit de même par un chauffage prolongé. L'examen au polariscope révèle des tensions normales dans le verre.

On remarquera que les lingots précédents, de densités très différentes, c'est-à-dire très inégalement compacts, se soudent pourtant parfaitement au même verre. Ce point donne lieu à une étude dilatométrique. La porosité de l'alliage est fonction de sa densité : on obtient des enrobages étanches avec des lingots frittés en haute fréquence et ayant une densité de 8 ou plus. Des expériences en cours ont pour but d'améliorer la compacité, en adoptant des pressions plus élevées, d'une concrétion plus poussée et même le moulage à chaud.

Sur la figure on a reproduit des diagrammes Debye-Scherrer relatifs à quelques échantillons de kovar concentré (radiation FeKα et Kβ).



Cliché *a* : Kovar ordinaire d'origine américaine.
Cliché *b* : Kovar concrété en haute fréquence à 1250°, 1 heure : alliage bien formé, même structure cristalline que *a*.
Cliché *c* : Kovar concrété au four à 1050°, 10 heures : structure moins nette, raies plus floues.

Les rayons X montrent aussi une recristallisation très nette dans les deux cas de concrétion.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur la réduction anormale des liqueurs cupritartriques alcalines en présence de barbituriques.* Note [1] de M. **Pierre Duquénois**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Il est bien connu que certaines substances azotées (excès de sels d'ammonium, créatine, albumines) entravent la précipitation d'oxyde cuivreux dans la recherche des sucres réducteurs au moyen des liqueurs cupritartriques alcalines (liq. de Fehling etc). Un dosage correct des glucides par la méthode de M. Gabriel Bertrand dans des liquides d'origine biologique s'effectue après élimination préalable de ces substances.

Ayant observé une perturbation analogue en présence du véronal, nous avons constaté sa généralité avec les dérivés de l'acide barbiturique, dipropylmalonylurée, éthylphénylmalonylurée, diallylmalonylurée, méthylcyclohéxényl N-méthylmalonylurée etc. Quel que soit le glucide réducteur (glucose, lévulose, lactose), la liqueur cupritartrique *ne produit aucun précipité de* Cu_2O si un barbiturique est présent en quantité *notable*, même pris sous forme de dérivé sodique, pour ne pas diminuer le pH auquel doit agir le réactif. Il y a seulement décoloration progressive de la liqueur cupritartrique à mesure que l'on ajoute du sucre réducteur. Toutefois la précipitation est normale si l'on remplace les barbituriques habituellement utilisés en thérapeutique par le véronal N-diglucoside, ce qui indique que le barbiturique doit agir par la présence d'au moins un N non substitué par un alkyle, ou tout autre reste carboné.

La méthode de M. Gabriel Bertrand, appliquée au dosage de solutions identiques de glucose, en présence de quantités croissantes de véronal sodique, est faussée à partir d'une certaine teneur, d'ailleurs notable, en barbiturique. Voici quelques résultats extrêmes :

Composition de la solution sucrée.	Glucose trouvé.
20^{cm^3} sol. glucose 0,1 %	20^{mg}.
20^{cm^3} même sol. + $0^g,016$ véronal sodique	20
» » + $1^g,300$ véronal sodique	0

Le rapport véronal/glucose ne détermine d'ailleurs pas le phénomène d'inhibition observé. Par contre le rapport véronal/Cu^{++} est capital : il y a toujours précipitation de Cu_2O si la quantité de liqueur cuivrique est grande par rapport au véronal présent. Avec des quantités de véronal supérieures à 2 mol. pour 1 atome de Cu, on observe une décoloration de la liqueur cupritartrique, quand on la fait bouillir en présence de glucose et l'on est sûr de n'obtenir aucun précipité. La décoloration peut même être totale avec quantité suffisante de glucose, sans pour cela qu'il y ait précipitation de Cu_2O. On vérifie ces observations quantitatives plus aisément encore dans l'action

[1] Séance du 15 avril 1946.

réductrice à froid d'une solution d'hydroxylamine sur la liqueur de Bertrand, en présence de véronal sodique.

L'interprétation des faits paraît justiciable de la formation de *complexes cuprobarbituriques stables* même à chaud. En l'absence de barbiturique, le cupritartrate est réduit en cuprotartrate instable : il précipite Cu_2O à chaud (l'hydroxyde à froid). Mais une quantité suffisante de barbiturique non substitué à l'azote peut donner avec les ions Cu^+ un complexe cuprobarbiturique incolore stable. Sa stabilité serait plus grande que celle des cuprotartrates. On sait déjà que la coordination du cuivre avec l'acétonitrile ([2]), la thiocarbamide ([3]), l'éthylènethiocarbamide ([4]) stabilise fortement l'état cuivreux. Nous nous sommes assuré de l'existence de cuprobarbiturates en traitant Cu(OH) par une solution alcaline de véronal légèrement chaude : on obtient une dissolution incolore, oxydable à l'air en cupribarbiturate violet.

CINÉTIQUE CHIMIQUE. — *Sur le mécanisme de formation des* oxydes de surface *pendant la combustion du graphite*. Note ([1]) de MM. **Maurice Letort** et **Jean Martin**, présentée par M. Louis Hackspill.

L'idée, déjà ancienne ([2]), que la combustion du carbone se fait par l'intermédiaire d'*oxydes de surface* ([3]) C^xO^y, domine toutes les recherches modernes sur le mécanisme de cette réaction. Les expériences suivantes, qui nous ont été suggérées par diverses observations, nous permettent d'apporter quelques éléments sur le mécanisme de formation de ces *oxydes* sur lesquels on ne sait encore que fort peu de choses.

Ces expériences sont faites sur du graphite Acheson à 0,24 % de cendres (SiO_2, Al_2O_3, Fe_2O_3, CaO, traces de Ti, V, Mg, Co) très finement pulvérisé (passant au tamis 200). Avant toute expérience ce produit est dégazé par chauffage sous vide pendant 1 heure à 900°C., refroidi sous vide et conservé sous vide sulfurique. La combustion est effectuée dans les conditions invariables suivantes : une couche mince (épaisseur 6^{mm}, diamètre 22^{mm}), formée

---

([2]) H. H. Morgan, *Journ. Chem. Soc.*, **123**, 1923, p. 2901.
([3]) Kohlschütter, *Lieb. Ann.*, **349**, 1906, p. 232.
([4]) G. T. Morgan et Burstall, *Journ. Chem. Soc.*, **133**, 1928, p. 143.

([1]) Séance du 11 mars 1946.
([2]) Armstrong, *J. Chem. Soc.*, **24**, 1905, p. 478; Read et Wheeler, *J. Chem. Soc.*, **28**, 1912, p. 846; **29**, 1913, p. 461.
([3]) Nous employons ce terme dans le sens conventionnel, car il ne nous paraît pas absurde de supposer que ces *oxydes* puissent se former *dans* le cristal de graphite à la manière des *composés lamellaires* qui ont été étudiés récemment par divers auteurs (U. Hofmann, Thiele, O. Ruff, Fredenhagen etc.) (cf. H. L. Riley, *Fuel*, **24**, mars-avril 1945).

de 1^g de graphite, maintenue à température fixe (510°C.), est traversée par un courant d'air très sec (P_2O_5) de 5^l (T.P.N.) à l'heure. La vitesse de combustion est mesurée par prélèvement, pendant 15 minutes, des gaz de réaction, CO_2 et CO, qui sont dosés séparément, le CO étant au préalable transformé en CO_2. Cette vitesse est définie par la masse de carbone transformée en gaz par seconde. Il revient au même et il est plus commode de l'exprimer par la masse *totale* V (en mg.) de CO_2 recueillie pendant l'essai, soit pendant 15 minutes exactement.

Suivant le traitement auquel le graphite dégazé est soumis avant l'essai de combustion, nous distinguerons plusieurs types d'expériences.

Expériences a. — Le graphite est soumis directement à l'essai. La méthode permet de mesurer une vitesse V_0 reproductible :

Expérience n°	E 19.	E 23.	E 32.	E 52.	E 54.	Moyenne.
Vitesse V_0	8,0	9,1	9,0	8,5	8,0	8,5
CO % du mélange CO_2, CO	23,8	23,0	23,5	23,5	23,8	23,5

D'autre part, la vitesse V_0 *ne varie pratiquement pas avec la durée de la combustion*. Les résultats suivants d'une autre série d'expériences (dégazage de 2 heures à 800°C., combustion à 495°C.) en font foi :

Durée de la combustion (min.)	0.	30.	60.	90.	120.	150.	Moyenne.
Vitesse de combustion V_0	11,2	10,6	10,1	11,3	10,4	9,7	10,55
CO % du mélange CO_2, CO	20,5	17,0	19,8	22,1	19,2	16,5	19,3

Expérience a'. — Le graphite est chauffé jusqu'à la température d'expérience dans N_2 pur et maintenu 1 heure dans ces conditions. Puis, on fait la combustion. La vitesse de combustion est restée la même pratiquemment que précédemment (expérience E 22 : $V_0 = 9,5$; CO % = 24,2).

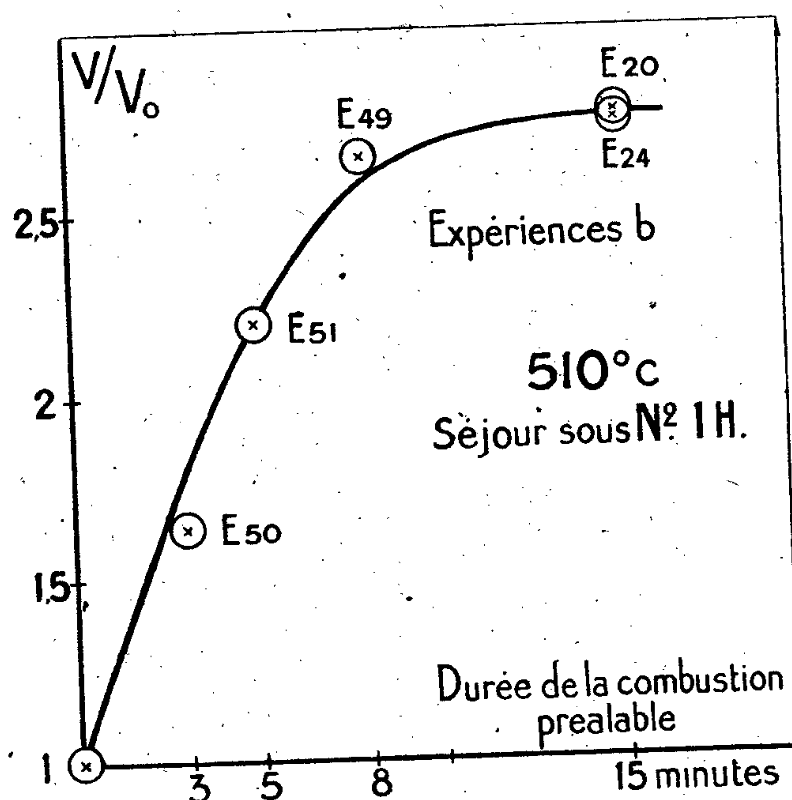


Fig. 1.

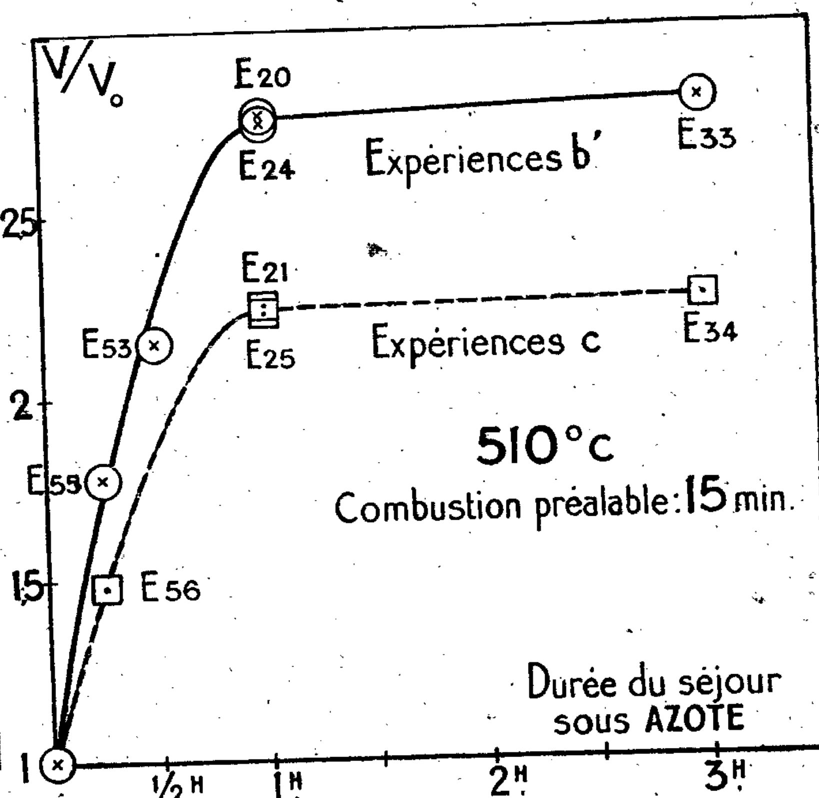


Fig. 2.

Expériences b. — Le graphite est brûlé à 510°C. pendant un temps déterminé (3, 5, 8 ou 15 minutes). Le tube-laboratoire est alors balayé par un courant de N_2 pur afin d'éliminer

complètement l'air résiduel. On laisse séjourner le graphite pendant 1 heure sous N_2 à la température d'expérience. On procède alors à la combustion-type. La vitesse mesurée V est fortement accrue; elle peut atteindre près de *trois fois* la valeur V_0. Le rapport V/V_0 donné dans la figure 1 exprime l'augmentation de la combustibilité du graphite; V_0 étant la moyenne des vitesses des expériences *a* (état de référence). Le CO % est sensiblement diminué :

Expérience n°	E 50.	E 51.	E 49.	E 20.	E 24.
CO % du mélange CO_2, CO	14,2	12,3	11,0	8,5	10,6

Expériences b'. — Mode opératoire précédent, mais, cette fois, la combustion préalable est toujours de 15 minutes et le séjour sous N_2 d'une durée variable. La courbe en trait plein de la figure 2 exprime les résultats. Le CO % est le suivant :

Expérience n°	E 55.	E 53.	E 20.	E 24.	E 33.
CO % du mélange CO_2, CO	10,5	11,4	8,5	10,6	8,4

Expériences c. — Le prélèvement de gaz correspondant à une expérience *b* ou *b'* étant achevé, on laisse la charge de graphite brûler pendant un nouveau quart d'heure. Puis on effectue un second prélèvement de 15 minutes. Ce nouvel essai nous renseignera sur la stabilité de l'état de haute combustibilité. Les vitesses V_c correspondent à 80% environ des vitesses V_b ou $V_{b'}$ des expériences immédiatement précédentes (courbe en pointillé de la figure 2). Les CO % sont du même ordre que précédemment.

En résumé, il est clair que la combustion, dans l'air, vers 500°C., du graphite finement pulvérisé peut déterminer une importante augmentation de la combustibilité de ce corps. Cette exaltation de combustibilité ne se manifeste pas dans la combustion continue. Elle exige : 1° le *contact*, même bref, du graphite et de l'oxygène à chaud; 2° un séjour de *maturation* à l'abri de l'air. Elle est peu à peu détruite par la combustion.

Il est exclu de penser que l'azote ait une action chimique quelconque, car les résultats sont les mêmes si la *maturation* est effectuée sous vide à la température d'expérience. La maturation se fait de la même manière sous CO_2 ou CO purs; qualitativement du moins, car, quantitativement, elle semble beaucoup plus importante que dans le cas précédent.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparation et propriétés des pentanitrates d'α et de β.d-glucopyranose.* Note [1] de MM. **Georges Fleury** et **Louis Brissaud**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Au cours d'une étude sur la stabilité des esters nitriques des alcools, nous avons eu l'occasion de préparer les pentanitrates des formes α et β du *d*-glucose. Le nitrate du *d*-glucose avait été obtenu par Will et Lense [2], puis par l'un de nous [3] sous forme d'un liquide sirupeux, se solidifiant sans cristalliser

---

[1] Séance du 15 avril 1946.

[2] *Ber. d. Chem. Ges.*, 31, 1898, p. 68.

[3] Brissaud, *Mémorial des Services chimiques*, 30, 1943, p. 120.

vèrs 0°. Nous avons isolé, sous forme cristallisée et bien définie, les pentanitrates de l'α et du β.*d*-glucopyranose.

Matières premières. — Nous avons utilisé les α et β.*d*-glucopyranose préparés selon la méthode de Hudson et Dale ([4]). Les pouvoirs rotatoires des produits obtenus étaient:

forme α	$[\alpha]_D^{20°}$ + 108°50′ [+ 113°,4, Hudson et Janowski ([5])];
forme β	$[\alpha]_D^{20°}$ + 18°00′ [+ 19°, Hudson et Dale ([4])].

Nitration. — La nitration a été faite dans un bain nitroacétique composé de deux parties (en poids) d'acide nitrique pur à 100 %, une partie d'acide acétique et une partie d'anhydride acétique. Le mélange est fait vers — 5°. Le glucose est ajouté peu à peu, au bain refroidi et agité mécaniquement, de façon que la température ne dépasse pas 0°.

L'α.*d*-glucose se dissout complètement dans le bain; au contraire, les premières fractions de β.*d*-glucose seules se dissolvent, le nitrate cristallise rapidement et la nitration se termine en milieu hétérogène. Dans l'un et l'autre cas la nitration est pratiquement instantanée. Le bain nitrant est versé lentement dans une grande quantité d'eau, refroidie à 0° et agitée. Le nitrate de la forme β cristallise très facilement et peut être essoré et lavé à l'eau et au bicarbonate sur Büchner. Le nitrate de la forme α se dépose en général en masse pâteuse, qu'il faut dissoudre dans l'éther. La solution éthérée, lavée et séchée, est évaporée à sec sous vide; elle laisse un résidu visqueux, qui cristallise spontanément par amorçage.

Constantes.	Pentanitrate *d*-glucopyranose α.	β.
Taux d'azote % (théorie 17,28 %)	17,16	17,18
Point de fusion (bloc Maquenne)	53°,5	111°
$[\alpha_D]$ 20° (4 % dans l'acétone)	+143°,20	+ 23°,13
Température d'explosion instantanée (*)	250°	257°
Solubilité à 20° (dans 100$^{cm^3}$ de solution) dans l'alcool absolu	16g,6 (**)	3g,2
» » méthylique	55g,4	4g,2
» » l'éther	79g,2	6g,1
» » l'acétone	très soluble	très soluble
Système cristallin	orthorhombique	monoclinique (β = 96° ± 1°)
» » *a*	9,22 ± 0,03 Å	8,75 ± 0,05 Å
» » *b*	9,90 ± 0,03 Å	7,70 ± 0,05 Å
» » *c*	33,65 ± 0,05 Å	11,38 ± 0,05 Å
Indices de réfraction (mesurés à 0,005 près) n_a	1,534	1,518
n_b	1,525	1,518
n_c	1,527	1,555
Densité à 20° (mesurée à 1 % près)	1,75	1,78

(*) mesurée par projection sur le bloc Maquenne; (**) dans 100$^{cm^3}$ de solution.

([4]) *J. Am. Chem. Soc.*, 39, 1917, p. 320.
([5]) *J. Am. Chem. Soc.*, 39, 1917, p. 1013.

Purification. — Le nitrate de la forme β est purifié par cristallisation dans l'alcool éthylique à 95°. Le nitrate de la forme α est dissous dans l'alcool méthylique, et précipité entre — 5° et — 10° par addition, sous agitation rapide, d'un mélange de 1/2 d'eau et 1/2 d'alcool méthylique.

(Les cristaux ayant servi aux mesures optiques ont été préparés : pour le nitrate de α.*d*-glucose, par évaporation très lente d'une solution alcoolique et, pour le nitrate de β.*d*-glucose, par refroidissement d'une solution dans le tétrachlorure de carbone.)

Ces deux nitrates sont peu stables à la chaleur; ils se décomposent très lentement dès la température ordinaire. Ils sont très sensibles au choc.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur la genèse de constituants terpéniques dans la feuille de l'Oranger bigaradier.* Note de M. **Yves-René Naves**, présentée par M. Marcel Delépine.

Charabot et ses collaborateurs ont admis « que les esters des alcools terpéniques sont engendrés dans les milieux d'activité chlorophyllienne par l'estérification directe des alcools, chaque alcool s'estérifiant à un degré comparable à celui que l'on peut réaliser *in vitro* » [1].

Or l'étude approfondie de l'huile essentielle de feuille d'Oranger bigaradier (essence de petit grain) nous a appris que cette essence renferme, à côté d'acétate de linalyle et de linalol, du terpinéol, mais non de l'acétate de terpényle; des acétates de géranyle et de néryle, mais non du géraniol et du nérol. Les mêmes constatations ont été effectuées au cours de l'étude du distillat de l'extrait benzénique de feuille d'Oranger, isolé sans employer la vapeur d'eau. En outre, tandis que l'acétate de linalyle est lévogyre ($[\alpha]_D^{20°} - 9,45°$), et donne par saponification du linalol $[\alpha]_D^{20°} - 21,63°$, le linalol qui l'accompagne est peu actif : c'est ainsi que la préparation isolée du distillat d'extrait benzénique, dans des conditions qui excluent l'intervention de la plupart des facteurs de l'hydrolyse des esters du linalol susceptibles d'agir *post mortem*, montre $[\alpha]_D^{20°} - 1,44°$.

La connaissance de ces faits enlève à l'hypothèse de Charabot son fondement essentiel, car, s'il y avait estérification du même ordre des alcools élaborés par le végétal, on devrait trouver une proportion à peu près semblable de tous les esters par rapport aux alcools et l'activité rotatoire de l'acétate de linalyle devrait dépendre de celle du linalol.

On sait, et Charabot a été l'un des premiers à le constater, que le linalol et l'acétate de linalyle sont engendrés et accumulés tout au long du développement de la feuille. D'autre part l'acétate de linalyle paraît approcher ou même atteindre la pureté optique. De ces faits résultent plusieurs considérations.

---

(1) Charabot et Gatin, *Le parfum chez la plante*, Paris, 1908, p. 315.

Nous ne sommes pas en mesure de reconnaître si l'acétate de linalyle est une substance stéréoautonome ([2]), c'est-à-dire une substance dont le degré de pureté dépend presque uniquement du degré de sélectivité qui se manifeste lors de la synthèse, comme ce paraît être le cas pour les sucres et les acides aminés de l'organisme, ou si ce degré de pureté est réalisé par la liaison avec d'autres substances optiquement plus stables. Dans le premier cas on pourrait admettre ou que la formation d'acétate de linalyle et celle de linalol sont parfaitement indépendantes, l'estérification ne jouant aucun rôle, ou que le linalol soustrait à l'estérification est racémisé avec une grande rapidité.

La synthèse de l'acétate de linalyle à partir de linalol optiquement moins pur nous placerait dans le second cas et le ferait apparaître par là-même comme une substance stéréostabilisée ([2]). Mais l'on pourrait alors s'attendre à ce que la sélectivité optique décroisse lorsque la feuille vieillit puisque celle-ci élabore sans cesse et à la fois du linalol et de l'acétate de linalyle ([3]). Le fait que la pureté optique de l'acétate de linalyle demeure sensiblement constante, contrairement à cette attente, plaide contre l'hypothèse de l'estérification directe.

Ainsi le problème de la biosynthèse des esters terpéniques est bien plus complexe que ne l'ont cru Charabot et ses collaborateurs. La production de ces constituants végétaux apparaît être liée à des microlocalisations dans l'organe et dans la cellule, dont la considération doit prévaloir sur celle d'équilibres physicochimiques que l'on prétendrait déduire de la composition de l'huile essentielle, d'autant plus que cette dernière n'est dans beaucoup de cas que le produit incomplet du métabolisme terpénogénique. En d'autres termes il convient que nous approfondissions nos connaissances cytologiques et celles de la croissance cellulaire en vue de mieux éclairer les données dudit problème.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Rapport entre la production d'anhydride carbonique et l'activité bactériostatique du* Penicillium notatum *en culture superficielle.* Note ([1]) de MM. **Maurice-Marie Janot**, **Henry Pénau**, **Henri Velu**, **Georges Bouet**, **Marcel Chaigneau** et Mlle **Marguerite Choix**, présentée par M. René Souèges.

Dès 1933 R. Reid ([2]) a signalé que l'anhydride carbonique empêche la production de la pénicilline ou provoque la disparition de cette dernière.

([2]) Voir W. Kuhn *in* Nord et Weidenhagen, *Ergebnisse der Enzymforschung*, 5, 1936, pp. 1-48; *Zeit. für angew. Chemie*, 49, 1936, p. 215.

([3]) Voir W. Kuhn, *Zeit. für Alterforschung*, 1, 1939, p. 325; K. Weil et W. Kuhn, *Helv. Chim. Acta*, 27, 1944, p. 1648.

([1]) Séance du 24 avril 1946.

([2]) *J. of Bacteriology*, 25, 1933, p. 31.

Abraham et ses collaborateurs, dans leurs classiques recherches, considèrent une aération des cultures comme nécessaire à l'obtention de la pénicilline. Nous avons essayé de préciser, au cours de plusieurs centaines de dosages, le rapport qui peut éventuellement exister entre le taux d'anhydride carbonique de l'atmosphère des boîtes de Roux, dans lesquelles se développent des cultures superficielles de *Penicillium notatum*, et l'activité bactériostatique du milieu de culture.

Dans une expérience type, 75 boîtes de Roux, renfermant le milieu de Coghill lactosé-mélassé, ont été ensemencées par des phialospores obtenues sur son au moût ([3]), à partir d'une dissociation de la souche 1978 ([4]). Au 4e jour, sur le milieu utilisé, il se forme seulement une simple collerette, généralement en voie de sporulation; si l'on agite alors très légèrement la boîte pour détacher les spores, il apparaît un voile secondaire envahissant toute la surface et qui sporule à son tour vers le 6e et 7e jour pour atteindre son maximum de sporulation vers le 9e-10e jour. Cette croissance en deux temps, séparés par un arrêt complet de la végétation sur notre milieu, constitue un cas typique de diauxie ([5]). Pendant toute la durée de l'essai on a prélevé quotidiennement 5 boîtes, dont on a déterminé pour chacune d'elles, la teneur en CO_2, en opérant aseptiquement. Simultanément, on a titré l'activité bactériostatique sur le staphylocoque doré n° 6571 du Lister Institute; les 5 boîtes étant ensuite éliminées du lot.

Les résultats obtenus sont rassemblés dans le tableau suivant :

Jours de la culture.	CO_2 % par boîte.					CO_2 % (moyenne).	Titre bactériostatique moyen par cm³.
2e	1,4	1,2	1,6	1,4		1,4	
3e	2,7	2,7	2,4	3,3	2,8	2,7	
4e	5,4	5,1	4,9	5,0	5,0	5,1	
5e	7,3	7,1	7,7	8,0	7,8	7,5	2 ([6])
6e	12,4	11,7	12,4	12,8		12,3	15
7e	6,9	8,3	8,4	6,3	7,4	7,4	20
8e	4,7	5,6	3,9	6,5	5,5	5,2	30
9e	4,1	3,9	4,0	4,7	4,2	4,2	40
10e	2,7	3,8	3,3	3,3	3,2	3,2	60
11e	1,8	2,3	2,3	2,0	1	2,1	50
13e	0,6	1,0	1,0	0,9	0,9	0,9	50
14e	0,6	0,7	0,9	0,5	0,5	0,5	40
16e	0,3	0,3	0,4	0,5	0,1	0,3	30
18e	0,2	0,4	0,3	0,2	0,2	0,25	20
20e	0,3	0,1	0,3	0,1	0,2	0,2	5

([3]) H. Pénau, H. Velu et D. Chabanas, *C. R. Soc. Biol.*, séance du 23 février 1946.

([4]) *Soc. franç. de Microbiol.*, séance du 7 février 1946; *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 406.

([5]) J. Monod, *Recherches sur la croissance des cultures bactériennes*, Paris, 1942.

([6]) En unités brutes, nous ne disposions pas au moment où ces recherches ont été effectuées (septembre 1945) de l'étalon international de référence.

Si l'on construit les courbes correspondantes, on est frappé de leur régularité. Bien que les prélèvements aient été effectués chaque jour sur cinq boîtes différentes, la moyenne calculée représente de façon convenable l'allure générale des phénomènes étudiés pour le lot tout entier.

Il existe bien cependant quelques variations individuelles plus ou moins accusées : les pourcentages extrêmes étaient de 6,3 et de 8,4, au 7ᵉ jour et de 3,9 et de 6,5 au 8ᵉ jour, ce qui peut s'expliquer, soit par l'intensité plus ou moins grande de la culture selon les boîtes, soit par la diffusion au travers du coton, plus ou moins tassé dans un col de diamètre légèrement variable. Les conditions de cette diffusion et son retentissement sur l'activité bactériostatique seront rapportés ailleurs.

Le taux bactériostatique suit une évolution parallèle à celle du CO_2, mais décalé dans le temps. Le maximum de CO_2 est obtenu lorsque le mycélium occupe toute la surface disponible et commence à sporuler intensément, alors que l'activité bactériostatique apparaît seulement (6ᵉ jour). Cette activité augmente rapidement jusqu'au 10ᵉ jour, puis, dans le cas présent, reste stationnaire, tandis que le taux de CO_2 subit une chute progressive de 12,3 à 0,9 %. L'activité bactériostatique décroît au moment où le voile entre en sénescence (à partir du 13ᵉ jour), tandis que le CO_2 tend vers la valeur normale de l'air ambiant.

Pour le milieu utilisé, le pH s'est élevé de 5 à 8,4 pour le 10ᵉ jour.

Conclusion. — L'évolution du taux d'anhydride carbonique dans l'atmosphère des boîtes où s'effectue la culture superficielle du *Penicillium notatum*, ne fournit aucune indication sur l'opportunité de la récolte des milieux en fonction de leur activité bactériostatique. Des recherches analogues poursuivies aux États-Unis ([7]) viennent d'être publiées, mais elles ont été effectuées sur des cultures en flacons d'Erlenmeyer, agitées et ventilées. D'après les auteurs américains, le taux de 0,25 % de Co_2 serait optimum s'il est maintenu pendant la durée de la fermentation.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur la gomme de* Sterculia.

Note ([1]) de Mˡˡᵉ **Lucienne Beauquesne**, présentée par M. René Souèges.

La gomme de *Sterculia*, dont le commerce et l'emploi sont en voie d'extension, nous parvient de nos colonies africaines (Sénégal, Soudan, Guinée). C'est la sécrétion, naturelle ou provoquée, du *Sterculia tomentosa* Guill. et Perr. Elle se présente en petits fragments translucides, incolores ou

---

([7]) H. Koffler, R.-L. Emerson, D. Perlman et R.-H. Burris, *J. of Bacteriology*, 50, 1945, p. 517.

([1]) Séance du 25 avril 1946.

ambrés, donnant avec l'eau une gelée plus épaisse encore que celle de gomme adragante.

Dans sa partie essentielle elle comporte, ainsi que la plupart des gommes et mucilages, un noyau uronique facilement caractérisé par la réaction au naphtorésorcinol (en présence de benzène) et des oses fixés sur lui avec des ténacités variables. L'acide uronique, à vrai dire, galacturonique, comme le prouve, avant toute confirmation, la réaction d'Ehrlich à l'acétate basique de plomb, y est très abondant : 43 % environ de la substance anhydre suivant le dosage effectué par décarboxylation, alors que les teneurs des gommes adragante et arabique avoisinent respectivement 34 et 21 %.

La gomme de *Sterculia* se signale aussi par une autre particularité : son extrême résistance à la dégradation. Aucun des agents diastasiques essayés n'a réussi à simplifier notablement cette grosse molécule en révélant sa structure. Le suc hépatopancréatique d'*Helix*, le *Penicillium Ehrlichii*, qui agissent sans difficulté sur certains composés uroniques (pectine de Betterave, moelle d'*Helianthus*) sont à peu près inactifs. Des Bactéries du rouissage se sont montrées absolument indifférentes. Si un anaérobie du genre *Clostridium* a pu déterminer en 15 jours, au sein de pseudosolutions de gomme, le développement d'une acidité appréciable, il semble qu'il n'y ait là qu'une ébauche d'attaque sans progrès ultérieur.

L'hydrolyse acide est plus satisfaisante. Réalisée avec 4 % d'acide sulfurique, au bain-marie bouillant pendant 20 heures, puis à l'autoclave à 115° pendant 6 heures, elle permet d'enregistrer une apparition progressive de réducteur et une variation simultanée de la déviation polarimétrique. La libération de l'acide galacturonique peut y être commodément suivie par la réaction d'Ehrlich.

Toutefois, des trois gommes commerciales, celle de *Sterculia* est de beaucoup la plus réfractaire à l'hydrolyse sulfurique : elle ne fournit guère que 45 % de réducteur (en glucose), contre 75 pour la gomme adragante et 90 pour l'arabique.

Cette même solidité de l'édifice fondamental se manifeste aussi dans les résultats de l'oxydation nitrique, destinée à évaluer, par formation d'acide mucique, l'acide galacturonique et le galactose que renferme, entre autres, la gomme. En opérant sur la gomme totale on enregistre un assez gros déficit, qu'on ne doit pas attribuer, d'après nos recherches, à l'oxydation incomplète du galactose, mais bien à celle du noyau uronique.

Le chauffage à l'autoclave ne parvient même pas à dégrader entièrement ce noyau, comme l'atteste l'étude d'un sel de baryum, à peu près dépourvu d'oses, que nous avons isolé dans cette dernière phase de l'hydrolyse.

L'identification des oses est un problème difficile en raison de l'impureté des solutions. Le galactose, déjà mentionné, a été mis en évidence par oxydation à l'état d'acide mucique dans plusieurs filtrats entièrement privés d'acide

uronique et par l'obtention de dérivés : osazone, α-méthylphénylhydrazone. La gomme anhydre en contient 14 %. On y trouve aussi du rhamnose, 15 %; la production de méthylphloroglucide soluble dans l'alcool, la considération des déviations polarimétriques de certaines solutions, la formation d'osazone, la réaction au naphtorésorcinol (en présence d'éther), effectuée sur quelques cristaux, péniblement recueillis et trop peu abondants pour une détermination de pouvoir rotatoire, sont autant de preuves de son identité.

Acide galacturonique (43 %), galactose (14 %), rhamnose (15 %), tels sont les constituants principaux de la gomme *Sterculia*, qui offre les deux caractères suivants : richesse uronique considérable et grande résistance à l'hydrolyse.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Tension maxima d'oxygène permettant le développement d'une Bactérie aérobie* (Bacillus megatherium), *en milieu nitraté*. Note de M. **Maurice Lemoigne**, Mme **Madeleine Croson** et Mlle **Micheline Le Treis**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Les travaux anciens de P. Bert [1] ont montré qu'au delà d'une certaine tension d'oxygène toute vie devient impossible. Ces résultats ont été confirmés pour les animaux supérieurs par divers auteurs et notamment par Cl. Achard, Léon Binet et A. Leblanc [2]. Pour les anaérobies, cette tension a donné lieu à de nombreux travaux, qui ont permis de déterminer le potentiel d'oxydo-réduction limite, au-dessus duquel la croissance de ces organismes devient impossible. Une Note récente d'E. Aubel, A. J. Rosenberg et M. Grumberg apporte à ce sujet des données précises [3]. Mais, pour les aérobies, si l'on trouve quelques mémoires sur la tension d'oxygène minima, on ne sait à peu près rien sur la pression d'oxygène maxima que peuvent supporter ces microbes. P. P. Lévine [4] signale que, dans une atmosphère d'oxygène pur, la croissance de *B. subtilis* est normale.

En étudiant les conditions de culture de *B. megatherium* nous avons constaté que, dans certains milieux, une pression d'oxygène très inférieure à celles que Paul Bert avait observées, inhibe complètement le développement de ce bacille. *B. megatherium* est un aérobie strict. Son besoin d'oxygène est tel qu'il ne peut être cultivé qu'à la surface de milieux solides ou dans des liquides étalés en couches très minces, en milieux agités, ou traversés constamment par un courant d'air. Dans ces conditions de forte aération, il réduit parfaitement l'azote nitrique, avec formation transitoire d'azote nitreux, exactement comme *B. subtilis*. Nous le cultivons habituellement dans un milieu synthétique,

---

(1) *Comptes rendus*, 80, 1875, p. 1579.
(2) *J. Phys. et Pathol. gén.*, 25, 1927, p. 489.
(3) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 190.
(4) *J. of Bact.*, 31, 1936, p. 151.

contenant comme seul aliment azoté du nitrate de sodium ou de potassium [milieu Grelet ([5])]. Les cultures sont faites par 100^{cm^3} de liquide en flacons d'Erlenmeyer de 1^l, agités pendant toute la durée de l'incubation à 31°.

Si, tout de suite après l'ensemencement, on remplace l'air par de l'oxygène pur, après un léger dégagement d'anhydride carbonique, toute culture est arrêtée. Après 48 heures, on ne trouve plus que des débris de cellules provenant de la semence. Si la substitution de l'oxygène à l'air a lieu après 6 heures d'incubation, alors qu'il n'y a encore aucune culture apparente macroscopiquement, le résultat est le même : il y a inhibition complète. Au contraire, après 24 heures, quand il y a un développement notable, l'oxygène n'a plus aucune action inhibitrice : la culture continue son évolution, parfois même plus rapidement qu'à l'air.

En faisant des essais à des tensions variables d'oxygène, on constate qu'à une pression de 350 et de 418^{mm} de Hg, la culture se développe mieux qu'à la pression normale qui est de l'ordre de 152^{mm}. A 484^{mm}, il y a arrêt de la croissance. La pression limite est donc seulement d'un peu plus de trois fois la tension normale d'oxygène.

On doit se demander si cette inhibition est bien due à l'oxygène. Elle pourrait être attribuée à une carence en CO_2 qui, on le sait, est nécessaire dans la phase initiale du développement microbien. Mais dans nos essais, nous n'avons pris aucune des précautions requises pour éliminer complètement l'anhydride carbonique qui, du reste, se forme toujours en petites quantités. Enfin, par précaution, sauf dans les premiers essais, nous avons ajouté un peu de CO_2 à l'oxygène.

Cet arrêt de la croissance ne peut pas non plus être attribué à une impureté toxique de l'oxygène, car, comme nous le verrons dans certains cas, l'oxygène n'inhibe pas. Nous sommes donc bien en présence d'une action spécifique de ce gaz.

Nous avons recherché si elle se manifeste avec d'autres milieux que celui que nous utilisons et dont l'unique aliment azoté est un nitrate alcalin.

Nous avons donc cultivé *B. megatherium* dans du bouillon de Haricots peptoné et sucré, ou encore dans de l'eau peptonée sucrée additionnée d'autolysat de levure. Dans tous les cas, les résultats sont identiques : l'oxygène pur, à la pression d'une atmosphère, n'a aucune action inhibitrice. Ceci est conforme aux résultats signalés par P. P. Lévine avec *B. subtilis*. L'action de l'oxygène ne se fait donc sentir qu'en milieu où l'azote est sous forme nitrique. L'inhibition porte donc sur le système permettant l'utilisation de l'azote sous cette forme.

L'expérience suivante en donne une preuve directe. On cultive *B. megatherium*

([5]) *Ass. des microbiologistes de langue française*, séance du 2 novembre 1944.

en bouillon de Haricots sucré et peptoné, additionné ou non de 1 % de NO_3Na. Dans ces conditions, où le microbe dispose d'azote organique, l'oxygène n'exerce plus aucune action inhibitrice, même en présence de nitrate. Cette action est donc bien due à l'arrêt du mécanisme permettant l'assimilation de l'azote nitrique et, par suite, à une carence totale de l'alimentation azotée quand le nitrate est la seule source d'azote.

A 15h45m l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

M. le **Président**, au nom de la Commission chargée de former une liste de candidats pour chacune des deux premières des six nouvelles places de Membres non résidants, présente les listes suivantes :

Pour la première place :

En première ligne.......... M. **René Maire**, à Alger.
En seconde ligne........... M. **Jules Haag**, à Besançon.
En troisième ligne.......... M. **Maurice Gignoux**, à Grenoble.

Pour la seconde place :

En première ligne....... M. **Jules Haag**, à Besançon.
En seconde ligne........ M. **Maurice Gignoux**, à Grenoble.
En troisième ligne, ex æquo *par ordre alphabétique* { MM. **Eugène Bataillon**, à Castelnau-le-Lez. **Henri Devaux**, à Bordeaux.

Les titres de ces candidats sont discutés.

Les élections auront lieu en la prochaine séance.

La séance est levée à 16h20m.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 6 MAI 1946.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE CARTAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les racines carrées self-adjointes d'un opérateur self-adjoint positif non borné.* Note de M. GASTON JULIA.

L'étude antérieure [1] des racines hermitiennes d'un opérateur hermitien positif borné permet d'étudier les racines self-adjointes d'un opérateur self-adjoint positif K non borné [2]. Nous désignons par H la racine unique self-adjointe positive, et par h une racine self-adjointe indéfinie quelconque.

1. On sait que, pour tout self-adjoint h, non borné, on peut déterminer, d'une infinité de manières, une décomposition de l'espace $\mathcal{H}$ en variétés *l. f.* 2 à 2 orthogonales $\mathfrak{M}_i (i = 0, 1, 2, \ldots, \infty)$, $\mathcal{H} = \mathfrak{M}_0 \oplus \mathfrak{M}_1 \oplus \ldots$, telles que, pour chaque i, 1° h soit défini en tout point de $\mathfrak{M}_i$; 2° $\mathfrak{M}_i$ soit invariante par h; 3° h se réduise dans $\mathfrak{M}_i$ à un opérateur hermitien *borné* h_i (opérateur *induit* par h dans $\mathfrak{M}_i$). On peut toujours supposer, en outre, que $\mathfrak{M}_0$ est la variété *l. f.* des zéros de h. $\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_1 \oplus \mathfrak{M}_2 \oplus \ldots = \mathcal{H} \ominus \mathfrak{M}_0$ est alors la variété *l. f.* $[\Delta_h]$ sous-tendue par le domaine des valeurs Δ_h de h. Δ_h est partout dense dans $\mathfrak{M}$.

Pour tout X de $\mathcal{H}$, $X = \Sigma X_i = \Sigma P_{\mathfrak{M}_i} X$, série toujours fortement convergente et, pour tout $X_i \in \mathfrak{M}_i$, $hX_i = h_i X_i = h P_{\mathfrak{M}_i} X$. On prolonge h_i *dans tout* $\mathcal{H}$ par $h_i X = h P_{\mathfrak{M}_i} X = h_i X_i$ [3], c'est-à-dire $h_i X = 0$ pour $X \in \mathcal{H} \ominus \mathfrak{M}_i$. Alors $h_i X \in \mathfrak{M}_i$; la série $\Sigma h_i X = \Sigma h_i X_i$ converge fortement et définit $hX = \Sigma h_i X_i$ dans le domaine D_h des X tels que $\Sigma \| h_i X_i \|^2 = \Sigma (X_i, h_i^2 X_i) = \Sigma (X, h_i^2 X)$ converge. D_h *est le domaine d'existence de* h.

h^2 existe au point X, où hX existe, si hX appartient à D_h. Il faut donc d'abord que $\Sigma \| h_i X_i \|^2$ converge. Alors $hX = \Sigma h_i X_i$ montre que $h_i X_i = P_{\mathfrak{M}_i} hX$. h existe donc au point hX, *si et seulement si* $\Sigma \| h_i^2 X_i \|^2$ *converge*. C'est la *condition nécessaire et suffisante pour que* h^2 *existe en* X. En effet, si $\Sigma \| h_i^2 X_i \|^2 = \Sigma (X_i, h_i^4 X_i)$ converge, l'inégalité $\| h_i X_i \|^2 = (X_i, h_i^2 X_i) \leqq \| X_i \| . \| h_i^2 X_i \|$ entraîne la convergence de $\Sigma \| h_i X_i \|^2$, c'est-à-dire l'existence de hX et celle de $h(hX)$: le

---

(1) Voir G. JULIA, *Comptes rendus*, **222**, 1946, pp. 707, 829 et 1019.

(2) Un opérateur linéaire est self-adjoint s'il est *identique à son adjoint* $K = K^*$.

(3) Évidemment $h_0 \equiv 0$ et, dans toute la suite, on peut se dispenser de l'écrire.

domaine D_{h^2} d'existence de h^2 est $\subset D_h$. On aura alors $h^2 X = \Sigma h_i^2 X_i$, le 2e membre étant, comme h^2, self-adjoint non borné, réduit par les $\mathfrak{M}_i$. Si h est racine carrée self-adjointe de K, on aura $KX = h^2 X = \Sigma h_i^2 X_i$. Donc les $\mathfrak{M}_i$ réduisent K; K conserve chaque $\mathfrak{M}_i$, induit dans chaque $\mathfrak{M}_i$, un hermitien borné > 0 $K_i = h_i^2$. A chaque racine self-adjointe h de K correspond donc au moins une décomposition $\Sigma \oplus \mathfrak{M}_i$ de l'espace, réduisant K à la forme $KX = \Sigma K_i X_i$, K conservant chaque $\mathfrak{M}_i$ et s'y réduisant à K_i hermitien > 0 borné, la série $\Sigma \| K_i X_i \|^2 = \Sigma (X_i, K_i^2 X)$ convergeant dans tout le domaine d'existence D_K de K. On a, simultanément, $hX = \Sigma h_i X_i$, h conservant chaque $\mathfrak{M}_i$ et s'y réduisant à un hermitien indéfini borné h_i tel que $h_i^2 = K_i$, la série $\Sigma \| h_i X_i \|^2$ convergeant dans un domaine $D_h \supseteq D_K = D_{h^2}$.

2. *Réciproquement*, K étant un opérateur self-adjoint > 0 non borné, soit $\Sigma \oplus \mathfrak{M}_i$ une décomposition de l'espace réduisant K suivant le mode exposé au n° 1 ([1]), on aura $KX = \Sigma K_i X_i$, K_i hermitien > 0 *borné* induit par K dans $\mathfrak{M}_i$, la série $\Sigma K_i X_i$ convergeant fortement dans tout le domaine d'existence D_K de K, défini par la convergence de $\Sigma \| K_i X_i \|^2$. $\mathfrak{M}_i$ étant un espace hilbertien (ou euclidien complexe) conservé par K_i, désignons par h_i une racine hermitienne quelconque de K_i *dans* $\mathfrak{M}_i$, et considérons la série $\Sigma \| h_i X_i \|^2$. En tout point X où $\Sigma \| K_i X_i \|^2 = \Sigma \| h_i^2 X_i \|^2$ converge, on aura

$$\| h_i X_i \|^2 = (X_i, h_i^2 X_i) \leq \| X_i \| .$$

$\| h_i^2 X_i \|$, et par conséquent $\Sigma \| h_i X_i \|^2$ converge. Alors $hX = \Sigma h_i X_i$ converge fortement dans tout D_K et y définit un opérateur self-adjoint h, pour lequel $h_i X_i = P_{\mathfrak{M}_i} hX$ et, par conséquent $h(hX) = \Sigma h_i (h_i X_i) = \Sigma h_i^2 X_i = \Sigma K_i X_i$. λ est donc une racine self-adjointe de K.

En conclusion toute racine self-adjointe de K s'obtient par une décomposition convenable de K sous la forme $KX = \Sigma K_i X_i$ et par recherche, dans chaque $\mathfrak{M}_i$, de toutes les racines hermitiennes de K_i. Si l'on prend, dans chaque $\mathfrak{M}_i$, la racine H_i hermitienne positive, on obtient, par $HX = \Sigma H_i X_i$, la racine self-adjointe > 0 de K et la relation connue $\| h_i X_i \| = \| H_i X_i \|$, dans tout $\mathfrak{M}_i$, montre que les domaines d'existences D_h et D_H sont identiques. Le problème est ramené à la *recherche de toutes les décompositions de* K, *et, dans chaque* $\mathfrak{M}_i$, *à celle de toutes les racines hermitiennes* h_i *de* K_i.

3. On peut aussi ramener le problème à celui des racines self-adjointes *positives* de la façon suivante.

a. h étant une racine self-adjointe quelconque et $\Sigma \oplus \mathfrak{M}_i$ une décomposition de $\mathcal{H}$ qui la *réduit*, comme au n° 1, chaque h_i peut, dans $\mathfrak{M}_i$, s'écrire ([1]) $h_i = H_i' - H_i''$, H_i' et H_i'' étant 2 hermitiens > 0, bornés, orthogonaux, conservant $\mathfrak{M}_i$, parfaitement définis par h_i. La racine hermitienne positive H_i

---

([1]) On voit que K et h admettent les mêmes zéros par le même raisonnement que pour K borné.

de K_i est alors $H_i = H'_i + H''_i$. $\| H_i X_i \|^2 = \| h_i X_i \|^2 = \| H'_i X_i \|^2 + \| H''_i X_i \|^2$ entraîne la convergence de $\Sigma \| H'_i X_i \|^2$ et celle de $\Sigma \| H''_i X_i \|^2$ dans $D_h = D_H$, et réciproquement. De plus $h_i^2 X_i = H_i^2 X_i = H'^2_i X_i + H''^2_i X_i$, et, dans D_K, la convergence de $\Sigma \| K_i X_i \|^2 = \Sigma \| h_i^2 X_i \|^2$ entraîne la convergence de $\Sigma \| H'^2_i X_i \|^2$ et celle de $\Sigma \| H''^2_i X_i \|^2$. Donc, la convergence forte de $\Sigma h_i^2 X_i = \Sigma K_i X_i = KX$ entraîne celle de $\Sigma H_i^2 X_i$, celle de $\Sigma H'^2_i X_i$ et celle de $\Sigma H''^2_i X_i$. $H'X = \Sigma H'_i X_i$, $H''X = \Sigma H''_i X_i$ et $HX = \Sigma H_i X_i$ sont définies dans D_h; on a $h = H' - H''$, $H = H' + H''$, H' et H'' étant 2 opérateurs self-adjoints orthogonaux, positifs, non bornés, conservant, comme h, les $\mathfrak{M}_i$. De plus, dans D_K, H'^2 et H''^2 existent, on a $K = H'^2 + H''^2 = K' + K''$, avec $K'K'' = 0$. Dans $\mathfrak{M}_i$, $(i = 1, 2, \ldots)$, $V'_i = [\Delta_{H'_i}]$ et $V''_i = [\Delta_{H''_i}]$ sont deux variétés orthogonales complémentaires, invariantes par h_i (et aussi par H'_i, H''_i, H_i, K_i, h, H et K), sur lesquels h_i se réduit respectivement à H'_i et à $(-H''_i)$. $\mathfrak{M}_i = V'_i \oplus V''_i$.

Groupons tous les V'_i, tous les V''_i, dans $\mathcal{V}' = \Sigma \oplus V'_i$, $\mathcal{V}'' = \Sigma \oplus V''_i$. On aura $\mathfrak{M} = \mathcal{V}' \oplus \mathcal{V}''$; $\mathcal{V}'$ et $\mathcal{V}''$, invariants par h, H, K, réduisent h, H, K suivant $h = H' - H''$, $H = H' + H''$, $K = K' + K''$; K' et K'' induits par K dans $\mathcal{V}'$ et $\mathcal{V}''$ sont des self-adjoints > 0 non bornés; H' et H'', induits par H dans $\mathcal{V}'$ et $\mathcal{V}''$, sont leurs racines self-adjointes positives uniques, dans $\mathcal{V}'$ et $\mathcal{V}''$; h induit la racine positive H' de K' dans $\mathcal{V}'$ et la raciue négative $(-H'')$ de K'' dans $\mathcal{V}''$.

b. Réciproquement, si l'on décompose $\mathfrak{M} = \mathcal{H} \ominus \mathfrak{M}_0 = [\Delta_K]$ variété l. f. sous-tendue par Δ_K, en $\mathcal{V}' \oplus \mathcal{V}''$, invariantes par K, dans lesquelles K induit la décomposition $K = K' + K''$; si H' et H'' sont les racines self-adjointes positives de K' et K'', dans $\mathcal{V}'$ et $\mathcal{V}''$; $h = H' - H''$ sera une racine self-adjointe indéfinie de K, existant dans un domaine contenant certainement D_K.

On retombe ainsi, pour *toutes les racines self-adjointes de* K, sur l'expression $h = (P_{\mathcal{V}'} - P_{\mathcal{V}''})H = \Sigma H$, ($\Sigma$ *symétrie* dans $[\Delta_K]$, *permutable à* K *donc à* H), déjà donnée ([1]) pour les opérateurs bornés K, et qu'on pourrait établir par le raisonnement direct qui l'a fournie pour les opérateurs bornés.

Le problème actuel est ainsi, de deux manières différentes, ramené au problème analogue pour les opérateurs bornés; on peut, par la même voie, étendre sans peine aux racines self-adjointes de K non borné, les expressions spectrales des racines hermitiennes, données antérieurement pour les K bornés.

PROBABILITÉS. — *Application des relations de probabilités aux équilibres physiques et biologiques.* Note ([1]) de MM. **Georges Reboul** et **Jean-Antoine Reboul**.

Pour tout système physique, chimique ou biologique en équilibre il existe des relations de probabilités entre les diverses variables qui définissent l'état du système ([2]). Ces relations expriment sous forme mathématique le principe

([1]) Séance du 8 avril 1946.

([2]) *Comptes rendus*, 212, 1941, pp. 149-151 et 222-224.

général suivant : « Un changement fini de l'état d'un système physique ou biologique est toujours la somme intégrale de changements élémentaires uniquement régis par des lois de hasard ».

1. Dans le cas d'une phase, comprenant un seul constituant soumis à p facteurs d'action indépendants, la relation entre les probabilités prend la forme

$$\beta\frac{dN}{N}+\beta'_1\frac{dU_1}{U_1}+\beta'_2\frac{dU_2}{U_2}+\ldots+\beta'_p\frac{dU_p}{U_p}=0,$$

$U_1, U_2, \ldots, U_p$ étant les actifs des facteurs d'action opérants, $\beta\ldots\beta'$ les coefficients de correction des probabilités fonctions plus ou moins complexes de N, $U_1, U_2, \ldots$, ou d'autres facteurs, N nombre d'individus formant le constituant, ce nombre pouvant d'ailleurs être remplacé par la masse m ou tout autre facteur *test* qui lui serait proportionnel.

Si nous avons n constituants indépendants, la relation devient

$$\sum_1^n \beta_1\frac{dN_1}{N_1}+\sum_1^p \beta'_1\frac{dU_1}{U_1}=0.$$

Enfin, si nous avons φ phases coexistantes avec n constituants et p facteurs d'action indépendants, on a

$$\sum_1^n \beta_{11}\frac{dN_{11}}{N_{11}}+\sum_1^p \beta'_{11}\frac{dU_1}{U_1}=0 \quad \text{pour la phase 1,}$$

....

$$\sum_1^n \beta_{\varphi^1}\frac{dN_{\varphi^1}}{N_{\varphi^1}}+\sum_1^p \beta'_{\varphi^1}\frac{dU_{\varphi^1}}{U_{\varphi^1}}=0 \quad \text{pour la phase } \varphi.$$

Les phases étant en équilibre, il existe entre les $(n+p)\varphi$ variables un certain nombre de relations.

On sait que les facteurs agissant sont de deux sortes : 1° d'équilibre; 2° de quantité ou de capacité.

Les facteurs d'équilibre (pression p, température T, potentiel chimique ϖ, potentiel électrique ou magnétique P etc.) doivent avoir même valeur dans les diverses phases.

Les dérivées de l'énergie W par rapport aux facteurs de capacité (masse m, volume v, entropie S, quantité d'électricité ou de magnétisme q etc.) sont elles-mêmes facteurs d'équilibre ($\partial W/\partial U=p$, $\partial W/\partial S=T$, $\partial W/\partial m=\varpi$, $\partial W/\partial q=P, \ldots$) et doivent être aussi les mêmes dans les diverses phases.

Nous avons donc au total $(n+p)(\varphi-1)$ relations qui, jointes aux φ relations de probabilités, laissent un nombre de variables indépendantes

$$V=n+p-\varphi,$$

expression de la règle de Gibbs généralisée.

II. Supposons maintenant que l'équilibre se déplace sous l'action de l'un des facteurs d'équilibre dont l'actif A est le même dans toutes les phases coexistantes.

Pour chacune des phases, quand le système est isolé, la relation de probabilités peut s'écrire

$$\frac{dA}{A}+\sum\beta\frac{dN}{N}+\sum\beta'\frac{dU}{U}=0.$$

S'il n'y a pas isolement et s'il y a apport d'actif dA de l'extérieur, elle s'écrira

$$-\frac{dA}{A}+\sum\beta\frac{dN}{N}+\sum\beta'\frac{dU}{U}=0.$$

Admettons que le déplacement de l'équilibre ait lieu dans un sens tel que $\sum\beta\frac{dN}{N}+\sum\beta'\frac{dU}{U}$ soit, par exemple, positif. Si le déplacement se produit sous l'action de l'extérieur, on a $dA>0$. Si, au contraire, il a lieu spontanément, le système étant isolé, on a $dA<0$.

D'où l'énoncé, facile à déduire, de la loi générale de déplacement des équilibres. Si le facteur opérant est la température, cet énoncé prend la forme que lui a donnée van't Hoff, et celle que lui a donnée Le Chatelier, quand le facteur est la pression.

III. Ces règles devraient s'appliquer à la Biologie comme aux Sciences physiques, mais dans ce dernier cas il y a presque toujours évolution et l'on rencontre des difficultés quasi insurmontables pour définir ce qui doit être entendu par *phases*, *constituants* et *variétés*.

Il paraît cependant possible, dans quelques cas de microorganismes végétant en colonies, de donner de ces divers termes des définitions analogues à celles des physiciens. On pourrait alors, en Biologie comme en Physique, soit déduire de ces règles un moyen de classification des systèmes suivant leur variance, soit en tirer des conséquences sur le nombre de constituants ou de leurs variétés pouvant coexister en équilibre dans des colonies juxtaposées.

M. **Maurice Javillier** présente à l'Académie un Ouvrage de M. Louis Decoux. *Dix années de recherches à l'Institut belge pour l'amélioration de la Betterave à Tirlemont de* 1932 *à* 1941. Dans ce livre, il est notamment rendu hommage à la part prise par Henri Colin, Membre de la Section de Botanique, à la création et à l'activité de cet Institut, où furent obtenus des résultats essentiels en ce qui concerne le choix des variétés, les conditions des semis, l'emploi des engrais, l'augmentation du rendement en sucre, l'importance de l'analyse des sols, la connaissance des parasites etc.

M. M. Javillier souligne le haut intérêt d'un tel établissement et exprime le

vœu que les pouvoirs publics français et les organismes qualifiés aboutissent à des résultats aussi importants, résultats qui seraient précieux pour notre économie nationale.

NOMINATIONS.

La **Société Helvétique des Sciences naturelles** invite l'Académie à déléguer un de ses Membres au Congrès scientifique qui aura lieu à Zurich, les 6 septembre et jours suivants, pour la célébration du *deuxième centenaire* de la fondation de la Société Zurichoise des Sciences naturelles.

M. **Gustave Roussy** est désigné.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection de deux Membres non résidants qui occuperont les deux premières des six places nouvellement créées.

Pour la première place, le nombre des votants étant 48,

M. René Maire obtient................ 48 suffrages

Pour la seconde place, le nombre des votants étant 50,

M. Jules Haag	obtient..........	40 suffrages
M Maurice Gignoux	»	7 »
M. Eugène Bataillon	»	2 »
M. Henri Devaux	»	1 »

MM. **René Maire** et **Jules Haag**, ayant obtenu la majorité absolue des suffrages, sont proclamés élus.

Leur élection sera soumise à l'approbation du Gouvernement provisoire de la République.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de candidats à la place de Membre titulaire vacante au Bureau des Longitudes par le décès de M. *Robert Bourgeois*, pour la première ligne, M. *Émile Borel* obtient 34 suffrages contre 10 à M. *Élie Cartan*, 1 à M. *Bernard Lyot* et 1 à M. *Jean Chazy*.

Pour la seconde ligne, M. *Élie Cartan* obtient 29 suffrages contre 14 à M. *Aimé Cotton* et 2 à M. *Jean Chazy*.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation Nationale comprendra :

En première ligne............... M. **Émile Borel.**
En seconde ligne................ M. **Élie Cartan.**

Dans la formation d'une liste de candidats à la place de Membre titulaire vacante au Bureau des Longitudes par le décès de M. *Charles Fabry*, pour la première ligne, M. *Aimé Cotton* obtient 40 suffrages contre 2 à M. *Jean Chazy*.

Pour la seconde ligne, M. *Jean Chazy* obtient 38 suffrages; il y a 1 bulletin blanc et 2 bulletins nuls.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation Nationale comprendra :

En première ligne................ M. **Aimé Cotton**.
En seconde ligne................ M. **Jean Chazy**.

CORRESPONDANCE.

GÉOMÉTRIE. — *Sur la réalisation des espaces de Finsler.* Note (1) de M. **Octave Galvani**.

1. Dans la théorie générale de M. Élie Cartan les espaces de Finsler (2) se présentent comme des espaces à connexion euclidienne engendrés par des *éléments linéaires* (ensemble d'un point et d'une droite passant par ce point). Un espace de Finsler F_n à n dimensions est, de ce point de vue, un espace $\mathcal{E}_{2n-1}$ d'éléments linéaires à connexion euclidienne à $2n-1$ *dimensions*. Ce n'est d'ailleurs pas le $\mathcal{E}_{2n-1}$ le plus général. Je vais montrer que sur certaines variétés euclidiennes, définies au paragraphe 2, l'espace ambiant induit (3) une connexion $\mathcal{E}_{2n-1}$, et que *tout espace de Finsler analytique est ainsi localement réalisable, au voisinage d'un quelconque de ses éléments de contact.*

2. Considérons, dans l'espace euclidien E_N à $N > n$ dimensions, une variété V à $2n-1$ dimensions *dont l'élément générateur* S *est formé d'un élément linéaire* $L = (M, \Delta)$ *et d'un n-plan* P *passant par* L. A tout élément $S' = (L', P')$ voisin de S, on fera correspondre *l'élément linéaire* (l') projection orthogonale de L' sur P. Cette correspondance est en général biunivoque; le voisinage $\varpi(S)$ de S dans V est ainsi assimilé au voisinage $\gamma(S)$ d'un élément linéaire dans un n-plan.

Le raccordement de $\gamma(S')$ par rapport à $\gamma(S)$ se fera par projection orthogonale de P' sur P, projection qui, sous certaines hypothèses de continuité, équivaut à un déplacement (hypothèse suffisante, que les coordonnées de M et les paramètres directeurs de Δ et de P soient dérivables). On a ainsi défini une connexion euclidienne $\mathcal{E}_{2n-1}$ d'éléments linéaires, induite sur V par l'espace ambiant.

Attachons à chaque élément S un repère rectangulaire $M\mathbf{e}_i\mathbf{e}_\alpha (i \leq n,\ n < \alpha \leq N)$

---

(1) Séance du 24 avril 1946.

(2) É. Cartan, *Les Espaces de Finsler* (*Exposés de Géométrie*, Paris, 1934).

(3) O. Galvani, *Ann. École Normale Supérieure*, 1945, pp. 6-7.

dont l'origine M est le centre de L, le vecteur $\mathbf{e}_1$ porté par L, et les $\mathbf{e}_i$ dans P. Nous supposerons que les coordonnées de M et les paramètres directeurs des $\mathbf{e}$ ont des dérivées premières continues par rapport aux coordonnées $u_1, u_2, \ldots, u_{2n-1}$ de S dans V. On a alors ([4])

$$dM = \omega_i \mathbf{e}_i + \omega_\alpha \mathbf{e}_\alpha; \qquad d\mathbf{e}_i = \omega_{ij}\mathbf{e}_j + \omega_{i\alpha}\mathbf{e}_\alpha,$$

les ω désignant des formes de Pfaff des u.

THÉORÈMES. — I. *Pour que* V *réalise un* $\mathcal{L}_{2n-1}$ *il faut et suffit que les formes* ω_i, ω_{1i} *soient indépendantes* (qu'aucune surface engendrée par L ne soit perpendiculaire à P tout le long de L).

II. *Les composantes relatives de* $\mathcal{L}_{2n-1}$ *sont les* ω_i, ω_{ij} *d'ordre zéro de* V.

3. *Réalisation d'un espace de Finsler donné.* — Donnons-nous un F_n par ses composantes relatives ϖ_i, ϖ_{ij}, qui seront donc $n(n+1)/2$ formes de Pfaff données des coordonnées $u_1, u_2, \ldots, u_{2n-1}$ de l'élément de contact de F_n. Nous supposerons F_n *analytique* (ϖ analytique en u) en vue de l'application de la théorie des systèmes en involution. Pour être un F_n, un $\mathcal{L}_{2n-1}$ doit vérifier certaines conventions ([5]) qui se traduisent sur les ϖ par les conditions nécessaires suffisantes suivantes :

$$(1) \qquad d\varpi_1 = [\varpi_{1h}\varpi_h]; \quad d\varpi_i = [\varpi_{ih}\varpi_h] + A_k(i)[\varpi_i\varpi_{1k}].$$

Réaliser F_n c'est trouver dans E_N une famille de repères $M\mathbf{e}_i\mathbf{e}_\alpha$ dépendant des $2n-1$ paramètres u, et dont les composantes relatives vérifient

$$(2) \qquad \omega_i = \varpi_i; \quad \omega_{ij} = \varpi_{ij}.$$

Alors en effet, d'après le paragraphe 2, la variété V engendrée dans E_N par l'élément (M, $\mathbf{e}_1$, P), où P est le n-plan des $\mathbf{e}_i$, réalise bien F_n.

Soient $z_1, z_2, \ldots, z_\nu$ les $\nu = N(N+1)/2$ paramètres dont dépend le repère rectangulaire le plus général de E_N; les ω sont des formes bien déterminées des z. Le système (2), aux fonctions inconnues z des variables indépendantes u, est en involution ([6]) pour $N = 2n^2 - n$.

THÉORÈME. — *Tout espace de Finsler* F_n *à n dimensions est réalisable au voisinage de chacun de ses éléments de contact par des variétés* (§ 2) *plongées dans l'espace euclidien à* $2n^2 - n$ *dimensions.*

La solution générale dépend de fonctions arbitraires des $2n-1$ arguments u. Le théorème est d'ailleurs applicable à un $\mathcal{L}_{2n-1}$ quelconque. Le nombre N pourrait sans doute être réduit en tenant compte de (1).

4. Dans la réalisation donnée par (2), les *points* de F_n sont représentés par

---

([4]) En sous-entendant le signe Σ : $a_i(k)b_{ik} = \sum a_i(k)b_{ik}$.

([5]) É. CARTAN, *loc. cit.*, p. 10.

([6]) É. CARTAN, *Les systèmes différentiels extérieurs* ... (Paris, 1945).

des *variétés à* $n-1$ *dimensions*, qui sont des *points* si les z vérifient les $N-n$ équations supplémentaires

(3) $$[\omega_\alpha \omega_1 \omega_2, \ldots, \omega_n] = 0. \qquad (\alpha = n+1, \ldots, N).$$

Compte tenu de (1), le système (2, 3) est en involution pour $N = 2n^2 - n$.

THÉORÈME. — *La réalisation (locale) d'un* F_n *peut se faire au moyen d'une variété ponctuelle* σ *à* n *dimensions à chaque point de laquelle on attache un élément linéaire* L *centré en ce point et un n-plan passant par* L.

Quand L est constamment tangent en M à σ, on a un espace de Riemann.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Fonctions spéciales. Recherche d'équations intégrales et de la valeur asymptote des fonctions de Mathieu associées.* Note (1) de M. **Robert Campbell**, présentée par M. Joseph Pérès.

La recherche des solutions de l'équation des ondes $\nabla^2 p = -k^2 p$, qui sont de la forme

$$p = \cos^m \xi \, \mathrm{ch}^m \eta \, U(\xi) \, V(\eta) \cos m\varphi,$$

quand l'espace est rapporté aux quadriques homofocales de révolution

$$x = f \,\mathrm{ch}\,\eta \cos\xi \cos\varphi, \quad y = f\,\mathrm{ch}\,\eta \cos\xi \sin\varphi, \quad z = f\,\mathrm{ch}\,\eta \sin\xi,$$

conduit à l'équation différentielle en U

(1) $$\frac{d^2U}{d\xi^2} - (2m+1)\,\mathrm{tang}\,\xi \frac{dU}{d\xi} + (a - k^2 f^2 \cos^2\xi) U = 0$$

et à celle qui s'en déduit en changeant U en V, et ξ en $i\eta$.

J'ai montré (2) que, $a(k^2)$ étant déterminé pour que la solution de (1) soit périodique, cette intégrale, que nous noterons $pe_n^\nu(\xi)$, est développable en série $\Sigma a_n C_n^\nu(\sin\xi)$ de polynomes de Gegenbauer ($\nu = m + 1/2$), les fonctions $pe_n^\nu(\xi)\cos^\nu\xi$ sont alors celles que MM. Ince et Humbert appellent *fonctions de Mathieu associées*.

Soit $\rho^m G(\rho, z) \cos m\varphi$ [où $G(\rho, z)$ est entière] une solution de l'équation des ondes écrites en coordonnées semi-polaires

(2) $$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial p}{\partial\rho}\right) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 p}{\partial\varphi^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = -k^2 p,$$

on peut développer $G(\rho, z)$ en série des fonctions pe_n^ν, soit

$$G(\rho, z) = \Sigma B_n \, pe_n^\nu(\xi) \, pe_n^\nu(i\eta).$$

Comme les polynomes de Gegenbauer sont tels que

$$\int_{-\pi}^{+\pi} C_n^\nu(\sin\xi)\, C_m^\nu(\sin\xi) \cos^{2\nu}\xi \, d\xi = \delta_m^n,$$

(1) Séance du 15 avril 1946.
(2) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 269.

on déduit facilement de (2), en posant $\theta = i\eta$,

$$\int_{-\pi}^{+\pi} G[f\cos\theta\cos\xi, f\sin\theta\sin\xi]\, p\, e_n^\nu(\xi)\cos^{2\nu}\xi\, d\xi$$
$$= B_n p\, e_n^\nu(\theta)\int_{-\pi}^{+\pi}[p\, e_n^\nu(\xi)]^2\cos^{2\nu}\xi\, d\xi = B_n p\, e_n^\nu(\theta),$$

puisque $p\, e_n^\nu$ est supposée normée. On a ainsi une infinité d'équations intégrales dont les $p\, e_n^\nu(\xi)$ sont des fonctions fondamentales. Par exemple, les solutions évidentes de (2)

$$e^{iz\sqrt{k^2-q^2}} J_m(q\rho)\, e^{im\varphi} \quad \text{et} \quad \rho^m e^{i(kz+m\varphi)}$$

fournissent, pour les solutions périodiques paires de (1) les noyaux

$$\cos[kf\sin\theta\sin\xi\sqrt{k^2-q^2}]\, J_m(qf\cos\theta\cos\xi)\cos^{-m}\xi\cos^{-m}\theta \quad \text{et} \quad \mathrm{ch}[k\sin\theta\sin\xi].$$

Application. — En utilisant ce dernier noyau, on vient de trouver

$$p\, e_n^\nu(\theta) = \lambda\int_0^{\pi}\mathrm{ch}(kf\sin\theta\sin\xi)\cos^{2\nu}\xi\, p\, e_n^\nu(\xi)\, d\xi.$$

En vérifiant, comme le fait Whittaker (*Modern Analysis*, p. 408), que toute expression

$$\int_0^{\pi}(\mathrm{ch}\, kf\sin\theta\sin\xi)\cos^{2\nu}\xi\, \varphi(\xi)\, d\xi$$

est une intégrale périodique paire de l'équation (1), pourvu qu'il en soit de même de $\varphi(\xi)$, on est amené à chercher des intégrales de l'équation modifiée (en η), sous la forme

$$V = \int_0^{\pi}\cos(kf\,\mathrm{sh}\,\eta\sin\xi)\cos^{2\nu}\xi\, U(\xi)\, d\xi,$$

avec $U = \Sigma A_n C_n(\sin\xi)$. Posant alors avec Marschall [3], $e^\eta = t$, $1/2 fk e^\eta = x$, $\xi = \pi/2 - \alpha$,

$$V = \int_0^{\pi}\cos\left[\left(x - \frac{f^2k^2}{4x}\right)\cos\alpha\right]\sin^{2\nu}\alpha[\Sigma A_n C_n^\nu(\cos\alpha)]\, d\alpha,$$

puis, posant $\cos\alpha = 1 - t/x$ et faisant tendre x vers l'infini, on obtient

$$\lim_{x\to\infty} V(x) = \Sigma A_n C_n^\nu(1)\, x^{-\left(\nu+\frac{1}{2}\right)}\left[\cos x\int_0^{x} t^{\nu-\frac{1}{2}}\cos t\, dt + \sin x\int_0^{x} t^{\nu-\frac{1}{2}}\sin t\, dt\right],$$

intégrales exprimables en fonction de $\Gamma[1/2 - \nu]$. On obtient ainsi la valeur asymptotique de la fonction de Mathieu associée modifiée d'ordre ν

$$ceh_n^\nu(\eta) \sim \left(\frac{2}{fk}\right)^{\nu+\frac{1}{2}}[\Sigma A_n C_n^\nu(1)]\,\Gamma\left(\nu + \frac{1}{2}\right)e^{-\frac{\eta}{2}}\cos\left[\frac{fk}{2}e^\eta + \frac{\nu\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right].$$

---

(3) *Proc. Edinburgh Math. Society*, **40**, 1921-1922, p. 223.

Si $\nu = 0$, on retrouve la valeur asymptotique

$$2\sqrt{\frac{\pi}{kf}}(\Sigma A_n)e^{-\frac{\eta}{2}}\cos\left[\frac{kf}{2}e^{\eta}-\frac{\pi}{4}\right]$$

des fonctions de Mathieu ordinaires.

Si $\nu = 1/2$, les C_n^{ν} deviennent les polynomes de Legendre et

$$ceh_n^{\frac{1}{2}}(\eta) \sim \frac{2}{kf}(\Sigma A_n)e^{-\frac{\eta}{2}}\cos\left(\frac{fk}{2}e^{\eta}\right).$$

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur la théorie générale du psychromètre et sur une méthode simple d'étude expérimentale des lois de la convection forcée et de la diffusion forcée.* Note (¹) de M. **Edmond Brun** et Mlle **Monique Lions**, présentée par M. Henri Villat.

1. Soit un solide recouvert d'une mince pellicule liquide et placé dans un courant d'air qui, au loin, est uniforme et de vitesse U. Supposons que la masse de vapeur qui provient de l'évaporation du liquide soit toujours faible devant celle de l'air sec contenu dans le même volume. L'évaporation forcée qui se produit au point M du solide peut être caractérisée par le nombre sans dimensions (²)

$$(1)\qquad \mathcal{D} = \frac{D_m . p}{\Delta p . d . \rho . U},$$

où D_m est la densité du flux de masse vaporisée au point M; p, la pression statique dans le courant au loin; Δp, la différence, $p_s - p_f$, entre les pressions partielles de la vapeur au voisinage immédiat du point M (pression de saturation à la température θ_M du point M) et dans le courant au loin; ρ, la masse spécifique de l'air; d, la densité de la vapeur par rapport à l'air.

La convection forcée, au point M de la surface, peut être caractérisée par le nombre sans dimensions

$$(2)\qquad \mathcal{M} = \frac{D_c}{\Delta\theta . c_p . \rho . U},$$

D_c, densité du flux de chaleur au point M; $\Delta\theta$, différence $\theta_f - \theta_M$, entre les températures du courant au loin et du point M du solide; c_p, chaleur spécifique à pression constante de l'air.

En régime permanent, la chaleur apportée par le courant d'air au solide compense exactement la chaleur qui lui est enlevée par vaporisation. Par suite, en désignant par L la chaleur de vaporisation du liquide à la température θ_M, $D_C = LD_m$. La relation (2) peut ainsi s'écrire

$$(3)\qquad \mathcal{M} = \frac{D_m L}{\Delta\theta C_p \rho U}.$$

(¹) Séance du 8 avril 1946.

(²) E. Brun, *La France énergétique*, 4, v et vi, 1945, p. 137.

Les analogies entre les phénomènes de diffusion forcée et de convection forcée en un même point d'un solide conduisent à des relations entre les nombres $\mathcal{D}$ et $\mathfrak{M}$, pour les divers cas d'écoulement [2]. Les équations (1) et (3) conduisent ainsi, pour chaque cas, à une relation entre Δp et $\Delta\theta$ dans laquelle ne figure plus D_m. Si le liquide évaporé est l'eau, cette relation n'est autre que la formule psychrométrique. Ainsi la *théorie du psychromètre*, qui a fait l'objet de nombreuses publications, ne constitue plus qu'une application des relations d'analogie entre convection et diffusion. En plus de son intérêt scientifique évident, cette manière de voir comporte des conséquences intéressantes.

2. Pour un écoulement le long d'un plan, les analogies entre convection et diffusion se traduisent par les relations suivantes [2] :

Écoulement laminaire....... $\mathcal{D} = \mathfrak{M}\,\mathcal{L}^{\frac{2}{3}}$

Écoulement turbulent, d'après Reynolds......... $\mathcal{D} = \mathfrak{M}$

» Taylor........... $\mathcal{D} = \mathfrak{M}\dfrac{1+\dfrac{U'}{U}(\mathfrak{T}-1)}{1+\dfrac{U'}{U}\left(\dfrac{\mathfrak{T}}{\mathcal{L}}-1\right)}$

» Prandtl.......... $\mathcal{D} = \mathfrak{M}\dfrac{1+\mathcal{R}^{-\frac{1}{8}}(\mathfrak{T}-1)}{1+\mathcal{R}^{-\frac{1}{8}}\left(\dfrac{\mathfrak{T}}{\mathcal{L}}-1\right)}$

» Karman.......... $\mathcal{D} = \mathfrak{M}\dfrac{\sqrt{\dfrac{12,5}{C_f}}+\mathfrak{T}-1+\log_e\left[1+\dfrac{5}{6}(\mathfrak{T}-1)\right]}{\sqrt{\dfrac{12,5}{C_f}}+\dfrac{\mathfrak{T}}{\mathcal{L}}-1+\log_e\left[1+\dfrac{5}{6}\left(\dfrac{\mathfrak{T}}{\mathcal{L}}-1\right)\right]}$

» Ribaud.......... $\mathcal{D} = \mathfrak{M}\dfrac{1+0,75(\mathfrak{T}^{\frac{2}{3}}-1)}{1+0,75\left[\left(\dfrac{\mathfrak{T}}{\mathcal{L}}\right)^{\frac{2}{3}}-1\right]}$

On voit que, si le nombre Lewis [3] $\mathcal{L}$ est égal à 1, dans tous les cas $\mathcal{D} = \mathfrak{M}$ ou, d'après les relations (1) et (3),

$$\Delta p = \frac{c_p P}{L\,d}\Delta\theta. \tag{4}$$

Dans le cas de la vapeur d'eau diffusant dans l'air, $\mathcal{L}$ est assez voisin de 1 pour que la formule (4) constitue une bonne approximation : c'est la *formule psychrométrique* classique. Ainsi la possibilité de mesurer l'humidité relative d'une atmosphère par le thermomètre mouillé repose sur le fait que, pour la vapeur d'eau dans l'air, $\mathcal{L}$ est voisin de 1. S'il n'en était pas ainsi, la tempé-

(3) Le nombre $\mathcal{L}$ est le rapport du coefficient de diffusion de la vapeur dans l'air à la diffusité thermique de l'air.

rature du thermomètre mouillé dépendrait de la forme et des dimensions du thermomètre, de la vitesse U etc.; aucune mesure pratique ne serait plus possible.

3. Des essais ont été effectués avec divers liquides mouillant un thermomètre placé dans un courant d'air entièrement desséché. Ils ont montré que la formule (4) est sensiblement vérifiée tant que $\mathcal{L}$ reste voisin de 1. Au contraire, si la valeur de $\mathcal{L}$ s'écarte de 1, la formule (4) n'est plus vraie et la valeur de $\Delta\theta$ dépend de la vitesse U.

Des expériences précises sont en cours; elles permettront, dans le cas d'un écoulement turbulent, de choisir la formule qui représente le mieux les phénomènes. Ainsi les contrôles expérimentaux des théories de la convection et de la diffusion s'effectueront par des mesures de température, sans que soient nécessaires des mesures, toujours délicates, de débit de chaleur ou de masse.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Sur la mesure du glissement d'une transmission à poulies inégales*. Note (1) de M. **René Swyngedauw**, présentée par M. Henri Beghin.

Nous avons démontré (2) que le glissement d'une transmission à poulies de diamètres très différents est généralement négatif quand la petite poulie est motrice. Ce résultat paradoxal est confirmé par *la mesure directe du glissement* d'une transmission dont la grande poulie a sensiblement un diamètre double de celui de la petite.

On fixe sur l'axe de celle-ci un interrupteur rotatif dont la surface latérale est conductrice sur 180° et isolante sur l'autre moitié et, sur l'axe de la grande poulie, un interrupteur analogue dont la surface latérale est divisée en quatre secteurs égaux, deux conducteurs intercalés entre deux isolants. Les parties conductrices de ces interrupteurs sont reliées aux axes des poulies. Un balai métallique frotte sur la surface latérale de chacun d'eux et les deux balais sont reliés entre eux par une batterie d'accumulateurs en série avec un voltmètre à courant continu jouant le rôle de galvanomètre. Dans ces conditions, un courant circule par la masse à travers le voltmètre lorsque deux balais touchent *simultanément* une partie conductrice de leur interrupteur. Le courant moyen qu'indique le galvanomètre est fonction du glissement, comme il a été indiqué antérieurement (2).

Si l'on désigne par N et N′ les nombres de tours par minute des poulies motrice et réceptrice de rayons R et R′, si d'autre part $R'/R = m'/m - a$, où a est de l'ordre de 0,001, où m et m' sont le nombre de secteurs conducteurs des interrupteurs rotatifs des poulies motrice et réceptrice, le glissement

(1) Séance du 25 mars 1946.
(2) *Comptes rendus*, 214, 1942, p. 151.

$\Gamma = (NR - N'R')/NR$ peut se mettre sous la forme $\Gamma = \gamma + x$, où

$$\gamma = \frac{mN - m'N'}{mN}$$

est le *glissement apparent* et $x = a N'/N$ un *glissement complémentaire* dont la valeur est sensiblement indépendante de la charge.

Dans nos expériences, si la grande poulie est motrice,

$$2R = 200^{mm} \text{ et } m = 2, \qquad 2R' = 95^{mm},5 \text{ et } m' = 1, \qquad x = 0,045;$$

si la petite poulie est motrice,

$$2R = 95,5 \quad \text{et} \quad 2R' = 200, \quad m = 1, \quad m' = 2, \quad x_0 = 0,047.$$

Dans la Note précitée ([2]) nous avons montré que $mN - m'N'$ est égal au nombre d'oscillations complètes par minute du voltmètre, de sorte que la valeur absolue du glissement apparent est $|\gamma| = 60/MN\theta$, où N est le nombre de tours par minute de la poulie motrice, θ est la durée en secondes d'une oscillation complète du voltmètre, γ est positif si sa valeur absolue augmente avec la charge de la transmission, c'est-à-dire si θ diminue et, par suite, si la fréquence des oscillations croît avec la charge. γ est négatif, si sa valeur absolue diminue quand la charge croît. Ces notions étant rappelées, voici les résultats expérimentaux :

Les poulies étaient fixées sur les axes des rotors de deux machines asynchrones triphasées identiques, dont l'une tourne en moteur, l'autre en génératrice, la grande poulie faisant environ 750 t/m la petite environ 1500 t/m. Les deux poulies sont reliées par une courroie de cuir de 5^{mm} d'épaisseur, 80^{mm} de large, dont les deux brins sont tendus par un effort créant une traction constante égale à 100^{kg} entre les deux poulies, quelle que soit la charge. La courroie étant posée chair sur poulie, on a fait varier l'effort transmis de 0 à 50^{kg}; γ et Γ désignent les glissements apparent et vrai quand la grande poulie est motrice, γ' et Γ' ces mêmes valeurs quand la petite est motrice.

A vide

$$\left.\begin{array}{ll} \gamma_0 = -0,0174 & \Gamma_0 = +0,0276 \\ \gamma'_0 = +0,0177 & \Gamma'_0 = -0,0293 \end{array}\right\} \Gamma_0 - \Gamma'_0 = +0,057;$$

pour un effort transmis de 50^{kg}

$$\left.\begin{array}{ll} \gamma = -0,001 & \Gamma = +0,044 \\ \gamma' = +0,037 & \Gamma' = -0,010 \end{array}\right\} \Gamma - \Gamma' = +0,054;$$

$\Gamma - \Gamma'$ est sensiblement indépendant de la charge, conformément à l'expression théorique de la Note précitée.

Si la courroie est posée fleur contre poulie, Γ et Γ' ont une valeur absolue sensiblement double des précédentes.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Remarques sur l'interprétation physique des équations du photon de M. Louis de Broglie.* Note [1] de M. **Robert Murard.**

Nous avons montré [2], à partir de la mécanique ondulatoire relativiste des systèmes construite selon la méthode de M. J.-L. Destouches, et en utilisant nos transformations pour un système (généralisant les tranformations de Lorentz), que les équations du photon de M. Louis de Broglie, qui dépendent du temps, pouvaient être interprétées comme les équations du mouvement du centre de gravité, le mouvement relatif autour du centre étant évanescent (en accord avec l'interprétation donnée autrefois par M. Destouches) et que les équations de condition sont une conséquence de l'invariance relativiste de cette évanescence, à condition que l'opérateur d'interaction des deux corpuscules constituant le photon soit nul.

La condition d'après laquelle l'interaction des deux corpuscules doit être nulle est réalisée si l'on admet que le photon est constitué par un corpuscule de Dirac d'énergie positive, et par un corpuscule complémentaire constitué par un état non occupé (ou lacune) dans la distribution des états d'énergie négative; on est fondé à admettre qu'il n'y a pas d'interaction entre un corpuscule et la lacune qui l'accompagne.

Quant à la condition (1), elle peut être réalisée de diverses manières, qui dépendent de la structure que l'on attribue au photon.

On peut supposer que la fonction d'ondes X ne dépend pas des coordonnées v_i : il en est ainsi si les deux corpuscules constituants sont décrits par deux ondes planes monochromatiques de même quantité de mouvement

$$X^{(1)} = a^{(1)} e^{\frac{i}{\hbar_0}(Wt - p_1 x_1^{(1)} - p_2 x_2^{(1)} - p_3 x_3^{(1)})} \qquad X^{(2)} = a^{(2)} e^{\frac{i}{\hbar_0}(Wt - p_1 x_1^{(2)} - p_2 x_2^{(2)} - p_3 x_3^{(2)})}.$$

On a alors

$$X = X^{(1)} \odot X^{(2)} = a^{(1)} \odot a^{(2)} e^{\frac{i}{\hbar_0}(2Wt - 2p_1 u_1 - 2p_2 u_2 - 2p_3 u_3)};$$

cette onde caractérise une particule d'énergie $2W$ et de quantité de mouvement $2\vec{p}$.

On peut supposer aussi que les deux corpuscules constituants sont à chaque instant en un même point de l'espace. La fonction d'ondes dépend alors des v_i par l'intermédiaire d'un facteur $\delta(r) = \delta(v_1)\delta(v_2)\delta(v_3)$; on a évidemment $H_2 X = 0$ en tout point de l'espace (sauf peut-être au point G lui-même, nous passerons sur cette difficulté).

Cette dernière hypothèse semble convenir pour le photon, considéré comme

---

(1) Séance du 15 avril 1946.

(2) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 1030.

formé par un corpuscule de Dirac C d'énergie positive, et par un corpuscule complémentaire constitué par une lacune L dans la série des états d'énergie négative; un tel système est susceptible d'annihilation si le corpuscule C passe dans l'état L par interaction avec d'autres systèmes.

La fonction d'onde associée au système doit décrire à la fois l'état du corpuscule C et celui du corpuscule complémentaire L : ce doit donc être une fonction à 16 composantes d'un couple de points $M^{(1)}$ et $M^{(2)}$. Mais il faut noter que, dans l'annihilation, on doit admettre que le corpuscule C passe dans l'état L sans qu'il y ait de discontinuité de sa position, sans qu'il *saute* d'un point de l'espace à l'autre : les deux corpuscules C et L sont donc à ce moment au même point de l'espace. La propriété qu'a le photon de pouvoir s'annihiler à un instant quelconque doit donc se traduire par une condition de nature toute particulière, qui est que les deux corpuscules constituants se trouvent à chaque instant au même point de l'espace; on doit mettre cette condition géométrique en relation avec le fait que l'interaction des corpuscules constituants est nulle.

Cette remarque montre que le photon et les particules de même nature (méson) méritent bien le nom de *systèmes fondus* que leur a donné M. J.-L. Destouches.

Conclusion. — Les équations des particules de spin 1 peuvent s'interpréter en admettant que ces particules sont formées par un système de deux corpuscules dont l'interaction est nulle, mais auxquels est imposée une condition d'évanescence du mouvement autour du centre de gravité, celle-ci pouvant d'ailleurs être réalisée de diverses manières. Cette condition d'évanescence permet d'étudier isolément le mouvement du centre de gravité du système, mais elle fait que ce mouvement n'est pas identique à celui du centre de gravité de deux corpuscules indépendants : une condition supplémentaire est imposée, que l'on obtient en traduisant l'invariance relativiste de la condition d'évanescence du mouvement autour du centre de gravité.

Ainsi la Mécanique ondulatoire relativiste des systèmes de corpuscules fournit une justification complète de la théorie du photon de M. Louis de Broglie, et c'est là le premier succès effectif de cette mécanique.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur la définition et les propriétés du vecteur-courant associé à un corpuscule de spin quelconque.* Note de M. ROBERT POTIER.

Nous avons introduit (1) les vecteurs (ou pseudo-vecteurs) $v(\Psi^{(p\ q)}; \Psi'^{(p\mp1\ q\mp1)})$ et nous en avons donné l'expression dans le cas où $p+q$ est impair

(1) *Comptes rendus*, **222**, 1946, pp. 855-857.

(spin 1/2 entier). Les formules indiquées dans notre Note précédente s'étendent d'elles-mêmes au cas où $p+q$ est pair, sauf si $p=q$ et si $p=q\mp 1$. $v((p\ \ p)_{\mp};(p+1\ \ p+1))$ se définit par

Composante en X^2

$$-(-1)^{k+h}C_p^k C_p^h \Psi_{\mp k\ \ h}^{\ p\ \ \ p} \Psi'^{\ p+1\ \ \ p+1}_{\mp p-k\ \ p-h},$$

Composante en $X^{1'}$

$$(-1)^{k+h}\Psi_{\mp k\ \ h}^{\ p\ \ \ p} \Psi'^{\ p+1\ \ \ p+1}_{\mp p-k\ \ p-h+1},$$

Composante en X^1

$$(-1)^{k+h}C_p^k C_p^h \Psi_{\mp k\ \ h}^{\ p\ \ \ p} \Psi'^{\ p+1\ \ \ p+1}_{\mp p-k+1\ \ p-h},$$

Composante en $X^{2'}$

$$(-1)^{k+h}C_p^k C_p^h \Psi_{\mp k\ \ h}^{\ p\ \ \ p} \Psi'^{\ p+1\ \ \ p+1}_{p-k+1\ \ p-h+1}.$$

Réalité du vecteur courant. — Le vecteur courant doit être réel.

Nous avons déjà envisagé cette question pour $p+q$ impair et indiqué une solution. D'une manière générale, soit l'expression

$$V(pq;\ p\mp 1\ q\mp 1) = v((pq);\ (p\mp 1\ q\mp 1)') \mp v((pq)';\ (p\mp 1\ q\mp 1))$$

(avec les conventions : $\Psi'^{pq}_{rs} = i^{q-p}\Psi^{\star qp}_{sr}$; $\Psi'^{\ pp}_{-rs} = -\Psi^{\star pp}_{-sr}$). Selon le signe choisi pour séparer les v dans l'expression de V, et selon les cas, nous obtiendrons

	$p+q$ impair.		$p+q$ pair.	
Vecteur........	signe + imaginaire pur	signe — réel	signe + réel	signe — imaginaire pur
Pseudo-vecteur.	signe + réel	signe — imaginaire pur	signe + imaginaire pur	signe — réel

Les expressions imaginaires pures annoncées par le tableau précédent peuvent évidemment être transformées en expressions réelles par multiplication par le facteur constant i.

Il se présente donc huit cas, qui s'étudient de façons très semblables.

A titre d'exemple, nous en examinerons deux : $p+q$ impair et signe +; $p+q$ pair et signe + (nous étudierons seulement le vecteur, laissant de côté le pseudo-vecteur). Auparavant, introduisons l'expression bilinéaire

$$I(\Psi^{(p\ \ q)};\ \Phi^{(p\ \ q)}) = (-1)^{r+s}C_p^r C_q^s(\Psi^{p\ \ q}_{r\ \ s}\Phi^{\ p\ \ \ q}_{p-r\ \ p-s} \mp \Psi^{q\ \ p}_{s\ \ r}\Phi^{\ q\ \ \ p}_{q-s\ \ p-r}).$$

I définit :

si $p+q$ pair : signe +, un invariant; signe —, un pseudo-invariant;
si $p+q$ impair : » +, un pseudo-invariant; » —, un invariant.

I est symétrique en Ψ et Φ si p est pair, antisymétrique si p est impair. Supposons $p\neq q$, $p\neq q\mp 1$. Si

$$V[(p\ \ q);(p+1\ \ q+1)] = v[(p,q);(p+1,\ q+1)'] + v[(p,\ q)';(p+1,\ q+1)]$$

et

$$V[(p\ \ q);(p+1\ \ q-1)] = v[(p,q);(p+1\ \ q-1)'] + v[(p\ \ q)';(p+1\ \ q-1)]$$

(ce qui est bien réalisé dans les cas où nous nous plaçons), le calcul établit les

relations

$$
(1)\quad\left\{\begin{aligned}
\operatorname{div}V\big((p\;\;q);(p+1\;\;q+1)\big) = -\Big\{\, & I\big(A^{\left[\substack{p\\+}\;\substack{q\\+}\right]}\Psi^{(p\;\;q)};\Psi'^{(p+1\;\;q+1)}\big)\\
&+I\big(A^{\left[\substack{p\\+}\;\substack{q\\+}\right]}\Psi'^{(p\;\;q)};\Psi^{(p+1,\;q+1)}\big)\\
&+I\big(\Psi^{(p\;\;q)};A^{\left[\substack{p+1\\-}\;\substack{q+1\\-}\right]}\Psi'^{(p+1\;\;q+1)}\big)\\
&+I\big(\Psi'^{(p\;\;q)};A^{\left[\substack{p+1\\-}\;\substack{q+1\\-}\right]}\Psi^{(p+1\;\;q+1)}\big)\Big\}\\
\operatorname{div}V\big((p\;\;q);(p+1\;\;q-1)\big) = \quad & I\big(A^{\left[\substack{p\\+}\;\substack{q\\-}\right]}\Psi^{(p\;\;q)};\Psi'^{(p+1\;\;q-1)}\big)\\
&+I\big(A^{\left[\substack{p\\+}\;\substack{q\\-}\right]}\Psi'^{(p\;\;q)};\Psi^{(p+1\;\;q-1)}\big)\\
&+I\big(\Psi^{(p\;\;q)};A^{\left[\substack{p+1\\-}\;\substack{q-1\\+}\right]}\Psi'^{(p+1\;\;q-1)}\big)\\
&+I\big(\Psi'^{(p\;\;q)};A^{\left[\substack{p+1\\-}\;\substack{q-1\\+}\right]}\Psi^{(p+1\;\;q-1)}\big)
\end{aligned}\right.
$$

[les A des formules (1) sont obtenus à partir de $X_i = \partial/\partial x^i$, sans le terme en U_i introduit précédemment (1)].

Si l'on calcule les $B^{\left[\substack{p\\+}\;\substack{q\\+}\right]}$ selon les mêmes règles que les A, à partir d'un vecteur U_i réel, dont des composantes sont numériques (et non opératorielles), on a les identités

$$
(2)\quad\left\{\begin{aligned}
I\big(B^{\left[\substack{p\\+}\;\substack{q\\+}\right]}\Psi^{(p\;\;q)};\Psi'^{(p+1\;\;q+1)}\big) &= I\big(\Psi^{(p\;\;q)};B^{\left[\substack{p+1\\-}\;\substack{q+1\\-}\right]}\Psi'^{(p+1\;\;q+1)}\big),\\
I\big(B^{\left[\substack{p\\+}\;\substack{q\\-}\right]}\Psi^{(p\;\;q)};\Psi'^{(p+1\;\;q-1)}\big) &= I\big(\Psi^{(p\;\;q)};B^{\left[\substack{p+1\\-}\;\substack{q-1\\+}\right]}\Psi'^{(p+1\;\;q-1)}\big).
\end{aligned}\right.
$$

Si $p = q$, on établit que

$$
(3)\quad\left\{\begin{aligned}
\operatorname{div}V\big((p\;\;p)_\mp;(p+1\;\;p-1)\big) = & \mp I\big(A_\mp^{\left[\substack{p\\+}\;\substack{p\\-}\right]}\Psi_\mp^{(p\;\;p)};\Psi'^{(p+1\;\;p-1)}\big)\\
&\mp I\big(A_\mp^{\left[\substack{p\\+}\;\substack{p\\-}\right]}\Psi'^{(p\;\;p)}_\mp;\Psi^{(p+1\;\;p-1)}\big)\\
&\pm I\big(\Psi_\mp^{(p\;\;p)};A^{\left[\substack{p+1\\-}\;\substack{p-1\\+}\right]}\Psi'^{(p+1\;\;p-1)}\big)\\
&\pm I\big(\Psi'^{(p\;\;p)}_\mp;A^{\left[\substack{p+1\\-}\;\substack{p-1\\+}\right]}\Psi^{(p+1\;\;p-1)}\big),\\
\operatorname{div}V\big((p\;\;p)_\pm;(p+1\;\;p+1)_\mp\big) = & -I\big(A^{\left[\substack{p\\+}\;\substack{p\\+}\right]}\Psi_\mp^{(p\;\;p)};\Psi'^{(p+1\;\;p+1)}_\mp\big)\\
&-I\big(A^{\left[\substack{p\\+}\;\substack{p\\+}\right]}\Psi'^{(p\;\;p)}_\mp;\Psi_\mp^{(p+1\;\;p+1)}\big)\\
&-I\big(\Psi_\mp^{(p\;\;p)};A^{\left[\substack{p+1\\-}\;\substack{p+1\\-}\right]}\Psi'^{(p+1\;\;p+1)}\big)\\
&-I\big(\Psi'^{(p\;\;p)}_\mp;A^{\left[\substack{p+1\\-}\;\substack{p+1\\-}\right]}\Psi_\mp^{(p+1\;\;p+1)}\big);
\end{aligned}\right.
$$

$$
(4)\quad\left\{\begin{aligned}
I\big(B_\mp^{\left[\substack{p\\+}\;\substack{p\\-}\right]}\Psi_\mp^{(p\;\;p)};\Psi'^{(p+1\;\;p-1)}\big) &= -I\big(\Psi_\mp^{(p\;\;p)};B^{\left[\substack{p+1\\-}\;\substack{p-1\\+}\right]}\Psi'^{(p+1\;\;p-1)}\big),\\
I\big(B^{\left[\substack{p\\+}\;\substack{p\\+}\right]}\Psi_\mp^{(p\;\;p)};\Psi'^{(p+1\;\;p+1)}_\mp\big) &= \quad I\big(\Psi_\mp^{(p\;\;p)};B^{\left[\substack{p+1\\-}\;\substack{p+1\\-}\right]}\Psi_\mp^{(p+1\;\;p+1)}\big).
\end{aligned}\right.
$$

Si $q = p+1$, on a

$$
(5)\quad\begin{aligned}
\operatorname{div}V\big((p\;\;p+1);(p+1\;\;p)\big) = & -I\big(\Psi^{(p\;\;p+1)};A^{\left[\substack{p+1\\-}\;\substack{p\\+}\right]}\Psi'^{(p+1\;\;p)}\big)\\
&-I\big(A^{\left[\substack{p\\+}\;\substack{p+1\\-}\right]}\Psi^{(p\;\;p+1)}\Psi'^{(p+1\;\;p)}\big),
\end{aligned}
$$

$$
(6)\quad I\big(\Psi^{(p\;\;p+1)};B^{\left[\substack{p+1\\-}\;\substack{p\\+}\right]}\Psi'^{(p+1\;\;p)}\big) = I\big(B^{\left[\substack{p\\+}\;\substack{p+1\\-}\right]}\big)\Psi^{(p\;\;p+1)};\Psi'^{(p+1\;\;p)}\big).
$$

Les équations (1), (3) et (5) permettent d'exprimer la divergence totale du vecteur courant. Écrire que cette divergence est nulle astreint les Ψ à obéir à

des équations aux dérivées partielles invariantes [voir formules (1), (2) et (3) d'une précédente Note (¹) : les coefficients a de ces équations doivent être égalés, éventuellement au signe près, aux λ d'une Note antérieure (²)]. Les identités (2), (4), (6) en B permettent d'introduire des termes de champ extérieur. Les B interviennent précédés de coefficients purement réels ou purement imaginaires selon les cas.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *La dérivation symbolique en calcul vectoriel gauche.* Note de M. **Michel Cazin**.

1. En Mécanique ondulatoire, on utilise une dérivée symbolique par rapport au temps pour les opérateurs scalaires; elle satisfait à ces règles :

(1) $$c' = 0, \qquad (A + B)' = A' + B', \qquad (A.B)' = A'B + AB'.$$

Dans une Note précédente (¹), nous avons défini un calcul vectoriel gauche en vue d'une utilisation en Mécanique ondulatoire. On peut définir la dérivée symbolique par rapport au temps d'un vecteur $\vec{V}$ du système $\mathcal{S}(\partial)$ de composantes A, B, C par la formule

$$\vec{V}' = A'\vec{I} + B'\vec{J} + C'\vec{K},$$

A', B', C' étant les dérivées symboliques scalaires, satisfaisant aux règles (1), des composantes A, B, C par rapport au repère fondamental T_0 fixant les variables indépendantes. On établit alors cette formule

$$\vec{V}' = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{1}{i\hbar}\left(H\vec{V} - \vec{V}H\right),$$

et elle est valable pour tout trièdre commutatif fixe par rapport à T_0. L'opération de dérivation satisfait aux règles suivantes :

$$(\vec{V}_1 + \vec{V}_2)' = \vec{V}'_1 + \vec{V}'_2, \qquad (\vec{V}_1.\vec{V}_2)' = (\vec{V}'_1.\vec{V}_2) + (\vec{V}_1.\vec{V}'_2),$$
$$(\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2)' = (\vec{V}'_1 \wedge \vec{V}_2) + (\vec{V}_1 \wedge \vec{V}'_2).$$

2. Si le vecteur $\vec{V}$ dont on prend la dérivée a ses composantes rapportées à un trièdre en mouvement classique ou quantique par rapport à T_0, auquel cas on doit distinguer les composantes droites et gauches

$$\vec{V} = a_d\vec{i} + b_d\vec{j} + c_d\vec{k} = \vec{i}a_g + \vec{j}b_g + \vec{k}c_g;$$

(²) *Ibid.*, **222**, 1946, pp. 638-640.

(¹) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 992.

on a alors les formules

$$\vec{V}' = a'_d\vec{i} + b'_d\vec{j} + c'_d\vec{k} + a_d\vec{i'} + b_d\vec{j'} + c_d\vec{k'} = \vec{i}a'_g + \vec{j}b'_g + \vec{k}c'_g + \vec{i'}a_g + \vec{j'}b_g + \vec{k'}c_g,$$

$$(\lambda\vec{V})' = \lambda\vec{V}' + \lambda'\vec{V} \qquad (\vec{V} \text{ exprimé par ses composantes droites}),$$

$$(\vec{V}\mu)' = \vec{V}'\mu + \vec{V}\mu' \qquad (\vec{V} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{gauches}),$$

$$(\vec{V}_1 . \vec{V}_2)' = (\overrightarrow{V'_{1rd}} . \vec{V}_2) + (\vec{V}_1 . \overrightarrow{V'_{2rg}}),$$

$$(\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2)' = (\overrightarrow{V'_{1rd}} \wedge \vec{V}_2) + (\vec{V}_1 \wedge \overrightarrow{V'_{2rg}}) + b_{1d}\vec{i'}c_{2g} - c_{1d}\vec{i'}b_{2g} + c_{1d}\vec{j'}a_{2g} - a_{1d}\vec{j'}c_{2g} + a_{1d}\vec{k'}b_{2g} - b_{1d}\vec{k'}a_{2g},$$

à condition de poser

$$\overrightarrow{V'_{1rd}} = a'_{1d}\vec{i} + b'_{1d}\vec{j} + c'_{1d}\vec{k}, \qquad \overrightarrow{V'_{2rg}} = \vec{i}a'_{2g} + \vec{j}b'_{2g} + \vec{k}c'_{2g}.$$

3. Les vecteurs $\vec{i'}$, $\vec{j'}$, $\vec{k'}$ s'expriment immédiatement par leurs composantes relatives à T_0; on peut alors revenir au trièdre T et l'on obtient leurs composantes par rapport à T

$$(2) \qquad \begin{cases} \vec{i'} = (\vec{i'}.\vec{i})\vec{i} + (\vec{i'}.\vec{j})\vec{j} + (\vec{i'}.\vec{k})\vec{k} = \vec{i}(\vec{i}.\vec{i'}) + \vec{j}(\vec{j}.\vec{i'}) + \vec{k}(\vec{k}.\vec{i'}), \\ \vec{j'} = (\vec{j'}.\vec{i})\vec{i} + (\vec{j'}.\vec{j})\vec{j} + (\vec{j'}.\vec{k})\vec{k} = \vec{i}(\vec{i}.\vec{j'}) + \vec{j}(\vec{j}.\vec{j'}) + \vec{k}(\vec{k}.\vec{j'}), \\ \vec{k'} = (\vec{k'}.\vec{i})\vec{i} + (\vec{k'}.\vec{j})\vec{j} + (\vec{k'}.\vec{k})\vec{k} = \vec{i}(\vec{i}.\vec{k'}) + \vec{j}(\vec{j}.\vec{k'}) + \vec{k}(\vec{k}.\vec{k'}). \end{cases}$$

En vertu de l'orthonormalité, on a

$$(\vec{i'}.\vec{i}) + (\vec{i}.\vec{i'}) = 0, \qquad (\vec{i'}.\vec{j}) + (\vec{i}.\vec{j'}) = 0,$$

et les relations que l'on en déduit par permutations circulaires. En général, $\vec{i'}$ et $\vec{j'}$ ne commutent ni avec $\vec{j}$, ni avec $\vec{i}$.

Désignons respectivement par $\vec{u^1}$, $\vec{u^2}$, $\vec{u^3}$ les vecteurs unitaires $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$, les formules (2) peuvent s'écrire

$$\overrightarrow{u'^i} = \omega^i_{dj}\vec{u^j} = \vec{u^j}\omega^i_{gj},$$

en désignant par ω^i_{dj} et ω^i_{gj} les produits scalaires qui figurent dans les formules (2). En vertu de l'orthonormalité

$$\omega^i_{dj} + \omega^j_{gi} = 0.$$

Les ω^i_{dj} et ω^j_{gi} liés par ces relations peuvent être considérés comme les composantes d'une entité à deux indices que nous appellerons *double tenseur rotation du trièdre* T *par rapport à* T_0. Dans le cas où le trièdre T est commutatif, les composantes droites sont égales aux composantes gauches, et l'on a un tenseur antisymétrique qui, par suite, est réductible à un produit vectoriel, mais ceci n'a plus lieu pour un trièdre T non-commutatif : le double

tenseur rotation n'est pas, dans ce cas, antisymétrique; en particulier, les termes diagonaux ne sont pas nuls.

4. L'opération de dérivation symbolique permet de définir les opérateurs vectoriels vitesses en mécanique ondulatoire, en particulier dans le cas des mouvements relatifs. Il en résulte qu'on peut construire une *cinématique opératorielle*, branche autonome de la Mécanique ondulatoire, comme la Cinématique classique est une branche autonome de la Mécanique classique. Ces deux cinématiques sont liées entre elles comme la cinétique opératorielle (2) et la cinétique classique. Le fait que la rotation d'un repère non-commutatif est définie par un tenseur $\overset{\Rightarrow}{\omega}$ (au lieu d'un vecteur, comme en cinématique classique) constitue une différence essentielle entre la théorie quantique et la théorie classique, et explique en partie les difficultés que l'on rencontre pour définir un solide principal en Mécanique ondulatoire.

ASTRONOMIE. — *Calcul de la réfraction horizontale dans une troposphère.* Note (1) de M. **Donatien Cot**, présentée par M. Émile-G. Barrillon.

En désignant par z l'altitude en mètres, je supposerai que la troposphère s'étend de $z=0$ à $z=11\,000$ et que la température y suit la relation $\theta=\theta_0-az$, dans laquelle $\theta_0=15°$ et $a=0,0065$.

Si l'on néglige la variation de la pesanteur avec l'altitude, l'indice de réfraction a pour expression

$$n=1+(n_0-1)(1-bz)^{c-1},$$

n_0 désignant l'indice dans les conditions 15° et 760^{mm}, b le rapport $a/(273+\theta_0)$, soit $0,0065/288$, et c étant égal à $5,255$ (2).

L'intégrale de la réfraction peut s'écrire

$$\mathcal{R}=b(c-1)\int_{\mathrm{C}}^{\circ}\frac{n-1}{n(1-bz)}\operatorname{tang}\mathrm{V}.\,dz \tag{1}$$

et l'on a

$$\sin\mathrm{V}=\frac{n_0 r_0}{nr}\sin\zeta_0,$$

r représentant le rayon vecteur compté du centre de la Terre et ζ_0 la distance zénithale apparente au point d'observation d'altitude O, qui se confond avec V_0.

On peut calculer $\mathcal{R}$ d'après (1) par les procédés de l'intégration numérique.

---

(2) J.-L. Destouches, *Actual. Scient.*, 409, 1936.

(1) Séance du 29 avril 1946.

(2) Les valeurs numériques sont celles adoptées pour l'atmosphère-type du Service technique de l'Aéronautique.

Dans le cas de la réfraction horizontale, la méthode est en défaut, l'angle V atteignant $\pi/2$ pour $z = 0$.

Si l'on prend pour variable le rapport des pressions $p/p_0 = (1 - bz)^c$ et si l'on néglige le rapport $(z/r_0)^2$, qui reste très petit, on obtient pour $\mathcal{R}$ une expression qui a permis de calculer la réfraction horizontale $\mathcal{R}_{90}$ avec une précision convenable entre les valeurs de p/p_0 correspondant à $z = 74,69$ et $z = 11\,000$, les nombres donnés par la méthode des tangentes et celle des trapèzes différant de $2'',14$.

Pour l'intervalle résiduel, j'ai employé un développement en série suivant les puissances impaires de $(bz)^{1/2}$ qui m'a donné $3'3'',12$. Finalement, la réfraction horizontale dans la troposphère serait de $28'44'',95$.

D'autre part l'expression (1), en tenant compte de la relation différentielle qui lie n, r et V, se met sous la forme suivante, en radians :

$$\mathcal{R} = V_1 - V_0 + \sin\zeta_0 \int_{r_0}^{r_1} \frac{1}{r\sqrt{\left(\frac{nr}{n_0 r_0}\right)^2 - \sin^2\zeta_0}}\, dr. \tag{2}$$

Le dénominateur de l'élément différentiel s'écrit

$$(z + r_0)\sqrt{\cos^2\zeta_0 + \alpha bz + \beta(bz)^2 + \gamma(bz)^3 + \delta(bz)^4 + \varepsilon(bz)^5 + \ldots},$$

les coefficients α, β, γ, ... formant une suite assez rapidement décroissante en valeur absolue et $|\varepsilon|$ étant de l'ordre de 5.10^{-5}.

Remplaçant bz par τ, la réfraction horizontale devient

$$\mathcal{R}_{90} = V_1 - V_0 + \int_0^{\tau_1} \frac{1}{(\tau + br_0)\sqrt{\alpha\tau + \beta\tau^2 + \gamma\tau^3 + \delta\tau^4}}\, d\tau. \tag{3}$$

On peut en effet montrer que l'erreur commise en négligeant le terme $\varepsilon\tau^5$ est de l'ordre de $0'',01$.

Posant, selon l'usage, $\tau = 1/y$, puis $y = -(\beta/3\alpha) + (\sqrt[3]{4/\alpha})\,t$, l'intégrale s'écrit

$$I_{90} = -\int_{\infty}^{t_1} \frac{-\frac{\beta}{3\alpha} + \sqrt[3]{\frac{4}{\alpha}}\,t}{\left(1 - br_0\frac{\beta}{3\alpha} + br_0\sqrt[3]{\frac{4}{\alpha}}\,t\right)\sqrt{4t^3 - g_2 t - g_3}}\, dt.$$

Le calcul numérique donne $g_2 = +0,02294516$ et $g_3 = -0,00182057$.

Introduisant les fonctions de Weierstrass en posant

$$t = \wp u \qquad \text{et} \qquad \wp v = \frac{br_0\frac{\beta}{3\alpha} - 1}{br_0\sqrt[3]{\frac{4}{\alpha}}},$$

il vient finalement

$$\mathcal{R}_{90} = V_1 - V_0 - \sqrt[3]{\frac{4}{\alpha}}\,\frac{1}{br_0}\,w - \frac{1}{br_0}\left(\frac{\beta}{3\alpha} - \sqrt[3]{\frac{4}{\alpha}}\,\wp v\right)\frac{1}{\wp' v}\left[\log_e \frac{\sigma(v+w)}{\sigma(v-w)} - 2w\zeta v\right],$$

w satisfaisant à la relation

$$\wp w = \sqrt[3]{\frac{\alpha}{4}}\left(\frac{1}{11\,000\,b} + \frac{\beta}{3\alpha}\right).$$

On trouve ainsi 28′46″,09 pour la réfraction horizontale dans la troposphère.

On peut aussi employer les intégrales de Legendre, mais le calcul est plus long. Faisant $\tau + (\gamma/3\delta) = x$ dans la relation (3), puis $x = (p + qy)/(1 + y)$, on est ramené à une expression qui comprend une première intégrale, que l'on rend calculable par les procédés ordinaires, puis une intégrale elliptique de 1[re] espèce, dont le module est voisin de 1 et, enfin, une intégrale de 3[e] espèce dont le calcul est assez laborieux. J'ai trouvé ainsi $\mathcal{R}_{90} = 28'46'',04$, valeur qui diffère de 0″,05 seulement de celle calculée par la méthode précédente. Il reste entre la moyenne de ces deux dernières valeurs et celle fournie par l'intégration numérique une différence de 1″,11 qui ne saurait, d'après ce qui a été dit plus haut, être attribuée à l'emploi des fonctions elliptiques. L'usage de ces fonctions permettra, d'ailleurs, de calculer la réfraction dans les troposphères supérieures.

ASTROPHYSIQUE. — *L'isotope* C^{13} *du carbone dans les étoiles de classe* R *et* N. Note (1) de M[me] **Alice Daudin** et M. **Charles Fehrenbach**, présentée par M. Frédéric Joliot.

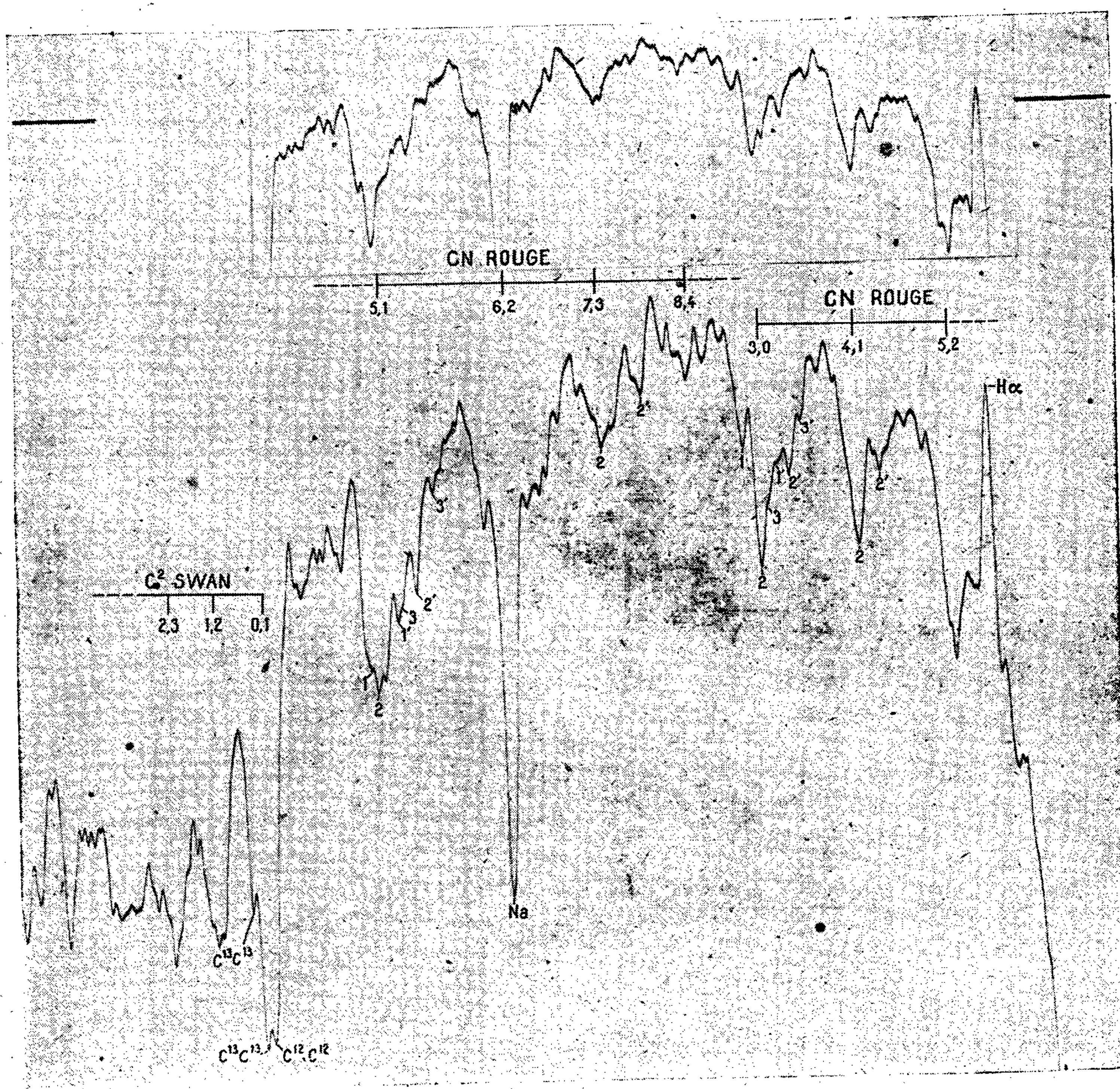
Les étoiles des classes R et N montrent nettement les bandes d'absorption des molécules C^2 (système de Swan) et CN (système rouge). Shajn (2) a mis récemment en évidence l'existence des molécules $C^{12}C^{13}$ et $C^{13}C^{13}$ dans le spectre de Swan. Il a trouvé une très grande abondance de C^{13} dans de nombreuses étoiles (X Cnc, 19 Psc, Y CVn). Ces résultats surprenants ont été mis en doute parce que les mesures photométriques des rapports d'abondance dans des spectres d'émission terrestres donnent des résultats variables avec les conditions expérimentales (ce qui pourrait s'expliquer par l'autoabsorption). En outre la molécule dissymétrique $C^{12}C^{13}$ obéit à d'autres lois d'émission que les molécules symétriques $C^{12}C^{12}$ et $C^{13}C^{13}$.

Dans les bandes du système rouge de la molécule CN (dite de cyanogène) nous avons constaté pour de nombreuses étoiles, à côté du maximum principal dû à $C^{12}N^{14}$, un maximum secondaire dû à $C^{13}N^{14}$.

(1) Séance du 25 mars 1946.

(2) *Observatory*, juin 1942, n° 64, p. 52.

La reproduction ci-dessous montre ce phénomène pour l'étoile V Coronæ Borealis. On constate notamment que la structure compliquée due aux



Étoile V Cr B, le 19 août 1945 en haut, et le 4 juillet 1945 en bas.
(Spectre enregistré avec grossissement 50.)
Les chiffres 1, 2, 3 correspondent aux branches R_2, R_1, Q_1 de l'isotope 12.
Les chiffres 1', 2', 3' correspondent aux branches R_2, R_1, Q_1 de l'isotope 13.

nombreuses branches des bandes de CN se retrouve dans le spectre de la molécule $C^{13}N^{14}$.

Au lieu de mesurer les longueurs d'onde des sommets secondaires et de les confronter avec les valeurs expérimentales, nous avons préféré mesurer les distances $\Delta\nu$ exprimées en cm^{-1} entre les maxima principaux et secondaires (précision meilleure).

On sait que l'effet isotopique de vibration $\Delta\nu$ est lié à la fréquence de vibration ν_v par la relation

$$(1) \qquad \Delta\nu = (\rho - 1)\left\{\nu_v - \left[x'\omega'_e\left(v' + \frac{1}{2}\right)^2 - x''\omega''_e\left(v'' + \frac{1}{2}\right)^2\right]\right\}.$$

Les symboles ont leur signification habituelle, notamment $\rho = \sqrt{M_1/M_2}$, où M_1 et M_2 sont les masses réduites des molécules $C^{12}N^{14}$ et $C^{13}N^{14}$.

L'effet isotopique de rotation est ici négligeable.

Les valeurs expérimentales des quantités $(\rho - 1)$ ont été déterminées pour les molécules $C^{13}N^{14}$, $C^{12}C^{13}$ et $C^{13}C^{13}$ respectivement et sont en bon accord avec les valeurs théoriques :

	$C^{13}N^{14}$.	$C^{12}C^{13}$.	$C^{13}C^{13}$.
$(\rho - 1)_{obs}$..........	$-0,0205$	$-0,0194$	$-0,0369$
$(\rho - 1)_{th}$..........	$-0,0209$	$-0,0194$	$-0,0390$

La mesure des intensités sur nos spectres étalonnés photométriquement n'est pas très facile, car les bandes isotopiques ne sont pas séparées (surtout celles de C^2). Le tableau donne les rapports des nombres d'atomes C^{13} au nombre d'atomes C^{12} déterminés à l'aide de diverses bandes de C^2 et CN.

	C^2.				CN.					
Bande.	(2,0).	(3,1).	(1,0).	(2,1).	(5,1).	(3,0).	(4,1).	(6,1).	(7,3).	Moyenne.
TT Cyg....	0,34	0,41	0,43	–	0,39	–	–	–	–	0,39
V Hya.....	–	–	0,56	–	0,53	–	–	–	0,59	0,56
V Cr B....	–	–	0,46	0,47	0,63	0,65	0,53	–	–	0,55
SD-3° 1685.	0,32	0,51	0,47	–	–	–	–	0,65	–	0,52

La précision est assez bonne. L'accord des valeurs déterminées par C^2 et CN montre que nous avons bien affaire dans cette dernière molécule à l'isotope C^{13} et non N^{15}.

Le spectre de la molécule CN se prête mieux que celui de C^2 à la détermination de l'abondance des isotopes. En effet, la molécule $C^{13}N^{14}$ obéit aux mêmes lois d'émission que $C^{12}N^{14}$ (molécules dissymétriques); la séparation des bandes isotopiques est plus grande; les bandes ne sont pas très intenses, de sorte que la proportionnalité entre les absorptions et les abondances est plus probable que pour C^2.

La présence de C^{13} dans les étoiles des classes R et N paraît donc certaine et l'abondance de cet atome varie d'une étoile à l'autre.

Ceci demande à être expliqué à la lumière des théories modernes (cycle de Bethe, réactions nucléaires).

On soupçonne sur quelques spectres l'existence de l'isotope inconnu C^{14}. Ce résultat demande à être confirmé par de nouveaux spectres.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Les sources d'entropie et les états stationnaires des systèmes polythermes.* Note (1) de MM. I. **Prigorine** et **Jules Géhéniau**.

1. Considérons un système polytherme dont chaque constituant γ possède sa température propre E_γ avec, en général, $T_\gamma \neq T_{\gamma'}$, où $\gamma \neq \gamma'$. Pour simplifier, nous supposons que chaque T est uniforme et que les constituants sont macro-

(1) Séance du 9 juillet 1945.

scopiquement immobiles. Le système est susceptible d'effectuer une réaction chimique.

Les équations d'évolution des diverses grandeurs attachées au système (masse, quatité de mouvement, énergie, entropie etc.) se déduisent, comme l'a montré J. Géhéniau ([2]), de la Mécanique statistique de Th. De Donder ([3]). On obtient ainsi, dans le cas qui nous occupe, l'équation d'évolution de l'entropie

$$(1)\qquad \frac{dS}{dt} - \sum_\gamma \frac{\frac{dQ_\gamma}{dt}}{T_\gamma} = \mathfrak{A}\mathbf{v} + \sum_\gamma \frac{\delta(E_\gamma)}{T_\gamma} \qquad \text{avec } \delta(E_\gamma) = \int E'_\gamma \frac{d_\gamma n^*_\gamma}{dt} d\omega,$$

où S est l'entropie, dQ_γ/dt l'énergie calorifique reçue par γ et par unité de temps, $\mathfrak{A}$ l'affinité réduite, définie par $\mathfrak{A} = -\Sigma\mu_\gamma\nu_\gamma/T_\gamma$; μ_γ est le potentiel chimique de Gibbs, ν_γ le coefficient stœchiométrique. D'autre part E'_γ est l'énergie par particule de γ, $\delta\omega$ l'extension en phase, n^*_γ la fonction de distribution statistique et d_γ/dt une dérivée prise conformément aux équations de la dynamique du modèle du constituant γ. Nous considérons le cas où $\Sigma\delta(E_\gamma) = 0$ (conservation de l'énergie).

Le second membre de (1) donne *les sources d'entropie*. Il contient un terme chimique $\mathfrak{A}\mathbf{v}$ et un terme thermique $\Sigma\delta(E_\gamma)/T_\gamma$; ce dernier s'annule lorsque les T_γ sont égaux entre eux.

2. La vitesse réactionnelle $\mathbf{v}$ étant une fonction d'état, nous la supposerons exprimée à l'aide des $(c+2)$ variables $\mathfrak{A}$, $1/T_\gamma$, p. Cette fonction est nulle lorsque $\mathfrak{A} = 0$ et $T_\gamma \equiv T$, quel que soit γ. Autrement dit, un système Σ_0, tel que $\mathfrak{A} = 0$ et $T_\gamma = T$, quel que soit γ, est dans un état chimique *stationnaire;* en outre, ses sources d'entropie sont nulles.

Considérons un autre système infiniment voisin de Σ_0 de même composition initiale, et qui soit aussi dans un état chimique stationnaire. On aura donc $\mathbf{v} = 0$ et

$$(2)\qquad \delta\mathbf{v} = 0,$$

ou, en explicitant cette variation et en divisant par le coefficient de $\delta\mathfrak{A}$,

$$(3)\qquad \delta\mathfrak{A} + \sum_\gamma \frac{a_\gamma}{T^2}\delta T_\gamma = 0 \qquad \text{avec } \sum a_\gamma = 0.$$

Pour un système idéal à pression constante, (3) s'écrit, en vertu de formules classiques ([4]),

$$(4)\qquad R\,\delta\log\prod n_\gamma^{\nu_\gamma} = \sum \frac{a_\gamma + \nu_\gamma h_\gamma}{T^2}\delta T_\gamma,$$

([2]) *Acad. Roy. Belg.*, Cl. des Sc., **28**, 1942, p. 283; **29**, 1943, p. 31.

([3]) *Théorie nouvelle de la Mécanique statistique*, Paris, 1938.

([4]) Cf. TH. DE DONDER, *L'Affinité*, rédaction nouvelle par PIERRE VAN RYSSELBERGHE, Paris, 1936.

où $\prod$ indique un produit étendu à tous les constituants, où R est la constante des gaz parfaits, N_γ le titre du constituant γ, h_γ l'enthalpie spécifique molaire du constituant γ. Cette formule donne l'influence de la polythermie sur la composition du système dans un état chimique stationnaire.

3. *Applications*. — *a*. Dans *le cas du plasma* (⁵) (gaz ionisé dans lampe à arc par exemple), il y a trois constituants : des molécules neutres $M(\gamma=1)$, des ions positifs $I(\gamma=2)$ et des électrons $\varepsilon(\gamma=3)$. Le système est susceptible d'effectuer la réaction d'ionisation $M \rightleftarrows I+\varepsilon$. La formule (4) nous donne ici, lorsque $\delta T_1=\delta T_2=0$,

$$R\,\delta\log\frac{N_1N_2}{N_3}=\frac{C}{T^2}\,\delta T^3, \tag{5}$$

où $C=a_3+h_3$ est l'analogue de *la chaleur de transfert* introduite par Eastmann (⁶) et Wagner (⁷).

b. La même méthode s'applique au calcul de la température osmotique.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur l'interprétation physique de la Mécanique ondulatoire*. Note de Mme **Paulette Destouches-Février** et M. **Jean-Louis Destouches**.

De nombreux auteurs, notamment Eddington et Jeans, ont insisté sur un *mystère des quanta*. Les caractères surprenants présentés par les phénomènes quantifiés et par les théories quantiques édifiées pour les décrire et les prévoir devaient facilement conduire des théoriciens classiques à une telle attitude. Ces caractères sont les suivants : 1° il y a discontinuité dans les échanges d'énergie entre matière et rayonnement; 2° une constante nouvelle h règle ces discontinuités; 3° seules certaines valeurs dites *quantifiées* peuvent être trouvées comme résultat d'une mesure d'une grandeur physique; 4° à chaque grandeur physique est associé un opérateur; 5° les phénomènes physiques apparaissent tantôt sous un aspect corpusculaire et tantôt sous un aspect ondulatoire (complémentarité de Bohr); 6° il y a indéterminisme essentiel; 7° le calcul des prévisions est régi par le principe de décomposition spectrale. Ces caractères cessent de paraître surprenants si on les envisage comme des conséquences des principes suivants :

Les concepts de *système physique* et de *mesure* étant introduits ainsi que la notion de temps, nous admettrons :

P. 1. *Une théorie physique a pour but principal de permettre de calculer des prévisions concernant des mesures ultérieures à partir du résultat de mesures initiales.*

(⁵) Cf. Rompe et Steenbeck, *Ergebn. der ex. Naturwissensch.*, 18, 1939.
(⁶) *Journ. Am. Chem. Soc.*, 48, 1926, p. 1482; 50, 1928, pp. 283 et 292.
(⁷) *Ann. der Physik*, 3, 1929, p. 629; 6, 1930, p. 370.

A partir de ce principe, on montre qu'on peut introduire des éléments abstraits dits *éléments initiaux* et *éléments de prévision*; ceux-ci ont une partie des propriétés des fonctions d'ondes ([1]). On est alors conduit à associer un opérateur à chaque grandeur physique (dans cette association il n'y a aucune hypothèse physique, mais seulement utilisation d'un procédé formel). Pour que les éléments de prévision deviennent des fonctions d'ondes, il faut encore admettre le principe de décomposition spectrale ([2]). Or, comme l'un de nous l'a montré ([3]), ce principe est une conséquence de l'hypothèse de subjectivité :

P. 2. PRINCIPE DE SUBJECTIVITÉ. — *Les résultats de mesures ne peuvent être considérés comme des propriétés intrinsèques des systèmes observés* (ou, ce qui est équivalent, *il n'existe pas de grandeur d'état*).

A ces deux principes il faut encore adjoindre des principes d'évolution ([1]), à savoir :

P. 3. PRINCIPE D'HOMOMORPHISME. — *A un certain homomorphisme près* (que nous ne préciserons pas ici) *l'évolution d'un système entre les instants t et $t+dt$ peut être compensée par une rotation spatiale des axes du repère de l'observateur considéré.*

Ce principe peut être énoncé sous d'autres formes; il a pour effet d'introduire une équation différentielle d'évolution.

Les concepts de *signal* et d'*orientation* étant introduits et l'espace physique (ou l'espace-temps) construit, nous admettrons :

P. 4. PRINCIPE DE RELATIVITÉ. — *Les lois physiques ont même forme pour tous les observateurs galiléens.*

P. 5. PRINCIPE DE L'INERTIE. — *Tout mouvement d'un système indépendant constitué d'un seul corpuscule satisfait à ces conditions : 1° l'opérateur d'évolution $\mathfrak{U}$ est inchangé par un changement d'origine des temps où une translation fixe des axes; 2° l'opérateur $\mathfrak{U}$ est linéaire; 3° il ne dépend du repère $\mathfrak{r}$ auquel on rapporte les prévisions que par l'intermédiaire des variables spatiales et des opérateurs de dérivation par rapport à ces variables sans en dépendre d'aucune autre façon; 4° les opérateurs associés à des transformations infinitésimales du repère et qui transforment les éléments de prévision sont indépendants des variables spatiales.*

Ces principes suffisent pour développer la Mécanique ondulatoire (relativiste ou non suivant les principes admis pour les signaux). La constante de Planck est introduite comme constante laissant arbitraire le choix de l'unité de spin et, en vertu du principe d'homomorphisme, apparaît comme une constante laissant arbitraire le choix de l'unité d'énergie une fois l'unité de temps fixée (de même que la constante c permet de laisser arbitraire le choix de l'unité de longueur quand l'unité de temps est fixée). Les opérateurs de dérivation sont introduits comme opérateurs quantité de mouvement par le principe de rela-

([1]) JEAN-LOUIS DESTOUCHES, *Corpuscules et systèmes de corpuscules*, Paris, 1941, t. I; *Principes fondamentaux de Physique théorique*, Paris, 1942, t. II, pp. 505-564.

([2]) JEAN-LOUIS DESTOUCHES, *Comptes rendus*, 215, 1942, p. 523.

([3]) PAULETTE DESTOUCHES-FÉVRIER, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 866.

tivité. La décomposition spectrale, conséquence de la subjectivité, entraîne la quantification et fait intervenir l'espace de Hilbert. La complémentarité en résulte.

Ainsi tous les caractères des théories quantiques résultent des principes précédents. Or, à part le second principe (subjectivité), ces principes sont communs à toutes les théories physiques. Si l'on admet à la place de P. 2 un principe d'objectivité (existence d'une grandeur d'état), on obtient les théories classiques; si l'on admet au contraire le principe de subjectivité, on obtient les théories quantiques. C'est donc bien à ce principe qu'il faut attribuer tous les caractères présentés par ces théories. Ainsi disparaît le mystère des quanta : les quanta ont leur origine dans la non-existence d'un monde physique extérieur totalement objectif, indépendant de la façon dont on expérimente sur lui. Il y a eu déplacement de l'objectivité. Les résultats de mesures sont des propriétés du complexe appareil-système, sans qu'on puisse dire quelle est la part du système dans le résultat. Ceci suffit à entraîner la quantification et tous les autres caractères des théories quantiques.

MAGNÉTOCHIMIE. — *Incréments de structure de l'oxygène combiné.* Note [1] de Mme **Nicole Pacault**, transmise par M. Paul Pascal.

Le comportement magnétique de l'oxygène dans les combinaisons organiques est différent de celui des autres atomes. Alors que ces derniers ont une seule susceptibilité atomique (ou au plus deux), l'oxygène se voit attribuer des coefficients variables suivant le mode de liaison qui l'enchaîne. D'autre part, comme *atome-clé*, il modifie le diamagnétisme total de la molécule en perturbant la distribution électronique des carbones voisins. C'est ce que, bien avant l'introduction des effets F et A, la systématique de Pascal a mis en évidence en introduisant les incréments de structure dus à l'oxygène combiné [2].

Pour confirmer expérimentalement l'importance de ces règles, nous avons choisi des composés organiques riches en fonctions oxygénées et dont le squelette est peu important, afin que l'effet soit très nettement appréciable. Les mesures magnétiques ont été effectuées avec la balance décrite par Pascal [3] et modifiée par A. Pacault [3]. Elles sont rapportées à l'eau ($K_S = -0{,}72.10^{-6}$). Les corps étudiés ont été très soigneusement purifiés, à l'abri des poussières, pour que les mesures ne soient pas faussées, soit par un apport paramagnétique, voire ferromagnétique, soit par un séchage insuffisant, le corps pouvant garder après cristallisation des quantités de solvant suffisantes pour que la mesure n'ait plus de sens [voir, à ce sujet, A. Pacault [3]].

Les calculs magnétochimiques ont été faits avec la systématique de Pascal. Dans la 5e colonne du tableau, on a donné le détail des incréments de structure. Le choix de composés à petit squelette permet de montrer l'importance de ces

(1) Séance du 15 avril 1946.
(2) Pascal, *Ann. Chim. Phys.*, 19, 1910, p. 5; 25, 1912, p. 289; 29, 1913, p. 219.
(3) A. Pacault, *Thèse*, Paris (sous presse).

derniers et leur nécessité (10 % dans l'acide gallique) dont on aurait pu parfois douter lorsque ce phénomène affecte une grosse molécule contenant un seul incrément dû à l'oxygène combiné. Les différences sont ici très largement supérieures aux erreurs d'expérience, elles-mêmes inférieures à 2 %.

On remarquera que les groupes méthoxylés (asarone) rentrent dans le cadre général et qu'il faut tenir compte du $\lambda(OCH_3) = +0{,}5.10^{-6}$ signalé par Pascal. On vérifiera enfin, sur le diéthylstilbœstrol, que la symétrie moléculaire détruit les effets de l'oxygène, comme Pascal l'avait déjà montré.

	$+K.10^6$ observé.	Contribution magnétique des atomes.	Incréments de structure.	$+K.10^6$ calculé.
$O{=}C{<}^{NH_2}_{CO_2C_2H_5}$ Oxamate d'éthyle.	$-62{,}0$	$-62{,}76$	$\lambda = 0$	$-62{,}76$
Méthylcyclohexanone-carboxylate d'éthyle. (H_2, CH_3, $CO_2C_2H_5$, O)	$-112{,}1$	$-113{,}1$	(cyclohexane) $= +3{,}0$ $\lambda_4^\alpha = -1{,}55$ $+1{,}45$	$-111{,}65$
Asarone. ($CH{=}CH_3{-}CH$, OCH_3, H, OCH_3, H, OCH_3)	$-131{,}4$	$-132{,}66$	$1(=) + 5{,}55$ $6C_1 = -1{,}44$ $3\lambda_3^\alpha = -3{,}90$ $3(OCH_3) = +1{,}50$ $+1{,}71$	$-130{,}95$
Acide gallique. (OH, H, OH, CO_2H, OH, H)	$-90{,}0$	$-81{,}33$	$6C_1 = -1{,}44$ $3\lambda_3^\alpha = -3{,}90$ $1\lambda_4^\alpha = -1{,}55$ $-6{,}89$	$-88{,}22$
Arbutoside. (H, H, H, OH, H; O α, CH_2 β, CH γ, $(CHOH)_3$ δ, ε, ξ, $CHOH$ η)	$-158{,}0$	$-151{,}08$	$6C_1 = -1{,}44$ $2\lambda_3^\alpha = -2{,}60$ $1\lambda_3^\delta = -1{,}30$ $1\lambda_3^\varepsilon = -1{,}30$ $1\lambda_3^\xi = -0{,}75$ $1\lambda_3^\eta = 0$ $-7{,}39$	$-158{,}47$

	$+K.10^6$ observé.	Contribution magnétique des atomes.	Incréments de structure.	$+K.10^6$ calculé.
Acide camphorique.	$-129,8$ (Pascal) $-129,0$ (Mme Pacault)	$-122,78$	$\lambda_4^{\alpha}=-1,55$ $\lambda_4^{\beta}=-0,50$ $\lambda_3^{\gamma}=-1,30$ $\lambda_3^{\alpha'}=-1,30$ $\lambda_4^{\beta'}=-0,50$ $\lambda_4^{\gamma'}=-1,55$ $-6,70$	$-129,48$
Bornéol.	$-126,0$	$-117,34$	$\lambda_3^{\alpha}=-1,30$ $\lambda_4^{\beta}=-0,50$ $\lambda_4^{\gamma}=-1,55$ $\lambda_3^{\delta}=-1,30$ $\lambda_3^{\gamma'}=-1,30$ $\lambda_4^{\delta'}=-1,55$ $\lambda_4^{\varepsilon'}=-1,55$ $-9,05$	$-126,39$
Diéthylstilboestrol.	$-172,0$	$-175,8$	$12C_1=-2,88$ $1(=)=+5,55$ λ (symétrie) $=0$ $+2,67$	$-173,13$

SPECTROSCOPIE. — *Spectrographe sans fente.*
Note de M. **Raymond Ricard**, présentée par M. Aimé Cotton.

L'emploi d'une fente d'entrée dans les spectrographes entraîne un certain nombre de difficultés pratiques.

La source lumineuse et la lentille auxiliaire qui en forme l'image sur la fente doivent être alignées exactement sur l'axe optique du collimateur; l'éclairement de la lentille collimatrice varie très rapidement lorsqu'on écarte la source de cet axe optique; or il est difficile de conserver un alignement rigoureux lorsqu'on substitue une source à une autre; il en résulte un décalage des deux spectres qui est une cause d'erreurs en photométrie photographique.

Le champ angulaire du spectrographe à fente est très réduit et il est pratiquement impossible de photographier le spectre d'une source lumineuse mobile ou d'une source lumineuse dont la position n'est pas exactement repérée d'avance (éclairs par exemple).

Enfin on observe le spectre de la seule partie de la source lumineuse dont l'image se forme sur la fente elle-même, ce qui peut être un avantage ou un inconvénient suivant le but à atteindre.

Il est possible de supprimer la fente sans nuire à la qualité du spectre observé; il suffit en effet d'utiliser en place de la fente la focale virtuelle brillante d'un cylindre poli formant miroir cylindrique convexe. Le cylindre, de très petit

diamètre (1 à 2^{mm}), occupe à peu près la position de la fente; la source doit être placée dans une direction qui forme avec l'axe du collimateur un angle φ compris entre 60° et 120°; la distance source-cylindre peut varier, mais il est préférable que la source soit assez éloignée. Le champ angulaire est donc très grand, 60° environ.

Au cours des premières observations, on a utilisé comme cylindre réflecteur une aiguille d'acier ($d = 1^{mm}$); la source lumineuse était une lampe à sodium ou un arc au fer, employées l'une et l'autre sans diaphragme ni fente. Le spectre observé est très net pour toutes les positions des deux sources, le déplacement de la focale qui remplace la fente d'entrée étant assez faible pour qu'il ne soit pas nécessaire de changer la mise au point. Ce dispositif est avantageux pour l'analyse spectrale, car on observe ainsi le spectre de *toute* la source lumineuse; les petits déplacements de celle-ci (étincelles) ne produisant qu'une variation du second ordre de l'éclairement du prisme, les comparaisons d'intensité seront plus précises. Le pouvoir réflecteur du métal n'intervient pas dans les calculs puisqu'on opère toujours par comparaison entre un mélange étalon et le mélange à étudier.

Enfin l'emploi d'un cylindre recouvert d'aluminium doit permettre la photographie d'un spectre ultraviolet, en raison du pouvoir réflecteur élevé de ce métal. Ce dispositif sera utilisé pour photographier des spectres d'éclairs.

Nota. — Cette Note était rédigée lorsque nous avons eu connaissance d'un article de C. M. King (¹) qui décrit un dispositif de même principe, mais utilisant la focale d'une lentille cylindrique divergente de très court foyer. Le cylindre que nous utilisons présente sur la lentille l'avantage d'être achromatique.

SPECTROSCOPIE. — *Application des spectres d'absorption dans le proche infrarouge* (0,9 *à* $2^{\mu},7$), *en lumière naturelle ou polarisée, à l'étude de l'eau contenue dans divers cristaux.* Note (¹) de Mlle **Jeannine Louisfert**, présentée par M. Aimé Cotton.

Jusqu'à présent on a très peu étudié les spectres d'absorption dans le proche infrarouge en lumière polarisée et, particulièrement en ce qui concerne les minéraux, on trouve surtout des travaux anciens (²). Au moyen d'un spectromètre à miroirs, non enregistreur, à prisme de flint, avec un Foucault servant de polariseur, j'ai mesuré, entre 0,9 et $2^{\mu},7$ environ, les spectres d'absorption

(¹) *Journ. Optical Soc. America*, 6, 1946, p. 164.

(¹) Séance du 29 avril 1946.

(²) J. Kœnisberger, *Ann. de Phys.*, 61, 1897, pp. 687-704; F. Merrit, *ibid.*, 55, 1895, pp. 49-64; *Phys. Rev.*, 2, 1895, pp. 424-441; E. Carvallo, *Comptes rendus*, 120, 1895, pp. 415-416; *Ann. Chim. Phys.*, 7e série, 4, 1895, pp. 58-94, et E. Goens, *Zeits. f. Phys.*, 5, 1921, pp. 12-28.

des minéraux suivants : série de sulfates (gypse, SO_4Cd, $8/3H_2O$, SO_4Zn, $7H_2O$, SO_4Cu, $5H_2O$); série de silicates : zéolites (heulandite, apophyllite, analcime, mésotype), topaze, béryl, mica. La plupart de ces minéraux n'avaient pas encore été étudiés en lumière polarisée dans notre région. Parallèlement nous avons contrôlé les résultats au moyen d'un spectromètre enregistreur à réseau, mais sans dispositif de polarisation. Les cristaux sont étudiés en lamelles très minces (une petite fraction de millimètre), convenablement orientées par rapport aux axes cristallographiques.

Dans l'intervalle spectral étudié, nous avons mesuré, pour chacun des cristaux, en moyenne une dizaine de bandes d'absorption. Leur intensité varie dans des proportions importantes, suivant l'orientation des axes cristallographiques par rapport au plan de polarisation; d'autre part, quoique faibles dans l'ensemble, les modifications relatives aux positions des maxima restent néanmoins un peu supérieures à l'ordre des erreurs expérimentales.

Nous avons essayé d'interpréter les bandes d'absortion mesurées, pour étudier la manière dont l'eau était liée dans nos minéraux, en utilisant une méthode préconisée par d'autres auteurs [3]. Rappelons que, pour l'eau à l'état de vapeur, les vibrations fondamentales se placent vers $2^{\mu},74$ (ν_1), $2^{\mu},66$ (ν_3) et $6^{\mu},26$ (ν_2). Au contraire, pour l'eau liquide, ces nombres deviennent : $2^{\mu},70$ (ν_1), $2^{\mu},79$ (ν_3) et $6^{\mu},10$ (ν_2), avec une forte bande supplémentaire à $19^{\mu},5$ (ν_R), que l'on attribue à une rotation de la molécule. Les mêmes variations se retrouvent vers le proche infrarouge dans la position des bandes d'absorption que l'on interprète comme des harmoniques ou des combinaisons des vibrations fondamentales précédentes. Particulièrement intéressantes à ce point de vue se présentent les bandes $2\nu_1$ ou $2\nu_3$ ou $\nu_1+\nu_3$ à $1^{\mu},38$ pour l'eau vapeur, qui varient depuis cette position jusque vers $1^{\mu},55$ pour l'eau liquide, d'une part et $\nu_2+\nu_1$ ou $\nu_2+\nu_3$ à $1^{\mu},87$ dans le premier cas et qui vont jusqu'à 1,58 et $1^{\mu},95$ dans le deuxième cas, d'autre part. Inversement on peut ainsi, d'après la position mesurée pour les bandes, situées dans le proche infrarouge et attribuables à la présence de l'eau, déterminer la manière dont celle-ci est liée dans la molécule.

Ainsi l'eau apparaît peu liée dans la topaze ($1^{\mu},41$), le béryl ($1^{\mu},40$), la muscovite ($1^{\mu},40$); un peu plus liée dans l'analcime ($1^{\mu},42$), la heulandite ($1^{\mu},44$), la mésotype ($1^{\mu},44$), l'apophyllite ($1^{\mu},44$); très liée dans les sulfates de cadmium ($1^{\mu},47$), de zinc ($1^{\mu},48$) et de cuivre ($1^{\mu},46$). A côté de ces bandes très fortes, plusieurs des minéraux donnent lieu à des maxima plus faibles; muscovite (plusieurs bandes entre 1,44 et $1^{\mu},58$), l'apophyllite ($1^{\mu},55$), heulandite ($1^{\mu},53$), mésotype ($1^{\mu},57$), sulfate de cuivre (1,37 à $1^{\mu},41$), sulfate de cadmium ($1^{\mu},40$). Ces résultats s'interprètent en admettant qu'il

---

[3] J. W. ELLIS et J. BATH, *J. Chem. Phys.*, **6**, 1938, pp. 221-222; **7**, 1939, pp. 862-868; *Phys. Rev.*, **55**, 1939, pp. 1098-1099; **56**, 1939, p. 859; W. LYON et E. L. KINSEY, *Phys. Rev.*, **61**, 1942, pp. 482-489.

s'agit, pour les silicates, d'eau plus liée et, pour les sulfates, d'eau moins liée que précédemment. Le cas du gypse se présente comme un peu plus compliqué, parce que, comme l'avait déjà remarqué Ellis ([4]), les maxima apparaissent comme doubles. A notre avis, suivant les précédents de J. Cabannes et R. Aynard ([5]), il faut considérer non pas les molécules isolées, mais l'ensemble de 4 molécules contenues dans la maille cristalline.

En dehors des maxima d'absorption précédents, attribuables à la présence d'eau sous ses différentes formes, d'autres bandes que nous avons mesurées s'interprètent, suivant les indications déjà données pour certains minéraux par F. Matossi et O. Bronder ([6]), comme des combinaisons des vibrations de l'eau et de celles des radicaux silicate et sulfate. Il en est probablement ainsi pour les bandes des sulfates vers $1^{\mu},65$, vers 2,10 et $2^{\mu},21$; pour celles des silicates vers 2,06, 2,10, $2^{\mu},30$ (topaze); $2^{\mu},10$ (apophyllite); 2,10, $2^{\mu},22$ (heulandite); $2^{\mu},21$ (mésotype); 1,65, 2,16, $2^{\mu},32$ (muscovite).

SPECTROSCOPIE. — *Spectre continu de recombinaison de la molécule neutre d'oxygène.* Note ([1]) de Mme **Renée Herman** et M. **Louis Herman**, présentée par M. Jean Cabannes.

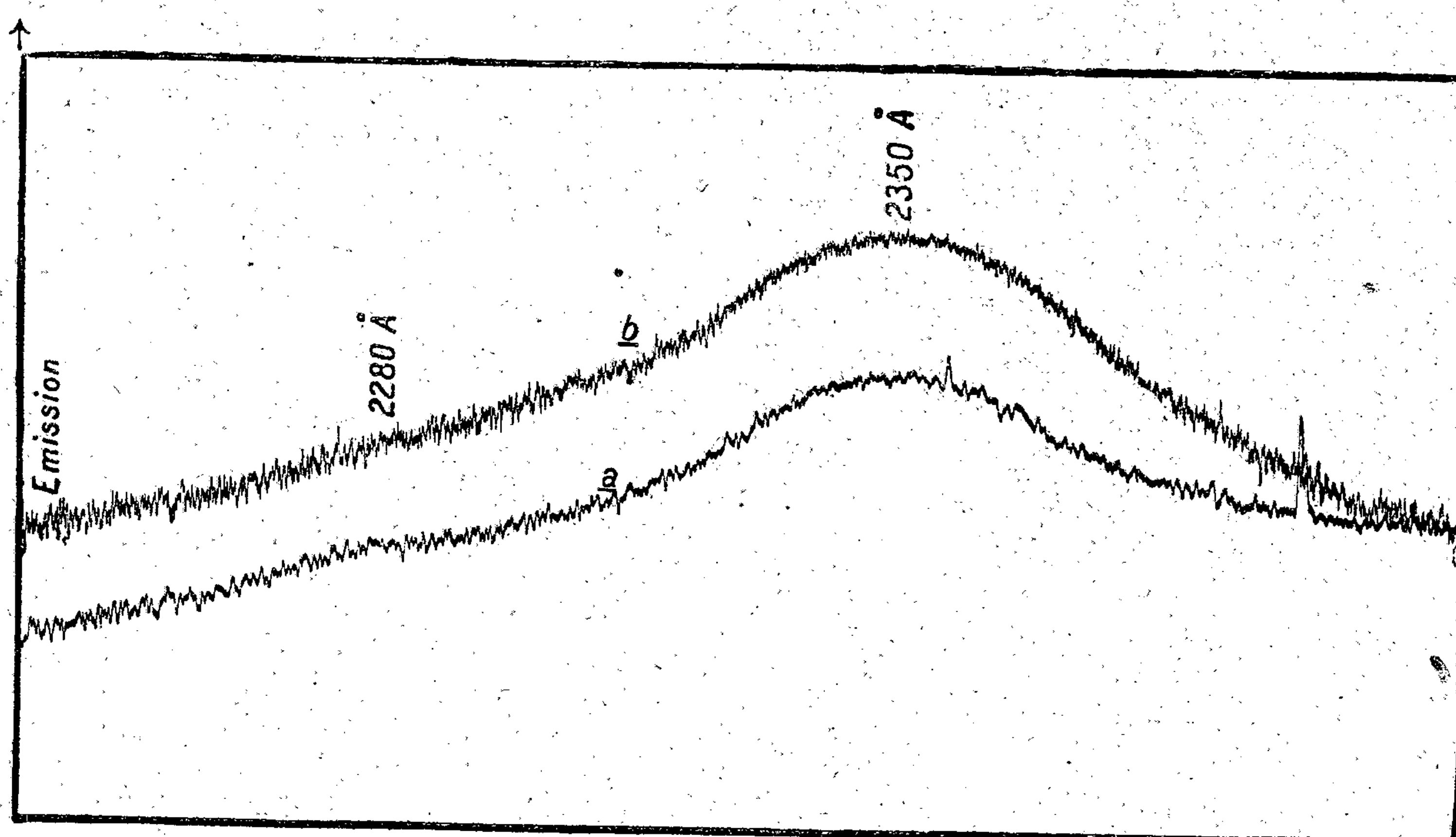
On sait que le spectre de la molécule neutre d'oxygène se compose surtout de bandes d'absorption, qui sont à l'origine de la dissociation photochimique en atomes neutres et excités. La recombinaison des atomes libres conduit à la formation d'états moléculaires excités instables et à l'émission, non pas de spectres de bandes, mais de spectres continus non quantifiés.

L'objet de la présente Note est de signaler, à titre d'exemple, une nouvelle transition conduisant à un tel spectre continu. Ce spectre a été obtenu par décharge électrique dans une atmosphère de xénon contenant un peu d'oxygène. Dans les conditions expérimentales précédemment décrites ([2]), on observe, dans l'ultraviolet proche, en dehors de raies de OI, un spectre continu relativement intense qui s'étend vers les courtes longueurs d'onde, à partir de 2430 Å. L'appareil dont nous disposons ne nous a pas permis de déterminer la limite de ce spectre continu vers les courtes longueurs d'onde. De toute façon il s'étend au delà de 2200 Å. Cette bande semble complexe, comme le montre l'enregistrement *a* de la figure : on a deux maxima d'intensité situés respectivement vers 2350 Å et 2280 Å environ. La position réelle de ce dernier maximum est incertaine par suite de sa superposition à la bande 2350 Å.

([4]) *Phys. Rev.*, 38, 1931, pp. 693-698.
([5]) *Journ. de Phys.*, 8e série, 3, 1942, pp. 137-145.
([6]) *Zeits. f. Phys.*, 111, 1938, pp. 1-17.

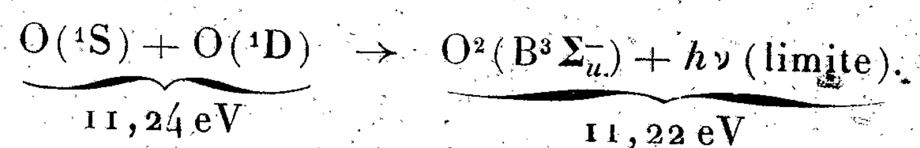
([1]) Séance du 29 avril 1946.
([2]) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 492.

Ce spectre est assez nettement délimité du côté des grandes longueurs d'onde, vers 2430 Å.



En même temps que ce spectre, on observe une émission intense du spectre continu du xénon. Toutefois, lorsque la densité de courant diminue, le spectre continu de l'oxygène augmente d'intensité relative. La figure ci-dessus reproduit l'enregistrement de deux spectres d'intensités différentes obtenus dans ces conditions (sur l'enregistrement *b*, correspondant au spectre le plus intense, les maxima ne sont pas séparés). L'augmentation d'intensité relative du spectre continu de l'oxygène, lorsque la densité de courant décroît, montre que l'excitation est due à des chocs de *seconde espèce* et que ce spectre apparaît probablement en phosphorescence.

L'existence d'une limite du côté des grandes longueurs d'onde semble indiquer une transition entre un état supérieur instable et un état inférieur stable. Le processus le plus probable serait



$$\underbrace{O(^1S) + O(^1D)}_{11,24\,\text{eV}} \rightarrow \underbrace{O^2(B^3\Sigma_u^-) + h\nu\,(\text{limite})}_{11,22\,\text{eV}}.$$

Cette interprétation trouve une confirmation dans le spectre d'absorption observé dans l'ultraviolet extrême : Price et Collins ont en effet trouvé une faible absorption, limitée vers 1105 Å du côté des grandes longueurs d'onde ([3]). Si l'on admet que l'absorption s'effectue à partir de l'état fondamental $X(^3\Sigma_g^-, v = 0)$, cette limite coïncide bien avec l'énergie de $O(^1S) + O(^1D)$. Ainsi les atomes métastables ^1S et ^1D pourraient être formés en nombre égal par la dissociation photochimique résultant de l'absorption dans l'ultraviolet extrême; la recombinaison de ces atomes pourrait conduire alors à l'émission

(3) W. C. Price et G. Collins, *Physical Review*, 48, 1935, p. 714.

du spectre continu, limité vers 2430 Å avec passage au niveau $B^3\Sigma_u^-$. Cette interprétation a l'avantage d'expliquer à la fois l'origine du spectre continu d'absorption et du spectre continu d'émission.

Suivant ce processus, on aurait alors trois transitions entre trois états différents, ce qui entraîne, comme on le sait, la violation de la règle des symétries $(g-u)$ pour l'une de ces trois transitions. De plus, il y aurait deux transitions d'intercombinaison, les états moléculaires formés à partir des atomes ^1S et ^1D étant simples, tandis que les états B et X sont triples. Ce fait semble en accord avec la faible absorption limitée à 1105 Å, pour laquelle nous n'avons pas de mesures quantitatives, mais qui semble, d'après les données de Price et Collins, être plus de 1000 fois plus faible que les bandes d'absorption de Hopfield situées au-dessous de 1000 Å.

On pourrait également penser à une recombinaison de deux atomes $O(^3P)$, avec formation de l'état $X^3\Sigma_g^-$ et émission d'un spectre continu avec la même limite du côté des grandes longueurs d'onde. La possibilité de cette double interprétation vient de ce que la différence entre les énergies des états $(^1S+{}^1D)$ et $B^3\Sigma_u^-$ est très sensiblement égale à l'énergie de dissociation de l'état fondamental X. Il n'est pas certain, d'ailleurs, que les deux processus n'interviennent pas simultanément.

OPTIQUE. — *Régimes transitoires dans les résonateurs couplés.* Note de M. Pierre Marié.

La présente Note fait suite à notre Communication précédente (1) à laquelle on se reportera pour les notations et les équations de (1) à (12).

Dans le cas particulier où le nombre n des obstacles intermédiaires se réduit à l'unité, le système étudié se présente comme un ensemble de deux semi-réflecteurs non dissipatifs schématisés par des plans P_1 et P_2 placés en M_1 et M_2 symétriquement par rapport à P et dont les coefficients de réflexion et transmission communs sont τ' et ρ'. Considérons alors un train d'onde de durée $\chi/2$, χ étant le temps que met l'onde pour se propager de M_1 en M_2.

Désignons respectivement par $t_{j,m}$ et $r_{j,m}$ les intensités complexes des ondes qui se propagent dans un sens ou dans l'autre, avec $j=1$, 0, 2, ou 3 selon que nous considérerons ces quantités au voisinage immédiat de P_1 du côté de P ou de l'autre, ou au voisinage immédiat de P_2 du côté de P ou de l'autre; l'indice m est relatif au temps t auquel nous considérons l'intensité, par définition m est le nombre entier tel que $m\chi \leqq t < (m+1)\chi$.

Remarquons que $r_{2,m+1}$, par exemple, est constitué par la somme de la partie de $t_{1,m}$ qui a franchi P et a été réfléchie par P_2 et de la partie de $r_{2,m}$ qui a été

(1) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1039.

réfléchie successivement par P et P_2, ce qui s'écrit

$$r_{2,m+1} = \cos u' e^{iv'} . i \sin u e^{i(v+2\theta)} t_{1,m} + \cos u' e^{iv'} . \cos u e^{i(v+2\theta)} r_{2,m}.$$

C'est une relation de récurrence qui, associée à l'équation analogue en $t_{1,m+1}$, et compte tenu des conditions initiales

$$t_{1,0} = 1 \qquad t_{0,0} = r_{0,0} = r_{1,0} = t_{2,0} = r_{2,0} = t_{3,0} = r_{3,0},$$

conduit à

$$r_{2,m+1} = e^{iw} \text{ partie réelle de } [\cos u' e^{iu}]^m, \qquad \text{avec } w = 2\theta + v + v',$$

ou, en écrivant les intensités effectives et non plus les intensités complexes, et en appelant ω la pulsation du train d'onde et u_0 la plus petite racine de l'équation $\sin u_0 = |\sin u|$, il vient

$$r_{2,m} = -|\cos u'|^m \cos m u_0 \sin \omega t = -\frac{1}{2} |\cos u'|^m [\sin(\omega t + m u_0) + \sin(\omega t - m u_0)],$$

$$t_{1,m} = |\cos u'|^m \sin m u_0 \cos \omega t = \frac{1}{2} |\cos u'|^m [\sin(\omega t + m u_0) - \sin(\omega t - m u_0)],$$

équations qui montrent que l'énergie passe d'une cavité à l'autre, en décroissant exponentiellement.

Pour avoir les équations classiques des circuits couplés, que l'on doit retrouver puisqu'il y a identité en régime permanent,

$$r_{2,m} = e^{-\frac{\omega t}{2S}} \cos \frac{k}{2} \omega t \sin \omega t = \frac{1}{2} e^{-\frac{\omega t}{2S}} \left[\sin\left(1 + \frac{k}{2}\right) \omega t + \sin\left(1 - \frac{k}{2}\right) \omega t \right],$$

il faut remplacer m par la variable continue t/χ, tenir compte de l'équation (9), remarquer que l'équation (10) est équivalente à $|\cos u'| = e^{-\frac{k\pi\gamma}{2S}}$ lorsque $|\cos u'|$ est voisin de l'unité, et considérer que $\chi\omega = k\pi\gamma$. Cette dernière condition permet de calculer la vitesse $\mathbf{v}$ du front d'onde. En effet, si V est la vitesse de phase, $\omega = 2\pi V/\lambda$ et $\chi = l/\mathbf{v} = K\lambda/2V$; donc $\chi\omega = K\pi V/\mathbf{v}$; d'autre part γ a été défini par l'équation

$$\frac{dF}{F} = -\frac{1}{\gamma} \frac{d\lambda}{\lambda} \qquad \text{donc } \gamma = -\frac{F}{\lambda} \frac{\partial\lambda}{\partial F} = V \frac{\partial \frac{1}{\lambda}}{\partial F},$$

d'où l'équation bien connue (²)

$$\frac{1}{\mathbf{v}} = \frac{\partial \frac{1}{\lambda}}{\partial F}.$$

Ayant étudié l'évolution d'un signal bref, il est aisé d'étudier la transmission d'un signal ayant pour intensité la fonction unité, qui n'est autre qu'une suite

(²) Louis de Broglie, *Problème de propagation guidée des ondes électromagnétiques*, Paris, 1941, p. 41.

ininterrompue de signaux brefs qui se raccordent. Pour cela, il faut que la fréquence moyenne soit celle d'un résonateur qui correspond à

$$\varpi = \varphi + \varphi' + 2\theta = K\pi.$$

Dans ces conditions, si $t_{0,m} = 1$ pour $m > 0$ et $t_{0,m} = 0$ pour $m < 0$,

$$t_{3,m} = \frac{\sin^2 u'}{\cos u'} e^{iu'} \text{ partie imaginaire de } \sum_{j=0}^{j=m} [\cos u' \, e^{iu}]^{j-1}.$$

Si, en sus des hypothèses déjà formulées, nous considérons $|\sin u|$ et $1 - |\cos u'|$ comme des infiniment petits de même ordre, et négligeons les termes d'ordre supérieur, nous serons conduits à l'expression de l'intensité transmise

$$t_{3,m} = e^{iu'} \frac{2kS}{1 + (kS)^2} \left[1 - e^{-\frac{\omega t}{2S}} \left(\frac{\sin \frac{k}{2} \omega t}{kS} + \cos \frac{k}{2} \omega t \right) \right].$$

A un facteur constant près, cette formule est connue dans le cas des circuits couplés, la transmission ne sera intégrale pour t infini que si $kS = 1$ [voir équation (11)].

Dans le cas général où nous avons n obstacles identiques et où la condition de réflexion itérative est satisfaite par les obstacles terminaux, l'intensité du signal transmis en régime transitoire est représentée par une fonction de Bessel intégrale développable en série de fonction de Bessel rapidement convergente

$$|t_{n+1,s}| = 1 + nji_n(s) = 1 - n \int_s^\infty \frac{J_n(x)}{x} dx = j_n(s) + 2 \sum_{t=0}^{t=\infty} j_{n+2t}(s) \qquad \text{avec } s = \Delta\omega t.$$

Ce résultat est valable pour la chaîne de circuits oscillants faiblement couplés si elle est fermée à ses extrémités sur son impédance itérative.

MAGNÉTOOPTIQUE. — *Paramagnétisme et dichroïsme circulaire magnétique.* Note de M. **Roger Servant**, présentée par M. Aimé Cotton.

On sait que les liquides paramagnétiques présentent dans leur région d'absorption une *anomalie* de rotation magétique accompagnée de dichroïsme circulaire (¹).

On peut en interpréter (²) les principales caractéristiques en étendant aux rotations *complexes* $\alpha - j\Psi$ (où α est le pouvoir rotatoire et Ψ l'ellipticité de la vibration émergente) les idées de Jean Becquerel et Ladenburg sur le pouvoir rotatoire paramagnétique. On retrouve en particulier l'égalité

(¹) A. Cotton, *Comptes rendus*, **195**, 1932, p. 915; M. Schérer, *ibid.*, **195**, 1932, p. 950.

(²) R. Servant, *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 480; *Journal de Physique*, **6**, 1945, p. 328.

approximative de l'ellipticité maximum et de la différence des rotations magnétiques maximum et minimum observées.

Mais ce résultat n'est encore qu'une vérification indirecte de l'origine paramagnétique des anomalies, et il restait à voir si l'ordre de grandeur du dichroïsme circulaire magnétique à la température ordinaire est bien compatible avec cette interprétation. Le calcul suivant permet une réponse affirmative :

Soient χ_m l'indice d'extinction au centre de la bande, Ψ_m l'ellipticité maximum. On peut montrer que

$$\frac{F_- - F_+}{F} = \frac{\lambda \Psi_m}{\pi l \chi_m}, \tag{1}$$

où F_-, F_+ et F sont les nombres d'oscillateurs fictifs de Ladenburg par centimètre cube, λ la longueur d'onde et l l'épaisseur de cuve employée. Exprimant F_-, F_+ et F, on trouve finalement

$$\mu = \frac{3kT\Psi_m}{lHK_m}, \tag{2}$$

où μ est le moment magnétique de chacun des oscillateurs fictifs associés à la bande d'absorption, k la constante de Boltzmann, T la température absolue, H l'intensité du champ magnétique, K_m le coefficient d'absorption maximum.

Appliquons la formule précédente aux diverses solutions pour lesquelles on connaît à la fois la rotation, le dichroïsme circulaire magnétique ([1]) ([3]) et l'absorption ([4]).

Sulfate de cobalt. — Pour une solution aqueuse contenant $0^g,0438$ de cobalt par centimètre cube, $T = 292°K.$, $l = 0^{cm},4$, $H = 50\,000$ gauss, on a $K_m = 5,3$ et $\Psi_m = 1°,9/2$. Comme $k = 1,38.10^{-16}$, il vient $\mu = 1,89.10^{-20}$, soit $\mu = 2,04\,\mu_B$, μ_B désignant un magnéton de Bohr.

Pour une solution aqueuse contenant $0^g,113$ de cobalt par centimètre cube, $H = 50\,000$ gauss, $T = 290°K.$, $l = 0^{cm},2$, $K_m = 12,2$, on a $\Psi_m = 2°,3/2$, d'où $\mu = 2,13\,\mu_B$.

Nitrate de cobalt. — Pour une solution aqueuse contenant $0^g,0643$ de cobalt par centimètre cube, $H = 50\,000$ gauss, $l = 0^{cm},4$, $T = 293°K.$, on a $K_m = 7,7$ et $\Psi_m = 2°,6/2$. On en déduit $\mu = 1,93\,\mu_B$.

Chlorure de cobalt. — Pour une solution aqueuse contenant $0^g,0704$ de cobalt par centimètre cube, $H = 50\,000$ gauss, $l = 0^{cm},2$, $T = 292°K.$, on a $\Psi_m = 1°,5/2$ et $K_m = 8,2$. On en déduit $\mu = 2,08\,\mu_B$.

Ainsi les valeurs trouvées pour le moment magnétique des oscillateurs de Ladenburg associés à la bande d'absorption 5100 Å sont *très concordantes* et très voisines ici de *deux* magnétons de Bohr (alors que le moment *total* de

---

([3]) M. SCHÉRER et CORDONNIER, *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 1724.
([4]) P. BARCHEWITZ, *Revue d'Optique*, **13**, 1934, p. 167.

chaque ion cobalt est de l'ordre de $5\mu_B$). Ce résultat est à rapprocher tout à fait de celui obtenu dans une autre voie par J. Becquerel et de Haas sur la tysonite (étudiée à très basse température dans sa région de transparence).

Dans ce calcul le facteur $(F_- - F_+)/F$ égal aussi à $(f_- - f_+)/f$, (f_-, f_+ et f désignant les *forces* des oscillateurs fictifs de chaque ion) joue un rôle fondamental, analogue à celui du facteur de dissymétrie pour la rotation naturelle. Il pourrait, pour cette raison, être appelé *facteur d'activité paramagnétique*. On peut le calculer au moyen de la formule (1). Pour $H = 50\,000$ gauss, $T = 290°K$. et la bande 5100 Å, il est sensiblement égal à 3.10^{-2}, quel que soit le sel de cobalt, tandis que f est voisin de $1,1.10^{-4}$.

D'autre part la formule (2) ne fait intervenir que le dichroïsme. C'est là un gros avantage sur les formules applicables dans les régions de transparence où, à la température ordinaire, on est obligé de tenir compte non seulement des actions des autres bandes paramagnétiques, mais encore des rotations diamagnétiques du solvant et de l'anion auquel l'ion paramagnétique est associé, ces différentes corrections étant très difficiles à évaluer exactement.

L'extension de la théorie aux anomalies de rotation paramagnétique et aux ellipticités qui les accompagnent semble donc, dès maintenant, présenter un grand intérêt à ces différents points de vue.

MAGNÉTOPHOTOPHORÈSE. — *Mouvements en hélice dans la photophorèse longitudinale et transversale* (1). Note (2) de M. **Félix Ehrenhaft**.

La Communication suivante décrit des observations nouvelles sur des mouvements photophorétiques de particules suspendues dans des gaz et ayant six degrés de liberté. On a pu faire des microphotographies de ces mouvements en employant la lumière solaire concentrée par une lentille achromatique. Les particules étaient mises en suspension dans une cuve de verre de section carrée de 1^{cm^2}. On pouvait appliquer un champ uniforme, soit électrique, soit magnétique, dirigé verticalement, ou bien un champ magnétique uniforme dirigé horizontalement. Ces champs pouvaient être interrompus, ou bien chargés de sons, à des intervalles de temps connu. On a employé, soit des particules réfléchissant la lumière, comme Au, Ag, Cu etc., soit absorbantes, comme C. On a utilisé aussi des gouttelettes de divers liquides et des substances fluorescentes et phosphorescentes. Il existe (3) des particules se rapprochant de la source lumineuse (photophorèse longitudinale négative) et des particules s'éloignant de la source (photophorèse longitudinale positive).

---

(1) Version abrégée et modifiée de Notes envoyées le 22 novembre 1945.

(2) Séance du 8 avril 1946.

(3) Voir Ehrenhaft, *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 263; *Annales de Physique*, **13**, 1940, p. 151.

Les faits nouveaux constatés sont les suivants :

1° Ces particules décrivent des mouvements en hélice, régulièrement espacés, le rayon de l'hélice étant 50 fois celui de la particule, et le nombre des tours allant jusqu'à 150 par seconde dans un gaz à la pression atmosphérique.

2° Il existe des particules dont le mouvement est *perpendiculaire* au rayon lumineux, vers le haut et vers le bas (photophorèse transversale). Le fait nouveau consiste en ce que ces mouvements se produisent aussi en hélices.

Nous ne décrirons que l'action d'un champ magnétique horizontal parallèle à la propagation de la lumière.

On observe des particules dont les mouvements en hélice sont dirigés dans le sens de la propagation de la lumière ou bien dans le sens opposé. Le diamètre des spires de l'hélice varie. Il devient par exemple plus grand, parfois cinq fois, sous l'influence d'un champ magnétique uniforme appliqué du dehors. Lorsqu'on supprime le champ magnétique, le diamètre du mouvement en hélice redevient celui qu'il était auparavant. La microphotographie n° 1 ([4]) fait voir le mouvement horizontal d'une particule de fer dont le



Fig. 1.

rayon est à peu près de $1,5.10^{-5}$ cm sous l'action d'un faisceau lumineux dirigé, sur les photographies, de gauche à droite. L'exposition photographique totale de la particule dura une seconde. Au début la particule se déplaçait sous l'action de la lumière seule; ensuite on appliqua pendant une demi-seconde un champ magnétique de 50 gauss, parallèle au faisceau lumineux; enfin, pendant le reste de la seconde ce ne fut que la lumière seule qui intervint. Pendant la demi-seconde où le champ agit, la particule décrivait une hélice dont le diamètre était de $2,7.10^{-3}$ cm, tandis que la distance moyenne entre le nombre approximatif de 7 tours consécutifs fut de $1,4.10^{-3}$ cm ([1]). La composante horizontale de la vitesse photophorétique sans l'application d'un champ magnétique est approximativement de $1,1.10^{-2}$ cm/sec, tandis que sous l'influence dudit champ magnétique elle est de 2.10^{-2} cm/sec.

([4]) Sous l'influence du champ magnétique les hélices montrent un diamètre 5 fois plus grand.

L'effet produit par le champ magnétique appliqué horizontalement sur les particules en mouvement hélicoïde dans des spires perpendiculaires au rayon lumineux est le suivant : Ces particules sont déviées horizontalement par l'application du champ magnétique homogène horizontal. En renversant ce champ elles se retournent et vont dans la direction horizontale opposée; en interrompant le champ, les particules reprennent leur mouvement en hélice perpendiculairement au sens du rayon. Ceci peut se voir sur la photogaphie n° 2

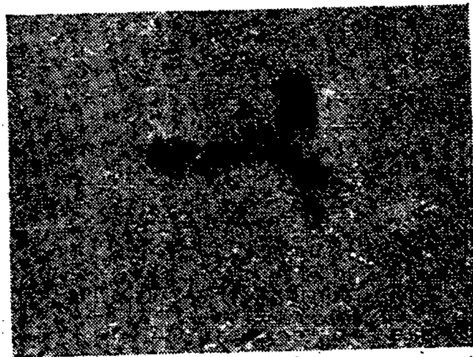


Fig. 2.

où, pendant le premier quart de la seconde aucun champ n'est appliqué, tandis que pendant le deuxième un champ de 83 gauss est appliqué au sens Nord-Sud; le troisième quart de la seconde montre la particule sous l'influence d'un champ Sud-Nord; le dernier quart la montre en mouvement vertical.

La photographie n° 3 montre deux particules en mouvement en hélices ver-

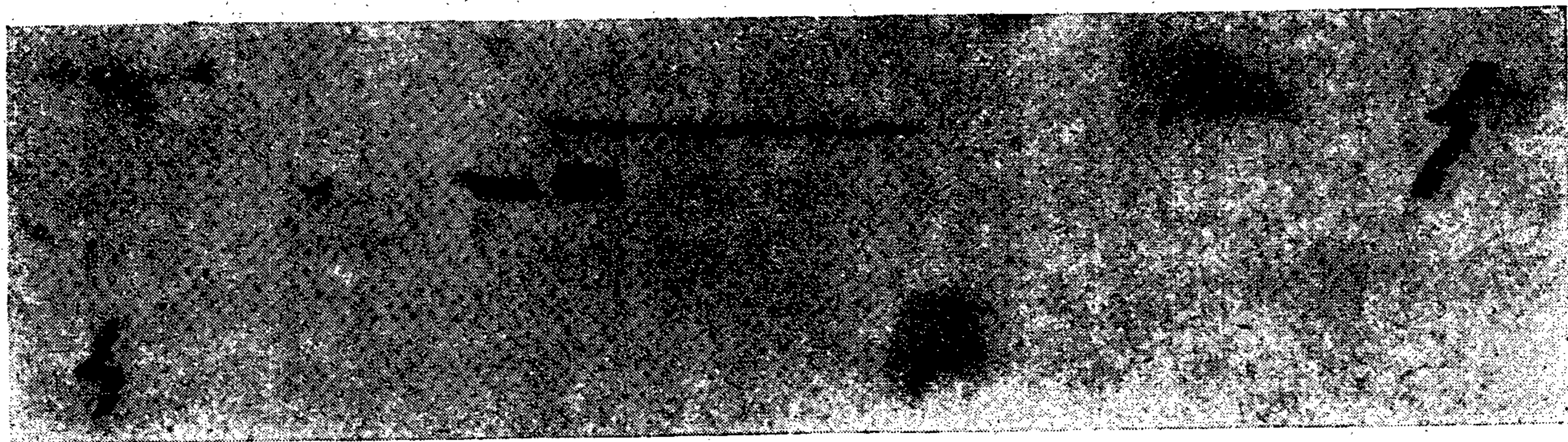


Fig. 3.

tical, faisant à peu près 12 tours (au diamètre approximatif de 3.10^{-3}cm), pendant un quart de seconde, sans aucun champ magnétique (photophorèse transversale). Pendant le deuxième et le troisième quart nous voyons également le mouvement en avant et en arrière. La même photographie montre aussi des particules en mouvement hélicoïde horizontal (photophorèse longitudinale), dont quelques-unes en dehors du plan du foyer.

Sous l'action de la lumière solaire, toutes les gouttelettes d'une solution aqueuse de chlorophylle sont attirées par le Soleil, mouvements en hélice). Des gouttelettes d'eau distillée de la même grandeur ne sont pas du tout affectées

par la lumière, tandis que des gouttelettes de vert brillant sont en partie attirées, en partie repoussées par le même rayon lumineux (mouvements en hélices). Par application d'un champ magnétique homogène de 83 gauss pendant le mouvement en hélice des gouttelettes de chlorophylle vers le Soleil, le diamètre des spires augmentait (de 5 fois et même plus). Le diamètre initial des spires était déjà 25 fois plus grand que le diamètre de la gouttelette.

L'auteur renversa le mouvement de quelques-unes de ces gouttelettes de chlorophylle en appliquant un champ magnétique homogène. Il a été aidé dans ces expériences par M. Richard Whitall et M[me] Lily Rona-Ehrenhaft.

RAYONS X. — *Formation de cratères sur les anticathodes des tubes à rayons X*. Note de M. **Stanislas Goldsztaub**, présentée par M. Aimé Cotton.

En faisant tomber un pinceau intense d'électrons de 25 kV sur un globule d'étain qui avait été préalablement fondu à l'air, j'ai constaté la formation rapide d'un cratère profond dans le globule. La formation de ce cratère était accompagnée de projection de particules métalliques sous forme d'une gerbe. La température s'élevant rapidement et le globule s'étant liquéfié, sa surface est devenue parfaitement lisse, acusant la forme du ménisque sur lequel on remarquait le point d'impact brillant d'électrons.

Après arrêt du faisceau électronique, on laisse la goutte d'étain se solidifier dans le vide en un globule lisse. Si l'on recommence alors l'expérience, en envoyant à nouveau les électrons, on constate que l'étain se liquéfie sans la moindre projection, ni formation de cratère.

On en déduit que ce sont les gaz occlus dans le métal qui sont responsables de la formation de cratères dans les anticathodes des tubes à rayons X. En effet des pastilles de fer et de cuivre fondues préalablement sous vide ont pu être, par la suite, amenées jusqu'à la fusion locale par bombardement électronique sans formation de cratère.

Dans la construction des tubes *scellés* à rayons X, on prend bien la précaution de dégazer, par chauffage sous vide, toutes les pièces métalliques placées à l'intérieur du tube, afin d'éviter tout dégagement gazeux en cours de fonctionnement. Aussi on n'observe pas de cratère dans les anticathodes de ces tubes, mais une fusion locale en cas de surcharge. On ne prend pas ces précautions, en général, dans le cas des tubes *démontables*; il y a cependant intérêt à dégazer très soigneusement le métal qui constitue l'anticathode, et la fusion par bombardement cathodique sous vide en est un moyen de choix.

PYROTECHNIE. — *A propos des luminosités de détonation.*
Note (¹) de M. **Henri Muraour**, présentée par M. Albert Michel-Lévy.

Ahrens (*Zeitschrift für das gesamte Schiess und Sprengstoff Wesen*, 38, nov. 1943, p. 175) a publié deux photographies qui nous paraissent présenter un intérêt particulier. Ces photographies ont été obtenues en enregistrant, dans l'obscurité, la détonation de deux cartouches d'explosif : une cartouche cylindrique (*fig.* 1), une cartouche à section carrée (*fig.* 2). L'axe de l'objectif était

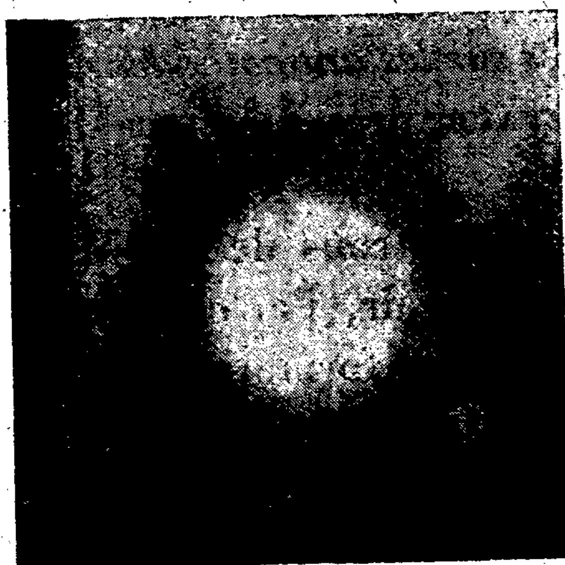


Fig. 1.

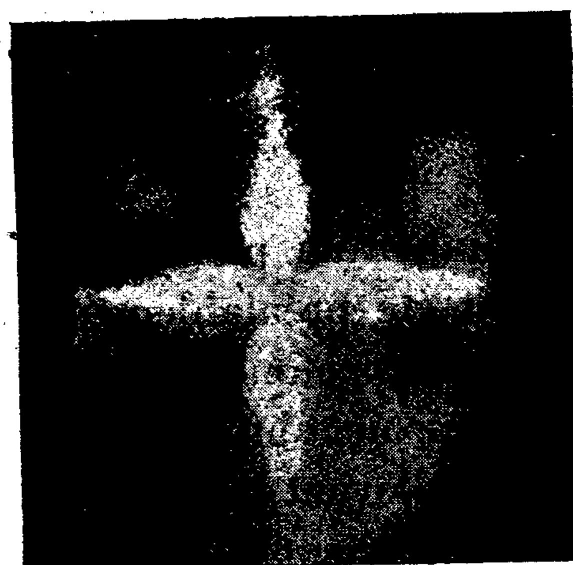


Fig. 2.

placé dans le prolongement de l'axe de la cartouche, l'extrémité visée étant celle opposée au détonateur. Alors que, pour la cartouche cylindrique, on observe une répartition uniforme de la luminosité, dans le cas de la cartouche à section carrée la photographie enregistre une luminosité en forme de croix. L'auteur admet que ces luminosités ont pour origine les gaz de l'explosion qui seraient émis normalement aux faces de la cartouche. Cette explication nous paraît tout à fait erronée. Comme nous l'avons en effet montré dans une longue série d'expériences, exécutées en collaboration avec M. A. Michel-Lévy, les luminosités qui accompagnent la détonation des explosifs brisants ont pour origine principale l'onde de choc et non les produits de l'explosion (²).

Pour comprendre les aspects observés sur les photographies 1 et 2 il faut se reporter à un travail publié par Demougin, dans le *Mémorial de l'Artillerie Française* (9, 1930, 4ᵉ fascicule, p. 961).

Dans ce travail l'auteur a étudié les phénomènes de réfraction et de

(¹) Séance du 29 avril 1946.

(²) C'est à l'inflammation au contact de l'air des produits de l'explosion ($CO + H_2$) qu'il faut attribuer les nuages lumineux visibles sur les photographies.

diffraction dans la propagation des ondes explosives. La figure 3, extraite du travail de Demougin, montre la répartition théorique de l'onde de choc autour d'une cartouche de section carrée. On voit que les angles de la cartouche sont

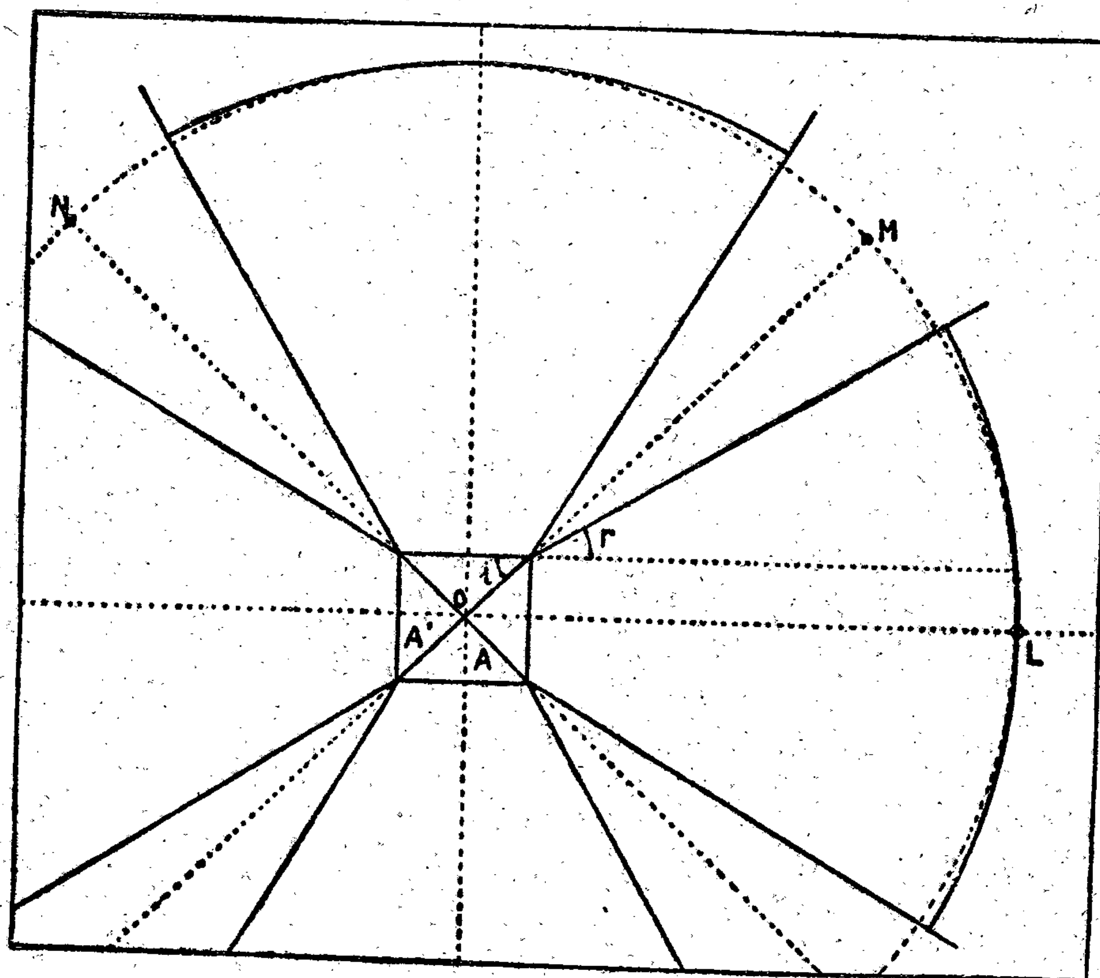


Fig 3.

des angles morts. Cette déduction théorique est en accord avec le fait, observé par Burlot, que les effets mécaniques (écrasements de crushers) sont beaucoup plus faibles dans les angles morts, en M ou en N par exemple, que normalement aux faces de la cartouche. Dans ce dernier cas et toutes choses égales d'ailleurs, l'écrasement est plus grand pour la cartouche à section carrée que pour la cartouche cylindrique. Cette répartition dissymétrique autour d'une cartouche à section carrée explique très bien, d'après nous, la luminosité en forme de croix enregistrée par Ahrens. L'onde de choc s'affaiblissant latéralement, la luminosité doit être plus intense au centre; elle doit donc prendre une forme en fer de lance qui est bien celle qui a été observée.

Les photographies publiées nous paraissent apporter à la fois la confirmation de la théorie que nous avons formulée, en collaboration avec A. Michel-Lévy, et la confirmation des déductions théoriques de Demougin.

CHIMIE THÉORIQUE. — *Sur la détermination des poids des différentes formules mésomères dans quelques systèmes conjugués*. Note de M. **Bernard Pullman**.

Nous donnons ci-après les poids relatifs des différentes classes de formules mésomères dans les séries des phénylbenzènes et des phényléthylènes.

Le calcul des poids a été fait en utilisant pour chaque molécule l'équation séculaire et la valeur du niveau fondamental donné par Pauling et Sherman [1].

Dans la série des éthylènes phénylés, on a désigné par K les formules kékuléennes, M les formules monoexcitées non conjuguées, C les formules monoexcitées conjuguées avec conjugaison entre la liaison éthylénique et un noyau phényle, CC les formules monoexcitées conjuguées avec conjugaison entre deux noyaux phényles.

Dans la série des benzènes phénylés, les mêmes notations désignent : K les formules kékuléennes, M les formules monoexcitées non conjuguées, C les formules monoexcitées conjuguées avec conjugaison entre deux cycles adjacents, CC les formules monoexcitées conjuguées avec conjugaison entre deux cycles non adjacents.

Le tableau suivant résume les résultats obtenus :

	K.		M.		C.		CC.	
	%		%		%		%	
Biphényl	27	(4)	63	(12)	10	(9)	–	
Ortho-diphénylbenzène	1,5	(8)	84	(36)	13,5	(36)	1	(9)
Méta- »	3	(8)	82,5	(36)	14,5	(36)	–	
Para- »	0	(8)	82	(36)	17	(36)	1	(9)
1.3.5-triphénylbenzène	26,5	(16)	60,5	(96)	13	(108)	–	
Styrolène	70	(2)	19	(3)	11	(3)	–	
Diphényléthylène (stilbène)	19	(4)	53	(12)	25	(12)	3	(9)
Isostilbène	11	(4)	60	(12)	29	(12)	–	
Triphényléthylène	6	(8)	70	(36)	21	(36)	3	(36)
Tétraphényléthylène	21	(16)	54	(96)	22,5	(96)	2,5	(144)

Les nombres entre parenthèses sont les nombres de formules de chaque classe.

Il est intéressant de remarquer que, dans la série des polyphényles, les poids des trois diphénylebenzènes, qui ont sensiblement les mêmes nombres de formules de chaque catégorie, sont presque identiques; l'influence de la position du substituant phényle est donc en première approximation négligeable.

Les poids du triphénylebenzène sont sensiblement les mêmes que ceux du biphényle, ce qui semble indiquer qu'une répartition symétrique des substi-

---

[1] *Journal of Chem. Phys.*, **1**, 1933, p. 679.

tuants produit une saturation électronique du noyau. Le même phénomène se présente pour le stilbène et le tétraphényléthylène.

Il faut aussi remarquer la variation brusque des poids du styrolène au stilbène, due à l'adjonction d'un second phényle.

La connaissance de ces poids permet de construire pour les molécules considérées des diagrammes moléculaires analogues à ceux employés pour les cycles condensés, et le calcul de la répartition électronique dans les substances étudiées permet en particulier de déterminer l'effet du substituant phényle.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur le mécanisme de la décomposition de l'eau oxygénée en milieu alcalin.* Note (1) de M. **Paul Pierron**.

Les conclusions tirées des quatre études ou observations suivantes permettent d'expliquer le mécanisme de la décomposition de l'eau oxygénée en milieu alcalin.

1° *Étude de l'influence de la nature du métal de la base sur la vitesse de cette décomposition.* — Pour accuser les différences observées, il faut opérer en milieu concentré (1^{mol} H_2O; $0^{mol},045$ H_2O_2; base entre 0^{mol} et $0^{mol},25$). Si l'on dilue 10 fois, on a les mêmes conclusions, quoique moins nettement établies. On observe (*fig.* 1) que la vitesse augmente quand on passe de LiOH à $Ba(OH)_2$ à NH_4OH, avec des différences plus accusées à 20° qu'à 60°.

2° *Évolution en présence d'ammoniaque.* — Elle est très rapide (*fig.* 1), mais l'addition de chlorure ou de nitrate d'ammoniaque la ralentit fortement; exemple : la vitesse de décomposition d'une solution contenant $0^{mol},003$ de NH_3 (H_2O_2 et H_2O comme ci-dessus) est réduite au quart par addition de $0^{mol},1$ de NH_4Cl.

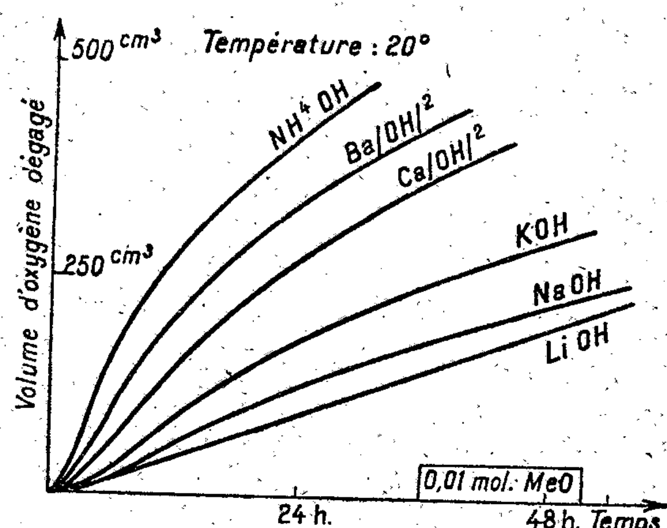


Fig. 1.

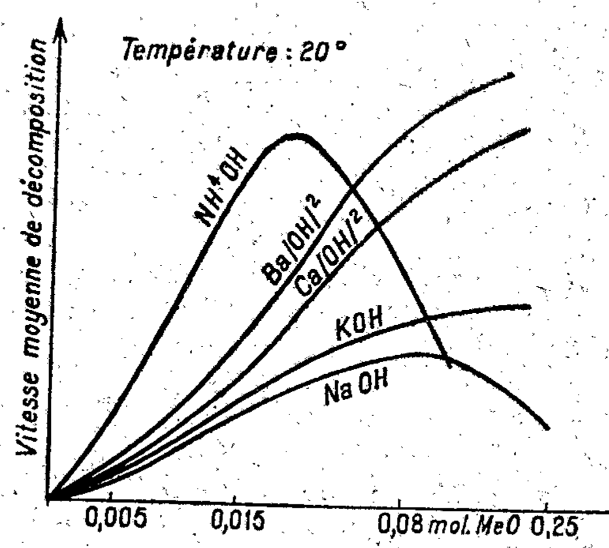


Fig. 2.

Vitesse de décomposition de H_2O_2 en présence de diverses bases.

L'addition de soude ralentit encore davantage; exemple : $0^{mol},003$ de NH_4OH donne une décomposition 7 fois plus vive que la quantité la plus active de soude.

(1) Séance du 1er avril 1946.

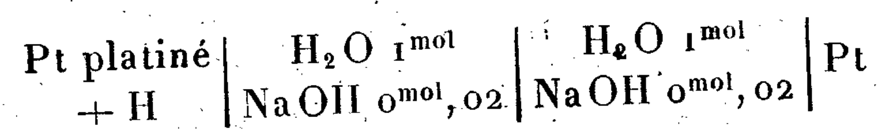
Or l'addition à cette solution de $0^{mol},015$ de NaOH supprime totalement l'activité de l'ammoniaque, la vitesse étant la même que si la soude était seule.

Ces deux faits montrent que l'ammoniaque cesse d'être un agent de décomposition si l'on supprime ou diminue son ionisation. Ce rôle est donc lié à la possibilité qu'a l'eau oxygénée, acide très faible, de donner des sels : MeOOH ou MeOOMe, avec la base. L'existence de ces sels a été démontrée, notamment en milieu sodique ([2]).

3° *Propriété réductrice de ces sels : elle est doublement démontrée.* — *a*. Chimiquement, ils noircissent l'oxyde mercurique jaune avec libération de mercure de façon d'autant plus active que le rapport alcalis/H_2O_2 est plus fort. Exemple : $0^g,5$ de HgO ajouté à 1^{mol} H_2O et $0^{mol},05$ H_2O_2 libère $0^g,25$ de Hg s'il y a $0^{mol},25$ de NaOH (sel NaOONa), et $0^g,08$ de Hg s'il y a $0^{mol},015$ de NaOH (sel HOONa); sans alcalis HgO reste intact; à 60° la réduction est encore plus active.

Pour des quantités équivalentes d'une base plus lourde, la réduction à 20° est plus forte qu'avec la soude (10 % d'augmentation avec la chaux et 15-20 % avec la baryte).

b. Électrochimiquement. L'étude potentiométrique à 60° de la chaîne



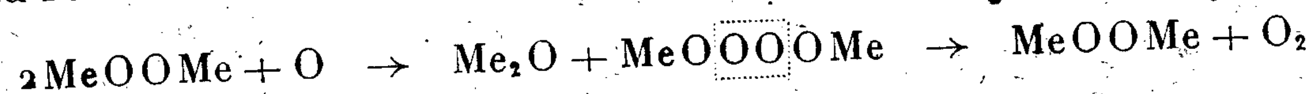
donne V = 0,85 volt; elle donne V = 0,84 en remplaçant NaOH par SO_4H_2.

Si l'on ajoute à droite $0^{mol},045$ H_2O_2 (sel HOONa), V tombe rapidement à 0,350, pour remonter à 0,85 quand le dégagement d'oxygène a cessé. Ce minimum atteint 0,250 quand on opère en présence de $0^{mol},25$ de NaOH (sel symétrique NaOONa). Il est à peine perceptible, V 0,80, quand on opère en présence d'acide sulfurique (HOOH).

4° Quand on prépare les mélanges eau-oxygénée-alcalis, le dégagement ne se produit pas aussitôt, il y a une période d'inhibition de la réaction (*fig.* 1).

Une solution en cours d'évolution semble contenir un autocatalyseur; sa vitesse est deux ou trois fois plus vive à concentration égale en H_2O_2 qu'une solution récemment en évolution.

Tous ces faits s'expliquent ainsi : Les sels dont nous venons de souligner les propriétés réductrices agissent sur les molécules oxygénées du milieu (H_2O_2) suivant la réaction



$$2\,MeOOMe + O \rightarrow Me_2O + MeOOOOMe \rightarrow MeOOMe + O_2$$

que la faible activité des molécules d'eau oxygénée rend très lente (inhibition du début). L'oxygène naissant libéré ici, extrêmement actif, est l'autocatalyseur

([2]) CALVERT, *Z. phys. Chem.*, 38, 1901, p. 522.

prévu plus haut; c'est lui qui poursuit la réaction en la rendant beaucoup plus vive.

Conséquences. — La vitesse de réaction sera d'autant plus grande que le sel MeOOH ou MeOOMe sera plus réducteur; il le sera d'autant plus qu'il sera plus fragile (Me plus lourd, température plus élevée; assez d'alcalis pour avoir le sel symétrique plus fragile que l'autre).

Le rôle ralentisseur que j'ai observé dans tous les cas de la soie, la laine, la cellulose est dû à l'absorption par ces corps de l'oxygène naissant.

Le rôle accélérant des oxydes métalliques (très peu basiques et donc incapables de donner un sel) est dû à leur peroxydation par l'oxygène naissant. Ce peroxyde en perpétuelle reformation se substitue à l'oxygène dans la réaction, en l'activant d'autant plus que les conditions précédentes sont mieux réunies.

La libération d'oxygène naissant par l'action des corps réducteurs sur H_2O_2 s'explique par la formation intermédiaire d'un suroxyde jouant le même rôle. Ce suroxyde intermédiaire instable a été noté maintes fois dans les oxydations (du sulfate ferreux, de l'hydrogène etc.).

Le rôle stabilisant des acides est dû à l'élimination de toute trace de sel de l'acide HOOH.

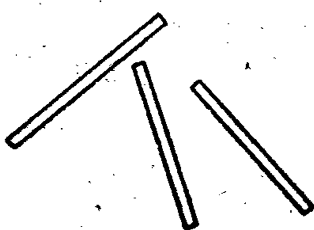
CHIMIE MINÉRALE. — *Acétates acides et acétochlorures de zinc.* Note (1) de Mlle Marinette Gerbault.

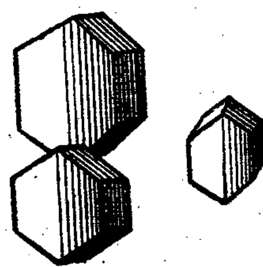
Acétate de zinc à 1/2 molécule d'acide acétique. — Je l'ai obtenu par l'action d'un excès d'anhydride acétique sur l'acétate de zinc à $2H_2O$, dans le vide à 50° ou à la pression atmosphérique à 80° ou 138°. C'est un corps blanc cristallisé en baguettes (*fig.* 1) et dont l'analyse donne la formule $(CH_3CO_2)_2Zn$, $1/2\,CH_3CO_2H$ à 0,3 % près. Il est soluble dans l'eau, d'où par évaporation on ne recueille que l'acétate de zinc à $2H_2O$; de même l'humidité le transforme en acétate à $2H_2O$ en 21 jours, résultat trouvé à 0,4 % près. Mais la solution préparée fraîchement, traitée par un excès d'alcool, laisse déposer par évaporation un acétate à la fois acide et hydraté $(CH_3CO_2)_2Zn$ $1/2\,CH_3CO_2H$, $1/2\,H_2O$, formule exacte à 6 %. Traité par l'alcool absolu, l'acétate de zinc à $1/2\,CH_3CO_2H$ sec se dissout à raison de 0,054 molécule au litre, le reste fixe lentement 1/2 molécule d'alcool : l'analyse donne $(CH_3CO_2)Zn$, $1/2\,CH_3CO_2H$, $1/2\,C_2H_5OH$ à 0,8 % près. Dans l'éther la solubilité est 0,007 molécule, et l'on peut retirer le composé $(CH_3CO_2)_2Zn$, $1/2\,CH_3CO_2H$, $1/4\,C_4H_{10}O$ à 0,7 % près. Dans l'acide acétique la solubilité de l'acétate de zinc à $1/2\,CH_3CO_2H$ est de 0,012 molécule au litre, et il se transforme en

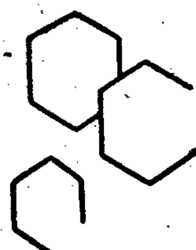
(1) Séance du 8 avril 1946.

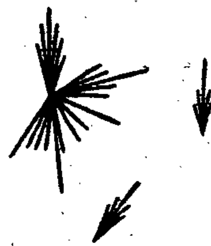
acétate de zinc anhydre déjà trouvé par Peter et de Rochefontaine ([2]), par une méthode un peu différente.

Acétate de zinc anhydre $(CH_3CO_2)_2Zn$. — Je l'ai retrouvé par l'action de l'anhydride acétique soit sur l'hydroxyde de zinc sec pendant 4 heures à 138°, soit sur l'acétate de zinc à $2H_2O$ pendant 27 jours à 10°. L'analyse donne la formule de $(CH_3CO_2)_2Zn$ à 0,5 % près; c'est un corps blanc cristallisé en prismes hexagonaux (*fig.* 2). Il est peu soluble dans l'eau froide, un peu plus dans l'eau chaude en se tranformant en acétate de zinc à $2H_2O$; si la solution fraîche est traitée par un excès d'alcool absolu, l'évaporation laisse cristalliser un acétate de zinc à $1H_2O$, non encore signalé (*fig.* 3), formule


Fig. 1.


Fig. 2.


Fig. 3.


Fig. 4.

connue à 0,8 % près. Laissé 15 jours dans une atmosphère saturée d'humidité, l'acétate de zinc anhydre se transforme en acétate de zinc à $2H_2O$. La solubilité de l'acétate de zinc anhydre est de 0,027 molécule dans l'alcool absolu, de 0,0027 molécule dans l'éther et de 0,016 molécule dans l'acide acétique, dans 1 litre de solution.

Chlorures de zinc à molécules d'acide acétique. — A. W. Davidson et W. Chappell ([3]) ont constaté l'existence de deux nouveaux sels doubles $Cl(CH_3CO_2)Zn$ et $Cl(CH_3CO_2)Zn, Cl_2Zn$; j'ai retrouvé le premier et j'ai mis en évidence l'existence d'un autre chlorure à molécules d'acide acétique, $Cl_2Zn, 3/2\,CH_3CO_2H$.

Chlorure de zinc à 3/2 molécule d'acide acétique. — Je l'ai obtenu en faisant agir, très rapidement à 120°, un excès de chlorure d'acétyle sur l'acétate de zinc à $2H_2O$, c'est un corps blanc jaunâtre en grains, dont l'examen microscopique révèle des aiguilles groupées (*fig.* 4); l'analyse de ce corps conduit à la formule de $Cl_2Zn, 3/2\,CH_3CO_2H$ avec une précision d'environ 0,3 %. Il est

([2]) *Bull. Soc. Chim.*, 2e série, **42**, 1884, p. 574.
([3]) *Bull. Soc. Chim.*, **61**, 1939, pp. 2164-2167.

soluble dans l'eau, dans laquelle il se transforme en chlorure de zinc; l'addition d'alcool absolu n'empêche pas cette transformation qui se produit également en atmosphère saturée d'humidité. Le chlorure de zinc à 3/2 CH_3CO_2H est soluble dans l'alcool, l'éther, l'acide acétique et l'acide chlorhydrique, en donnant du chlorure de zinc qui s'hydrate dès qu'il est au contact de l'air.

Acétochlorure de zinc. — Je fais agir, très rapidement à 120°, un grand excès de chlorure d'acétyle, soit sur l'hydroxyde de zinc, soit sur l'oxyde de zinc, et j'obtiens un corps blanc en grains, qui semble très cristallisé en aiguilles et dont l'analyse donne la formule (Cl, CH_3CO_2) Zn à 0,7 % environ. L'acétochlorure de zinc est soluble dans l'eau, mais insoluble dans l'alcool, l'éther et l'acide acétique; l'analyse des résidus conduit à l'acétochlorure avec une précision d'environ 0,8 %. Il est soluble dans l'acide chlorhydrique en se transformant en chlorure de zinc qui *s'hydrate très vite*.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur la sulfonation du naphtalène. Étude des vitesses de sulfonation et de désulfonation intéressant les dérivés trisulfonés.* Note de M. **Robert Lantz**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nous avons montré précédemment ([1]) l'intérêt de la mesure des vitesses de réactions dans l'étude des phénomènes complexes qui se produisent au cours des sulfonations. Nous avons déjà examiné à ce point de vue la sulfonation du naphtalène ou de ses dérivés monosulfonés et la désulfonation de ces derniers et des acides disulfoniques. Nous avons poursuivi notre travail en déterminant les vitesses de sulfonation des différents acides disulfoniques et la vitesse de désulfonation de l'acide trisulfonique 1.3.6. Les expériences ont été conduites de façon analogue à celles concernant les dérivés moins sulfonés ([1]) en utilisant les procédés de dosage déjà décrits ([2]).

En opérant en présence d'acide sulfurique dont le titre varie entre 93,8 et 102,9 % ([3]), on trouve que les quatre acides disulfoniques essayés se resulfonnent avec des vitesses relativement peu différentes. Par exemple les quantités sulfonées dans des opérations simultanées, effectuées en une demi-heure à 140° avec l'acide contenant 99,6 % de SO_4H_2, sont respectivement de 13,1, 5,9, 8,5 et 18,2 % pour les isomères 1.6, 2.6, 2.7 et 1.5.

L'augmentation de ces vitesses avec l'accroissement de la concentration sulfurique est considérable, surtout lorsque celle-ci est voisine de 100 %. Ainsi à 100°, alors que l'on sulfone 6,8 % d'acide 1.6 en 6 h. 20 m. avec l'acide à 99,6 %, on en sulfone 14,7 % en 21 minutes avec l'acide à 100,5 %; pour

([1]) R. Lantz, *Bull. Soc. Chim.*, **2**, 1935, p. 2092; **12**, 1945, p. 254.

([2]) R. Lantz, *ib.*, **12**, 1945, p. 245.

([3]) Les titres sulfuriques indiquent la quantité de SO_4H_2 qui existerait si l'on diluait avec de l'eau.

une même durée, la quantité sulfonée devient donc 39 fois plus grande. Le coefficient d'augmentation de la vitesse, calculé pour un accroissement conventionnel de concentration de 2 %, est donc alors d'un ordre de grandeur supérieur à 1000. On sait que le coefficient correspondant pour l'acide β-naphtalène-sulfonique n'est que de 2 lorsque le titre est voisin de 70-75 % et de 5 lorsqu'il atteint 97 %. Il semble, conformément à une hypothèse que nous avons formulée antérieurement (4), qu'en première approximation cette différence est due, non pas au changement de nature du produit que l'on sulfone, mais à la variation considérable de la quantité de SO_3 libre qui se trouve en équilibre dans les acides de toutes concentrations, cet anhydride étant l'élément actif de la sulfonation.

Les vitesses de sulfonation précédentes sont beaucoup plus petites que celles qui correspondent aux acides monosulfoniques. Ainsi, à 154° en 30 minutes, avec un acide à 98,4 %, les acides disulfoniques se sulfonnent, suivant l'isomère, à raison de 8 à 21,5 %, alors que c'est à 20° seulement, avec l'acide de titre voisin 98,2 %, que la quantité sulfonée d'acide β-naphtalène-sulfonique est du même ordre de grandeur : 18 % en 5 minutes (5). En utilisant le coefficient de température approximatif, 2,5 pour 10°, trouvé antérieurement (5) pour la sulfonation de ce dernier corps, on calcule facilement qu'à la même température elle serait plusieurs centaines de milliers de fois plus rapide que celle des premiers.

Il existe d'ailleurs un rapport du même ordre de grandeur entre les vitesses des sulfonations des acides tri- et disulfoniques. On peut le constater en effectuant un calcul semblable au précédent, basé sur le fait qu'à 162°, avec de l'acide sulfurique à 102,9 %, les acides trisulfoniques 2.4.6 et 1.3.5 sont sulfonés respectivement à raison de 27 et 28 % en 40 minutes et de 78 et 66 % en 4 heures, alors que les acides disulfoniques 1.6 et 2.7 donnent déjà à 27° en 1 heure 20 min. des sulfonations s'élevant respectivement à 13,3 et 15,6 %.

La vitesse de désulfonation de l'acide trisulfonique 1.3.6 se comporte comme celle des dérivés moins sulfonés (6) : elle augmente avec la concentration sulfurique du milieu réactionnel. A 180° pendant 1 heure 30 minutes, les quantités désulfonées sont respectivement de 13,2; 24,7 et 30,7 % avec des acides contenant 75,8, 82,0 et 87,6 % de SO_4H_2. Avec les acides plus concentrés, ces quantités diminuent, très probablement par suite de resulfonations; nous montrerons cependant, dans une Note ultérieure, que la vitesse de désulfonation réelle doit certainement décroître à partir d'un titre sulfurique plus élevé.

On constate aussi que la vitesse de désulfonation du produit précédent est

---

(4) *Bull. Soc. Chim.*, **12**, 1945, p. 1007.
(5) *Loc. cit.*, pp. 255-256.
(6) *Ib.*, **12**, 1945, p. 260; **2**, 1935, p. 2100.

beaucoup plus petite que celle d'un acide disulfonique dont le groupe sulfonique éliminable est également en position 1. En effet, alors que la quantité désulfonée de l'acide trisulfonique 1.3.6 à 180°, en 35 minutes, avec un acide à 69,9 %, est de 4,9 %, celle de l'acide disulfonique 1.6 à 140° seulement, avec un acide de titre très voisin, 70,1 %, est encore de 16 % en 20 minutes.

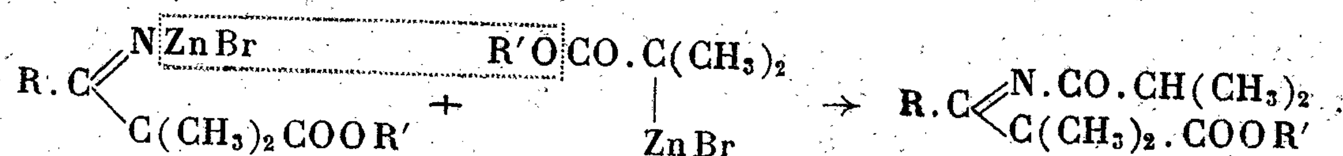
En résumé, les résultats précédents concernant la sulfonation et la désulfonation montrent sur des exemples nouveaux que la présence d'un groupe sulfonique supplémentaire dans une molécule de naphtalène ralentit considérablement l'introduction ou l'élimination d'un autre groupe identique. Ils prouvent, en outre, que les différents acides disulfoniques se sulfonnent avec des vitesses relativement peu différentes, que ces vitesses augmentent avec la concentration de l'acide sulfurique et d'une manière particulièrement rapide lorsqu'elle est voisine de 100 %, et que la vitesse de désulfonation de l'acide trisulfonique 1.3.6 s'accroît avec la concentration sulfurique, tout au moins lorsque celle-ci n'est pas trop grande.

Ces conclusions sont à la base de l'explication des migrations des groupes sulfoniques qui se produisent au cours de la sulfonation des dérivés disulfonés du naphtalène.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les acidylimines β-esters.* Note [1] de MM. **Alain Horeau** et **Jean Jacques**, présentée par M. Marcel Delépine.

Blaise a montré [2] que, si l'on fait réagir en solution benzénique certains esters α-bromés sur les nitriles, en présence de zinc, on obtient des esters β-cétoniques. Nous avons repris l'étude de cette réaction en vue de préparer certains esters β-cétoniques pouvant donner un accès facile à des corps apparentés aux hormones sexuelles féminines.

Nous avons constaté qu'elle donne lieu à une réaction secondaire importante favorisée par un excès d'ester α-bromé et de zinc, ainsi que par un chauffage prolongé. On obtient alors des produits azotés dont l'analyse concorde avec la formule d'acidylimines β-esters, formés par action d'une seconde molécule de la combinaison bromozincique d'ester sur l'organozincique intermédiaire supposé par Blaise :



C'est ainsi que l'action du benzonitrile sur le bromoisobutyrate d'éthyle, qui avait fourni à Blaise et A. Courtot [3] le benzoyldiméthylacétate d'éthyle

---

(1) Séance du 29 avril 1946.

(2) *Comptes rendus*, **132**, 1901, p. 478.

(3) *Bull. Soc. Chim.*, **35**, 1906, p. 599.

attendu ($É_{13}$ 147-148°) nous a donné, en outre, l'acidylimine-ester correspondant $C_{17}H_{23}O_3N$; fines aiguilles incolores, F 161-162°; N % tr. 4,6; calc. 4,8.

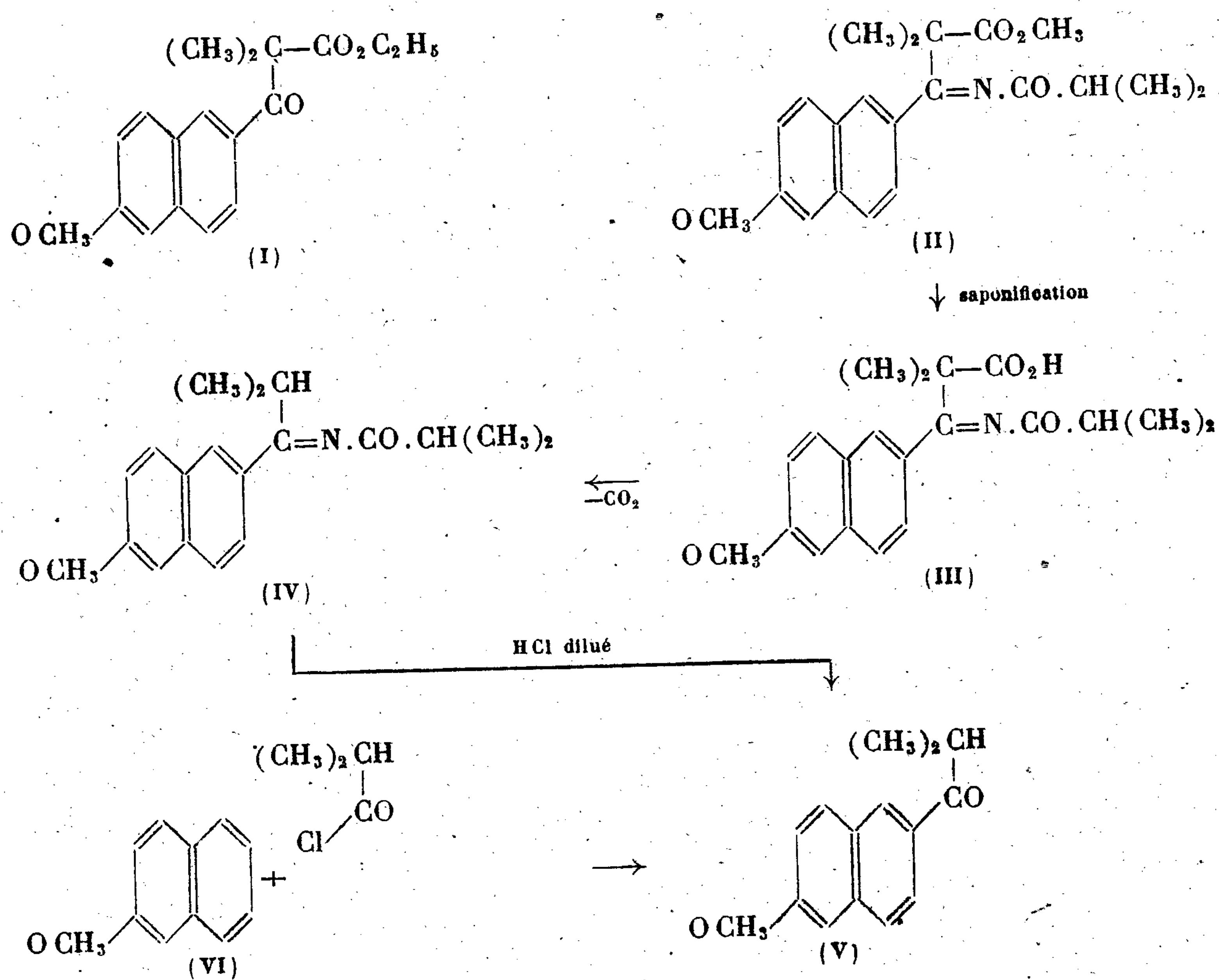
Avec le bromoisobutyrate de méthyle (au lieu d'éthyle), on obtient, de la même façon, le benzoyldiméthylacétate de méthyle ($É_{14}$ 140-142°) et l'acidylimine-ester $C_{16}H_{21}O_3N$; F 137-137,5°; N % tr. 5,0; calc. 5,1.

Cette réaction paraissant avoir un certain caractère de généralité, nous l'avons étendue à l'action des bromoisobutyrates d'éthyle et de méthyle sur le cyano-2 méthoxy-6 naphtalène, encore inconnu, $C_{15}H_9ON$; belles aiguilles incolores à odeur fine, F 103°; N % tr. 5,55; calc. 5,65.

Ce produit, en solution benzénique et en présence de zinc, réagit sur le bromoisobutyrate d'éthyle en donnant, avec un rendement de 70 %, l'ester β-cétonique (I), $C_{18}H_{20}O_4$; gros cristaux prismatiques, F 72,5-73,5°; tr. % C 72,1; H 6,75; calc. % C 72,0; H 6,7.

En prolongeant le chauffage on obtient l'acidylimine-ester $C_{22}H_{27}O_4N$; F 166-167°; N % tr. 3,95; calc. 3,8.

Avec le bromoisobutyrate de méthyle, dans les mêmes conditions, on obtient presque uniquement l'acidylimine-ester (II), $C_{21}H_{25}O_4N$, cristaux losangiques (du méthylglycol), F 200-201°; tr. % C 71,5; H 7,4; N 3,9; calc. % C 71,0; H 7,1; N 3,9. C'est ce corps de préparation facile que nous avons spécialement étudié pour en démontrer la constitution.



Contrairement aux acidylimines de Moureu et Mignonac ([4]) cet acidylimine β-ester résiste à l'hydrolyse acide, mais un chauffage en milieu alcalin (soude concentrée et méthylglycol) fournit l'acidylimine-acide (III), $C_{20}H_{23}O_4N$. Celui-ci cristallise dans le benzène en aiguilles microscopiques retenant une molécule de solvant (perte à 160° : tr. % 18,1; calc. 18,6 pour $C_{20}H_{23}O_4N$, C_6H_6).

Ce corps se décarboxyle par simple chauffage à 240° et fournit l'acidyl imine (IV), $C_{19}H_{23}O_2N$ (F 141,5-142°. N % tr. 4,8; calc. 4,7) qui peut alors être hydrolysée en milieu acide pour donner l'isobutyryl-2 méthoxy-6 naphtalène (V), $C_{15}H_{16}O_2$.

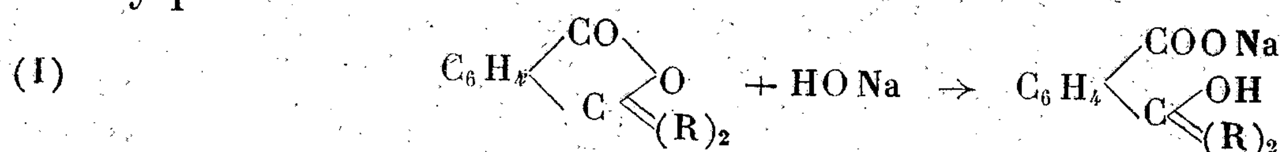
Cette cétone (V) est identique à celle que l'on prépare en condensant directement la néroline (VI) sur le chlorure d'isobutyryle en milieu nitrobenzénique. Dans les deux cas on obtient des lamelles losangiques, F 57-58°; tr. % C 78,85; H 6,9; calc. % C 78,7; H 7,1 pour $C_{15}H_{16}O_2$.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la stabilité du cycle lactonique des phtalides dialcoylées.* Note de M. **Jean Vène** et Mlle **Paulette Gérard**, présentée par M. Marcel Delépine.

Poursuivant les recherches entreprises par l'un de nous ([1]) sur la stabilité comparée des cycles lactoniques, nous avons étudié la stabilité du cycle lactonique des phtalides dialcoylées. Tasman ([2]) avait précédemment indiqué que la vitesse d'ouverture du cycle de la diéthylphtalide par la potasse était trop faible pour être mesurée. Mais il se trouvait contraint, par la très faible solubilité dans l'eau du produit, d'opérer en solution très étendue. Nous avons pu faire des mesures sur des solutions nettement plus concentrées en utilisant comme solvant des mélanges eau-alcool éthylique, et nous avons profité de la solubilité dans l'eau nettement plus grande de la diméthylphtalide pour étudier l'influence de la quantité d'alcool présente sur la vitesse d'ouverture de son cycle lactonique.

Les phtalides ont été préparées par action de l'anhydride phtalique, d'une part sur l'iodure de méthylmagnésium, d'autre part sur le bromure d'éthylmagnésium.

Nous avons d'abord examiné l'action de la soude sur la diméthyl- et sur la diéthylphtalide

(I) 

([4]) *Comptes rendus*, **170**, 1920, p. 1353.

([1]) F. Salmon-Legagneur et J. Vène, *Bull. Soc. Chim. France*, 5e s., **4**, 1937, p. 448; J. Vène, *Ann. Chim.*, 11e s., **10**, 1938, pp. 194-279; *Comptes rendus*, **215**, 1942, p. 159; J. Vène et Y. Graff, *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 625.

([2]) *Rec. Trav. Chim. Pays-Bas*, **46**, 1927, p. 653.

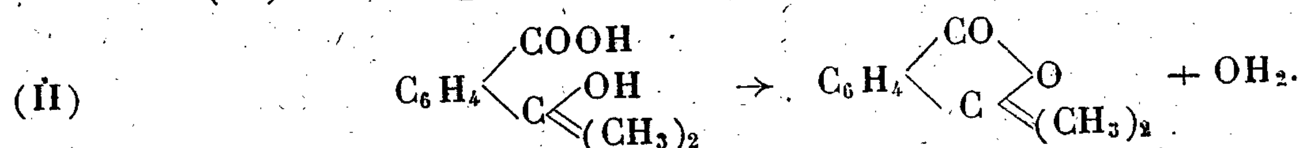
La technique employée pour les mesures de vitesse d'ouverture du cycle est analogue à celle antérieurement décrite ([1]).

A. Diméthylphtalide. — 1° La réaction (I) est limitée.

2° *Influence de la présence de l'alcool éthylique.* — En effectuant l'ouverture par la soude dans des mélanges hydro-alcooliques à concentration en alcool allant de 4 à 20 %, nous avons constaté qu'il y a un léger ralentissement lorsque la proportion d'alcool croît; il devient surtout sensible quand la concentration en alcool dépasse 10 %. La présence de l'alcool est, pour ces teneurs, sans action sur la limite de la réaction.

3° *Influence de la température.* — Les différentes séries d'expériences effectuées à 89°, 50°, 18°, 2° ont montré qu'un abaissement de température diminue la vitesse d'ouverture du cycle, mais déplace, d'autre part, la limite de l'équilibre dans le sens de la production du sel d'acide-alcool; par exemple, en solution à 15 M/10000, cette limite est de 33 % à 80°, 52 % à 50°, 65 % à 18°, 72 % à 2°.

4° *Lactonisation de l'acide-alcool correspondant.* — Après plusieurs essais infructueux pour isoler l'acide-alcool correspondant à la diméthylphtalide (acide diméthylhydroxyméthyl-benzoïque), nous avons, pour étudier la cyclisation de cet acide-alcool, utilisé la méthode indirecte de Hjelt ([3]). La réaction (II) est complète et très rapide :



L'influence de la présence d'alcool éthylique sur la vitesse de réaction ne devient notable que pour une proportion d'alcool atteignant 40 %, et entraîne alors un ralentissement très net de la lactonisation.

Comme on pouvait s'y attendre, la vitesse de la réaction diminue avec la température; par exemple, au bout de 4', en solution hydroalcoolique à 12 % d'alcool, la proportion d'acide-alcool non lactonisé est de 1,9 % à 20°, de 6,8 % à 0°.

B. Diéthylphtalide. — 1° La réaction (I) est limitée et beaucoup plus lente que pour la diméthylphtalide.

2° Il semble que la température influe fortement sur la limite et sur la vitesse de la réaction; par exemple, en solution à 15 M/10000, à 50°, la limite est sensiblement atteinte au bout de 25 heures et correspond à 6 % environ seulement de sel d'acide-alcool formé; mais si, ramenant à la température ordinaire (15-16°) le milieu en expérience, on fait de nouveaux titrages, on constate qu'au bout de 35 jours il y a 24 % de lactone ouverte, au bout de 62 jours 34 % et au bout de 164 jours 79 %.

3° En opérant en solution deux fois plus concentrée vers 80° (ébullition du

([3]) *Ber. d. chem. Ges.*, **24**, 1891, p. 1236; **29**, 1896, p. 1855.

mélange à 30 % d'alcool environ), la limite est sensiblement atteinte au bout de 3 h. 30 min. et correspond à 13 % de lactone ouverte.

4° Étant donné le temps considérable que demanderait la transformation totale de la lactone en sel d'acide-alcool, nous n'avons pu jusqu'ici étudier quantitativement la cyclisation de l'acide diéthylhydroxyméthyl-benzoïque.

C. Nous essayons actuellement de faire la synthèse de la méthyléthylphtalide, à substitution dissymétrique, pour voir si son cycle lactonique aurait une stabilité intermédiaire entre celles des deux lactones à substitutions symétriques déjà étudiées.

En résumé, le cycle lactonique des diméthyl- et diéthylphtalides est très stable; la réaction d'ouverture du cycle par la soude est une réaction d'équilibre, plus lente encore pour la diéthylphtalide que pour la diméthylphtalide; la vitesse initiale de la réaction est augmentée par une élévation de température, mais celle-ci diminue la proportion de sel d'acide-alcool présent à la limite.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Nouvelle préparation du cyanogène.* Note de M. **Léonce Bert**, présentée par M. Paul Pascal.

Le cyanogène s'est préparé jusqu'ici de deux façons :

1° par voie sèche, en dédoublant par la chaleur du cyanure de mercure, seul ou mélangé de chlorure mercurique;

2° par voie humide, en mélangeant peu à peu, à 100°, des solutions concentrées de cyanure de potassium et de sulfate de cuivre.

Nous avons trouvé un nouveau mode de préparation de ce gaz dans l'action, à chaud, du pentachlorure de phosphore sur le cyanure de potassium. La réaction se formule



$$PCl_5 + 2KCN = PCl_3 + 2KCl + (CN)_2.$$

Il y a formation simultanée d'un peu de paracyanogène $(CN)^x$.

Dans un ballon en verre pyrex surmonté d'un court réfrigérant ascendant relié au récepteur à cyanogène, on chauffe un mélange intime de 2 mol-g de cyanure de potassium sec pulvérisé et d'une mol-g de pentachlorure de phosphore. On ne commence à recueillir le cyanogène que, lorsqu'en refluant, le trichlorure de phosphore a chassé la majeure partie de l'air de l'appareil. La réaction se poursuit et le contenu du ballon est noirci peu à peu par le paracyanogène engendré. Quand elle est terminée, on distille le trichlorure de phosphore, on traite avec précaution le résidu par de l'eau, filtre, lave et sèche le paracyanogène que l'on peut dépolymériser en cyanogène, vers 860°, dès qu'on en a obtenu suffisamment.

On peut modifier l'appareil et le mode opératoire précédents en prenant pour générateur un ballon à distiller dont la tubulure est équipée d'un petit

ballon à distiller, extérieurement refroidi, destiné à recueillir le trichlorure de phosphore au fur et à mesure de sa production. La tubulure de ce second ballon sert de tube abducteur au cyanogène dégagé.

Nous avons essayé de remplacer le cyanure de potassium toxique, altérable à l'air par du ferrocyanure de potassium $Fe(CN)_6K_4$, $3H_2O$ inoffensif, inaltérable, très facile à déshydrater et que l'on peut considérer dès lors comme un magasin à cyanure de potassium anhydre. Par chauffage avec du pentachlorure de phosphore, il se produit ici encore du cyanogène, du trichlorure de phosphore, du chlorure de potassium et du paracyanogène accompagnés de chlorure ferrique qui se manifeste par l'apparition immédiate de bleu de Prusse quand on reprend la masse par de l'eau. Les rendements en cyanogène sont bien inférieurs à ceux obtenus avec le cyanure de potassium.

GÉOLOGIE. — *Observations sur la géologie du haut Rio Bodurria (Prov. de Grenade).* Note de MM. **Luis Solé** et **Paul Fallot**, présentée par M. Charles Jacob.

H. Jansen a décrit [1] dans la Sierra de Baza, selon le schéma général de H. A. Brouwer, les éléments suivants, énumérées du Sud au Nord et, tectoniquement, de bas en haut :

1° Cristallin de la Sierra Nevada, assimilé au Pennique, et régnant au sud du Rio Bodurria ;

2° Mischungszone (= Mengzone), assimilée au Mésozoïque pennique et s'étendant au sud et au nord du Bodurria ;

3° Un complexe triasique, rapporté à la nappe de Lanjaron-Gador, formant tous les massifs calcaréo-dolomitiques au nord du Bodurria et étendu jusqu'aux montagnes dominant Baza. Plus à l'Ouest, vers Gor, existerait au-dessus de cette série, d'ailleurs tectoniquement complexe, une unité supérieure attribuée à la nappe de Guajar.

En compagnie de MM. Llopis Llado, de Barcelone, et Alastrué, de Séville, au cours d'une mission organisée par le *Consejo Superior de Investigaciones Cientificas*, nous avons effectué des levers au 1/50 000 d'une zone, transversale à ces unités, large de 12^{km} et s'étendant du sud du Bodurria à l'ouest de Baza.

Les observations que nous avons faites nous permettent de nuancer utilement et de compléter les descriptions de notre confrère hollandais.

1° Le cristallin de la Sierra Nevada (Estrato-cristalino des auteurs espagnols) présente ici les traits qui le caractérisent plus à l'Ouest. Il ne témoigne pas d'un métamorphisme intense et paraît relever de la mésozone. Sa schistosité, en général parallèle à la stratification, indique un pendage au Nord.

2° La série suivante est constituée par des micaschistes noduleux bleus, des micaschistes clairs, tantôt à grenats, tantôt sans grenats, avec, localement, des passées gneissiques, et, vers le haut, des marbres blancs, lités, à bandes noires.

Ceux-ci débutent par des bancs de 1 à 10^m, intercalés dans les micaschistes à grenats,

---

(1) *Thèse Univ. Amsterdam.*, 1936.

dont la schistosité se montre parallèle à la stratification. La masse principale des marbres, puissante de 100 à 200^m, est du reste coupée par de rares passées de micaschistes, dont certaines sont peut-être gneissiques, avec tourmaline noire.

Dans l'ouest du secteur étudié (B^{co} de las Casas), les marbres admettent certains lits dolomitiques jaunes. Leur masse est suivie par un complexe de schistes violacés et de micaschistes alternant encore avec une dizaine de bancs de marbre et de dolomie de moindre importance, dont certains sont micacés. La série s'y termine par des micaschistes dont les rapports avec la base des phyllites violettes werféniennes alpujarrides sont indéterminés.

C'est tout cet ensemble, totalisant environ 600^m, qui correspond à la Mischungszone, c'est-à-dire, pour les Hollandais, à la couverture mésozoïque du Cristallin de la Sierra Nevada. On sait que R. Staub y voit un équivalent des schistes lustrés, et par conséquent une série compréhensive embrassant non seulement le Trias, mais aussi le Jurassique, le Crétacé, et peut-être une partie du Nummulitique.

Nous n'avons observé aucun indice permettant d'attribuer au complexe de la Mischungszone un âge plus récent que le Paléozoïque. En particulier nous n'avons trouvé aucune trace des gypses qui, ailleurs, auraient fourni à l'École hollandaise le meilleur argument en faveur, au moins, de la participation du Trias à cet ensemble.

Lorsque le Trias daté de la série alpujarride voisine a subi une marmorisation locale, il conserve un faciès et un grain tout différents de ceux des marbres de la Mischungszone. En revanche, aucun trait n'interdirait de rapporter ces derniers au Primaire.

Ainsi, dans le segment étudié, la Mischungszone paraît en continuité avec le Cristallin de la Sierra Nevada. Elle est assez fortement métamorphique, mais n'a pas subi de notables dislocations en dehors d'accidents locaux. Ses termes sont tous concordants entre eux. La question de ses rapports mécaniques avec le Trias inférieur alpujarride doit être réservée, les contacts étant généralement masqués par des schistes phylliteux werféniens, glissés des parties plus élevées des versants.

TECTONIQUE. — *Sur la nappe antéstéphanienne de la Margeride, dans la région médiane du Massif Central.* Note de M. **André Demay**, présentée par M. Emmanuel de Margerie.

En signalant, en 1932 (1), l'existence d'arcs antéstéphaniens emboîtés dans le Massif Central, je notais le *renversement du Cristallophyllien, le long d'un arc médian, depuis le Lyonnais jusqu'en Corrèze.* Du côté est, je montrais en 1929 et précisais en 1943 (1), grâce à la conservation des terrains renversés dans un

(1) *Comptes rendus*, **195**, 1932, p. 804; **216**, 1943, p. 544.

synclinal secondaire et à l'observation d'une charnière frontale, l'existence d'une nappe, la *nappe du Gier, enracinée dans cette zone de chevauchement*.

Dans la région médiane, où j'avais noté déjà en 1932 (¹) que, sur le bord nord du granite post-tectonique de la Margeride, les gneiss micaschisteux renversés se couchent vers le Sud et marqué l'étendue considérable de la zone renversée, je désigne sous le nom de *nappe de la Margeride* une nappe à noyau de granite profond, de migmatites, gneiss d'injection, paragneiss et amphibolites et enveloppe de micaschistes et schistes séricìteux, qui s'enracine dans la zone de chevauchement définie par ma Note de 1932, de l'ouest de Mauriac à la Chaise-Dieu, et dont les parties renversées, évoquées en partie dans la même Note, s'étendent jusque dans la vallée du Lot, à l'ouest d'Entraygues et dans le substratum du bassin houiller de Decazeville. La nappe, charriée vers le Sud, envisagée récemment par M. P. Lapadu-Hargues, entre Entraygues et Mende (²), ne peut provenir, à mon sens, que de cette zone de chevauchement et se prolonge en outre de manière évidente dans les parties frontales de la nappe de la Margeride.

Dans la région comprise entre Entraygues, Maurs et Decazeville, j'ai établi avec précision le *renversement de micaschistes francs sur des schistes ardoisiers, souvent à peine métamorphiques*. Mes recherches ont mis en évidence des *plis secondaires importants, postérieurs au charriage*, et dont j'ai pu établir, au contact du Houiller de Decazeville, qu'ils étaient encore antéstéphaniens, l'*anticlinal du pont de Grand-Vabre* et le *synclinal de la Bessenoits*, à l'est de Decazeville, de direction NW ou NNW, avec ennoyage vers le NNW.

L'anticlinal du pont de Grand-Vabre comprend un cœur de micaschistes à muscovite, parfois avec biotite, qui s'enfoncent latéralement et axialement sous les schistes ardoisiers du flanc inverse de la nappe. Ceux-ci, à leur tour, plongent sous les micaschistes de ce même flanc inverse.

A l'extrémité sud du synclinal de la Bessenoits, près du Permien, les schistes ardoisiers séricìteux et des schistes noirs, non métamorphiques, s'enfoncent axialement sous des micaschistes à muscovite, sous des gneiss à muscovite et à biotite, associés à des amphibolites, enfin sous un lambeau isolé de gneiss d'injection alcalins, peu inclinés dans la partie centrale. Plus au Nord, le noyau synclinal comprend des micaschistes renversés sur les schistes ardoisiers de l'anticlinal de Grand-Vabre.

Le charriage de la nappe de la Margeride est donc démontré jusqu'au bassin houiller de Decazeville et à la bande permienne de Rodez et correspond à un cheminement d'au moins 50^{km}. Vers le NW, il faut attribuer à la nappe, par continuité, les micaschistes de la région de Maurs, aussi bien à l'ouest qu'à l'est du grand sillon houiller.

Les gneiss d'injection de la Bessenoits représentent peut-être un témoin du

(²) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 564.

noyau de la nappe, flottant sur le flanc inverse, mais pourraient être attribués aussi à une zone d'injection laccolitique, avant-coureur des zones d'injection profondes du Rouergue, évidemment injectée à la faveur du charriage de la nappe, mais d'origine moins lointaine.

Les structures qui viennent d'être définies accusent, mieux encore qu'auparavant, l'existence de *l'arc antéstéphanien de la région médiane* du Massif Central, que j'ai défini en 1932. Ce n'est plus seulement la zone d'enracinement de la nappe qui peut être utilisée, mais la zone frontale, qui dessine un arc parallèle, du nord de Maurs à Decazeville, Saint-Geniez et Marvejols. De plus, l'axe synclinal de la Bessenoits et l'axe anticlinal du pont de Grand-Vabre montrent, de la manière la plus nette, *l'incurvation de la partie occidentale de l'arc et son raccord à la partie orientale.*

Plusieurs observations m'ont permis d'établir *les relations de la nappe de la Margeride avec son substratum.*

Tout d'abord, à l'extrémité ouest, dans la zone frontale, il est important de noter qu'au-dessous du flanc inverse de la nappe et en continuité avec lui, apparaît dans l'anticlinal du pont de Grand-Vabre, une série normale, qui appartient probablement à l'enveloppe micaschisteuse du massif granito-gneissique du Rouergue. Celle-ci affleure effectivement sur les bords sud et ouest du bassin houiller de Decazeville, à 3^{km} environ des micaschistes renversés de la nappe. Les faciès, les directions axiales, l'allure même des couches sont identiques.

D'autre part, en 1932, j'ai constaté que, près de la Chaise-Dieu, les *micaschistes du flanc inverse reposent normalement sur des paragneiss, des gneiss d'injection et sur le granite profond du Forez,* non sans les laminages et recristallisations habituelles de la tectonique profonde, mais sans discontinuité essentielle.

Enfin, au delà de la zone de montée axiale du Forez, la nappe de la Margeride se prolonge dans la nappe dont une partie de la zone lyonnaise constitue les racines et dont, dans les parties frontales, seule une digitation, la nappe du Gier, a échappé à l'érosion. *Or les micaschistes du flanc inverse de la nappe du Gier ne peuvent être séparés de la partie supérieure du complexe cévenol.*

On doit donc conclure que la *nappe de la Margeride est une nappe, en forme de pli couché, charriée d'au moins* 50^{km} *vers le SW, le S et le SE, et repose sans discontinuité sur les complexes cristallins du Rouergue, de la haute vallée de l'Allier, du Forez, des Cévennes médianes et septentrionales,* où l'ordre de succession est, dans l'ensemble, à peu près normal, mais qui portent la trace de mouvements tangentiels importants, avec injections magmatiques syntectoniques, suivant les modes de la tectonique profonde.

OCÉANOGRAPHIE. — *Analyse quantitative de la micro-faune d'une vase marine à Banyuls.* Note de M. **Paul Bougis**, présentée par M. Louis Fage.

La micro-faune des vases marines submergées a été peu étudiée de façon quantitative. Le premier travail date de 1931. Moore (¹) y étudie les vases de la région de la Clyde en Écosse. Puis Krogh et Spärck (²) ont publié des résultats obtenus dans les eaux danoises (1935). Enfin Marc (³) a fourni quelques données sur une vase des environs de Plymouth (1942). Aucune analyse quantitative n'a donc été faite jusqu'à maintenant en Méditerranée.

La vase étudiée ci-dessous est une vase à Turritelles, située par 30ᵐ de fond, à environ 750ᵐ au nord du Cap l'Abeille. Elle appartient à ce que Pruvot a appelé la vase côtière, vase occupant dans le Golfe du Lion la majeure partie du plateau continental.

Méthode. — Une carotte de vase de $4^{cm^2},5$ de section est découpée, à partir de sa surface, en fractions de 1^{cm} d'épaisseur. Chaque fraction est aussitôt délayée dans l'eau formolée. L'opération est finie au plus tard 2 heures après la prise de l'échantillon. Puis la vase est passée sur un tamis de 120 (48 fils au cm). Après un bain d'éosine, la fraction restée sur le tamis est lavée, et le comptage s'effectue sous le binoculaire, à un grossissement de 15.

Les deux principales causes d'erreur sont la perte au cours des manipulations, que je n'ai encore pu déterminer, et le passage d'une certaine fraction des plus petits Nématodes au travers du tamis; d'après quelques déterminations, cette perte atteindrait environ 20 % du total des Nématodes inférieurs à 1^{mm}. Pour les Foraminifères, les nombres indiqués n'ont qu'une valeur très approximative. Les tests vides abondent dans le sable restant sur le tamis, et pour évaluer la quantité de Foraminifères vivants, il est nécessaire de dissoudre les tests calcaires par un acide, avant de colorer à l'éosine.

Résultats. — Je donne ci-dessous le résultat d'un comptage effectué sur de la vase recueillie le 25 mars 1946, la température à 1ᵐ du fond étant de 10°,9. C'est l'échantillon le plus riche que j'ai examiné. Tous les groupes d'animaux trouvés jusqu'ici dans cette vase y sont représentés.

Fractions (cm).	0-1.	1-2.	2-3.	3-4.	4-5.	5-6.	6-7.	7-8.
Nématodes $> 1^{mm}$	74	64	26	6	1	0	0	1
» $<$ »	134	115	29	8	0	1	0	1
Kinorhynques	17	6	1	0	0	0	0	0
Petits Polychètes	4	3	0	0	0	0	0	0
Copépodes	66	2	0	0	0	0	0	0
Ostracodes	16	1	0	0	0	0	0	0
Isopodes	1	0	0	0	0	0	0	0
Amphipodes	1	0	0	0	0	0	0	0
Halacariens	1	0	0	0	0	0	0	0
Foraminifères	50	2	0	0	0	0	0	0
Gastéropodes	2	0	0	0	0	0	0	0
Lamellibranches	2	0	0	0	0	0	0	0

(¹) *Journ. Marine Biol. Assoc.*, **17**, 1931, p. 325.
(²) *Det Kgl. Danske Vid. Selskab*, **13**, 1934, p. 4.
(³) *Journ. Marine Biol. Assoc.*, **15**, 1942, p. 517.

Comme Moore et les auteurs suivants l'ont montré, c'est dans la couche superficielle que la micro-faune est la plus riche et la plus variée. A 1^{cm} de la surface, les petits Crustacés disparaissent, et les Nématodes deviennent absolument prépondérants. Au delà de 5^{cm} de profondeur, la faune nématodienne elle-même est très pauvre. Pour apprécier la richesse en micro-faune d'une vase, il suffira donc pratiquement de prélever les 5 premiers centimètres.

Cette richesse paraît susceptible d'assez grandes variations dans une même zone. Voici le résultat de 4 analyses : 2 échantillons prélevés le 25 mars 1946 (température 10°,9), les autres le 1er avril 1946 (température 11°,2), l'écart entre les points exacts des prises pouvant être au maximum de 200^{m} (4).

0-5 cm.	25 III		1 III		Moyenne	
	a.	b.	a.	b.	4$^{cm^2}$,5.	au dm^2.
Nématodes, 1-3	143	171	66	99	120	2600
» , 0,3-1	199	286	81	122	172	3800
Kinorhynques, 0,3-0,8	–	24	13	14	17	370
Petits Polychètes, 0,5-5	10	7	2	0	5	110
Copépodes, 0,3-1	54	68	45	55	55	1200
Ostracodes, 0,3-0,8	–	17	4	3	8	180
Isopodes, 0,6	1	1	1	0		
Amphipodes, 1,5	1	1	1	0		
Halacariens, 0,5	0	1	0	0		
Foraminifères, 0,2-0,8	–	50	25	5		
Gastéropodes, 1-5	–	2	2	0		
Lamellibranches, 0,2-1	–	2	0	0		

Si la densité en Copépodes est à peu près constante, la quantité de Nématodes varie du simple au triple. Peut-être ces variations s'atténueraient-elles en s'éloignant de la côte, dans des conditions de sédimentation plus uniformes.

Dans la dernière colonne du tableau, je donne les densités au dm^2 calculées à partir de la moyenne des 4 analyses. Pour les groupes trouvés en quantité trop faible, je n'ai pas jugé légitime d'extrapoler. Ainsi que je l'ai indiqué plus haut, le nombre des petits Nématodes est à augmenter de 20 % pour compenser la perte au tamisage; ce qui donne 4500 au lieu de 3800.

Une comparaison globale avec les valeurs obtenues dans les autres mers est difficile tant que les résultats ne sont pas exprimés en grammes au lieu de nombres. Krogh et Spärck ont bien donné des poids pour la microfaune, mais ils sont sujets à caution (Mare). Pour remédier quelque peu à cela j'ai indiqué en millimètres les tailles limites des différents groupes.

Pour les Nématodes, la densité est supérieure à toutes celles trouvées jusqu'ici. Pour les Copépodes et les Kinorhynques, il en est de même. Pour

(4) Dans le premier échantillon, Kinorhynques, Ostracodes, Foraminifères et Mollusques n'ont pas été comptés.

les Annélides et les Ostracodes, les valeurs sont du même ordre de grandeur.

En conclusion, d'après cette brève étude, cette vase ne paraît le céder en rien aux vases submergées de Plymouth, d'Écosse et du Danemark pour sa richesse en micro-faune.

PHYSIQUE ATMOSPHÉRIQUE. — *Sur la formation dans l'atmosphère de centres moléculaires de condensation de vapeur d'eau.* Note de M. **André Debierne.**

La condensation de la vapeur d'eau sursaturée sur des centres de diverses natures a été étudiée dans un grand nombre de travaux (Coulier, Aitken, Wilson etc.) qui ont mis en évidence l'action des poussières, celle des ions, et aussi celle des molécules ayant une affinité particulière pour l'eau.

Dans des conditions données, la grosseur des gouttelettes formées est d'autant plus petite que les centres sont plus nombreux, et le nombre des centres joue ainsi un rôle essentiel sur la précipitation des gouttes sous forme de pluie ou leur mise en suspension indéfinie à l'état de nuage, de brouillard, de brume épaisse ou légère.

Si l'on admet qu'à l'origine des centres de condensation peuvent être à l'état moléculaire, on peut obtenir un nombre énorme de centres avec une masse relativement petite de matière, et des conclusions intéressantes peuvent être obtenues concernant l'action des bombardements de la guerre sur les phénomènes atmosphériques.

Les explosifs des obus et bombes d'avions sont des dérivés nitrés qui peuvent produire une quantité importante de gaz NO (oxyde azotique) par leur décomposition. Le gaz NO sera dispersé dans l'atmosphère par l'explosion et les courants atmosphériques, et se transformera bientôt, par action de l'oxygène de l'air, en gaz NO_2 puis, en faisant intervenir l'action de la vapeur d'eau, en molécules d'acide nitrique NO_3H. Chaque molécule d'acide nitrique pourra se combiner avec un certain nombre de molécules d'eau et ce groupement pourra constituer un centre de condensation pour la vapeur d'eau.

Une molécule-gramme de NO (30^g) pourrait donc créer environ 6.10^{23} centres de condensation, d'où l'on peut facilement déduire que 1000 tonnes de gaz NO pourront former 1 million de centres de condensation par *centimètre cube* dans une couche d'air de 40 *km* de hauteur recouvrant toute la surface de la Terre.

Considérons maintenant l'explosion d'une bombe atomique. Le résultat principal est certainement de porter une quantité énorme d'air à une température très élevée. Or nous savons que, dans ces conditions, il y a combinaison directe de l'azote à l'oxygène pour donner le gaz NO. C'est une réaction utilisée pour la fabrication de l'acide nitrique et des nitrates.

La fission d'un atome de plutonium (239) ou d'un atome d'actinouranium (235) dégage approximativement 200 millions d'électrovolts, ce qui donne,

pour une bombe de 10 kg, $5,1.10^{33}$ eV ou $2,0.10^{14}$ calories, permettant de porter 5.10^{7} kg d'air à la température de 10000 degrés et la formation probable d'environ 5.10^{6} kg de gaz NO, pouvant produire 5 millions de centres nitriques de condensation par *centimètre cube*, dans une couche d'air de 40 *km* de hauteur sur toute la surface de la Terre. Ces calculs se rapportent à des conditions théoriques assez éloignées de la réalité, mais ils donnent une indication très nette sur les possibilités d'action des bombardements sur les conditions atmosphériques.

Les centres moléculaires de condensation sont certainement moins efficaces que les poussières ou que les ions pour donner des gouttelettes visibles lors d'une détente ou d'un refroidissement, et leur présence pourra ne pas être révélée dans les expériences de numération des poussières avec les méthodes actuellement employées. Il en résultera aussi qu'ils seront difficilement éliminés sous forme de gouttes de pluie, et qu'ils pourront, dans une forte proportion, rester présents dans l'atmosphère pendant un temps très long.

La présence d'un très grand nombre de centres de condensation doit certainement avoir une action importante sur les phénomènes atmosphériques. On peut considérer deux effets principaux :

1° diffusion et absorption de la radiation solaire, ce qui peut diminuer la quantité d'eau évaporée sur la surface des mers;

2° accumulation d'eau dans l'atmosphère sur des gouttes infiniment petites, avec diminution du nombre de gouttes pouvant tomber sous forme de pluie. Le résultat général serait un ciel toujours plus ou moins voilé et des périodes fréquentes de sécheresse avec terre sèche et air humide. Cela correspond assez bien au temps que nous avons eu en France depuis plusieurs années.

L'accumulation de l'eau dans l'atmosphère ne peut continuer indéfiniment, et l'on peut prévoir, à partir d'un certain moment, des pluies abondantes.

On peut conclure des considérations précédentes que la guerre moderne crée un état anormal de l'atmosphère, plutôt défavorable à la culture, et il en serait de même des expériences d'explosion de bombes atomiques.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur un glucoside des spores d'*Equisetum maximum. Note (1) de M. **Antonio Sosa** et Mme **Cécile Sosa-Bourdouil**, présentée par M. Marcel Delépine.

Au cours d'un travail sur les spores des Cryptogames vasculaires entrepris par l'un de nous, nous avons eu l'occasion d'isoler un glucoside nouveau des spores d'*Equisetum maximum* Lamk (*E. Telmateia*, Ehrh.) que nous avons désigné sous le nom d'*équisporoside* et que nous allons décrire.

(1) Séance du 29 avril 1946.

Extraction. — Nous avons traité 100g de spores, broyées avec un poids égal de sable, dans un appareil de Sohxlet par l'éther éthylique, qui entraîne entre autres substances un ester acide dont il sera question ailleurs.

Les spores sont ensuite traitées 4 fois par l'alcool éthylique à 95° bouillant. Après filtration à chaud, l'alcool est évaporé sous pression réduite à 50°. L'extrait encore tiède est agité à l'éther : il abandonne par refroidissement les cristaux d'un glucoside jaune (rendement 0g,9 %) fondant vers 210° qui, après plusieurs cristallisations dans l'eau, se présente au microscope en fines aiguilles. D'abord jaune verdâtre, il devient jaune vif en perdant son eau de cristallisation (14,8 % H_2O, ce qui correspond à 5 mol. d'eau pour la formule proposée plus loin), F 216° (fus. inst. au bloc Maquenne). Le pouvoir rotatoire se place aux environs de $-127°$ ($[\alpha]_D$ dans 4 p. d'acétone pour 1 p. d'eau, $c = 0,37$).

Peu soluble à froid dans l'éther éthylique et dans l'acétone anhydre, plus soluble dans l'eau et les alcools méthylique et éthylique (à chaud il se dissout mieux dans ces derniers solvants); à froid il est plus soluble dans l'acétone hydratée et la pyridine.

Réactions de coloration. — Il se comporte comme un flavonoloside : coloration vert émeraude puis jaune au borate de sodium, rouge orangé brun par ClH + Mg, jaune en solution alcoolique à la soude, rouge orangé sur les cristaux avec le même réactif, rouge vif sur les cristaux avec ClH et SO_4H_2 concentrés, vert au perchlorure de fer. Les réactions des cétones sont positives, celles des aldéhydes négatives.

L'équisporoside est un des glucosides qui réduit le plus fortement la liqueur de Fehling à chaud (1g réduit comme 0g,702 de glucose). Il ne contient pas d'azote.

Hydrolyse acide. — Par action de SO_4H_2 à 6,25 % pendant six heures au bain-marie bouillant, on a obtenu du *d*-glucose (phénylosazone F 228°, inst. au bloc). Après agitation à l'éther et séparation des cristaux d'aglycone, la solution est déféquée au sous-acétate de Pb : on détermine son pouvoir rotatoire et son pouvoir réducteur par la méthode de G. Bertrand. Ces deux mesures correspondent aux propriétés du glucose (trouvé $[\alpha]_D + 52°,6$). Nous avons ainsi obtenu 34,4 de glucose et 68,4 d'aglycone % de glucoside.

Composition élémentaire %, C 52,66-52,74; H 4,23-4,27 (tr.). En calculant à partir de la teneur en glucose, on obtient un poids moléculaire de 519. La microacétylation pyridinée révèle 28,9 % d'hydroxyle correspondant à 8,9 (OH). Le dérivé acétylé se présente cristallisé en aiguilles incolores, F 239-241° (bloc).

L'ensemble des résultats nous amène à proposer pour l'équisporoside la formule suivante : $C_{23}H_{22}O_{14}$ (calc., C 52,88 %, H 4,24 %, P. M. 522,4; teneur en glucose 34,5 %, en aglycone 69 %).

Aglycone. — Nous le désignerons sous le nom d'*équisporol*. Il est purifié par

dissolution à froid dans CH_3OH, filtration, évaporation du solvant et recristallisation dans l'acétone hydratée, puis dans l'alcool méthylique également hydraté. Le produit ainsi obtenu est d'un jaune plus pâle que le glucoside et légèrement verdâtre. Il se présente au microscope cristallisé en prismes allongés fondant à 319-320° (inst. au bloc). A la différence du glucoside, l'équisporol est très soluble à froid dans CH_3OH, assez soluble dans l'éther, insoluble dans l'eau. Comme l'équisporoside, il est insoluble dans le camphre. Il réduit à chaud la liqueur de Fehling moins fortement que le glucoside (1^g réduit comme $0^g,492$ de glucose).

Réactions colorées. — A la différence de l'hétéroside, il présente, sous l'action de KOH dilué en solution méthyl ou éthyl-alcoolique, une coloration intense; dissous dans CH_3OH s'il est avec KOH *n*/100, on peut faire varier la teinte en ajoutant des quantités croissantes de KOH; on passe ainsi du rose doré au violet, puis au bleu foncé et au vert. Dans les mêmes conditions, le glucoside passe du jaune initial au jaune légèrement verdâtre.

Composition élémentaire %, C 56,81-57,11; H 3,59-3,42 (tr.); calculé pour $C_{17}H_{12}O_9$; C 56,80; H 3,36; P. M. 360,2.

Avec le réactif de Hübl, l'équisporol fixe 8,8 atomes-g d'iode. La microacétylation pyridinée donne une teneur en (OH) de 14,4 %, en déficit sur la quantité prévue. Nous avons pu constater un déficit semblable sur d'autres flavonols de constitution connue : il paraît d'autant plus fort que l'on a affaire à une forme plus oxygénée (par exemple, nous avons 73 % de la théorie chez le quercétol, 46 % chez le myricétol; chez le naringénol qui est une flavanone, le naringoside un flavononoside, ou chez le bétuloside, glucoside d'un phénol-alcool, tous les hydroxyles sont parfaitement dosables par cette méthode). Il est remarquable que l'aglycone lié au glucose donne 2(OH) de plus (en totalité 5) que l'équisporol libre, dosables par acétylation pyridinée.

Équation d'hydrolyse. — D'après ce qui précède, une molécule d'*équisporoside* se dédouble en 1^{mol} de glucose et 1^{mol} d'un flavonol très oxygéné, probablement un homologue supérieur du myricétol, du gossypétol ou bien du quercetagétol, que nous désignons sous le nom d'*équisporol* en attendant d'avoir établi définitivement sa constitution.



$$\underset{\text{Équisporoside.}}{C_{23}H_{22}O_{14}} + H_2O = \underset{d\text{-Glucose.}}{C_6H_{12}O_6} + \underset{\text{Équisporol.}}{C_{17}H_{12}O_9}$$

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Fixation de l'azote par le* Nostoc commune *Vaucher*. Note de M. **Armand Hérisset**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Le *Nostoc commune* V. se développe abondamment sur les allées sablées de l'Arboretum Allard, à Angers. Divers faits d'observation courante ont suggéré l'idée que cette petite Cyanophycée assimile l'azote libre. Elle est d'ailleurs riche en composés azotés, puisque, d'après Mlle Payen (1), elle renferme

(1) *Thèse Sc.*, Paris, 1938, p. 67.

(exprimé en N) 2,8 % de cet élément. J'ai entrepris des recherches expérimentales afin de mettre en évidence l'origine de cet azote.

Une récolte a été effectuée; les thalles, après lavage soigneux, ont été séchés, puis pulvérisés; j'obtiens en moyenne 10 % de produit sec. Tous les essais ont été effectués avec la même souche et dans l'ordre indiqué. J'ai tout d'abord ensemencé des fragments égaux d'Algue sèche, en tubes stériles, sur milieux minéralisés sans azote et sur milieux renfermant $0^g,60$ de nitrates pour 1000, ces solutions étant gélosées à 2 %. Certains de ces deux milieux étaient de plus glucosés à 2 %. Le pH de 5 m'a permis, dans mes essais, de constater l'absence de Bactéries. Des séries de 10 ou 20 tubes étaient placées à l'extérieur, d'autres au laboratoire, certaines parmi les glucosées à l'obscurité. Dans un essai, les températures extérieures ont été : moyenne des maximas, 11°,2; moyenne des minimas, 6°; les températures intérieures, 15-16°. Le ciel a été couvert pendant plus de la moitié du temps où les cultures ont été exposées au dehors. Dans chaque série n'ont été retenues que les cultures qui, à l'examen, se sont révélées *pures*. Au bout de 6 jours, les masses gélatineuses ont été pesées et ont donné les résultats suivants (moyenne des poids frais par tubes) :

	Milieu complet.	Milieu sans azote.
	mg	mg
Dehors, au soleil	5,9	12,1
A l'intérieur	3,3	11,8

	Milieu complet glucosé.	Milieu sans N glucosé.
	mg	mg
Dehors, au soleil	10,5	11,1
A l'intérieur	5,3	11,65
A l'obscurité	9,5	6,0

A la lumière, et en l'absence de glucose, le *Nostoc* pousse mieux sans nitrates que sur milieu complet. En l'absence de nitrates, le glucose ne joue aucun rôle, ou du moins les récoltes en poids frais sont équivalentes. A l'obscurité la récolte est minime, car l'algue paraît ne plus fixer aussi bien l'azote libre : *pour cette fixation il faut de la lumière*.

En présence de glucose, les récoltes sont beaucoup plus abondantes sur milieu complet, résultat qui est sans doute dû à l'effet antitoxique du glucide.

Les cultures en chambre qui, au début, se développent moins rapidement que les cultures à l'extérieur, rattrapent le retard grâce à la température plus élevée et régulière. Les récoltes sur milieu complet sont plus abondantes à l'extérieur, parce que, du fait de la lumière, il se forme plus de glucose antitoxique.

L'Algue, dans mes cultures, produit une gaine mucilagineuse peu importante : quand le milieu est riche et humide, les cellules se multiplient et leur gaines filamenteuses apparaissent plus tardivement.

La croissance des colonies, rapide au début, semble s'arrêter au bout de 4

à 6 jours; cet arrêt variable paraît conditionné par la grosseur de l'ensemencement et le volume des tubes : le développement est donc limité par le manque d'atmosphère. J'ai donc effectué des essais en cuves de verre. Le milieu choisi a été du sable de rivière; celui-ci a été prélevé dans un tas ayant séjourné dehors depuis plusieurs années, donc lavé par les pluies et privé de tous sels solubles. Il a été stérilisé au four Pasteur et réparti dans des cuves de 20^{cm} de diamètre.

Un premier essai m'a permis de me rendre compte de l'influence de l'humidité : deux cristallisoirs ont reçu la même quantité de poudre d'Algue ($0^g,50$). Le sable du premier a été maintenu humide, tandis que celui du second était imbibé à refus, sa surface étant recouverte d'une mince lame d'eau. Au bout de 12 jours, la récolte du premier est de $0^g,90$, tandis que celle du second est de $3^g,40$: *La croissance du Nostoc nécessite donc une abondante quantité d'eau.* Un temps chaud et ensoleillé augmente le poids des récoltes; dans un essai ultérieur j'ai récolté (les autres facteurs étant identiques) $25^g,50$ d'Algue en 8 jours seulement.

Enfin l'assimilation de l'azote libre a été comfirmée par l'essai suivant : j'ai ensemencé $0^g,50$ d'Algue sèche sur : cuve n° 1, témoin sur sable + eau de rivière; cuve n° 2, sable + solution sans azote; cuve n° 3, sable + milieu complet. Les poids des récoltes, au bout de 12 jours, sont les suivants : n° 1 (témoin), $16^g,10$; n° 2 (milieu sans azote), $12^g,20$; n° 3 (milieu complet), $6^g,30$; ce dernier bac est couvert de Chlorophycées, ceci montre que ce milieu convient au développement des Algues et qu'il est le seul des trois dans ce cas.

Il m'est donc permis de conclure que le Nostoc commun assimile l'azote libre et que la présence des nitrates rend le milieu toxique pour l'Algue.

Remarque sur la Note de M. ARMAND HÉRISSET, par M. LOUIS BLARINGHEM.

Dès 1910, j'ai noté la pratique du savant agronome Gaston Allard à l'Arboretum de la Maulévrie, à Angers (Maine-et-Loire). Il faisait exécuter méthodiquement le nettoyage des allées sablées, couvertes de pellicules glaireuses de *Nostoc commune*, par rejet à droite et à gauche du sable superficiel, puis répandre une mince couche de sable de Loire lavé en tas en divers points de la propriété. Je lui fis remarquer que cette pratique me rappelait les nettoyages hebdomadaires des cuisines dans les Flandres; il m'affirma que cette opération de propreté le dispensait d'une forte dépense en fumures artificielles, d'où je conclus à l'éventualité d'une fixation de l'azote de l'air, fait nié par plusieurs auteurs et mis en évidence par M. Armand Hérisset.

GÉNÉTIQUE. — *Sur la génétique de la monœcie et la diœcie zygotique chez* Ecballium elatherium *Rich.* Note (1) de M. **Fernando Galan**, présentée par M. Maurice Caullery.

Les expériences de C. Correns (2) sur *Bryonia* ont résolu le problème génétique de la diœcie, analyse de la différence entre les deux génotypes, androïque et gynoïque d'une Cucurbitacée dioïque; les différences génétiques entre la monœcie et la diœcie zygotique paraissent n'avoir pas retenu jusqu'ici l'attention ou, tout au moins, ont donné lieu à des formules génétiques non encore vérifiées expérimentalement.

Tout autre est le cas étudié par Germain de Saint-Pierre (3), croisement d'espèces d'une autre Cucurbitacée, *Lagenaria sphærica* ♀ × L. *vulgaris* ⚥, réalisé seulement dans le sens indiqué ici.

En 1935, j'ai constaté que, dans la moitié du Nord de l'Espagne, les populations de l'*Ecballium elatherium* sont monoïques et que celles de la moitié du Sud sont dioïques.

Déjà en 1888, le botaniste français Battandier avait découvert en Algérie l'existence des deux variétés de cette espèce, qu'il appela *Ecballium elatherium monoicum* et *E. e. dioicum*. En Espagne, et avant qu'elles ne fussent par moi aperçues, elles le furent aussi par M. J. Cuatrecasas (communication particulière).

M. A. de Zulueta m'invita à étudier ce problème objectif que je poursuivis dès 1935 jusqu'à 1939.

De suite j'ai obtenu, dans les deux sens de croisement, l'hybride monoïque × dioïque de l'*Ecballium elatherium*, lequel s'est révélé être du type *Lagenaria*. Cet hybride n'est pas stérile, comme est stérile celui de la *Bryonia* et comme sont stériles aussi tous les autres hybrides analogues, excepté peut-être celui de *Lagenaria* (4). L'hybride monoïque × dioïque de l'*Ecballium* est parfaitement fertile par autofécondation et aussi par allogamie, autant *inter se* qu'avec ses parents dans toutes les combinaisons, et j'ai obtenu 226 individus F_2 et 1195 individus des croisements de retour.

*Croisements des races d'*Ecbalium elatherium.

Expérience.	P.	F_1.
F_1 *légitimes* :		
1	⚥ × ⚥	21 ⚥
2	♀ × ♂	132 ♀ et 135 ♂
F_1 *hybrides* :		
3	♀ × ⚥	887 ⚥
4	⚥ × ♂	372 ⚥ et 423 ♂

(1) Séance du 26 novembre 1945.

(2) Cf. *Die Bestimmung und Vererbung des Geschlechts nach neuen Versuchen mit höheren Pflanzen*. Berlin, 1907.

(3) *Bull. Soc. Bot.* de France, **13**, 1866, pp. 301 et 303.

(4) Voir Germain de Saint-Pierre, *Bull. Soc. Bot. France*, **13**, 1866, p. 303.

D'où mes conclusions :

1° Les individus sylvestres de phénotype ⚥ (monoïque) sont homozygotes.

2° Les individus sylvestres d'un des phénotypes ♀ et ♂ sont hétérozygotes dominants par rapport aux individus sylvestres de l'autre, lesquels sont homozygotes récessifs.

3° *a*. Entre les individus de phénotypes ⚥ et ceux de phénotype ♀, il y a une différence héréditaire qui ne peut appartenir qu'au noyau cellulaire.

b. Les individus sylvestres de phénotype ⚥ sont homozygotes dominants (ou épistatiques) par rapport aux individus sylvestres de phénotype ♀.

4° Les individus sylvestres d'un des phénotypes ⚥ et ♂ sont hétérozygotes dominants par rapport aux individus sylvestres de l'autre, lesquels sont homozygotes récessifs.

CYTOGÉNÉTIQUE. — *Sur l'existence, dans le Jura central, de races écologiques aneuploïdes et polyploïdes chez* Cardamine pratensis *L.* Note ([1]) de M. **Marcel Guinochet**, présentée par M. Roger Heim.

Au cours d'études purement *phytosociologiques* sur le Jura central, je fus frappé par la présence de *Cardamine pratensis* L. subsp. *eu-pratensis* P. Fourn. dans mes relevés de *Querceto-Carpinetum* et, plus rarement, dans d'autres groupements de la classe *Querceto-Fagetea*, associations forestières climax des étages inférieur et montagnard. En fait, cette espèce prairiale, considérée par certains auteurs comme caractéristique de la classe *Molinio-Arrhenatheretea*, dans laquelle on réunit les associations des pelouses fraîches ou un peu humides et des prairies fauchables et pâturages gras, figure cependant assez souvent parmi les compagnes des associations forestières, notamment celles de l'ordre *Fagetalia* ([2]).

Les différences morphologiques présentées par les échantillons récoltés en forêt et en prairies ne me paraissant pas suffisantes pour distinguer deux formes ayant une réelle valeur taxonomique, au sens classique, sans les soumettre à des épreuves culturales et tenant compte, d'autre part, du polymorphisme bien connu de cette espèce, je fus conduit à me demander si l'on ne serait pas en présence « d'unités systématiques morphologiquement semblables ([3]), mais à exigences écologiques définies et héréditaires ». Je résolus donc d'entreprendre des expériences dans ce sens.

Il était indiqué d'étudier le génome de ces plantes. Or j'eus la surprise de

---

([1]) Séance du 25 mars 1946.

([2]) Cf. entre autres R. Tüxen, *Mitteil. Floristisch-soziologischen Arbeitsgemeinschaft in Niedersachesen*, 3, 1937, pp. 1-170.

([3]) Au sens des taxonomistes classiques.

constater qu'elles appartiennent à des races à nombres de chromosomes distincts :

$2n = 16$, échantillons A, B, C (bois, bosquets, prairie);
$2n = 30$, » D (prairie fauchable mésophile);
$2n = 40$, » E, F (bords de lacs).

Cardamine pratensis L. a déjà fait l'objet de numérations de la part de Miss I. Manton ([4]), qui a indiqué $2n = 32$ et 64, ce dernier nombre se rapportant à des formes à fleurs doubles, et de W. T. C. Lawrence ([5]), qui a trouvé $2n = 30$, nombre auquel s'est finalement ralliée Miss I. Manton. Mes résultats mettent donc en évidence :

1° L'existence, chez *C. pratensis* L., d'au moins une forme à $2n = 16$, nombre le plus fréquent dans le genre *Cardamine*, dont le nombre de base semble bien être $n = 8$, et de races polyploïdes, celle à $2n = 40$ étant vraisemblablement un pentaploïde issu de celle à $2n = 16$;

2° La confirmation de l'existence d'une forme aneuploïde (fait très remarquable, l'aneuploïdie intraspécifique étant extrêmement rare même inconnue pour moi, dans la nature) à $2n = 30$;

3° La possibilité de coexistence, sur un territoire géographique restreint, de races écologiques à peu près semblables morphologiquement, à nombres de chromosomes distincts, donc génétiquement différentes;

4° La corrélation, qui semble se manifester chez *C. pratensis* L., entre l'augmentation du nombre de chromosomes et la liaison à des sols de plus en plus humides; ce cas est à rapprocher de celui de *Galium palustre* L., dont la forme octoploïde est aquatique, tandis que celle qui est diploïde n'est qu'hygrophile [Fagerlind ([6])]; mais il ne faudrait pas en tirer une conclusion générale sur les aptitudes écologiques des polyploïdes, car c'est l'inverse qui a lieu chez *Lotus corniculatus* L. par exemple [M. Guinochet ([7])].

5° L'origine vraisemblablement silvatique, dans la région euro-sibérienne, des formes de *C. pratensis* L., si l'on considère d'une part que, dans un groupe taxonomique où il y a de la polyploïdie, les formes diploïdes sont en général plus anciennes que les polyploïdes correspondants, et d'autre part que, du moins dans le Jura Central, celles-ci paraissent liées aux restes épargnés par le déboisement des associations forestières climax. Ces formes à $2n = 16$ représenteraient des reliques ne quittant guère leur milieu forestier d'origine que pour transgresser accidentellement dans des groupements prairiaux peu influencés par l'Homme et très proches, dans les séries progressive ou régressive, des groupements forestiers, ce qui est le cas du *Molinietum* sous-ass.

([4]) *Ann. of Bot.*, 46, 1932, pp. 515-542.
([5]) *Journ. of Genetics*, 13, 1931, p. 183.
([6]) *Acta Horti Bergiani*, 11, 1937-38, pp. 195-470.
([7]) *Rev. de Cytologie et de Cytophysiologie végétales* (sous presse).

Avenetosum pubescentis (éch. C); la forme très hygrophile à $2n = 40$ a dû coexister très tôt avec celle à $2n = 16$, les associations, d'ailleurs rares et d'un caractère plus ou moins permanent, où elle a été rencontrée, ayant dû elles-mêmes coexister de tout temps avec les groupements forestiers climax; quant à la race aneuploïde à $2n = 30$, peut-être d'origine plus récente, elle ne doit certainement son extension actuelle qu'à celle, favorisée par l'Homme, des associations prairiales auxquelles elle paraît liée.

6° Enfin la démonstration par un exemple concret de la nécessité de combiner les recherches de phytosociologie, ce qui confère à cette discipline un intérêt théorique plus considérable qu'on ne veut souvent lui accorder, et de cytogénétique, si l'on désire réellement progresser, à l'échelle de l'espèce, en matière de génétique évolutive.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Nouvelle interprétation de la formation des cécidies.* Note de M. **François Nystérakis**, présentée par M. Joseph Magrou.

Des recherches assez récentes ayant établi que les substances de croissance entraînent la prolifération des cellules végétales, nous nous sommes demandé si la formation des galles ou cécidies, normalement provoquées par la piqûre d'insectes, ne serait pas en relation avec la quantité de phytohormones des tissus portant les galles. Nous avons choisi la vigne, dont certaines espèces portent des galles phylloxériques, tandis que d'autres en sont, normalement, dépourvues. Pour les dosages, le coléoptile d'avoine nous a servi de test et nous avons utilisé les réactions de l'acide indol-β-acétique.

Bien que nous n'ayons pu démontrer que les organes (feuilles et racines) qui forment des galles phylloxériques contiennent toujours plus de phytohormones que ceux qui n'en produisent pas, nous avons cependant établi que, pour la même plante, la quantité d'acide indol-β-acétique contenue dans les feuilles porteuses de galles est toujours supérieure, et de beaucoup, à celle des feuilles n'ayant pas de galles.

Cette différence marquée ne laissait, toutefois, rien préjuger du mécanisme de la formation des galles. Dans le but de l'élucider, nous avons récolté des galles phylloxériques sur les feuilles du *Riparia-Gloire*, en éliminant soigneusement les insectes et leurs œufs. Nous avons dosé l'acide indol-β-acétique sur 15^g de galles et sur le même poids de parenchyme foliaire sans galles. Les chiffres obtenus ne confirment pas entièrement les précédents; peut-être les insectes éliminés contenaient-ils de l'acide indol-β-acétique? Pour vérifier cette hypothèse, 150 à 250^{mg} d'insectes, soigneusement séparés de leurs œufs, ont été introduits pendant 24 à 48 heures dans l'alcool butylique normal en 1941, 1943 et 1945. L'acide chlorhydrique, additionné de traces de Fe_2Cl_6, a permis de noter de très fortes doses d'acide indol-β-acétique, variables,

d'ailleurs, suivant les années et la saison, plus fortes, en général, à l'arrière-saison.

L'hypothèse que le phylloxéra pouvait inoculer à la vigne l'hétéro-auxine, qui serait l'agent provoquant la formation des galles, se présente immédiatement à l'esprit, d'autant plus qu'en injectant à de jeunes tiges, aux pétioles, aux vrilles, aux rachis des grappes, aux radicelles et aux racines de divers cépages des solutions plus ou moins concentrées d'hétéro-auxine, ou en introduisant des cristaux de cette hormone dans les mêmes organes, nous avons reproduit des galles identiques à celles du phylloxéra. Il faut faire remarquer cependant que les mêmes essais sur les limbes foliaires n'entraînent qu'exceptionnellement une ébauche de cécidies, vraisemblablement par suite de la perforation de la feuille par les aiguilles.

Si les recherches de différents auteurs ont démontré la présence de substances de croissance dans des produits d'origine animale, c'est la première fois, à notre connaissance, qu'est mis en évidence le rôle d'un insecte, par la sécrétion d'une hétéro-auxine, dans la formation des galles.

Nous nous proposons de rechercher si d'autres insectes, auteurs de galles, ne possèdent pas la même propriété que le phylloxéra.

D'ores et déjà nos observations antérieures avaient établi que *Myzodes persicæ*, qui déforme les feuilles du pêcher et *Phyllocoptes vitis*, qui occasionne le court-noué suisse de la vigne, contiennent de très petites quantités d'auxine, par suite, vraisemblablement, du faible poids (quelques milligrammes) d'insectes recueillis, dont le très grand nombre sur les feuilles permet, cependant, d'expliquer les effets qu'ils produisent.

Nos observations soulèvent des problèmes qui ne manquent pas d'intérêt : la résistance de certaines vignes au phylloxéra ne pourrait-elle s'expliquer par l'inégale sensibilité des cellules vis-à-vis des auxines sécrétées par l'insecte? D'autre part le milieu où se développe la vigne n'agirait-il pas sur cette sensibilité? Ainsi s'expliquerait la manière d'être de la vigne vis-à-vis du phylloxéra, sans qu'il soit nécessaire d'admettre plusieurs espèces dans le genre *Phylloxera*.

Nos observations éclairent d'un jour nouveau la formation des galles : la mystérieuse substance excitante sécrétée par les insectes piqueurs est tout simplement, tout au moins pour le phylloxéra de la vigne, une hétéro-auxine élaborée par l'insecte et injectée par lui dans les tissus qu'il pique. N'est-ce pas ainsi qu'agissent certaines bactéries, notamment celles des Légumineuses?

HISTOLOGIE. — *Sur la métaplasie biliaire de la muqueuse duodénale, au niveau de l'ampoule de Vater, chez le Cheval.* Note de MM. **René Argaud** et **Jiban Gan**, présentée par M. Léon Binet.

Le double bourrelet circulaire qui circonscrit l'ampoule de Vater du Cheval est le siège d'une métaplasie qui différencie ces formations valvulaires de la

structure habituelle de la muqueuse duodénale et les apparente aux muqueuses biliaires. C'est au niveau du bourrelet le plus externe et en même temps le plus volumineux que les modifications histologiques sont le plus accusées. Au contraire, au fond du sillon de circonvallation interposé entre les deux surélévations, la muqueuse possède des villosités et reprend ainsi, sur un court espace, l'aspect intestinal.

Il apparaît tout de suite que le torre du bourrelet est exclusivement constitué par une profusion de glandes qui, sur une même coupe sagittale, fait également saillie en dehors et en dedans. C'est d'ailleurs grâce aux coupes médio-sagittales de l'ampoule de Vater passant aussi par l'axe du cholédoque que l'on peut jeter un coup d'œil d'ensemble sur les modifications intestino-biliaires et comparer histologiquement les transitions plus ou moins brusquées de la glande de Brünner à la glande vatérienne.

En dehors et au-dessus du bourrelet, on constate que les glandes de la muqueuse intestinale s'identifient aux glandes de Brünner; elles sont très rameuses, tubulo-alvéolaires, et leurs acini contournés et tassés par îlots de 15 à 20, constituent deux groupes à peine séparés par les grêles vestiges d'une muscularis mucosœ disloquée ou par une mince nappe collagène. Contrairement à la norme, les acini sont, ici, de petite taille, et leurs dimensions restent les mêmes dans la muqueuse et dans la sous-muqueuse; leur lumière est à peu près virtuelle; leur protoplasme finement granuleux est teinté par le muci-carmin et les noyaux s'aplatissent contre la basale. Les conduits excréteurs, s'ouvrant dans les glandes de Lieberkühn ou directement dans la lumière intestinale, sont formés de cellules sombres autour d'une lumière rétrécie.

Dans le cholédoque au contraire, les glandes, surtout vers la partie inférieure, se distinguent aisément des glandes de Brünner par l'agrandissement de leurs acinis, qui sont également plus espacés dans une gangue conjonctive plus lâche et possèdent des cellules plus hautes et fortement colorées par le muci-carmin. Enfin, et principalement dans la région vatérienne, les conduits sécréteurs sont dilatés en saccules (*Parietal Sacculi*) pouvant atteindre de grandes dimensions. Souvent même les lumières sacculaires sont gonflées par les produits mucoïdes qui s'y accumulent.

Eh bien ! brusquement, un peu en amont de l'ampoule de Vater, dès le soulèvement du bourrelet le plus externe, la structure intestinale se transforme en structure biliaire, rappelant celle de la partie inférieure plus ou moins ampullaire du cholédoque. Les villosités cessent ou sont à peine ébauchées et les glandes de Brünner font place sans transition à d'autres glandes plus volumineuses, plus espacées, avec de grosses dilatations sacculaires, véritables citernes qui, sur les préparations, se traduisent par des perthuis visibles à la simple loupe ou même à l'œil nu. Ces conduits élargis correspondent exactement aux *Parietal Sacculi* des voies biliaires que Beale et Sweet considéraient comme le siège de la résorption de la partie consistante de la bile.

Rappelons encore que, d'après Sweet (1924), les saccules s'hypertrophieraient après la cholécystectomie et fonctionneraient (fait contesté par Burden, 1925) comme de multiples et miniscules vésicules biliaires.

Cependant, il n'est pas sans intérêt d'insister sur ce premier fait que, chez le Cheval, animal normalement dépourvu de vésicule biliaire, les *Parietal Sacculi* s'hypertrophient démesurément comme chez les animaux après une cholécystectomie.

Notons encore l'extrême susceptibilité de l'épithélium des bourrelets périvatériens comparable à celle des voies biliaires. Quant aux glandes elles affectent les mêmes dispositions histotopographiques et structurales que les glandes vatériennes. Près des saccules, les glandes sont réduites à de simples tubes; plus en dehors, elles se ramifient et forment des groupes tubulo-acineux. Le muci-carmin montre que les conduits excréteurs eux-mêmes participent, quoique dans une faible mesure, à la sécrétion de la substance mucoïde. Ce sont donc des conduits sécréto-excréteurs. Dans certains saccules très volumineux, les parois donnent naissance à des bourgeons très saillants et sessiles fortement et entièrement colorés en rouge. Il n'est pas rare en outre d'apercevoir, dans les coupes qui intéressent les deux formations, les acini déversant leur produit dans les saccules.

En somme, tout semble se passer comme si l'hétéropie et l'hyperplasie glandulaires que nous venons de décrire avaient pour effet (chez un animal dépourvu, comme le Cheval, de vésicule biliaire) de compenser, par une profuse hypersécrétion mucoïde, une importante fonction habituellement dévolue à l'organe absent.

Il apparaît, en outre, que cette fonction présente une certaine indépendance; qu'elle peut se surajouter sans se confondre entièrement avec la sécrétion biliaire proprement dite.

Les dilatations sacculaires, de dimensions parfois énormes, mesurent simplement la rapidité et l'abondance de cette sécrétion. Enfin le fait de leur présence possible en dehors de l'ampoule de Vater, en pleine muqueuse intestinale, infirme la théorie conditionnelle, soutenue par Burden, d'une pression contre les parois accrue par la fermeture du sphincter d'Oddi.

PHYSIOLOGIE. — *Influence de quelques vitamines sur le maintien de l'équilibre leucocytaire dans l'intoxication médicamenteuse.* Note de M. **Raoul Lecoq**, présentée par M. Emmanuel Leclainche.

L'emploi de plus en plus fréquent des toxiques industriels (benzols et dérivés), des traitements radiologiques et de la chimiothérapie a entraîné l'apparition d'un syndrome hématologique (dit de Werner-Schultz ou agranulocytaire), caractérisé par une forte diminution du taux des globules blancs, la quasi-

disparition des polynucléaires granuleux et une anémie profonde, traduisant la sidération de la moelle. Mais on assiste aussi en certains cas, ainsi que l'a constaté N. Fiessinger ([1]), à une exagération de l'activité leucocytaire avec moelle à pro- ou métamyélocytes; ce qui laisse à penser que l'intoxication en cause entraîne la *suppression d'un facteur de régulation* dont dépendent à la fois le taux des leucocytes et leur qualité ([2]), et qui serait apporté par les médications les plus efficaces. Nous nous sommes proposé de reprendre expérimentalement ce problème, en utilisant quelques substances vitaminiques, proposées en clinique ([3]).

Tout d'abord nous avons administré à des Rats blancs, adultes ou préadultes, du pyramidon (médicament producteur type de l'agranulocytose) à doses suffisamment élevées pour entraîner des modifications rapides de la formule leucocytaire. Nous avons adopté, après quelques essais, l'ingestion biquotidienne de $0^g,10$ de ce corps, préalablement dissous dans un peu d'eau. L'examen de la formule hématologique permet, dès le lendemain, de noter une exagération sensible du nombre de leucocytes au millimètre cube et, le surlendemain, une augmentation nette de la proportion de polynucléaires, modifications qui s'accusent encore par la suite (voir tableau, *animaux témoins, moyenne de quatre sujets*). Les résultats du quatrième jour nous ont semblé assez caractéristiques pour ne pas prolonger au delà l'expérience, qui risque d'ailleurs d'entraîner la mort des sujets traités et qui comporte ultérieurement une lente atténuation de la production leucocytaire. A la lumière de ces faits, on peut se demander si, dans l'agranulocytose, une phase de stimulation leucocytaire ne précède pas *toujours* la phase de diminution classique.

Nous avons procédé ensuite, concurremment aux prises de pyramidon, à des séries d'injections sous-cutanées biquotidiennes de 1^{cm^3} de préparation diverses : solutions de pentose-nucléotides à 7 %, d'aneurine (vitamine B_1) à 0,2 %, d'adermine ou pyridoxine (vitamine B_6 ou G) à 0,2 %, d'adénine (vitamine B_4) à 0,3 % et enfin du mélange des 5 vitamines B que nous avions précédemment étudié ([4]). Nos résultats, groupés dans le tableau ci-après, représentent chacun la moyenne de 3 essais, sauf pour l'adénine : 4 expériences par injection et 2 par ingestion ont fourni des chiffres très voisins.

Interprétation des résultats et conclusions. — Le trouble leucocytaire lié à l'intoxication médicamenteuse réalisée par l'ingestion de pyramidon n'est que faiblement retardé par l'injection d'aneurine (B_1). Quoique agisssant peu sur la quantité des globules blancs, l'injection d'adermine (B_6 ou G) protège leur qualité.

([1]) N. Fiessinger, *Les Médications actuelles*, Paris, 1942, p. 209.

([2]) M. Loeper et Vermenouze, *Therapia*, 1, 1946, II.

([3]) R. H. Williams et H. M. Clute, *New Engl. Journ. Med.*, 230, 1944, p. 657. M. M. Cantor et J. W. Scott, *Canad. Med. Assoc. Journ.*, 52, 1945, p. 327.

([4]) R. Lecoq, P. Chauchard et H. Mazoué, *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 31.

Déséquilibre de la formule hématologique du Rat par le pyramidon.

Jours.	Hématies.	Leucocytes.	Poly. neutro.	Lympho.	Moy. mono.	Gr. mono.	Poly. éos.
Rats témoins recevant biquotidiennement *per os* $0^g,10$ de pyramidon.							
1 (av.)...	6985000	8350	24	64	9	2	1
2 » ...	7060000	14000	29	60	8	2	1
3 » ...	7050000	17800	36	55	6	2	1
4 » ...	7145000	24150	37	52	8	2	1
Rats traités par les nucléotides pentosiques.							
1 (av.)...	6820000	8150	25	61	12	1	1
2 » ...	6935000	8800	26	64	7	2	1
3 » ...	6870000	9950	25	64	9	1	1
4 » ...	6850000	9800	28	63	6	2	1
Rats traités par l'aneurine (vitamine B_1).							
1 (av.)...	6860000	8600	27	63	14	2	3
2 » ...	6870000	10250	29	54	7	3	1
3 » ...	6820000	13500	34	60	5	3	2
4 » ...	6820000	16750	34	56	7	2	0
Rats traités par l'adermine ou pyridoxine (vitamine B_6 ou G).							
1 (av.)...	6700000	7950	25	61	10	3	1
2 » ...	6800000	12700	27	59	8	3	3
3 » ...	6730000	14750	29	62	6	2	1
4 » ...	6650000	18000	28	64	6	1	1
Rats traités par l'adénine (vitamine B_4).							
1 (av.)...	6855000	8150	25	62	9	3	1
2 » ...	6875000	9450	28	61	9	2	0
3 » ...	6870000	10750	30	57	9	3	1
4 » ...	6865000	11200	27	60	9	3	1
Rats traités par l'ensemble des 5 vitamines B.							
1 (av.)...	6780000	8300	25	63	10	1	1
2 » ...	6820000	10450	28	64	5	2	1
3 » ...	6700000	9800	27	59	8	5	1
4 » ...	6800000	9900	25	62	9	3	1

L'efficacité des pentose-nucléotides sur le maintien de l'équilibre leucocytaire est nette et générale; celle de l'adénine (B_4) apparaît très voisine. Tout porte à croire que l'adénine est véritablement le principe actif des pentose-nucléotides. Dans la pratique médicale, l'adénine offre, sur les pentose-nucléotides, l'avantage de pouvoir être introduite par voie intraveineuse sans provoquer de choc. L'action de cette substance est heureusement renforcée par les autres facteurs du complexe vitaminique B; elle mérite qu'on lui attribue le nom de *facteur d'équilibre leucocytaire*. Administrée *per os*, son efficacité subsiste.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Action inhibitrice de doses minimes de ribonucléase sur la segmentation de l'œuf de la Grenouille rousse.* Note de MM. **J.-André Thomas, Jean Rostand** et **Jean Grégoire.**

L'introduction de traces de ribonucléase dans l'œuf fécondé provoque-t-elle des modifications du développement? Cette question nous conduisit à piquer avec un fin stylet trempé dans la diastase, l'œuf de *Rana temporaria* L. Le cytoplasme de cet œuf contient de l'acide ribonucléique *libre* et des particules ribonucléoprotéiques, supportant un équipement enzymatique, qui représentent les agents vraisemblables des synthèses protéiques (¹).

Les ovules subissent la fécondation artificielle. Après un délai variant entre 1 heure et 2 heures 30 minutes, les œufs fécondés, encore indivis, sont débarrassés grossièrement de leur gangue et piqués en un endroit quelconque avec un stylet de verre très effilé (à 1^{mm} de la pointe, diamètre d'environ 22^{μ}). Chez les uns, les témoins de piqûre, l'instrument ne véhicule pas de substance. Chez les autres il introduit une trace du liquide à étudier : dans ce cas il est plongé, avant chaque piqûre, dans une solution de ribonucléase ou dans une solution témoin. Les œufs constituent ainsi des lots différents qui sont remis dans l'eau, où, éventuellement, ils poursuivent leur évolution.

Nous avons fait 6 séries d'expériences, portant en tout sur 1450 œufs environ. Les trois premières, poursuivies en mars 1945 (avec la collaboration de M. Ch. Bocquet), ont été effectuées avec une solution de ribonucléase active, mais de titre non exactement connu et, par comparaison, avec une solution de sérumalbumine, à concentration analogue et à pH 7. Pour les trois dernières expériences, de mars 1946, nous nous sommes servis de ribonucléase cristallisée, préparée selon la méthode de M. Kunitz (²), et mise en solution à 5 ‰ dans l'eau bidistillée à pH 7. Les solutions témoins à 5 ‰ ont été d'une part trypsine et pepsine (*Griffin* et *Tatlock*), auxquelles on a ajouté 10 % du produit sec de sulfate d'ammoniaque (ce corps pouvant être contenu dans les cristaux de ribonucléase), et portées respectivement à pH 7,5 et 6,2; d'autre part, thymonucléase brute, selon F. G. Fischer (³); enfin, ribonucléase et thymonucléase chauffées à 115° pendant 30 minutes.

Nos trois séries d'expériences de 1945 sont démonstratives. Des 97 œufs piqués à la sérumalbumine naissent 49 larves, tandis que les 273 œufs piqués à la ribonucléase ne se segmentent pas ou fournissent des stades II qui avortent bientôt; tous, finalement, entrent en cytolyse.

De même, pendant la saison de 1946, l'inhibition du développement est extrêmement nette. Sur 247 œufs piqués à la ribonucléase cristallisée, 217 ne se segmentent pas, 29 parviennent au stade II, mais le sillon s'efface, un seul (sans doute mal piqué), au stade *gastrula*; enfin, tous dégénèrent rapidement. Par contre un certain nombre d'œufs seulement piqués ou inoculés de diastases

---

(¹) J. Brachet et R. Jeener, *Enzymologia*, **11**, 1944, pp. 196-212; J. Brachet, *Embryologie chimique*, 1944, p. 509, Paris.

(²) M. Kunitz, *J. gene. Physiol.*, **24**, 1940, pp. 15-32.

(³) F. G. Fischer, Ilse Böttger, Heinz Lehmann-Echternacht, *Z. Physiol. Chem.*, **271**, 1941, pp. 246-264.

témoins se développent normalement. Nous récapitulons nos expériences n° IV et n° VI en un tableau. On voit que la trypsine, la pepsine et la thymonucléase ne bloquent pas, d'une façon élective, les premiers stades de la segmentation et que la ribonucléase, qui résiste à l'ébullition, conserve encore une certaine activité après chauffage à 130°; quant à la thymonucléase, elle est détruite par ce même traitement.

Exp. IV.	Témoins de piqûre.	Trypsine.	Pepsine.	Ribonucléase.
Nombre d'œufs..........	40	80	72	58
Stade IV................	la plupart	22	la plupart	0
Morula.................	la plupart	27	la plupart	0
Larves..................	19	19	5	0

Exp. VI.	Témoins de piqûre.	Thymo-nucléase brute.	Thymo-nucléase chauffée.	Ribo-nucléase.	Ribo-nucléase chauffée.
Nombre d'œufs..........	61	87	77	88	100
Stade IV................	41	37	21	0	31
Gastrula...............	36	45	49	0	36
Larves..................	21	0	7	0	0

Ajoutons que l'action de la ribonucléase n'est pas transmissible. Des œufs fécondés, piqués avec un stylet trempé dans un broyat d'œufs bloqués depuis 3 heures par la ribonucléase, ne sont pas eux-mêmes arrêtés dans leur développement. Enfin, le sperme dilué dans la solution de ribonucléase, pendant une demi-heure, garde ses propriétés fécondantes.

Discussion. — Par quel mécanisme la ribonucléase, à une dose aussi minime que celle qui est apportée par le stylet, bloque-t-elle aussi rapidement le développement de l'œuf? Est-ce par sa fonction majeure de dépolymériser l'acide ribonucléique et, par là, de perturber la synthèse des protéines cytoplasmiques? L'examen d'œufs bloqués depuis 5 et 8 heures après la fécondation et traités, sur coupes, par le procédé de J. Brachet ([4]) ne révèle pas de différence appréciable entre leur cytoplasme et celui des œufs témoins, en ce qui concerne la teneur en ribonucléoprotéines.

Mais V. R. Potter et H. G. Albaum ont découvert récemment ([5]) que la ribonucléase, qui est sans effet direct sur le cytochrome *c*, a une action rapidement inhibitrice sur des enzymes qui, pour agir, exigent la présence de ce corps (coenzyme 1-cytochrome *c*-réductase de Lockhart et Potter, succinodéshydrogénase, cytochrome oxydase). Ces systèmes enzymatiques à cytochrome pourraient être contenus dans des ribonucléoprotéines cytoplasmiques de dimensions macromoléculaires.

Conclusions. — La ribonucléase cristallisée, introduite dans l'œuf fécondé de

---

([4]) J. Brachet, *Arch. Biol.*, 53, 1942, pp. 207-258.

([5]) V. R. Potter et H. G. Albaum, *J. gén. Physiol.*, 26, 1943, pp. 443-455.

la Grenouille rousse, à dose infime, arrête de façon élective, rapide et définitive la segmentation. Cet effet ne semble pas résulter, essentiellement, d'une dépolymérisation de l'acide ribonucléique. Il pourrait être, jusqu'à plus ample informé, la conséquence de la propriété que possède la ribonucléase d'inhiber des déshydrogénases qui interviennent, en tant que systèmes enzymatiques à cytochrome, dans la respiration cellulaire.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Contribution à l'étude comparative des systèmes diastasiques des anaérobies stricts et facultatifs.* Note de MM. **Eugène Aubel, Albert-J. Rosenberg** et **Jekisiel Szulmajster**, présentée par M. Maurice Javillier.

A notre connaissance, il n'existe sur ce sujet qu'un travail de Broh-Kahn et Mirsky (1), qui ont observé que, le *B. coli* pouvant croître à l'air, en présence de cyanure, il fallait admettre que son système anaérobie diffère de celui des anaérobies stricts. Cette remarque même, à notre sens, n'était pas décisive, car on pouvait penser que c'était précisément le fait de bloquer les enzymes activant l'oxygène qui permettait la croissance à l'air. Mais, ayant constaté que des essais de culture de *Cl. saccharobutyricum* en présence de cyanure et en aérobiose étaient impossibles, nous avons cherché, dans une étude préliminaire, quelques faits permettant d'appuyer l'existence de systèmes anaérobies différents chez *Esch. coli*, anaérobie facultatif et *Cl. saccharobutyricum*, anaérobie strict. Les cultures furent faites en anaérobiose, sur bouillon de Pomme de terre, additionné de glucose à 2 %.

1° Le cyanure de potassium à la concentration finale de M/330 inhibe complètement la croissance de *Cl. saccharobutyricum*, alors que *Esch. coli* se développe, avec un certain retard, il est vrai, dans les mêmes conditions.

2° Dans les milieux où le fer a été presque totalement éliminé (30γ dans 100^{cm^3} au lieu de 430γ), par le procédé de Warnig et Werkman (2), *Esch. coli* donne des cultures, alors que *Cl. saccharobutyricum* n'en donne pas. Si l'on ajoute dans le milieu déficient, pour 5^{cm^3}, 10γ de fer à l'état de sulfate, la croissance se produit. Fait important, dans le milieu pauvre en fer, la croissance se produit si l'on opère en atmosphère d'hydrogène. Il est nécessaire, dans un premier passage d'activer cet hydrogène à l'aide de noir de platine ajouté au liquide de culture. Quand une première croissance a été obtenue, les Clostridies, repiquées, croissent en absence de noir de platine, en atmosphère d'hydrogène, les expériences témoins sans hydrogène restant négatives.

3° Dans le milieu de culture traité par le cyanure de potassium, la présence d'une atmosphère d'hydrogène activé au noir n'a pas permis d'observer le développement de *Cl. saccharobutyricum*.

Comme Warnig et Werkman ont montré que *Aerobacter aerogenes* croissant sur milieu déficient en fer ne renferme pas d'acide formique-déhydrogé-

(1) *Journ. of Bact.*, 35, 1938, p. 455.
(2) *Arch. of Bioch.*, 4, 1944, p. 75.

nase et peu d'hydrogénase, nous pensons que nos résultats, d'après lesquels existent des systèmes anaérobies différents chez *Esch. coli* et *Cl. saccharobutyricum*, s'expliquent en partie par la nécessité pour *Cl. saccharobutyricum* de se procurer l'hydrogène nécessaire à ses synthèses par la déshydrogénation de l'acide formique, réaction qui, pour *Esch. coli*, n'a pas la même importance.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur l'application de la réaction de Sakaguchi aux protéines et aux acides α-guanidiques dérivés des acides aminés naturels.* Note de MM. **Jean Roche** et **Marcel Mourgue**, présentée par M. Maurice Javillier.

De nombreux dérivés monosubstitués de la guanidine (acide arginique, agmatine, arginine, arcaïne, monométhylguanidine, octopine, synthaline) présentent la réaction de Sakaguchi ([1]) (coloration rosée en présence d'α-naphtol et d'hypobromite de sodium en milieu alcalin) avec une intensité proportionnelle à leur teneur en groupements guanidiques [C. Dumazert et R. Poggi ([2])]; aussi cette réaction a-t-elle été appliquée au dosage colorimétrique de ces corps, en particulier de l'arginine (Weber, Jorpes, Dumazert et Poggi). Or l'intensité de la coloration obtenue en présence de protéines non hydrolysées est notablement plus faible que ne permet de le prévoir leur teneur en arginine [J. Roche et G. Blanc-Jean ([3])], ce qui peut être dû soit à l'existence de combinaisons intramoléculaires de certains groupements guanidiques, soit à un défaut de réactivité de ceux-ci tenant à leur position dans les protéines. Contrairement à une opinion classiquement admise (Kossel), la première hypothèse ne nous a pas paru pouvoir être écartée sans preuves nouvelles, pour diverses raisons exposées par ailleurs ([4]), et il convenait d'entreprendre des recherches pour établir la validité de la seconde. L'objet de cette Note est de résumer celles que nous avons poursuivies dans ce but.

Nous nous sommes d'abord proposé de fixer des groupements guanidiques sur des protéines grâce à la condensation du radical $HN : C(.NH_2)—$, emprunté à l'isothiourée, avec les groupements aminés libres de celles-ci [E. Schütte ([5])] et d'étudier le comportement des guanidoprotéines obtenues vis-à-vis de la réaction de Sakaguchi, avant et après leur hydrolyse totale par les acides minéraux. Comme les produits de cette dernière devaient nécessairement libérer des acides guanidiques, nous avons ensuite préparé par synthèse un certain nombre de corps de ce type dérivant d'acides α-aminés naturels et étudié quantitativement la réaction de Sakaguchi dans leurs solu-

([1]) S. Sakaguchi, *Journ. of Biochem.*, 5, 1925, pp. 25-32; K. Poller, *Ber. d. chem. Ges.*, 56, 1926, 1927-1929.

([2]) *Bull. Soc. Chim. biol.*, 21, 1939, pp. 1381-1388.

([3]) *Bull. Soc. Chim. biol.* (*Trav.*), 23, 1941, pp. 1006-1014.

([4]) J. Roche et M. Mourgue, *Bull. Soc. Chim. biol.* (*Trav.*), 26, 1944, pp. 1206-1213.

([5]) *Ztschr. f. physiol. Chem.*, 279, 1943, pp. 52-59 et 59-61.

tions, ces produits servant en quelque sorte de corps de référence. Les résultats de ces expériences sont les suivants.

La caséine de Vache en solution à 5 % dans l'ammoniaque concentrée, additionnée de S-méthylisothiourée (2 à 5g pour 100cm³) et abandonnée trois jours à la température du laboratoire, s'enrichit en groupements guanidiques. Le taux de ceux-ci exprimés en arginine, déterminé par la méthode de Dumazert et Poggi ([2]), passe de 5,2 à 11,5 % dans l'hydrolysat de la protéine après guanidylation, alors qu'avant hydrolyse il correspond à 3,5 % dans la caséine et à 7,0 % dans la guanidylcaséine. Il en découle que les groupements guanidiques fixés à la protéine ne réagissent que partiellement, tant que les dérivés des acides aminés dans lesquels ils sont présents n'ont pas été libérés par hydrolyse. Leur comportement peut, dès lors, être régi soit par le voisinage d'autres radicaux sur une même chaîne d'acide guanidique, soit par la position de ces corps dans la molécule protéique.

Nous avons essayé de nous faire une opinion à ce sujet en étudiant le comportement de divers acides guanidiques préparés en traitant des acides aminés par la S-méthylisothiourée en milieu ammoniacal, selon le mode opératoire décrit par Schütte ([5]). Les résultats sont les suivants :

Dérivé étudié et acide aminé ou peptide isologue.	N % théorique (calculé).	N % trouvé (kjeldahl).	Intensité de la réaction de Sakaguchi (% de la théorie).
Arginine (corps de référence)	32,2	32,1	100
Dérivé α-guanidique de :			
Glycocolle (ac. guanidoacétique), $C_3H_7N_3O_2$ ([6])	35,6	34,7	72,9
Alanine (ac. α-guanidopropionique), $C_4H_9N_3O_2$	32,0	31,1	98,6
Phénylalanine (ac. phényl α-guanidopropionique), $C_{10}H_{13}N_3O_2$	20,3	20,8	98,8
Sérine (ac. α-guanido β-hydroxypropionique), $C_4H_9N_3O_3$	28,5	28,4	5,1
Cystine (disulfure de l'ac. α-guanido-β-thiopropionique), $C_8H_{16}N_6O_4S_2$	25,9	24,8	12,0
Méthionine (ac. α-guanido γ-thiométhyl butyrique), $C_6H_{11}N_3O_2S$	21,9	21,6	52,0
Acide aspartique (acide α-guanidosuccinique), $C_5H_9N_3O_4$	24,0	23,2	100,0
Glycylglycine (α-guanidoacétamide du glycocolle), $C_5H_9N_4O_3$	32,2	33,5	90,8

Il découle de ces observations que tous les dérivés α-guanidiques étudiés ne

([6]) Le fait que la glycocyamine (acide guanidineacétique) donne une réaction de Sakaguchi sensiblement moins intense que ne le prévoit la théorie a déjà été signalé par Weber et confirmé par Dumazert et Poggi, par Roche, Lehr, et Riesz.

donnent pas la réaction de Sakaguchi avec une intensité proportionnelle à leur teneur en groupements guanidiques. *Celle-ci, pratiquement théorique pour les dérivés de la plupart des acides α-aminés, est beaucoup plus faible pour ceux des acides aminés hydroxylés ou sulfurés.* Ce fait permet d'interpréter, au moins partiellement, le défaut de réactivité de certains groupements guanidiques des protéines avant l'hydrolyse de celles-ci, car il paraît légitime de l'attribuer à une proximité de groupements hydroxylés ou sulfurés, que fait nécessairement disparaître la fragmentation des chaînes peptidiques, l'arginine étant le seul dérivé guanidique naturel libéré au cours de celle-ci. Dès lors, si la présence de groupements guanidiques combinés dans les molécules protéiques demeure une hypothèse de travail, la « dissimulation » de certains d'entre eux dans les protéines peut aussi être rattachée à leur position dans les chaînes peptidiques et à leur proximité de certains radicaux, dont -OH, -S-S- et -S-CH_3 sont à cet égard très actifs.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur le mode d'oxydation de la vitamine A : action de l'acide perphtalique sur l'acétate d'axérophtol.* Note de M[lle] **Andrée Vinet** et M. **Paul Meunier**, présentée par M. Maurice Javillier.

La première contribution précise à la connaissance des dérivés d'oxydation de la vitamine A vient d'être apportée par P. Karrer et Jucker (¹) : l'hépaxanthine, isolée du foie à côté de la vitamine A (²), est identifiée au produit d'oxydation de l'axérophtol par l'acide perphtalique et la constitution d'époxyde en 5.6 lui est assignée.

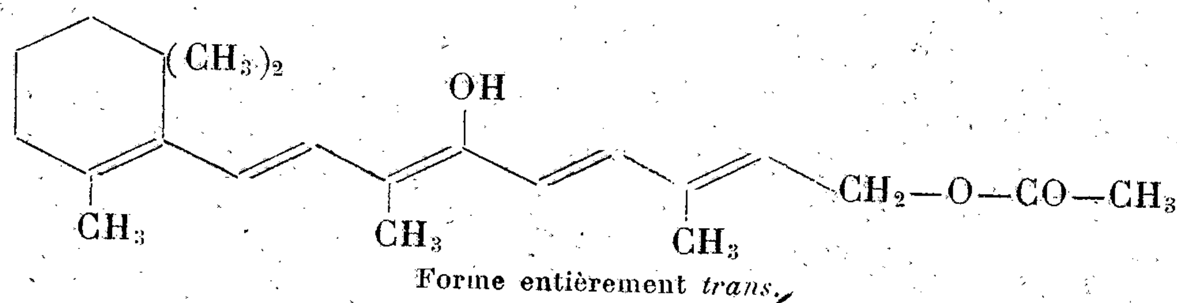
Nous avons utilisé le même réactif, mais nous l'avons fait agir sur l'axérophtol acétylé, pour éviter toute concurrence de la fonction alcool vis-à-vis du réactif oxydant et par ce que nous avons pu disposer pour un de nos essais d'une petite quantité d'acétate d'axérophtol cristallisé (fourni par M. Mead, de la British Drog House, à Londres). L'oxydation a été conduite d'après Karrer : l'acide perphtalique est ajouté molécule à molécule à la vitamine A acétylée en solution éthérée et le contact maintenu 20 heures, à l'obscurité. Le produit de la réaction est lavé à l'eau bicarbonatée, évaporé et chromatographié en solution benzénique et éthéropétrolique à parties égales, non sur chaux, mais sur *alumine*. L'eau de lavage est extraite par le chloroforme.

Cet extrait (fraction 1), ainsi que trois couches du chromatogramme et son filtrat (fraction 5), ont été soumis à l'analyse spectrographique, à l'action du réactif au trichlorure d'antimoine et à la méthode de Zérewitinoff (H mobile).

(¹) *Helv. Chim. Acta,* **28**, 1945, p. 717.
(²) P. Karrer et Morf, *ibid.*, **16**, 1933. p. 625.

Fractions et rendements.	Absorption.	Réaction au $SbCl_3$.	H mobile.
1. Fraction entraînée dans CO_3HNa : 2 à 3 %........	330$^{m\mu}$ (bosse) 280$^{m\mu}$ (maximum) et au-dessous de 245$^{m\mu}$	Violet fugace, puis verte (574$^{m\mu}$, 614$^{m\mu}$, puis 460-470$^{m\mu}$)	Non déterminé
2. Couche supérieure sur l'alumine (jaune pâle) : 30 %...........	Id.	Id.	0,40 %, soit 1 par mol.
3. Couche jaune orange : 20 %...	Id.	Id.	0,36 %, soit 1 par mol.
4. Couche inférieure jaune verdâtre : 5 %...........	Bande unique à 280$^{m\mu}$, absorption totale au-dessous de 245$^{m\mu}$	Rouge, puis verte (510$^{m\mu}$, puis 614 faible et 490$^{m\mu}$)	0,09 %, pas d'H mobile
5. Filtrat : 30 à 40 %.	Bande unique 330$^{m\mu}$	Bleu (bande unique 620$^{m\mu}$)	0,01 %, pas d'H mobile

Dans deux de ces expériences, la fraction n° 2, abandonnée à — 22°C. dans l'alcool méthylique, a fourni des cristaux blanc verdâtre, fondant à 127° dans un cas et 137° dans l'autre. Nous attribuons à ce composé la structure énolique suivante, dans laquelle l'OH est fixé sur l'atome de carbone 10 :



Forme entièrement *trans*.

Voici nos raisons :

1° Le système chromophore à 5 doubles liaisons conjuguées de la vitamine A, encore marqué par la bosse de la courbe d'absorption à 330$^{m\mu}$, est scindé en deux parts inégales par l'oxhydryle médian, ce qui correspond aux bandes fortes à 280$^{m\mu}$ et 245$^{m\mu}$ (3 et 2 doubles liaisons conjuguées respectivement).

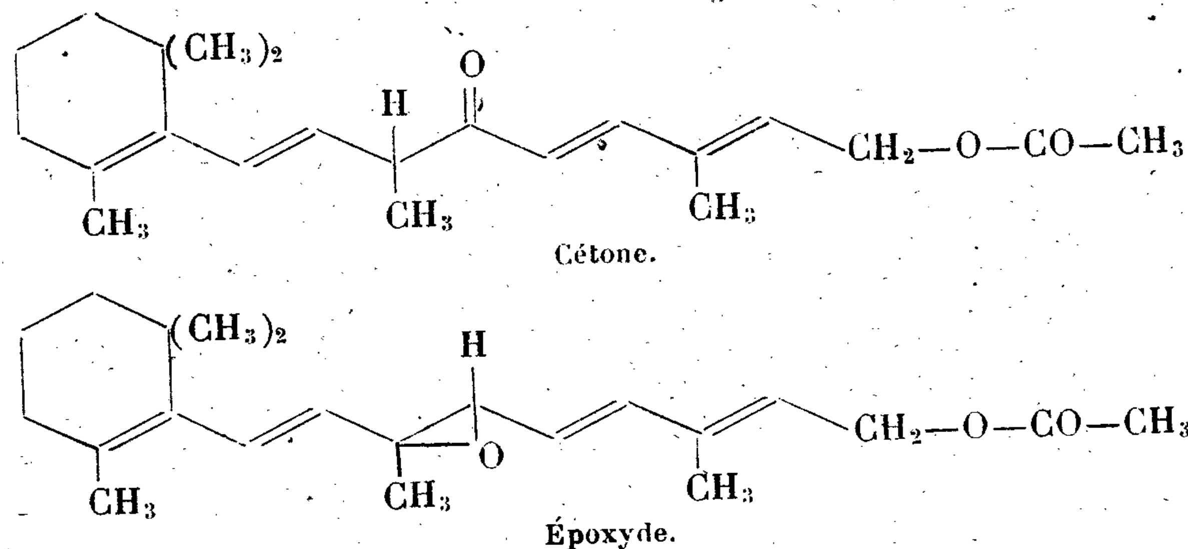
2° La bande à 470$^{m\mu}$ qui apparaît sous l'influence de $SbCl_3$ témoigne de l'ionisation de la molécule en plusieurs points médians, tandis que la faible bande à 620$^{m\mu}$ indique la perte de la capacité d'ionisation à l'extrémité, par suite de l'acétylation de la fonction alcool ([3]).

3° La valeur de l'H mobile et une certaine solubilité dans les liqueurs alcalines (la fraction entraînée dans CO_3HNa offrant les mêmes caractères spectraux) confirment l'existence d'un —OH à propriétés légèrement acides.

Quant au composé à bande unique d'absorption à 280$^{m\mu}$ de la fraction 4, nous pensons qu'il correspond à la cétone tautomère du précédent énol,

(3) P. Meunier, *Comptes rendus*, 215, 1942, p. 470.

renfermant probablement encore l'époxyde initial



Cétone.

Époxyde.

Le remaniement de l'époxyde en énol doit d'ailleurs s'effectuer aisément au lavage par le bicarbonate et sous l'influence de l'alumine. C'est sans doute par ce mécanisme que s'opère le retour de l'hépaxanthine à un composé présentant la même réaction de Carr-Price que la vitamine A et la même absorption ultraviolette, phénomène signalé par Karrer (¹) et (²). Comme on le voit, il ne s'agirait pas là exactement de la vitamine A, mais d'un hydroxyaxérophtol, qui, lui, s'ioniserait à l'extrémité sous l'influence de $SbCl_3$, tant que son OH alcoolique demeure libre (bande à 620). Il semble que l'attaque par l'acide perphtalique corresponde à une position privilégiée, dont il trouve la raison profonde dans un phénomène de mésomérie secondaire, scindant en deux parties égales le système conjugué de l'axérophtol. D'ailleurs, dans une expérience d'acétylation d'un concentré à 84 % (⁴), nous avons obtenu par entraînement dans le carbonate de potassium aqueux un produit présentant des caractères spectraux identiques à ceux de la fraction 1, ce qui indique bien qu'il y a eu fixation secondaire du chlorure d'acétyle sur la double liaison *médiane* (9.10) de la vitamine.

PATHOLOGIE ANIMALE. — *Recherches sur la fièvre aphteuse. Une source abondante de virus pur; le liposarcome greffable du Cobaye* [1]. Note [2] de M. **Michel Bardach**.

Dans les recherches sur la fièvre aphteuse on se heurte constamment à la difficulté d'avoir en grande quantité du virus pur et d'une activité connue et considérable.

Or on sait que certains virus, inoculés à des animaux de laboratoire réceptifs

---

(⁴) Selon Baxter et Robison, *J. Amer. Chem. Society*, 64, 1942, p. 2407.

(¹) Document retiré du pli cacheté n° 11768, déposé le 21 juillet 1941, ouvert à la demande de l'auteur le 8 avril 1946.

(²) Séance du 15 avril 1946.

et porteurs de tumeurs, passent dans les néoplasmes et s'y multiplient (vaccine, rage, lymphogranulomatose, peste aviaire) ([3]). Ce sont les recherches de Mlle R. Schœn ([4]) sur l'évolution du virus de la maladie de Nicolas et Favre dans les tumeurs qui nous ont particulièrement incité à rechercher si le virus aphteux était doué de la même affinité pour les cellules néoplasiques.

Les tumeurs greffables sont rares chez le Cobaye, animal de laboratoire de choix, sinon unique pour l'étude de ce virus. Aussi, bien qu'un épithéliome eût eu nos préférences, avons-nous expérimenté avec le liposarcome de Murray, que nous devons à l'obligeance de Mlle Mendeleeff et à la bienveillance de M. J. Bordet et du regretté M. Schœn.

Dès nos premiers essais, nous avons constaté que le virus aphteux inoculé dans le coussinet plantaire pouvait être retrouvé régulièrement et à un taux élevé dans la tumeur située cependant loin du point d'inoculation. Des expériences ultérieures ont montré que la virulence du tissu néoplasique est au moins égale et souvent supérieure à celles des lambeaux d'aphtes recueillis sur le même cobaye. Elle peut se manifester à un taux élevé même en l'absence de lésions de généralisation.

Cette virulence du tissu tumoral n'est point due au sang qu'il pourrait renfermer, car :

1° elle se révèle hautement supérieure à celle du sang;

2° elle peut être considérable à des moments où l'on sait que le sang n'est pas encore virulent ou ne l'est plus.

Une autre preuve est fournie par l'expérience suivante : si l'on broie finement sur le tamis décrit par Besredka une tumeur virulente, une très forte proportion de virus passe dans le liquide de suspension; néanmoins, après 5 lavages abondants, qui auraient dilué tout le virus contenu dans le tissu au taux de 10^{-12}, c'est-à-dire bien au delà du seuil infectant (10^{-6}), il reste encore dans les fins grumeaux de tissu des quantités appréciables de virus.

Des fragments de tumeur infectée placés à la glacière en boîte de Petri conservent leur virulence pendant 10-15 jours. Une suspension dans un liquide conservateur (mélange à parties égales de glycérine et d'eau physiologique tamponné et ajusté à pH 7,6) de tissu broyé au quartz ne perd guère de virulence pendant de nombreux mois à la glacière.

Les expériences ci-dessus ont été faites avec deux types de virus aphteux, les types O et A de Vallée et Carré. Elles ont abouti à des résultats entièrement superposables.

Étant données les dimensions considérables de la tumeur, dont le poids peut

---

([3]) Levaditi et collaborateurs; Mlle R. Schoen, *Ann. Inst. Pasteur*, **37**, 1923, p. 443; *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 702; *Rev. d'Immunol.*, **3**, 1937, p. 5; *C. R. Soc. Biol.*, **124**, 1937, p. 711.

([4]) *Ann. Inst. Pasteur*, **60**, 1938, p. 499; **62**, 1939, p. 260.

atteindre une centaine de grammes, et la virulence élevée de son tissu (300 000 doses infectantes par gramme), le liposarcome représente une source abondante de virus pur, facilitant grandement les recherches dans le domaine de la fièvre aphteuse.

A $16^h 30^m$ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $17^h 15^m$.

L. B.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 13 MAI 1946.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE CARTAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

J'ai le regret de vous annoncer le décès, survenu jeudi dernier 9 mai, de notre Confrère **Léon-Alexandre Guillet**, Membre de la Section des Applications de la Science à l'Industrie.

Léon-Alexandre Guillet, né à Saint-Nazaire le 11 juillet 1873, était le septième d'une famille de huit enfants. Entré à l'École Centrale des Arts et Manufactures, l'un des premiers de sa promotion, il obtint en 1897 son diplôme d'ingénieur. Docteur ès sciences en 1902, avec une Thèse sur les alliages d'aluminium, il fut nommé en 1906 suppléant de la chaire de Métallurgie du Conservatoire national des Arts et Métiers, et titulaire dans cette chaire en 1908. En 1911 on lui confie à l'École Centrale des Arts et Manufactures la chaire de Métallurgie des métaux autres que le fer, à laquelle s'adjoignit en 1913 la chaire de Métallurgie générale. En 1923, Léon Guillet est nommé directeur de l'École Centrale; il dut quitter cette direction en 1944 sous la pression des autorités d'occupation. Le 22 juin 1925 il avait été élu Membre de notre Académie, dans la Division des Applications de la Science à l'Industrie.

Dans sa longue carrière, Léon Guillet n'a jamais séparé la science de ses applications. Il était persuadé que l'industrie moderne, et principalement l'industrie métallurgique, ne pouvait plus se contenter de l'empirisme qui avait régné trop longtemps dans les usines, mais devait être pourvue de laboratoires scientifiquement organisés. Nommé, en 1903, chef de laboratoire aux usines de Dion et Bouton à Puteaux, puis, peu de temps après, ingénieur-conseil de ces usines, il fait du laboratoire placé sous sa direction le premier laboratoire scientifiquement organisé de l'industrie mécanique. Il fonda ensuite les laboratoires de la Société des Hauts Fourneaux et Forges d'Allevard, de la Société métallurgique de Bonneville (Eure), de la Société française des

Constructions mécaniques de Denain, et, en mission militaire, il participa à la création des laboratoires des usines Citroën.

Les travaux scientifiques de Léon Guillet se rapportent presque tous à la théorie des alliages. Sa Thèse était consacrée aux alliages d'aluminium, métal qui, à ce moment, intéressait au plus haut point l'industrie automobile. Il trouve de nouvelles combinaisons de l'aluminium avec le tungstène, le molybdène, le titane, le fer, le cobalt et le manganèse. Les recherches qui ont surtout contribué à sa notoriété sont celles qui se rapportent aux aciers spéciaux (aciers au nickel, au manganèse, au chrome, au tungstène etc.). Par des études systématiques et persévérantes, portant sur leur micrographie et leurs propriétés mécaniques, il établit une classification qui fut unanimement adoptée. Rapprochant les variations corrélatives des teneurs en carbone et en métal spécial, il réussit à établir un coefficient de correspondance entre le métal étranger au fer et le carbone, tel que le remplacement proportionnel de l'un par l'autre se fasse sans modification notable des propriétés de l'alliage. Des aciers spéciaux Léon Guillet passe aux bronzes, aux laitons spéciaux et découvre une relation analogue pour les divers métaux alliés aux cuivres; en passant des alliages binaires aux alliages ternaires ou quaternaires, il est conduit à introduire pour chacun de ces alliages ce qu'il appelle un *titre fictif*, basé sur la microstructure de l'alliage et qui, en utilisant un tableau de correspondance établi par lui, permet de le rattacher à un alliage binaire possédant sensiblement les mêmes propriétés, mais quelquefois améliorées.

Une des plus fécondes initiatives de Léon Guillet se rattache à la diffusion dans les usines des méthodes expérimentales de mesure. On peut juger de l'importance que peut avoir la précision d'une mesure en remarquant que l'addition d'une très petite quantité d'un nouveau métal dans un alliage peut modifier complètement ses qualités. On doit signaler encore ses recherches sur les traitements des alliages, traitements thermiques (trempe, etc.) et traitements mécaniques (écrouissage, etc.). Il s'attacha aussi à mettre en évidence les variations considérables que peuvent subir les propriétés d'un alliage par variation de la température.

Pendant la guerre de 1914-1918, Léon Guillet, mobilisé aux chantiers de Penhoët, eut à s'occuper de la fabrication du matériel d'artillerie; par ses études sur la trempe des projectiles, il réussit à mettre sur pied un nouveau procédé de trempe qui réduisit notablement les déchets de fabrication et fut employé non seulement en France mais dans d'autres pays alliés.

La carrière de Léon Guillet comme professeur a été aussi brillante que sa carrière de savant. Il a exercé une influence considérable sur tous ses élèves, tant au Conservatoire des Arts et Métiers qu'à l'École Centrale. On peut dire, avec Henry Le Chatelier, qu'il était un entraîneur d'hommes. Il a formé autour de lui de jeunes collaborateurs qui ont été ensuite répandre dans les usines ses

méthodes. Plusieurs d'entre eux sont devenus des maîtres; il me suffira de citer le nom de l'un d'eux, notre Confrère Portevin.

L'influence de Léon Guillet s'est exercée encore d'une autre manière par les nombreux volumes qu'il a publiés d'année en année et qui donnaient, à l'heure où ils paraissaient, l'exposé le plus complet de l'état de la science métallurgique.

Comme directeur de l'École Centrale, Léon Guillet a tenu à réaliser dans toute son ampleur l'idéal que s'étaient proposé les fondateurs de l'École, savoir de réunir à un enseignement scientifique général une instruction technique qui ne souffrît pas d'une trop grande spécialisation. Il put donner un grand développement aux laboratoires de l'École, grâce à de généreuses subventions, se montant à plusieurs millions, qu'il put obtenir des anciens élèves de l'École, convaincus par sa propagande persévérante des nécessités créées par l'évolution de l'industrie. Je ne puis passer sous silence enfin la création de la Maison de l'École Centrale, qui met en évidence l'intérêt humain qu'il portait à ses élèves.

Le 27 avril 1939, à un banquet organisé à l'occasion de son élévation à la dignité de grand-officier de la Légion d'honneur et où assistaient près de 500 convives sous la présidence d'Émile Picard, Léon Guillet, parlant des années de sa direction à l'École Centrale, s'exprimait ainsi : « J'y ai vécu, je le dis bien haut, les années les plus heureuses de mon existence, et cela parce que ce sont les années durant lesquelles j'ai pu le mieux travailler pour les autres ». Et, faisant allusion à une phrase d'Émile Picard le félicitant de la réussite de sa direction, il attribuait cette réussite en premier lieu à sa formation première, aux grands principes qui lui avaient été donnés dès son enfance, à l'amour du travail que sa mère avait mis dans son cœur, et en second lieu à sa famille, qui a su créer autour de lui une atmosphère de sérénité.

Dans notre Compagnie, Léon Guillet prenait une part active à tous nos travaux; quand il prenait la parole dans nos séances hebdomadaires, il savait se faire entendre; dans nos Comités secrets, il intervenait souvent avec clarté dans nos discussions. Il nous laisse le souvenir d'un homme qui a bien rempli sa vie et qui, on peut l'en croire, a été heureux, car il est peut-être vain de se demander si les circonstances qui l'ont obligé en 1944 à quitter sa chère École Centrale n'ont pas laissé quelque amertume dans son âme. Nous n'oublierons pas l'excellent Confrère, le grand savant qui a fait honneur à son pays. En votre nom à tous j'exprime nos condoléances émues et respectueuses à Madame Léon Guillet, ainsi qu'à ses enfants et ses petits-enfants.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Simon Stoïlov**, Recteur de l'Université de Bucarest, Ministre plénipotentiaire de Roumanie à Paris, qui assiste à la séance.

M. le **Président** donne lecture des deux télégrammes suivants :

Kunming, 8 mai.

Académie nationale de Peiping et Société chinoise de physique regrettent infiniment le décès de leur Membre honoraire M. Charles Fabry et expriment à l'Académie leurs sentiments de profonde sympathie.

Praha.

Académie des sciences de Bohème se rappelle aujourd'hui, pénétrée de reconnaissance, Gaspard Monge, Membre éminent de l'Académie des sciences de l'Institut de France, né le 10 mai 1746, à Beaune, Côte-d'Or. Elle se souvient des services immenses qu'il a rendus aux sciences, spécialement à la géométrie descriptive moderne, aînsi qu'aux beaux-arts et pense à la France libérée. Veuillez agréer, Messieurs, nos félicitations sincères et nos salutations cordiales.

Dr Nejedly, Président; Dr Trkal, Secrétaire général.

BOTANIQUE. — *Sur deux arbres remarquables de la Forêt du Gabon.* Note de M. **Auguste Chevalier.**

Nous avons reçu récemment du Gabon un lot de plantes d'herbier récoltées par M. André Walker, missionnaire en Afrique Équatoriale française, parmi lesquelles se trouvent des matériaux permettant d'identifier deux arbres qui croissent sur le littoral du Gabon, à proximité de la lagune de Fernan-Vaz. Ce matériel était accompagné de notes précieuses qui nous permettent, non seulement de nommer et décrire ces deux arbres, mais aussi de donner des renseignements intéressants sur leur biologie et sur leur utilisation.

Le premier de ces arbres est une Légumineuse Cæsalpiniée que nous nommons *Brachystegia Fleuryana* sp. nov.

L'espèce est caractérisée par ses feuilles, ses inflorescences, ses fruits et par les stipules oblongues qui accompagnent les feuilles et sont promptement caduques. Les jeunes pousses, le rachis des feuilles et les inflorescences sont couverts d'une pubescence d'un roux ferrugineux, abondante. Feuilles d'un beau rouge quand elles viennent de s'épanouir, longues de 10 à 15^{cm} et portant 8 à 12 paires de folioles oblongues, opposées 2 à 2, contiguës, sessiles, petites (10 à 15^{mm} de long), souvent émarginées au sommet, sans éperon à la base, à nervure médiane bien centrale, glabres, faiblement nerviées, les inférieures ayant souvent une petite glande à leur base. Inflorescences en grappes terminales très grêles et lâches, isolées ou par 2, simples ou avec quelques courts rameaux, longues de 6 à 10^{mm}. Pédicelles très grêles, de 5 à 10^{mm}. Fleurs très petites (5^{mm} à peine de diamètre), enfermées entre deux bractéoles concaves persistantes. Calice à quatre dents très petites; corolle blanche, à 4 pétales petits, filiformes et l'étendard plus grand, élargi au sommet. Étamines 10, à anthères rouges. Gousses noires, coriaces, oblongues, terminées en pointe près de la suture supérieure, longues de 12 à 15^{cm}, larges de 4 à 5^{cm}. Valves noires s'enroulant après la déhiscence, portant une crête longitudinale à faible distance de la suture supérieure épaissie.

Graines noires elliptiques, aplaties, au nombre de 3 à 5 par fruit.

L'arbre atteint de 30 à 35^{m} de haut, avec un tronc de 1^{m} à 1^{m},50 de diamètre, avec de légers contreforts à la base.

Il est connu sous le nom de *Zingana* par les autochtones. C'est le *Bois zébré* des colons. Il donne en effet un bois d'ébénisterie de grande valeur exporté en Europe; densité 0,75.

Nous l'avions déjà signalé en 1916 dans notre Ouvrage *La Forêt et les Bois du Gabon* comme *Légumineuse indéterminée*, n° 7 (*Zingana*), page 201, d'après les spécimens rassemblés en 1912 par notre dévoué collaborateur Francis Fleury, dans la région du lac de Fernan-Vaz. Malheureusement ces spécimens étaient sans fleurs ni fruits, de sorte que nous n'avions pu nommer scientifiquement la plante.

C'est dans la même région que M. Walker l'a retrouvée ces derniers temps et a réuni du matériel qui a permis de la décrire. Entre temps un forestier du Gabon, Henri Heitz (mort tragiquement en 1940), en avait fait, sans la nommer, une description manuscrite exacte, qui nous a été communiquée par M. Didier Normand (1). Tous les deux avaient prévu qu'elle devait se rapporter au genre *Brachystegia* Benth., comprenant déjà une soixantaine d'espèces dont un grand nombre ont été nommées par J. Burtt-Davy et J. Hutchinson en 1923. Notre espèce est bien distincte de toutes celles qui ont été décrites jusqu'à ce jour.

Le deuxième arbre découvert par M. Walker est une *Sapotacée* qui constitue non seulement un genre nouveau, mais qui doit être regardée comme le type d'une tribu nouvelle, les *Walkeriæ*. Nous sommes heureux de nommer le genre en le dédiant à l'excellent chercheur qui l'a découvert.

Walkeria gen. nov. Diffère de toutes les Sapotacées connues par son fruit sec capsulaire. Dans tous les autres genres c'est une baie. En outre, d'après Walker, le fruit, qui est ovoïde, allongé et a 5 côtés, s'ouvrirait à maturité par une fente opposée au placenta. Les autres caractères sont ceux des *Mimusopées* : 5 sépales imbriqués; 5 + 5 pétales, 5 staminodes pétaloïdes, 5 étamines, un ovaire à 5 loges uniovulées, dont quatre avortent toujours. Une graine allongée avec albumen abondant oléagineux. Cotylédons minces, foliacés. Testa luisant avec une cicatrice linéaire occupant toute la longueur de la graine. Omphalodium petit, arrondi, situé au haut de la graine. Radicule à l'extrémité opposée. A la germination, le tégument ou coque de cette extrémité se déchire en 2 ou 3 lobules pour laisser passer la racine.

Espèce type, *W. Nogo* sp. nov. Arbre à latex abondant. Feuilles grandes, coriaces, insérées à l'extrémité des rameaux, stipulées (stipules caduques), limbe coriace ovale-oblong, atténué aux deux extrémités, nervures latérales 9 à 12 paires. Pétiole robuste de 15 à 20^{mm}. Fleurs naissant en groupes denses sur des coussins formant saillie sur des branches âgées. Pédicelles de 8-15^{mm} finement pubérulents. Sépales coriaces, imbriqués, soudés à la base, velus ferrugineux. Pétales blancs oblongs, denticulés au sommet, velus en dehors. Ovaire ovoïde, velu ferrugineux. Jeune fruit oblong-linéaire, côtelé, terminé en pointe au sommet.

---

(1) Il a fallu plus de trente années après la découverte du *Zingana* avant d'obtenir les matériaux permettant de l'identifier, malgré diverses missions attelées à sa recherche et bien que le bois fût depuis longtemps un produit commercial.

Fruit adulte oblong, acuminé au sommet, finement pubérulent, présentant 5 côtes très saillantes.

Graine oblongue ou linéaire, arquée, longue de 4-8^{cm}, large de 2^{cm}, à cicatrice linéaire.

Croît dans la forêt marécageuse, près de la lagune de Fernand Vaz. Noms vernaculaires *Nogo* (en nkomi), *Enöc* (en pahouin). Les habitants de la région utilisent les amandes de la graine, très riche en substance grasse, pour leur alimentation. Après les avoir fait sécher au soleil on les met, coupées en tranches, macérer longtemps dans l'eau pour les débarrasser d'un produit toxique, analogue probablement à celui qui a été signalé dans les graines oléagineuses de *Baillonella*.

Nous rattachons aussi au genre *Walkeria*, sous le nom de *W. Heitzana* sp. nov., un arbre signalé par H. Heitz dans *La forêt du Gabon*, p. 266 et pl. 77, sous le nom pahouin de *Adzacon* et qui se différencie de la première espèce, d'après le dessin publié, par la forme des feuilles et du fruit. C'est un grand arbre de la forêt primaire du Gabon, trouvé dans la région de la pointe Saint-Denis et dans la vallée de la M'Beï.

Nous nous réservons de publier prochainement des renseignements plus détaillés sur ces deux arbres, ainsi que leur diagnose latine.

M. **Léon Bertrand** fait hommage à l'Académie du tome II de son Ouvrage intitulé *Histoire géologique du sol français : Le plan architectural et l'édification de nos grandes régions géologiques*.

M. **Roger Heim** fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée *Les Agarics tropicaux à hyménium tubulé*.

COMMISSIONS.

Par la majorité des suffrages, MM. **Marcel Brillouin**, **Charles Maurain** pour la Division des Sciences mathématiques; **Maurice Caullery**, **Charles Jacob** pour la Division des Sciences physiques; **Charles Camichel**, **Pol Bouin** pour la Section des Membres non résidants, sont élus Membres de la Commission qui, sous la présidence de M. le Président, sera chargée de former deux listes de candidats pour les troisième et quatrième places nouvelles de Membres non résidants.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de candidats au poste de Directeur de l'Institut de Physique du globe de Strasbourg, pour la première ligne, M. *Jean Rothé* obtient 39 suffrages.

Pour la seconde ligne, M. *Louis Cagniard* obtient 33 suffrages. Il y a 1 bulletin nul.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation Nationale comprendra :

En première ligne............. M. **Jean Rothé**.
En seconde ligne.............. M. **Louis Cagniard**.

PLIS CACHETÉS.

Mme **Isabelle Ruiz** demande l'ouverture de deux plis cachetés, reçus dans les séances des 22 janvier et 19 février 1940, et enregistrés sous les n°s 11 651 et 11 662.

Ces plis, ouverts en séance par M. le Président, contiennent deux Notes, par M. J. Ripert et Mme I. Ruiz, intitulées *Action de l'ypérite sur le chlorhydrate de cystérine en milieu ionisant* et *Action des mercaptons sur l'ypérite.*

(Renvoi à la Section de Chimie.)

CORRESPONDANCE.

M. **René Maire**, élu Membre non résidant, adresse ses remercîments à l'Académie.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Hommage de l'Académie d'Agriculture de France à M. Henri Hitier à l'occasion du vingtième anniversaire de son élection au Secrétariat perpétuel* (décembre 1925-décembre 1945).

2° Jean-Paul Mathieu. *Spectres de vibration et symétrie des molécules et des cristaux* (présenté par M. Charles Mauguin).

M. **Louis S. Cates**, Président de l'**American Institute of Mining and Metallurgical Engineers** invite l'Académie à désigner un de ses Membres pour la représenter aux Cérémonies qui auront lieu à New-York, les 16, 17 et 18 septembre 1946, pour célébrer le *soixante-quinzième anniversaire* de la fondation de cet Institut.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la structure des fonctions aléatoires strictement stationnaires à spectre totalement discontinu.* Note de MM. **André Blanc-Lapierre** et **Robert Fortet**, présentée par M. Émile Borel.

Soient $\omega_0, \omega_1, \ldots, \omega_n, \ldots$ une suite finie ou non de nombres certains réels et distincts, et $X_0, X_1, \ldots, X_n, \ldots$ une suite de variables aléatoires complexes telles que

$$(1)\qquad \mathfrak{M}(X_n)=0, \qquad \sum_n \mathfrak{M}(|X_n|^2)<+\infty, \qquad \mathfrak{M}(X_n X_m)=0, \qquad (m\neq n).$$

On posera $X_n=R_n e^{i\theta_n}$, où $R_n(\geqq 0)$ est le module de X_n et θ_n son argument. La série

$$\sum_n e^{i\omega_n t} X_n,$$

où t est un paramètre réel $(-\infty < t < +\infty)$, converge en moyenne quadratique pour chaque valeur de t, et sa somme $S(t)$ est une fonction aléatoire de t stationnaire d'ordre 2; en s'appuyant sur le théorème III, 3°, d'une précédente Note [1], et sur les deux remarques suivantes :

a. Soient une suite indéfinie de variables aléatoires $Z_1, Z_2, \ldots, Z_n, \ldots$ et une variable aléatoire T telle que T est indépendante de $(Z_1, Z_2, \ldots, Z_n)$ *dans leur ensemble* quel que soit n : T est indépendante des X_n dans leur ensemble;

b. Soient Σ un ensemble d'un nombre fini ou d'une infinité dénombrable de variables aléatoires, et $Z_1, Z_2, \ldots, Z_n, \ldots$ une suite indéfinie de variables aléatoires; si la variable aléatoire à n dimensions $(Z_1, Z_2, \ldots, Z_n)$ est indépendante de Σ quel que soit n, l'ensemble des Z_n est indépendant de Σ.

On peut déterminer à quelles conditions nécessaires et suffisantes [en dehors de (1)] doivent satisfaire les X_n pour que $S(t)$ soit en outre *strictement* stationnaire; ces conditions résultent des deux théorèmes suivants :

Théorème 1. — *Soit un groupe de ω_n, par exemple $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n, \ldots, \omega_N$, tel qu'il n'existe aucun système d'entiers λ_n non tous nuls, tels que*

$$\sum_{n=1}^{N} \lambda_n \omega_n = 0.$$

Si $S(t)$ est strictement stationnaire, les arguments correspondants $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n, \ldots, \theta_N$ sont indépendants dans leur ensemble de l'ensemble des R_n, sont mutuellement indépendants et de lois de probabilité uniformes [dans l'intervalle $(0, 2\pi)$].

Si l'on pose

$$\sum_{n=1}^{N} e^{i\omega_n t} X_n = \Sigma(t) = R\, e^{i\theta},$$

où R est le module de $\Sigma(t)$ et θ son argument, R et θ sont indépendants et θ est de loi uniforme.

Théorème 2. — *Si un groupe de ω_n, par exemple $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n, \ldots, \omega_N$, est tel qu'il existe un système d'entiers λ_n non tous nuls (par exemple $\lambda_N \neq 0$) tels que*

$$\sum_{n=1}^{N} \lambda_n \omega_n = 0$$

et tel qu'il n'existe pas une relation analogue entre $(N-1)$ de ces ω_n, et si $S(t)$ est strictement stationnaire, la variable aléatoire

$$\Psi = \sum_{n=1}^{N} \lambda_n \theta_n$$

---

[1] *Comptes rendus*, **222**, 1943, p. 468.

est indépendante de l'ensemble $(\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_{N-1})$, *mais peut dépendre arbitrairement des* R_n.

APPLICATIONS. — *a. Séries de Fourier.* — Soit $\omega_0 = 0$, $\omega_1 = \omega$, $\omega_2 = 2\omega, \ldots$, $\omega_n = n\omega, \ldots$; la forme la plus générale de $S(t)$ pour que $S(t)$ soit strictement stationnaire est

$$S(t) = m.q. \sum_0^{+\infty} R_n e^{i\psi_n} Z_t^n,$$

où $Z_t = e^{i(\omega t + \theta)}$, θ, indépendant des R_n et des ψ_n dans leur ensemble, ayant une loi uniforme, et les ψ_n pouvant être liés arbitrairement aux R_n (donc entre eux).

b. On peut tirer des théorèmes précédents et de la méthode qui y conduit de nombreuses conséquences ou applications; par exemple : recherche des conditions dans lesquelles la somme ou le produit de deux fonctions strictement stationnaires sont eux-mêmes strictement stationnaires etc.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions holomorphes et bornées dans un domaine infini.* Note de M. **Szolem Mandelbrojt**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Nous avons démontré ([1]) que, si une fonction $F(s)$ est holomorphe et bornée dans le domaine Δ, défini par $\sigma \geqq 0$, $|t| \leqq g(\sigma)$ $(s = \sigma + ti)$, où $g(\sigma)$ est une fonction positive, tendant, en croissant, vers $\pi/2$ (lorsque $\sigma \to \infty$) et telle que

$$(1) \qquad \int_0^\infty \left(\frac{\pi}{2} - g(\sigma)\right) d\sigma < \infty,$$

on a, en posant $M(\sigma) = \underset{|t| \leqq g(\sigma)}{\operatorname{Max}} |F(\sigma + ti)|$,

$$(2) \qquad \int_0^\infty \log M(\sigma) e^{-\sigma} d\sigma > -\infty.$$

Autrement dit l'intégrale dans (2) est finie, car elle n'est certainement pas égale à $+\infty$. La condition (1) est essentielle, car, si l'intégrale dans (1) diverge, on voit immédiatement que la fonction $F(s) = e^{-e^s}$ est telle que l'intégrale correspondante (2) est égale à $-\infty$.

Pourtant, lorsque l'intégrale (1) diverge, c'est-à-dire lorsque l'aire de la différence entre la demi-bande S, définie par $|t| \leqq \pi/2$, $\sigma \geqq 0$, et Δ est infinie, on peut encore indiquer une expression semblable à (2) (mais où entre en plus l'aire de la partie de $S - \Delta$ dont les points ont une abscisse inférieure à σ, pour chaque $\sigma > 0$) et qui est encore finie.

Nous démontrons ce théorème avec une certaine restriction d'analyticité sur le contour de Δ, mais cette restriction semble due aux méthodes de démonstration que nous employons.

([1]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 361.

THÉORÈME 1. — *Soit* Δ *un domaine défini par les inégalités* $\sigma \geqq 0$, $|t| \leqq g(\sigma)$, *la fonction* $g(\sigma)$ *étant croissante avec* $\lim_{\sigma=\infty} g(\sigma) = \pi/2$, $g(s)$ *étant une fonction holomorphe dans la demi-bande :* $\sigma \geqq 0$, $|t| \leqq \pi/2$, *avec* $\lim_{\sigma=\infty} [c(s)/c(\sigma)] = 1$, *où* $c(s) = (\pi/2) - g(s)$, *et ceci uniformément par rapport à* t ($|t| \leqq \pi/2$).

Si $F(s)$ *est une fonction holomorphe, non identiquement nulle et bornée dans* Δ, *en posant*

$$M(\sigma) = \operatorname*{Max}_{|t| \leqq g(\sigma)} |F(\sigma + ti)|, \qquad A(\sigma) = \int_0^\sigma \left(\frac{\pi}{2} - g(\sigma)\right) d\sigma,$$

l'intégrale

$$\int_0^\infty \log M(\sigma)\, e^{-\sigma - \alpha A(\sigma)}\, d\sigma$$

reste finie pour chaque $\alpha > 1$.

Il résulte de ce théorème que, si une fonction $F(s)$, holomorphe dans Δ, est telle que

$$(3) \qquad \log |F(s)| \leqq -k(\sigma)\, e^{\sigma + \alpha A(\sigma)} \quad (\alpha > 1),$$

où $k(\sigma)$ est une fonction positive telle que

$$\int^\infty k(\sigma)\, d\sigma = \infty,$$

la fonction $F(s)$ est identiquement nulle. Si dans (3) la fonction $k(\sigma)$ est remplacée par une fonction positive $m(\sigma)$ avec $\int^\infty m(\sigma)\, d\sigma < \infty$ et si la constante $\alpha > 1$ est remplacée par une constante β avec $0 < \beta < 1$, la conclusion n'est plus vraie, du moins lorsqu'on suppose que $m(\sigma)$ satisfait à quelques conditions de régularité, par exemple $m''(\sigma) \geqq 0$, $m'(\sigma) = o(m(\sigma))$.

On a en effet le théorème suivant :

THÉORÈME 2. — *Si* $m(\sigma) > 0$, $m'(\sigma) = o(m(\sigma))$, $m''(\sigma) \geqq 0$, *si*

$$\int_0^\infty m(\sigma)\, d\sigma < \infty$$

et si $0 < \beta < 1$, *il existe une fonction* $F(s)$, *non identiquement nulle, holomorphe dans le domaine* Δ *défini dans l'énoncé du théorème* 1, *et telle que, dans* Δ, *l'inégalité suivante est satisfaite :*

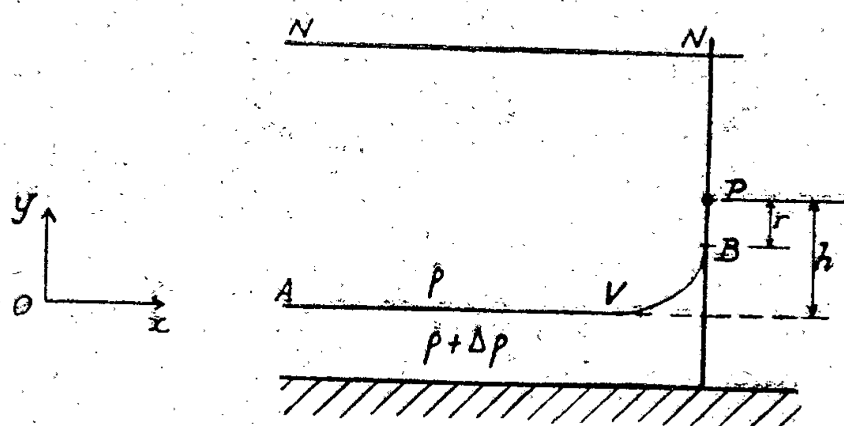
$$\log M(\sigma) \leqq -m(\sigma)\, e^{\sigma + \beta A(\sigma)},$$

où $M(\sigma)$ *et* $A(\sigma)$ *ont le même sens que dans le théorème* 1.

Remarquons que dans les énoncés de nos théorèmes il suffit de supposer que $c(s)$ est holomorphe pour $R(s) = \sigma$ suffisamment grand ($|t| \leqq \pi/2$). Ainsi, si le domaine Δ est défini de sorte que, pour σ suffisamment grand, $c(\sigma) = (\pi/2) - g(\sigma) = a/\sigma \log \sigma \ldots \log_p \sigma$, où $\log_k \sigma = \log(\log_{k-1} \sigma)$, $\log_1 \sigma = \log \sigma$, ce domaine Δ satisfait aux conditions de nos théorèmes.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Loi de la hauteur limite d'aspiration dans deux fluides de densité différente.* Note [1] de M. **Antoine Craya**, présentée par M. Henri Villat.

Considérons (voir la figure) un canal comportant deux couches de liquide superposées de densité différente (le plus lourd en dessous) et dans lequel on aspire par une fente P; on constate [2] que, pour un même débit s'écoulant à



travers P, le liquide inférieur ne commence à être aspiré sensiblement que pour h inférieur à une certaine hauteur h_l; l'objet de cette Note est d'analyser les lois de cette hauteur limite d'aspiration.

Nous sommes conduits à considérer comme facteur prépondérant du phénomène le jeu du gradient de pression autour de P et de la pesanteur : d'autres facteurs, tels que viscosité, tension interfaciale, stabilité de l'interface, semblent jouer un rôle secondaire; en revanche la miscibilité des liquides complique un peu les choses par la création autour de B d'un coin de densité intermédiaire [1]; nous considérerons donc plus spécialement des liquides non miscibles.

Dans ce cadre, on considérera le phénomène comme plan et, l'influence du niveau libre NN, supposé assez éloigné, étant faible, on admettra que le liquide s'étend indéfiniment du côté PN; la vitesse d'approche en A est elle-même négligeable dans cette hypothèse.

On reconnaît enfin que le gradient de pression créé par la fente ne doit pas dépendre sensiblement de la hauteur de celle-ci, supposée suffisamment petite; l'expérience a confirmé cette vue et l'on assimilera donc P en plan à un puits ponctuel de débit q.

Les facteurs fondamentaux du phénomène se trouvent réduits dans ces conditions à q, h, g, $\Delta\rho$ et ρ.

Nous aurons une précision complémentaire en écrivant la condition d'équilibre de l'interface AB; l'application du théorème de Bernoulli au filet AB de densité ρ, et de l'équilibre hydrostatique au liquide sous-jacent donne

$$\frac{V^2}{2} = \frac{\Delta\rho}{\rho} g y. \tag{1}$$

(1) Séance du 25 mars 1946.

(2) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 781.

On voit que les facteurs $g\Delta\rho$ et ρ n'interviennent que par le groupement $g\Delta\rho/\rho$; tout se passe comme si AB était une surface libre soumise à une pesanteur réduite $g\Delta\rho/\rho$ dirigée de bas en haut.

Les hypothèses physiques émises reviennent en définitive, par application des règles de l'homogénéité, à caractériser le phénomène par le paramètre sans dimensions

$$\Pi = \frac{\Delta\rho}{\rho} g \frac{h^3}{q^2}.$$

En particulier, les conditions limites d'aspiration correspondent à une certaine valeur numérique Π_l de Π, dont on peut obtenir une première approximation par les considérations élémentaires ci-après :

Supposons que la répartition des vitesses le long de P-B soit celle d'un point puits et cherchons le point de contact B de l'interface avec la paroi; on doit avoir dans ces conditions

$$\frac{q^2}{\pi^2 r^2} = 2\frac{\Delta\rho}{\rho} g(h-r). \tag{2}$$

Cette équation donne une racine partant de h pour un débit nul, et qui cesse d'exister à partir d'une certaine valeur de q : le gradient de pression est, à partir de ce moment, assez fort pour happer l'interface.

Les conditions limites d'aspiration correspondent alors à l'existence pour (2) d'une racine double, c'est-à-dire

$$\frac{\Delta\rho}{\rho}\frac{gh_l^3}{q^2} = \frac{27}{8\pi^2}. \tag{3}$$

Un calcul plus complet devrait faire appel à la théorie des champs plans à potentiel avec ligne de jet sous l'influence de la gravité.

Bornons-nous à remarquer qu'on obtient assez facilement un schéma particulier voisin de ceux cherchés par le champ $Z(z)$ vérifiant

$$\frac{dz}{dZ} = \frac{1}{\sqrt[3]{6\frac{\Delta\rho}{\rho} g \frac{q}{\pi}}} e^{-\frac{\pi}{6}\frac{Z}{q}} \left[\sqrt{1 - e^{\pi\frac{Z}{q}}} + i e^{\frac{\pi}{2}\frac{Z}{q}}\right].$$

Dans cet écoulement la paroi PN fait avec PB un angle de $2\pi/3$ au lieu de π; il se trouve correspondre, compte tenu de la différence des débits, à une valeur du paramètre Π du même ordre que (3); une théorie complète exigerait évidemment la connaissance de tous les champs correspondant à l'ensemble des valeurs possibles de Π.

L'étude expérimentale ([1]) a confirmé le rôle prépondérant du paramètre Π et a donné pour les conditions limites d'aspiration une valeur moyenne très proche de (3).

([1]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 781.

OCÉANOGRAPHIE. — *Au sujet de la théorie amphidromique des marées de la Manche.* Note (¹) de M. **Donatien Cot**, présentée par M. Georges Durand-Viel.

La théorie amphidromique des marées de la Manche, développée par E. Fichot (²), donne l'explication des traits généraux du phénomène. Je me propose de rechercher dans quelle mesure les amplitudes de l'onde lunaire semi-diurne moyenne M_2, fournies par l'analyse harmonique des marées observées en divers ports des côtes anglaise et française, sont en accord avec la théorie.

Prenons pour origine des coordonnées rectangulaires le point amphidromique A (³), situé dans le Sud-Est de Bristol et pour axe des x l'axe cotidal qui est, dans ce cas, virtuel et qui peut être considéré comme rectiligne, au degré d'approximation compatible avec les conditions du problème. On voit facilement que l'amplitude, fictive, A_C de l'onde positive et de l'onde opposée sur l'axe cotidal a pour expression

$$A_C = \frac{A_r}{\sqrt{2}\sqrt{\operatorname{ch}\frac{4\omega y}{c} - \cos\frac{4\pi x}{\Lambda}}},$$

en désignant par A_r l'amplitude résultante en un point (x, y) du canal théorique, par Λ la longueur d'onde commune aux deux ondes antagonistes, par c leur célérité et par ω le produit de la rotation terrestre par le sinus de la latitude moyenne qui est ici de 50°.

La valeur de A_r est connue, pour chacune des ondes constitutives de la marée et, en particulier pour l'onde M_2, utilisée pour le tracé des lignes cotidales, en tous les ports où l'analyse harmonique a été effectuée. Pour cette dernière onde, on a, en employant des notations habituelles,

$$A_{r.M_2} = f_{M_2} . M_2,$$

le facteur f_{M_2} variant lentement entre 0,96 et 1,04 environ au cours du temps.

On peut donc calculer $A_{C.M_2}/f_{M_2}$ en chacun de ces ports, si l'on connaît Λ et c. Les valeurs trouvées devront être à peu près concordantes.

J'ai déterminé, en premier lieu, la longueur d'onde d'après les mesures, sur la carte des lignes cotidales (³), des distances du point A aux deux points morts les plus voisins; en second lieu, d'après la profondeur moyenne de la Manche entre les lignes Boulogne-Dungeness et l'Abervrach-Cap Lizard, qui a

(¹) Séance du 6 mai 1946.

(²) Cf. E. Fichot, *Exposé critique de la théorie des marées*, chap. V (*Annales du Bureau des Longitudes*, vol. XII en préparation, tirage à part de 1941).

(³) Cf. *op. cit.*, Pl. 3.

été calculée par les soins de M. Dyèvre, Directeur du Service Hydrographique, et qui est de 48m,8. J'ai obtenu ainsi

A_1..........	763970 m	c_1..........	17,086 m/sec
A_2..........	998550 m	c_2..........	22,331 »
A_3..........	978375,5 m	c_3..........	21,881 »

Ce sont les derniers nombres qui ont servi au calcul des valeurs de $A_{C.M_2}/f_{M_2}$ portées dans la dernière colonne du tableau ci-dessous. Je donne aussi, à titre d'indication, les valeurs correspondant à A_1 et c_1.

	M_2 (4).	$A_{C.M_2}/f_{M_2}$ pour $A = A_1$.	$A = A_3$.
	m	m	m
Penzance..........	1,71	0,94	0,82
Portland..........	0,63	0,62	0,79
Portsmouth	1,43	1,40	1,78
Folkestone	2,44	1,06	1,18
Douvres...........	2,23	1,04	1,05
Saint-Servan.......	3,80	0,67	1,00
Cherbourg	1,88	0,69	0,95
Le Havre..........	2,67	0,63	0,89

Si l'on considère les nombres de la dernière colonne, on constate que celui qui est relatif à Portsmouth est nettement aberrant, ce que l'on peut attribuer à la situation particulière de ce port. Douvres et Folkestone s'ouvrent sur le Pas-de-Calais, où le canal subit un étranglement qui trouble certainement la marée.

Il reste les cinq valeurs relatives à Penzance, Portland, Saint-Servan, Cherbourg et Le Havre, dont la moyenne est 0m,89 et dont les écarts à la moyenne ne dépassent pas 0m,11. Cette concordance approximative, réalisée malgré la configuration irrégulière des côtes de la Manche, paraît apporter une nouvelle preuve à l'appui de la théorie amphidromique.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Structure générale d'une théorie unitaire des champs gravifique, électromagnétique et mésonique.* Note (1) de Mme **Marie-Antoinette Tonnelat.**

Schrödinger a imaginé plusieurs théories destinées à unifier les champs gravifique, électromagnétique et mésonique (2). Nous nous proposons de reprendre la question d'une manière quelque peu différente, d'une part sans

(4) Cf. Publication spéciale n° 26 du *Bureau Hydrographique International*, Monaco, décembre 1930.

(1) Séance du 8 avril 1946.

(2) *Proc. of the Roy. Ir. Acad.*, **49**, A-3, 1943, p. 43; **49**, A-16, 1944, p. 275.

restreindre au départ la forme de la connexion affine, d'autre part en supposant que la fonction d'action dépend des trois tenseurs antisymétriques simples qu'on peut former dans une telle variété et, en outre, du vecteur A_μ.

Considérons une variété dont la connexion affine est définie par les coefficients

$$\Delta^{\rho}_{\mu\nu} = \Gamma^{\rho}_{\mu\nu} + \frac{1}{2}\Lambda^{\rho}_{\mu\nu}, \tag{1}$$

Γ et Λ étant respectivement symétrique et antisymétrique en μ, ν. On peut définir dans cette variété un tenseur symétrique

$$K_{\mu\nu} = \frac{1}{2}(R_{\mu\nu} + R_{\nu\mu}), \tag{2}$$

et trois tenseurs antisymétriques indépendants

$$S_{\mu\nu} = \frac{1}{2}(R_{\mu\nu} - R_{\nu\mu}) = \frac{1}{2}(\partial_\nu \Delta^{\rho}_{\mu\rho} - \partial_\mu \Delta^{\rho}_{\nu\rho}) - \frac{1}{2}\Lambda^{\rho}_{\mu\nu;\rho}, \tag{3}$$

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu \Delta^{\rho}_{\rho\nu} - \partial_\nu \Delta^{\rho}_{\rho\mu}, \tag{4}$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu \Lambda^{\rho}_{\nu\rho} - \partial_\nu \Lambda^{\rho}_{\mu\rho}; \tag{5}$$

$R_{\mu\nu}$ est le tenseur de courbure contracté formé à partir des Δ. : et ; désignent les dérivées covariantes écrites à l'aide des Δ et des Γ.

Pratiquement, nous utiliserons $F_{\mu\nu}$, $S_{\mu\nu}$ et la combinaison linéaire

$$P_{\mu\nu} = -\frac{3}{2}T_{\mu\nu} - 2F_{\mu\nu}. \tag{6}$$

Supposons qu'une fonction d'action $\mathfrak{A}$ dépende des Δ par l'intermédiaire de $K_{\mu\nu}$, $S_{\mu\nu}$, $P_{\mu\nu}$, $F_{\mu\nu}$ et aussi de $\Lambda_\mu = \Lambda^{\rho}_{\mu\rho}$. Posons

$$\frac{\partial\mathfrak{A}}{\partial K_{\mu\nu}} = \frac{1}{2}\mathfrak{g}^{\mu\nu}, \qquad \frac{\partial\mathfrak{A}}{\partial S_{\mu\nu}} = \frac{1}{2}\mathfrak{s}^{\mu\nu}, \qquad \frac{\partial\mathfrak{A}}{\partial F_{\mu\nu}} = \frac{1}{2}\mathfrak{F}^{\mu\nu}, \qquad \frac{\partial\mathfrak{A}}{\partial P_{\mu\nu}} = \frac{1}{2}\mathfrak{P}^{\mu\nu}, \qquad \frac{\partial\mathfrak{A}}{\partial \Lambda_\mu} = \mathfrak{C}^{\mu}.$$

Le principe variationnel

$$\delta\int \mathfrak{A}\, d\tau = 0$$

nous conduit, après des calculs dont la forme est classique ([3]), à la relation

$$\partial_\rho(\mathfrak{s}^{\rho\mu} + 3\mathfrak{F}^{\rho\mu}) = 3\mathfrak{C}^{\mu}$$

et à l'expression des coefficients de connexion affine en fonction de $\mathfrak{s}^{\mu\nu}$, $\mathfrak{P}^{\mu\nu}$, $\mathfrak{F}^{\mu\nu}$ et Λ_μ.

Les résultats montrent que la condition $\mathfrak{s}^{\mu\nu} = 0$ est suffisante pour que la

---

([3]) Cf. en particulier H. Eyraud (*Thèse de doctorat*, 1926) qui, en utilisant un seul tenseur antisymétrique, mais des coefficients Δ quelconques, effectue complètement ces calculs.

connection $\Lambda^{\rho}_{\mu\nu} = -(1/3)[\delta^{\rho}_{\mu}\Lambda_{\nu} - \delta^{\rho}_{\nu}\Lambda_{\mu}]$ soit réalisée. En d'autres termes, la *condition intermédiaire de symétrie* que Schrödinger postule dans sa deuxième théorie est automatiquement réalisée quand la fonction d'action ne dépend pas du champ $S_{\mu\nu}$.

Plaçons-nous dans cette hypothèse. La partie symétrique des coefficients de connexion est alors

$$\Gamma^{\rho}_{\mu\nu} = \left\{ {\rho \atop \mu\nu} \right\} - \frac{1}{6}(\delta^{\rho}_{\mu}\Lambda_{\nu} + \delta^{\rho}_{\nu}\Lambda_{\mu}) + \frac{1}{2}(\delta^{\rho}_{\mu}P_{\nu} + \delta^{\rho}_{\nu}P_{\mu} - 3g_{\mu\nu}P^{\rho}), \tag{7}$$

en posant

$$\sqrt{-g}\,P^{\mu} = \mathfrak{P}^{\mu} = \partial_{\rho}\mathfrak{P}^{\rho\mu}.$$

Le calcul des coefficients de connexion est immédiat d'après (1). En remplaçant ces coefficients par leur valeur dans les expressions (5) et (6) de $F_{\mu\nu}$ et de $P_{\mu\nu}$, on trouve alors

$$F_{\mu\nu} = \partial_{\mu}\Lambda_{\nu} - \partial_{\nu}\Lambda_{\mu}, \qquad P_{\mu\nu} = -\frac{3}{2}(\partial_{\mu}P_{\nu} - \partial_{\nu}P_{\mu}), \tag{8}$$

définitions qu'il convient d'associer aux équations en divergence

$$\partial_{\rho}\mathfrak{P}^{\rho\mu} = P^{\mu}, \qquad \partial_{\rho}\mathfrak{F}^{\rho\mu} = \mathfrak{C}^{\mu}, \tag{9}$$

qui comportent toutes deux des seconds membres. Notons toutefois que P^{μ} et $\mathfrak{C}^{\mu}$ s'introduisent tout à fait différemment, le dernier n'apparaissant qu'en vertu de la présence de Λ_{μ} dans la fonction d'action.

D'autre part, en remplaçant Δ par sa valeur dans l'expression du tenseur symétrique $K_{\mu\nu}$ on trouve

$$K_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}K = G_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}G - \frac{3}{2}\left(P_{\mu}P_{\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}P_{\rho}P^{\rho}\right), \tag{10}$$

$G_{\mu\nu}$ est le tenseur de courbure formé à l'aide des $\{\ \}$. Pour avoir la loi d'Enstein

$$G_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}G = \lambda\hat{g}_{\mu\nu} + \varkappa T_{\mu\nu} \text{ (1)}; \tag{11}$$

il faut donc poser

$$\frac{8\pi G}{c^2}T_{\mu\nu} = K_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}K + \frac{3}{2}\left(P_{\mu}P_{\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}P_{\rho}P^{\rho}\right) - \lambda\hat{g}_{\mu\nu}. \tag{12}$$

Pour poursuivre la théorie, il est alors nécessaire de préciser la forme de la fonction d'action.

---

(1) Reprenant une notation de Schrödinger, nous désignerons par $\wedge$ les grandeurs physiques, c'est-à-dire les grandeurs exprimées en unités cm/gr/cm/c.

ACOUSTIQUE. — *Sur la dispersion des ultrasons dans le sulfure de carbone.* Note ([1]) de M. **Ouang Te-Tchao**, présentée par M. Paul Langevin.

L'ordre de grandeur de la dispersion de vitesse de propagation des ondes ultrasonores dans les liquides est très petit par rapport aux gaz; d'après Kneser ([2]) la variation relative de la vitesse de propagation des ultrasons entre les fréquences 3.10^6 et $15,4.10^6$ cycles par sec. est de l'ordre de 1/1000 à 1/10000 dans l'eau, le benzène, le toluène, le xylène et l'acétate de méthyle. Parthasarathy ([3]) a déterminé la dispersion de vitesse des ultrasons dans 16 liquides différents entre 7.10^6 et 20.10^6 cycles par sec. Il n'a pu constater de dispersion notable, mais il a observé plus tard ([4]) que certains liquides présentent une dispersion entre $3,5.10^6$ et $14,5.10^6$ cycles par sec. (benzène, acétate de méthyle etc). Par contre le toluène et le xylène ont la même vitesse de propagation pour ces deux fréquences.

Le sulfure de carbone présentant une anomalie d'absorption, nous avons pensé qu'il serait intéressant d'étudier pour ce liquide la variation de la vitesse de propagation en fonction de la fréquence.

La méthode de diffraction de la lumière, de Lucas-Biquard-Debye-Sears, est probablement la plus précise et la plus simple pour ces mesures de vitesse. Des précautions ont été prises, en particulier, pour le contrôle de la température. D'après Freyer, Hubbard et Andrews ([5]), la variation de vitesse avec la température est $\Delta V/\Delta T = -3^m,25$ par degré. Pour éviter l'échauffement du liquide, nous avons utilisé de très faibles puissances. Un essai préalable montre que la température du liquide immédiatement au contact du quartz émetteur ne monte que de 1/100 °C. par minute. La source de lumière utilisée est un arc à vapeur de mercure dont nous avons isolé la raie 5461 Å. La fréquence N des ultrasons a été mesurée à l'aide d'un ondemètre de haute précision (à 1/2000 près).

Le tableau ci-dessous représente ces résultats observés :

$N.10^3$.	Température (°C.).	V (m/s).	$\text{Log}_e N$.	$[(V_0 - V)/V_0].10^{-3}$.
400.......	14,6	1175,5	6,02	0
732,8.....	14,6	1172,5	6,59	0,25
925,4.....	14,6	1171,5	6,84	0,34
1171,6.....	14,6	1166,6	7,06	0,75
1360.......	14,6	1149,9	7,21	2,20
414 (*a*)....	20	1158,0	–	–
7320 (*b*)....	23	1149,0	–	–

(*a*) Mesures effectuées par Freyer, Hubbard et Andrews.
(*b*) » » Parthasarathy.

([1]) Séance du 8 avril 1946.
([2]) *Ann. der Phys.*, 32, 1938, p. 277.
([3]) *Proc. Ind. Acad. Scien.*, 4, 1936, p. 17.
([4]) *Current Scien.*, 6, 1937, p. 55.
([5]) *Ann. Chim. Soc.*, 51, 1929, p. 759.

Pour une fréquence de $1{,}36.10^6$, la variation relative de vitesse est supérieure à 2 %. Des expériences à des fréquences plus élevées sont en cours.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur l'existence du groupe d'ensembles à n mailles indépendantes ayant les mêmes fréquences propres qu'un ensemble donné à n mailles et dont la somme des paramètres totaux de chaque espèce (self-inductances, élasticités ou résistances) est égale à la somme des paramètres totaux de même espèce de l'ensemble initial.* Note de M. **Maurice Parodi**.

Nous raisonnerons sur les self-inductances; tout ce que nous dirons se reproduira identiquement pour les résistances et les élasticités.

I. Soient, en adoptant les notations de publications antérieures (1), $T=(l_{ij})$ la matrice, d'ordre n, des self-inductances de l'ensemble initial et $T'=(l'_{ij})=A'TA$ la matrice afférente à un ensemble à n mailles déduit du précédent par une transformation linéaire de matrice A, d'ordre n.

Nous savons que les ensembles déduits par la transformation A de l'ensemble initial (défini par les matrices d'ordre n, T, U, F) ont les mêmes fréquences propres que cet ensemble. Cherchons la forme particulière que doit revêtir A pour que la condition imposée

$$\sum_{i=1}^{n} l_{ii}=\sum_{1}^{n} l'_{ii}$$

soit satisfaite.

Le polynome caractéristique de T est $f(\lambda)=\text{dét}(T-\lambda)$, où

$$\lambda=\begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & \dots & 0 \\ . & . & . & \dots & . \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \lambda \end{pmatrix}$$

et celui relatif à T'

$$g(\lambda)=\text{dét}(T'-\lambda)=\text{dét}(A'TA-\lambda).$$

Or on peut écrire

$$\lambda=A^{-1}\lambda A;$$

il vient donc

$$g(\lambda)=\text{dét}(A'TA-A^{-1}\lambda A).$$

Supposons que la matrice A soit *orthogonale*; nous aurons

$$A'A=AA'=\mathfrak{I},$$

$\mathfrak{I}$ étant la matrice unité, et nous pourrons écrire

$$g(\lambda)=\text{dét}(A^{-1}TA-A^{-1}\lambda A)=\text{dét}A^{-1}\times\text{dét}A\times\text{dét}(T-\lambda)=f(\lambda).$$

(1) *Comptes rendus*, 222, 1946, pp. 281 et 379.

En raison de l'identité de $f(\lambda)$ et $g(\lambda)$, nous obtiendrons

$$\sum_{i=1}^{n} l_{ii} = \sum_{i=1}^{n} l'_{ii}.$$

Ainsi la transformation qui permet d'obtenir les ensembles cherchés est une transformation orthogonale.

Les paramètres de cette transformation devront être choisis de façon que le réseau correspondant à la matrice T′ soit réalisable. Les conditions suffisantes pour qu'il en soit ainsi sont (²) :

$$l'_{ii} > 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

$$l'_{ii} \geqq \sum_{j} |l'_{ij}| \qquad (j = 1, 2, \ldots, i-1, i+1, \ldots, n),$$

pour $i = 1, 2, \ldots, n$.

Remarque. — Dans le cas particulier où la transformation orthogonale A réduit T à la forme canonique, on voit, en s'appuyant sur les résultats précédents, que la somme des self-inductances *propres* des mailles du nouveau réseau est alors égale à la somme des self-inductances totales des mailles de l'ensemble initial.

II. On pourrait se poser un problème analogue au précédent en ajoutant la condition supplémentaire : le groupe d'ensembles possède non seulement les mêmes fréquences propres, mais encore la même impédance d'entrée. On sait que, dans ce cas (³), la matrice de transformation A doit être du type

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \ldots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

et la condition d'orthogonalité $A'A = \mathcal{J}$, liée à la constance de la somme des self-inductances totales, conduit à donner à A la forme

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \ldots & a_{2n} \\ \cdot & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & a_{n2} & a_{n3} & \ldots & a_{nn} \end{pmatrix},$$

la matrice

$$\begin{pmatrix} a_{22} & a_{23} & \ldots & a_{2n} \\ a_{32} & a_{33} & \ldots & a_{3n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n2} & a_{n3} & \ldots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

étant orthogonale.

(²) CLARK, *Bull. Amer. Math. Soc.*, 47, 1941, p. 769.

(³) NATHAN HOWITT, *Phys. Rev.*, 37, 1931, p. 1583; voir aussi M. PARODI, *Journ. de Physique* (sous presse).

PHYSIQUE CORPUSCULAIRE — *Sur les collisions des positons avec les négatons.* Note (¹) de Mlle **Ho Zah-Wei**, présentée par M. Frédéric Joliot.

Dans les collisions de négatons entre eux, il est impossible de distinguer les primaires de ceux de recul; on ne peut par conséquent pas séparer les cas de faible échange d'énergie (petit angle de diffusion θ) de ceux de fort échange d'énergie [grand angle de diffusion $\sim(\pi/2)-\theta$]. Ce sont précisément ces derniers cas qui présentent un grand intérêt théorique, car les distances d'approche entre les deux particules sont de l'ordre du rayon classique de l'électron, et l'on peut s'attendre à la déviation de la loi d'interaction coulombienne. Pour les collisions entre positons et négatons, les trajectoires dans un appareil Wilson avec un champ magnétique peuvent, au contraire, être distinguées suivant le sens de la courbure. Les collisions de ce genre n'ont pas encore été signalées.

Au cours des expériences sur les spectres β^+ de $^{52}_{25}Mn$, *nous avons observé,*

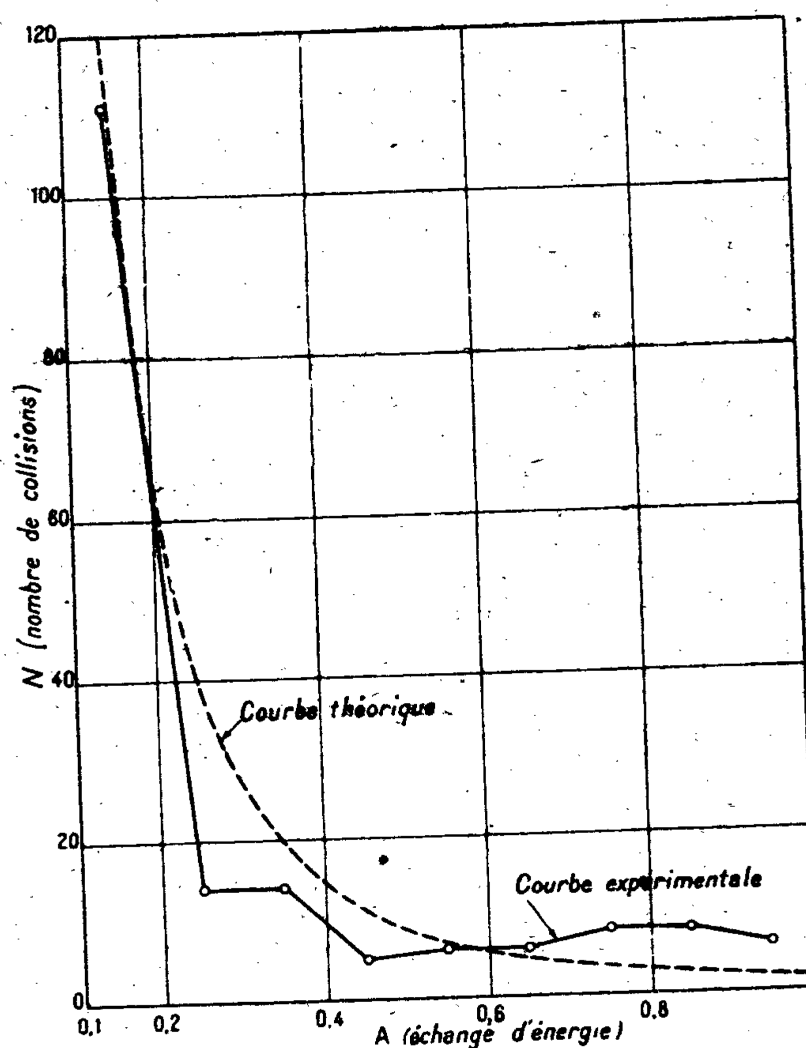


Fig. 1.

pour la première fois, un grand nombre de collisions de positons avec les négatons sans annihilation. L'appareil Wilson utilisé a été rempli d'air à une pression initiale de 1,9 atm., le champ magnétique étant environ 900 gauss. La source

(¹) Séance du 15 avril 1946.

de $^{52}_{25}Mn$, préparée par la réaction $Fe(d, \alpha)Mn$, a été placée à l'intérieur de l'appareil et les trajectoires ont été photographiées stéréoscopiquement, leur énergie étant mesurée soit par le rayon de courbure, soit par le vrai parcours (pour les électrons de faible énergie). Dans l'ensemble les conservations d'énergie et de quantité de mouvement sont maintenues dans les limites d'erreurs expérimentales.

Dans une longueur totale de 170^m de trajectoires mesurées, correspondant à 2 774 positons, dont les énergies initiales varient de 25 à 800 ekV, *nous avons observé* 178 *collisions avec l'échange d'énergie* (A) *plus grand que* 10 % $[A=(E_0^+-E_1^+)/E_0^+=E_1^-/E_0^+$, où E_0^+, E_1^+ et E_1^- sont les énergies du positon primaire, du positon après le choc et du négaton de recul] dont la statistique est représentée dans la figure 1.

Les calculs théoriques, basés sur la théorie du positon de Dirac, ont été développés indépendamment par Bhabha et Bothe (²). Ce dernier a donné, pour le nombre de collisions N pour une longueur totale des trajectoires observées l, l'expression

$$N = nl\frac{\pi}{2}\left(\frac{e^2}{mv^2\gamma^2}\right)^2 \sin\theta'\,\Delta\theta'(\gamma+1)(P_I+P_{II}+P_A), \quad (1)$$

avec

$$P_I = \frac{2\gamma^2}{\sin^4\frac{\theta'}{2}} - \frac{2(\gamma^2-1)}{\sin^2\frac{\theta'}{2}} + (\gamma-1)^2;$$

$$P_{II} = \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\right)^2\left\{\gamma^2+2\gamma+3-\frac{1}{2}(\gamma-1)^2\sin^2\theta'\right\};$$

$$P_A = -2\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\left\{\frac{\gamma(\gamma+2)}{\sin^2\frac{\theta'}{2}} - 2(\gamma^2-1)+(\gamma-1)^2\sin^2\frac{\theta'}{2}\right\},$$

où θ' et $\Delta\theta'$ sont l'angle et l'intervalle de l'angle de diffusion du positon dans le système du centre de gravité;

$v=\beta C$, la vitesse du positon dans le système du laboratoire;

$\gamma=\sqrt{1-\beta^2}$; n, le nombre d'électrons par centimètre cube du gaz contenu dans l'appareil; l'échange d'énergie étant lié à l'angle de diffusion par la relation

$$\sin^2\frac{\theta'}{2} = A \qquad \text{et} \qquad \sin\theta'\,\Delta\theta' = 2\,\Delta A.$$

Dans (1) P_I correspond au cas où le positon et le négaton sont considérés comme deux particules de charges opposées, régies par les forces coulombiennes; P_{II} correspond à l'annihilation de la paire initiale d'électrons et la

(²) H. J. Bhabha, *Proc. Roy. Soc.*, 154, 1936, p. 195; W. Bothe (sous presse).

création simultanée d'une nouvelle paire; P_A correspond à l'interférence de deux termes précédents.

La comparaison des valeurs théoriques de N calculées d'après (1) avec les

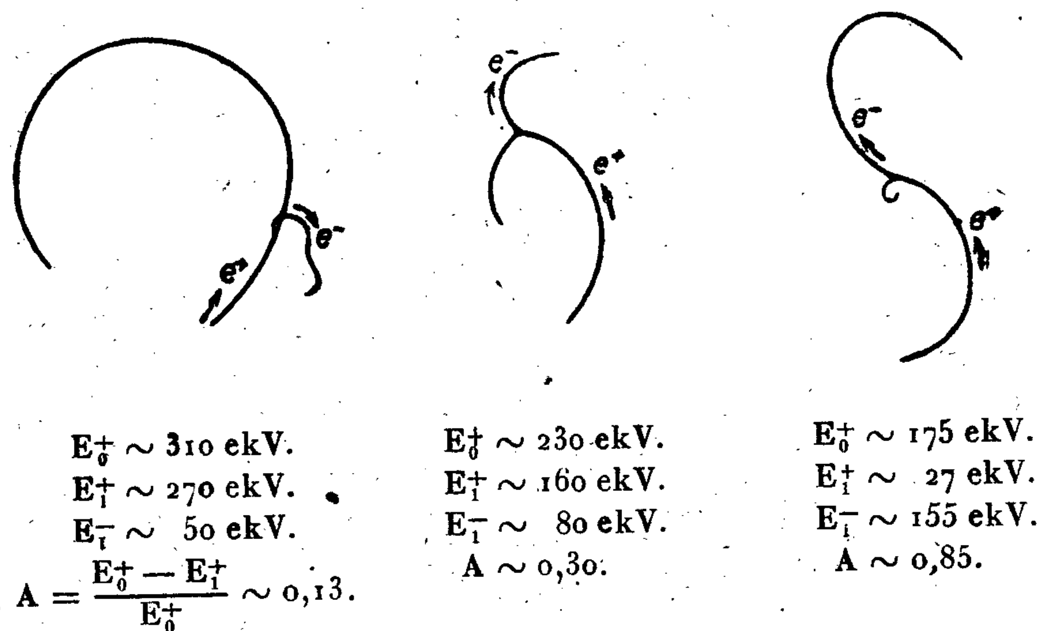


Fig. 2. — Quelques exemples de collisions avec différentes valeurs de l'échange d'énergie A.

données expérimentales montre un bon accord entre la théorie et l'expérience, compte tenu de l'insuffisance des statistiques. *Néanmoins, on remarque que les valeurs expérimentales sont nettement supérieures aux valeurs calculées pour les cas de fort échange d'énergie* ($A > 0{,}5$), *dans lesquels les mesures expérimentales sont plus précises*. D'autres expériences dans des domaines différents d'énergie sont nécessaires pour élucider cette anomalie, les mesures rapportées ici ayant été effectuées sur des positons d'énergie inférieure à 0,8 MeV.

MAGNÉTISME. — *Préparation et propriétés magnétiques du composé défini* Fe_4N. Note [1] de MM. **Charles Guillaud** et **Henri Creveaux**, présentée par M. Aimé Cotton.

Le fer *Armco* utilisé est en poudre. Il est d'abord purifié par un chauffage à 1200°C., dans un courant d'hydrogène très pur, débarrassé en particulier d'oxygène. Puis il est chauffé à 550°C., dans un courant d'hydrogène et d'ammoniac. En faisant varier la proportion d'ammoniac contenu dans le mélange, on obtient des azotures de titres différents. Pour notre étude nous en avons préparé qui renfermaient de 5,50 % à 6,30 % d'azote. (Fe_4N contient 5,90 % d'azote).

Leur homogénéité a été vérifiée par des mesures magnétiques. Dans les conditions de notre préparation, on obtient des azotures homogènes par des

---

(1) Séance du 6 mai 1946.

temps de chauffe de 4 heures environ. La teneur en azote est connue par simples pesées, avant et après la nitruration.

Propriétés magnétiques. — Nous avons obtenu un composé de composition proche de celle de Fe_4N à un millième près. Ce sont les résultats de son étude magnétique que nous publions ci-dessous.

Les courbes (*fig.* 1) donnent l'aimantation spécifique σ en fonction du champ

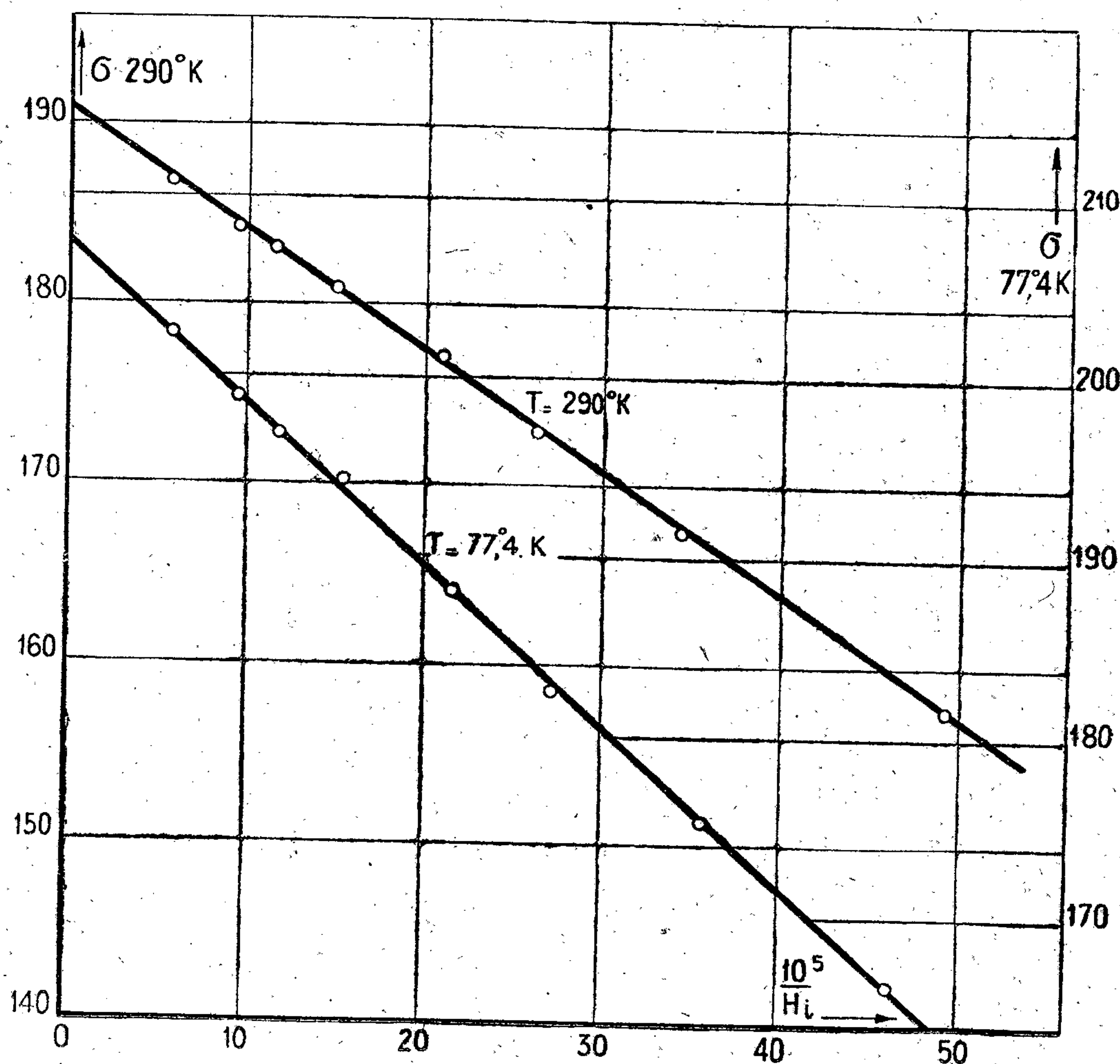


Fig. 1.

intérieur H_i. Depuis les plus basses températures jusqu'à 290°K. nous avons vérifié la validité de la loi d'approche $\sigma_H = \sigma_\infty(1 - a/H)$. La valeur de a est particulièrement élevée; $a = 356$ à la température ordinaire et $a = 420$ à la température de 77°K. Le fer ayant servi à la préparation de ce composé avait un coefficient a de 300.

La courbe (*fig.* 2) montre qu'aux basses températures l'aimantation σ varie linéairement en fonction de T^2.

Nous trouvons pour l'aimantation spécifique absolue

$$\sigma_{\infty, 0°K} = 208,5,$$

d'où

$$\sigma_{at} = 49491,2.$$

Le moment de l'atome de fer entrant dans la molécule, en supposant les 4 atomes identiques, est donc de

$$n = \frac{49491,2}{4 \times 1125,6} = 10,99\,\mu_W \quad \text{(magnétons de Weiss).}$$

Ce qui donne pour l'atome de fer de Fe_4N le même moment que pour le fer pur.

Le point de Curie de ce composé est à 488°C.

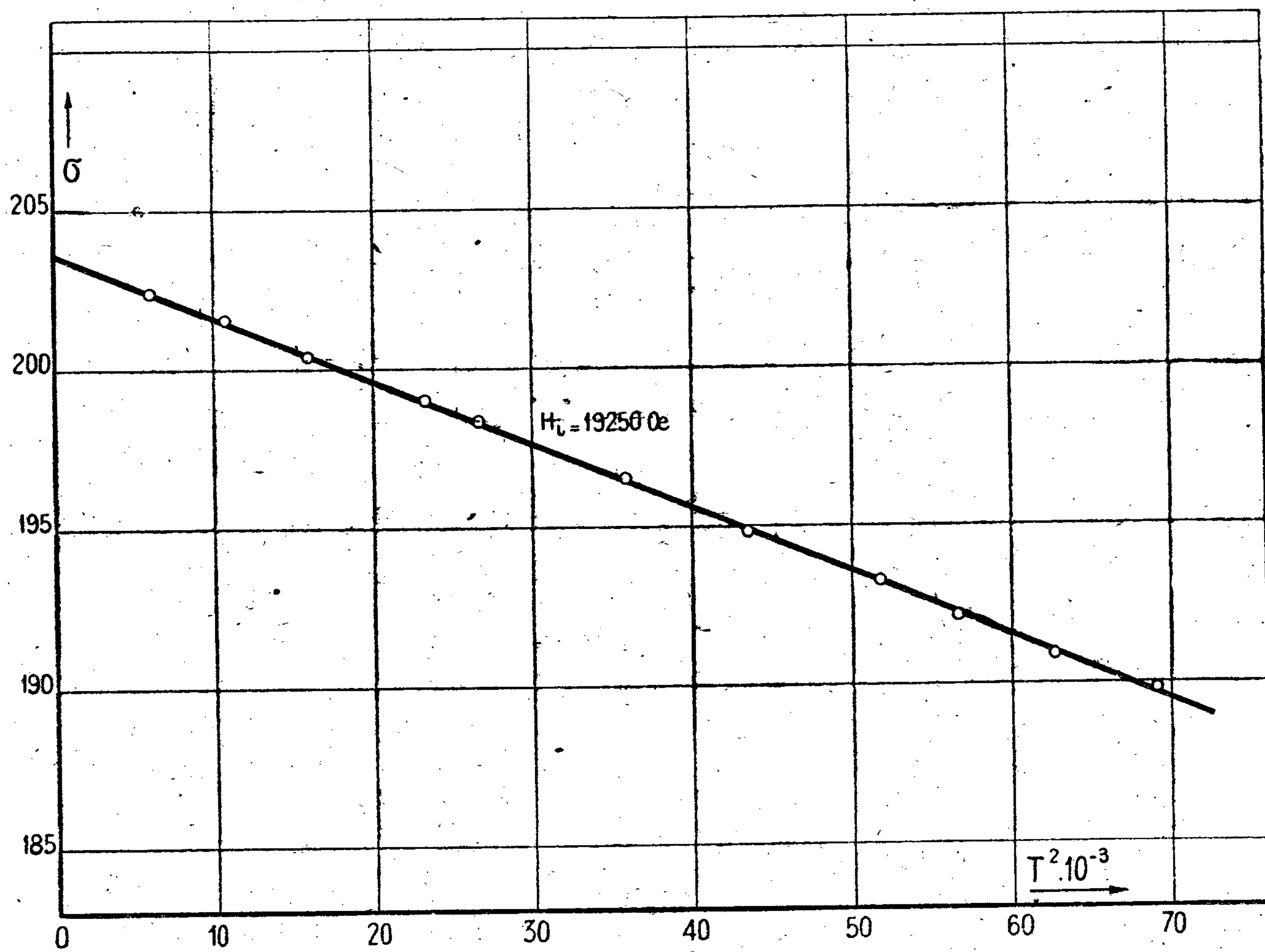


Fig. 2.

La courbe donnant les moments en fonction du titre montre qu'entre 5,7 et 6 % environ d'azote, nous nous trouvons en présence d'une seule phase γ'. L'azoture de fer cristallise dans le réseau du cube à faces centrées. La distance Fe—Fe est de 2,67 Å. Le fer γ qui cristallise dans le même réseau n'est pas ferromagnétique; la distance Fe—Fe n'est alors que de 2,57 Å.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur une propriété des mélanges de pentachlorure et de pentabromure de phosphore. Nouvelle préparation des chlorobromures de phosphoryle. Préparation et propriétés du fluorochlorobromure de phosphoryle.* Note de Mlle **Marie-Louise Delwaulle** et M. **Félix François**, présentée par M. Paul Pascal.

Pour préparer POFClBr nous avions besoin de quantités assez importantes de $POClBr_2$. La préparation de Besson ([1]), qui fait réagir vers 500° l'acide bromhydrique sur $POCl_3$, donne de mauvais rendements. L'action de l'acide acétique, des alcools, de l'acétone sur PBr_5 constituant un excellent mode de préparation de $POBr_3$, nous avons pensé qu'il serait avantageux, pour préparer les chlorobromures de phosphoryle, d'appliquer les mêmes procédés aux composés pentahalogénés chlorobromés du phosphore.

L'action sous refroidissement du brome sur PCl_3 donne des cristaux rouges auxquels Wichelhaus ([2]) attribue la formule PCl_3Br_2. Nous avons attaqué ces cristaux par l'acide acétique, espérant obtenir un seul oxychlorobromure. En fait, on obtient la série complète $POCl_3$, $POCl_2Br$, $POClBr_2$, $POBr_3$. La réaction a lieu à la température ordinaire et sans dégagement de chaleur : il est donc probable que, même à cette température, les cristaux rouges sont constitués par un mélange de dérivés pentahalogénés chlorobromés du phosphore. Il y a probablement syncristallisation, car les cristaux rouges semblent homogènes. Nous avons alors essayé l'action de l'acide acétique, des alcools, de l'acétone sur les mélanges de PCl_5 et PBr_5 intimement broyés ensemble. Ici encore nous avons obtenu la série complète $POCl_3$, $POCl_2Br$, $POClBr_2$, $POBr_3$ avec des quantités importantes des deux oxychlorobromures. Nous avons déjà vérifié que $POCl_3$ et $POBr_3$ étaient sans action l'un sur l'autre même à 110°. L'acide bromhydrique gazeux ne réagit sur $POCl_3$ qu'à température élevée. L'acide bromhydrique naissant est lui aussi sans action, car du chlorure de phosphoryle présent à côté de PBr_5 reste inaltéré dans l'action de l'acide acétique sur ce dernier corps. Il faut donc admettre que, lors du mélange des deux solides, il s'est formé des dérivés pentahalogénés chlorobromés du phosphore.

Les halogénures de phosphoryle sont miscibles avec les halogénures d'acétyle, les halogénures d'alcoyles, les dérivés dihalogénés des carbures saturés. Le chloro-dibromure $POClBr_2$, un peu souillé par $POClBr_2$ et $POBr_3$, a été extrait du mélange obtenu, par distillation fractionnée sous pression réduite (environ 70^{mm} de mercure).

([1]) *Comptes rendus*, **122**, 1896, p. 814.
([2]) *Ber. d. chem. Ges.*, **1**, 1868, p. 77.

Préparation et propriétés de POFClBr. — Ce composé n'a pas encore été signalé. Nous l'avons obtenu par action de SbF_3 sur $POClBr_2$.

Le procédé est analogue à celui utilisé par Booth pour préparer les oxybromofluorures ([3]). Le rendement est mauvais, car la fluoration donne surtout des dérivés di- et trifluorés. En chauffant vers 80°, sous une pression de 100^{mm}, du $POClBr_2$ (52^g) qu'on additionne progressivement de SbF_3 (22^g), on condense dans un tube en U refroidi à —60° environ 3^{cm^3} d'un produit contenant, à côté des produits non fluorés entraînés, un peu de $POFCl_2$ et de $POFBr_2$ et à peu près $0^{cm^3},5$ de POFClBr. Après un certain nombre d'opérations, on effectue plusieurs distillations fractionnées successives, ce qui permet d'isoler le composé cherché POFClBr. C'est un liquide incolore bouillant à 79-80° sous 765^{mm}, de densité 1,87 et fumant à l'air. Il est décomposé violemment par l'eau et les solutions alcalines; cependant ces réactions ne deviennent complètes que très péniblement, comme Booth l'avait déjà remarqué pour $POFBr_2$ ([3]). Un dosage du chlore et du brome par l'azotate d'argent, peu de temps après la dissolution dans la soude, montre un déficit en halogénure qui atteint 12 à 15 %.

Fréquences en cm^{-1} (modes de vibration).

		δ_1.	δ_2.	δ_3.	δ_4.	δ_5.	ν_1.	ν_2.	ν_3.	ν_4.
$POFCl_2$.		207	254	330	372	386	547	620	894	1331
	J...	3,6	1,8	1	3,4	5,5	10	f	f	M
	ρ...	0,55	6/7	0,6	6/7	0,3	0,05	6/7	0,45	pol.
POFClBr.		173	233	298	311	372	495	590	890	1319
	J...	15	4	17	11	11	10	f	f	M
	ρ...	0,7	0,8	0,5	0,5	0,4	0,1	pol.	pol.	0,2
$POFBr_2$.		134	220	273	291	306	466	538	880	1303
	J...	21	3	4	9,5	30	10	f	f	M
	ρ...	0,6	6/7	0,5	6/7	0,15	<0,1	6/7	<0,5	<0,4
									raie P-F	raie P-O

Pour l'analyse de la substance, chlore et brome ont été dosés suivant la méthode d'attaque au rouge par la chaux classiquement utilisée en chimie organique, le phosphore a été dosé à l'état de phosphomolybdate après destruction de la substance en tube scellé vers 250° par l'acide azotique fumant. (Chlore, trouvé 19,2 %; calculé 19,5 %. Brome, trouvé 43,1 %; calculé 44,0 %. Phosphore, trouvé 17,3 %; calculé 17,0 %).

Spectre Raman de POFClBr. — Il comporte neuf fréquences toutes polarisées, ce qui caractérise bien un édifice tétraédrique AXYZT dépourvu d'élément de symétrie.

En encadrant ce spectre par ceux des molécules de $POFBr_2$ et de $POFCl_2$ (voir le tableau), on remarque la fixité de la raie P—O et de la raie P—F. L'alourdissement de la molécule par le remplacement successif d'un, puis de

(3) Booth et Seegmiller, *J. Amer. Chem. Soc.*, **61**, 1939, p. 3120.

deux chlores par du brome, diminue la valeur des autres fréquences, ce qui est naturel. Le spectre de POFClBr est donc tout à fait conforme à ce qu'on pouvait attendre.

C'est l'apparition des principales fréquences de son spectre, notamment des fréquences δ_1 et ν_4 bien encadrées par les fréquences correspondantes de $POFCl_2$ et $POFBr_2$, qui nous a permis de nous assurer dès la première fluoration que le produit cherché avait bien été obtenu. Lors des fractionnements, l'examen du spectre Raman nous a également été de la plus grande utilité.

CHIMIE MINÉRALE. — *Étude à 30° du système ternaire* SO_4Cd, $(HO)_2Cd$, OH_2. Note (¹) de M. **Jean Byé**, présentée par M. Paul Pascal.

Les produits utilisés dans cette étude sont le sulfate de cadmium à 8/3 de OH_2 (produit R. P. pour analyse) et de l'hydroxyde de cadmium cristallisé préparé comme l'a indiqué de Schulten (²) (dissolution dans une solution concentrée et bouillante de potasse et cristallisation par refroidissement).

1° Les solutions obtenues, excepté les solutions extrêmement diluées, sont *neutres*. L'hydroxyde et les sulfates basiques de cadmium sont donc pratiquement insolubles dans les solutions de sulfate neutre. Il faut que la concentration du sel neutre descende jusqu'à 0,05 % pour que celle de l'hydroxyde atteigne 0,01 % environ.

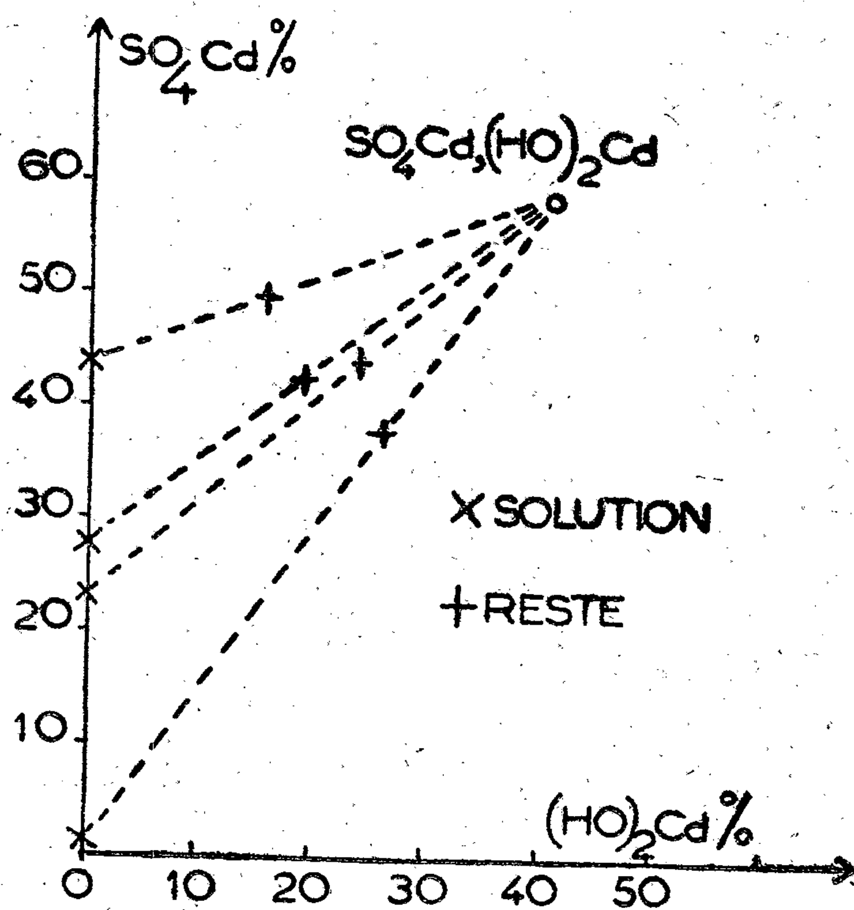


Fig. 1.

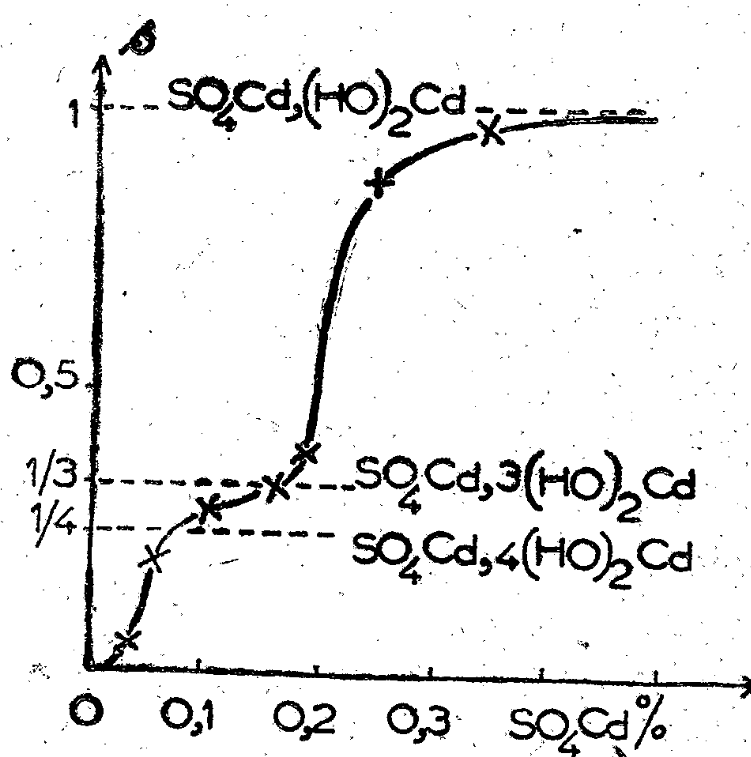


Fig. 2.

2° La figure 1 représente les résultats relatifs aux concentrations supérieures

(¹) Séance du 6 mai 1946.

(²) De Schulten, *Comptes rendus*, 101, 1885, p. 72; 107, 1888, p. 405.

à 1 %. Le seul sel basique qui se forme a pour composition SO_4Cd, $(HO)_2Cd$, sel déjà connu (³).

La solution la plus concentrée contient 43,6 %, alors que la saturation est 43,75 %. Il n'y a donc vraisemblablement pas de sel moins basique que le précédent.

3° Pour les solutions de concentration inférieure à 1 % (*fig.* 2), j'ai porté en abscisses la concentration de SO_4Cd et en ordonnées le coefficient s de la formule



$$(HO)_2Cd,\ s\,SO_4Cd,\ x\,OH_2,$$

qui représente la composition du reste. Étant donnée la forte dilution de la solution, s doit avoir des valeurs très voisines pour le reste et pour le précipité exempt de solution mère. La figure 2 montre qu'il doit se former, en plus du sulfate basique ($s = 1$) identifié plus haut, un autre sel dont le coefficient s est compris entre 1/4 et 1/3. La transition entre les deux sulfates basiques a lieu aux environs de 0,2 %, la transition entre le sulfate le plus basique et l'hydroxyde aux environs de 0,06 %.

L'étude systématique de la précipitation de solutions de sulfate de cadmium par la soude à 20° et 30° m'a montré que $s = 1/3$, ce qui correspond à un sel déjà décrit (⁴). Si, dans l'étude du système ternaire, le sel paraît plus basique, c'est parce qu'il reste de l'hydroxyde encore non attaqué par la solution de sulfate. Les équilibres sont en effet très lents à s'établir en solution très diluée. Si l'on agite ensemble de l'eau, de l'hydroxyde et du sulfate neutre, en proportions telles que l'on doive aboutir à la transition entre les deux sels basiques, la concentration de la solution décroît très lentement. Au bout de 40 jours j'ai obtenu une concentration de 0,25 %, supérieure ou égale à la concentration de transition. J'ai alors enlevé les 2/3 du liquide que j'ai remplacé par de l'eau. La concentration croît alors lentement. Au bout de 40 jours elle avait atteint 0,19 %, ce qui doit être inférieur ou égal à la concentration de transition. La valeur 0,2 % admise plus haut est donc acceptable.

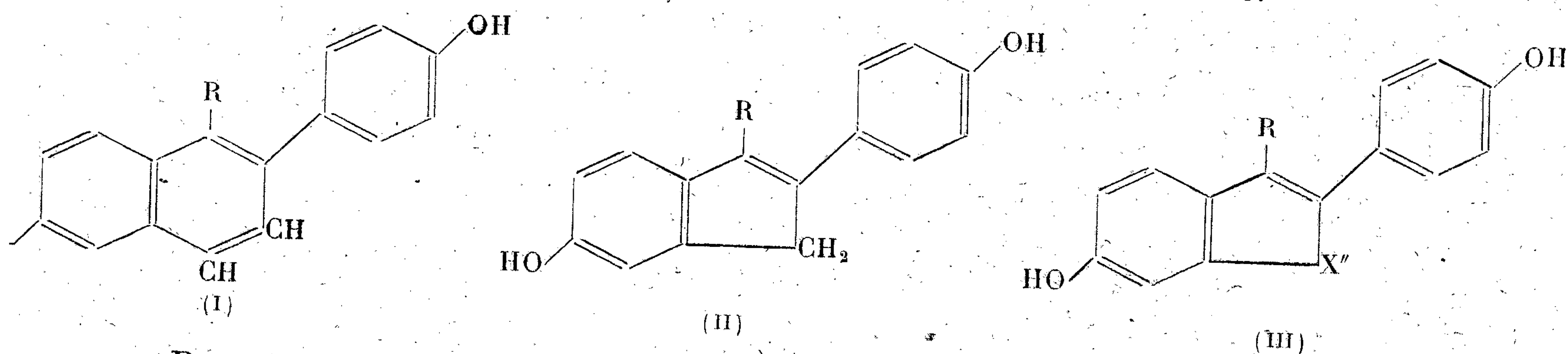
CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèses de dérivés indoliques apparentés aux œstrogènes de la série de l'indène.* Note de M. CHARLES MENTZER, présentée par M. Marcel Delépine.

Partant du fait que, dans certaines substances organiques, il est possible de remplacer le groupement [—CH=CH—] par un [—CH_2—], un [—NH—], un [O] ou un [S] sans modifier sensiblement les propriétés physicochimiques et pharmacodynamiques de la molécule, nous avons pensé qu'il serait inté-

(³) ATHANASESCO, *Comptes rendus*, 103, 1886, p. 271; GRUTZNER, *Arch. Pharm.*, 236, 1898, p. 380.

(⁴) PICKERING, *J. Chem. Soc.*, 91, 1907, p. 1986; HARNED, *J. Am. Chem. Soc.*, 39, 1917, p. 252.

ressant de comparer à des corps fortement œstrogènes, comme (I)(1) et (II)(2), des substances telles que (III), dans lesquelles X″ est soit un [NH], soit un [O], soit un [S], R étant un radical aliphatique de 1 à 3 atomes de carbone.



Dans la Note présente, nous allons décrire quelques dérivés indoliques (X″ = [NH]), dont certains sont des corps nouveaux, alors que d'autres avaient été déjà préparés par une voie différente. La méthode de synthèse utilisée est une généralisation du procédé ayant permis à Nencki et Berlinerblau (3) d'obtenir le méthyl-2 indol par action de l'aniline sur la monochloracétone.

Cette méthode, très peu étudiée (4) vu les faibles rendements obtenus, est pratiquement tombée dans l'oubli depuis les publications classiques de E. Fischer (5) sur la synthèse des indols en partant des phénylhydrazones.

Cependant, Möhlau (6) ayant obtenu le phényl-2 indol par action de l'aniline sur la ω-bromacétophénone, il nous a paru intéressant d'appliquer un procédé analogue à la préparation des phényl-2 indols substitués dont nous avions besoin. Dans presque tous les cas ce procédé nous a donné entière satisfaction et nous permet maintenant de préparer les homologues de l'indol, bien plus facilement qu'avec la méthode de E. Fischer.

Partie expérimentale (en collaboration avec Dat Xuong). — En chauffant ensemble, pendant 5 minutes à 180°, 6g,2 de *p*-anisidine et 3g,25 de *p*-métoxy ω-bromacétophénone, nous avons obtenus 0g,50 de [*p*-méthoxyphényl]-2 méthoxy-5 indol, $C_{16}H_{15}O_2N$, (F 215°), déjà préparé avant nous par Korczynski et Kierzek (7), au moyen de la méthode de E. Fischer. En combinant de même la *m*-anisidine (5g) avec l'α-bromo *p*-méthoxy propiophénone (2g,70), nous avons obtenu, avec un rendement bien meilleur (2g,5), le [*p*-méthoxyphényl] 2-méthyl-3 méthoxy-6 indol $C_{17}H_{17}O_2N$, F 136°, (N calc. 5,24 %, N trouvé 5,39 %).

---

(1) Dodds, Golberg, Lawson et Robinson, *Proc. Roy. Soc. London*, B, **127**, 1939, pp. 140-167.

(2) Salzer, *Z. physiol. Chem.*, **274**, 1942, p. 39; Solmssen, *J. Am. Chem. Soc.*, **65**, 1943, p. 2370; Silverman et Bogert, *Journ. of org. Chem.*, **11**, 1946, p. 34.

(3) *Fortschritte der Teerfarbenfabrikation*, **1**, 1886, p. 150.

(4) Voir Vladesco, *Bull. Soc. Chim.*, 3e série, **6**, 1891, p. 826; Collet, *ibid.*, **17**, 1897, p. 74; Richard, *Comptes rendus*, **145**, 1907, p. 129.

(5) E. Fischer, *Ann. der Chem.*, **236**, 1886, p. 116.

(6) *Ber. d. chem. Ges.*, **14**, 1881, p. 173; **15**, 1882, p. 2480; voir aussi Wolff, *ibid.*, **21**, 1888, p. 123; Fischer et Schmidt, *ibid.*, **21**, 1888, p. 1811.

(7) *Gazzetta chimica italiana*, **55**, 1925, p. 367.

Le même corps a pu être synthétisé par action de Cl_2Zn sur la *m*-méthoxy-phényldrazone de la *p*-méthoxy-propiophénone, ce qui prouve que le noyau [*p*-méthoxy-phényle] se trouve bien en position 2 et non en 3 comme on aurait pu le prévoir. La réaction est moins nette avec les arylcétones dont la chaîne aliphatique renferme plus de 2 atomes de carbone. Ainsi 6g de *m*-anisidine et 3g,7 d'α-bromo-*p*-méthoxy-butyrophénone ne conduisent qu'à 0g,20 de [*p*-méthoxyphényl]-2 éthyl-3 méthoxy-6 indol, $C_{18}H_{19}O_2N$, F 164-165° (N trouvé 5,01 %, N calc. 4,98 %) et avec une chaîne encore plus longue ($R = nC_3H_7$ ou iC_3H_7) on n'obtient que des goudrons.

Autres corps préparés : [*p*-méthoxy-phényl-2 éthyl-3 indol], $C_{17}H_{17}ON$, F 90° et [*p*-méthoxy-phényl]-2 méthyl-3 indol, $C_{16}H_{15}ON$, F 120° ([8]).

Signalons enfin que la méthode permet également de préparer très aisément un grand nombre d'esters d'acides indolcarboniques-3 jusqu'ici difficilement accessibles ou inconnus : ainsi l'aniline et le formylchloracétate d'éthyle chauffés ensemble conduisent à l'indolcarbonate d'éthyle-3 ($C_{11}H_{11}O_2N$) F 82°, la *p*-toluidine donne de même, avec d'excellents rendements, du méthyl-5 indolcarbonate d'éthyle-3, $C_{12}H_{13}O_2N$, F 97° (N calc. 6,89 %, N trouvé 6,21 %) et la *p*-anisidine aboutit au méthoxy-5 indolcarbonate d'éthyle-3, $C_{12}H_{13}O_3N$, F 97°.

Par contre l'α-chloracétylacétate d'éthyle $CH_3COCHCl-COOC_2H_5$ ne réagit ni avec l'aniline ni avec la *p*-toluidine.

L'expérimentation physiologique des corps décrits est en cours.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Transformation de l'anatase en rutile.* Note ([1]) de M. Nguyen Thienchi, présentée par M. Paul Pascal.

On utilise de plus en plus le rutile dans la fabrication de produits céramiques à usages radioélectriques, à cause de sa constante diélectrique élevée et des pertes diélectriques très faibles qu'il permet d'atteindre. La matière première est généralement de l'anatase, que la cuisson transforme en rutile. Le passage d'une variété à l'autre dépend de la température et de la durée de cuisson, mais aussi de la nature physicochimique de l'oxyde et de la pression de moulage des échantillons. Nous avons suivi la transformation à l'aide de diagrammes Debye-Scherrer (radiation CuKα) : un étalonnage préalable a montré qu'on pouvait discerner 3 % de rutile dans un échantillon d'anatase et inversement. On part d'un oxyde commercial très pur (99 % de TiO_2) à structure d'anatase. Les échantillons sont des disques de 0g,5 et de 1cm² de section. La transmission de la pression est améliorée par la petitesse des échantillons et aussi par l'emploi d'un liant organique (10 % d'urée évacuée avant cuisson par chauffage lent jusqu'à 400°C). On moule les disques aux pressions de 1, 4 et 7 t/cm². On les cuit simultanément à 850° ± 5° pendant

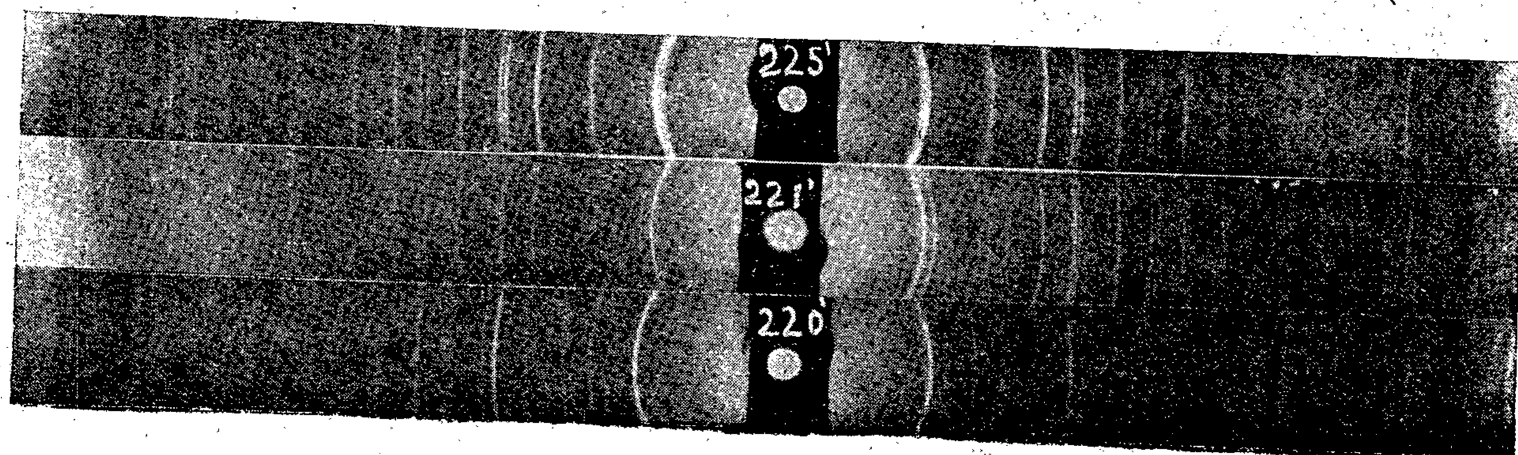
---

([8]) Ce corps avait déjà été obtenu par Hell et Cohen (*Ber. d. chem. Ges.*, 37, 1904, p. 870).

([1]) Séance du 6 mai 1946.

18 heures, puis les échantillons sont trempés à l'air et examinés aux rayons X. Des diagrammes sont représentés sur la figure.

Le cliché relatif à l'échantillon pressé à 4 tonnes/cm² (non reproduit) montre encore une trace d'anatase (3 à 4 %). La transformation anatase-rutile est ainsi favorisée par la pression, même aux valeurs faibles et moyennes de celle-ci, grâce à l'intimité plus grande du contact entre particules (l'action des



Cliché *a*, anatase non comprimée, aucune transformation décelable.
Cliché *b*, disque moulé à 1 t/cm², anatase + rutile.
Cliché *c*, disque moulé à 7 t/cm², rutile.

hyper-pressions de 40 à 50 tonnes/cm² sur les propriétés de la matière est bien connue depuis les travaux de Bridgeman). Nous poursuivons les expériences avec des pressions plus fortes et sur des poudres de finesse variée.

G. F. Hüttig et K. Kosterhon [2], étudiant la transformation thermique du produit obtenu par précipitation de $TiCl_4$ à l'ammoniaque, situent la zone de transformation entre 850° et 920° (calcination pendant une heure). En chauffant le même précipité (initialement amorphe) à des températures croissantes pendant une heure, nous avons suivi sur les diagrammes X l'apparition progressive de la structure anatase, puis le passage au rutile. A 900°, après 30 minutes, on observe de l'anatase plus une trace de rutile; et après une heure, du rutile avec une trace d'anatase. La transformation n'est complète qu'après 1 h. 30 min. à 900°; par contre, le même traitement thermique laisse intacte l'anatase commerciale. La nature de l'oxyde influe donc sur la transformation anatase-rutile, l'oxyde précipité colloïdal se montrant plus apte à la subir.

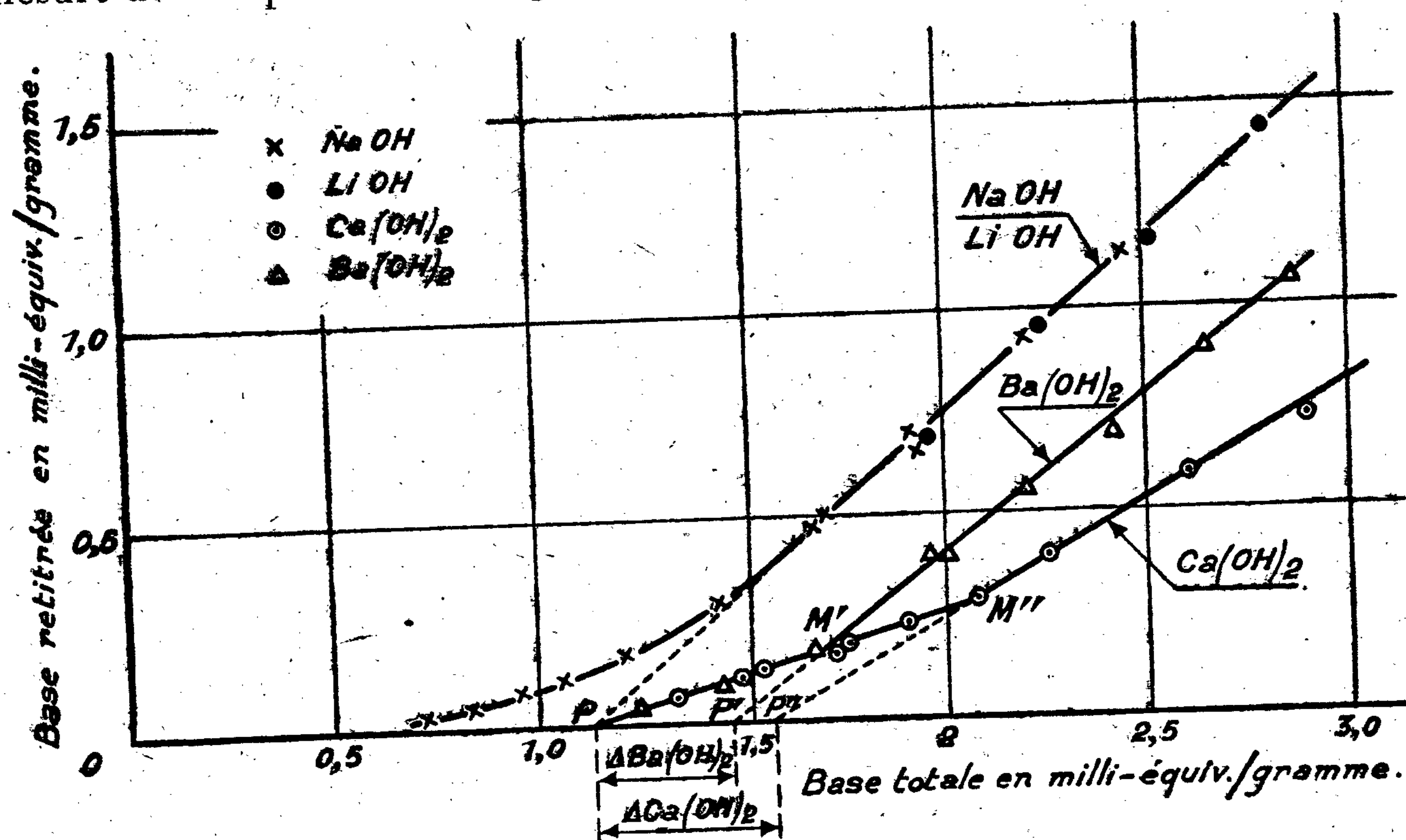
MINÉRALOGIE. — *Détermination de la capacité d'échange de base dans la montmorillonite.* Note [1] de Mme **Rachel Glaeser**.

Hissink [2] détermine l'acidité libre d'une terre en versant sur un échantillon préalablement pesé des quantités croissantes d'une solution diluée de

(2) *Kolloid Z.*, 89, 1939, p. 202.

(1) Séance du 6 mai 1946.
(2) *Trans. Faraday Soc.*, 20, 1925, pp. 560-562.

baryte $Ba(OH)_2$ et en titrant la base qui reste dans le liquide surnageant. Les résultats sont exprimés en portant en abscisses les quantités totales de baryte ajoutées et en ordonnées les quantités de base restant dans la solution surnageante. On obtient alors une courbe présentant une branche rectiligne qui peut être extrapolée jusqu'à rencontre avec l'axe des abscisses. C'est l'abscisse de ce point de rencontre que Hissink prend comme valeur de l'acidité libre de la terre. Nous avons cherché à appliquer le principe de cette méthode à la mesure de la capacité d'échange de bases des montmorillonites.



Matière de départ. — Nous sommes partie de montmorillonite calcique séparée d'une terre provenant de Camp-Berteau (Maroc). Nous avons transformé l'argile en montmorillonite acide en la traitant plusieurs fois par une solution N/5 d'acide chlorhydrique. Le dernier traitement était suivi de lavages jusqu'à disparition de toute trace d'acide.

Mode opératoire. — Plusieurs échantillons de même poids de montmorillonite H sont additionnés en même temps de quantités croissantes de base. A chaque échantillon on ajoute de l'eau distillée, de manière à réaliser des suspensions ayant même concentration en argile. Les échantillons sont soumis simultanément à une forte agitation pendant deux heures. On centrifuge. On titre la base restée dans les liquides surnageant les divers échantillons. On a utilisé successivement la soude et la lithine en solution N/10, l'eau de chaux et l'eau de baryte en solution N/30.

Résultats. — Les résultats sont donnés en portant en abscisses les quantités de base ajoutées et en ordonnées la base résiduelle dans la solution : ces quantités sont exprimées en milliéquivalents de base rapportés à un gramme d'argile calcinée.

On peut faire les remarques suivantes :

1° Les points relatifs à la soude et à la lithine sont sur la même droite.

2° La chaux et la baryte en *faible excès* donnent aussi une droite commune. *Ces deux droites prolongées coupent l'axe des abscisses au même point* P. Ce point P, indépendant de la base employée, peut être considéré comme définissant l'acidité libre de l'argile, c'est-à-dire, dans l'exemple présent, la capacité d'échange de bases de la montmorillonite.

3° La partie inférieure de la courbe correspondant aux bases alcalines s'écarte de la droite. Cet écart correspond à une forte hydrolyse de l'argile sodique. L'hydrolyse est négligeable dans le cas de la chaux et de la baryte.

4° Quand on utilise la baryte et la chaux, si les quantités de base ajoutée dépassent respectivement les abscisses des points M′ et M″, les points expérimentaux se placent sur deux nouvelles droites bien distinctes de la droite commune PM′ M″. Ces points ont une signification bien précise. En employant la soude ou la lithine, les excès de base n'altèrent pas la stabilité de la suspension argileuse; par contre, avec la baryte et la chaux, à partir de proportions de base correspondant au point P, on observe une floculation de l'argile. Cette floculation augmente avec la proportion de base utilisée *et elle est totale pour les quantités de baryte et de chaux exprimés respectivement par les abscisses des points* M′ *et* M″. En conséquence *les tronçons* PP′ *et* PP″ *donnent les quantités de base nécessaire pour provoquer la floculation totale.*

5° On a pris la même échelle sur les axes des abscisses et des ordonnées. La différence entre les abscisses comptées à partir du point P et les ordonnées correspond alors à la quantité de base libre retenue par l'argile. Cette quantité est faible dans le cas des bases alcalines (droite presque à 45o). Elle est notable avec les bases alcalino terreuses.

En conclusion, la méthode que nous avons employée permet de déterminer, d'une manière commode et rapide, la capacité d'échange de bases et plus généralement l'acidité libre d'une argile à condition de prendre les précautions suivantes : 1° quand on emploie les bases alcalines fortes, il faut ajouter des excès suffisants pour que les résultats ne soient pas influencés par l'hydrolyse de l'argile alcaline; 2° dans le cas où l'on utilise des bases alcalino terreuses, chaux ou baryte, il ne faut ajouter que des excès inférieurs à la quantité provoquant la floculation totale.

Il semble que cette dernière précaution n'ait pas été prise jusqu'ici dans l'emploi de la méthode de Hissink. On a pris pour mesure de l'acidité libre les abscisses OP′ et OP″, d'où les valeurs trop fortes des acidités données ainsi que le signale A. Demolon ([3]).

([3]) *La dynamique du sol*, Paris, 1944, p. 225.

MINÉRALOGIE. — *Contribution à l'étude des amas minéralisés d'Aïn Sedma et de Chabet el Mordj (Kabylie de Collo, Algérie).* Note (1) de M. **Joseph Bolfa**, présentée par M. Léon Bertrand.

Les amas d'Aïn Sedma et de Chabet el Mordj sont localisés dans un complexe rhyolito-granitique et plus spécialement dans la rhyolite (2).

A la partie supérieure des amas, la minéralisation est essentiellement constituée par de la magnétite et de l'oligiste, ce dernier minéral n'existant d'ailleurs qu'en faible proportion. Aux niveaux inférieurs, on trouve une association de magnétite et de pyrite présentant, en sections polies, une texture à inclusions très caractéristique, la magnétite étant généralement automorphe. La gangue est quartzeuse.

En vue de préciser la métallogénie de ces gîtes, j'ai fait l'étude thermomagnétique des roches encaissantes et même des roches associées situées à plus grande distance des amas. En coupe mince, les rhyolites présentent toutes la même composition minéralogique et la même texture. Les phénocristaux sont : du quartz, souvent en plages corrodées, des feldspaths (andésine, labrador), de la biotite et des minéraux opaques. La pâte appartient à deux types différents et montre soit un enchevêtrement de sections de quartz à texture pœcilitique avec microlites feldspathiques, soit une juxtaposition de sphérolites micropegmatiques avec microlites feldspathiques. Les analyses chimiques révèlent une proportion de silice pouvant atteindre 80 %, avec forte teneur en K_2O (environ 7 %) et faible teneur en Na_2O (environ 0,45 %).

Pour caractériser les éléments ferromagnétiques de ces rhyolites, deux méthodes s'imposent, l'étude de l'aimantation à saturation ou la détermination du point de Curie, c'est-à-dire de la température de disparition du ferromagnétisme dans les champs faibles. J'ai appliqué la deuxième méthode et, à cet effet, utilisé le dispositif imaginé par M. H. Forestier (3), perfectionné par M. R. Chevallier (4). Les résultats des enregistrements thermomagnétiques sont représentés sur les photographies 1, 2, 3 et 4.

Ces courbes représentent les variations du moment magnétique de la substance dans un champ extérieur constant quand la température t varie (t croît de droite à gauche). Les coupures correspondent aux températures centigrades 100, 200, 300, 400, 500, 620; 600 étant trop rapproché du point de Curie de la magnétite. Les enregistrements ont été effectués à l'air. Cer-

---

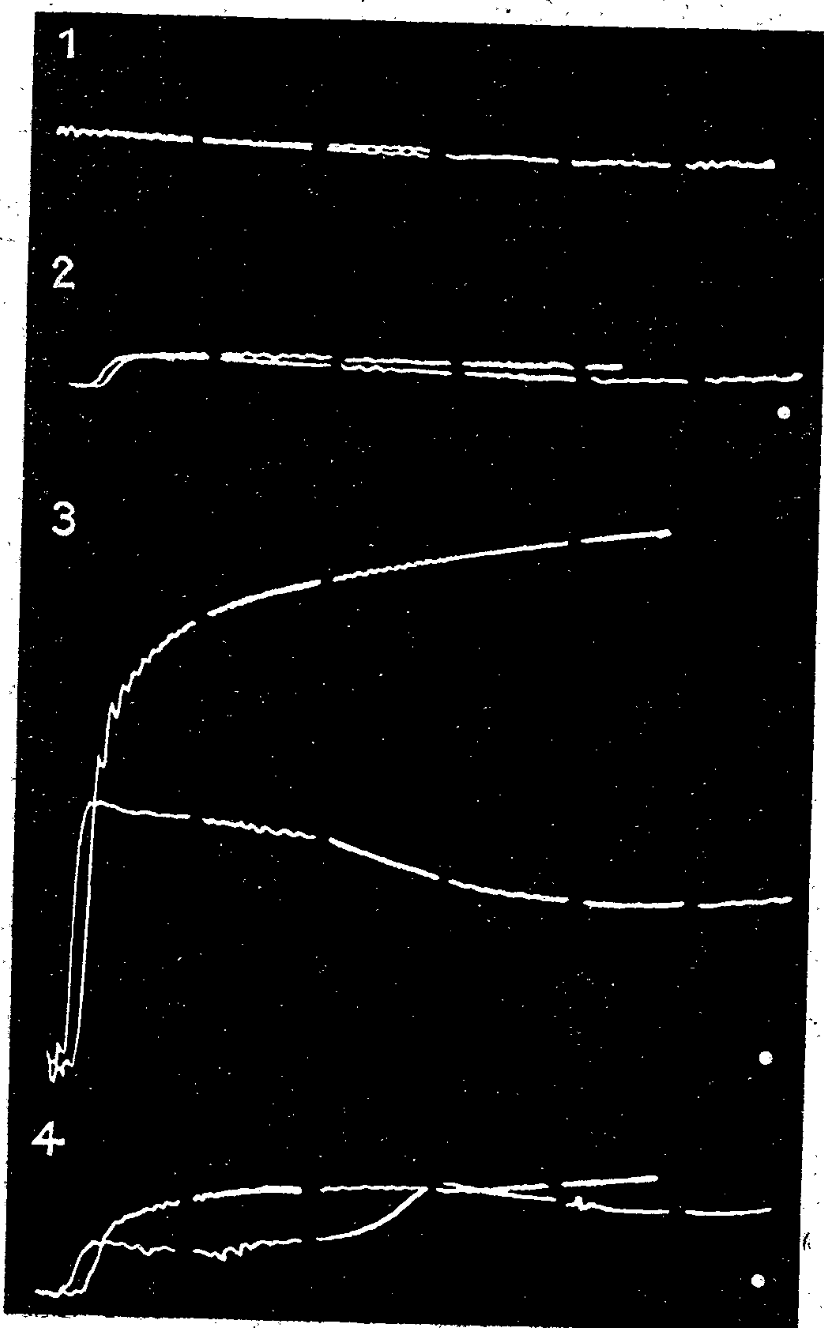
(1) Séance du 6 mai 1946.

(2) M. Roubault, *Bull. Serv. Carte Géol. Algérie*, 2e série, *Descriptions régionales*, no 10, 1934.

(3) H. Forestier, *Thèse*, Paris, 1928.

(4) R. Chevallier et J. Pierre, *Ann. de Phys.*, 10e série, 18, 1932, pp. 383-477.

taines rhyolites, surtout celles qui sont éloignées des amas, ne révèlent à l'analyse thermomagnétique aucune trace de magnétite (courbe 1). Par contre les rhyolites situées à proximité (courbe 2) donnent le point de Curie de la magnétite (580° C.) avec une discontinuité assez brugne, indice d'une magnétite pure non titanifère. En effet les enregistrements thermomagnétiques des titanomagnétites cubiques, comme la magnétite, montrent l'existence d'un point de Curie à une température inférieure. Ces résultats



confirment le fait que la magnétite est d'autant moins titanifère que la roche est plus acide.

L'enregistrement thermomagnétique du minerai des niveaux supérieurs et inférieurs des amas (courbes 3 et 4) présente également la discontinuité de la magnétite pure. La courbe 4 indique une modification dans les propriétés magnétiques entres 300° et 400° C., point de Curie de la pyrrhotite. Ce phénomène est sans doute dû à la pyrite, qui perd du soufre et se transforme partiellement en pyrrhotite.

Ces inclusions de magnétite pure dans les rhyolites encaissantes présentent un grand intérêt au point de vue métallogénique, car elles sont sans doute le point de départ des concentrations d'Aïn Sedma et de Chabet el Mordj. On

est en présence de *véritables gîtes de ségrégation de roches acides*, comparables à ceux de Kirunavaara (Laponie Suédoise), avec cette différence qu'à Aïn Sedma la minéralisation présente aux niveaux inférieurs l'association magnétite pure-pyrite. Cette association pourrait d'ailleurs s'être produite pendant une phase fumerollienne, la pyrite étant postérieure à la magnétite.

GÉOLOGIE. — *Sur le Trias de la Sierra de Baza (Prov. de Grenade).* Note de MM. **Luis Solé** et **Paul Fallot**, présentée par M. Charles Jacob.

La majeure partie des massifs calcaréo-dolomitiques de la Sierra de Baza (1) fut attribuée en 1936 par Jansen au Trias alpujarride. Mais ses descriptions, surtout tectoniques, ne font état que de caractères lithologiques, qui, sans nulle référence faunique, visent tous à établir l'identité des divers horizons du Trias bétique avec ceux du Trias austro-alpin.

Nous avons pu recueillir, dans la partie orientale de la chaîne, les éléments d'une stratigraphie moins arbitraire.

S'il est vrai que les fossiles sont rares dans le complexe calcaréo-dolomitique triasique, nous avons néanmoins retrouvé un gisement déjà découvert en 1929 (2), et nos levers, effectués sur une très bonne carte détaillée (3), ont permis d'établir, d'une part la fréquence des faciès calcaires communément dits *à Fucoïdes* ou *à pistes*, d'autre part l'existence de décollements tectoniques qui provoquent soit la suppression de certains bancs inférieurs du Trias moyen, soit leur repos en biseau sur le toit du Werfénien.

Il existe heureusement des profils où ces ablations basales sont réduites ou nulles, et où l'on peut légitimement tenter d'étudier une succession stratigraphique complète. Ainsi, dans le massif du Calar de Santa Barbara (2269^{m}), et plus au Nord, la série comporte-t-elle :

1° Werfénien en grès rouges, irrégulièrement grossiers, avec horizons marneux ou pélitiques lie de vin (rares pointements doléritiques) apparaissant dans le Barranco de Relumbre, au sud du Calar.

2° Dolomies grises litées, environ 30^{m}.

3° Calcaires bleutés à pistes, lits à lumachelles de Bivalves et calcaires noirs, alternant entre eux et avec des dolomies sombres sur environ 350^{m}. En divers points, la dolomitisation résulte de substitution. Cette série, presque horizontale au sud du Massif, est affectée, sur son flanc septentrional, de replis déversés au Nord et plonge dans son ensemble dans cette direction. Vers le haut, elle comporte 1-2^{m} de calcaires fossilifères, suivis de bancs à sections de grands Bivalves indéterminables. Le meilleur gisement avoisine la Fabrica del Rey.

---

(1) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1118.

(2) P. Fallot, *Essais sur la répartition des terrains secondaires et tertiaires dans le domaine des Alpides espagnoles.* [*Trias. Geol. de la Méditerr. Occidentale*, **4**, n° 1, (Part. II), 1931, p. 15].

(3) *Carte topographique régulière d'Espagne* au 1/50000, feuilles Baza, Gor et Fiñana.

4° Sur ce niveau-repère reprend une alternance de dolomies sombres, de calcaires à pistes, de minces lits de cargneules et de rares et fines passées phylliteuses roses et violettes. L'ensemble, terminé par un dernier horizon à pistes, totalise 150 à 200ᵐ.

5° Dans la crête du Valenciano, dominant au Nord-Ouest la Fabrica del Rey, s'observe ensuite un important complexe de calcaires et de dolomies à grain fin, à patine claire, avec bancs à Algues, dont l'épaisseur totale dépasse 200ᵐ. Cette série, pendant au Nord, est limitée par un accident Est-Ouest qui fait apparaître un Werfénien phylliteux dans lequel s'est creusé le ravin du Cortijo de Carrillo.

La faune de la Fabrica del Rey comporte *Velopecten Albertii* Goldf., *Chlamys Schroeteri* Gieb., *Enantiostreon complicatum* Goldf., *E. spondyloides* v. Schloth., *Placunopsis ostracina* v. Schloth., *Pl. teruelensis* Wurm, *Pl.* n. sp. af. *teruelensis*, *Astarte triasina* Roem., *Avicula* (?) *hallensis* v. Woehrm. (M. Schmidt), *Mytilus* cf. *eduliformis* v. Schloth. En outre un fragment d'empreinte paraît correspondre à *Myophoria Goldfussi* v. Schloth. Les Algues sont en mauvais état. Ce paraît être des Gyroporelles.

Conformément aux conclusions de Martin Schmidt relativement au Trias subbétique, et notamment au fait, mis en lumière par lui, que les faciès à pistes sont connus au Virglorien supérieur et au Ladinien, il paraît permis d'interpréter cette succession de la façon suivante :

L'horizon 2 représente sans doute le Virglorien inférieur;

L'ensemble 3 embrasse apparemment le Virglorien supérieur et le Ladinien inférieur. Le niveau fossilifère se situe vers le Lombardien, ou Ladinien moyen. La série 4 sera dès lors assimilable au Ladinien supérieur, et 5 au Trias supérieur;

Le Trias moyen du Calar est beaucoup plus épais que celui de la zone subbétique, mais sa faune ne se différencie en rien de celle du Subbétique ou des régions catalanes ou aragonaises. Aucune espèce n'y rappelle les Alpes orientales;

Par contre l'absence de Trias supérieur bariolé à gypse et son remplacement, ici, par de puissantes masses dolomitiques et calcaires, implique une sédimentation marine continue, ce qui, contrairement au schéma de répartition de faciès que l'un de nous donna en 1931 (*loc. cit.*, pl. II), est un caractère alpujarride ou « alpin », qu'accentue la présence des Gyroporelles.

Hormis ce qui concerne l'horizon fossilifère du Ladinien moyen, il serait prématuré de placer des coupures précises dans le complexe triasique de la Sierra de Baza, et plus aventuré encore de vouloir les justifier par des assimilations lithologiques avec les subdivisions du Trias austro-alpin.

PALÉONTOLOGIE. — *Les Dinosauriens crétacés du Sud-Est de la France.* Note de M. **Albert-F. de Lapparent**, présentée par M. Charles Jacob.

Bien que les Reptiles dinosauriens aient prospéré un peu partout sur les continents crétacés, on n'en a jusqu'ici rencontré que des restes assez rares dans

le Sud-Est de la France. Actuellement il n'en est connu qu'à trois niveaux et très inégalement répartis dans la vallée du Rhône d'une part, en Provence et en Languedoc d'autre part.

ALBIEN. — Un humérus de grand Sauropode, d'une longueur de 90^{cm} et dont le moulage est conservé au Muséum à Paris, a été décrit autrefois par Gervais (1852) sous le nom d'*Æpysaurus elephantinus*. Il avait été récolté auprès du village de Bédoin (Vaucluse), dans les « grès verts du Mont Ventoux », formation marine mais très littorale, attribuée sans contestation à l'étage albien. Des dents de Sauropode herbivore, peut-être du même animal, auraient été recueillies aussi au même lieu par un collectionneur de Nîmes.

CÉNOMANIEN. — Ch. Depéret (1894) a signalé comme provenant du Cénomanien supérieur ligniteux, autrefois exploité à Mondragon (Vaucluse), un os de Dinosaurien sauropode, mais qu'il n'a pu déterminer avec plus de précision.

D'après une ancienne indication de Gervais (1859), le genre *Megalosaurus*, dans lequel on range un peu arbitrairement tous les Théropodes carnivores à dents en lame de sabre rencontrés en Europe, serait représenté sur l'autre rive du Rhône à Mézerac, commune de Saint-Julien-de-Peyrolas (Gard). La formation est celle des lignites de Saint-Paulet, du même niveau cénomanien supérieur que ceux de Montdragon et non d'âge albien comme le pensait Gervais.

DANIEN. — Les grès et argiles rouges immédiatement subordonnés au calcaire de Rognac, dernier étage du Crétacé en Provence et en Languedoc, se montrent beaucoup plus riches en restes de Dinosauriens.

Les principaux gisements sont, de l'Est à l'Ouest : le synclinal de Fox-Amphoux (Var), le bassin d'Aix (Bouches-du-Rhône), les chaînons de Saint-Chinian (Hérault). Les collections Panescorse et Matheron, à Marseille, et Depéret, à Lyon, complétées par nos propres recherches (200 pièces osseuses conservées au Muséum, à Paris), permettent de décrire :

un Théropode carnivore, *Megalosaurus pannoniensis* Seeley;

deux Sauropodes herbivores, *Hypselosaurus priscus* Matheron, *Titanosaurus indicus* Lydekker;

deux Ornithopodes de la famille des Iguanodontidés, *Rhabdodon priscum* Matheron, *Ornithomerus transylvanicus* Nopcsa;

un Stégosaurien à plaques, *Struthiosaurus lugdunensis* Nopcsa.

De plus, un œuf complet de 17^{cm} de diamètre (coll. Faculté des Sciences de Marseille) et de nombreux débris de coquilles paraissent devoir être attribués au plus gros de ces animaux, *Hypselosaurus priscus*.

Cette faune reptilienne se rapproche beaucoup de celle décrite à Gosau, en Transylvanie, en Patagonie et aussi dans l'Inde, dans des gisements sénoniens et daniens. Mais elle paraît différente de la faune si spéciale des Dinosauriens du Crétacé supérieur de l'Amérique du Nord, comme s'il y avait eu alors, pour les Reptiles, deux grandes provinces zoologiques distinctes.

Dans une étude plus étendue et illustrée des Dinosauriens du Danien, nous tenterons d'évoquer le milieu environnant les Reptiles du Midi de la France en cette dernière période des temps crétacés. Ayant envisagé tour à tour les sédiments continentaux très divers, les Mollusques qui peuplaient les abords des lacs rognaciens (étude faite par M. E. Fischer), enfin les Reptiles : Dinosauriens, Crocodiles, Tortues, vivant sur la terre ferme ou dans les eaux douces, nous inclinons à penser que le climat est demeuré *tropical et humide* dans le Midi de la France *depuis le Sénonien jusqu'au début de l'Éocène inclusivement*. Pourtant, malgré cette constance climatique, tous les groupes de Dinosauriens vont disparaître, en France comme dans le monde entier, avant l'aurore des temps tertiaires. Ne pouvant expliquer cette mystérieuse extinction des Dinosauriens par une *révolution laramienne* purement climatique, dont on semble avoir exagéré l'importance, ne serait-il pas plus indiqué de rechercher du côté des facteurs d'équilibre interne la cause profonde de la disparition des grands groupes d'animaux.

Ainsi, à mesure que progressent nos connaissances relativement aux sédiments continentaux de l'époque secondaire, se précise aussi l'évocation d'un monde peuplé d'étranges Dinosauriens, vivant, jusqu'à l'extrême fin du Crétacé, sous un climat tropical humide bien plus étendu que maintenant à la surface de la Terre.

CYTOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Action de l'eau sur le chondriome des cellules de la racine de Chicorée à café.* Note (¹) de M. **Roger Buvat**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Nous avons tenté de préciser la nature et les modalités de l'évolution réversible des chondriosomes de la racine de Chicorée à café, décrite brièvement (²). Pour cela des fragments provenant des mêmes tubercules sont traités les uns par la méthode habituelle à l'hypochlorite suivi de lavage à l'eau stérile, les autres par immersion directe dans l'eau distillée. Des fixations, échelonnées depuis la fin de la stérilisation jusque 4 jours après le début de l'expérience, montrent une évolution semblable pour les deux lots. C'est par conséquent *à l'eau de lavage*, et *non à l'hypochlorite*, que sont dues les modifications du chondriome.

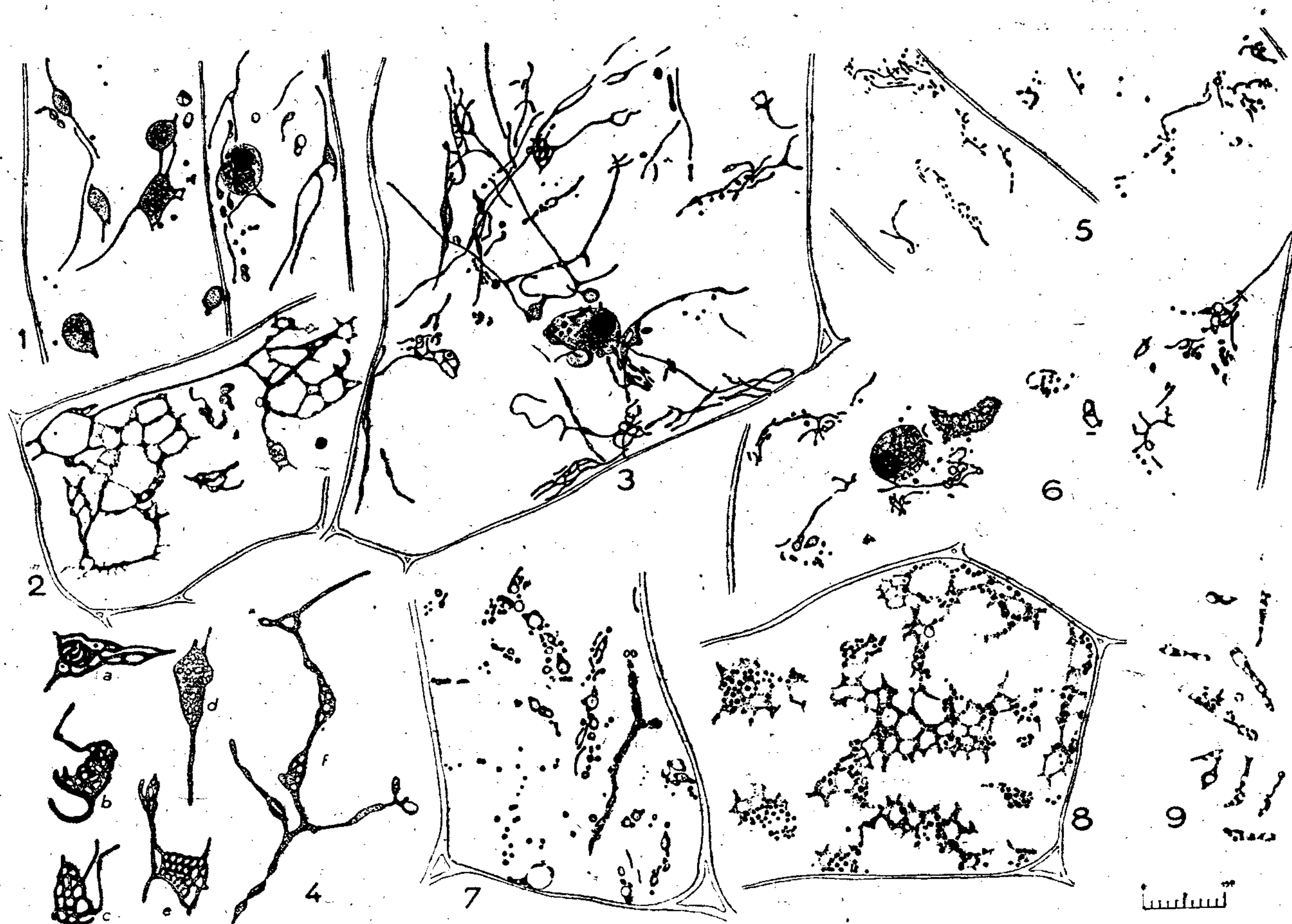
Ces nombreuses fixations nous ont permis d'autre part d'analyser avec plus de précision l'évolution que nous avons résumée dans la Note précédente. Le chondriome se modifie dès 2 heures après le début de l'expérience. Le volume des chondriocontes augmente, tandis que leur chromaticité diminue. Ils deviennent alors très déformables et se laissent étirer par les mouvements

(¹) Séance du 6 mai 1946.

(²) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 970.

de cyclose qui les entraînaient primitivement sans les allonger. De telles modifications semblent montrer que les chondriosomes absorbent de l'eau et que leur tension superficielle, au contact du cytoplasme, diminue sensiblement. Cette absorption est confirmée par la formation de vésicules dans beaucoup de chondriosomes (*fig.* 1). D'autres montrent un commencement de dispersion dans le cytoplasme : leurs contours se compliquent de trabécules réticulées faiblement colorables évoquant la structure alvéolaire des anciens auteurs (*fig.* 2).

Une autre constatation frappante est que le nombre de chondriosomes paraît



très réduit après l'action de l'eau. En fait, des examens attentifs montrent que des coalescences se produisent entre les chondriosomes lorsqu'ils présentent une faible tension superficielle. Les mouvements de cyclose parviennent alors à les replier sur eux-mêmes, à les emmêler avec les filaments voisins et à grouper de nombreux éléments en certains points (*fig.* 3). Ils peuvent alors s'anastomoser par leurs parties en contact (*fig.* 4, *a* et *b*).

C'est de ces coalescences que résulte une partie des chondriosomes ramifiés ou des masses mitochondriales ajourées qui retiennent l'attention dans beaucoup de préparations (*fig.* 4, *c* à *f*).

Si l'on met en culture des explants prélevés sur des tubercules ayant séjourné dans l'eau après stérilisation, on constate, au moyen de fixations échelonnées dans les trois jours qui suivent l'ensemencement, que les filaments se raccourcissent et se fragmentent. Les chondriosomes deviennent plus

chromophiles et plus nombreux (*fig.* 5, 6, 7). Dans la plupart des cellules, chaque élément distendu, ramifié ou vésiculé, se pulvérise directement, en quelques heures, en une multitude de mitochondries granuleuses (*fig.* 8). Le chondriome est alors entièrement constitué d'innombrables petits chondriosomes répartis en groupes distincts dans le cytoplasme, chaque groupe provenant d'un seul élément hypertrophié (*fig.* 5 à 8).

Il est possible de saisir les figures de cette résolution des chondriosomes et des plastes (*fig.* 9). Leur contour apparaît un instant comme dessiné en pointillé lorsque la substance mitochondriale se concentre en gouttelettes chromophiles. L'observation de ces figures fait songer à la reconstitution des *yeux* à la surface d'un bouillon gras qu'on aurait agité. Il semble bien en outre qu'une partie de la substance des chondriosomes hypertrophiés (de l'eau seule peut-être), est rejetée dans le cytoplasme; ce dernier d'ailleurs a un aspect alvéolisé.

Peu après cette pulvérisation, la répartition des mitochondries devient uniforme comme dans des cellules normales. Quelques jours plus tard certains granules s'allongent en bâtonnets et en chondriocontes. Le chondriome a repris alors le même aspect que dans les racines intactes.

Des transformations de si grande amplitude montrent que les chondriosomes sont extrêmement plastiques. Aussi altérés qu'ils puissent paraître ils sont susceptibles de se régénérer, et il ne semble pas qu'ils puissent être détruits, malgré certaines apparences, dans des cellules qui continuent à vivre.

Ces résultats, qui n'ont pu être obtenus que grâce à la technique des cultures de tissus, montrent encore que, même alors qu'il paraît sur le point de se diluer dans le cytoplasme, le chondriome garde son individualité; ils s'ajoutent aux raisons nombreuses qui font douter de la possibilité de la formation de chondriosome, *de novo* dans le cytoplasme.

PATHOLOGIE ANIMALE. — *Recherches sur la fièvre aphteuse. Pouvoir pathogène et valeur antigénique du virus recueilli dans une tumeur de Cobaye aphteux* (¹). Note de MM. **Jules Bridré** et **Michel Bardach**.

L'un de nous (M. B.) a montré (²) que, chez un Cobaye inoculé de fièvre aphteuse et porteur d'un liposarcome greffable, le virus existe en quantité considérable dans le tissu néoplasique. Comme la tumeur atteint des dimensions importantes, elle représente une source de virus pur abondante « facilitant grandement les recherches dans le domaine de la fièvre aphteuse ». Nous

(¹) Document retiré du pli cacheté nº **11769**, déposé le 21 juillet 1941, ouvert à la demande des auteurs le 8 avril 1946.

(²) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1146.

avons pensé que, du fait de cette constatation, le problème de la vaccination des Bovidés au moyen de virus de Cobaye pouvait se trouver simplifié. On sait que ce sont surtout des difficultés techniques qui ont empêché Vallée, Carré et Rinjard d'appliquer leur procédé de vaccination par virus formolé, qui s'était révélé efficace.

Pour apprécier la virulence du tissu néoplasique, les tumeurs sont broyées dans un mortier en présence de quartz pulvérisé. Le magma est repris en eau physiologique tamponnée et ajustée à pH 7,6, la proportion de tissu étant d'une partie pour 100 de liquide. Après centrifugation de la suspension, le liquide surnageant constitue le *virus* servant aux titrages.

I. Un point essentiel était de connaître la période la plus favorable pour le prélèvement des tumeurs virulentes.

Une même dose de $0^{cm^3},25$ de virus étant inoculée dans le coussinet plantaire de Cobayes porteurs de tumeurs, ces animaux étaient sacrifiés par groupes de deux toutes les 12 heures à partir de la 42ᵉ heure et jusqu'à la 102ᵉ. Les titrages de la virulence de chacune des tumeurs ont situé la période recherchée entre la 42ᵉ et la 66ᵉ heure. Elle peut se prolonger jusqu'à la 72ᵉ heure. De même, des Cobayes sacrifiés *in extremis* vers la 30ᵉ heure portaient des tumeurs très virulentes. Mais, à partir de la 78ᵉ heure, la virulence baisse généralement assez vite, même si la généralisation des lésions aphteuses apparaît tardivement.

Étant donné le but que nous nous proposons, nous estimons qu'un tissu néoplasique, mis en suspension dans les proportions de 1/50000 ou de 1/70000 et inoculé à la dose de $0^{cm^3},25$, qui se montre infectant pour le Cobaye, possède une virulence suffisante. Cela représente 200000 ou 280000 doses infectantes par gramme de tissu. Mais nous avons constaté que certaines tumeurs étaient encore virulentes après dilution à 1/200000 et même à 1/1000000.

Le siège des tumeurs ne paraît pas avoir d'influence sur la virulence du tissu. Les tumeurs à croissance rapide, renfermant peu de tissu conjonctif, semblent plus riches en virus. Celui-ci est plus abondant dans les parties périphériques, bien vivantes, que dans les parties centrales plus ou moins nécrosées.

L'infection du Cobaye producteur de virus peut se faire par inoculation dans la tumeur même : par des titrages pratiqués avec le tissu de tumeurs prélevées 24, 30, 42, 48, 54 et 66 heures après l'inoculation, on a pu constater que, pendant toute cette période, le tissu tumoral est pleinement virulent. Mais l'inoculation dans un coussinet plantaire est préférable. Elle permet de suivre l'évolution des lésions et, dans le cas où des germes étrangers souilleraient le virus inoculé, ils ne gagneraient pas obligatoirement la tumeur dont le virus aphteux resterait pur, le plus souvent.

II. Une autre question se posait : celle de savoir si le virus recueilli dans les tumeurs du Cobaye est antigénique. Nos premiers essais de vaccination du Cobaye, faits en nous inspirant de diverses techniques (suspension de tissu virulent formolée à 5 ‰, adsorption de virus vivant sur charbon animal ou

sur corps microbiens, virus additionné de gélose et d'alun, etc.), ne nous donnèrent pas satisfaction. Nous réussîmes néanmoins à vacciner le Cobaye en modifiant quelque peu la technique décrite par Homutov, c'est-à-dire en mettant plus de virus dans un liquide renfermant moins de glycérine et moins de formol. Voici d'ailleurs la composition du vaccin qui nous a donné d'excellents résultats sur le Cobaye : du tissu tumoral virulent est broyé au mortier en présence de quartz. On ajoute le liquide conservateur (glycérine diluée) en quantité voulue pour faire une suspension de tissu à 10 %. Celle-ci est centrifugée. Pour trois parties de liquide surnageant, on ajoute sept parties d'eau physiologique, tamponnée à pH 7,6. Le mélange est formolé à 1/5000 et gardé à l'étuve à 20° pendant sept jours, à l'abri de la lumière. Il peut alors être injecté sous la peau du Cobaye qui, ensuite, résiste à une inoculation de virus actif dans le coussinet plantaire, c'est-à-dire qu'il réagit par un aphte local sans généralisation ou ne présente aucune lésion, alors que les témoins présentent les lésions classiques.

Le virus recueilli dans les tumeurs du Cobaye aphteux est donc antigénique et susceptible d'être transformé en vaccin, au moins pour le Cobaye.

A 16h15m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h35m.

L. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES D'AVRIL 1946.

Que sais-je ? Forêts vierges et Bois coloniaux, par AUGUSTE CHEVALIER et DIDIER NORMAND. Paris, Presses universitaires de France, 1946; 1 vol. 17cm,5.

Une réserve botanique à prévoir au Cameroun : Le sommet des Monts Bambutos, par HENRI JACQUES-FÉLIX. Extrait du *Bulletin du Muséum*, 2e série, Tome XVII, n° 6, 1945; 1 fasc. 24cm.

William Bowie, Memoir prepared by HENRY G. AVERS. Extrait de *American Society of Civil Engineers*, Memoirs. n° 1135; 1 fasc. 23cm.

État de la production des pommes de terre de semence dans le Québec, par B. BARIBEAU. Québec, Société anonyme de la Focatière, 1943; 1 fasc. 23cm,5.

Introduction à la géométrie supérieure, par LUCIEN GODEAUX. Deuxième édition. Liége, Imprimerie G. Thone, 1946; 1 vol. 25cm.

La médecine aéronautique. Bulletin du Service de Santé de l'Air. Tome I. n° 1. Paris, l'Expansion scientifique française, 1946; 1 vol. 24cm.

Universidad Nacional del Litoral. Facultad de Ciencias medicas. *Cátedra de Historia de la Medicina y de las Doctrinas Medicas Biblioteca de Medicina Clásica*, par RICARDO CABALLERO. *Conferencia inaugural Exposición general del Método para el estudio de las doctrinas médicas*. Rosario, 1942; 1 fasc. 26cm,5.

Catedra de historia de la Medicina y de las Doctrinas medicas. Facultad de Ciencias medicas de Rosario. Universidad Nacional del Litoral *Aristoteles naturalista, biologo y filosofo,* par RICARDO CABALLERO. Rosario, 1943; 1 fasc. 26cm.

La Independencia de la América Latina fué asegurada por los esfuerzos de la Diplomacias Norteamericana e Inglesa, par RICARDO CABALLERO. Rosario, 1945; 1 fasc. 26cm.

Universidad Nacional del Litoral. Facultad de Ciencias medicas. *Catedra de Historia de la Medicina y de las doctrinas medicas. Pasteur. Estudio integral de sus obras el Hombre, el filosofo, el creyente,* par RICARDO CABALLERO. Rosario, 1945; 1 vol. 24cm,5.

Colonies et Empires. I. Études coloniales. II. *L'œuvre des pastoriens en Afrique noire. Afrique Occidentale française,* par CONSTANT MATHIS. Paris, Presses universitaires de France, 1946; 1 vol. 22cm,5.

Cahiers scientifiques. Fascicule XX. *Algèbre,* par PAUL DUBREIL. Tome I. *Équivalences, Opérations, Groupes, Anneaux, Corps.* Paris, Gauthier-Villars, 1946; 1 vol. 25cm.

Bibliothèque de philosophie scientifique. *L'évolution scientifique et l'agriculture française,* par ALBERT DEMOLON. Paris, Flammarion, 1946; 1 vol. 19cm.

Principes d'agronomie. Tome II. *Croissance des végétaux cultivés,* par ALBERT DEMOLON. Paris, Dunod, 1946; 1 vol. 25cm,5.

Que sais-je ? Les vins de France, par GEORGES RAY. Paris, Presses universitaires de France, 1946; 1 vol. 17cm,5.

Observations biométriques. VI-VII, par DEZYDERY SZYMKIEWICZ. Extrait des *Acta Societatis Botanicorum Poloniæ.* Vol. XVII, nº 1. Kraków, 1946; 1 fasc. 23cm,5.

The endeavour of Jean Fernel, par Sir CHARLES SHERRINGTON. Cambridge, University Press, 1946; 1 vol. 22cm,5.

A propos de médicaments antilépreux d'origine végétale, par EMILE DE WILDEMAN, V. *Des « Ephedra » et de leur constitution chimique.* Extrait du *Bulletin des séances* de l'Institut royal colonial belge. Fasc. XVI, nº 2. Bruxelles, Imprimerie de l'Académie royale de Belgique, 1945; 1 fasc. 25cm.

Institut royal colonial belge. Section des sciences naturelles et médicales. *Mémoires.* Tome XIII, fasc. 5 et dernier. *A propos de médicaments antilépreux d'origine végétale.* III. *Les plantes utiles du genre Strychnos,* par ÉMILE DE WILDEMAN. Bruxelles, Librairie Falk fils, 1946; 1 vol. 24cm,5.

Optique instrumentale, par G.-A. BOUTRY. Paris, Masson, 1946; 1 vol. 27cm.

De Gaulle Salvador de Francia, par JUAN BALME. Mexico, D. F., s. d.; 1 fasc. 30cm.

Comment on peut suppléer au manque de viande, remédier à ses effets funestes pour notre race et prévenir la famine menaçante, par MICHEL LHÉRITIER. Limoges, Société des Journaux et Publications du Centre, 1946; 1 fasc. 22cm.

Orquidea. Tomo I. Num. 1. *Coatzontecomaxochitl Stanhopea Tigrina* (LOL.). Num. 2 à 6. *Odontoglossum Citrosmum.* (LOL.). Mexico, Sociedad Mexicana, 1943; 2 fasc. 23cm.

Biológica. Trabajos del Instituto de biologia de la Facultad de biologia y ciencias medicas de la Universidad de Chile. Fasciculo I et II. Santiago de Chile, Imp. Universitaria, 1944; 2 vol. 27cm.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 20 MAI 1946.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE CARTAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉTALLURGIE. — *Influence des inclusions sur la* qualité *de l'acier.* Note [1] de M. **Albert Portevin.**

Nous avons tenu à rapprocher dans leur présentation les Notes de MM. Fotiadi et Colombier (ci-dessous pp. 1129 et 1131), non seulement parce qu'elles traitent le même sujet, l'influence des inclusions sur la *qualité* de l'acier, mais aussi parce qu'elles aboutissent à des conclusions en apparence partiellement opposées et qui appellent quelques commentaires.

De plus en plus, on a attribué aux inclusions un rôle pour expliquer, dans l'acier, des différences de propriétés ou de valeur d'usage dont on ne trouvait pas l'origine dans des écarts de composition chimique, de structure ou de traitement; on leur a imputé beaucoup de méfaits sans apporter suffisamment de preuves démonstratives et indiscutables, et l'on s'est peut-être un peu hâté d'introduire, comme conditions de réception de l'acier, des méthodes de dénombrement microscopique des inclusions (incorrectement appelées *nombrage*) dont l'interprétation comporte une large part d'arbitraire.

Comme nous l'avons signalé à diverses reprises [2], il était indispensable de réviser ces opinions en partant de données expérimentales sérieuses concernant les relations entre les inclusions et certaines propriétés mises en jeu à l'usage ou encore l'attidude en service des pièces d'acier, ce que l'on englobe sous le terme générique et souvent mal défini de *qualité* de l'acier.

Comme nous l'avons fait remarquer [3], si l'on emploie ce mot de *qualité* pour désigner la valeur en service, c'est-à-dire le degré d'appréciation d'un acier à un emploi déterminé, il y a autant de critères de qualité qu'il y a d'emplois.

---

(1) Séance du 6 mai 1946.

(2) Notamment A. Portevin, *Mémorial de l'Artillerie française*, 15, I, 1936, p. 73.

(3) A. Portevin, *Revue Universelle des Mines*, 15, 1939, p. 320.

Cependant certains critères semblent avoir la sanction de l'expérience ou apparaissent logiques à l'égard de certains essais mécaniques, et c'est parce que MM. Colombier et Fotiadi ont adopté des critères différents qu'ils ont abouti à des conclusions partiellement non concordantes.

1° Pour les usages où l'acier travaille *en travers*, c'est-à-dire dans une direction normale à l'allongement de forge, autrement dit normale à la fibre de l'acier, on a adopté comme critère les propriétés mécaniques déterminées sur éprouvettes prises en travers, notamment l'allongement ou la striction de rupture et la résilience (parfois l'endurance).

Ceci a été, à l'origine, envisagé naturellement pour les bouches à feu, et c'est l'Artillerie qui a introduit cette caractérisation par le rapport L/T de ces propriétés mécaniques en long L et en travers T.

C'est celle que M. Colombier, des Aciéries Holtzer, fournisseur de l'Artillerie, adopte en choisissant la résilience comme caractéristique mécanique.

2° Pour les essais mécaniques de pièces travaillant principalement en long, les éprouvettes sont prises parallèlement aux fibres et, ces dernières années, la considération des efforts cycliques a orienté vers les essais d'endurance, de fatigue ou de résistance aux efforts alternés comme étant plus représentatifs de l'attitude en service; d'où l'utilisation de la résistance à la fatigue ou à l'endurance pour apprécier la *qualité* de l'acier dans des usages tels que ceux de l'automobile et l'aéronautique. C'est celle que M. Fotiadi, des Usines Gnome-Rhone, fournisseur de l'Aéronautique, a considérée concuremment avec sa limite élastique dynamique.

Ainsi les résultats des essais servant de base d'appréciation diffèrent par le sens du prélèvement des éprouvettes et par le type d'essai mécanique.

Il n'est donc pas surprenant que les conclusions présentent des différences concernant le rôle, la forme et la grosseur des inclusions :

a. Forme. — Il est naturel que la forme des inclusions agisse d'après le sens des sollicitations mécaniques. Ainsi les formes non allongées par le laminage, c'est-à-dire globulaire ou polyédrique, apparaissent être les plus nuisibles pour le travail en long par endurance, et celles allongées ou distribuées en alignements pour les propriétés mécaniques en travers.

b. Grosseur. — M. Colombier, utilisant l'essai de résilience, trouve une action des micro-inclusions, de l'ordre du micron, mais ne peut constater de relation avec la quantité de ces micro-inclusions; on ne voit pas dès lors ce que peut représenter le résultat du dénombrement de ces inclusions. Par contre, d'après les inclusions de M. Fotiadi, utilisant l'essai d'endurance en flexion, seules ce qu'on appelle les grosses inclusions, c'est-à-dire nettement visibles au microscope à faible grossissement, de l'ordre de 100, apparaissent nuisibles; ceci d'ailleurs concorde également avec les conclusions d'études anglaises

effectuées pendant la guerre, signalées récemment par C. H. Desch dans un exposé d'ensemble [4].

Mais les inclusions de cette catégorie sont rares au point qu'une coupe micrographique faite au hasard a très peu de chances de les rencontrer; les méthodes de dénombrement sont donc déficientes à cet égard; il faudrait explorer, non une coupe, mais un volume, ce qui est à l'avantage des explorations du type dit « usinage en gradins », c'est-à-dire par l'enlèvement des couches cylindriques successives, ceci d'autant que, dans le cas de flexions alternées, ce sont les inclusions superficielles, et surtout se trouvant sur la surface libre, qui sont les plus nocives.

L'action est liée à la nature des inclusions, car il faut remarquer que celle-ci commande en partie la forme, puisque c'est de cette nature, ainsi que de l'état cristallin ou vitreux des inclusions, que dépendent la fusibilité, la malléabilité et par suite la forme et la distribution des inclusions.

Les conditions d'élaboration de l'acier, et notamment la nature et l'époque des additions finales, peuvent complètement modifier cette nature des inclusions, les métamorphoser et notamment coalescer ou, inversement, morceler et disperser les inclusions de l'acier comme nous l'avons indiqué [5], au point qu'avec de l'habitude on peut, d'après l'étude des inclusions d'un acier, reconstituer les grandes lignes de son élaboration finale.

Ainsi se trouve associée cette élaboration à la valeur d'emploi du métal; mais on voit aussi avec quelle prudence il faut introduire, dans les conditions de réception des aciers, des prescriptions touchant les inclusions, qui risquent d'entraver, sans raison, la production.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les liaisons isométriques.* Note de M. Georges Bouligand.

1. Dans l'espace euclidien à trois dimensions, soit une liaison L s'exerçant entre une courbe d'une première famille F_1 et une courbe d'une seconde famille F_2, et telle que, si ces courbes simultanément engendrent des surfaces, ces dernières se correspondent isométriquement, les courbes génératrices extraites de F_1 étant associées à celles extraites de F_2. On dit alors que L est *isométrique*. L'expression d'une telle liaison (non holonome) requiert des formes différentielles quadratiques.

---

[4] Ce qui ne veut pas du tout dire que les inclusions d'autres catégories et même submicroscopiques soient sans influence à d'autres points de vue et sur d'autres phénomènes tels que : recristallisation, pouvoir trempant, surchauffe, graphitisation, etc.

[5] A. Portevin et R. Perrin, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1321; A. Portevin, *Metal Progress*, 23, 1933, p. 45; 30, 1936, p. 49; A. Portevin et R. Castro, *Jernkontorets Annaler*, 120, 1936, p. 738.

Tel est le cas quand on prend pour F_1 et F_2 les droites de l'espace en posant

$$\overrightarrow{Om_1} = s_1\vec{a}_1 + \vec{b}_1 \quad (\vec{a}_1^2 = 1) \quad \text{et} \quad \overrightarrow{Om_2} = s_2\vec{a}_2 + \vec{b}_2 \quad (\vec{a}_2^2 = 1).$$

Une relation supplémentaire $s_2 - s_1 = \rho$ précisera sur les deux droites les points associés dans l'isométrie. La liaison L se traduit ici par le système

$$\vec{a}_1.\overrightarrow{db_1} = \vec{a}_2.\overrightarrow{db_2} + d\rho, \qquad \overline{da_1^2} = \overline{da_2^2}, \qquad \overrightarrow{da_1}.\overrightarrow{db_1} = \rho\,\overline{da_2^2} + \overrightarrow{da_2}.\overrightarrow{db_2},$$

$$\overline{db_1^2} = \overline{db_2^2} + 2\rho\,\overrightarrow{da_2}.\overrightarrow{db_2} + \rho^2\overline{da_2^2} + 2\vec{a}_2.\overrightarrow{db_2}d\rho + d\rho^2.$$

Pour sa compatibilité, il suffit de concéder n_1 paramètres à la première droite, n_2 à la seconde avec $n_1 + n_2 \geqq 4$. On a $n_1 = 1$, $n_2 = 3$, dans le cas usuel qui part d'une réglée donnée et emprunte l'autre au complexe des parallèles aux génératrices d'un cône donné. Pour $n_1 = n_2 = 2$, le système ci-dessus donne les rapports mutuels des différentielles $d\rho$, du_1, dv_1, du_2, dv_2. Pour les congruences de normales, on peut s'arranger pour avoir $\rho = 0$ et la première condition automatiquement vérifiée. Le système se réduit à

$$\overline{da_1}^2 = \overline{da_2}^2, \qquad \overrightarrow{da_1}\,\overrightarrow{db_1} = \overrightarrow{da_2}\,\overrightarrow{db_2}, \qquad \overline{db_1}^2 = \overline{db_2}^2,$$

un rôle distingué revenant à chaque $B_i(i = 1, 2)$, surface normale aux droites de la congruence de rang i portant les points b_i.

En vertu du système simplifié, si les sections par B_1, B_2 des réglées cherchées sont des lignes à tangente continue, on montre que la direction de cette dernière, en chaque point de B_1 ou B_2, peut se choisir de deux manières, les tangentes obtenues étant symétriques quant aux tangentes principales. Si ces sections sont rectifiables sans plus, on a un système

$$u_i = u_i^0 + \int_0^s \frac{\varepsilon_i(s)\,p_i\,ds}{\sqrt{E_i p_i^2 + G_i q_i^2}}, \qquad v_i = v_i^0 + \int_0^s \frac{\eta_i(s)\,q_i\,ds}{\sqrt{E_i p_i^2 + G_i q_i^2}} \qquad \left(ds^2 = \overline{db_i}^2\right),$$

les ε_i, η_i étant mesurables de carré 1, les p_i, q_i étant connues en u_1, v_1, u_2, v_2 (les lignes de courbure de B_i sont $u_i = C$, $v_i = \overline{C}$) et de même les E_i, G_i en u_i, v_i. Les solutions existent d'après un théorème de Carathéodory [1], dont voici une autre application : dans un plan u, v, existence d'arcs ayant même longueur entre deux de leurs points, pour deux métriques varationnelles régulières, respectant pour l'existence de solutions réelles à tangentes continues des inégalités convenables.

Dans ces exemples l'intervention des $\varepsilon(s)$ enrichit l'ensemble des solutions, au point qu'on s'approche, *ad libitum, de l'indéterminisme total* (ce qui ne se produit pas pour des liaisons linéaires non holonomes affectant, pour $n_1 + n_2 = 4$, les droites du problème initial). Tous ces cas procèdent d'un même schème.

Dans un espace cartésien R_n, soient donnés simultanément un entier h positif et $n + h$ champs vectoriels continus non nuls, de manière qu'en tout point M de R_n, chaque variété linéaire $n - 1$ fois étendue contenant M sépare en deux le système des $n + h$ vec-

---

(1) *Vorlesungen über reellen Funktionen*, 2e éd., Leipzig, 1927, no 582, p. 672.

teurs issus de M : d'où l'absence de demi-cône convexe de sommet M, incluant ces $n+h$ vecteurs (cône dont l'existence entraînerait un processus de déterminisme partiel). Un chemin rectifiable de R_n, décrit par un mobile, qui sur toute la longueur de cet arc, sauf sur un ensemble de mesure nulle, peut opter, quant à sa vitesse, entre les $n+h$ directions assignées, pourra présenter un voisinage de position arbitrairement resserré avec tel trajet assigné d'avance. Mais si l'on frise ainsi l'indéterminisme dont s'offre l'illusion physique, c'est sans l'atteindre pleinement, car un arc rectifiable pris au hasard n'est pas solution en général. Par contre, dans les deux questions citées tout d'abord, les arcs simples qui ne sont rectifiables sur aucun tronçon de leur parcours fournissent, quels que soient leur choix et leur couplage, des solutions généralisées de nature singulière.

2. Pour trouver des familles continues à un paramètre h de congruences C_h deux à deux isométriques et formées de courbes (2), on peut emprunter des solutions particulières du problème général à des types de congruences dont la propriété caractéristique soit invariante par isométrie.

C'est à ce titre que j'ai cherché les congruences telles que, sur chaque surface de l'une, les TO (traj. orthog.) des LG (lignes génératrices) soient des géodésiques (3) : et l'on peut aussi chercher les congruences telles que, sur chaque surface de l'une, les LG et leurs TO forment un système isotherme. Regardons les lignes de la congruence comme les trajectoires d'un groupe continu à un paramètre, ce dernier devra être un sous-groupe du groupe conforme (4). D'où une catégorie de congruences englobant les congruences isométriques faites d'hélices ordinaires ou d'hélices coniques, ce qui donne une base commune aux résultats classiques de Bour et de Maurice Lévy (5).

---

(2) G. Bouligand, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 264.

(3) G. Bouligand, *Revue scientifique*, **83**, 1945, p. 137. Ce problème introduit un cas de congruences isométriques invariantes par les translations verticales et formées de courbes $z=\text{const}$. Pour avoir toutes ces dernières, on notera que les plans $z=C$ étant surfaces de la congruence, celle-ci doit contenir, en vertu de la liaison isométrique demandée, les lignes de niveau d'une développable, ce qui ramène à la méthode de Gambier.

(4) Car, si MT, M_1T_1 sont les tangentes en M, M_1 d'une même LG, la transformation du groupe changeant M en M_1 déduit d'une sphère inf. p. de centre M un ellipsoïde inf. p. de centre M_1 dont les sections par les plans contenant M_1T_1 sont des cercles : en définitive une autre sphère inf. p.

(5) Par exemple les surfaces de Maurice Lévy proviennent de congruences C_h, C_{h_1} du type.

$$x=re^{\omega}\cos\overline{\omega},\qquad y=re^{\omega}\sin\overline{\omega},\qquad z=\zeta e^{\omega}\qquad \left(\overline{\omega}=\omega+\frac{\alpha}{h}\right),$$

avec liaisons isométriques définies par les relations

$$r^2(1+h^2)+\zeta^2=r_1^2(1+h_1^2)+\zeta_1^2,$$

$$\left(\frac{\zeta\,d\zeta+r\,dr}{hr}\right)^2+d\zeta^2+dr^2=\left(\frac{\zeta_1\,d\zeta_1+r_1\,dr_1}{h_1r_1}\right)^2+d\zeta_1^2+dr_1^2,$$

$$\zeta\,d\zeta+r\,dr+hr^2\,d\alpha=0,\qquad \zeta_1\,d\zeta_1+r_1\,dr_1+h_1r_1^2\,d\alpha_1=0.$$

Dans les divers cas, en paramétrant les surfaces d'une C_h au moyen de u constant sur les LG et de v constant sur leurs TO, on aura un $ds^2=E\,du^2+G\,dv^2$ indépendant de h, mais contenant dans ses coefficients une fonction arbitraire de u ; par exemple $ds^2=U^2e^{2v}(du^2+dv^2)$ dans le cas de Maurice Lévy.

ÉLECTIONS.

Par l'unanimité des suffrages, M. **Reginald A. Daly** est élu Correspondant pour la Section de Minéralogie, en remplacement de M. *Ludovic Mrazec*, décédé.

CORRESPONDANCE.

M. **Jules Haag**, élu Membre non résidant, adresse ses remercîments à l'Académie.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Fernand Simonart. *Sur une transformation généralisée de Ribaucour*. — *Sur les séries hypergéométriques*. — *Jubilé professoral de M. le Baron de La Vallée Poussin*.

2° German Ancochea. I. *Courbes algébriques sur corps fermés de caractéristique quelconque*.

Il signale également un Ouvrage polycopié de M. Jekabs Vitols intitulé *La production cinématique des courbes algébriques et transcendantes* (212 dessins avec une Introduction manuscrite de l'auteur).

GÉOMÉTRIE ALGÉBRIQUE. — *Sur les branches superlinéaires des courbes algébriques*. Note de M. **Roger Apéry**, présentée par M. Élie Cartan.

Soit C une branche de courbe de représentation paramétrique $x=f(t)$, $y=g(t)$, où f et g sont deux fonctions holomorphes au voisinage de l'origine O et nulles en O. Nous supposons de plus que la représentation paramétrique est propre, c'est-à-dire que f et g ne sont pas fonctions d'une même fonction holomorphe d'ordre [1] plus grand que 1.

Nous appellerons *valeur atteinte* l'ordre de toute fonction $\Phi(t)$ obtenue en remplaçant x et y par f et g dans un polynome $F(x, y)$ non identiquement nul sur C. Nous appellerons *valeur non atteinte* tout entier qui n'est pas une valeur atteinte.

Si $f(t)$ est un infiniment petit d'ordre p, nous appellerons *valeur atteinte d'indice* o les nombres λp où $\lambda \geqq 0$. Si l'ordre de y est d'indice o, on peut trouver un polynome $\varphi_1(x)$ tel que l'ordre ω_1 de $y_1=y-\varphi_1(x)$ ne soit pas d'indice o. Tout polynome du premier degré en y peut s'écrire sous la forme $A(x)+A_1(x)y_1$. Les deux termes de cette somme sont d'ordre différent. L'ordre de la somme est donc l'ordre de l'un des termes, si l'on a défini t.

(1) Dans cette Note, nous appelons *ordre d'une fonction* le degré du terme de plus bas degré dans le développement de Taylor au voisinage de l'origine.

S'il n'est pas d'indice o, il est de la forme $\omega_1 + \lambda p$ où $\lambda \geqq 0$. Nous dirons qu'il est d'indice 1.

De façon générale si l'on a défini les valeurs atteintes d'indice inférieur à $k \leqq p-1$, on peut choisir un polynome $\varphi_k(x, y)$ de degré $\leqq k-1$ par rapport à y tel que l'ordre ω_k de $y_k = y^k - \varphi_k(x, y)$ ne soit pas d'indice $\leqq k-1$.

En appelant *valeur atteinte d'indice* k tout nombre de la forme $\omega_k + \lambda p$ où $\lambda \geqq 0$, on voit de la même façon que l'ordre d'un polynome de degré k en y est d'indice $\leqq k$.

Tout nombre suffisamment grand est une valeur atteinte d'indice $\leqq p-1$, puisque les nombres $\omega_0 = 0$, ω_1, $\omega_2, \ldots, \omega_{p-1}$ sont incongrus mod. p. Toute valeur atteinte a donc un indice. On peut remarquer qu'on peut définir y_k à partir de y_{k-1}, y_1 au lieu de y^k. On en déduit $\omega_k \geqq \omega_{k-1} + \omega_1$, et *a fortiori* $\omega_k > \omega_{k-1}$.

Nous appellerons *demi-module* tout système d'entiers qui avec deux entiers quelconques contient leur somme. Le demi-module est dit unitaire si tout entier suffisamment grand lui appartient, et symétrique s'il existe un nombre A tel que si $x + y = A$, l'un des nombres x, y appartient au demi-module et l'autre ne lui appartient pas. Le demi-module symétrique le plus simple est formé de tous les entiers $\geqq 0$, il correspond à $A = -1$.

LEMME 1. — *Étant donné un demi-module unitaire contenant les nombres* o *et* p, *appelons* $\omega_0 = 0$, ω_1, $\omega_2, \ldots, \omega_{p-1}$ *les plus petits nombres du demi-module incongrus mod* p *supposés rangés par ordre croissant. La condition nécessaire et suffisante pour que le demi-module soit symétrique est que, si* $i + j = p - 1$, *on ait* $\omega_i + \omega_j = \omega_{p-1}$. Dans ce cas $A = \omega_{p-1} - p$.

Tout entier est de la forme $\omega_i + \lambda p$, où $\lambda \geqq 0$ si l'entier appartient au demi-module, $\lambda < 0$ dans le cas contraire. Si $\omega_i + \omega_j = \omega_{p-1}$, deux nombres quelconques dont la somme est $\omega_{p-1} - p$ sont de la forme $\omega_i + \lambda p$ et $\omega_j + \lambda' p$ avec $\lambda + \lambda' = -1$. L'un des λ est donc > 0, l'autre < 0. Réciproquement si l'idéal est symétrique, il existe une permutation $j_1, j_2, \ldots, j_{p-1}$ de $1, 2, \ldots, p_{-1}$ telle $\omega_i + \omega_{j_i} = A + p$. Comme les ω_i sont rangés par ordre croissant, $j_i = p - 1 - i$.

LEMME 2. — *Si l'ensemble des valeurs atteintes attachées à la branche de courbe* $x = f(t)$, $y = g(t)$ *est un demi-module symétrique, il en est de même de l'ensemble des valeurs atteintes attachées à* $x' = f(t)$, $y' = g(t) \times f(t)$, *où l'on suppose l'ordre de* g *supérieur à l'ordre de* f.

En effet

$$\omega'_i = \omega_i + pi, \qquad \omega'_j = \omega_j + pj, \qquad \omega'_{p-1} = \omega_{p-1} + p(p-1).$$

Si $\omega_i + \omega_j = \omega_{p-1}$, $\omega'_1 + \omega'_j = \omega'_{p-1}$. On voit de plus que $A' = A + p(p-1)$.

THÉORÈME. — *L'ensemble des valeurs atteintes attachées à une branche de courbe quelconque est un demi-module symétrique.*

En effet à toute courbe $x = f(t)$, $y = g(t)$, on peut associer :

1° si l'ordre de f est inférieur à l'ordre de g, la courbe $x=f$, $y=g/f$;

2° si l'ordre de f est égal à l'ordre de g, la courbe $x=f$, $y=g-\lambda f$ où la constante numérique λ est telle que l'ordre de $g+\lambda f$ soit supérieur à celui de f.

On aboutit ainsi après un nombre fini d'opérations à une branche linéaire pour laquelle le théorème est évident ($A=-1$).

La réciproque n'est pas vraie; par exemple le demi-module engendré par 0, 6, 7, 8 est unitaire et symétrique ($A=17$), mais ne correspond à aucune courbe.

Le théorème ci-dessus s'applique notamment aux branches des courbes algébriques. Toute branche de courbe algébrique peut être obtenue par une représentation de la forme indiquée ci-dessus (développement de Puiseux). On peut poser $A=2P-1$ (A est impair d'après ses propriétés) et appeler P le genre de la branche de courbe. P est la quantité dont augmenterait le genre de la courbe en considérant les singularités dues à la branche comme virtuellement inexistantes. Le nombre de points absorbés par l'intersection de la branche avec une adjointe est $2P$. Le nombre de conditions imposées par la branche aux adjointes est P.

GÉOMÉTRIE. — *Les connexions finslériennes de congruences de droites.* Note [1] de M. **Octave Galvani**, présentée par M. Élie Cartan.

1. On a vu [2] que tout espace de Finsler analytique à n dimensions peut être réalisé localement dans un espace enclidien E_N à $N=2n^2-n$ dimensions, ce nombre n'étant d'ailleurs pas le plus petit possible. Je vais indiquer ici quelques résultats relatifs aux plans de Finsler réalisables dans l'espace ordinaire. Quand $n=2$, il est toujours possible de prendre $N=4$ et, avec une ou deux dimensions de plus, d'imposer *a priori* certaines propriétés géométriques aux variétés réalisantes, mais on ne peut en général pas prendre $N=3$.

Théorème 1. — *Pour qu'un plan de Finsler à torsion non nulle puisse être réalisé dans l'espace ordinaire, il faut et il suffit qu'il possède un parallélisme absolu des éléments linéaires* [3]. La solution générale dépend de deux fonctions arbitraires d'un argument.

La nécessité s'établit rapidement. La réciproque s'appuie sur la théorie des systèmes en involution et exige que la métrique du plan donné soit analytique. Les variétés réalisantes sont engendrées par l'ensemble S d'un élément linéaire $L=(M, \Delta)$ et d'un plan P passant par L. Toute variété à trois dimensions d'éléments S ne réalise pas un plan de Finsler.

Théorème 2. — *Pour qu'une variété à 3 dimensions d'éléments* $S=(M, \Delta, P)$

---

(1) Séance du 13 mai 1946.

(2) O. Galvani, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 1067.

(3) Cf. É. Cartan, *Actualités scientifiques*, 79, 1934, pp. 38-39.

réalise un plan de Finsler, il faut et il suffit que Δ *engendre une famille à un paramètre de développables tangentes à* P, *et ne forme pas une congruence de normales.*

Cette dernière condition est liée à la biunivocité de la carte. Une congruence de droites peut ainsi être en général de deux manières considérée comme support d'un plan de Finsler. Il y a exception pour les congruences de normales. L'élément L est porté par une droite de la congruence, le plan P est le plan focal tangent à la développable ζ de la famille considérée. A un point *m* du plan de Finsler correspond une trajectoire orthogonale γ des ζ.

THÉORÈME 3 (*Problème de Cauchy*). — *Dans la réalisation indiquée au théorème* 1, *on peut définir une solution en choisissant pour lieu des centres des* S *correspondant à un point donné de* F *une courbe arbitraire* (pourvu qu'elle ne conduise pas à des données caractéristiques, ce qui est facile à vérifier; ainsi les droites devront être exclues).

2. *Géodésiques.* — A toute courbe (*l*) de F correspond une famille (Λ) à un paramètre d'éléments S. La donnée de la congruence permet d'attacher à tout point de l'espace un élément S bien défini et l'on caractérisera la famille (Λ) par le lieu λ des centres de ses éléments : λ sera dit l'homologue de (*l*).

THÉORÈME 4. — *Les géodésiques de* F *ont pour homologues les droites* Δ *de la congruence.*

Une géodésique passant par deux points m_1, m_2 a pour homologue une droite Δ qui s'appuie sur les courbes γ_1, γ_2 homologues de m_1, m_2.

3. Dans le cas général le parallélisme absolu ne s'étend pas aux vecteurs doués d'éléments d'appui, et il y a une courbure J. Soit I la torsion, I et J ayant le même sens que dans Élie Cartan ([4]). On appellera d'autre part foyer de l'élément S le point φ de contact de P avec la surface focale, et distance focale de S la longueur φM.

THÉORÈME 5. — *a. Le rapport* I/J *de la torsion à la courbure est la distance focale f de* S; *b. Quand le lieu* Φ *de* φ *n'est pas dégénéré en une courbe, la courbure* J *est le produit de la courbure totale* φ *de* Φ *par le rayon de courbure géodésique* R_g (*sur* Φ) *de l'arête de rebroussement de la seconde développable passant par* Δ

$$\frac{I}{J} = f; \qquad J = \rho R_g.$$

4. *Cas du parallélisme absolu* (J = 0). — Les congruences réalisantes sont caractérisées par les propriétés suivantes :

THÉORÈME 6. — *Dans la réalisation d'un plan de Finsler à parallélisme absolu : a. les développables* ζ *ont même cône directeur; b. les* Δ *sont les binormales des* γ; *c. on peut prendre pour courbes homologues des points de* F *des hélices de pas* 1; *la torsion est alors la tangente de l'angle des plans focaux. On peut choisir arbitrai-*

([4]) *Mathematica*, 4, 1930, pp. 120 et 129-130.

rement l'hélice γ_0 correspondant à un point donné m_0 de F, et le point de γ_0 correspondant à un élément donné centré en m_0. La réalisation est alors bien déterminée.

Dans le cas plus particulier du *plan de Minkowski*, la surface focale est elle-même une développable; on peut soit prendre pour γ des hélices de pas constant, soit prendre constant l'angle des plans focaux; dans ce dernier cas, la torsion de F est égale au rapport de la courbure à la torsion de (γ). On peut construire un plan de Minkowski en partant d'une courbe arbitraire γ_0 et en menant par chaque binormale Δ_0 un plan Π_0 qui fait 45° avec le plan normal; la congruence est celle des Δ parallèles à Δ_0 situées dans Π_0. Pour un plan de Minkowski donné, la réalisation *c.* du théorème 6 se construit immédiatement.

TOPOLOGIE. — *Sur un espace sans base dénombrable qui est complètement ordonné et dont tout intervalle fermé est homéomorphe à un intervalle numérique.* Note [1] de M. **René de Possel**, présentée par M. Gaston Julia.

1. L'existence d'espaces topologiques sans base dénombrable, ayant des propriétés aussi voisines de celles de la droite que l'espace $\mathcal{E}$ défini ci-dessous, ne me semble pas avoir été remarquée. L'espace $\mathcal{E}$ a en outre la propriété suivante : toute application continue de $\mathcal{E}$ dans un espace métrique est constante pour tous les points P de $\mathcal{E}$ postérieurs à un point P_0.

2. *Définition de $\mathcal{E}$.* — Les *points* de $\mathcal{E}$ sont les couples $P=(\alpha, x)$, où α est un ordinal inférieur à Ω et où x vérifie l'inégalité $0 \leqq x < 1$. L'*ordre* est défini par $(\alpha, x) < (\beta, y)$ si $\alpha < \beta$, et par $(\alpha, x) < (\alpha, y)$ si $x < y$. La *topologie* de $\mathcal{E}$ est définie en considérant comme voisinages de P_0 l'ensemble des parties de $\mathcal{E}$ qui contiennent un intervalle ouvert contenant P_0.

$\mathcal{E}$ n'admet pas de base dénombrable, car les points $(\alpha, 1/2)$ par exemple sont isolés et en infinité non dénombrable.

3. Démontrons que *l'intervalle de $\mathcal{E}$ défini par $P \leqq P_0$ est homéomorphe à un intervalle numérique fermé, l'homéomorphie respectant l'ordre.*

Les topologies étant définies de la même manière à partir de l'ordre, il suffit d'établir une correspondance biunivoque le conservant. Soit $P_0=(\alpha_0, x_0)$. Supposons la propriété démontrée pour tout $\alpha < \alpha_0$.

1° *Si α_0 a un antécédent α_0^-*, nous avons une correspondance biunivoque conservant l'ordre entre l'intervalle $P \leqq (\alpha_0^-, 0)$ et l'intervalle $0 \leqq t \leqq 1$. Il suffit d'associer le point (α_0^-, x) de $\mathcal{E}$ au point $t=x+1$, et le point (α_0, x) au point $t=x+2$. La correspondance cherchée est établie entre $P \leqq P_0$ et $0 \leqq t \leqq x_0+2$.

2° *Si α_0 n'a pas d'antécédent*, il existe une suite strictement croissante d'ordinaux $\beta_n (n=1, 2, \ldots, n, \ldots)$ dont la borne supérieure est α_0. Pour

---

[1] Séance du 29 avril 1946.

chacun des intervalles I_n de $\mathcal{E}$ définis par $P \leqq (\beta_n, 0)$, il existe une correspondance biunivoque conservant l'ordre avec un intervalle numérique fermé. Par suite chacun des intervalles $J_n = I_n - I_{n-1}$ $(n = 2, 3, \ldots)$ définis par $(\beta_{n-1}, 0) < P \leqq (\beta_n, 0)$ peut être mis en correspondance biunivoque conservant l'ordre avec un intervalle numérique A_n de la forme $0 < t_n \leqq 1$.

L'intervalle K défini par $P \leqq (\alpha_0, x_0)$ est la réunion de $J_1, J_2, J_3, \ldots, J_n, \ldots$ et de J défini par $(\alpha_0, 0) \leqq P \leqq (\alpha_0, x_0)$. Il suffit d'appliquer topologiquement I_1 et les A_n sur une suite d'intervalles consécutifs d'un même axe, de sorte que ces derniers intervalles aient une borne supérieure b, et d'appliquer J sur un intervalle d'origine b. On obtient ainsi une correspondance biunivoque conservant l'ordre entre K et un intervalle numérique fermé.

4. *Étant donnée une application continue $y = f(P)$ de $\mathcal{E}$ dans un espace métrique $\mathfrak{M}$, il existe un point P_0 de $\mathcal{E}$ tel que l'on ait $f(P) = f(P_0)$ pour tout* $P \geqq P_0$.

Plaçons-nous dans le cas contraire; quelle que soit la suite dénombrable croissante $P_1, P_2, \ldots, P_n, \ldots$, il existe un point P vérifiant $P > P_n$ quel que soit n, donc un $P' > P$ tel que $f(P') \neq f(P)$. Par suite, à tout ordinal $\beta < \Omega$ on peut associer un couple de points (P_β, P'_β), de sorte que $f(P_\beta) \neq f(P'_\beta)$ et que $\beta < \gamma$ entraîne $P_\beta < P'_\beta < P_\gamma < P'_\gamma$.

Ces couples étant en infinité non dénombrable, il existe un nombre $\eta > 0$, et une infinité de couples tels que la distance de $f(P_\beta)$ et $f(P'_\beta)$ soit supérieure à η. Nous pouvons en extraire une infinité dénombrable de couples (Q_n, Q'_n), tels que la suite $Q_1, Q'_1, Q_2, Q'_2, \ldots, Q_n, Q'_n, \ldots$ soit croissante. Elle a alors une borne supérieure R, et, au point R, $f(P)$ n'est pas continue.

5. Remarquons que $\mathcal{E}$ est connexe, comme réunion d'intervalles connexes.

6. Si nous retirons de $\mathcal{E}$ le point $(1, 0)$, nous obtenons une variété à une dimension $\mathcal{E}'$.

Formons le produit topologique de deux exemplaires de $\mathcal{E}'$. Nous obtenons un espace $\mathcal{F}$ dont tout point a un voisinage homéomorphe à un carré, donc qui est une variété à deux dimensions. $\mathcal{F}$ est connexe, comme produit de deux espaces connexes.

Tout ensemble A *relativement compact dans $\mathcal{F}$ est contenu dans un ensemble homéomorphe à un carré.* En effet les projections de A sur les espaces facteurs sont relativement compactes, donc contenues dans un intervalle fermé qui, d'après 3, est homéomorphe à un intervalle fermé numérique.

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Sur le calcul des fréquences propres des systèmes non linéaires.* Note de M. **Henri Jounin**, présentée par M. Jean Chazy.

Les méthodes approchées de MM. Kryloff et Bogoliouboff présentent une grande utilité pour les problèmes techniques; il est difficile d'en définir *a priori* les conditions de validité, aussi doit-on profiter de toutes les possibilités pour en comparer les résultats aux solutions rigoureuses.

Nous avons spécialement en vue le calcul de la fréquence propre d'un oscillateur à un seul degré de liberté. S'il importe peu, en général, de connaître cette fréquence avec une précision numérique très grande, il est, par contre, essentiel pour l'étude des mouvements forcés de savoir si le mouvement libre est ou n'est pas isochrone.

M. Chazy a défini une classe assez étendue d'oscillateurs isochrones [1]. Soit l'oscillateur obéissant à l'équation

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = \mathrm{X}(x). \tag{1}$$

On fait le changement de fonction inconnue défini par

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = \alpha^2 - u^2, \qquad \text{et l'on pose } \frac{dx}{du} = f(u).$$

Si $f(u)$ est la somme d'une constante et d'une fonction impaire quelconque de u, l'oscillateur est isochrone.

Le procédé le plus expéditif proposé par MM. Kryloff et Bogoliouboff concerne le cas de la *quasi-linéarité* [2]. La fonction $\mathrm{X}(x)$ est alors supposée de la forme

$$\mathrm{X}(x) = -m\omega^2 x - m\varepsilon g'(x), \tag{2}$$

où ε est un petit paramètre, $g'(x)$ la dérivée d'une fonction continue et uniforme de x. Pour les besoins de notre démonstration, nous supposons de plus, ce qui peut toujours être obtenu par une transformation linéaire,

$$g(0) = g'(0) = 0.$$

La pulsation du mouvement défini par le système (1), (2) est, à des termes d'ordre supérieur en ε près,

$$\omega(a) = \omega + \frac{\varepsilon}{2\pi a\omega}\int_0^{2\pi} g'(a\sin w)\sin w\, dw. \tag{3}$$

où l'on a posé

$$x = a\sin w, \qquad \text{avec } a = \text{const.}$$

Appliquons au système (1), (2) la transformation de M. Chazy. On a

$$-\frac{m\omega^2x^2}{2} - m\varepsilon\, g(x) + h = \frac{m}{2}(\alpha^2 - u^2),$$

où h et α^2 sont deux constantes. Pour exprimer x en fonction de u, posons

$$x = x_0 + \varepsilon x_1 + \varepsilon^2 x_2 + \ldots;$$

en se limitant aux termes du premier degré en ε, qui seuls interviennent dans

(1) *Comptes rendus*, **213**, 1941, p. 93.

(2) *Introduction à la Mécanique non linéaire*, Kieff.

l'approximation de M. Kryloff, on trouve

$$x = \frac{u}{\omega} - \frac{\varepsilon}{\omega^2}\frac{g\left(\frac{u}{\omega}\right)}{\frac{u}{\omega}}; \qquad \frac{dx}{du} = f(u) = \frac{1}{\omega}\left\{1 - \frac{\varepsilon}{\omega^2}\frac{d}{d\left(\frac{u}{\omega}\right)}\left[\frac{g\left(\frac{u}{\omega}\right)}{\frac{u}{\omega}}\right]\right\}.$$

En vertu de l'hypothèse faite sur $g(0)$ et $g'(0)$, x s'annule en même temps que u, d'où

$$\frac{\varepsilon}{\omega^2} g'\left(\frac{u}{\omega}\right) = \frac{2u}{\omega} - \int_0^u f(u)\,du - u f(u),$$

et enfin

$$\frac{\varepsilon}{2\pi a\omega}\int_0^{2\pi} g'(a \sin w) \sin w \, dw$$
$$= \frac{2\omega}{2\pi a}\int_0^{2\pi} a \sin^2 w \, dw - \frac{\omega}{2\pi a}\int_0^{2\pi} \sin w \, dw \int_0^{\omega a \sin w} f(u)\,du$$
$$- \frac{\omega^2}{2\pi a}\int_0^{2\pi} a \sin^2 w f(\omega a \sin w)\,dw.$$

Si nous supposons maintenant que $f(u)$ est la somme d'une constante C et d'une fonction impaire quelconque de u, nous vérifions que le terme additif

$$\frac{\varepsilon}{2\pi a\omega}\int_0^{2\pi} g'(a \sin w) \sin w \, dw = \omega(1 - C\omega)$$

est bien indépendant de l'amplitude a.

ÉLASTICITÉ. — *Sur les déformations de la torsion plastique.* Note (¹) de M. **Jean Mandel**, présentée par M. Albert Caquot.

Oxyz étant un trièdre trirectangle, considérons un cylindre de génératrices parallèles à Oz soumis à un couple de torsion d'axe parallèle à Oz. Sous des conditions très générales, indépendantes de la loi particulière du comportement du matériau (élastique, visqueux ou plastique), j'ai établi que le déplacement (supposé infiniment petit) d'un point est de la forme

$$u = -\theta yz, \qquad v = \theta zx, \qquad w = \theta\varphi(x, y),$$

θ étant une constante ou une fonction du temps qui représente la rotation relative de deux sections droites distantes de l'unité.

La déformation est une distorsion pure, de grandeur

$$\gamma = \theta P \quad \text{en posant } P^2 = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} - y\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y} + x\right)^2.$$

La sollicitation est un cisaillement pur.

Soit

$$T = f\left(\gamma, \frac{d\gamma}{dt}\right)$$

(¹) Séance du 13 mai 1946.

la relation entre le cisaillement, la distorsion et la vitesse de distorsion. La fonction $\varphi(x, y)$ est déterminée par l'équation aux dérivées partielles du second ordre

$$(1)\quad A(P)\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}\right) + B(P)\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}-y\right)^2\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+2\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}-y\right)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}+x\right)\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\,\partial y}+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}+x\right)^2\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}\right]=0$$

avec

$$A(P)\equiv P^2 f\left(P\theta,\ P\frac{d\theta}{dt}\right),$$

$$B(P)\equiv P\theta\frac{\partial f}{\partial\gamma}+P\frac{d\theta}{dt}\frac{\partial f}{\partial\gamma'}-f,\qquad \gamma'=\frac{d\gamma}{dt}$$

et par la condition

$$(2)\qquad \frac{d\varphi}{dn}=\alpha y-\beta x$$

qui doit être vérifiée sur le contour de la section droite, d/dn désignant la dérivée normale, α, β les cosinus directeurs de la normale au contour.

Dans le cas du corps élastique ou du corps visqueux, on a

$$B(P)=0,$$

et l'on retrouve les résultats classiques.

L'équation (1), du type elliptique lorsque T est fonction croissante de γ et $d\gamma/dt$, devient du type parabolique lorsque T est constant. Ce cas est celui du corps plastique non écrouissable en déformation infiniment lente ou dénué de viscosité. Les lignes caractéristiques sont des droites réelles auxquelles la condition (2) impose d'être normales au contour. La solution de l'équation (1) satisfaisant à la condition (2) est

$$(3)\qquad \varphi=\rho h(\omega)+g(\omega),$$

ω désignant l'angle de la normale au contour avec une direction fixe, ρ l'abscisse d'un point mesurée sur cette normale, $h(\omega)$ la distance algébrique de l'origine à la normale, $g(\omega)$ une fonction arbitraire déterminée par la condition que φ ne subisse pas de discontinuité à la limite du noyau élastique.

Considérons le cas limite où le noyau élastique est réduit à une ligne L. Comme la distorsion $\gamma=P\theta$ reste infiniment petite sur la ligne L, on a sur cette ligne $P=0$, d'où

$$\frac{\delta\varphi}{\delta x}=y,\qquad \frac{\delta\varphi}{\delta y}=-x,\qquad \varphi=\int_{Q_0}^{Q} y\,dx-x\,dy+\text{const.},$$

l'intégrale étant effectuée le long de L, du point fixe Q_0 au point valable Q. La formule (3) donne alors, en un point quelconque M de la section,

$$\varphi=\int_{Q_0}^{Q} y\,dx-x\,dy+\rho\,h(\omega)+\text{const.},$$

Q étant le point où la normale menée de M au contour coupe la ligne L, ρ la distance algébrique $\overline{QM}$.

Cette formule générale s'applique aisément à toutes les formes de section. Pour les sections minces ouvertes (profils laminés), elle est d'ailleurs valable quel que soit le comportement du matériau, c'est-à-dire aussi bien en déformation élastique qu'en déformation plastique (la ligne L est dans ce cas la ligne moyenne du profil).

CINÉMATIQUE. — *La composition des mouvements en cinématique opératorielle.* Note [1] de M. MICHEL CAZIN.

1. L'utilisation du calcul vectoriel gauche et de la dérivée symbolique conduit à définir, en Mécanique ondulatoire, une théorie autonome, la cinématique opératorielle. Nous appellerons *vecteur vitesse* d'un corpuscule M_i par rapport au trièdre fondamental T_0 (d'origine O) le vecteur $\overrightarrow{V_{a,M_i}}$, dérivée symbolique de $\overrightarrow{OM_i}$.

Si l'on considère un trièdre T (d'origine O_1) en mouvement quantique par rapport à T_0 et *si le mouvement de* T *par rapport à* T_0 *est un mouvement de translation, la vitesse d'un corpuscule par rapport à* T_0 *est la somme de sa vitesse relative par rapport à* T *et de la vitesse d'entraînement de* T *par rapport à* T_0.

Ce théorème montre qu'on ne rencontre pas de difficulté spéciale dans l'étude du mouvement relatif d'un système de corpuscules par rapport à un trièdre T équipollent à T_0 et ayant son origine au centre de gravité du système.

Si le trièdre T est en mouvement quantique quelconque par rapport à T_0, la dérivation symbolique du vecteur $\overrightarrow{O_1M_i}$ donne

$$\left(\overrightarrow{O_1M_i}\right)' = \mathbf{S}\left(x_i'\vec{i} + x_i\vec{i'}\right) = \mathbf{S}\left(\vec{i'}x_i + \vec{i}x_i'\right).$$

Nous devons alors distinguer une vitesse relative droite et une vitesse relative gauche de M_i par rapport à T_0

$$\overrightarrow{V_{r,d,T}} = x_i'\vec{i} + y_i\vec{j} + z_i'\vec{k}; \qquad \overrightarrow{V_{r,g,T}} = \vec{i}x_i' + \vec{j}y_i' + \vec{k}z_i',$$

et de même, une vitesse d'entraînement droite et une vitesse d'entraînement gauche de T par rapport à T_0

$$\overrightarrow{V_{e,d,T/T_0}} = \left(\overrightarrow{OO_1}\right)' + x_i\vec{i'} + y_i\vec{j'} + z_i\vec{k'}; \qquad \overrightarrow{V_{e,g,T/T_0}} = \left(\overrightarrow{OO_1}\right)' + \vec{i'}x_i + \vec{j'}y_i + \vec{k'}z_i.$$

Ces définitions étant posées, nous aurons, pour le corpuscule M_i,

$$\overrightarrow{V_{a,M_i}} = \overrightarrow{V_{r,d,T}} + \overrightarrow{V_{e,d,T/T_0}} = \overrightarrow{V_{r,g,T}} + \overrightarrow{V_{e,g,T/T_0}}.$$

---

(1) Séance du 13 mai 1946.

THÉORÈME. — *La vitesse absolue d'un corpuscule* M_i *(par rapport au repère fondamental* T_0*) est la somme de la vitesse relative (droite ou gauche) de* M_i *par rapport à* T *(en mouvement quantique par rapport à* T_0*) et de la vitesse d'entraînement (droite ou gauche) de* T *par rapport à* T_0.

2. Dans une Note précédente, nous avons mis en évidence l'existence d'un double tenseur rotation du trièdre T par rapport au repère fondamental T_0; posons

$$\omega_{d_i}{}^j = \alpha_{d_i}{}^j + \beta_{d_i}{}^j = -\alpha_{d_j}{}^i + \beta_{d_j}{}^i;\quad \omega_{g_i}{}^j = \alpha_{g_i}{}^j + \beta_{g_i}{}^j = -\alpha_{g_j}{}^i + \beta_{g_j}{}^i,$$

$$r_d = \alpha_{d_1}{}^2 = -\alpha_{d_2}{}^1;\quad q_d = \alpha_{d_3}{}^1 = -\alpha_{d_1}{}^3;\quad p_d = \alpha_{d_2}{}^3 = -\alpha_{d_3}{}^2;\quad \vec{\Omega}_d = p_d\vec{i} + q_d\vec{j} + r_d\vec{k},$$

$$r_g = \alpha_{g_1}{}^2 = -\alpha_{g_2}{}^1;\quad q_g = \alpha_{g_3}{}^1 = -\alpha_{g_1}{}^3;\quad p_g = \alpha_{g_2}{}^3 = -\alpha_{g_3}{}^2;\quad \vec{\Omega}_g = \vec{i}p_g + \vec{j}q_g + \vec{k}r_g.$$

Moyennant ces notations,

$$\vec{i}' = \vec{\Omega}_d \wedge \vec{i} + \sum_\lambda \beta_{d_1}{}^\lambda \vec{u}_\lambda, \qquad \vec{i}' = \vec{i} \wedge \vec{\Omega}_g + \sum_\lambda \vec{u}_\lambda \beta_{g_1}{}^\lambda,$$

et ces expressions conduisent à celles des vitesses d'entraînement de T par rapport à T_0

$$\overrightarrow{V_{e,d,T/T_0}} = (\overrightarrow{OO_1})' + \overrightarrow{O_1M_i} \wedge \vec{\Omega}_g + \mathop{\mathbf{S}}_{ijk}\left(\sum_\lambda x_i \vec{u}_\lambda \beta_{g_1}{}^\lambda\right),$$

$$\overrightarrow{V_{e,g,T/T_0}} = (\overrightarrow{OO_1})' + \vec{\Omega}_d \wedge \overrightarrow{O_1M_i} + \mathop{\mathbf{S}}_{ijk}\left(\sum_\lambda \beta_{d_1}{}^\lambda \vec{u}_\lambda x_i\right).$$

3. Nous appellerons *vecteur accélération* d'un corpuscule M_i par rapport au trièdre fondamental T_0, le vecteur $\overrightarrow{\Gamma_{a,M_i}}$ défini par la dérivée symbolique seconde de $\overrightarrow{OM_i}$.

Dans le cas où le trièdre T *se déplace d'un mouvement de translation par rapport à* T_0, *l'accélération d'un corpuscule* M_i *par rapport à* T_0 *est la somme de son accélération relative par rapport à* T, *et de l'accélération d'entraînement du mouvement de* T *par rapport à* T_0. Si le trièdre T est en mouvement quantique quelconque par rapport à T_0, on a

$$(O_1M_i)'' = \mathbf{S}\left(x_i''\vec{i} + 2x_i'\vec{i} + x_i\vec{i}''\right) = \mathbf{S}\left(\vec{i}''x_i + 2\vec{i}'x_i' + \vec{i}x_i''\right).$$

Nous devrons alors distinguer une accélération relative droite et une accélération relative gauche de M_i par rapport à T

$$\overrightarrow{\Gamma_{r,d,T}} = x_i''\vec{i} + y_i''\vec{j} + z_i''\vec{k}, \qquad \overrightarrow{\Gamma_{r,g,T}} = \vec{i}x_i'' + \vec{j}y_i'' + \vec{k}z_i'',$$

et de même une accélération d'entraînement droite et une accélération d'entraînement gauche de T par rapport à T_0

$$\overrightarrow{\Gamma_{e,d,T/T_0}} = (\overrightarrow{OO_1})'' + x_i\vec{i}'' + y_i\vec{j}'' + z_i\vec{k}'', \qquad \overrightarrow{\Gamma_{e,g,T/T_0}} = (\overrightarrow{OO_1})'' + \vec{i}''x_i + \vec{j}''y_i + \vec{k}''z_i.$$

Utilisant certaines relations précédemment établies, on a

$$2\,\mathbf{S}\left(x'_i\,\vec{i}'\right) = 2\,\overrightarrow{V_{r,d,T}} \wedge \overrightarrow{\Omega_g} + 2\,\mathbf{S}\left[x'_i\left(\sum_\lambda \vec{u}_\lambda \beta_{g_1}{}^\lambda\right)\right];$$

$$2\,\mathbf{S}\left(\vec{i}'\,x'_i\right) = 2\,\overrightarrow{\Omega_d} \wedge \overrightarrow{V_{r,g,T}} + 2\,\mathbf{S}\left[\left(\sum_\lambda \beta_{d_1}{}^\lambda \vec{u}_\lambda\right)x'_i\right],$$

ce qui conduit à distinguer, d'une part, les accélérations de Coriolis droite et gauche du mouvement de T par rapport à T_0,

$$\overrightarrow{\Gamma_{c,d,T/T_0}} = 2\,\overrightarrow{V_{r,d,T}} \wedge \overrightarrow{\Omega_g}; \qquad \overrightarrow{\Gamma_{c,g,T/T_0}} = 2\,\overrightarrow{\Omega_d} \wedge \overrightarrow{V_{r,g,T}},$$

et d'autre part, les accélérations quantiques droites et gauches du même mouvement

$$\overrightarrow{\Gamma_{Q,d}} = 2\,\mathbf{S}\left[x'_i\left(\sum_\lambda \vec{u}_\lambda \beta_{g_1}{}^\lambda\right)\right]; \qquad \overrightarrow{\Gamma_{Q,g}} = 2\,\mathbf{S}\left[\left(\sum_\lambda \beta_{d_1}{}^\lambda \vec{u}_\lambda\right)x'_i\right].$$

Ces définitions étant posées, nous aurons pour le corpuscule M_i,

$$\vec{\Gamma}_a = \overrightarrow{\Gamma_{e,d,T/T_0}} + \overrightarrow{\Gamma_{r,d,T}} + \overrightarrow{\Gamma_{c,d,T/T_0}} + \overrightarrow{\Gamma_{Q,d}} = \overrightarrow{\Gamma_{e,g,T/T_0}} + \overrightarrow{\Gamma_{r,g,T}} + \overrightarrow{\Gamma_{c,g,T/T_0}} + \overrightarrow{\Gamma_{Q,g}}.$$

THÉORÈME. — *L'accélération absolue d'un corpuscule* M_i (*par rapport au repère fondamental* T_0) *est la somme des quatre vecteurs suivants : accélération relative* (*droite ou gauche*) *de* M_i *par rapport au trièdre* T (*en mouvement quantique par rapport à* T_0); *accélération d'entraînement* (*droite ou gauche*) *du trièdre* T *par rapport à* T_0; *accélération de Coriolis* (*droite ou gauche*) *du mouvement de* T *par rapport à* T_0; *accélération quantique* (*droite ou gauche*) *du même mouvement.*

ASTROPHYSIQUE. — *Nouvelle méthode d'étude de la photosphère solaire.* Note (1) de M. **DANIEL BARBIER**, présentée par M. Bernard Lyot.

La méthode proposée par R. Lundblad (2) et reprise récemment par Chalonge et Kourganoff (3), permet de déterminer les propriétés de la photosphère solaire, en fonction de la profondeur, à l'aide des observations pour diverses longueurs d'onde de l'assombrissement au bord du Soleil et des intensités absolues en son centre. Ces dernières quantités sont malheureusement extrêmement incertaines par suite du trouble apporté par la présence de raies dans le spectre solaire. Or, et c'est la nouveauté de la méthode présentée ici, il est facile de montrer que *la connaissance de ces intensités centrales est inutile*, sauf pour achever de fixer l'échelle des températures en précisant la tempé-

(1) Séance du 13 mai 1946.

(2) *Astroph. Journal*, 58, 1923, p. 113.

(3) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 91.

rature de la surface du Soleil. En effet, si l'on représente l'obscurcissement par

$$\frac{I_\lambda(\theta)}{I_\lambda(0)} = A_\lambda + B_\lambda \cos\theta + C_\lambda \cos^2\theta,$$

on obtient sans peine

$$\mathcal{J}_\lambda(\tau_\lambda) = \frac{\mathcal{J}_\lambda(0)}{A_\lambda}\left[A_\lambda + B_\lambda \tau_\lambda + \frac{C_\lambda}{2}\tau_\lambda^2\right],$$

où $\mathcal{J}(\tau_\lambda)$ représente *l'Ergiebigkeit* ([1]) en fonction de la profondeur optique τ_λ.

Dans le domaine d'application de la loi de Wien, il vient donc

$$\Delta\frac{c_2}{T} = \frac{c_2}{T_0} - \frac{c_2}{T(\tau_\lambda)} = \lambda \log_e\left[1 + \frac{B_\lambda}{A_\lambda}\tau_\lambda + \frac{1}{2}\frac{C_\lambda}{A_\lambda}\tau_\lambda^2\right] \qquad (c_2 = 14\,300 \text{ microns/degré}).$$

Pour obtenir $\Delta(c_2/T)$ dans le domaine de la loi de Planck, il faut avoir une valeur approchée de la température superficielle T_0, ce qui ne présente pas de difficultés.

Partant des observations d'Abbot, on trace les courbes $\Delta(c_2/T)$ en fonction de $\log\tau_\lambda$. On constate que :

1° entre λ 4265 et λ 6990 toutes ces courbes sont parallèles. Des translations qui représentent $\log_{10}(\varkappa_\lambda/\varkappa_{5010})$ les amènent en coïncidence avec l'une d'elles (λ 5010); les cœfficients d'absorption $\varkappa_\lambda$ sont proportionnels aux $\varkappa_\lambda$ calculés par Chandrasekhar pour l'ion négatif H^-;

2° pour $\lambda > 6990$, les courbes ne sont plus parallèles aux courbes précédentes. Leur analyse montre que le coefficient d'absorption qui croît avec λ est toujours plus grand que celui qui correspond à H^-, et d'autant plus qu'on mesure sa valeur plus près de la surface solaire, ce qui localise le nouvel absorbant;

3° les λ qui se trouvent sur des ailes de raies (3737, 3860, 4330, 8660) ont un comportement spécial;

4° en particulier, pour λ 3737, situé dans le voisinage immédiat de la raie de Balmer λ 3734, le coefficient d'absorption, faible à la surface, croît très vite avec la profondeur en conformité avec la probabilité des atomes de se trouver à l'état Balmer;

5° on obtient $\Delta(c_2/T)$ en fonction de τ_{5010}. Puis on calcule c_2/T_0 de manière à satisfaire au mieux les observations des intensités centrales corrigées par Mulders. L'accord est très satisfaisant entre λ 5062 et λ 8580. Pour les λ plus courts, les corrections de Mulders sont insuffisantes. Pour les λ plus longs, on peut attribuer les désaccords à la difficulté des mesures et de leur réduction (absorption tellurique). La température superficielle du Soleil est 4910°K.;

6° le gradient spectrophotométrique du rayonnement solaire par rapport

---

([1]) *L'Ergiebigkeit* est le rapport de l'émissivité au coefficient d'absorption.

à celui d'un corps noir à température $T_0 = 4910$ est donné par la relation simple

$$G = \frac{d}{d\frac{1}{\lambda}} \log_e A_\lambda,$$

ce qui conduit à des températures de couleur du Soleil, en l'absence de raies, de 8300°K. dans le visible et 6400°K. dans l'infrarouge;

7° on calcule par la méthode proposée par B. Strömgren ([5]), pour la loi de variation de c_2/T en fonction de τ_{5010} trouvée ci-dessus, la pression électronique en fonction de la profondeur. Il est alors possible de calculer la contribution à l'absorption, pour λ 3230, des atomes neutres d'hydrogène et de l'ajouter à l'absorption de l'ion H^-. Les observations mettent en évidence une absorption résiduelle localisée vers la surface du Soleil. Interprétée d'après Wildt et Chandrasekhar ([6]) comme l'absorption de l'ion O^- qui doit commencer vers 4050 Å, et en utilisant le coefficient d'absorption qu'ils donnent selon Bates et Massey ([7]), on trouve que le rapport des nombres d'atomes d'oxygène et d'hydrogène est de 0,0075, concentration un peu plus forte que celle de 0,001 trouvée par Unsöld ([8]) pour τ Scorp. par des méthodes toutes différentes.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Schéma particulier d'une théorie unitaire des champs gravifique, électromagnétique et mésonique.* Note ([1]) de Mme **Marie-Antoinette Tonnelat.**

Dans une théorie unitaire dont nous avons indiqué les bases ([2]), nous avons supposé que la fonction d'action $\mathcal{A}$ dépendait de $K_{\mu\nu}$, $F_{\mu\nu}$, $P_{\mu\nu}$ et Λ_μ. Comme l'a montré Schrödinger, il est commode d'utiliser sa transformée

$$2\overline{\mathcal{A}} = 2\mathcal{A} - \mathcal{G}^{\mu\nu} K_{\mu\nu}$$

qui est fonction de $\mathcal{G}^{\mu\nu}$, $F_{\mu\nu}$, $P_{\mu\nu}$ et Λ_μ. Nous choisissons une fonction d'action ayant la forme suivante

$$\overline{\mathcal{A}} = \sqrt{-|g_{\mu\nu} + F_{\mu\nu}|} + \alpha\sqrt{-|g_{\mu\nu} + P_{\mu\nu}|} - \frac{|g_{\mu\nu} + \alpha\Lambda_\mu\Lambda_\nu|}{\sqrt{-|g_{\mu\nu}}}.$$

Les deux premiers termes, que nous désignerons par r et par r', sont deux

([5]) *Publik. fra Köbenhavns Observ.*, **127**, 1940.

([6]) *Astroph. Journal*, **100**, 1944, p. 87.

([7]) *Phil. Trans. Roy. Soc.*, A, **239**, 1943, p. 269.

([8]) *Zeits. für Astroph.*, **21**, 1941, p. 76.

([1]) Séance du 15 avril 1946.

([2]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1162. Nous désignerons les équations de cette Note par le chiffre I suivi d'un numéro. La notation G qui représentait le coefficient de la loi de gravitation est remplacée ici par h pour éviter les ambiguïtés.

lagrangiens de Born. En reprenant les notations de celui-ci, on peut écrire encore

$$\overline{\mathcal{A}} = \sqrt{-g}\,\{\sqrt{1+F-G^2} + \alpha\sqrt{1+P-Q^2} - (1+\alpha\Lambda_\rho\Lambda^\rho)\},$$

en posant

$$2F = F_{\mu\nu}F^{\nu\mu}, \quad 4\sqrt{-g}\,G = \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}F_{\rho\sigma}F_{\mu\nu},$$

P et Q ayant des expressions analogues en $P_{\mu\nu}$.

Cette fonction d'action conduit aux résultats suivants :

$$(1)\quad \frac{\partial\overline{\mathcal{A}}}{\partial \mathcal{G}^{\mu\nu}} = -\frac{1}{2}K_{\mu\nu} = \frac{1}{2}g_{\mu\nu}\left(\frac{1}{r}+\frac{\alpha}{r'}-1\right) + \frac{1}{2r}g^{\sigma\tau}F_{\nu\sigma}F_{\mu\tau} + \frac{\alpha}{2r'}g^{\sigma\tau}P_{\nu\sigma}P_{\mu\tau} - \alpha\Lambda_\mu\Lambda_\nu,$$

$$(2)\quad \frac{\partial\overline{\mathcal{A}}}{\partial F_{\mu\nu}} = \frac{1}{2}\mathcal{F}^{\mu\nu} = \frac{\sqrt{-g}}{2r}(F^{\mu\nu} - GF^{*\mu\nu}) \qquad (F^* \text{ dual de } F),$$

$$(3)\quad \frac{\partial\overline{\mathcal{A}}}{\partial P_{\mu\nu}} = \frac{1}{2}\mathcal{P}^{\mu\nu} = \frac{\alpha\sqrt{-g}}{2r'}(P^{\mu\nu} - QP^{*\mu\nu}) \qquad (P^* \text{ dual de } P),$$

$$(4)\quad \frac{\partial\overline{\mathcal{A}}}{\partial\Lambda_\mu} = \mathcal{C}^\mu = -2\alpha\sqrt{-g}\,\Lambda^\mu.$$

(1) permet de calculer $K_{\mu\nu} - 1/2\,g_{\mu\nu}K$ en fonction de $F_{\mu\nu}$, $P_{\mu\nu}$, et Λ_μ. En portant le résultat obtenu dans l'expression (I.12) de $T_{\mu\nu}$ et en faisant les approximations $r \# r' \# 1$, on trouve

$$(5)\quad \frac{8\pi G}{c^2}T_{\mu\nu} \# -\left(g^{\sigma\tau}F_{\nu\sigma}F_{\mu\tau} - \frac{1}{2}F_{\rho\sigma}F^{\rho\sigma}\right) - \alpha\left(g^{\sigma\tau}P_{\nu\sigma}P_{\mu\tau} - \frac{1}{2}P_{\rho\sigma}P^{\rho\sigma}\right) + 2\alpha\left(\Lambda_\mu\Lambda_\nu - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}\Lambda_\rho\Lambda^\rho\right) + \frac{3}{2}\left(p_\mu p_\nu - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}P_\rho P^\rho\right) + \alpha g_{\mu\nu} - \lambda\hat{g}_{\mu\nu}$$

et les équations en divergence

$$(6)\quad \alpha\,\partial_\rho\sqrt{-g}\,P^{\rho\mu} = \sqrt{-g}\,P^\mu \qquad \partial_\rho\sqrt{-g}\,F^{\rho\mu} = \mathcal{C}^\mu = -2\alpha\sqrt{-g}\,\Lambda^\mu.$$

Pour passer des grandeurs tensorielles aux grandeurs physiques correspondantes (c'est-à-dire aux grandeurs exprimées en unités cm, gr, cm/c), nous poserons avec Schrödinger

$$g_{\mu\nu} = \gamma\hat{g}_{\mu\nu}, \quad F_{\mu\nu} = \mu\hat{F}_{\mu\nu}, \quad P_{\mu\nu} = \nu\hat{P}_{\mu\nu}.$$

Pour retrouver la valeur de la constante de Born b et l'expression habituelle du tenseur $T_{\mu\nu}$ en fonction des champs, on doit écrire, toujours comme dans la première théorie de Schrödinger,

$$\gamma\mu^{-1} = \frac{b}{c} = 3{,}06.10^5\ \text{gr}^{\frac{1}{2}}\text{cm}^{-\frac{3}{2}}, \qquad \gamma^{-1}\mu^2 = \alpha\gamma^{-1}\nu^2 = \frac{8\pi h}{c^2}.$$

D'où $\gamma = 2.10^{-16}$ cm^{-2}.

D'autre part, d'après (I.8), les potentiels $\hat{P}_\mu$ et $\hat{F}_\mu$ correspondant à $\hat{P}_{\mu\nu}$ et à $\hat{F}_{\mu\nu}$ sont tels que

$$\hat{P}_\mu = -\frac{3}{2\nu}P_\mu \qquad \hat{F}_\mu = \frac{1}{\mu}\Lambda_\mu.$$

Les équations en divergence deviennent alors

$$\partial_\rho \sqrt{-g}\,\hat{F}^{\rho\mu} = -\sqrt{-g}\,\lambda_F \hat{F}^{\mu} \qquad \partial_\rho \sqrt{-g}\,\hat{P}^{\rho\mu} = \sqrt{-g}\,\lambda_P \hat{P}^{\mu}$$

si l'on pose

$$(8) \qquad \lambda_F = 2\alpha\gamma, \qquad \lambda_P = \frac{2\gamma}{3\alpha}.$$

Enfin, les termes en $g_{\mu\nu}$ disparaissent de l'expression de $T_{\mu\nu}$ avec la condition

$$\alpha\gamma = \lambda \quad \text{c'est-à-dire } 2\alpha = \lambda . 10^{16}.$$

En portant cette valeur dans (8), on aura finalement

$$\lambda_F = 2\lambda \text{ cm}^{-2}, \qquad \lambda_P = \frac{8}{3\lambda}(10^{-16})^2 \text{ cm}^{-2}.$$

Notons que, d'après les valeurs obtenues pour μ, ν et α les coefficients des termes en potentiel qui figurent dans l'expression de $T_{\mu\nu}$ sont alors λ_F et λ_P.

En résumé, le lagrangien choisi nous conduit à un tenseur $T_{\mu\nu}$ qui s'exprime en fonction des champs et des potentiels électromagnétiques et mésoniques, les termes en potentiels introduisant les constantes λ_F et λ_P.

On obtient d'autre part les équations d'Einstein,

$$(10) \qquad G_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} G = \varkappa T_{\mu\nu} - \lambda g_{\mu\nu}$$

et pour les champs antisymétriques des équations en divergence dont les seconds membres font intervenir λ_F et λ_P.

Dans le vide, λ a la valeur indiquée par Tolman ($\lambda \# 10^{-57}$ cm^{-2}. Dans ce cas

$$\lambda_F \# 2.10^{-57} \text{ cm}^{-2}, \qquad \lambda_P \# 3.10^{25} \text{ cm}^{-2},$$

ce qui correspondrait à des effets de masses

$$(\mu_0)_F \# 10^{-66} \text{ gr} \qquad (\mu_0)_P \# 1,4.10^{-25} \text{ gr}.$$

Ce sont bien les résultats auxquels on pouvait s'attendre dans le cas d'un champ électromagnétique et d'un champ mésonique.

Notons enfin que, dans le vide, le terme en α de la fonction d'action est petit ($\alpha \# 10^{-41}$), de sorte que le champ mésonique doit être faible par rapport au champ électromagnétique. Dans la matière au contraire, les résultats sont inversés et le champ mésonique devient alors prépondérant.

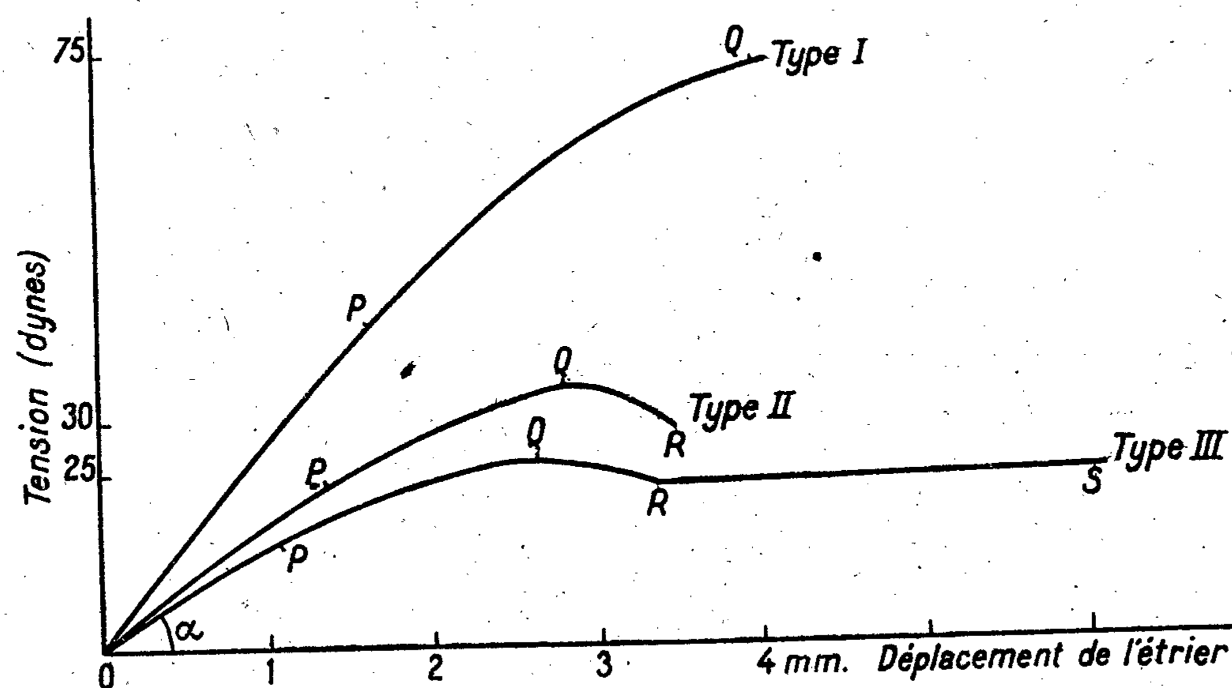
CAPILLARITÉ. — *Nouvelle méthode d'étude des propriétés mécaniques des couches superficielles des solutions aqueuses de produits tensio-actifs.* Note (1) de M. **Raphaël Matalon**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Une nouvelle méthode d'étude des propriétés mécaniques des couches de Gibbs des solutions aqueuses de *savons* a été réalisée. Il s'agit d'une extension

(1) Séance du 6 mai 1946.

de la méthode de l'étrier rectangulaire, étudiée par Proctor Hall (²) et Lenard (³) et récemment par Lemonde (⁴) et Thibaut et Lemonde (⁵) en France. Bien que cette méthode n'ait été utilisée jusqu'ici que pour mesurer la tension superficielle des liquides, la présente étude montre que les *courbes d'étirement* permettent de mesurer les propriétés mécaniques de la couche de Gibbs et de définir une grandeur liée à la concentration de cette couche superficielle.

Le principe de la méthode consiste à enregistrer la valeur de la force exercée sur l'étrier rectangulaire, au cours de la traction de cet étrier, du sein du liquide jusqu'au décollement. La courbe ainsi décrite est la courbe d'étirement. Une série de courbes a été obtenue avec chaque substance étudiée pour diverses concentrations. Toutes les expériences ont été faites à la température de 40°C., sauf quelques rares exceptions. Les différents types de courbes obtenues, soit avec les solutions d'un seul produit tensio-actif, soit avec les solutions de corps donnant des couches mixtes par la technique de pénétration de Rideal et Schulman, sont représentés sur la figure.



I. Les caractéristiques de ces courbes sont :

1° Une première partie rectiligne OP. La tangente de l'angle α croît avec la tension superficielle, sa valeur est constante pour une tension superficielle donnée et ne dépend pas de la constitution moléculaire ni de l'état de dispersion du corps en solution aqueuse.

2° Au delà du point Q, le volume du liquide limité par le prisme de hauteur égale à la hauteur actuelle du fil au-dessus de la surface, et de section égale à celle du fil, s'affaisse, ce qui provoque une chute dans la valeur de la force enregistrée.

(²) *Phil. Mag.*, 36, 1893, p. 385.
(³) *Ann. Physik*, 74, 1924, p. 381.
(⁴) *Journ. de Phys.*, 9, 1938, p. 505.
(⁵) *Comptes rendus*, 211, 1940, p. 355; *Journ. de Phys.*, 8ᵉ série, 2, 1941, nº 1, p. 26.

3° Le point R correspond à la formation d'une lame. Cette lame s'étend de R à S, et en S se produit la rupture. La longueur de RS dépend de la vitesse de traction.

II. Le type de la courbe d'étirement, obtenu pour une substance donnée en solution, varie quand augmente la concentration de cette substance.

a. La courbe passe du type I aux types II ou III selon les cas, quand la concentration en savon est égale ou supérieure à la concentration critique de formation de petites micelles, définie par Hartley (6).

b. La longueur du palier est maximum à la concentration de formation des grosses micelles, qu'il est préférable d'appeler, d'après les travaux de Stauff (7), Kiessig et Philipoff (8), la concentration au delà de laquelle le corps en solution commence à s'organiser.

III. La longueur du palier est en relation avec le pouvoir moussant et la stabilité des mousses.

Elle donne aussi une expression de la richesse de la région superficielle en molécules actives, et de la facilité de diffusion des molécules de l'intérieur du liquide vers la surface de la lame.

ACOUSTIQUE. — *Sur l'absorption des ondes ultrasonores par le sulfure de carbone.* Note (1) de M. **Ouang Te-Tchao**, présentée par M. Paul Langevin.

Les valeurs observées du coefficient d'absorption α_a des ultrasons par les liquides sont beaucoup plus grandes que celles prévues par la théorie de Stokes-Kirchhoff, à l'exception toutefois du cas du mercure.

Parmi les liquides étudiés, le sulfure de carbone présente une absorption particulièrement anormale. Elle est 2 000 fois plus grande que celle déduite par la théorie J. Claeys, J. Errera et M. Sack (2), pour la fréquence $0,87.10^6$. Partharasathy (3) a montré aussi que le rapport du coefficient d'absorption observé au coefficient théorique est 600 pour la fréquence 3.10^6, et 700 pour la fréquence 7.10^6.

En 1940 (par suite des événements, nous n'en avons eu connaissance que tout récemment), E. G. Richardson (4) a trouvé que, contrairement aux observations précédentes, le coefficient d'absorption dans le sulfure de carbone est relativement faible, et seulement 3 fois plus grand que celui prévu par la théorie.

(6) G. S. Hartley, *Aqueous solutions of Paraffin Chain Salts.*
(7) *Kolloid Zeit.*, **89**, 1939, p. 224.
(8) *Naturwiss.*, **27**, 1939, p. 593.

(1) Séance du 15 avril 1946.
(2) *Trans. Faraday Soc.*, **33**, 1937, p. 136.
(3) *Current Science*, **6**, 1938, p. 501.
(4) *Proc. Phys. Soc.*, **52**, 1940, p. 480.

Étant donnée l'importance du coefficient d'absorption dans les études des liquides et devant l'incertitude sur sa valeur, il nous a paru utile de reprendre les mesures.

Nous avons adopté la méthode de diffraction de la lumière dont le principe a été exposé par P. Biquard ([5]). Une cuve de verre de $4 \times 10 \times 50\ cm^3$ est remplie de sulfure de carbone chimiquement pur. Le quartz émetteur est disposé en haut. Au fond de la cuve, une couche de feutre a été placée de manière à éviter les ondes réfléchies. Les franges de diffraction sont photographiées et l'absorption des ultrasons est déduite de l'étude du noircissement de la frange centrale pour diverses positions du faisceau lumineux. Déjà à l'œil nu, sur l'écran dépoli, on constate une forte absorption des franges en déplaçant la cuve de quelques centimètres. Pour une faible intensité ultrasonore, on distingue nettement le spectre du 4e ordre à une distance de $2^{cm},8$ du quartz émetteur. On ne voit plus que le 2e ordre à 6^{cm}. Et à 20^{cm} toutes les franges ont disparu. L'appareil photographique possède un châssis spécial, qui permet d'enregistrer tous les clichés correspondant aux diverses positions sur une même plaque.

Nous avons ainsi enregistré 9 figures de diffractions à 9 différentes hauteurs.

Pour comparer les intensités relatives des raies centrales des différents spectres, nous avons passé le cliché au microphotomètre Zeiss. L'étude du noircissement a été réalisée avec un coin absorbant étalonné. Toutes les précautions habituelles de développement des plaques ont été respectées. Le coefficient d'absorption a été calculé d'après la méthode indiquée par P. Biquard ([4]). Pour une fréquence de $1,63.10^6$, le quotient α_0/N^2 du coefficient d'absorption par le carré de la fréquence est 4511.10^{-17}.

Le tableau suivant donne les résultats numériques obtenus par Parthasarathy et moi-même, à l'aide de la méthode photographique, ainsi que les résultats de E. G. Richardson à l'aide de la méthode du fil chaud et de J. Claeys, J. Errera et H. Sack à l'aide de la pression de radiation.

N.......	$0,287.10^6$.	$0,87.10^6$.	$1,6.10^6$.	$3,6.10^6$.	7.10^6.	0,2 à $1,085.10^6$.
$(\alpha_a/N^2).10^{17}$....	19,200	22,000	4,500	6,150	7,290	20
	J. Claeys, J. Errera et H. Sack		Ouang	Parthasarathy		E. G. Richardson

Il semble donc bien que la valeur donnée par E. G. Richardson soit trop faible. Sa méthode, bien que très ingénieuse, présente cependant des inconvénients pour la mesure de α_a. La convection des liquides à l'endroit où se trouve le fil chaud (30°C. au-dessus de la température ambiante) trouble probablement le phénomène.

([5]) *Ann. de Phys.*, 6, 1936, p. 195.

CHALEUR. — *Sur la vitesse d'évaporation du soufre dans l'air.* Note (¹) de MM. **Georges Fouretier** et **André Boullé**, présentée par M. Albert Demolon.

La pression maxima de vapeur du soufre à la température ordinaire est extrêmement faible. Elle a été mesurée, notamment par Taillade (²), par la méthode du courant gazeux à faible pression et par l'un de nous par une méthode absolue (³). On en déduit en particulier que la molécule de vapeur de soufre est S_8.

La présente Note rapporte les principaux résultats des mesures faites sur la vitesse d'évaporation du soufre dans l'air à la pression ordinaire à des températures variant de 30 à 50° C. Pour ces températures, la pression de vapeur du soufre varie de 8.10^{-6} à 35°, à 44.10^{-6} mm Hg à 50°.

Nous avons essayé la méthode du courant gazeux à la pression atmosphérique (courant d'air passant sur une série de lames saupoudrées de soufre puis sur une série de lames absorbantes en cuivre); les résultats de ces essais concordent avec les mesures de pression maxima citées plus haut; ce qui montre que l'évaporation du soufre et sa fixation par le cuivre ont lieu normalement sans réaction chimique appréciable du fait de l'air. Mais l'évaporation est considérablement freinée en raison de la très faible vitesse de diffusion du soufre dans l'air à la pression atmosphérique.

Nous avons alors envisagé d'évaporer le soufre dans l'air dans des conditions définies d'une autre manière. Dans un thermostat parcouru *par un très lent courant d'air*, des lames saupoudrées de soufre sont *recouvertes* par des lames de cuivre situées à petite distance (lames $6^{cm},5 \times 9^{cm}$, écartées de 2^{mm}). Entre la lame soufrée et la lame de cuivre, il s'établit alors par diffusion dans la couche d'air presque immobile, un courant de vapeur de soufre de vitesse proportionnelle au gradient de pression de cette vapeur. Or cette pression est égale à la tension maxima au contact de la lame soufrée, du moins si l'évaporation n'est pas trop rapide, et elle est nulle au contact du cuivre.

En fait, de nombreuses expériences, effectuées avec diverses variétés de soufre pur et de minerais natifs finement divisés et répartis à des densités superficielles initiales comprises entre 0,05 et 0,7 mg/cm², montrent que, pour les densités superficielles supérieures à 0,1 mg/cm² (en soufre), la vitesse d'évaporation est sensiblemenl la même pour toutes les variétés. On observe toutefois que :

1° le soufre trituré (⁴) s'évapore plus lentement que les autres variétés, ce qui a déjà été signalé;

(¹) Séance du 13 mai 1946.

(²) *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 836.

(³) Fouretier, *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 194.

(⁴) Le soufre trituré est du soufre natif fondu, puis broyé.

2° le soufre des minerais s'évapore, à densités superficielles égales en soufre, légèrement plus vite, au moins au début de l'expérience. Le tableau ci-dessous résume les résultats de quelques essais choisis dans un ensemble. Le détail de ces expériences paraîtra dans un autre Recueil.

$\theta = 44°4/10$.	Perte horaire moyenne (en 1/100 mg).	Temps (en heures) (*).	Densité (en soufre mg/cm²) initiale (δ_0).	Densité (en soufre mg/cm²) finale (δ_f).
Fleur de soufre : essai *a*....	1,70 1,73 1,70	0-206 206-421 421-631	0,67	0,44
» : » *b*....	1,27 1,25	0-117,5 117,5-207,5	0,14	0,058
Soufre trituré............	1,27 1,32	0-144 144-276	0,38	0,27
Minerai natif à 10 %.......	1,49 1,50	0-163 163-275	0,13	0,072

(*) sur lequel porte la moyenne précédente.

Le calcul approché de la vitesse de diffusion du soufre dans l'air à la pression ordinaire (compte tenu que la vapeur de soufre correspond à la molécule S_8) donne un résultat du même ordre. Les vitesses ainsi mesurées sont peu modifiées si, au lieu d'opérer en atmosphère sèche, on opère en atmosphère saturée de vapeur d'eau.

Enfin les vitesses d'évaporation varient très peu avec la densité superficielle δ lorsque celle-ci est supérieure à 0,1 mg/cm² (en soufre) aussi bien pour le soufre pur que pour du minerai à 10 %. Pratiquement, on peut dire que :

1° pour les soufres purs, l'évaporation étant prolongée jusqu'à disparition totale du soufre épandu sur les lames, la vitesse avec laquelle sont vaporisées les dernières particules (par exemple lorsque $\delta \leqq 0,01$ mg/cm²) est encore la moitié de la vitesse mesurée au cours de l'évaporation, quand δ variait de 0,5 à 0,1 mg/cm²;

2° pour les minerais pauvres à 10 % de soufre, on n'observe une dimiuution rapide de la vitesse d'évaporation que pour les valeurs de la densité $\delta \leqq 0,1$ mg/cm², mais, dans ce cas, la dilution du soufre par la gangue du minerai suffit à expliquer un tel résultat.

Ces conclusions sont nettement mises en évidence sur les courbes représentant, pour les diverses variétés de soufre étudiées, la variation de la vitesse d'évaporation en fonction de la densité superficielle.

En résumé, les expériences montrent que, lors de l'évaporation du soufre dans l'air : 1° il n'y a pas de réaction chimique importante; 2° la vitesse limite d'évaporation, dont l'existence était facile à prévoir, est presque atteinte pour des lames soufrées de densités superficielles extrêmement faibles.

ÉLECTRICITÉ. — *La contre-émission secondaire dans les fibres électriques.* Note de MM. **Marcel Pauthenier, Lucien Demon** et **Émile Laurent**, présentée par M. Aimé Cotton.

I. On constate, en général, à la mise en route des *précipiteurs* électriques de poussières isolantes, qu'au bout de quelques instants, et particulièrement aux températures élevées, la précipitation devient défectueuse, cependant que le courant d'alimentation de l'appareil croît et que la tension de claquage s'abaisse. Nous avons pu constater que l'augmentation du courant d'ionisation est due à une émission secondaire, à travers le dépôt de poussières, sur l'électrode de précipitation. Cette émission est accompagnée d'une nappe lumineuse semée d'aigrettes. Les fils étant négatifs dans les précipiteurs électriques, nous avons donné à cette émission inverse le nom de contre-émission positive; mais nous verrons que le phénomène est général.

Si cet essai a lieu en atmosphère chaude, l'émission est plus intense, une élévation de température à pression constante équivalant à un abaissement de pression.

II. Si l'on place une pointe métallique en face d'un plateau métallique, et qu'on établisse la tension, un courant d'ionisation prend naissance dès que la tension dépasse à la pointe le seuil de l'effet couronne. Si l'on recouvre le plateau d'une substance poreuse et isolante (papier filtre, tissu de soie) ou d'un isolant solide perforé (mica, celluloïd), le courant d'ionisation augmente brusquement et chaque trou est le siège d'une aigrette.

Nous avons analysé le courant à l'oscillographe cathodique lorsque le diélectrique ne présente qu'un seul trou. La courbe a l'aspect d'une oscillation de relaxation dont la fréquence croît avec la tension appliquée entre la pointe et le plateau. Le diélectrique, au voisinage du trou, joue donc le rôle d'un condensateur. Ce condensateur, chargé par les ions primaires issus de la pointe, se décharge dès que sa tension atteint le potentiel explosif, et c'est cette décharge qui produit l'émission secondaire.

Un papier-filtre, un tissu, un diélectrique perforé jouent donc le rôle d'une mosaïque de petits condensateurs indépendants chargés par les ions primaires.

Pour une surface donnée, l'émission secondaire est proportionnelle au nombre de trous; c'est ce qui explique l'efficacité des substances poreuses. L'épaisseur de la substance doit être de l'ordre de grandeur du diamètre des trous.

III. Nous avons mesuré le champ électrique, à l'intérieur des pores d'une substance poreuse, en utilisant la force qui applique celle-ci sur l'électrode métallique sous-jacente.

Le dispositif réalisé comprend un anneau de bakélite de 60^{mm} de diamètre sur lequel nous avons tendu et collé une feuille de papier-filtre de 20/100 de millimètre d'épaisseur. Cet anneau est suspendu à un ressort étalonné, formant

dynamomètre, par l'intermédiaire de trois fils de soie. Au-dessus du papier, et à quelque distance, se trouve la pointe reliée à la haute tension; au-dessous, une électrode métallique plane reliée à la terre et sur laquelle s'appuie le papier.

Si nous élevons le potentiel de la pointe, l'émission ionique se produit et le papier est énergiquement appliqué sur la plaque métallique. A ce moment, par un dispositif approprié, nous arrachons le papier (suivant une direction bien perpendiculaire à la plaque) et nous mesurons la flèche du ressort étalonné.

Le tableau suivant donne le résultat de ces mesures.

Tension en volts entre pointe et plateau.	10000.	15000.			20000.
Distance (en mm) entre pointe et plateau.......	32	21	24	32	32
Force d'arrachement en grammes................	27	28	28	28	28

On remarque : 1° que cette force est indépendante de la tension pointe-plateau; 2° qu'elle est indépendante de la distance pointe-plateau.

Si l'on calcule le champ électrique, on trouve $E \# 70.000$ volts/cm avec une précision de 4 pour 100. Ce champ est indépendant de la polarité de la pointe.

Nous avons, d'autre part, déterminé le champ électrique par des mesures directes, en métallisant une partie de la surface et en déterminant à l'électromètre la tension prise par cette région. Nous avons trouvé également 68.000 V/cm. Des essais effectués sur des tissus ont donné la même valeur.

Il est remarquable que ces résultats coïncident pratiquement avec le potentiel explosif en air normal donné par les tables pour la distance de $0^{mm},2$ entre plans. La surface poreuse peut donc bien être assimilée à une mosaïque de petits condensateurs indépendants qui se déchargent lorsque la tension a atteint le potentiel explosif. Ces décharges sont accompagnées d'une émission ionique se dirigeant vers la pointe.

Au point de vue technique, ce phénomène domine en fait le problème de la précipitation électrique; si l'on ne sait pas l'empêcher, il est extrêmement nuisible, puisqu'il libère dans la région gazeuse chargée de poussières des ions des deux signes.

ÉLECTROCHIMIE. — *Méthode de microdosage polarographique de l'eau oxygénée.* Note [1] de M. **Henri Pellequer**, présentée par M. Louis Hackspill.

La méthode polarographique permet de préciser le mécanisme de la réduction de solutions contenant de l'oxygène dissous. L'expérience montre en effet que l'addition de gélatine ou de tylose, selon la technique habituelle, permet d'obtenir des enregistrements ne présentant aucun maximum et mettant en évidence deux paliers très nets. Les hauteurs h_1 et h_2 de ces deux paliers

---

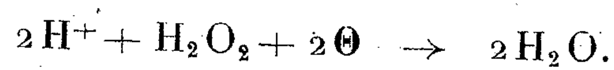
([1]) Séance du 6 mai 1946.

correspondent, pour le premier, à la réduction de l'oxygène en solution selon le processus



$$2H^+ + O_2 + 2\ominus \rightarrow H_2O_2,$$

et, pour le deuxième, à la réduction de l'eau oxygénée ainsi formée, conformément au schéma



$$2H^+ + H_2O_2 + 2\ominus \rightarrow 2H_2O.$$

Commme d'autre part on a [2]

$$h_1 = K(O_2) = h_2 = K(H_2O_2),$$

il en résulte que la réduction de l'oxygène au niveau de l'interphase mercure/solution se fait avec un rendement de 100 %.

Si l'on ajoute à une telle solution une certaine quantité d'eau oxygénée, on constate alors que la courbe polarographique a même allure, mais que h_2 est supérieur à h_1; la différence Δh correspond à la quantité d'eau oxygénée ajoutée.

En solution franchement acide, ces paliers ne présentent pas la netteté exigée en vue d'une détermination quantitative rigoureuse, aussi est-ce pourquoi l'on a opéré à différents pH compris entre 5 et 10, conditions qui, ainsi qu'on le sait, font diminuer la stabilité de l'eau oxygénée.

Dans ces conditions, il était nécessaire d'effectuer une étude de la stabilité dans ce domaine de pH [3], afin d'apprécier la validité des données polarographiques. En fonction du temps, on constate que Δh diminue assez rapidement, mais que, si l'on considère $h_3 = h_1 + h_2$ (*fig* 1), cette grandeur diminue

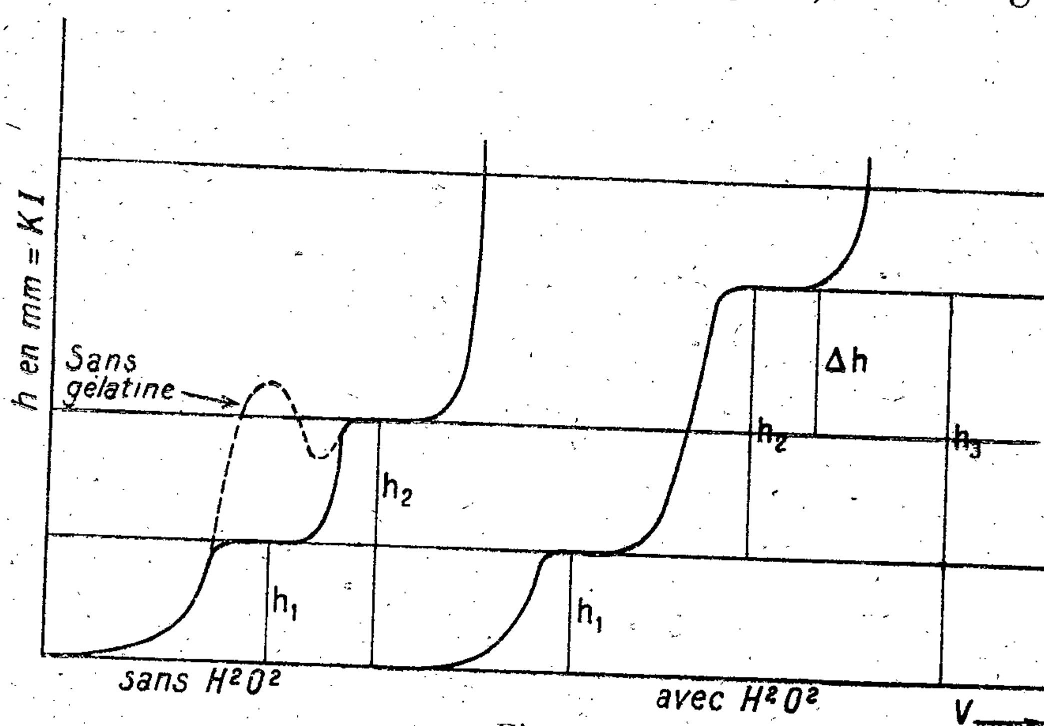


Fig. 1.

plus lentement; ce résultat est dû à un effet de compensation : à mesure que H_2O_2 se décompose, la concentration en oxygène augmente, donc h_1 s'élève,

---

([2]) Heyrovsky, *Polarographie*, Wien, 1941, p. 289.

([3]) La solution de base était de l'acide sulfurique dont on a fait varier le pH par additions successives de CO_3Na_2 $n/10$.

et compense dans une certaine mesure la diminution de h_2 qui en dépend. De cette étude de l'évolution de l'amplitude des vagues polarographiques, il ressort que durant la première demi-heure, h_3 reste à peu près constant. En 30 minutes, la variation Δh_3 est de 2 % pour une solution de pH égal à 5 et de 3 % pour une solution de pH égal à 10.

Il en résulte donc pratiquement que les données polarographiques, enregistrées dans un laps de temps inférieur à 30 minutes, peuvent fournir les éléments d'une méthode correcte de dosage de l'eau oxygénée.

La sensibilité de cette méthode a été déterminée par comparaison avec les résultats obtenus par iodométrie.

Cette étude a conduit aux résultats suivants :

Dans un domaine de concentration relativement faible allant de 0 à 2.10^{-3} équivalent-gramme de H_2O_2, les variations de h_3, h_2, Δh, en fonction de la concentration en eau oxygénée, sont linéaires (*fig.* 2). Les pentes de ces différentes droites sont sensiblement égales.

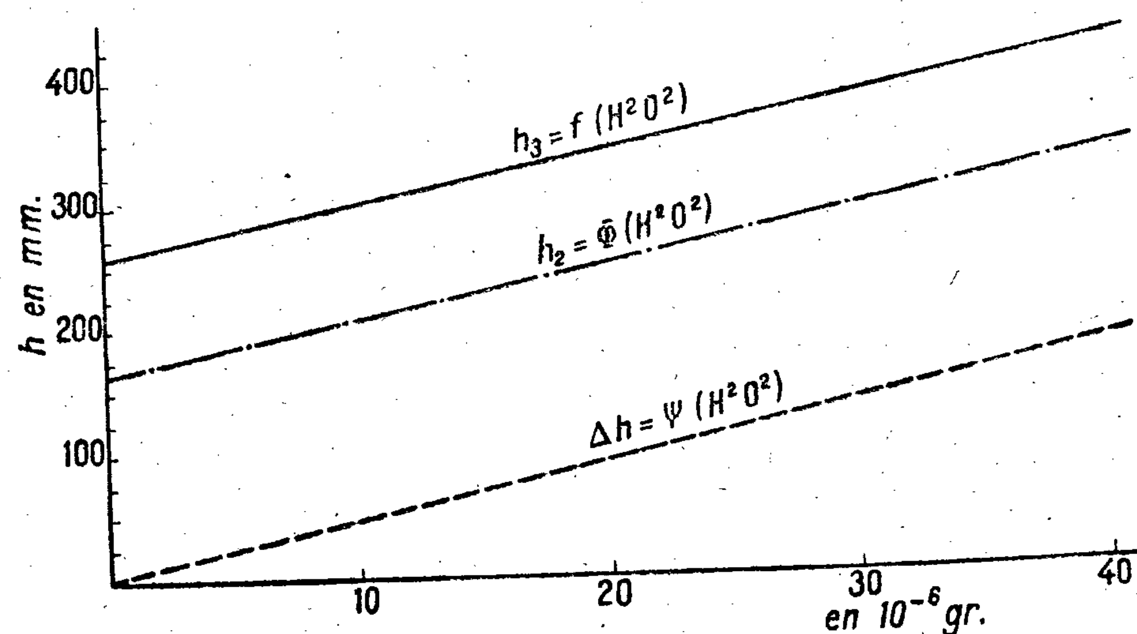


Fig. 2.

Les données représentées par la figure 2 conduisent à admettre que la méthode polarographique permet de déceler des quantités de 10^{-7} gramme sur des prises d'essai de 2^{cm^3}, soit $2,9.10^{-6}$ équivalent-gramme par litre.

ÉLECTROCHIMIE. — *Étude théorique de l'ionisation et de la décharge des ions. Application à l'interprétation de certains écarts observés entre la théorie et l'expérience.* Note (1) de M. **Maurice Bonnemay**, présentée par M. Louis Hackspill.

On a montré (2) l'avantage que l'on peut tirer de la considération des courbes énergie potentielle-distance des complexes électrode ion déchargé et électrode ion solvaté, pour la compréhension des phénomènes de surtension. L'utilisation de ces mêmes courbes permet également de préciser le mécanisme de la

(1) Séance du 6 mai 1946.

(2) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 793.

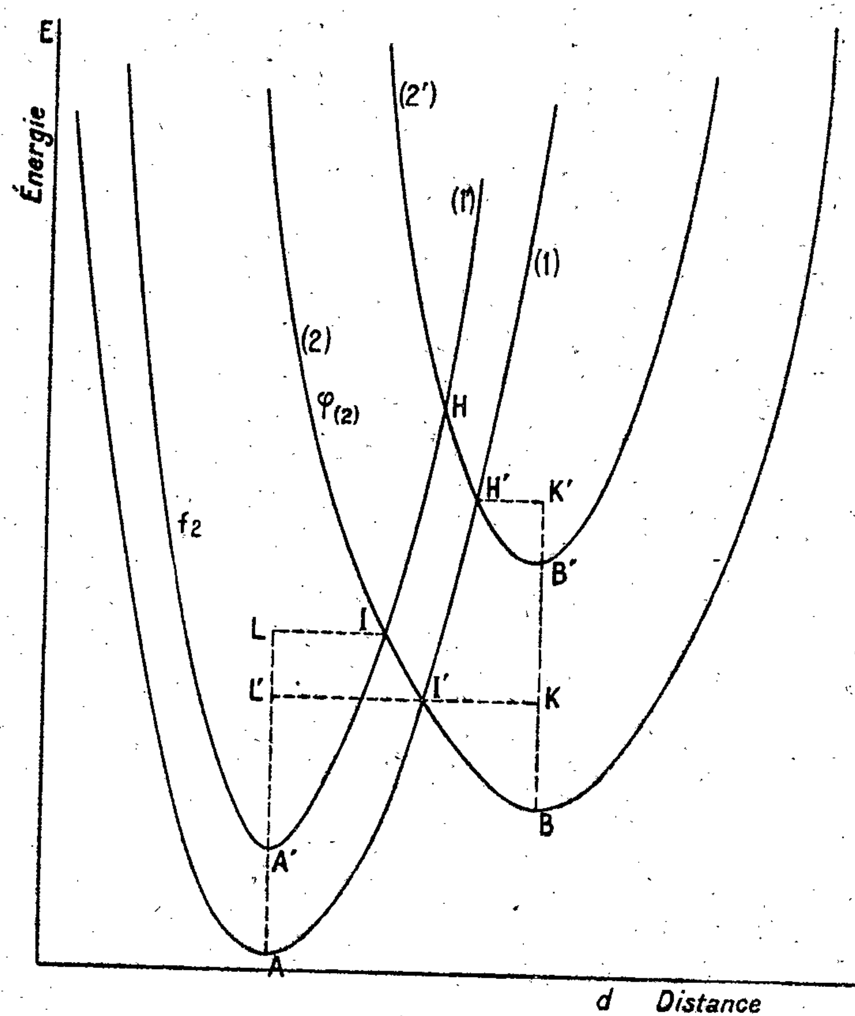
décharge et de l'ionisation et d'expliquer certains écarts expérimentaux qui apparaissent quand on veut vérifier la formule de R. Audubert reliant la densité de courant à la surtension

$$\mathcal{J} = \mathrm{A}\, e^{-\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{RT}}} e^{\frac{\alpha \mathrm{FZ}\eta}{\mathrm{RT}}} \left(1 - e^{-\frac{(\alpha+\beta)\mathrm{ZF}\eta}{\mathrm{RT}}}\right); \tag{1}$$

α, coefficient de transfert d'énergie de l'ion solvaté; β, coefficient de transfert d'énergie de l'ion déchargé; W, énergie d'activation de décharge; A, constante; F, Faraday; Z, valence; R, constante des gaz parfaits; T, température; η, surtension.

Dans cette formule on est conduit à admettre $\alpha + \beta = 1$ à courant nul; or, très généralement, on observe $\alpha + \beta < 1$ pour un courant donné.

Pour expliquer cet écart, considérons les courbes énergie potentielle-



B'K' < BK.
BK, B'K', énergies d'activation de décharge W.
A'L', AL, énergies d'activation d'ionisation W'.
A'L' < AL.

distance des deux complexes précités. On voit, sur ces courbes, la représentation géométrique de l'énergie d'activation du processus de décharge W et celle de l'énergie W' qui se rapporte à l'ionisation. Rappelons de plus que, dans une Note précédente, on a donné les expressions de α et β en fonction des pentes f'_1 et Ψ'_1 des courbes 1 et 2 à leur point d'intersection I

$$\alpha = 1 - \frac{1}{1 - \dfrac{\Psi'_1}{f'_1}}, \tag{2}$$

$$\beta = \frac{1}{1 - \dfrac{\Psi'_1}{f'_1}}, \tag{3}$$

ce calcul étant fait dans l'hypothèse suivante :

Quand l'un des deux complexes considérés subit une variation d'énergie, la courbe correspondante subit une translation parallèle à l'axe de E d'amplitude égale à la variation d'énergie mise en jeu. Plaçons-nous alors dans des conditions expérimentales telles que la courbe 2 reste fixe (densité de courant constante); nous voyons que l'énergie de décharge sera d'autant plus faible que la courbe 1 sera plus basse : *la décharge se fera donc de préférence pour des régions de l'électrode pour lesquelles la courbe 1 est basse.*

Examinons maintenant dans les mêmes conditions l'énergie d'ionisation W'. On voit que W' est d'autant plus faible que la courbe 1 est plus haute. *L'ionisation se produira donc de préférence à partir de régions de l'électrode auxquelles correspond une courbe 1 haute.* Autrement dit, en moyenne le chemin énergétique suivi à la décharge n'est pas le chemin inverse de celui qui correspond à l'ionisation.

Il en résulte que le calcul de α expérimental (coefficient de transfert intervenant dans le processus de décharge) devra se faire à partir des pentes des courbes 1 et 2 en I, alors que celui de β devra se faire à partir des mêmes grandeurs en I', et l'on voit de suite que

$$\beta_{I'} < \beta_I \quad \text{car} \quad \begin{cases} \psi_{I'} < \psi_I, \\ f_{I'} > f_I; \end{cases}$$

il en résulte que l'on a

$$\alpha_I + \beta_{I'} < \alpha_I + \beta_I,$$

mais $\alpha_I + \beta_I = 1$, donc $\alpha_I + \beta_{I'} < 1$.

On voit donc qu'il est normal que l'expérience donne $\alpha + \beta < 1$ et que par suite la formule (1) se trouve correctement vérifiée par l'expérience.

MAGNÉTISME. — *Les* isothermes magnétiques *du composé défini ferromagnétique* Cr Te *et la variation de son aimantation spontanée en fonction de la température.* Note de M. **Charles Guillaud**, présentée par M. Aimé Cotton.

Les isothermes du nickel, depuis la température ordinaire jusqu'au-dessus du point de Curie, ont été publiées par P. Weiss et R. Forrer [1]. Il était intéressant, pour la connaissance du ferromagnétisme, d'étendre cette étude à d'autres métaux et alliages.

Sur la figure 1 sont représentées les isothermes du composé Cr Te depuis 20° K. jusqu'à 363° K., le point de Curie étant 339° K. Aux basses températures nous observons une grande variation de l'aimantation dans les champs faibles, puis une branche hyperbolique qui représente l'approche de la saturation (la loi d'approche au $1/H$ est linéaire). Au-dessus de 236° K., il se produit, dans les champs forts, un accroissement de l'aimantation proportionnel à celui du champ (la loi d'approche vers la saturation n'est plus hyperbolique); puis, au voisinage du point de Curie, les isothermes deviennent curvilignes. Le point de Curie n'apparaît pas sur ces courbes. L'aimantation spontanée (obtenue par

[1] *Annales de Physique*, 5, 1926, p. 151.

intrapolation jusqu'à H = 0) disparaît progressivement. Par exemple à 334°K. il y a visiblement une aimantation spontanée ; nous n'en observons plus à 342°K.

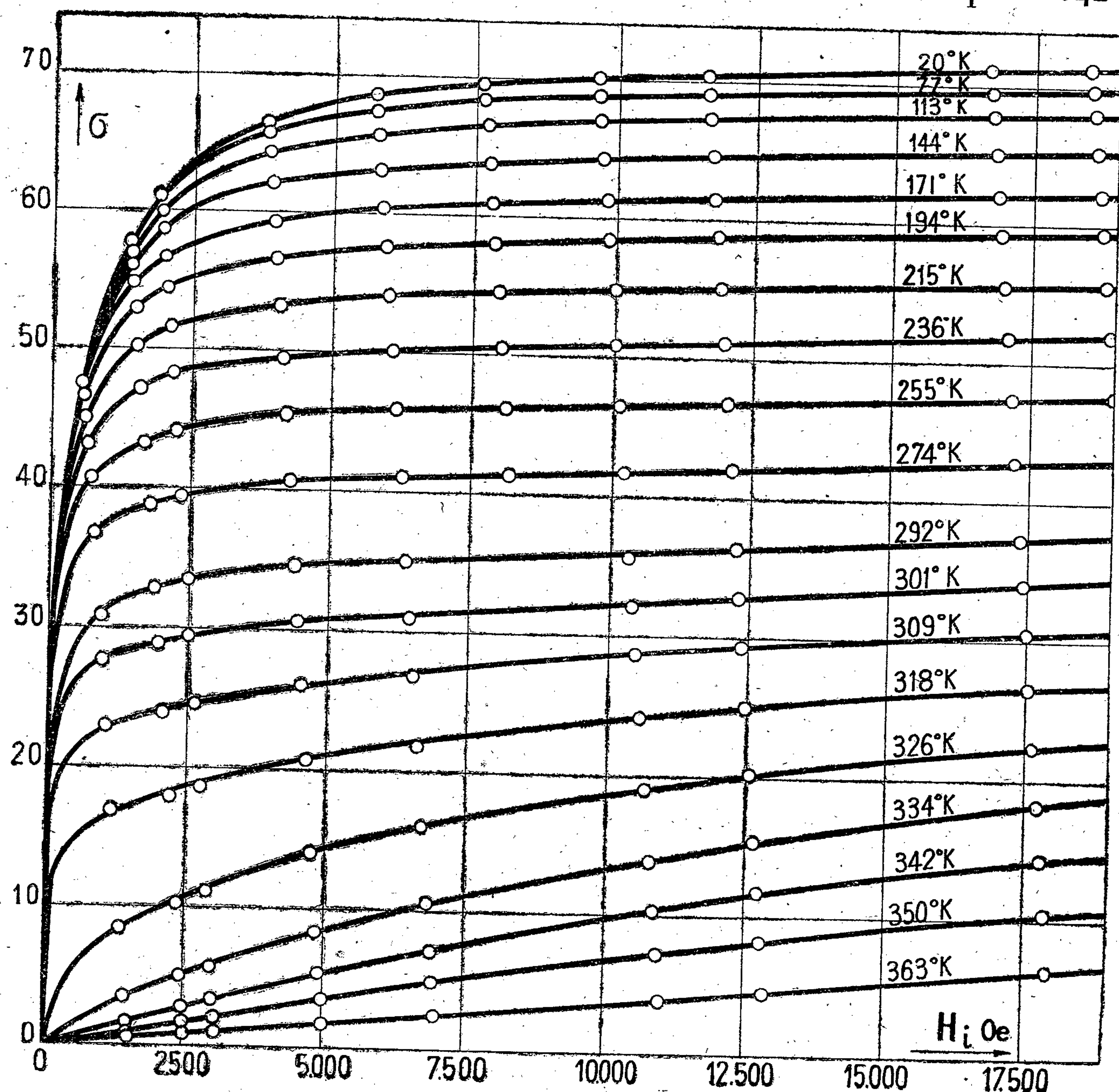


Fig. 1.

Au-dessus du point de Curie la courbure des isothermes diminue et la proportionnalité de l'aimantation au champ, caractérisant l'état paramagnétique, n'est vérifiée qu'au-dessus de 360°K.

Nous avons déterminé l'aimantation σ_s aux différentes températures T et tracé la courbe expérimentale $\sigma_s/\sigma_0 = T/\theta$, σ_0 étant l'aimantation spontanée à 0°K. et θ le point de Curie ; cette courbe est marquée par des points sur la figure 2. Sont représentées également, sur cette même figure, les courbes calculées ([2]) d'après les formules résultant de l'hypothèse du champ moléculaire de P. Weiss, en donnant au moment cinétique j les valeurs 1/2, 1, 2

([2]) Pour la méthode de calcul, consulter par exemple R. Becker et W. Doring, *Ferromagnetismus*, Berlin, 1939.

(théorie quantique) et ∞ (théorie classique de Langevin). D'après la figure $j \geqq 2$. La conclusion $j=2$ entraînerait, pour l'atome de chrome, un moment de 4 magnétons de Bohr en négligeant le moment des trajectoires

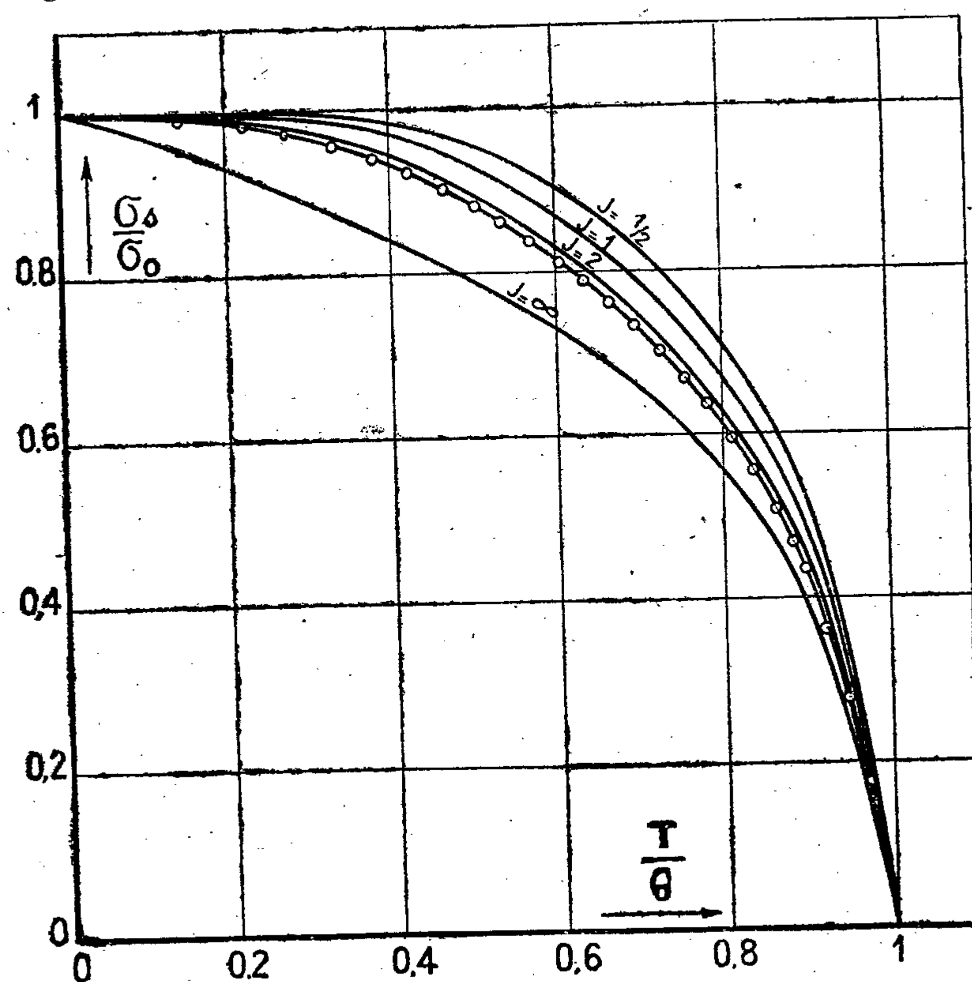


Fig. 2.

électroniques, et un état probable $3d^6$. Or l'étude ferromagnétique que nous avons faite du composé CrTe nous a donné un moment de 2,39 magnétons de Bohr (l'écart serait encore acccentué si $j>2$). La théorie du ferromagnétisme ne peut donc s'appliquer sans hypothèse supplémentaire justifiant le déficit de l'aimantation. Nous avons déjà discuté cette question dans un travail précédent ([4]). Nous reprendrons cette étude en y joignant d'autres données expérimentales.

SPECTROSCOPIE. — *Extension du système de bandes* $A(^3\Sigma)-X(^1\Sigma)$ *de la molécule d'azote*. Note de M[me] **Renée Herman**, présentée par M. Jean Cabannes.

Ces bandes d'intercombinaison, découvertes par Végard dans l'azote solide et par Kaplan dans l'azote gazeux pur, ont été plus récemment étudiées par Wulf et Melvin ([1]) et par Janin ([2]). Ces derniers ont pu analyser la structure de rotation de quelques bandes des progressions $v'=0$ et $v'=1$. Jusqu'ici seul Kaplan avait observé des bandes de la progression $v'=2$; il s'agit des bandes ultraviolettes 2424 Å (2,5), 2560 Å (2,6) et 2710 Å (2,7).

Dans le spectre visible, Bernard a observé de nombreuses bandes du système

([3]) Charles Guillaud, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 386.
([4]) Ch. Guillaud, *Thèse*, Strasbourg, 1943.

([1]) *Phys. Rev.*, 55, 1939, p. 687.
([2]) *Thèse* (non imprimée), Paris, 1946.

Végard-Kaplan dans un mélange d'argon et d'azote; il a mesuré leurs longueurs d'onde qu'il a trouvées en bon accord avec celles que donne la formule de Herzberg ([3]). Ces bandes avaient été déjà découvertes et identifiées dans le ciel nocturne par Cabannes et Dufay ([4]). Ces auteurs en ont repris l'étude récemment ([5]) : les progressions observées vont de $v' = 0$ à $v' = 6$ et les longueurs d'onde mesurées, en bon accord avec la formule donnée par Janin, s'écartent systématiquement de la formule de Herzberg.

Cette contradiction entre les mesures faites au laboratoire et sur le ciel nocturne, dans le spectre visible, m'a conduite à reprendre au laboratoire l'étude du système de Végard-Kaplan et à l'étendre vers des valeurs plus élevées du nombre quantique v'. *J'ai réussi,* dans des conditions expérimentales qui seront décrites ailleurs, *à observer les progressions correspondant à des valeurs élevées de v' au voisinage des deux branches de la parabole de Franck-Condon.*

Les longueurs d'onde des radiations observées figurent dans le tableau ci-dessous.

v''. v'....	0.	1.	2.	3.	4.	5.
2.......	2215,1	(2146,6)	–	–	–	–
3.......	2332,6	2257,2	2187,8	2123,5	–	–
4.......	2461,4	2377,6	2300,7	2229,9	(2164,5)	–
5.......	2603,5	2509,9	2424,4	2346,0	2274,0	(2207,2)
6.......	2760,7	2655,6	2560,1	(2472,5)	–	2319,7
7.......	2935,7	2817,1	2709,8	–	2523,4	2441,8
8.......	–	2997,0	–	–	2666,6	2576,0
9.......	3151,5	3198,0	–	–	–	–
10.......	3601,9	3425,2	–	–	–	–
11.......	3887,9	3682,4	3501,9	–	–	–
12.......	–	3977,9	3766,9	3581,8	–	–
13.......	–	–	(4071)	3855,2	–	–
14.......	–	–	–	(4169)	3948,1	–
15.......	–	–	–	–	4272,3	–

La précision obtenue varie de quelques dixièmes d'angström (pour les plus grandes longueurs d'onde) à un dixième (pour les plus petites). Au-dessus de 2800 Å la présence du deuxieme système positif, bien que son intensité soit relativement faible, gêne les mesures. Au-dessous de 2800 Å au contraire, on observe aisément un grand nombre de bandes des progressions qui vont de $v' = 0$ à $v' = 5$.

Dans l'ensemble, mes têtes de bandes coïncident avec celles que donne la formule de Janin. Du côté des grandes longueurs d'onde, les nombres figurant dans le tableau ci-dessus, ainsi que la répartition des intensités dans chaque progression, sont en désaccord avec les résultats de Bernard.

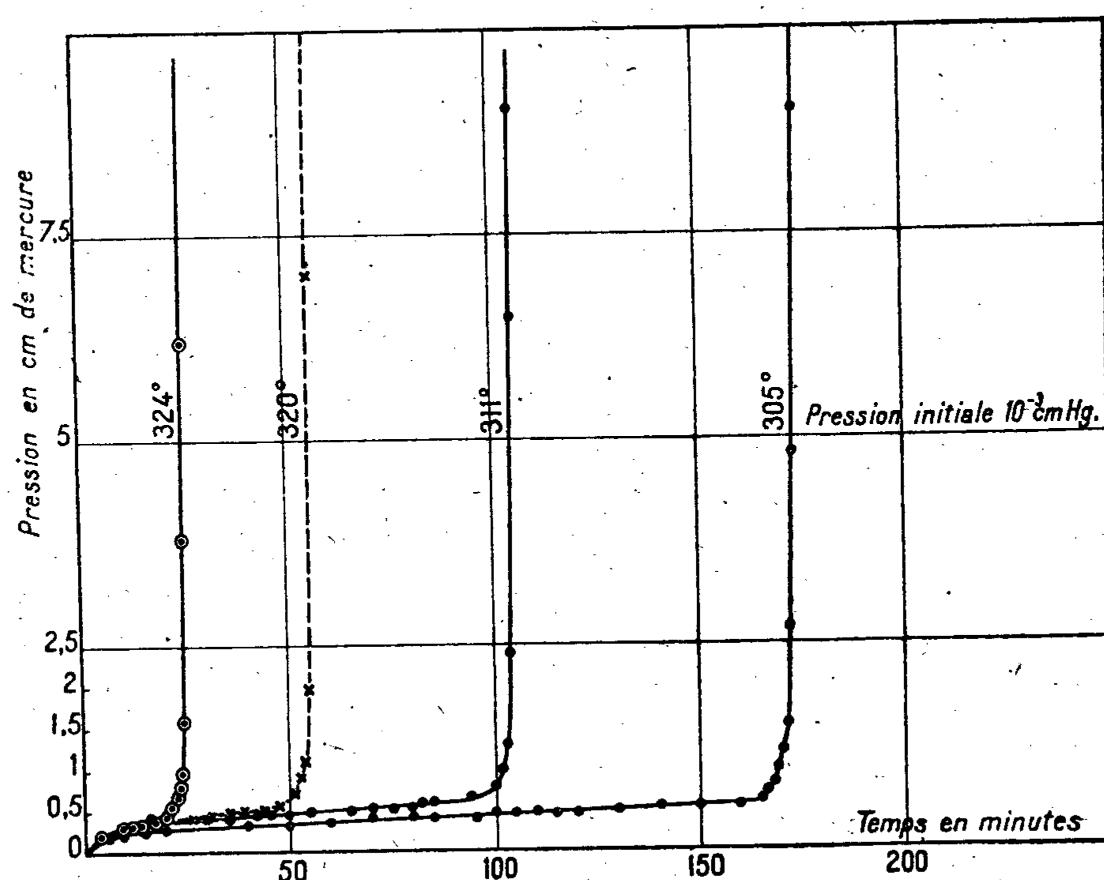
([3]) *Thèse,* Paris, 1940; J. KAPLAN, *Phys. Rev.*, **45**, 1934, p. 898.

([4]) *Comptes rendus,* **200**, 1935, p. 1504.

([5]) *Annales d'Astrophysique* (sous presse); d'après une communication privée.

PHOTOCHIMIE. — *Mécanisme de la thermolyse de* N_3Na. Note de M. **René Audubert** et Mme **Jane Robert-Lung**, présentée par M. Louis Hackspill.

La thermolyse de l'azoture de sodium s'accompagne d'émission de rayonnement ultraviolet dont la mesure au moyen des compteurs photoélectriques révèle deux réactions photogéniques caractérisées par une énergie d'activation différente : au-dessous de $365 \pm 8^{\circ}$ elle est de $46\,000^{cal}$ et au-dessus de cette température elle est de $23\,000^{cal}$ (1). D'autre part l'étude de la cinétique montre que la variation de la pression d'azote dégagé en fonction du temps possède une allure représentée dans la figure.



Toutes ces courbes mettent en évidence l'existence de deux processus différents dans le mécanisme de la décomposition. A la réaction lente par laquelle débute la dissociation, succède au bout d'un temps θ, fonction lui-même des conditions de l'expérience (pression initiale et température), une réaction rapide qui dans certains cas devient explosive.

Nous nous sommes demandé si les deux énergies d'activation mises en évidence par l'analyse photogénique n'étaient pas elles-mêmes en rapport étroit avec les deux formes différentes de la cinétique de la décomposition. Mais, comme les déterminations des énergies d'activation par la mesure du

---

(1) Séance du 6 mai 1946.

(2) R. Audubert, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1192; *Journ. Chem. Phys.*, 402, 1937, p. 410.

rayonnement ultraviolet émis ont été faites pour des décompositions effectuées à la pression atmosphérique, il nous a été nécessaire d'étudier systématiquement la cinétique de la thermolyse en fonction de la pression initiale et de la température, de façon à pouvoir comparer entre elles, toutes choses égales, la température de transition déterminée photogéniquement et celle d'apparition du processus rapide dans la thermolyse.

De l'ensemble de ces résultats se dégagent des conclusions relativement simples : le temps θ diminue, à pression initiale égale, quand la température augmente et, à température constante, augmente quand la pression initiale croît.

Du réseau de courbes obtenues on déduit, par extrapolation, la température à laquelle, à la pression atmosphérique, la réaction rapide s'amorce en un temps de l'ordre de celui exigé pour les mesures photogéniques (5 minutes). Dans ces conditions on trouve $375^\circ \pm 10$, valeur très voisine de celle obtenue par photogénèse.

Ainsi cette concordance permet de penser que les deux processus émetteurs de photons, révélés par l'étude de ces réactions aux compteurs photoélectriques, sont reliés à chacun des deux processus cinétiques.

On pourrait imaginer que la décomposition de la substance se ferait, soit d'abord sur les arêtes des cristaux, soit, dans une deuxième phase, par propagation sur les faces cristallines avec amorçage de ramifications. Mais il ne faut pas oublier que les travaux récents de M[lle] Delay et de MM. Duval et Lecomte sur les modes de vibration de l'ion N_3 suggèrent la possibilité de structures différentes auxquelles correspondraient également les deux énergies d'activation photogéniques et les deux processus cinétiques observés.

MÉTALLURGIE. — *Position de la résistance à l'endurance des aciers par rapport à leur limite élastique dynamique.* Note (1) de M. **Alexandre Fotiadi**, présentée par M. Albert Portevin.

En vue de situer les résistances pratiques des aciers à l'endurance par rapport à ce que nous avons appelé (2) la *limite élastique dynamique*, nous avons exécuté des essais d'endurance sur un très grand nombre d'éprouvettes d'aciers utilisés dans les moteurs d'aviation à l'état trempé et revenu.

Les résultats de ces essais sont schématisés sur le graphique ci-après, qui a pour abscisse la résistance à la traction et pour ordonnée la résistance à l'endurance sous sollicitation par flexion rotative.

Les points représentatifs d'un même acier sont réunis par une courbe et les températures de revenu qui leur correspondent sont marquées en indice.

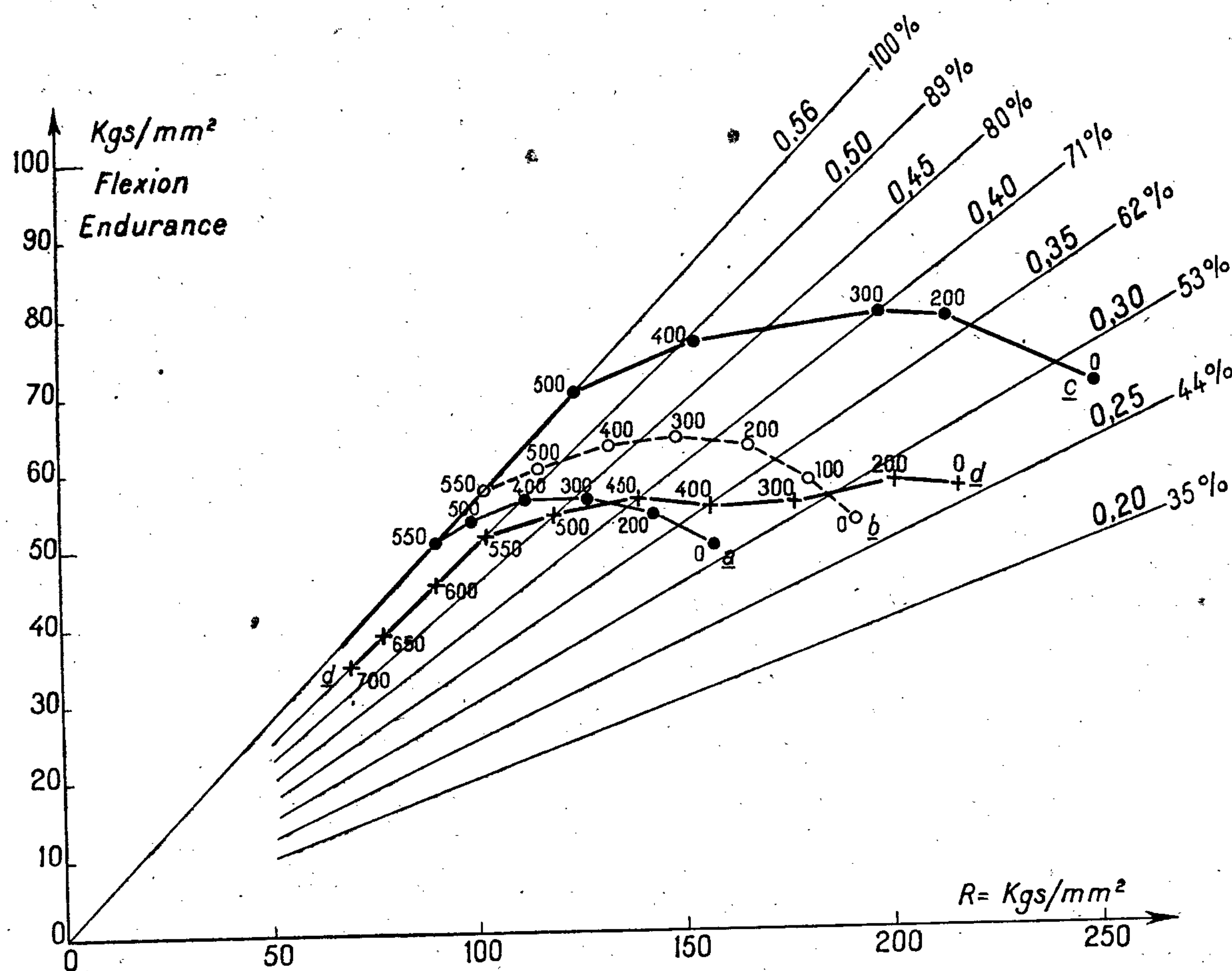
L'examen de ces courbes permet de constater que :

---

(1) Séance du 6 mai 1946.

(2) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 475.

1° Pour la zone de températures de revenu supérieures à environ 500 à 550°, la limite de fatigue des aciers est en général proportionnelle à leur résistance à la traction, le coefficient de proportionnalité étant de 0,56 (aciers *a*, *b*, *c*). Dans ce cas, elle est donc égale à leur limite élastique dynamique [1], et elle est mise en évidence très rapidement sur la courbe de Wöhler au bout de 1 à 2 millions d'alternances.



2° Pour les températures de revenu inférieures à cette zone, la résistance à l'endurance n'est plus proportionnelle à la résistance à la traction, et peut être inférieure à la limite élastique dynamique. Elle n'est pas nettement déterminée, la dispersion des points de la courbe de Wöhler étant assez forte, et elle est mise en évidence très tard, vers 10 à 50 millions d'alternances et souvent davantage.

3° Lorsque, pour la zone supérieure des températures de revenu, la courbe de certains aciers accuse une pente inférieure à 0,56 (acier *d*, pente = 0,50), nous avons pu, à l'aide d'une loupe binoculaire grossissant 140 fois, constater qu'à l'origine des brisures d'endurance se trouvaient des inclusions non métalliques qui étaient ainsi mises en évidence dans une zone périphérique dont l'épaisseur pouvait atteindre 1/10 du rayon.

L'examen de toutes les origines des brisures de tous les aciers que nous avons étudiés nous a permis de constater que les inclusions qui ont l'effet nocif le plus accusé sont :

dans les essais en long des fibres : les inclusions non laminées : globulaires

ou cristallines, dont les dimensions varient en général du centième au dixième de millimètre;

dans les essais en travers des fibres, les inclusions soit allongées, soit en alignement.

4° Lorsque les ruptures révèlent ainsi ces inclusions, nous avons constaté qu'elles ont, pour un même acier, un effet beaucoup plus marqué sur la baisse de la résistance à l'endurance lorsque les revenus ont été exécutés à basse température que lorsqu'ils ont été exécutés dans la zone supérieure. Pour certains aciers, nous n'avons pu repérer des inclusions à l'origine des brisures d'endurance que lorsque les revenus étaient exécutés à basse température.

5° Pour certains aciers dont les courbes, dans la zone supérieure des températures de revenu, se situent sur la droite de pente 0,56, ou très près de cette droite, nous avons cependant constaté, à l'origine des brisures, la présence d'inclusions laminées. Ceci montre que, dans ce cas, ces inclusions n'ont pas d'effet nocif marqué, du moins sur des échantillons de faible diamètre (5 ou 10^{mm}).

6° Les courbes des aciers pour lesquels nous n'avons pu voir aucune inclusion à l'origine des brisures, dans les essais en long, se sont toujours situées, pour la zone supérieure des températures de revenu, sur la droite de pente 0,56. Dans ces cas il y a concordance entre la limite de fatigue et la limite élastique dynamique.

On peut conclure de ces résultats qu'il serait possible de qualifier, par rapport à la limite élastique dynamique, les aciers, leurs traitements et leur élaboration, si l'on se place du point de vue de leur tenue dans les pièces de fatigue des moteurs.

MÉTALLURGIE. — *L'influence des inclusions oxydées sur le travers de l'acier.* Note ([1]) de M. **Louis Colombier**, présentée par M. Albert Portevin.

Étudiant l'influence du soufre sur la qualité de l'acier ([2]), nous avons insisté sur le fait que cette influence apparaît seulement par comparaison d'aciers contenant des micro-inclusions oxydées d'une même nature. Les micro-inclusions jouent en effet un rôle de premier plan dans la détermination des propriétés de l'acier.

Nous avons étudié à ce point de vue une centaine de coulées d'un acier au nickel-chrome-molybdène du type C 0,2; Ni 4,5; Cr 1,3; Mo 0,5. Ces aciers étaient élaborés dans des fours à haute fréquence de grande capacité (1,5 à 5 tonnes) garnis d'un réfractaire acide (silice). Différentes matières premières

---

([1]) Séance du 6 mai 1946.

([2]) *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 886.

ont été utilisées et des variantes ont été apportées dans le détail de la technique de l'élaboration. Ces aciers étaient parfaitement calmés et contenaient une quantité de silicium de 0,2 à 0,4 %, et du manganèse en quantité du même ordre. Pour chaque coulée, un lingot de 225^{kg} était réduit par forgeage au sixième environ de sa section primitive, et la barre ainsi obtenue, d'un diamètre de 95^{mm}, servait à l'étude du métal.

Cette étude comportait essentiellement la détermination de résiliences en long et en travers après des traitements de trempe et revenu tels que la résistance du métal variait de 100 à 130 kg/mm^2. Chaque coulée était affectée d'un double indice de qualité combinant les résiliences en long (L) et en travers (T) de l'acier traité pour une résistance de 115 kg/mm^2. Cet indice comprenait la somme $I = L + 2T$ et le rapport L/T, la coulée étant considérée d'une qualité d'autant meilleure que I était plus grand et L/T plus petit : I pouvait varier de 17 à 35 et L/T de 1,40 à 4,45.

Ainsi que nous l'avons montré ([2]), ces variations étaient expliquées, dans certains cas seulement, par les différences dans les teneurs en soufre. Nous avons alors cherché si les inclusions non métalliques pouvaient avoir une influence sur ces indices. L'étude micrographique nous a montré, dans certaines coulées seulement, quelques rares inclusions importantes, d'une dimension supérieure à deux ou trois dixièmes de millimètre, visibles à l'œil ou avec le faible grossissement d'une loupe, et pour lesquelles nous n'avons pas trouvé de relations avec nos indices de qualité. Par contre, tous les aciers étudiés contenaient des micro-inclusions dont la dimension ne dépassait pas deux ou trois centièmes et était le plus souvent de l'ordre de quelques millièmes de millimètre. En appliquant les procédés d'identification déjà décrits, par attaque chimique suivant la méthode classique de Wohrmann et d'après les caractères physiques suivant les descriptions de R. Castro et A. Portevin ([3]), nous avons trouvé qu'elles étaient constituées par de la silice, de l'alumine, des silicates ou des silico-aluminates complexes, chaque acier contenant le plus souvent seulement des inclusions d'une même nature ou tout au moins un type d'inclusions très prépondérant.

Nous avons pu classer les aciers en trois groupes d'après le type dominant d'inclusions :

Groupe I. — Inclusions de silice globulaire dispersées dans toute la masse du métal sans localisation et orientation marquées.

Groupe II. — Inclusions d'alumine dispersées dans la masse, ou, très souvent, groupées en alignements.

Groupe III. — Inclusions allongées de diverses natures (silicates ou silico-aluminates de fer, manganèse, chaux).

En comparant nos indices de qualité dans ces divers groupes, nous avons

---

([3]) *Revue Métall.*, 33, 1936, p. 400 et suiv.

observé que le rapport L/T variait de :

1,40 à 1,90	pour les aciers du groupe		I;
1,85 à 2,75	»		II;
2,05 à 4,45	»		III,

cette variation étant due non à une augmentation de L, mais à une baisse de T.

Ainsi une relation très nette apparaît entre la nature des micro-inclusions et le travers de l'acier. Ceci est encore plus frappant dans l'expérience suivante : il est possible, grâce à une technique spéciale, d'obtenir dans une même coulée des lingots dont le métal appartient au groupe I et d'autres aux groupes II ou III. On constate alors, entre ces aciers, sortant pourtant d'un même four, une différence nette se traduisant par une forte baisse des résiliences en travers, accompagnée, dans certains cas seulement, par une augmentation des résiliences en long, insuffisante d'ailleurs pour empêcher la diminution de l'indice L + 2 T.

Nous sommes donc autorisé à conclure que la nature des micro-inclusions est déterminante de la qualité du métal, définie par l'essai de résilience, et qu'une grande partie de l'art de l'aciériste doit être consacrée à obtenir celle qui convient.

Par contre, il nous a pas été possible de relier cette qualité du métal à la quantité de ces micro-inclusions calculée, par exemple, d'après le dosage de l'oxygène (méthode par fusion sous vide de Meyer-Castro). Seule jusqu'ici leur nature nous a paru intervenir.

Il semble qu'il s'agisse là d'une véritable action mécanique des inclusions qui, se plaçant dans la direction de l'étirage, diminuent la cohésion entre les fibres du métal. Ceci paraît confirmé, si l'on se souvient de l'action des inclusions de sulfure que nous avons décrite dans notre précédente Note. Ces inclusions agissent défavorablement sur le travail de l'acier : or elles sont précisément plastiques à chaud, s'allongeant au forgeage comme les inclusions oxydées du groupe III. Il s'agirait donc bien là d'une action purement mécanique, indépendante de la nature des inclusions.

CINÉTIQUE CHIMIQUE. — *Sur l'évolution des systèmes hétérogènes solide-gaz.* Note de M. **Rodolphe Viallard**, présentée par M. Louis Hackspill.

M. Bénard et Mlle Coquelle (1) ont publié deux types de courbes, caractéristiques de l'évolution isotherme de systèmes hétérogènes $A_{\text{solide}} + B_{\text{gaz}} \rightarrow C_{\text{solide}}$.

Il paraît utile, à cette occasion, d'attirer l'attention sur le fait que ces deux types de courbes ne sont pas les seuls qui se puissent rencontrer au cours de l'étude de tels systèmes. Des observations antérieures (2) ont en effet permis à

(1) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 884.
(2) *Ibid.*, **219**, 1944, p. 417.

l'auteur de caractériser certaines réactions hétérogènes, telles que la fixation isotherme de l'hydrogène ou du deutérium par le gadolinium, par des courbes d'un type essentiellement différent.

Alors que les courbes publiées par M. Bénard et M[lle] Coquelle traduisent soit une variation linéaire de l'absorption en fonction du temps, de forme $x = kt$, soit une variation parabolique de forme $x^2 = kt$, les tracés relatifs à la fixation de l'hydrogène ou du deutérium par le gadolinium se présentent sous la forme de courbes en S, et correspondent manifestement à une évolution du système entièrement différente.

Les courbes $x^2 = kt$ s'interprètent aisément, selon Pilling et Bedworth ([3]), par la condition que la vitesse de réaction est supérieure à la vitesse de diffusion des réactifs à travers le réseau du produit final. Il est admis d'autre part, dans la Note citée, que la variation linéaire correspond au cas inverse, où la vitesse de réaction est inférieure à la vitesse de diffusion.

L'existence des courbes du 3[e] type exige une interprétation quelque peu différente ([4]). Il faut admettre que l'absorption isotherme du gaz par le métal, d'abord limitée aux couches superficielles, procède ensuite selon un mécanisme qui met en jeu deux processus superposés, processus de pénétration d'une part, processus de fixation d'autre part, celui-ci conditionnant en partie celui-là, à la faveur d'une dissociation des molécules de gaz.

Ces considérations, jointes à des considérations relatives à la géométrie du réactif solide, telles que celles introduites par Valensi ([5]) lors de la résolution de certains problèmes de cinétique hétérogène, peuvent servir de base à des développements théoriques.

En bref, il y a lieu de considérer d'abord la pénétration des molécules du gaz à l'intérieur du réseau non dilaté, qui conditionne la vitesse initiale. Puis doivent entrer en ligne de compte : 1° la pénétration des molécules du gaz, du réseau dilaté par la formation du produit de la réaction vers le réseau normal; 2° la transformation des molécules du gaz en atomes, à l'intérieur du réseau métallique; 3° la diffusion de ces atomes vers les couches profondes, qui s'accompagne de la dilatation du réseau métallique.

Il faut considérer que la diffusion des molécules dans un réseau dilaté est plus rapide que la diffusion dans le réseau normal. Il est, d'autre part, nécessaire de tenir compte du fait que les processus 2° et 3° conditionnent le processus 1°.

En l'absence de données expérimentales suffisamment nombreuses, les développements basés sur une telle analyse du phénomène exigent malheureusement l'introduction d'un certain nombre de paramètres arbitraires, et

---

([3]) *J. Inst. Met.*, **29**, 1923, p. 527.

([4]) R. Viallard. *Annales de Chimie*, **20**, 1945, p. 1.

([5]) Pour les références, se reporter au Mémoire de D. Markowska et G. Valensi, *Bull. Soc. Chim.*, 5[e] série, **6**, 1939, p. 1522.

ceci restreint singulièrement leur portée. Du point de vue pratique, il y a surtout lieu de retenir de cette interprétation que la réaction, dans sa phase initiale, est caractérisée par un accroissement de vitesse lié à la fois à l'augmentation de la constante du réseau métallique et à un déplacement d'équilibre favorisé par la dissociation. La phase finale de la réaction s'apparente, par contre, à l'évolution de certains systèmes hétérogènes ([6]); et elle présente les caractères d'un processus monomoléculaire.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Contribution à l'étude de l'action de l'amidure de sodium sur l'hydrogène mobile.* Note de MM. **Léon Palfray, Sébastien Sabetay** et **Emmanuel Gordon**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'emploi de l'amidure de sodium NH_2Na dans l'analyse apparaît pour la première fois dans un mémoire de M.S.B. Schryver ([1]). Il s'agit de doser les phénols, en mesurant NH_3 dégagé par échange entre Na et l'hydrogène phénolique.

Plus tard, dans une longue suite de mémoires, A. Haller et ses élèves ([2]) étudient l'action de l'amidure sur un autre type d'hydrogène mobile, celui qui est en α du carbonyle des cétones cyliques, puis celui du groupe amide. R. Cornubert et ses élèves ([3]) ont longuement développé l'étude de cette action dans le domaine des cétones cyclaniques.

Schimmel et Cie ([4]) tentèrent d'appliquer à l'hydroxyle alcoolique la méthode de Schryver. Ils trouvèrent de tels excédents dans l'ammoniac dégagé qu'ils jugèrent le procédé inutilisable.

Cependant, vu l'insuffisance notoire des méthodes de dosage des alcools tertiaires en particulier, nous avons, pour notre compte, repris le problème et mentionné, très brièvement, nos premiers résultats, indiquant notre intention de poursuivre ce travail ([5]). Y.R. Naves ([6]) ayant, sans en attendre le terme, fait paraître un mémoire, qui ne fait d'ailleurs que se rallier aux conclusions de Schimmel, nous ne voulons pas tarder davantage, malgré la pénurie persistante des matériaux, à publier les résultats acquis jusqu'à présent.

Nous nous proposons de reprendre le problème sous un angle nouveau : doser systématiquement, à intervalles donnés, l'ammoniac dégagé et tracer ainsi la courbe qui exprime l'action de l'amidure sur les corps à hydrogène mobile. Le domaine étant très étendu, la présente Note se limitera au dosage de l'hydroxyle alcoolique.

([6]) G. Champetier et R. Viallard, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 5, 1938, p. 1042.

([1]) *J. Soc. Chem. Ind.*, 18, 1899, p. 553.

([2]) *Bull. Soc. Chim. France*, 31, 1922, p. 1073.

([3]) *Bull. Soc. Chim.*, 41, 1927, p. 541.

([4]) *Bull. Semestriel de Schimmel et Cie*, Oct.-Nov. 1904, p. 135.

([5]) L. Palfray, S. Sabetay et Mlle M. Garry, *Bull. Soc. Chim. Fr.*, 10, 1943, p. 131.

([6]) *Helv. Chim. Acta*, 18, 1945, p. 278.

1. Appareillage et technique. — La réaction s'effectue au sein du benzène bouillant, dans un petit ballon de 100^{cm^3}, analogue à celui que l'on emploie pour le Zeisel (7), muni d'un réfrigérant approprié. Entraîné par un courant d'azote ou d'air sec, NH_3 est reçu dans de l'eau strictement neutralisée, en présence d'hélianthine; on neutralise périodiquement par SO_4H_2 N/2. Un témoin permet d'éliminer l'influence de toute réaction parasite. Nous espérons mettre au point une méthode d'inscription automatique et permanente de l'ammoniac dégagé.

Les détails opératoires, élaborés pour empêcher tout accès de traces d'humidité avant et pendant la réaction, ne peuvent, faute de place, être exposés ici.

2. Quelques applications. — a. *Alcools tertiaires.* — NH_3 dégagé %.

Triméthylcarbinol	97,5 (20 min.)	→ 100 (1 h.)	→ 101 (7 h.)
α-Terpinéol	100 (15 min.)	→ 110 (20 min.)	→ 113 (2 h.)
Linalol	107 (15 min.)	→ 154 (2 h.)	
Diméthylphénylcarbinol	115 (15 min.)	→ 147 (2 h.)	
Diméthylbenzylcarbinol	100 (10 min.)	→ 156 (2 h.)	
Méthyléthylphénylcarbinol	108 (5 min.)	→ 190 (2 h.)	
Méthylpropylbenzylcarbinol	110 (10 min.)	→ 190 (2 h.)	
Diméthylhexylcarbinol	102 (10 min.)	→ 347 (2 h.)	
Diméthylheptylcarbinol	117 (10 min.)	→ 310 (2 h.)	

En général, le terme de 100 % est atteint très rapidement. Il est bien marqué par une inflexion, sauf pour le diméthylhexylcarbinol; on tend alors plus lentement vers 2H, 3H, et même 4H, libérés sous forme NH_3.

b. *Alcools secondaires.* — NH_3 dégagé %.

Diméthylcarbinol	100 (10 min.)	→ 124 (2 h.)	
Méthylpropylcarbinol	100 (10 min.)	→ 104 (2 h.)	
Méthylhexylcarbinol	100 (10 min.)	→ 216 (2 h.)	
Phénylbenzylcarbinol	100 (10 min.)	→ 260 (30 min.)	→ 266 (2 h.)
Cyclopentanol	98 (5 min.)	→ 109 (20 min.)	→ 170 (2 h.)
p-Méthylcyclohexanol	104 (20 min.)	→ 187 (2 h.)	
p-Propylcyclohexanol	130 (20 min.)	→ 183 (30 min.)	→ 279 (2 h.)
l-Menthol	200 (30 min.)	→ 386 (2 h.)	
Méthoxy-4 propyl-1 butanol-1	30 (5 min.)	→ 99 (1 h. 15)	→ 150 (2 h.)

En général, quand on dépasse 100 %, la vitesse de dégagement diminue nettement. La courbe change aussi d'allure vers 2H, 3H, puis tend vers l'horizontale.

c. *Alcools primaires.* — NH_3 dégagé %.

Butanol-1	75 (5 min.)	→ 98 (20 min.)	→ 143 (2 h.)
Hexanol-1	76 (10 min.)	→ 150 (2 h.)	
Heptanol-1	92 (10 min.)	→ 200 (1 h. 30)	→ 204 (2 h.)
Alcool benzylique	98 (10 min.)	→ 108 (2 h.)	
» phényléthylique	86 (10 min.)	→ 100 (30 min.)	→ 111 (2 h.)
» phénylpropylique	96 (10 min.)	→ 160 (45 min.)	→ 190 (2 h.)
» phénylbutylique	101 (10 min.)	→ 223 (2 h.)	

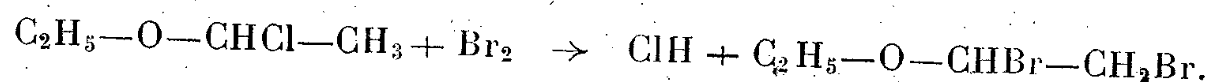
(7) L. Palfray, *Docum. Scientifique*, 31, 1935, p. 1.

Conclusion. — Comme on le voit, NH_3 dégagé dépasse généralement 100 %, d'autant plus que le chauffage est plus prolongé et la température de l'expérience plus élevée. Donc le procédé à l'amidure ne peut être utilisé, comme méthode de dosage, que dans quelques cas particuliers.

Toutefois l'emploi d'un témoin où l'hydroxyle est bloqué sous forme d'alcoolate, permet de distinguer l'hydrogène hydroxylique des autres hydrogènes mobiles.

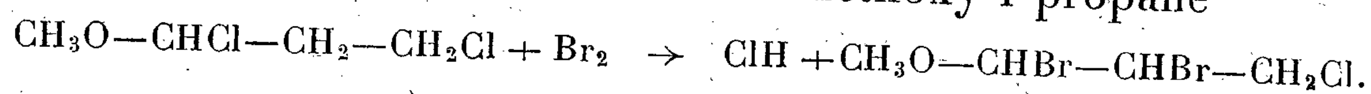
CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparation et propriétés de dérivés du bromo-2 chloro-3 propanal.* Note de MM. **Raymond Quelet** et **Robert Pineau**, présentée par M. Marcel Delépine.

On sait que le brome, réagissant sur un éther-oxyde α-chloré se substitue à la fois au chlore et à un atome d'hydrogène du carbone voisin pour donner l'éther α-β-dibromé. Avec l'oxyde d'éthyle chloré en 1, on obtient ainsi le dibromo-1-2 éthoxy-1 éthane (1)



$$C_2H_5-O-CHCl-CH_3 + Br_2 \rightarrow ClH + C_2H_5-O-CHBr-CH_2Br.$$

En appliquant cette réaction à l'oxyde de méthyle et de dichloro-1-3 propyle, nous avons préparé le dibromo-1-2 chloro-3 méthoxy-1 propane

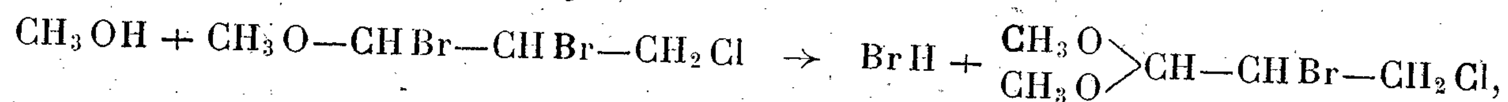


$$CH_3O-CHCl-CH_2-CH_2Cl + Br_2 \rightarrow ClH + CH_3O-CHBr-CHBr-CH_2Cl.$$

L'éther dichloré utilisé comme matière première est obtenu facilement par le procédé décrit par Dulière (2), consistant à saturer par ClH sec, à froid, un mélange d'acroléine et d'alcool méthylique. On sépare par décantation le produit de la réaction et on le traite directement par la quantité calculée de brome en maintenant la température entre 10 et 20°. Après dégazage, on isole, par distillation sous pression réduite, le dibromo-1-2 chloro-3 méthoxy-1 propane $C_4H_7OBr_2Cl$ avec des rendements de 65 à 70 % : liquide, E_{19} 103-105°; d_4^{20} 1,803; n_D^{20} 1,534; Cl + Br %, trouvé 72,9; calculé 73,3.

Comme tous les éthers α-halogénés, ce composé s'hydrolyse facilement et réagit immédiatement à froid avec les alcools et les organo-magnésiens.

L'alcool méthylique donne lieu à une réaction exothermique qui fournit, avec un rendement de 87 %, l'acétal diméthylique du bromo-2 chloro-3 propanal $C_5H_{10}O_2Br$



$$CH_3OH + CH_3O-CHBr-CHBr-CH_2Cl \rightarrow BrH + \begin{matrix}CH_3O\\CH_3O\end{matrix}\!\!>CH-CHBr-CH_2Cl,$$

C'est un liquide incolore, $É_{20}$ 102-104°; d_4^{20} 1,510; n_D^{20} 1,4780; Cl + Br % tr. 52,8, calc. 53,1.

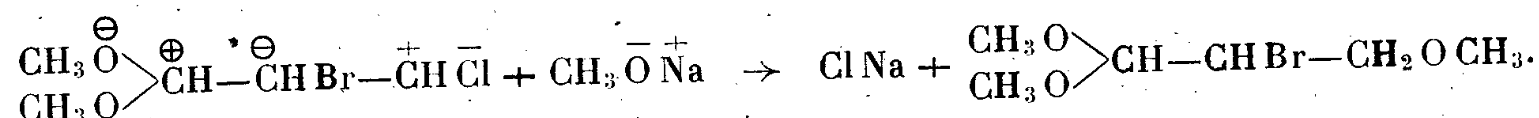
---

(1) Madinaveitia et Puyol, *An. Esp. Fisica Quimica*, **16**, 1918, p. 335; Swallen et Bord, *J. Am. Chem. Soc.*, **52**, 1930, p. 654.

(2) *Bull. Soc. Chim.*, **33**, 1923, p. 1652.

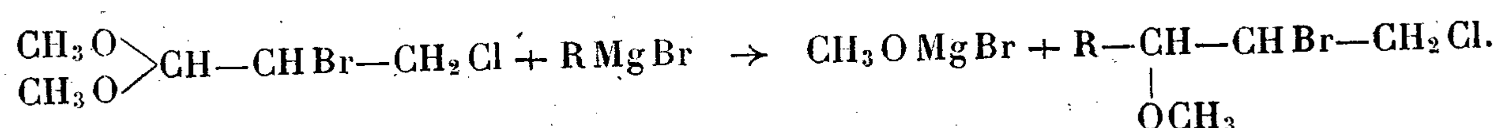
Parmi les propriétés de cet acétal, il y a lieu de signaler son action sur les alcoolates alcalins et sur les organomagnésiens.

Avec le méthylate de sodium, à la température d'ébullition de l'alcool, seul l'atome de chlore situé sur le carbone-3 entre en réaction et manifeste une mobilité plus grande que celle de l'atome de brome. Ce fait est bien en accord avec la théorie de la polarité induite alternée

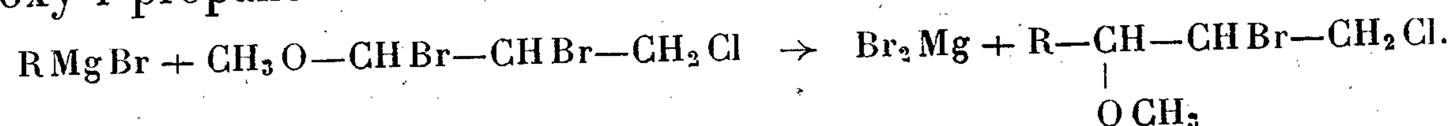


Le triméthoxy-1.1.3 bromo-2 propane $C_6H_{13}O_3Br$ que l'on obtient ainsi est un liquide $É_{21}$ 54-55°; d_4^{20} 1,395; n_D^{20} 1,4575; Br % tr. 37,8, calc. 37,5.

Avec les organomagnésiens, l'acétal chloro-bromé réagit à froid d'une façon normale

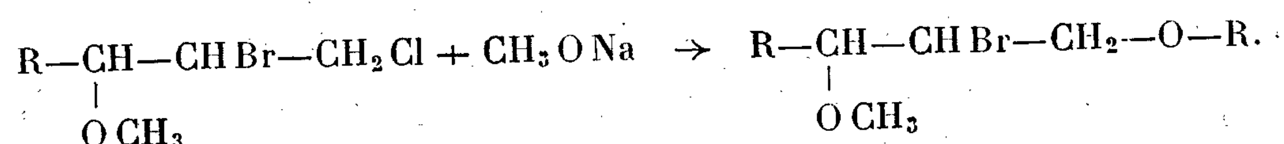


Les chloro-1 bromo-2 méthoxy-3 alcanes obtenus peuvent être préparés également par action des organomagnésiens sur le dibromo-1-2 chloro-3 méthoxy-1 propane



Si l'on opère à la façon habituelle en versant la solution éthérée du bromure dans l'organomagnésien, il se forme une faible proportion de produits secondaires provenant de l'entrée en jeu du chlore dont la mobilité est plus grande que celle du brome résiduel, exactement comme dans le cas de l'acétal.

Cette mobilité du chlore se manifeste encore vis-à-vis des alcoolates alcalins qui, avec les chloro-bromo-éthers en question, donnent les alcoxy-1 bromo-2 méthoxy-3 alcanes.



Nous avons en particulier préparé les produits suivants dans lesquels $R=C_2H_5$ et C_4H_9 :

Chloro-1 *bromo*-2 *méthoxy*-3 *pentane* $C_6H_{12}OBrCl$, liquide $É_{18}$ 94-96°; d_4^{20} 1,506; n_D^{20} 1,4770; Br + Cl %, tr. 52,9; calc. 53,3.

Chloro-1 *bromo*-2 *méthoxy*-3 *heptane* $C_8H_{16}OBrCl$, liquide $É_{22}$ 130°, d_4^{20} 1,490; n_D^{20} 1,475; Br + Cl %, tr. 46,9; cal. 47,3.

Bromo-2 *diméthoxy*-1-3 *pentane* $C_7H_{15}O_2Br$, $É_{20}$ 65°; d_4^{20} 1,365; n_D^{20} 1,4555; Br %, tr. 36,6; calc. 37,9.

Bromo-2 *éthoxy*-1 *méthoxy*-3 *pentane* $C_8H_{17}O_2Br$, $É_{20}$ 70°; d_4^{20} 1,236; n_D^{20} 1,437; Br %, tr. 34,9, calc. 35,5.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur la sulfonation du naphtalène. Transpositions au cours de la sulfonation des acides naphtalènedisulfoniques.* Note de M. **Robert Lantz**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nous avons montré ([1]) que, lorsqu'on traite l'acide naphtalènedisulfonique 2.6 ou son isomère 2.7 par de l'acide sulfurique de titre inférieur à 94 %, il y a progressivement transformation de l'un de ces produits en l'autre avec des vitesses sensiblement égales pour les deux réactions inverses; si l'on poursuit la réaction, on atteint un équilibre qui comporte donc des quantités à peu près égales des deux corps. Nous avons continué nos recherches en opérant en présence d'acide sulfurique plus concentré, capable de trisulfoner.

Si le titre sulfurique s'approche de 100 %, les vitesses diminuent. Ainsi, dans des essais simultanés de 1 heure 30 minutes à 170°, les acides 2.7 et 2.6 se transposent respectivement dans des proportions de 23,7 et 32,5 % dans l'acide à 98,4 %, et de 11,6 et 16,3 % dans l'acide à 100,5 % ([2]). Ces résultats s'expliquent par la formation de plus en plus rapide d'acides trisulfoniques ([3]) qui s'isomérisent plus lentement que les acides disulfoniques.

Pour des titres supérieurs, le ralentissement continue : à la température précédente, dans un milieu à 102,9 % de SO_4H_2, la transposition n'est plus, en 2 heures, que de 5 % pour l'acide 2.7 et elle est pratiquement nulle, même après 22 heures, pour l'acide 2.6. On ne peut cependant plus attribuer au phénomène la cause précédente, car les produits initiaux sont pratiquement transformés d'une façon complète en acides trisulfoniques avant le commencement de la transposition; leur transformation avec l'acide à 100,5 %, à 100° seulement, après 21 minutes, s'élève, en effet, déjà, à 9 et 9,7 %, respectivement pour les deux produits.

Lorsqu'on part de l'acide 2.7, il y a lieu de mettre en cause le ralentissement de la désulfonation de l'acide trisulfonique 1.3.6 qu'il forme; cette réaction est en effet la phase la plus lente de la réaction globale, dont l'autre phase est, comme on le sait, la sulfonation. Il faut donc admettre que la vitesse de la désulfonation, après avoir augmenté, finit par décroître. Nous avons déjà fait allusion à ce résultat ([4]) et nous en avons montré l'intérêt théorique ([5]).

Le ralentissement beaucoup plus grand qui se produit quand on utilise l'acide disulfonique 2.6, doit être attribué à la formation, dans les conditions

---

([1]) *Bull. Soc. Chim.*, 12, 1945, p. 264.

([2]) Les titres sulfuriques indiquent la quantité de SO_4H_2 qui existerait si l'on diluait avec de l'eau.

([3]) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 1111.

([4]) *Bull. Soc. Chim.*, 12, 1945, p. 268.

([5]) *Ibid.*, 12, 1945, p. 1009; 6, 1939, p. 315.

de l'expérience ([3]), d'acide tétrasulfonique plus lent à se transposer que l'acide trisulfonique.

Les différences entre les vitesses de transposition des dérivés des deux acides disulfoniques précédents entraînent une inégalité dans leurs quantités existant à l'équilibre. En observant celui-ci à 200° ou à 210°, on trouve, en effet, qu'il n'existe plus que 10 % de dérivés de l'isomère 2.7. Ceux-ci, d'après les résultats obtenus antérieurement ([3]), doivent être constitués par de l'acide trisulfonique 1.3.6. Il est d'ailleurs vraisemblable que l'acide trisulfonique 2.4.6 provenant de l'acide 2.6 se trouve en quantité à peu près égale à celle du précédent, comme lorsqu'on opère avec des acides moins riches en SO_3, le reste étant constitué par de l'acide tétrasulfonique.

On sait que, dans un même milieu sulfurique, l'acide disulfonique 1.6 se transpose plus vite que ses isomères 2.6 et 2.7, très probablement par suite de sa désulfonation plus rapide, son groupe éliminable étant en position 1 ([4]). La différence persiste lorsque l'acide sulfurique est assez concentré pour trisulfoner instantanément les deux derniers produits à la température où l'on constate leur transposition. Ainsi l'acide à 100,5 % transpose plus d'acide 1.6 à 130° que d'acide 2.7 à 170°. Ces deux isomères, fournissant le même acide trisulfonique, ne peuvent se comporter différemment que parce que la transposition du premier est assez rapide pour s'effectuer avant la fin de sa trisulfonation. Cette dernière réaction se produit cependant et, lorsqu'elle est complète, provoque l'arrêt à peu près complet de la transposition, car, dans les conditions utilisées, l'acide trisulfonique ne se transforme pratiquement pas. Il en résulte que la quantité transposée doit être d'autant plus petite que la trisulfonation est plus rapide, donc que le titre sulfurique est plus élevé. C'est bien ce que l'on constate puisqu'à 130° elle est de 32 % après 8 heures, lorsqu'on emploie l'acide à 99,6 %, qu'elle diminue de 18,4 à 14,9 % entre 1 heure et 8 heures avec l'acide à 100,5 %, et qu'elle n'est plus que de 4,5 % après 7 heures 35 minutes avec l'acide à 101,3 %.

Le fait indiqué plus haut que, dans des conditions identiques, la transposition de l'acide trisulfonique 1.3.6, formé par l'acide disulfonique 2.7, est plus lente que celle de l'acide 1.6 prouve, dans un cas particulier, l'action ralentissante, sur cette réaction, d'un groupe sulfonique supplémentaire. Cette règle est certainement une conséquence de la règle identique trouvée pour la désulfonation ([3]), phase la plus lente de la transposition; elle peut donc être considérée comme générale, ce qui justifie l'emploi qui en a été fait dans cette Note.

La possibilité de réaliser la transposition en milieu anhydre prouve que la désulfonation s'y produit également. Celle-ci n'est donc pas due à l'action de l'eau. Nous avons déjà indiqué qu'il fallait la considérer comme résultant d'une catalyse acide ([5]).

MINÉRALOGIE. — *Effet du traitement acide sur la capacité d'échange de base de la montmorillonite*. Note ([1]) de Mme **Rachel Glaeser**.

En faisant agir sur la montmorillonite un acide fort concentré, porté à l'ébullition, on extrait du minéral les éléments métalliques qui le constituent : Al, Fe, Mg. Les quantités extraites croissent progressivement avec la durée du traitement et laissent au bout d'un temps suffisamment long (12 à 20 heures pour H_2SO_4 à 30 %), un résidu solide de composition SiO_2, amorphe aux rayons X et qui ne possède plus aucune capacité d'échange de bases.

Nous avons cherché comment la capacité d'échange varie en cours de traitement en fonction du degré d'épuisement du minéral en *ses ions métalliques*.

Nous nous sommes servie pour nos expériences de 2 séries d'échantillons préparés par E. Cheylan ([2]). Ces échantillons provenaient de l'attaque par de l'acide sulfurique à 30 % de 2 argiles d'origines différentes : une montmorillonite de Camp Berteau, que nous appelons *Montmorillonite I*, et une montmorillonite nord africaine d'origine inconnue appelée *Montmorillonite II*. On rappelle que chacun des échantillons provient d'un prélèvement effectué au bout d'un temps variable, compté à partir du début de l'attaque.

Les diagrammes de rayons X de ces divers échantillons montrent que l'édifice structural de la montmorillonite se conserve à peu près intact, malgré l'extraction allant jusqu'à 80 % du contenu initial en Al-Fe-Mg. Le passage à l'état amorphe ne se produit qu'au voisinage de l'épuisement total.

Sur cet ensemble d'échantillons nous avons fait les déterminations des capacités d'échange en utilisant la méthode décrite dans une Note précédente ([3]).

Les résultats sont groupés dans les tableaux I et II. Les capacités d'échange sont exprimées en *nombres de valences* rapportées à la *maille* découpée dans le feuillet élémentaire et définie par les deux translations orthohexagonales $a = 5{,}20$ Å, $b = 8{,}96$ Å. Ce mode d'expression est préférable à celui qui est habituellement utilisé : l'évaluation en milliéquivalents par gramme d'argile se prête en effet assez mal à une comparaison d'échantillons de densités différentes.

Pour caractériser chaque échantillon, nous donnons son contenu atomique global en Al, Fe, Mg (somme d'atomes Al, Fe, Mg restés dans l'échantillon) rapporté au contenu du minéral initial en ces mêmes atomes. L'avant-dernière colonne donne la proportion des atomes de Mg rapportée à la totalité de ces

---

([1]) Séance du 6 mai 1946.

([2]) *Mémorial des Services chimiques*, 31, 1944, p. 332.

([3]) *Comptes rendus*, 222, p. 1179.

atomes dans le minéral initial. Ces nombres sont calculés d'après les analyses de M. Cheylan.

Durée du traitement.	Contenu global en Al, Fe, Mg.	Contenu en Mg.	Capacité d'échange en valences par maille.
Montmorillonite I.			
0	100	100	0,74
0 h. 20 min	82	77	0,58
0 » 40 »	75	71	0,51
1 » 20 »	60	60	0,48
1 » 40 »	57	57	0,46
2 »	50	46	0,38
4 »	25	32	0,34
6 »	20	29	0,165
Montmorillonite II.			
0	100	100	0,76
0 h. 40 min	70	71	0,355
1 h.	61	65	0,370
1 » 20 min	55	61	0,337
2 »	46	54	0,30
4 »	29	13	0,28
6 »	21	38	0,23

Si l'on porte en abscisses le contenu en Mg et en ordonnées les capacités d'échange, *les points expérimentaux se placent au voisinage d'une droite, qui passe par l'origine*. La dispersion des points est bien plus grande, si l'on porte en abscisses le contenu global en Al, Fe, Mg.

On peut donc dire que *la capacité d'échange des montmorillonites traitées par des solutions acides à l'ébullition décroît proportionnellement à la fraction extraite de* Mg.

Ce résultat vient à l'appui de l'opinion selon laquelle la capacité d'échange de la montmorillonite résulte principalement des substitutions isomorphes de Mg à Al.

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Mesure de la conductibilité électrique de l'air à l'aide d'une bigrille-électromètre.* Note de M. **Jean Lacaze**, présentée par M. Charles Maurain.

Les conditions d'utilisation électrométrique de la bigrille ont été définies dans une Note antérieure (1), où a été décrite une méthode permettant (à l'aide d'une autre bigrille) d'obtenir le rapport de la capacité C_1 du corps de déperdition AI d'un tube de Gerdien à celle C_0 de la grille extérieure GE de la

(1) J. Lacaze, *Comptes rendus*, **220**, 1945, pp. 876-877.

bigrille, AI et GE étant reliées par un conducteur électrostatiquement protégé.

Soient V_0 le potentiel d'équilibre de GE isolée, V le potentiel commun à GE et à AI lorsqu'elles sont reliées, et $\mathcal{V}$ le potentiel de l'armature externe AE du tube de Gerdien (l'effet de bouche est supposé annihilé à l'entrée du Gerdien, par exemple en isolant électriquement le pavillon du Gerdien du condensateur cylindrique, et en mettant ce pavillon au sol).

Par influence électrostatique, CE reçoit, à l'intérieur de la bigrille, une charge $C_0(V_0 - V)$, qui tend à lui faire reprendre le potentiel V_0. De son côté, AI subit dans le Gerdien une variation de charge due aux ions de l'air égale à $4\pi\lambda C_1(\mathcal{V} - V)$, la conductibilité partielle λ étant du même signe que $\mathcal{V}$, et la valeur de $\mathcal{V}$ étant choisie de façon que $\lambda(\mathcal{V} - V)$ soit toujours positif.

A chaque instant GE est en équilibre au potentiel V, et il y a compensation entre les deux charges précédentes :

$$C_0(V_0 - V) = 4\pi\lambda C_1(\mathcal{V} - V); \qquad \text{d'où} \quad \lambda = \frac{1}{4\pi}\frac{C_0}{C_1}\frac{V_0 - V}{\mathcal{V} - V},$$

en grandeur et en signe.

La mesure consiste à lire la valeur du courant de grille intérieure GI; la caractéristique fournit alors V, d'où λ.

L'avantage de la méthode est d'éliminer l'intervention de la capacité $\mathcal{C}$ des fils et tiges de connexion entre AI et GE. En effet la variation de V pendant le même temps Δt est, d'un côté

$$\Delta V = \frac{C_0}{C_0 + \mathcal{C} + C_1}(V_0 - V),$$

et de l'autre

$$\Delta V = 4\pi\lambda \frac{C_1}{C_0 + \mathcal{C} + C_1}(\mathcal{V} - V).$$

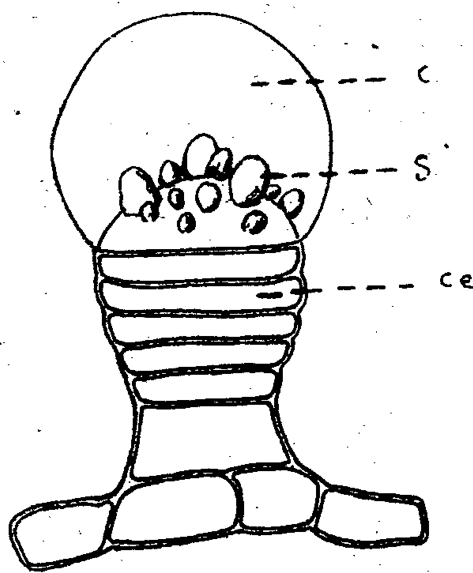
En égalant, on fait bien disparaître $C_0 + \mathcal{C} + C_1$. De plus, t ne figure plus dans l'expression de λ, et un enregistrement photographique simple et continu permet de connaître λ à tout instant, une disposition semblable fournissant la conductibilité de signe contraire.

La méthode a été appliquée à l'Observatoire de Tamanrasset pendant l'hiver de 1942; un blindage serré et une détermination quotidienne de caractéristique sont nécessaires. La cause d'erreur introduite, dans le temps, par l'inertie de la lampe, est insignifiante : les variations de V ne sont pas d'ailleurs d'une rapidité comparable à celle des variations du gradient du potentiel électrique de l'atmosphère. Les conditions indiquées pour $\mathcal{V}$ sont aisément compatibles avec l'existence d'un potentiel limite.

Les valeurs obtenues par cette méthode sont de l'ordre de grandeur (7.10^{-4} u.e.s. C. G. S.) des valeurs fournies par la méthode classique ([2]) qui a ensuite été utilisée à Tamanrasset.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur le mode de formation des essences dans certains poils glanduleux.* Note ([1]) de **Jean Politis**, présentée par M. Louis Blaringhem.

L'étude cytologique de la formation des essences dans les cellules sécrétrices des poils glanduleux n'a pas encore été faite d'une façon complète. M. Mesnard considère les matières odorantes comme des produits d'usure de la chlorophylle. MM. Tschrich, Biermann et Tunmann ont admis que les essences proviennent d'une modification de la membrane cellulosique de la cellule, qui subirait une sorte de gélification dans sa partie contiguë à la cuticule. Dufrénoy a fait dériver les essences des chloroplastes. D'autres auteurs, tels que Wiesner, Mielke, Mesnard, Bastion et Trumble, ont émis l'hypothèse que les huiles essentielles se formeraient aux dépens des tanoïdes. M. et Mme F. Moreau pensent que les chondriosomes serviraient de solvants à l'huile essentielle et faciliteraient sa sortie de la cellule. Guilliermond et Mangenot, après une



Glande externe de *Cnicus Benedictus*. *c*, cavité sous-cuticulaire où se trouve une essence et l'hétéroside amer; S, une substance qui se forme à l'intérieur des cellules sécrétrices passe à travers la paroi cellulaire; Ce, cellules sécrétrices.

étude de formation de l'essence dans les cellules sécrétrices des poils de noyer, ont montré que les chondriosomes ne peuvent servir de solvants à l'essence. Mlle Popovici a observé des gouttelettes d'huile essentielle dans le cytoplasme et elle admet que les chloroplastes, les chondriosomes, les vacuoles et les membranes ne participent pas à leur élaboration. Charabot et Laloue ont supposé que les huiles essentielles s'élaborent dans les tissus chlorophylliens par dédoublement d'hétérosides. Cette hypothèse n'a pu être confirmée.

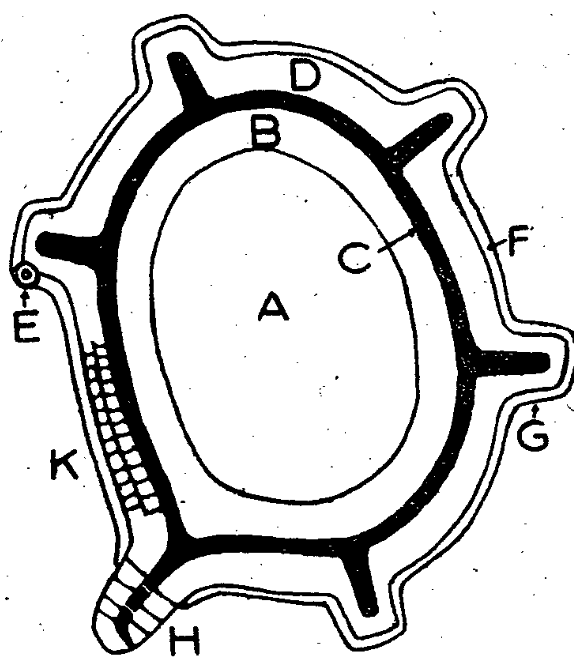
([2]) Ch. Maurain, *in* Mathias, *Traité d'électricité atmosphérique et tellurique*, Paris, 1924, 2e partie.

([1]) Séance du 13 mai 1946.

Dans une Note publiée en 1921 nous avions exposé les résultats de nos observations sur certains poils glanduleux, et nous avions conclu que les essences se formeraient à partir de certaines substances qui se forment dans les cellules sécrétrices et présentent des réactions des tannoïdes. Nous avons continué nos recherches dans le but d'essayer de résoudre la question de savoir par quel processus cytologique l'huile essentielle se forme dans les cellules sécrétrices des poils glanduleux. A cet effet nous avons examiné les poils glanduleux d'un certain nombre d'espèces appartenant aux familles des Composées, des Labiées et des Géraniacées. En examinant les glandes externes (poils sécréteurs ou poils glanduleux) d'*Artemisia Absinthium*, nous avons constaté que l'Absinthine, glucoside amer, s'élabore exclusivement dans les glandes externes; un mélange d'absinthine et d'huile essentielle se trouve toujours localisé au-dessous de la cuticule des cellules sécrétrices. L'examen de *Cnicus Benedictus* nous a permis de montrer que la cnicine ou centaurine, hétéroside amer, se forme aussi dans des glandes externes. Elle se trouve dans la cavité sous-cuticulaire, toujours mêlée à une essence. Nous avons en outre reconnu la présence des glandes externes sécrétant des substances amères sur un grand nombre de plantes appartenant aux Composées, Labiées et Géraniacées, et nous avons constaté que la sécrétion amère et une essence s'accumulent dans la cavité formée par le soulèvement de la cuticule des cellules sécrétrices. Dans certains cas même, par voie microchimique, nous avons observé que dans la cavité sous-cuticulaire se trouve, en dehors de l'huile essentielle, une autre substance qui, par les sels ferriques, prend une couleur brune. D'ailleurs, dans certaines glandes externes inactives, que nous avons rarement rencontrées sur les fleurs de *Centaurea Cyanus*, une substance amère est complètement absente, et son absence a comme conséquence l'absence d'huile essentielle. On doit donc admettre une relation entre ces deux substances. Nous avons enfin remarqué une grande activité dans les vacuoles des cellules sécrétrices et qu'une substance qui se forme à l'intérieur de ces cellules passe à travers la paroi cellulaire et vient s'extravaser entre la membrane de la cellule sécrétrice et sa cuticule où se trouve plus tard une essence en grande quantité. On constate que certains hétérosides (glucosides) (Saponarine, hétérosides antocyaniques) se forment dans les vacuoles. De la même manière se formeraient des hétérosides amers. Ces hétérosides, par dédoublement sous l'action de diastases, formeraient les essences. Les hétérosides amers, qui par dédoublement libéraient les essences, ne se forment pas, comme l'ont supposé Charabot et Laloue, dans les parenchymes chlorophylliens, parce que ces tissus n'ont pas un goût amer. Aussi dans ce cas, en se basant sur le fait que nous avons exposé, nous ne pouvons pas accepter l'hypothèse de ces auteurs, à savoir que les essences circuleraient dans la plante.

MYCOLOGIE. — *Structure et infrastructure des membranes sporiques des Astérosporés.* Note (1) de M. **Marcel Locquin**, présentée par M. Roger Heim.

La structure des membranes sporiques des Champignons Basidiomycètes supérieurs a fait l'objet, en ces dernières années, d'études nouvelles (2). Cette courte Note résume des observations personnelles faites principalement sur les spores du genre *Russula*, à l'aide du micromanipulateur Commandon-de Fontbrune, du microscope polarisant et de l'appareillage de Spierer (objectif à réflecteur interne).



Spore de *Russula* vue à l'objectif de Spierer.
K et H sont légèrement schématisés. — Légende dans le texte. × 5000 environ.

Observées sur fond noir à l'aide d'un objectif à immersion de Spierer, les spores de Russules diverses (*Russula maculata* Q., *R. subfœtens* Smith, *R. nauseosa* Fr., *R. Queletii* Fr., *R. Kavinæ* Melz.-Zv.) sont intensément illuminées et leurs ornements très visibles. Sur les spores presque mûres on distingue dans la membrane : l'endospore (B) très épaisse et très lumineuse; une fine couche sombre mésosporique (C); l'épispore assez épaisse, ornementée (D); la périspore (F), très mince, englobant l'exospore (E), auréolée de franges d'interférence. L'espace central (A) rempli par le protoplasme est fort restreint; il se montre coloré en jaune pâle chez les ochrosporés tandis que l'endospore est faiblement teintée de la même couleur et l'épispore parfaitement incolore. L'existence de la périspore, se conservant généralement, même sur les spores mûres, peut être encore mise en évidence quoique plus difficilement par microdissection. On peut détacher des lambeaux de cette membrane et reconnaître sa finesse extrême ainsi que sa nature non amyloïde; des lambeaux d'exospore y adhèrent facilement. Observée avec l'objectif de

---

(1) Séance du 13 mai 1946.

(2) M. Locquin, *Bull. Soc. Myc. de Fr.*, 59, 1943, p. 44.

Spierer, l'infrastructure micellaire de ces différentes assises de la membrane montre que : *a.* les ornements épisporiques (G) sont optiquement creux, la matière mésosporique (D) non illuminée s'engageant en un tube central; *b.* la plage suprahilaire (K) bien connue est organisée de façon toute particulière : deux assises de micelles parallèles et juxtaposées en palissades sont bien visibles; *c.* l'apicule (H) possède un canalicule central débouchant à angle droit près de son extrémité, ses micelles sont organisées en palissade régulière, de fins trabécules micellaires unissent les bords opposés des parois; *d.* l'endospore ne possède aucune solution de continuité au niveau du canal central de l'apicule; *e.* enfin les globules exosporiques sphériques (E), que l'on peut observer çà et là, sont optiquement creux. Le microscope polarisant révèle une très faible biréfringence de la membrane, particulièrement accentuée au niveau de l'apicule, de la plage hilaire et des ornements. Les directions d'extinction concordent avec ce que l'on peut prévoir, connaissant les organisations micellaires étudiées avec l'objectif de Spierer.

Pour conclure, la membrane sporique des Astérosporés offre une structure aussi compliquée que celle de la spore la plus différenciée connue des Basidiomycètes (*Clavaria asterospora* Q.). Il faut remarquer particulièrement la structure micellaire palissadique de l'apicule et de la plage suprahilaire (je l'avais déjà soupçonnée indirectement), ainsi que la présence d'une mésospore bien particulière. Seul le microscope électronique pourrait nous permettre d'aller plus avant dans la connaissance de cette structure ([3]).

ANATOMIE COMPARÉE. — *La ptérylose de l'aile du Nandou* (Rhea). Note de Mlle **Madeleine Friant**, présentée par M. Émile Roubaud.

Lorsque l'aile de l'Oiseau est étendue pour le vol, ses bords et ses faces correspondent à ceux du membre thoracique des Vertébrés primitifs : le bord interne est dirigé en avant, l'externe, en arrière, les faces dorsale et ventrale, respectivement vers le haut et vers le bas.

La disposition des plumes de l'aile des Ratites a été esquissée, autrefois, par R. S. Wray (1887) et W. P. Pycraft (1900). J'ai étudié, à ce point de vue, un adulte et un poussin de *Rhea americana* Lath., qui me permettent de compléter les descriptions de ces auteurs concernant les *Rheidæ*.

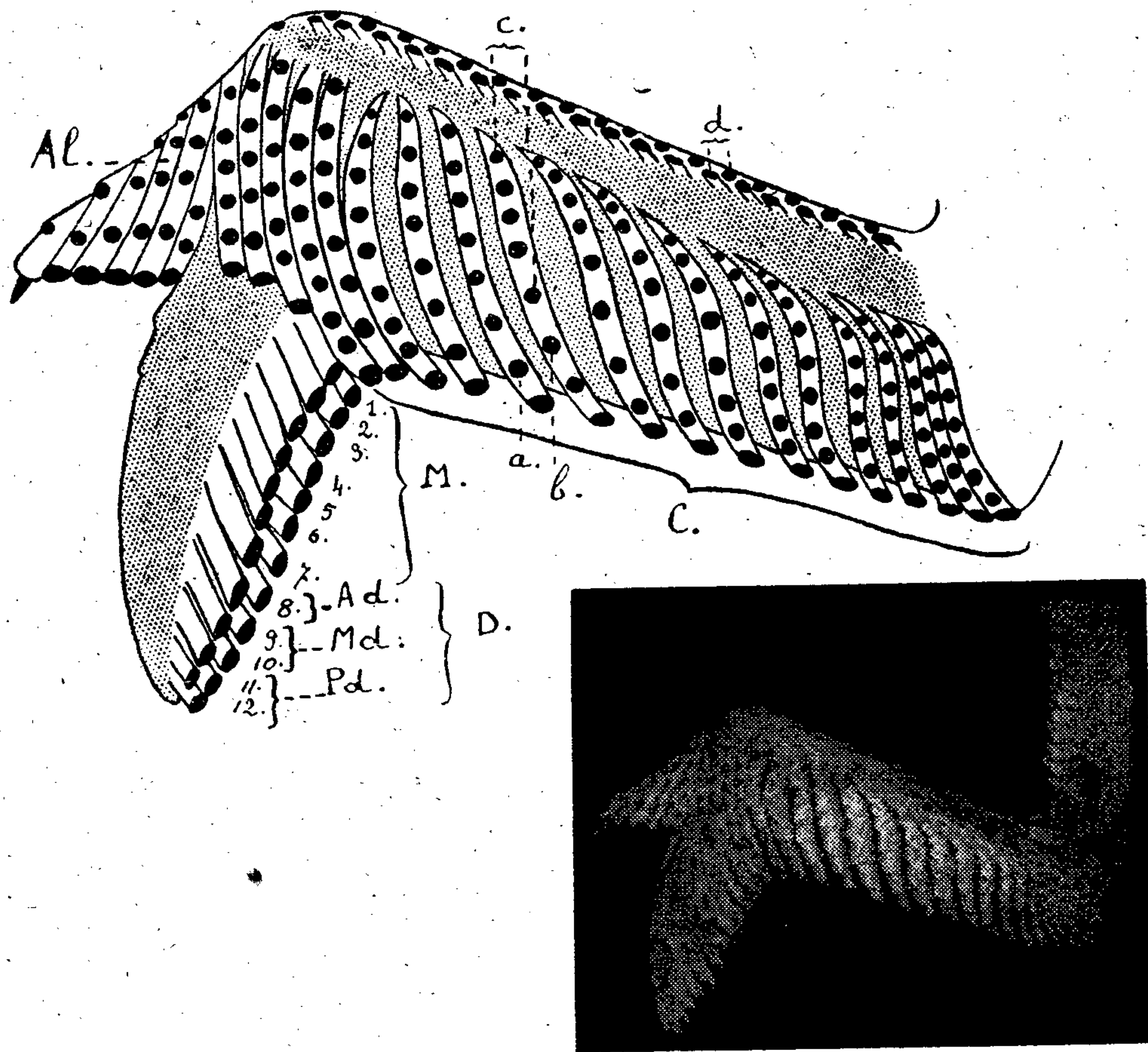
Chez le Nandou, la face inférieure de l'aile est complètement glabre; sa face supérieure comporte :

1° Sur le bord postérieur, une rangée de plumes un peu plus résistantes que les autres, les RÉMIGES : 12 PRIMAIRES ou métacarpo-digitales, insérées sur le 2e métacarpien et les phalanges [7 métacarpiennes (M), 5 digitales (D)

([3]) Ce travail a été effectué avec le concours de M. Baud.

attachées, l'une (addigitale, Ad), à la 1re phalange du 3e doigt, deux (middigitales, Md), à la 1re phalange du 2e doigt, deux (prédigitales, Pd), à la 2e phalange du 2e doigt]. 16 SECONDAIRES ou cubitales (C), insérées sur le cubitus, bien que, vers l'avant, leur appui sur cet os soit assez faible.

2° D'autres plumes, implantées dans la peau, les TECTRICES qu'on distingue en tectrices *majores* (a), *mediæ* (*b*), *minores* (*c*) et *marginales* (*d*). Ces dernières, séparées, sur l'avant-bras, des précédentes par une zone aptère, longitudinale,



Partie antérieure de l'aile droite d'un poussin de Nandou (*Rhea americana* Lath., Ratites) âgé de douze jours, Coll. Museum. Stade des bulbes pennigères. — *En haut, à gauche*, schéma (G. N. × 2). — *En bas, à droite*, photographie (G. N.) faite au laboratoire de Physique du Museum, grâce à MM. J. Becquerel, de l'Institut, et Y. Legrand, que je remercie sincèrement.

se prolongent dans le région du 1er doigt; insérées d'une manière très spéciale, elles se dirigent vers le bord antérieur de l'aile qu'elles dépassent largement.

3° Au niveau du pollex, très allongé, ici, l'AILE BATARDE (*ala spuria*, Al) présente, vers l'arrière, 5 plumes bordantes comparables aux rémiges et, au-dessus, plusieurs rangées de tectrices.

Mises à part la rangée des tectrices *majores* et les plumes de l'*ala spuria*, la face supérieure de la main demeure glabre.

4° Le bras est recouvert par les PENNÆ HUMERALES, sauf au niveau de deux zones aptères, plus ou moins arrondies, situées, l'une, vers l'extrémité proximale, l'autre, vers l'extrémité distale de l'humérus.

La ptérylose de l'avant-bras est tout à fait remarquable : les séries longitudinales sont peu visibles, mais, par contre, les plumes forment des bandes transverses extrêmement

nettes, obliques de bas en haut et d'arrière en avant, chaque bande comportant une rémige et toutes les séries de tectrices correspondantes (*major*, *media* et *minores*), à l'exception des *marginales*, c'est-à-dire de 8 à 10 plumes. Ces faisceaux, qui convergent légèrement vers le bord antérieur de l'aile, divisent son bord postérieur en quinze compartiments larges et profonds. Au-dessus de la zone aptère longitudinale, les tectrices *marginales* sont disposées en courtes rangées transversales inclinées en sens inverse des précédentes.

Quoique, par le nombre de ses rémiges et de ses rangées de tectrices, l'aile du Nandou se rapproche, jusqu'à un certain point, de celle des Carinates, elle s'en éloigne sensiblement par sa face inférieure complètement glabre, la position de ses tectrices, plus ou moins dressées, à peine dirigées dans le sens de la progression, alignées, sur l'avant-bras, en rangées transversales accentuées et la forme, enfin, de ses rémiges qui, dans leur ensemble, ne constituent nullement un appareil de locomotion aérienne. Par contre, la ptérylose de l'aile du Nandou rappelle le revêtement corné du membre antérieur des Reptiles (Crocodiliens et Chéloniens) dont les écailles, disposées obliquement à la face supérieure, sont inexistantes à la face inférieure.

L'aile des *Rheidæ* apparaît, en somme, comme un schéma de celle des Carinates. Chez ces derniers, au cours de l'évolution, les plumes semblent avoir glissé sur la face inférieure, leurs rangées obliques s'être atténuées, tandis que les rémiges se développaient d'une manière excessive, assurant, vers l'arrière, la minceur et la souplesse de l'aile et que les tectrices devenaient réellement recouvrantes.

La ptérylose, bien visible au stade des bulbes pennigères représenté, ici, pour la première fois, s'ajoute donc à la brièveté des segments distaux de l'aile, à la présence d'ongles à tous les rayons digités, à la morphologie de l'os métacarpien (M. Friant, 1946) et de la ceinture scapulaire (M. Friant, 1945) pour mettre en évidence que le Nandou est le représentant d'un groupe aviaire archaïque (¹). Il ne saurait être question d'interpréter son membre antérieur comme une aile frappée de régression, ainsi que, si souvent, on l'a dit.

PHYSIOLOGIE. — *Biochimie comparée du sang des races mélanodermes et leucodermes et fonctionnement surrénalien.* Note (¹) de Mme **Jeanne Leschi**, présentée par M. Léon Binet.

L'insuffisance surrénalienne chez les Blancs se traduit, entre autres caractères, par une pigmentation plus foncée de la peau et des muqueuses et une variation de l'équilibre Cl^-, Na^+, K^+ du plasma : diminution de la teneur en Cl^- et Na^+, augmentation de la teneur en K^+. Pour voir dans quelle mesure un métabolisme surrénalien différent serait responsable de la pigmentation particulière de chaque race, nous avons procédé au dosage de Cl^-, Na^+ et K^+ comparativement

---

(¹) La découverte récente d'un Ratite de l'Éocène d'Europe (Egerkingen) faisant la transition avec les Carinates (S. Shaub, 1940) vient corroborer ces conclusions.

(¹) Séance du 29 avril 1946.

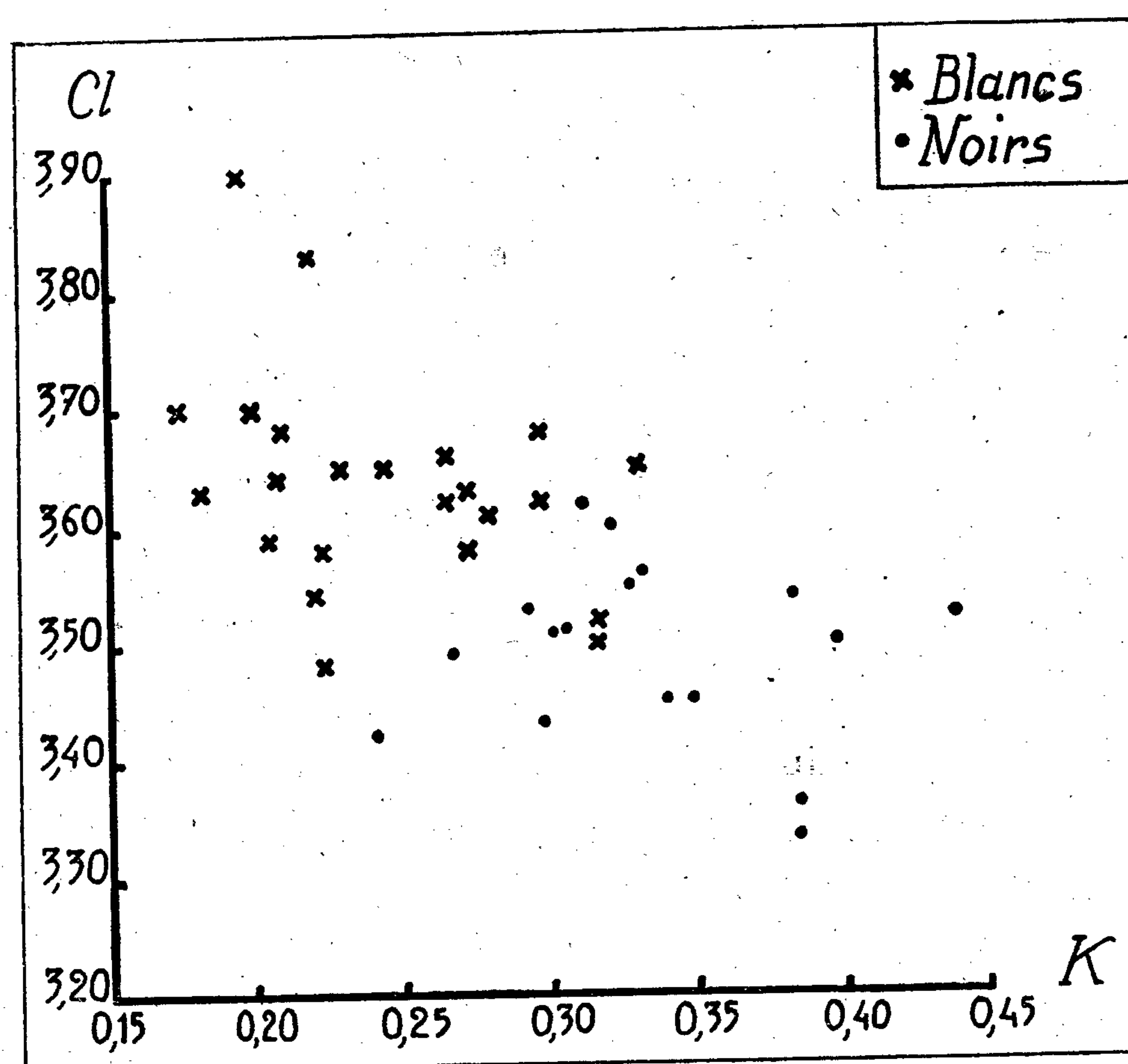
chez 35 sujets blancs français et 35 sujets noirs d'A. O. F. Les Noirs ont été choisis parmi les étudiants de l'Université de Paris et parmi des groupes de tirailleurs de la 15e région. Les Blancs, étudiants et soldats, étaient dans les mêmes conditions de vie que les Noirs. Noirs et Blancs, adultes de 25 à 50 ans, ne présentaient aucune maladie évidente. Les prises de sang 1/V pour l'analyse ont été effectuées le matin à jeun. Chaque dosage a été répété deux fois [2].

Dans cette première étude nous avons, sans plus de précision, classé nos sujets en Blancs et Noirs, nous proposant de distinguer les différentes sous-races quand nous aurons un nombre suffisant de cas. Les valeurs moyennes de chaque élément sont les suivantes :

	Cl^-.	Na^+.	K^+.
Noirs	3,51	3,31	0,322
Blancs	3,60	3,47	0,244

Les rapports des moyennes sont

$$\frac{Cl^-\text{ (Noirs)}}{Cl^-\text{ (Blancs)}} = 0{,}98 < 1, \qquad \frac{Na^+\text{ (Noirs)}}{Na^+\text{ (Blancs)}} = 0{,}93 < 1, \qquad \frac{K^+\text{ (Noirs)}}{K^+\text{ (Blancs)}} = 1{,}32 > 1.$$



Ces chiffres mettent en évidence la moindre teneur en Cl^- et Na^+ chez les Noirs, alors que la teneur en K^+ est de beaucoup plus forte. L'augmentation en K^+ est relativement plus élevée que ne l'est la diminution en Cl^- et Na^+.

(2) Techniques utilisées : Cl^-, technique de Laudat; Na^+, technique de Kahane; K^+, technique de Leulier, Veluz et Griffon.

Nous avons établi pour chaque élément les courbes de fréquence et obtenu des modes différents pour nos deux groupes examinés.

Tableaux de répartition.

Cl^-.	Blancs.	Noirs.	Na^+.	Blancs.	Noirs.	K^+.	Blancs.	Noirs.
3,21 à 3,30...	0	1	3,01 à 3,10...	0	2	0,16 à 0,20...	6	0
3,31 3,40...	1	5	3,11 3,20...	0	4	0,21 0,25...	7	2
3,41 3,50...	3	11	3,21 3,30...	1	5	0,26 0,30...	7	5
3,51 3,60...	9	11	3,31 3,40...	4	8	0,31 0,35...	2	5
3,61 3,70...	18	3	3,41 3,50...	18	5	0,36 0,40...	0	3
3,71 3,80...	2	2	3,51 3,60...	5	0	0,41 0,45...	0	1
3,81 3,90...	1	0						

De plus nous avons établi, en prenant comme coordonnées les valeurs respectives de Cl^- et K^+, deux aires qui chevauchent plus ou moins, mais semblent correspondre chacune aux deux races (voir figure).

Ces résultats biochimiques confirment l'hypothèse selon laquelle le niveau d'activité des surrénales chez les Noirs est inférieur à celui des Blancs, sans qu'il y ait insuffisance à proprement parler, et montrent qu'un caractère morphologique racial semble plus ou moins lié à un caractère physiologique décelable. Toutefois des réserves doivent être faites : le nombre des sujets est encore trop faible pour permettre une affirmation catégorique; les recherches ont été effectuées en France. Nous nous proposons de continuer ce travail en Afrique Noire et de le compléter par une étude anatomo-histologique.

PHARMACOLOGIE. — *Sur le pouvoir adrénalino-sécréteur de l'iodhydrate de bufoténidine.* Note [1] de M. **Pierre Ledent**, communiquée par M. Gabriel Bertrand.

Les recherches de Gabriel Bertrand et Phisalix [1] ont montré que la puissante activité pharmacologique du venin de Crapaud commun est due à la présence dans ce venin, d'une part de substances analogues aux digitaliques, d'autre part de bases azotées étroitement apparentées aux alcaloïdes végétaux.

Depuis les travaux de Wieland, on sait que ces bases azotées sont au nombre de trois :

L'une, la bufothionine, paraît inactive physiologiquement; les deux autres, la bufoténine et la bufoténidine, sont très actives et la bufoténidine qui est la base ammonium quaternaire correspondant à la méthylation sur l'azote dans la bufoténine, se montrant considérablement plus active que cette dernière.

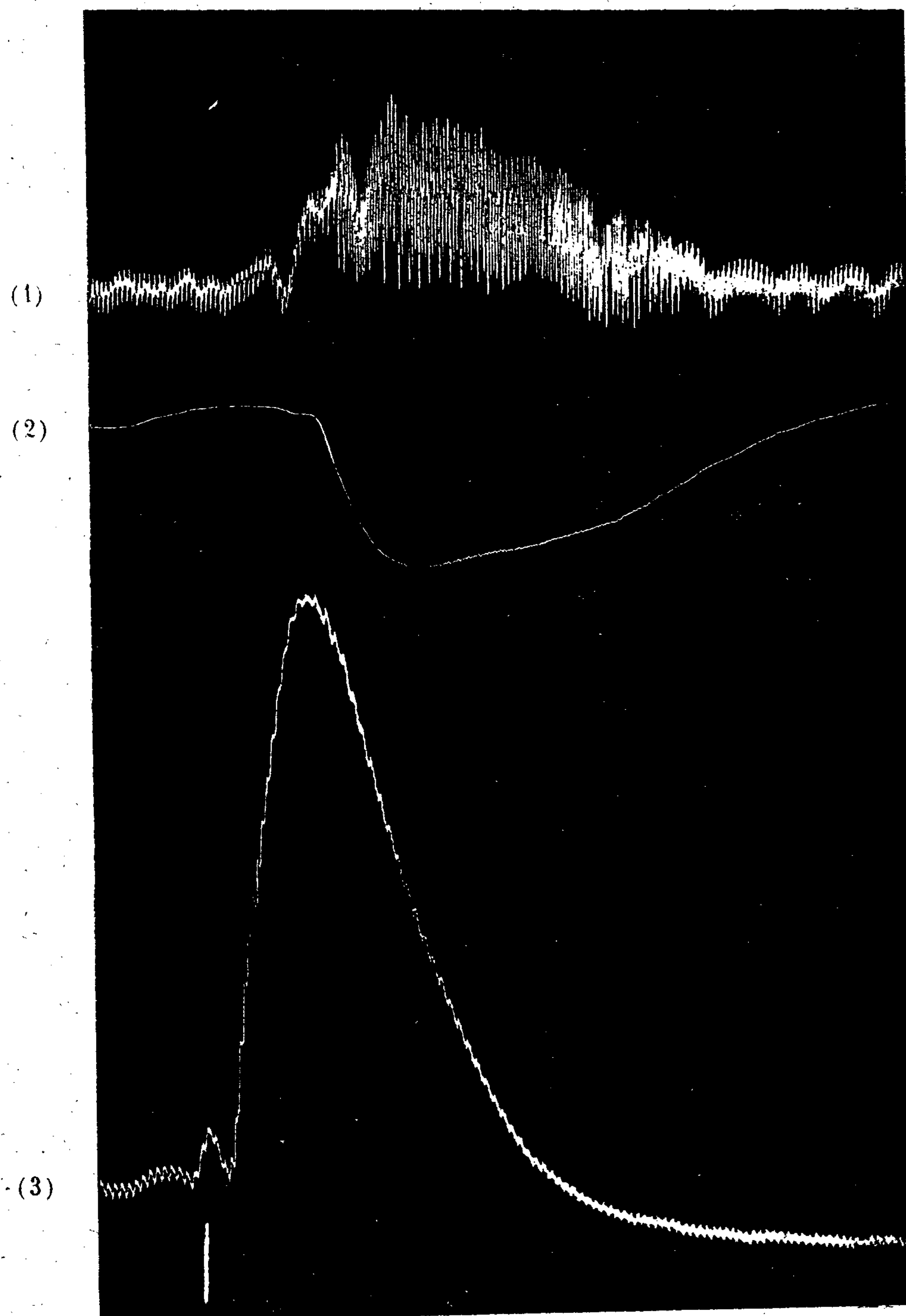
Ayant pu réunir un grand nombre de crapauds communs (*Bufo Bufo*), nous en avons prélevé le venin par expression des glandes parotides et avons extrait

---

(1) Séance du 6 mai 1946.

de ce venin par la méthode de Wieland, une quantité de bufoténidine suffisante pour l'expérimentation physiologique.

Le problème qui nous a paru essentiel consistait à rechercher si la bufoté-



(1) Pression carotidienne du chien-récepteur (9^{kg},500).
(2) Volume de la rate du chien-récepteur.
(3) Pression carotidienne du chien donneur (18^{kg}).
On injecte au point marqué par le trait vertical 1^{mg},80 d'iodhydrate de bufoténidine dans le système du chien-donneur.

nidine est, ou non, l'agent causal de l'hypersécrétion des glandes endocrines qu'on attribue au venin de Crapaud. Nous avons donc cherché à déterminer tout d'abord l'influence que la bufoténidine exerce sur la sécrétion médullo-surrénalienne, car, si cette cause existe, elle peut être mise en évidence d'une

façon indiscutable par la méthode de l'anastomose surrénalo-jugulaire de Tournade.

On sait que dans cette méthode on anastomose, au moyen d'une canule de Payr, la veine lombo-surrénale d'un premier chien, dit chien-donneur, avec la veine jugulaire d'un second chien, dit chien-récepteur. Chez le chien-donneur on a extirpé l'une des surrénales et ligaturé la veine cavo-surrénale de l'autre, de telle sorte que toute son excrétion adrénalinique soit exportée par la veine lombo-surrénale anastomosée.

Quant au chien-récepteur, dont le poids doit être approximativement de moitié de celui du chien-donneur, il a subi l'ablation de ses deux surrénales. On enregistre simultanément chez les deux chiens la pression artérielle dans la carotide au moyen d'un manomètre à mercure; chez le chien-récepteur on enregistre les variations de volume de la rate en fonction du pléthysmographe de Tournade. L'injection du produit à étudier étant faite dans la veine saphène du chien-donneur, si ce produit entraîne une hypersécrétion d'adrénaline, celle-ci est objectivée chez le chien-récepteur, à la fois par une hypertension « en clocher » du type adrénaline et par une vaso-constriction splénique.

Les expériences que nous avons pratiquées se sont montrées parfaitement concordantes et ont révélé que même à petite dose, très faible de $0^{mg},10$ par kilogramme, l'iodhytrate de bufoténidine produit une importante décharge d'adrénaline.

On constate en effet quelques instants après l'injection de cette dose au donneur, une forte hausse de la pression artérielle du récepteur, s'accompagnant d'une vaso-constriction de sa rate.

Il est donc démontré d'une façon irréfutable que l'iodhytrate de bufoténidine produit, même à dose faible, une forte hypersécrétion de la médullo-surrénale.

EMBRYOGÉNIE EXPÉRIMENTALE. — *Gonadotrophine sérique et anomalie de déclenchement de la méiose; intérêt génétique.* Note ([1]) de M. **René Moricard**, présentée par M. Maurice Caullery.

La méiose a une importance reconnue dans la constitution du génome. L'étude des Invertébrés, et tout spécialement de *Drosophila melanogaster*, Morgan et Bridges, 1913-15 ([2]), a apporté une série de résultats essentiels dont Guyenot, 1942 ([3]), Caullery, 1943 ([4]) ont fait une étude récente.

Chez les Invertébrés, les substances chimiques qui déclenchent normalement la méiose ne sont pas encore isolées. Chez les Vertébrés, et plus spécialement

([1]) Séance du 6 mai 1946.

([2]) *The mecanism of Mendelian heredity*, N. Y., Holt., 1915.

([3]) *Hérédité*, Paris, 1942.

([4]) *Génétique et Herédité*, Paris, 1943.

chez les Mammifères et chez certaines espèces, il est relativement facile d'étudier, dans l'ovule, le déclenchement de la métaphase ou de l'anaphase de la première mitose réductionnelle qui suit l'injection de gonadotrophine.

Malgré les très nombreux travaux qui ont été réalisés avant 1933 sur les hormones sexuelles, en particulier sur l'hormone de croissance, Evans et Long, 1921 ([5]) sur l'œstradiol, Allen et Doisy, 1923 ([6]) sur les gonadotrophines, Zondek, 1926 ([7]), Ascheim, 1926 ([8]), Smith, 1926 ([9]) et, sur le développement hormonal et artificiel de l'ovaire, Murata et Adachi, 1927 ([10]), Friedmann, 1929 ([11]), Fee et Parkes, 1929 ([12]), Conrrier, 1929 ([13]), Hinsey et Markee, 1933 ([14]), aucune observation n'a porté sur l'apparition de la métaphase de première mitose de maturation et la formation intra-folliculaire du 1er globule polaire, survenant chez la Lapine, 6 à 8 heures après l'injection intra-veineuse de gonatrophine choriale. Nous avons été le premier à réaliser cette étude rapportée ici même en 1934 ([15]), et nos résultats furent confirmés en 1935 par Pincus et Enzmann ([16]).

Chez les Mammifères, on sait qu'à la suite des numérations chromosomiques faites sur la Souris par Sobotta, 1895 ([17]), sur la Chatte par Longley, 1911 ([18]), sur la femelle de Cobaye par Lams, 1913 ([19]), et grâce à l'étude comparée de Van der Stricht, 1923 ([20]), il a été démontré qu'il y a égalité entre le nombre des dyades contenues dans l'ovule et dans le 1er globule polaire. Chez les Mammifères, la première mitose de maturation est réductionnelle et intra-folliculaire. La formation du 1er globule polaire précède habituellement

---

([5]) *Anat. Rec.*, **21**, 1921, p. 62; *Crowth and Gonad-stimulating hormones* (*Mem. Univ. California*, 1933).

([6]) *J. A. M. A.*, **81**, 1923, p. 819; *Sex and Internal Secretion*, Londres, 1932, 2e édition, 1939.

([7]) *Ztschr. f. Geburt. u. Gynäk.*, **90**, 1926, p. 372; *Die Hormone*, Berlin, 1931, 2e édition, Vienne, 1935.

([8]) *Ztschr. f. Geburt. u. Gynäk.*, **90**, 1926, p. 387; *Die Schwangerschaftdiagnose*, Berlin, 1933.

([9]) *Proc. Soc. Exp. Biol. a. Med.*, **24**, 1926, p. 131; P. E. Smith et E. T. Engel, *Amer. J. of Anat.*, **40** 1927, p. 159; Smith, *ibid.*, **45**, 1930, p. 205; *Hormones sexuelles.*, p. 201, Paris, 1938.

([10]) *Ztschr. f. Geburt. u. Gynäk.*, **92**, 1927, p. 45.

([11]) *Amer. Journ. Physiol.*, **89**, 1929, p. 438.

([12]) *Journ. of Physiol.*, **67**, 1929, p. 383.

([13]) *C. R. Soc. Biol.*, **100**, 1929, p. 711.

([14]) *Amer. Journ. Physiol.*, **106**, 1933, p. 43.

([15]) *Comptes rendus.*, **199**, 1934, pp. 1667 et 1448.

([16]) *J. exp. Biol. Med.*, **62**, 1935, p. 665.

([17]) *Archiv. f. Mikr. Anat.*, **45**, 1895, p. 15.

([18]) *Amen. Journ. of Anat.*, **12**, 1912, p. 39.

([19]) *Archiv. de Biol.*, **28**, 1913, p. 230.

([20]) *Archiv. de Biol.*, **33**, 1923, p. 229.

l'ovulation et la fécondation. La 2e mitose de maturation est équationnelle et intra-tubaire. La formation du 2e globule polaire succède à la pénétration du spermatozoïde dans l'ovule.

a. Gonadotrophine sérique et formation du 1er globule polaire. — On injecte environ 40 unités internationales de gonadotrophine sérique, par voie intraveineuse, à des Lapines de 2^{kg}, on prélève les ovaires de 6 à 8 heures après l'injection. Dans les follicules développés, on constate la formation du 1er globule polaire; nous avons pu ainsi étudier de nombreux globules polaires normaux et en formation. *Dans quelques cas, la première mitose de maturation est anormale.* Dans une anaphase en terminaison, il existe, dans la région moyenne du fuseau, deux chromosomes qui ne se sont pas séparés. La cytodiérèse est en train de se terminer et le 1er globule polaire est déjà bien différencié. On peut penser que, si cette mitose avait continué à évoluer, les deux chromosomes manqueraient donc dans le 1er globule polaire et le noyau ovulaire pourrait posséder un chromosome de trop. Cette interprétation est à rapprocher de celle émise par Bridges dès 1913, à propos du chromosome X et qui est actuellement bien établie chez *Drosophila melanogaster*.

b. Gonadotrophine sérique et formation du 2e globule polaire dans des follicules développés. — Cette éventualité a pu être observée dans trois cas, le noyau ovulaire est alors en anaphase ou en télophase. Il correspond au pronucléus femelle. Le cytoplasme ovulaire a un aspect relativement normal; il en est de même du noyau des cellules folliculaires péri-ovocytaires ([21]).

En conclusion, la surcharge hormonale de gonadrotrophine sérique, chez des Lapines pré-pubères, peut déclencher la première et la deuxième mitose réductionnelles. Il peut y avoir des anomalies de l'évolution de la méiose, portant tout spécialement sur les mouvements chromosomiques. Cette notion a peut-être quelque intérêt du point de vue génétique et semble indiquer la possibilité de relations unissant les gonadotrophines et la différenciation du génome.

RADIOBIOLOGIE. — *Sur le métabolisme du radium fixé sur le tissu osseux.*

Note ([1]) de M. **Henri Fajerman**, Mme **Pascaline Daudel** et M. **Roland Muxart**.

Technique. — Un lot de rats blancs reçoit, en injections sous-cutanées, du chlorure de radium; la dose par animal étant $0^{mg},01$ de radioélément.

Deux semaines après l'injection, les animaux sont sacrifiés, leur squelette nettoyé et chaque os, séché, pesé, et enfermé dans un tube de verre scellé. On

([21]) Fixation : dans nitrate de cobalt, $1^{g},5$; sublimé à 50 %, 100^{cm^3}; acide acétique, 8^{cm^3}; formol, 40^{cm^3}; eau distillée, 60^{cm^3}. Coloration de Feulgen.

([1]) Séance du 6 avril 1946.

mesure au compteur Geiger-Müller l'activité portée par les os dans un même état d'équilibre radioactif. Le tableau suivant résume les résultats.

N° et nature de l'os étudié.	Poids de l'os avant décalcification (en mg).	Activité totale en radium (unités arbitraires).	Concentration du radium dans l'os initial.
1. Humérus	130	441	3,4
2. Radius	40	296	7,3
3. Omoplate	60	207	3,4
4. »	60	200	3,4
5. Os iliaque	90	593	6,6
6. »	200	676	3,3
7. Mâchoire inférieure ..	210	731	3,5
8. » ..	220	705	3,2
9. Tibia, péroné	110	691	6,2
10. Frontal	130	169	1,3
11. Occipital	90	313	3,5
12. Tarse, métatarse	135	416	3,1
13. v. cervicales	100	553	5,5
14. »	50	386	7,6
15. Pariétaux	70	245	3,5
16. 4 côtes	60	468	7,8

Ces mêmes os sont ensuite décalcifiés à l'aide d'acides variés et étudiés comme précédemment.

Le tableau suivant résume les résultats de ces mesures et montre que la concentration du radium dans les os après décalcification est nettement moindre que dans ces mêmes os avant la décalcification.

N° de l'os.	Mode de décalcification. Acide employé.	Temps.	Poids de l'os après décalcification (os séché).	Activité des os décalcifiés en radium (unités arbitraires).	Concentration du radium dans les os décalcifiés.
1	A. N. 10 %	1 j.	40	76	1,9
2	A. T. 5	9 j.	10	00	0,0
3	A. T. 5	0,5 h.	30	86	2,8
4	A. T. 5	9 j.	10	9	0,9
5	A. N. 10	9 j.	30	90	3
6	A. T. 5	1 j.	110	220	2
7	A. T. 20	1 j.	85	86	1
8	A. T. 20	1 j.	70	380	5
9	A. T. 20	3 j.	70	60	0,85
10	A. T. 20	3 j.	60	24	0,4
11	A. C. 20	1 j.	40	8	0,2
12	A. T. 5	6 h.	65	35	0,5
13	A. T. 5	4 h.	60	290	4,8
14	A. T. 5	2 h.	25	86	3,4
15	A. T. 5	1 j.	25	19	0,75
16	A. T. 5	1 h.	35	80	2,2

A. N., acide nitrique; A. C., acide chlorhydrique; A. T., acide trichloracétique; j., jour; h., heure.

Les acides ayant servi à la décalcification sont examinés et mesurés au double point de vue :

a. de leur teneur en calcium,

b. de leur radioactivité.

Le calcium est dosé à l'état d'oxalate par la méthode manganimétrique.

Le tableau suivant illustre les résultats de cette expérience.

N° de l'os.	Poids de matière enlevée à l'os par décalcification.	Activité de la matière enlevée à l'os en radium (unités arbitraires).	Concentration du radium dans la matière enlevée.
1	90	450	5
2	30	175	5,8
3	30	86	2,8
4	50	84	1,7
5	60	330	5,5
6	90	1000	11,0
7	125	770	6,1
8	150	345	2,3
9	40	460	11,5
10	70	150	2,1
11	50	140	2,8
12	70	390	5,5
13	40	610	15,0
14	25	300	12,0
15	45	110	2,4
16	25	280	11,0

Conclusion. — En établissant les rapports entre la concentration du radium dans la substance enlevée à l'os (calcium ou sels calciques) et la concentration du radium dans la substance osseuse restante, nous avons obtenu les valeurs suivantes :

N°	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.
R...	2,6	∞	1	1,90	1,8	5,5	6,1	0,5	13	5,2	1,4	11	3	3,5	3	5

Valeur moyenne 4,3.

Ce dernier tableau montre *que la matière qui suit le calcium est environ 4 fois plus concentrée en radium que la matière restante*. Ces expériences semblent donc démontrer qu'il est possible d'enlever *in vitro* une notable partie du radium fixé dans l'os sans détruire la structure de celui-ci.

Nous essaierons de vérifier si l'on peut procéder d'une façon analogue chez l'animal vivant.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Microdosage de l'acétylméthylcarbinol dans les jus fermentés.* Note (¹) de M. **Michel Hooreman**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Le dosage de l'acétylméthylcarbinol se fait généralement suivant la méthode de Lemoigne [2] : on oxyde l'acétylméthylcarbinol en diacétyle et l'on entraîne

(¹) Séance du 13 mai 1946.

ce dernier, en distillant lentement avec légère rectification un volume connu du jus à analyser additionné d'un excès de perchlorure de fer; après condensation on recueille le diacétyle dans une solution d'acétate de sodium et de chlorhydrate d'hydroxylamine qui le transforme en diméthylglyoxime; on précipite et l'on pèse la diméthylglyoxime à l'état de sel de nickel. Afin de diminuer la quantité d'acétylméthylcarbinol qu'il est nécessaire de mettre en œuvre, et afin d'augmenter la rapidité de ce dosage, nous nous sommes proposé de le transformer en microdosage, en remplaçant la pesée du précipité, que donne la diméthylglyoxime avec les sels de nickel bivalent, par la mesure à l'électrophotomètre Meunier de l'intensité de la coloration du complexe soluble, que donne la diméthylglyoxime avec les sels de nickel tétravalent. Dans la suite nous appellerons ce complexe coloré soluble diméthylglyoxime nickelique par opposition au précipité, que nous appellerons diméthylglyoxime nickeleuse.

Fondement de la méthode. — La diméthylglyoxime nickelique a déjà été utilisée pour le dosage de petites quantités de nickel par Rollet ([3]) et plus récemment par W. M. Murray et S. E. Q. Ashley ([4]); et pour le dosage de petites quantités de diacétyle par Testoni et Ciusa ([5]). Testoni et Ciusa oxydent la diméthylglyoxime nickeleuse fraîchement précipitée en diméthylglyoxime nickelique, par action à chaud du peroxyde de plomb, en présence de potasse alcoolique; le peroxyde de plomb est ensuite éliminé par filtration. A cette méthode, qui est d'ailleurs assez longue, on peut surtout faire la critique suivante : la diméthylglyoxime nickelique en cours de formation se trouve pendant un certain temps en présence d'un excès de peroxyde de plomb; or nous avons constaté que, en général, un excès d'oxydant détruit partiellement la diméthylglyoxime nickelique, ce qui peut s'expliquer en admettant que l'excès d'oxydant favorise la dissociation de la diméthylglyoxime en diacétyle et hydroxylamine, qui est alors oxydée irréversiblement. D'ailleurs Testoni et Ciusa ont proposé leur méthode à une époque où les appareils, permettant la mesure précise de l'intensité des colorations, n'existaient pas encore; et ils ne donnent aucune indication quant à la reproductibilité et à la précision de leurs résultats.

La méthode que nous proposons permet d'obtenir directement le diméthylglyoxime nickelique sans passer par l'intermédiaire de la diméthylglyoxime nickeleuse. L'oxydant utilisé est, non pas le peroxyde de plomb, mais l'eau de brome, qui transforme le nickel bivalent en nickel tétravalent, et qui transforme en nitrate l'excès d'hydroxylamine gênante par ses propriétés réductrices. Nous avons constaté qu'on pouvait déterminer très exactement la

---

([2]) M. Lemoigne, B. Delaporte et M. Croson, *Ann. Inst. Pasteur*, 70, 71, 1944.

([3]) *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 212.

([4]) *Ind. Eng. Chem. Anal. Ed.*, 50, 1938, p. 1.

([5]) *Ann. Chim. Applicata*, 21, 1931, p. 147.

quantité d'eau de brome nécessaire et suffisante pour la formation quantitative de la diméthylglyoxime nickelique, en faisant usage de l'indicateur d'oxydo-réduction iode/amidon soluble ([6]); c'est essentiellement sur ce fait que repose notre méthode. Pratiquement on ajoute quelques gouttes de cet indicateur à une solution diluée légérement acide contenant la diméthylglyoxime à doser, l'excès d'hydroxylamine et le nickel bivalent; on verse de l'eau de brome jusqu'au moment du deuxième virage de cet indicateur, du bleu à l'orangé; on réalise ainsi simultanément l'oxydation du nickel bivalent en nickel tétravalent et celle de l'hydroxylamine en nitrate, sans toucher à la diméthylglyoxime; il suffit alors de se placer en milieu ammonical pour obtenir le diméthylglyoxime nickelique; par contre, si l'on arrête l'addition de brome quelques gouttes avant le virage, on est conduit à la formation simultanée de diméthylglyoxime nickeleuse et de diméthylglyoxime nickelique, tandis que, si on l'arrête quelques gouttes après, on est conduit à la formation exclusive mais non quantitative de diméthylglyoxime nickelique.

Disons enfin que, pour éviter une acidification excessive de la solution qui résulterait de l'oxydation de l'hydroxylamine par l'eau de brome, acidification qui empêcherait l'oxydation de se poursuivre, et pour éviter une précipitation irréversible de la diméthylglyoxime nickeleuse susceptible de se produire avant l'oxydation par le brome, il faut ajouter à la solution une quantité convenable d'un corps ayant un effet tampon : c'est avec l'acétate d'ammonium que nous avons obtenu les meilleurs résultats.

Cette méthode permet de déterminer avec une précision de 1 %, la concentration de la diméthylglyoxime dans des solutions qui en contiennent plus de 20^{mg} par litre, en ne nécessitant qu'une prise d'essai de 5^{cm^3}.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la phosphorylation non hydrolysante de l'amidon et du glycogène par la phosphatase alcaline*. Note ([1]) de MM. **Nguyen-van Thoai, Jean Roche** et Mlle **Éliane Danzas**, présentée par M. Maurice Javillier.

On considère en général, avec Waldschmidt-Leitz, Samec et Mayer ([2]), que l'action d'une amylophosphatase spécifique libère les radicaux phosphoriques estérifiés aux amidons naturels, et il est par ailleurs bien établi (Parnas, Cori, Kiessling, Meyer) que la phosphorylase donne réversiblement naissance à

([6]) G. Charlot, *Bull. Soc. Chim. France*, 8, 1941, p. 222.

([1]) Séance du 28 janvier 1946.

([2]) *Zeits. physiol. Chem.*, 250, 1937, p. 192; E. Waldschmidt-Leitz et K. Mayer, *Ibid.*, 236, 1935, p. 168; M. Samec, *Ergebn. d. Enzymforsch.*, 9, 1943, 1 vol., 378 p.; *Akad. Verlagsges. M. B. H.*, Leipzig, pp. 89-131.

l'ester glucose-1-phosphorique à partir de l'amidon ou du glycogène, la phosphorylation de ces osides étant alors liée à leur hydrolyse ([3]). Ces faits paraissent, à un premier examen, relever de la spécificité de certains enzymes vis-à-vis des esters des fonctions alcooliques de l'amidon et du glycogène. Or la nature de la molécule renfermant le radical estérifiable n'est pas, en général, un facteur de la spécificité des phosphomonoestérases, lesquelles hydrolysent les dérivés phosphoriques des oses et de très nombreux alcools ou phénols; aussi pouvait-on se demander si ces enzymes ne sont pas aptes à estérifier l'amidon et le glycogène au même titre que des substrats de nature plus simple. Nous nous sommes proposé de phosphoryler ces osides *in vitro* par action d'une phosphomonoestérase, cette estérification n'ayant été jusqu'ici réalisée que par voie chimique ([4]).

Des extraits aqueux de muqueuse intestinale (Chien) ont été dialysés à 37° contre de l'eau bidistillée jusqu'à disparition de toute activité amylasique (10 à 15 jours), ce qui rend, par ailleurs, leur pouvoir phosphorylant pratiquement nul. On restaure alors celui-ci en ajoutant aux extraits l'activateur naturel de la synthèse de nombreux esters phosphoriques dont nous avons décrit la préparation à l'état brut ([5]), et l'on sature la solution enzymatique d'amidon soluble ou de lyoglycogène en présence de phosphate disodique (pH 8,5 environ). La diminution du taux des phosphates dans le milieu placé à 37° (méthode de Briggs-Robison) a permis d'y suivre l'estérification de l'amidon ou du glycogène, comme en rend compte l'examen du tableau ci-dessous.

Phosphorylation non hydrolysante de l'amidon et du glycogène par la phosphomonoestérase alcaline de l'intestin (*Chien*) in vitro.

Temps de synthèse (jours).	Pour 100 de phosphore estérifié. Amidon. I.	II.	III.	Glycogène. I.	II.	III.
1..........	10,8	15,5	9,3	9,0	13,2	12,1
2..........	11,8	18,4	15,7	13,0	15,4	14,5
3..........	18,1	21,9	18,4	15,0	19,0	17,8
5..........	–	21,9	20,0	–	19,0	–
6..........	18,1	21,9	20,0	15,0	19,0	17,9

([3]) Pour divers auteurs, la dégradation amylasique des amidons exigerait la participation, simultanée ou non, de plusieurs phosphatases, à savoir : une amylophosphatase spécifique, une phosphoamidase [E. Waldschmidt-Leitz, M. Samec et K. Mayer ([1])] et une pyrophosphatase (K. Meyer et M. Klinga-Meyer, *Zeits. physiol. Chem.*, **267**, 1940, p. 115).

([4]) Divers auteurs (Samec et Mayer, Pringsheim et Goldstein, Kerb) ont obtenu par les techniques de phosphorylation de Fischer et de Neuberg des esters phosphoriques d'amidon et de glycogène renfermant environ 2 % de phosphore.

([5]) Nguyen-van Thoai, J. Roche et E. Danzas, *Bull. Soc. Chim. biol.* (*Trav.*), **26**, 1944, p. 1138.

Conditions des expériences : 26$^{cm^3}$ de solution enzymatique saturée à 20° d'amidon soluble de blé (0,1 % de phosphore) ou de lyoglycogène de foie de Chien (traces indosables de phosphore) + 1^{g},30 $PONa_2H.12H_2O$ + 0^{g},50 d'activateur naturel (précipité acétonique du dialysat d'extrait de muqueuse intestinale de Chien, après 4 jours de dialyse à 37°) + q. s. toluène. Température 37°.

La restauration, par addition de phosphate disodique, de la concentration initiale en celui-ci, après atteinte de l'équilibre ou arrêt de la réaction, ne permet, même en présence d'un excès d'activateur, qu'une assez faible reprise de l'estérification (6 à 10 % du phosphore total), sans doute en raison de l'inhibition progressive de l'enzyme en la présence d'ions $PO_4^{\equiv}$.

Les dérivés phosphorylés de l'amidon et du glycogène ont été séparés, après déprotéinisation trichloracétique, au moyen de précipitations alcooliques (alcool à 60 %) et de lavages des précipités par des solutions hydroalcooliques de divers titres (alcool à 30 % dans le cas du premier corps, à 60 % dans celui du second), toutes ces manipulations étant exécutées entre 0° et —10°. Les produits obtenus après purification par quatre précipitations et redissolutions successives sont pratiquement dépourvus de phosphates minéraux. Les amidons phosphorylés renferment de 1,2 à 2 % de phosphore combiné. Ils sont insolubles dans l'eau à 100°, ne donnent pas d'empois et leurs solutions en milieu très faiblement alcalin sont limpides; ils ne réduisent pas la liqueur de Fehling et se colorent en bleu par addition d'iode. Les glycogènes phosphorylés ont une teneur plus régulière en phosphore, très voisine de 3 %; ils sont moins solubles dans l'eau que les lyoglycogènes. La constitution de ces dérivés, en particulier la position des radicaux phosphorylés sur les molécules d'oses dans les chaînes osidiques, est actuellement à l'étude; de même leur comportement vis-à-vis des amylases.

Conclusions. — La phosphomonoestérase alcaline (intestin de Chien) réalise *in vitro* la phosphorylation de l'amidon soluble et du lyoglycogène, et cela sans les hydrolyser comme le fait la phosphorylase. Or le premier de ces enzymes catalyse par ailleurs la décomposition de très nombreux esters phosphoriques et leur synthèse; il en découle que la mise en liberté des radicaux phosphoriques combinés à l'amidon ou au glycogène n'est pas nécessairement liée à l'existence d'une amylophosphatase distincte des phosphomonoestérases, enzyme dont l'individualité ne saurait par ailleurs être considérée comme bien établie.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Variations du pouvoir rotatoire au cours de l'hydrolyse pepsique des protéines.* Note de MM. **Paul Boulanger** et **Gérard Biserte**, présentée par M. Maurice Javillier.

L'étude des variations du pouvoir rotatoire au cours de l'hydrolyse des protéines a été appliquée par Winnick et Greenberg à l'action des acides, de

la trypsine et de diverses protéinases végétales. Nous avons pensé que ce procédé d'investigation pourrait donner des indications précieuses sur le mécanisme de la digestion pepsique. A des solutions de protéines purifiées et bien définies (ovalbumine, sérumglobuline, sérumalbumine, caséine, lactalbumine), nous ajoutons, après avoir réalisé les conditions optima d'hydrolyse, une préparation de pepsine de Porc très active; nous déterminons à des intervalles variables le pouvoir rotatoire, l'azote total, l'azote aminé et la courbe d'absorption de la réaction du biuret dans les solutions elles-mêmes et dans leurs filtrats de défécation trichloracétique. Dans un certain nombre de cas, nous avons suivi l'évolution de ces mêmes valeurs au cours de l'hydrolyse trypsique et polypeptidasique. Voici quelques résultats parmi ceux, remarquablement concordants, que nous avons obtenus :

	Prélèvements directs.				Défécation trichloracétique.			
			N/NH_2	N total			N/NH_2	N total
				Ovalbumine.				
	$[\alpha]$.	$[\alpha]^{25}_{D}$.	‰.	‰.	$[\alpha]$.	$[\alpha]^{25}_{D}$.	‰.	‰.
Départ....	− 93	−413	0,266	2,254	− 8	−533	0	0,154
5^h.......	− 96	−421	0,238	2,282	−71,5	−473	0,112	1,512
24^h.......	− 93,5	−407	0,266	2,296	−91	−401	0,238	2,268
				Pseudoglobuline (Cheval).				
	$[\alpha]$.	$[\alpha]^{25}_{546}$.	‰.	‰.	$[\alpha]$.	$[\alpha]^{25}_{546}$.	‰.	‰.
Départ....	−107,5	−632	0,056	1,708	−14	−777	0,014	0,182
2^h30.....	−104	−619	0,070	1,68	−75	−537	0,070	1,396
22^h.......	− 93	−553	0,098	1,68	−86	−544	0,224	1,58

Le fait le plus frappant réside dans la constance du pouvoir rotatoire de la solution protéique au cours de l'hydrolyse pepsique et dans l'augmentation rapide de l'[α] du filtrat de défécation trichloracétique, les chiffres se rejoignant pratiquement au bout de 24 heures. On observe simultanément une égalisation, souvent moins parfaite, des taux d'azote total; il en est de même pour l'azote aminé, dont l'augmentation reste toujours très faible. Enfin il y a peu de modifications quantitatives se traduisant par un déplacement du maximum d'absorption vers les longueurs d'onde courtes; les valeurs finales sont ici encore identiques dans la solution et le filtrat trichloracétique.

Ces constatations diffèrent de celles que l'on peut faire au cours de l'hydrolyse par le complexe enzymatique du pancréas. Il y a dans ces conditions une diminution considérable du pouvoir rotatoire, tandis que la proportion d'azote

aminé augmente considérablement et que l'intensité de la réaction du biuret subit une chute brusque.

Les protéinases trypsiques scinderaient la molécule protéique de proche en proche, en détachant soit de petits polypeptides ou des dipeptides, soit des amino-acides libres, ce dont témoigne l'abaissement régulier de l'[α] au cours de l'hydrolyse; il y a en effet des variations profondes du pouvoir rotatoire quand on passe des acides aminés aux polypeptides correspondants, et réciproquement. La pepsine, au contraire, interviendrait au niveau de points sensibles, fractionnant la molécule en polypeptides suffisamment petits pour échapper à la précipitation trichloracétique. Ces fragments, à l'inverse de ceux que libère le complexe trypsique, ont le même [α] que la protéine initiale, observation peu compatible avec une répartition quelconque des points d'attaque de la pepsine, et qui suggère au contraire une disposition *périodique*, dans le sens des conceptions de Bergmann. On peut même envisager l'hypothèse d'une *unité polypeptidique*, contenue un certain nombre de fois dans l'*unité Svedberg* de molécule protéique.

D'autre part on observe au cours de l'hydrolyse pepsique un déplacement du maximum d'absorption de la réaction du biuret vers les longueurs d'onde plus courtes; c'est l'inverse de ce que l'on constate quand on compare les maxima d'absorption des biurets des tétra-, tri- et dipeptides, la simplification de la molécule entraînant, dans ces cas, un déplacement vers les λ élevées. Cependant, comme il y a d'autre part une augmentation (notable selon certains auteurs) de l'azote aminé libre, nous nous bornons à conclure à l'existence, dans la molécule protéique, de liaisons, peptidiques ou non, d'un type particulier.

A 15h35m l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

M. le **Président**, au nom de la Commission chargée de former une liste de candidats pour chacune des troisième et quatrième des six nouvelles places de Membres non résidants, présente les listes suivantes :

Pour la troisième place :

En première ligne.........	M. **Maurice Gignoux**, à Grenoble.
En seconde ligne, ex æquo *par ordre alphabétique*	MM. **Eugène Bataillon**, à Castelnau-le-Lez. **Henri Devaux**, à Bordeaux. **Pierre Lejay**, à Zi-Ka-Wei.

Pour la quatrième place :

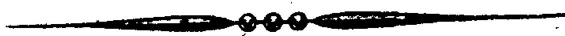
En première ligne	M. **Henri Devaux**, à Bordeaux.
En seconde ligne, ex æquo *par ordre alphabétique*	MM. **Eugène Bataillon**, à Castelnau-le-Lez. M. **Pierre Lejay**, à Zi-Ka-Wei.

Les titres de ces candidats sont discutés.

Les élections auront lieu en la prochaine séance.

La séance est levée à 16h 15m.

L. B.



ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 27 MAI 1946.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE CARTAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

J'ai le regret de vous annoncer le décès survenu à New York le 2 mai dernier de M. **Simon Flexner**, Associé étranger de notre Académie.

Simon Flexner, né à Louisville (Kentucky) le 25 mars 1863, est l'un des plus grands noms de la médecine scientifique. Ses découvertes fondamentales en pathologie infectieuse, l'impulsion considérable qu'il a donnée aux recherches qui s'y rapportent, lui ont valu une autorité exceptionnelle non seulement aux États-Unis, mais dans le monde entier.

Après ses études secondaires dans sa ville natale, terminées à l'Université Johns Hopkins, à Baltimore, et après quelques voyages en Europe marqués en particulier par des séjours à l'Université de Strasbourg et à l'Université de Prague (1893), il fut nommé en 1895 professeur de pathologie, puis d'anatomie pathologique à l'Université Johns Hopkins, puis, de 1899 à 1903, à l'Université de Philadelphie (Pennsylvanie).

En 1903 Simon Flexner est nommé directeur du « Rockefeller Institute for medical Research » à New York. Il est aussi fondateur et directeur du beau périodique où sont reproduits les nombreux et importants travaux de ce grand centre scientifique, en particulier les résultats de ses propres recherches et celles de ses collaborateurs. Jusqu'à sa mort il a dirigé l'Institut Rockefeller. Il était membre aux États-Unis et en Europe d'un grand nombre d'Académies et de Sociétés savantes; il était docteur *honoris causa* de l'Université de Strasbourg (1923), de l'Université de Louvain (1927) et de l'Université libre de Bruxelles (1930). Le 27 avril 1931, notre Académie l'avait élu Correspondant pour la Section de Médecine et Chirurgie, puis Associé étranger le 22 février 1937.

Il est difficile de résumer l'œuvre scientifique considérable de Simon Flexner; je me contenterai de quelques indications sur les résultats les plus saillants que lui doit la science médicale.

Simon Flexner a découvert une race nouvelle du microbe pathogène de la *dysenterie bacillaire;* il a pu, par des études précises, en démontrer la fréquence et la virulence.

La redoutable *méningite cérébrospinale,* avant Flexner, donnait lieu à de sévères ravages, la mortalité, dans certaines épidémies, pouvant atteindre 95 %. Flexner a pu réaliser une sérothérapie antiméningococcique. Après avoir constaté la variété des races du méningocoque, il put préparer un sérum polyvalent dont l'efficacité remarquable a été partout vérifiée.

C'est Flexner, seul ou en collaboration avec Lewis et Clark, qui démontra la nature microbienne et inoculable de la *poliomyélite infectieuse* de l'homme. Il fallut de nombreuses recherches persévérantes pour mettre en lumière la nature de son virus, son habitat dans l'organisme infecté et ses conditions de propagation, restées longtemps mystérieuses.

De patientes expériences ont démontré la réceptivité du singe à la maladie et la présence du virus, de dimensions très petites, dans le système nerveux. Mais il existe aussi, — et c'est là une découverte inattendue qui explique le caractère contagieux de la maladie, — dans le mucus nasal. D'où la possibilité pour une personne d'être, sans s'en douter, un dangereux porteur de germes, soit qu'elle ait été auparavant malade de la poliomyélite et complètement guérie en apparence, soit que, sans avoir été malade, elle ait pris les germes par contagion d'une personne malade de son entourage. Flexner a également montré que l'infection poliomyélitique donne lieu à l'immunité, ce qui l'a conduit à l'étude de la sérothérapie antipoliomyélitique. Tous ces travaux relatifs à la poliomyélite sont d'admirables modèles de recherches expérimentales.

Il y aurait lieu de signaler aussi de nombreuses recherches sur *l'encéphalite post-vaccinale,* dont le virus est inconnu, et qui suit quelquefois la vaccination antivarioleuse, et sur *l'encéphalite épidémique,* dont le virus existe dans le cerveau et qui présente parfois des caractères communs avec la rage, dont elle est cependant distincte.

Pendant la guerre de 1914-1918, Simon Flexner a témoigné à la France un entier dévouement et il est intervenu très activement en faveur de notre pays. Le gouvernement français l'avait nommé Chevalier de la Légion d'honneur en 1914, Officier en 1919 et Commandeur en 1923.

C'est donc, en même temps qu'un grand savant et un bienfaiteur de l'humanité, un ami de la France que perd notre Académie. En votre nom j'envoie à sa famille ainsi qu'à l'Institut Rockefeller qu'il dirigea pendant de longues années, l'expression de notre profonde sympathie et de nos vifs regrets.

M. ÉMILE BOREL s'exprime en ces termes :

Je voudrais rendre compte brièvement à l'Académie de ma visite à l'Académie des Sciences de Stockholm. Beaucoup d'entre vous n'ont pas oublié qu'au mois d'octobre 1941, quatre membres de notre Académie, Aimé Cotton, Louis Lapicque, Charles Mauguin et moi-même, avons été arrêtés par les Allemands et incarcérés à Fresnes, pendant cinq semaines. Lorsque cette nouvelle fut transmise en Suède par la B. B. C., la Société des Sciences d'Upsal et l'Académie des Sciences de Stockholm me firent le grand honneur et la grande joie de m'élire au nombre de leurs Membres étrangers.

C'était là, de la part des savants d'un pays neutre, une manifestation qui s'adressait à notre pays plus qu'à ma personne, et qui témoignait à la fois de leur sympathie pour notre cause, de leur courage en face des menaces nazies et de leur foi en le succès final de la France et de ses alliés. Pour tous ceux qui ont appris cette nouvelle au début de l'année 1942, ce fut un grand réconfort et un précieux encouragement à persévérer dans la Résistance à l'oppression, malgré les graves difficultés de l'heure.

Voilà pourquoi j'ai, le mercredi 22 mai, exprimé toute ma gratitude à l'Académie des Sciences de Stockholm en prenant place parmi ses Membres.

Je suis certain d'être votre interprète en renouvelant ici publiquement ces remerciements pour un geste qui a contribué à resserrer les liens traditionnels entre la Science suédoise et la Science française et a affirmé en même temps la solidarité de nos deux pays dans leur fidélité à un même idéal de Justice et de Liberté.

BOTANIQUE. — *Sur l'identification d'un Bois de rose du Gabon ou* Bubinga. Note de M. **AUGUSTE CHEVALIER**.

Dans une précédente Note (¹) nous avons fait connaître l'identification du *Zingana* ou *Bois zébré* du Gabon et nous avons décrit l'espèce productrice, une Légumineuse cæsalpiniée *Brachystegia Fleuryana* Chev. En faisant des recherches dans l'Herbier du Muséum et dans notre propre Herbier d'Afrique en vue de l'identification de cet arbre, notre attention fut attirée sur des spécimens d'une autre Cæsalpiniée, recueillie, le 17 septembre 1912, par notre collaborateur F. Fleury dans la même localité du Fernan-Vaz, arbre qui fournit un très beau bois commercial connu sous le nom de *Bubingo* ou *Bubinga*, bois de rose d'Afrique, Faux Bois de rose.

L'absence de fleurs et de fruits sur nos spécimens et le défaut de matériel dans l'Herbier du Muséum ne nous avaient pas permis d'identifier cet arbre, qui, à cette époque, n'était du reste pas décrit. Dans notre Ouvrage sur la forêt et les bois du Gabon (p. 169), sous le nom de *Bubingo* (*Brachystegia* sp.),

(¹) *Comptes rendus*, **222**, 1946, pp. 1152-1154.

nous nous étions contenté de signaler qu'il s'agissait d'un arbre de 20 à 30^{m} de haut, ayant un bois d'un beau rouge amarante, avec des zones longitudinales plus foncées de densité 0,851.

Nous venons de constater que nos spécimens, bien que stériles, se rapprochent énormément d'une plante décrite en 1913, *Monopetalanthus microphyllus* Harms (*Engler Jahrb.*, 49, p. 124, 1913), espèce récoltée à Kribi, sur le littoral du Cameroun par le botaniste allemand Mildbread. D'après la description les feuilles, dans nos spécimens, sont presque identiques. Cependant, dans la plante de Kribi les folioles (d'après la description) sont arrondies-obtuses au sommet; dans la plante Fernan-Vaz elles sont les unes arrondies, les autres tronquées obliquement, ou même parfois très faiblement émarginées, mais beaucoup moins que dans *M. emarginatus* Hutch. et Dalziel, que nous avons récolté autrefois à la Côte d'Ivoire.

Nous avons recueilli nous-même au Gabon, à Agonenzorg, près Libreville (n° 26935 de notre Herbier, collecté en octobre 1912), des échantillons d'un autre *Monopetalanthus* dont les folioles sont toutes arrondies-obtuses à l'extrémité et correspondent bien à celles du type de *M. microphyllus*. Le Bois de rose du Gabon en question nous paraît donc bien fourni par cette espèce.

Il existe encore au Gabon d'autres faux Bois de rose et notre *Bubinga* ne correspondrait pas au *Bubinga* commercial actuel. On a signalé autrefois le *Didelotia africana* Baillon comme donnant aussi du Bois de rose, ce qui n'est pas exact. Un autre faux Bois de rose du Gabon fut rapporté à *Sindora Klaineana* Pierre, nommé *Ebana* en pahouin.

Enfin, plus tard, F. Pellegrin signalait sous le nom de *Boubinga* (d'après G. Le Testu) le *Copaïfera coleosperma* Benth. qui donne aussi un beau bois rose et dur.

Le nom de *Bubingo* (ou *Bubinga*) n'est plus employé par le commerce pour désigner le bois du *Monopetalanthus microphyllus* et probablement celui d'espèces affines (car on connaît 3 ou 4 espèces de *Monopetalanthus* au Gabon) ([2]). On l'applique surtout, concurremment avec le nom de *Kevasingo*, pour désigner le bois de certains *Copaïfera*.

Dans son livre, *La forêt du Gabon*, publié en 1943, Henri Heitz écrit que « le Bois de *Kevazingo*, désigné autrefois sous le nom de Faux Bois de rose, est surtout apprécié dans l'ébénisterie quand il est figuré ». Le nom de *Kevasingo*, d'après cet ingénieur forestier, s'applique à trois *Copaïfera* : les *C. Tessmannii* Harms, *C. Demeusei* Harms et *C. coleosperma* Benth. Le Bubinga que nous avons ici en vue est lui aussi fourni presque sûrement par plusieurs espèces de *Monopetalanthus*.

([1]) Décrites par F. Pellegrin; la dernière connue, *M. Heitzii* Pellegr., décrite dans *Quelques bois utiles du Gabon* (*Bull. Soc. Bot. France*, 84, 1937, p. 632).

NOMINATIONS.

M. **Arnaud Denjoy** est désigné pour faire une *Lecture* dans la séance publique solennelle des cinq Académies, le 25 octobre 1946.

La **Société d'Émulation du Bourbonnais** invite l'Académie à désigner un de ses Membres pour la représenter aux Cérémonies qui auront lieu à Moulins, les 14 et 15 septembre 1946, pour commémorer le *centième anniversaire* de sa fondation.

M. **Auguste Chevalier** est désigné.

ÉLECTIONS.

Les deux tiers (50) des Membres électeurs (74) étant présents, l'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection de deux Membres non résidants qui occuperont les troisième et quatrième des six places nouvellement créées.

Pour la troisième place, le nombre des votants étant 47,

M. Maurice Gignoux obtient...........	39	suffrages
M. Pierre Lejay »	6	»
M. Eugène Bataillon »	2	»

Pour la quatrième place, le nombre des votants étant 46 au premier tour et 47 au second, les scrutins donnent les résultats suivants :

	Nombre de suffrages.	
	1er tour.	2e tour.
M. Pierre Lejay........................	23	26
M. Henri Devaux........................	20	21
M. Eugène Bataillon	3	

MM. **Maurice Gignoux** et **Pierre Lejay**, ayant obtenu la majorité absolue des suffrages, sont proclamés élus.

Leur élection sera soumise à l'approbation du Gouvernement provisoire de la République.

PLIS CACHETÉS.

MM. **Jules Bridré**, **Michel Bardach** et les héritiers de M. **Paul Rinjard** demandent l'ouverture de deux plis cachetés reçus dans la séance du 18 août 1941 et enregistrés sous les nos 11786 et 11787.

Ces plis, ouverts en séance par M. le Président, contiennent deux Notes intitulées *Recherches sur la fièvre aphteuse. Essais de vaccination des Bovidés avec du tissu néoplasique de Cobaye aphteux* et *Recherches sur la fièvre aphteuse. Hyperimmunisation des Bovidés par un virus activé* in vivo *chez le Cobaye.*

(Renvoi à la Section de Médecine et Chirurgie.)

CORRESPONDANCE.

M. **Ross Granville Harrison**, élu Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie, adresse ses remercîments à l'Académie.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° André Guillaumin. *Les Plantes cultivées. Histoire. Économie* (présenté par M. A. Chevalier).

2° Georges Ray. *Technologie laitière.*

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Extension de la méthode des filtres à des fonctions aléatoires non stationnaires.* Note [1] de MM. **André Blanc-Lapierre** et **Robert Fortet**, présentée par M. Émile Borel.

I. La méthode des filtres linéaires [2] peut être étendue à des *fonctions aléatoires non stationnaires* $x(t)$ du paramètre t. Nous allons indiquer le principe de cette extension en faisant sur $x(t)$ des hypothèses qu'il serait facile d'adoucir, mais qui sont cependant vérifiées dans un certain nombre de problèmes d'applications.

Nous supposerons par exemple, 1° $\overline{x(t)}=0$; 2° posons

$$\overline{x(t_1)x(t_2)}=\mathrm{R}(t_1,t_2) \quad \text{et} \quad \overline{x(t_1)x(t_2)x(t_3)x(t_4)}=\Psi(t_1,t_2,t_3,t_4).$$

Nous imposons à R et Ψ les conditions

$$|\mathrm{R}(t_1,t_2)|\leqq\alpha(\tau_{1,2}),$$
$$|\Psi(t_1,t_2,t_3,t_4)-\mathrm{R}(t_1,t_2)\mathrm{R}(t_3,t_4)|\leqq\beta(\tau_{1,3})\beta(\tau_{2,4})+\beta(\tau_{1,4})\beta(\tau_{2,3}),$$

avec

$$\tau_{i,j}=|t_i-t_j|,$$

α et β étant deux fonctions positives de τ bornées et sommables de $-\infty$ à $+\infty$.

Ces hypothèses sur R et Ψ peuvent être remplacées par des conditions beaucoup plus douces qui exprimeront toujours ce que, dans un langage intuitif, on pourrait appeler l'atténuation rapide de l'influence du passé dans le comportement de $x(t)$.

3° $\frac{1}{\mathrm{T}}\int_h^{\mathrm{T}+h}\overline{x(t)x(t+\tau)}\,dt$ tend, pour $\mathrm{T}\to+\infty$, vers une limite $\rho(\tau)$ indépendante de h, uniformément en h et τ; $\rho(\tau)$ est évidemment une fonction définie positive; on peut lui associer une fonction spectrale $\mathcal{F}(\omega)$ d'après le théorème de Bochner.

---

[1] Séance du 20 mai 1946.

[2] *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 467.

Les hypothèses 1°, 2°, 3° entraînent, avec la probabilité I, les convergences suivantes pour $T \to +\infty$

$$\lim \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,dt = 0 \quad \text{et} \quad \lim \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,x(t+\tau)\,dt = \rho(\tau).$$

Soit, d'autre part, un filtre $\mathcal{R}_1$, dérivant d'une certaine fonction R_1 absolument intégrable, transformant $x(t)$ en $x_1(t)$ conformément à l'équation (2) de notre Note précédente ([1]). Les hypothèses 1°, 2°, 3° et les propriétés de convergence valent encore pour $x_1(t)$.

En considérant deux filtres $\mathcal{R}_1$ et $\mathcal{R}_2$ donnant respectivement naissance aux transformées $x_1(t)$ et $x_2(t)$, on établit les relations suivantes

$$\lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T x_1(t)\,x_2(t+\tau)\,dt = \lim \frac{1}{T}\int_0^T \overline{x_1(t)x_2(t+\tau)}\,dt$$
$$= \int_0^\infty \gamma_1(\omega)\,\gamma_2(\omega)\cos[\omega\tau + \varphi_2(\omega) - \varphi_1(\omega)]\,d\mathcal{F}(\omega),$$

où γ et φ sont les gains et les déphasages associés à $\mathcal{R}_1$ et $\mathcal{R}_2$.

La formule (4) de notre Note précédente ([2]) est donc encore valable; la notion de spectre qui en découle s'étend donc d'elle-même; l'équivalent des fonctions de corrélation est constitué par les fonctions $\rho(\tau)$ qui sont définies comme des moyennes temporelles.

II. La méthode des filtres pourrait fournir, sinon des résultats nouveaux, du moins des démonstrations plus simples dans l'étude de la correspondance entre une fonction de répartition $F(x)$ et sa caractéristique $\varphi(\nu)$

$$\varphi(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\nu x}\,dF(x).$$

Les méthodes de calcul utilisées dans la théorie des filtres permettent d'obtenir simplement, à partir de $\varphi(\nu)$, $\varphi'(\nu)$ défini par

$$\varphi'(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\nu x}\gamma^2(x)\,dF(x),$$

d'où l'on tire

$$\varphi'(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma^2(x)\,dF(x).$$

En donnant au *gain* $\gamma(x)$ des formes particulières, on peut extraire de $F(x)$ la masse située sur un intervalle $a \leqq x \leqq b$ avec une approximation aussi bonne que l'on veut, tout en conservant pour $\gamma(x)$ des conditions de régularité assez grandes pour permettre des raisonnements très simples.

STATISTIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur les distributions à projection indépendante du paramètre*. Note (1) de M. LUCIEN FÉRAUD, présentée par M. Émile Borel.

Soit, dans le cas de deux variables et d'un seul paramètre, la distribution

$$\left\{ \begin{matrix} x, y \\ f(x, y, m) \end{matrix} \right\}_{R_m} \tag{1}$$

où

$$\iint_{R_m} f(x, y, m)\, dx\, dy = 1. \tag{2}$$

Deux cas particuliers intéressants se présentent lorsque la fonction de fréquence se réduit, par un changement de variables, soit à $A(u, m).B(u, v)$, soit à $A(u).B(u, v, m)$, avec

$$\int_{\mathfrak{J}(u,m)} B(u, v, m)\, dv = 1.$$

Ce sont les deux types de lois de probabilité que considère M. Georges Darmois (2). Le premier a été l'objet de nombreuses études et M. Darmois lui a donné le nom de *loi à estimation exhaustive*; nous ne nous occuperons plus que du second.

Dans ce second cas, on peut dire que la *projection de la distribution sur l'axe des u est indépendante du paramètre*. La fonction de fréquence se présente fréquemment sous la forme $F(u, v - m)$ dite *canonique* par M. Darmois. Toutefois, toute distribution à projection indépendante du paramètre ne peut pas être ramenée à la forme canonique. En supposant le domaine d'intégration R_m limité par un contour qui n'est rencontré qu'en deux points par une parallèle à Oy (chacun de ces points pouvant s'éloigner à l'infini), voici une *condition suffisante pour qu'une distribution soit, à la fois, à projection indépendante du paramètre et susceptible d'être ramenée à la forme canonique*.

Les transformations définies par

$$X = \int_{\varphi(m)}^{x} dx \int_{\psi_1(x,m)}^{\psi_2(x,m)} f(x, y, m)\, dy, \qquad Y = \frac{\int_{\psi_1(x,m)}^{y} f(x, y, m)\, dy}{\int_{\psi_1(x,m)}^{\psi_2(x,m)} f(x, y, m)\, dy} \tag{3}$$

satisfont à un système

$$\frac{dX}{\xi_1(X)} = \frac{dY}{\xi_2(X, Y)} = h(m)\, dm; \tag{4}$$

en d'autres termes, en désignant par X_0, Y_0 les transformées de x, y par (3),

(1) Séance du 13 mai 1946.

(2) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 164.

pour une valeur particulière m_0 du paramètre, *les transformations qui font passer de* X_0, Y_0 *à* X, Y *forment un groupe.*

En effet, si cette condition est satisfaite, on peut ramener les transformations de X_0, Y_0 en X, Y aux translations $u = u_0$, $v = v_0 - t$. On peut donc, par un changement de variables, passer des x, y aux u_0, v_0 par l'intermédiaire des X_0, Y_0. On peut aussi passer des x, y aux u_0, v_0 par l'intermédiaire des X, Y d'abord, des u, v ensuite. Or la transformation (3) ramène la distribution (1) à

$$\left\{\begin{matrix} X, Y \\ 1 \end{matrix}\right\}$$

définie sur le carré $0 < X < 1$, $0 < Y < 1$. On aura donc, en u_0, v_0 une distribution

$$\left\{\begin{matrix} u_0, v_0 \\ F(u_0, v_0 - t) \end{matrix}\right\}_{D_t}$$

avec

$$\int_{\sigma(u_0, t)} F(u_0, v_0 - t)\, dv_0 = G(u_0),$$

ce qui établit, en même temps, que la distribution (1) peut être ramenée à la forme canonique et que sa projection sur l'axe des u_0 est indépendante du paramètre.

A titre d'exemples, la condition est satisfaite si l'on part de la distribution : *a*. du problème du Nil [2]; *b*. qui conduit à la distribution du χ^2 de Pearson [3]; *c*. qui conduit à la distribution de Student [3].

Par contre la distribution

$$\left\{\begin{matrix} x, y \\ \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}[(x - \cos m)^2 + (y - \sin m)^2]} \end{matrix}\right\}$$

peut être ramenée à la forme canonique (par le changement de variables $x = \rho \cos\theta$, $y = \rho \sin\theta$), admet une projection sur l'axe des ρ indépendante du paramètre, sans vérifier la condition énoncée.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'équation de Boltzmann.*

Note de M. **Michel Kiveliovitch**, présentée par M. Henri Villat.

Pour résoudre l'équation intégrodifférentielle de Boltzmann

$$\frac{d}{dt}(v_0 f) = \iiiint\!\!\!\iint v_0^2 (f' f'_1 - f f_1) V\, b\, db\, dE\, dU\, dV\, dW,$$

nous avons donné une méthode d'approximations successives en développant

(3) Cf. par exemple *Les Instruments mathématiques de la Statistique*, Paris, 1946.

la fonction inconnue suivant les puissances croissantes d'un paramètre λ

$$f=\frac{f_0}{\lambda}[1+\lambda\varphi^{(1)}+\lambda^2\varphi^{(2)}+\ldots],$$

où f_0 est la fonction de Maxwell, solution de l'équation dans l'état stationnaire.

A chaque approximation la fonction $\varphi^{(i)}$ doit satisfaire à cinq équations adjointes.

La première de ces équations adjointes est toujours la même : c'est l'équation de continuité $(d_0 \mathrm{L}\rho/dt)+\theta=0$. Les trois autres sont les équations du mouvement du fluide. Ce qui nous donne en *première approximation*

$$(1)\qquad \rho\frac{d_0 u_0}{dt}-\rho \mathrm{X}+\frac{\partial p}{\partial x}=0,$$

et deux autres analogues pour y et z. Ce sont les équations du mouvement d'un gaz parfait.

En deuxième approximation, on a

$$(2)\qquad \rho\frac{d_0 u_0}{dt}-\rho \mathrm{X}+\frac{\partial p}{\partial x}-\left[\frac{\partial}{\partial x}(\aleph a_{xx})+\frac{\partial}{\partial y}(\aleph a_{xy})+\frac{\partial}{\partial z}(\aleph a_{xz})\right]=0,$$

et deux analogues pour y et z. Ce sont les équations du mouvement d'un fluide visqueux, le coefficient de viscosité étant $\aleph$. *En troisième approximation*, on a

$$\begin{aligned}(3)\qquad & \rho\frac{d_0 u_0}{dt}-\rho \mathrm{X}+\frac{\partial p}{\partial x}-\left[\frac{\partial}{\partial x}(\aleph a_{xx})+\frac{\partial}{\partial y}(\aleph a_{xy})+\frac{\partial}{\partial z}(\aleph a_{xz})\right]\\
&+\frac{3r}{2p}\aleph\Delta\left(\aleph\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}\right)\\
&+\frac{r}{2p}\aleph\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\aleph\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}\right)+\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y}\left(\aleph\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y}\right)+\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial z}\left(\aleph\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial z}\right)\right]\\
&+\frac{\aleph}{p}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{d_0}{dt}(\aleph a_{xx})\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{d_0}{dt}(\aleph a_{xy})\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{d_0}{dt}(\aleph a_{xz})\right]\right\}\\
&+\frac{\aleph}{p}\left(\frac{\partial}{\partial x}(\aleph\theta a_{xx})+\frac{\partial}{\partial y}(\aleph\theta a_{xy})+\frac{\partial}{\partial z}(\aleph\theta a_{xz})\right)\\
&-\frac{\aleph}{3p}\frac{\partial}{\partial x}\left[\aleph\sum a_{xx}^2+2\aleph\sum a_{xy}^2\right]\\
&+\frac{\aleph}{p}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left[\aleph\left(a_{xx}\frac{\partial u_0}{\partial x}+a_{xy}\frac{\partial u_0}{\partial y}+a_{xz}\frac{\partial u_0}{\partial z}\right)\right]\right.\\
&\quad+\frac{\partial}{\partial y}\left[\aleph\left(a_{xx}\frac{\partial v_0}{\partial x}+a_{xy}\frac{\partial v_0}{\partial y}+a_{xz}\frac{\partial v_0}{\partial z}\right)\right]\\
&\quad\left.+\frac{\partial}{\partial z}\left[\aleph\left(a_{xx}\frac{\partial w_0}{\partial x}+a_{xy}\frac{\partial w_0}{\partial y}+a_{xz}\frac{\partial w_0}{\partial z}\right)\right]\right\}\\
&+\frac{\aleph}{p}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left[\aleph\left(a_{xx}\frac{\partial u_0}{\partial x}+a_{xy}\frac{\partial u_0}{\partial y}+a_{xz}\frac{\partial u_0}{\partial z}\right)\right]\right.\\
&\quad+\frac{\partial}{\partial y}\left[\aleph\left(a_{xy}\frac{\partial u_0}{\partial x}+a_{yy}\frac{\partial u_0}{\partial y}+a_{yz}\frac{\partial u_0}{\partial z}\right)\right]\\
&\quad\left.+\frac{\partial}{\partial z}\left[\aleph\left(a_{xz}\frac{\partial u_0}{\partial x}+a_{yz}\frac{\partial u_0}{\partial y}+a_{zz}\frac{\partial u_0}{\partial z}\right)\right]\right\}=0,\end{aligned}$$

et deux analogues pour y et z.

La cinquième condition est celle qui correspond à l'énergie en première approximation; on trouve

$$(1') \qquad \frac{mp}{2}\frac{d_0}{dt}[\mathrm{L}_g(p^3\rho^{-5})] = 0 \qquad \text{ou} \qquad p^3\rho^{-5} = \text{const.};$$

c'est l'équation de Poisson.

En deuxième approximation on a

$$(2') \qquad \frac{mp}{2}\frac{d_0}{dt}[\mathrm{L}_g(p^3\rho^{-5})] - \frac{15m\mathrm{R}}{4}\sum_{x,y,z}\frac{\partial}{\partial x}\left(\aleph\frac{\partial \mathrm{I}}{\partial x}\right) - \frac{m}{2}\sum_{x,y,z}\aleph a_{xx}^2 - \frac{m}{2}2\sum\aleph a_{xy}^2 = 0.$$

Les trois derniers termes représentent la fonction dissipative, c'est l'équation de Duhem.

En troisième approximation on trouve :

$$\begin{aligned}
(3') \quad & \frac{mp}{2}\frac{d_0}{dt}[\mathrm{L}_g p^3 p^{-5}] - \frac{15mr}{4}\sum\frac{\partial}{\partial x}\left(\aleph\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}\right) - \frac{m}{2}\sum\aleph a_{xx}^2 - \frac{m}{2}2\sum\aleph a_{xy}^2 \\
& + \frac{5m}{6}\aleph^2\theta\left[\sum a_{xx}^2 + 2\sum a_{xy}^2\right] \\
& + \frac{m\aleph}{2p}\left[\sum a_{xx}\frac{d_0}{dt}(\aleph a_{xx}) + 2\sum a_{xy}\frac{d_0}{dt}(\aleph a_{xy})\right] \\
& + \frac{3\aleph^2 m}{p}[a_{xy}a_{yz}a_{zx} - a_{xx}a_{yy}a_{zz}] \\
& + \frac{m\aleph}{4p}\left[a_{xx}\frac{\partial}{\partial x}\left(\aleph\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}\right) + a_{xy}\frac{\partial}{\partial x}\left(\aleph\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y}\right) + a_{xz}\frac{\partial}{\partial x}\left(\aleph\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial z}\right)\right] \\
& + \frac{m\aleph}{4p}\left[a_{yx}\frac{\partial}{\partial y}\left(\aleph\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}\right) + a_{yy}\frac{\partial}{\partial y}\left(\aleph\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y}\right) + a_{yz}\frac{\partial}{\partial y}\left(\aleph\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial z}\right)\right] \\
& + \frac{m\aleph}{4p}\left[a_{zx}\frac{\partial}{\partial z}\left(\aleph\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}\right) + a_{zy}\frac{\partial}{\partial z}\left(\aleph\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y}\right) + a_{zz}\frac{\partial}{\partial z}\left(\aleph\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial z}\right)\right] \\
& + \frac{45m}{8p}r\aleph\sum_{x,y,z}\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{d_0}{dt}\left(\aleph\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}\right)\right] \\
& - \frac{45m}{8p}r\aleph^2\left[\sum_{x,y,z}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{d_0\mathrm{T}}{dt}\right) - \sum_{x,y,z}\frac{d_0}{dt}\left(\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}\right)\right] + \frac{75m}{8p}\mathrm{R}\aleph\sum\frac{\partial}{\partial x}\left(\aleph\theta\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}\right) \\
& + \frac{105m}{8p}r\aleph\left[\sum\frac{\partial}{\partial x}\left(\aleph a_{xx}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}\right) + \sum\frac{\partial}{\partial x}\left(\aleph a_{xy}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial y}\right) + \sum\frac{\partial}{\partial y}\left(\aleph a_{xy}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x}\right)\right] \\
& + \frac{3rm}{2p}\aleph\left\{\sum\frac{\partial}{\partial x}\left[\aleph\mathrm{T}\frac{\partial a_{xx}}{\partial x}\right] + \sum\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\aleph\mathrm{T}\frac{\partial a_{xy}}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\aleph\mathrm{T}\frac{\partial a_{xy}}{\partial x}\right)\right]\right\} \\
& + \frac{3m}{2p}r\aleph\left\{\sum\frac{\partial}{\partial x}(\aleph a_{xx}\mathrm{P}) + \sum_{\substack{\mathrm{P,Q,R}\\x,y,z}}\left[\frac{\partial}{\partial x}(\aleph a_{xy}\mathrm{Q}) + \frac{\partial}{\partial y}(\aleph a_{xy}\mathrm{P})\right]\right\} = 0,
\end{aligned}$$

P, Q, R, étant les premiers membres des équations (1).

CHALEUR. — *Relations de similitude dans la transmission de la chaleur à travers un corps hétérogène comportant une phase gazeuse disséminée.* Note [1] de MM. **Edmond Brun** et **Marcel Devienne**, présentée par M. Henri Villat.

Divers auteurs [2] ont fait intervenir des considérations de similitude dans l'étude de transmission de la chaleur à travers un corps hétérogène comportant une phase gazeuse disséminée (corps poreux, pulvérulents, fibreux etc.). De telles considérations peuvent conduire à des résultats fort intéressants, à condition que leur mise en œuvre s'accompagne d'une grande prudence, en particulier dans le choix des grandeurs qui doivent figurer dans l'expression du coefficient de transmission λ de la substance. Pour éviter toute erreur dans ce choix, il paraît indispensable, pour chaque type de substance, de faire, au préalable, le calcul du coefficient de transmission dans un cas particulièrement simple. Illustrons cette remarque par un exemple.

1. Soit un solide opaque présentant, dans sa masse, des cavités cubiques pleines de gaz. Ces cubes ont la même arête et la même orientation; leurs centres sont placés aux nœuds d'un réseau cubique. En désignant par a l'arête des cubes et par r la distance qui sépare les centres de deux cubes voisins, la porosité P de la substance, ou fraction du volume de la substance occupée par la phase gazeuse, est égale à a^3/r^3. Il est facile d'étudier la transmission de la chaleur à travers un mur formé de cette substance cellulaire, dans le cas où les faces isothermes qui limitent le mur sont parallèles à l'une des trois orientations des faces des cubes. Si la porosité ne se rapproche pas trop de l'unité, si l'arête a est assez courte ($a < 1^{mm}$) et si la température ne dépasse pas quelques centaines de degrés, la transmission de chaleur par convection et rayonnement à l'intérieur des cellules est négligeable devant la transmission par conduction dans le solide et, en désignant par λ_s le coefficient de conduction propre du solide et par λ_g, celui du gaz le coefficient de transmission λ de la substance cellulaire est donné par l'expression

$$(1)\qquad \frac{\lambda}{\lambda_s} = \frac{1 - P^{\frac{2}{3}} + \frac{\lambda_g}{\lambda_s} P^{\frac{2}{3}}}{P - P^{\frac{2}{3}} + 1 + \frac{\lambda_g}{\lambda_s}\left(P^{\frac{2}{3}} - P\right)}.$$

En première approximation, on peut négliger les termes en λ_g/λ_s devant les autres.

2. L'étude du cas simple précédent nous permet de prévoir que les phénomènes de convection et de rayonnement ne jouent aucun rôle dans la transmission de la chaleur à travers une substance cellulaire dont les cavités,

---

[1] Séance du 20 mai 1946.

[2] Voir notamment M. Russel, *J. Amer. Ceram. Soc.*, 1935, p. 1; Awbery, *Phil. Mag.*, **12**, 1931, p. 1153; Saunders, *Phil. Mag.*, **13**, 1932, p. 1186.

toutes identiques et identiquement orientées, ont leurs centres situés aux nœuds d'un réseau. Dès lors, pour une telle substance, le coefficient de transmission λ ne peut dépendre que des coefficients de conduction, λ_s et λ_g, du solide et du gaz et que des dimensions qui caractérisent la structure cellulaire du milieu. Pour des substances dont les cavités et les réseaux sont géométriquement semblables, deux dimensions, l'une, a, caractéristique de la cavité, l'autre, r, caractéritique du réseau, suffisent à la définition du milieu, et l'on peut écrire

$$\lambda = f(\lambda_g, \lambda_s, r, a). \tag{2}$$

L'application des méthodes couramment utilisées pour la recherche des relations de similitude permet de mettre la relation (2) sous la forme

$$\frac{\lambda}{\lambda_s} = \varphi\left(\frac{a}{r}, \frac{\lambda_g}{\lambda_s}\right) = \psi\left(P, \frac{\lambda_g}{\lambda_s}\right). \tag{3}$$

La relation (1) n'est qu'un cas particulier de la relation généraie (3).

Si la porosité n'est pas très grande, les termes en λ_g/λ_s sont peu importants devant les autres et la relation (3) exprime alors que le *coefficient de transmission thermique du milieu cellulaire, proportionnel au coefficient de conduction pure du solide, ne dépend, en outre, que de la structure cellulaire du milieu et de la porosité. En particulier il est indépendant des dimensions des cellules et du réseau qui définit leur position.*

3. A première vue, il semble que l'on puisse déduire les lois de la transmission de la chaleur dans un milieu pulvérulent des lois de transmission dans un milieu cellulaire, en inversant les rôles joués par le solide et le gaz. Il est vrai que les grains solides se touchent dans une poudre, alors que les cavités gazeuses sont isolées dans le milieu cellulaire, mais les contacts entre grains se réduisent théoriquement à des points et il ne semble pas, dès l'abord, que ces contacts puissent intervenir d'une manière importante. Ici encore l'étude de cas particuliers [3] montre que l'on s'exposerait à de graves erreurs par des raisonnements aussi sommaires.

Bornons-nous à signaler que, pour une poudre, c'est la phase gazeuse qui intervient surtout dans la transmission de la chaleur. Dans ces conditions les phénomènes de rayonnement dans cette phase peuvent ne plus être négligeables, et le coefficient de transmission dépend alors de la grandeur des interstices gazeux et de la température. En outre la conduction thermique à travers le gaz fait elle-même intervenir la grosseur des grains, sitôt que les écarts entre ceux-ci sont du même ordre que le libre parcours moyen des molécules (lequel est lui-même fonction de la pression). En résumé, les relations de similitude sont beaucoup plus complexes pour une substance pulvérulente que pour une substance cellulaire.

---

[3] M. G. Ribaud a, en particulier, considéré le cas d'un corps à structure lamellaire dont les surfaces parallèles sont normales au flux thermique (*Chal. et Ind.*, n^os **206-207**, juin-juillet 1937, p. 1).

ÉLECTRICITÉ. — *Les polynomes de Tchebycheff et la théorie des filtres électriques.* Note [1] de M. **Antoine Colombani**, présentée par M. Paul Langevin.

En reliant la théorie des polynomes de Tchebycheff, coefficients du développement de

$$\psi(x, t) = \frac{1-t^2}{1-2tx+t^2} = \sum_{n=0}^{n=\infty} T_n(x)(2t)^n,$$

à celle des filtres électriques, j'ai pu mettre en évidence un certain nombre de propriétés et de formules dont voici un résumé très succinct. Les intensités successives I_{v-1}, I_v, I_{v+1} d'un filtre à n cellules obéissent à la relation

$$I_{v-1} - xI_v + I_{v+1} = 0, \qquad \text{où } x = \frac{x_1}{x_2} + 2 \quad (\textit{fig. } 1).$$

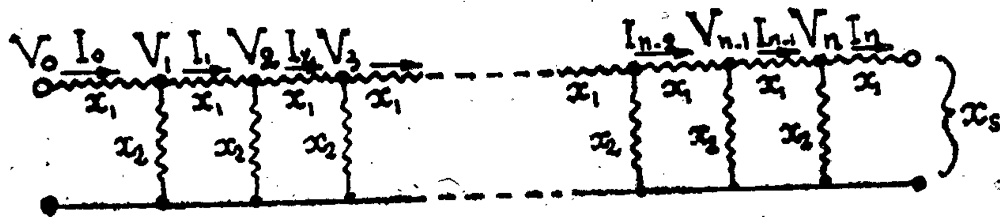


Fig. 1.

Mais, en exprimant I_{v+1} en fonction de I_0 et I_n, on déduit facilement

$$I_0 - y_n I_n + y_{n-1} I_{n+1} = 0 \qquad \text{avec} \quad y_{n-1} - xy_n + y_{n+1} = 0.$$

y_n, polynome de degré n en x

$$y_n[x] = x^n - \binom{n-1}{1} x^{n-2} + \binom{n-2}{2} x^{n-4} - \binom{n-3}{3} x^{n-6} + \ldots + (-1)^s \binom{n-s}{s} x^{n-2s} + \ldots.$$

La théorie de cette fonction m'a permis de montrer qu'elle vérifiait l'équation de Tchebycheff

$$\frac{d}{dx}\left(\sqrt{1-x^2}\,\frac{dZ_n}{dx}\right) + \frac{(n+1)^2}{\sqrt{1-x^2}} Z_n = 0 \qquad \text{où} \qquad Z_n\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{4-x^2}\, y_n(x)$$

et que la seule solution possible était

$$y_n(x) = \frac{\sin\left[(n+1)\arccos\dfrac{x}{2}\right]}{\sin\left(\arccos\dfrac{x}{2}\right)}.$$

Par la récurrence de y on obtient

$$V_n = -y_{n-1} I_0 + (y_{n-1} - y_{n-2}) V_0,$$

$$I_n = (y_n - y_{n-1}) I_0 - y_{n-1} \frac{V_0}{x_2}.$$

En posant $x_s = \sigma x_2$ et, en première approximation, x_1/x_2 négatif et réel, le

[1] Séance du 20 mai 1946.

calcul de l'impédance de sortie $z_s = V_0/I_n$ pour $x_s \gg x_1$, conduit à l'étude de la fonction

$$\zeta_s n = \frac{z_s}{x_s} = \frac{\cos\left[\left(n+\frac{1}{2}\right)\arc\cos\frac{x}{2}\right]}{\cos\left(\frac{1}{2}\arc\cos\frac{x}{2}\right)}.$$

1° $\zeta_s n$ (*fig.* 2, $n=10$) s'annule pour n fréquences propres telles que

$$\frac{x_1}{x_2} = -4\sin^2\left(\frac{2k+1}{2n+1}\right)\frac{\pi}{2} \qquad \text{avec} \quad k=0,1,2,\ldots,(n-1).$$

2° Ses maxima de rang peu élevé sont de l'ordre de 1, et ceux d'ordre voisin de n ont pour valeur $(-1)^{n-1}\,0{,}216\,(2n+1)$.

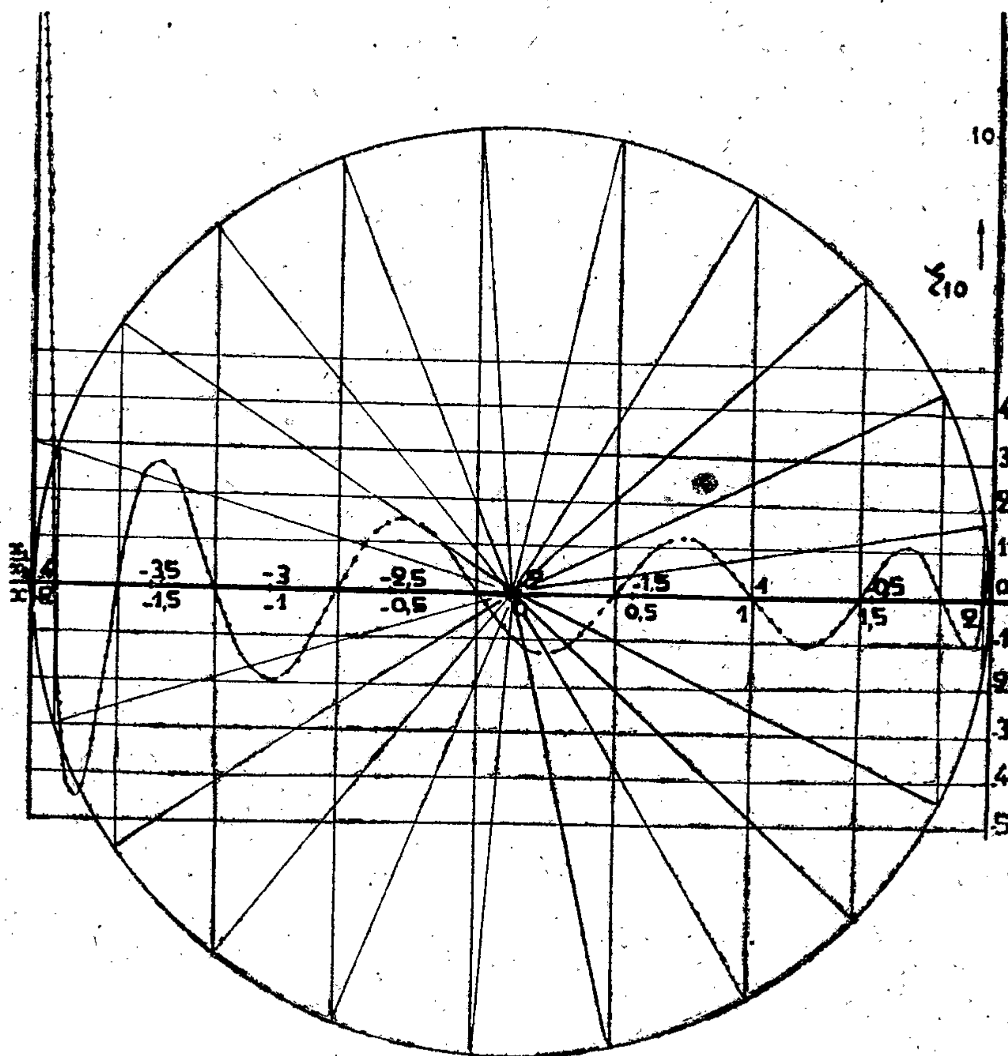


Fig. 2.

3° Quand n augmente, il y a :

a. resserrement de la bande : l'écart entre le zéro $k=n-1$ et le maximum voisin $k'=n-1$ devient plus étroit proportionnellement à n;

b. l'amplitude de variation entre le zéro et le maximum croît comme n;

c. enfin, le résidu au zéro (après calcul des racines de $\xi_s n$) a pour valeur

$$\Delta = (-1)^{n-1} j \frac{(2n+1)^4}{(3\pi)^2}\xi \qquad (\xi \text{ petit}).$$

Ceci montre que, si le facteur de surtension n'est pas nettement supérieur à 800, le zéro est pratiquement effacé.

Le calcul des intensités conduit à la formule

$$I_{n-p} = [y_p + (\sigma - 1) y_{p-1}] I_n.$$

En particulier, si $\sigma = 1$ $(x_s = x_2)$, on a $I_{n-p} = y_p I_n$.

En formant alors I_0/I_p on constate que, pour n infini, il tend vers $e^{-jp\beta}$, $(-4 < x_1/x_2 < 0$, $\beta = \arccos x/2)$. Il n'y a donc pas d'affaiblissement à l'intérieur de la condition $-4 < x < 0$, mais un déphasage progressif de cellule en cellule suivant $p\beta$, $(0 \leq p \leq n)$. Enfin, en écrivant que l'impédance d'entrée égale x_s, on obtient $x_s = \sqrt{x_1 x_2 y_n / y_{n-1}}$, formule très générale. Par exemple pour deux cellules on a $x_s^2 = x_1 x_2 x$ (impédance itérative des électriciens).

Lorsque n augmente indéfiniment $x_s \to \sqrt{x_1 x_2}$ (en module), ce qui donne une interprétation de l'utilisation de cette valeur comme impédance caractéristique pour régulariser le courant dans la zone de filtrage.

DÉCHARGES. — *Analyse de la décharge intermittente dans les tubes à gaz raréfié.* Note de M. **Jean Moussiegt**, présentée par M. Aimé Cotton.

En alimentant un tube à décharge au moyen d'une force électromotrice E constante, à travers une résistance R, on peut obtenir un fonctionnement intermittent, surtout avec un condensateur en parallèle sur le tube. La décharge oscille entre un régime *non autonome* à faible courant et un régime *autonome*, qui est celui de la décharge luminescente. On a expliqué l'intermittence par une alternance de charges et de décharges du condensateur entre les deux *tensions caractéristiques d'allumage et d'extinction* de la décharge luminescente.

Aux deux formes de décharge correspondent dans le plan (v, i) (tension-courant) deux arcs de *caractéristique* OA et BC (voir la figure). Avec des valeurs suffisantes de E et de R, on peut, par variation de ces paramètres, prolonger, au moins en partie, ces deux arcs suivant un arc à pente négative AB qui les raccorde. On peut admettre que, pour des variations lentes, tout déplacement du point représentatif (v, i) de la décharge se fait suivant la caractéristique. De ce point de vue différents auteurs ont étudié la stabilité du fonctionnement continu aux différents points de cette courbe. Si le régime continu n'est pas stable, la décharge doit avoir un caractère intermittent.

Il nous a paru que cette manière d'aborder le problème des conditions d'intermittence n'était pas la plus satisfaisante, car, en général, ce régime s'établit dès la fermeture du circuit et non à partir du fonctionnement continu, que l'on aurait obtenu momentanément. Dès lors la question qui se pose est de savoir si le *point de fonctionnement* défini par l'intersection de la caractéristique (v, i) de la *droite de charge*

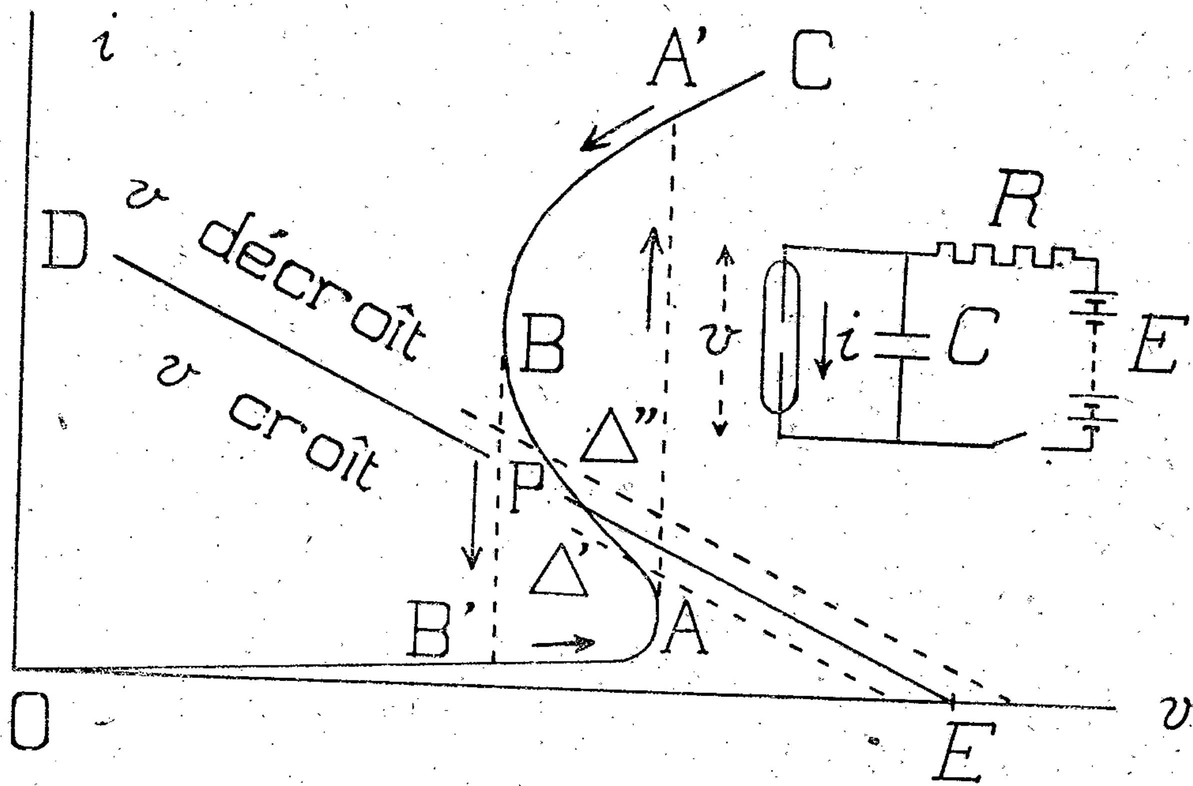
$$i = \frac{E - v}{R} \tag{1}$$

est *accessible*. Or, en régime variable,

$$(2)\qquad i=\frac{E-CR\dfrac{dv}{dt}-v}{R},$$

c'est-à-dire que l'état instantané de la décharge est représenté par le point d'intersection de la caractéristique et d'une droite Δ représentée par l'équation (2). Cette droite est parallèle à la droite de charge D, mais elle coupe l'axe des v en un point d'abscisse variable $E-CR(dv/dt)$, au lieu de E. Pour dv/dt positif (v croissant), cette droite Δ est au-dessous de D (position Δ′ sur la figure 1); c'est le contraire lorsque v décroît (position Δ″). Autrement dit, en régime variable, *au-dessous de* D, *v croît* et *au-dessus de* D, *v décroît.*

Supposons alors que la droite de charge coupe uniquement l'arc à pente négative de la caractéristique, en P (voir la figure). Le condensateur C



étant initialement déchargé, après la fermeture du circuit, le point (v, i) décrit OA. Mais au point A à tangente verticale, v ne peut décroître, donc le point représentatif ne peut décrire AP. D'autre part, le fonctionnement ne peut se stabiliser que sur D, donc pas en A. Mais, en ce point, dv/di s'annule. Comme dv/dt est différent de zéro en dehors de la droite D, c'est que di/dt devient infini. Physiquement, cela veut dire qu'il est possible au point représentatif (v, i) de sauter instantanément de A en A′ (variation non très petite de i en un temps infiniment court) : c'est *l'allumage* de la décharge luminescente. De même on constate que le point (v, i) décrit l'arc A′B; il ne peut décrire BP, mais il saute instantanément de B en B′ (*extinction* de la décharge luminescente) et le cycle recommence.

Ainsi *tout point de l'arc à pente négative est inaccessible*, et l'on voit comment est engendré le fonctionnement intermittent suivant B′AA′BB′. A l'oscillographe cathodique, on observe effectivement des cycles de cette forme.

En réalité, les sauts AA′ et BB′ ne sont pas instantanés, car l'allumage et l'extinction exigent un certain temps pour la formation et la dissipation de la charge spatiale. Cette durée est négligeable lorsque la période d'intermittence, proportionnelle à C, est suffisante. La théorie n'est donc valable que pour les capacités élevées. Rappelons d'ailleurs ce fait expérimental que le régime discontinu cesse lorsque la capacité descend au-dessous d'une valeur limite.

Sans capacité, on peut donc tracer une plus grande portion de la caractéristique qu'avec une capacité en parallèle.

ÉLECTRONIQUE. — *Cellule thermoionique de grande puissance à atmosphère gazeuse (notamment à l'air libre) et ions positifs.* Note (1) de M. **Siegfried Klein**, présentée par M. Camille Gutton.

Cette cellule permet d'obtenir 1 milliampère sous une tension de 500 volts avec une surface active de 250^{mm^2} environ.

Le phénomène de base utilisé est le suivant : ionisation d'un gaz et surtout de la vapeur métallique provenant d'une électrode chaude et capture par cette même électrode des électrons résultant de cette ionisation, les ions positifs résiduels étant attirés vers l'électrode froide portée à un potentiel négatif.

L'appareil est constitué par un morceau de tube de quartz recouvert de la substance émettrice et chauffé à l'intérieur par un filament. Il est entouré à l'extérieur par une électrode cylindrique à une distance de quelques millimètres.

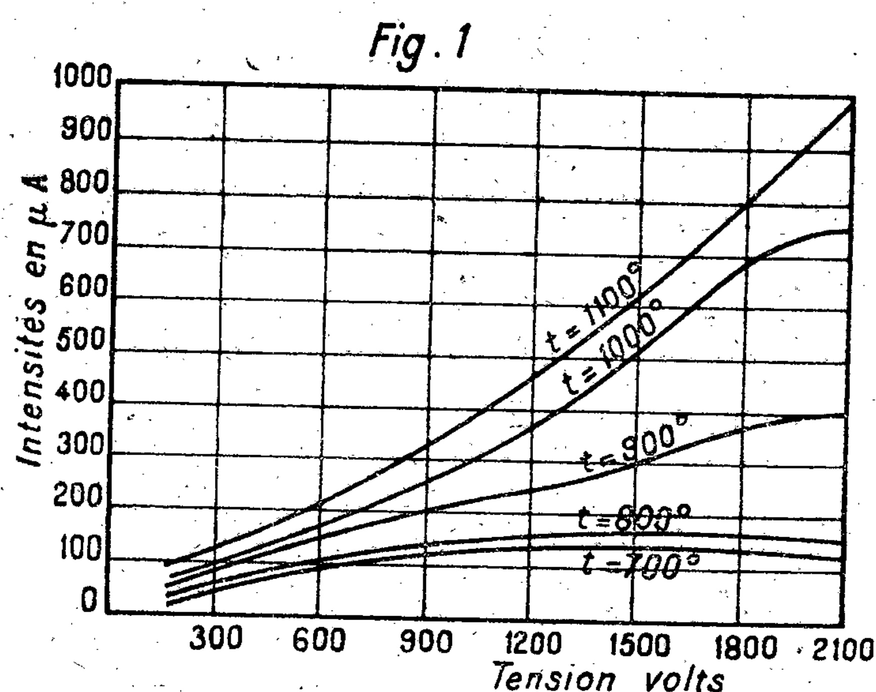
L'ionisation de la vapeur métallique et de l'oxygène (cas de l'air) a nécessairement lieu dans une pellicule extrêmement mince entourant la préparation chauffée, de sorte qu'il y a intérêt, pour augmenter la surface utile de celle-ci, à ce que cette préparation se présente sous une forme pulvérulente. Les électrons émis par effet Richardson sont presque immédiatement récupérés, sous l'effet du champ extérieur contraire, par la couche émettrice, mais ionisent cependant des molécules de gaz et *principalement* les vapeurs qui se trouvent à proximité immédiate.

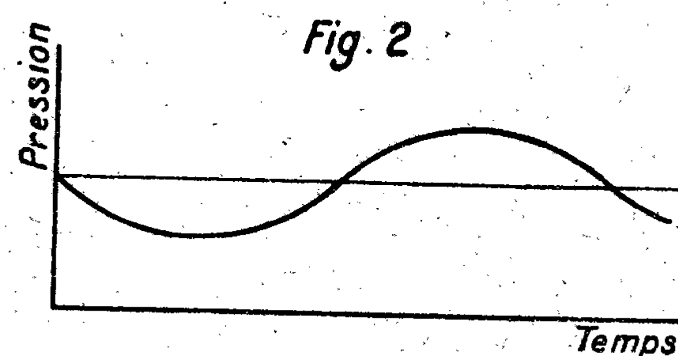
La présence du gaz a d'ailleurs pour effet essentiel de regénérer le pouvoir émissif de l'électrode chaude, qui, dans le vide, ne tarderait pas à s'annuler. La régénération est due probablement aux chocs des molécules gazeuses sur la surface métallique active et permet en tous cas d'obtenir une production d'ions constante et bien définie, fonction de la pression du gaz.

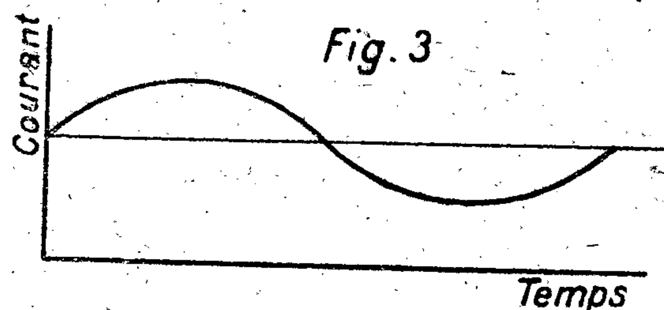
La figure représente à diverses températures l'intensité du courant obtenu avec une source de 50^{mm^2} seulement en fonction des voltages; la figure 2

(1) Séance du 13 mai 1946.

montre, en fonction du temps, les variations de pression dues à une onde sonore, et la figure 3, les variations correspondantes du courant thermoionique.







La principale préparation mise en œuvre est un mélange composé comme suit :

Platine précipité	50 %
Phosphate d'aluminium	40
Graphite	5
Iridium précipité	5

Ce mélange est calciné sur un support réfractaire.

Applications diverses. — 1° Transformation des ondes sonores, infra- et ultrasonores, en variations modulées du courant électrique correspondant aux ions produits dans une atmosphère de densité périodiquement variable sous l'effet desdites ondes.

2° Microphone sans organe mécanique, basé sur les variations du courant électrique qui résultent immédiatement des vibrations aériennes sans interposition d'aucune membrane ou autre dispositif similaire. Le courant modulé obtenu est faible, mais on peut le faire circuler dans une résistance considérable de l'ordre du mégohm et l'amplifier de la façon habituelle.

3° Haut-parleur résultant de l'application d'une tension variable entre les deux électrodes du dispositif thermoionique à air précité et de la transformation partielle de l'énergie cinétique des ions obtenus en énergie de même nature des molécules atmosphériques, mises ainsi en mouvement vibratoire de période identique à celle de l'intensité des ions percutants.

4° Utilisation des molécules de gaz mises en vibration sous une fréquence élevée, pour transmettre ces dites vibrations à travers une masse liquide à un dispositif récepteur approprié.

5° Altimètre basé sur la mesure de la densité de l'atmosphère à l'altitude considérée par l'intensité du courant ionique obtenu dans une cellule placée à cette altitude.

6° Tachymètre basé, de même, sur la mesure de l'intensité du courant ionique obtenu dans une cellule placée au centre d'une dépression engendrée par le courant aérien dû à la vitesse.

ÉLECTROCHIMIE. — *Étude du dépôt électrolytique de polonium sur le tantale, le tungstène et le molybdène*. Note (¹) de MM. **André Coche** et **Moïse Haïssinsky**, présentée par M. Frédéric Joliot.

Il est généralement admis, d'après les expériences de divers auteurs (²), que les modalités du dépôt électrolytique des radioéléments en couches infiniment minces sont essentiellement définies par le potentiel de l'électrode. En particulier, le potentiel critique du dépôt cathodique de Po en milieu acide serait indépendant de la nature du support. Quelques exceptions à cette règle, telles que le dépôt de Po en solution alcaline ou sur platine en solution acide, ont été attribuées à des phénomènes secondaires.

La généralisation de cette conclusion se heurte cependant à certaines difficultés théoriques sur lesquelles l'un de nous a insisté par ailleurs (³). Afin de vérifier si cette généralisation est vraiment justifiée, nous avons mesuré, par l'ancienne méthode de Hevesy et Paneth, les potentiels critiques du dépôt de Po en solution de HNO_3 0,3 N sur Ta, Mo et W. Les deux premiers métaux ont été utilisés sous forme de lames de $1^{cm^2},2$, frottés préalablement au papier émeri très fin, le tungstène sous forme de tiges de même aire et après un traitement identique. Nous avons utilisé pour chaque expérience 10^{cm^3} de solution contenant 3 u.é.s. ($\sim 5.10^{-11}$ N) de Po soigneusement purifié. Une petite lame d'or servait de seconde électrode. La solution a été agitée par rotation modérée de l'électrode étudiée.

Afin de pouvoir réaliser des potentiels suffisamment positifs pour couvrir tout le domaine à étudier, nous avons été obligés parfois de recourir à des artifices : séjour plus ou moins prolongé préalable de Ta dans une solution nitrique sans polonium (courbe A), polarisation cathodique préalable de cette électrode dans la solution qui vient d'être indiquée (courbe B), addition de traces d'acide molybdique dans les expériences avec Mo et même inversion des polarités des électrodes dans le cas Mo et W.

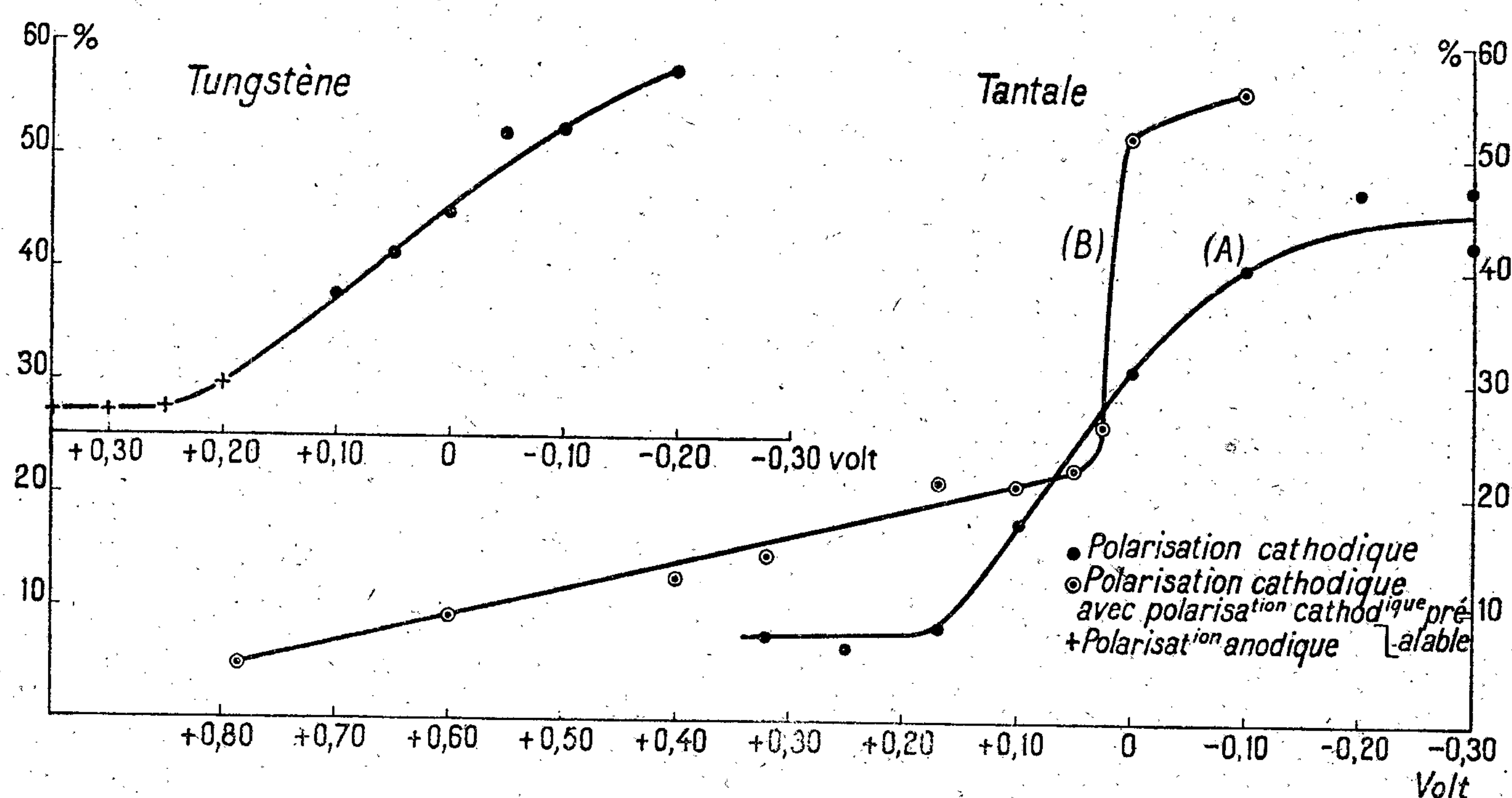
Les résultats de ces mesures avec Ta et W sont donnés par les courbes ci-après, à le pourcentage de Po déposé après une heure d'électrolyse est porté en fonction du potentiel de l'électrode, mesuré par la méthode classique

(¹) Séance du 20 mai 1946.

(²) G. Hevesy et F. Paneth, *Wien. Ber.*, **123**, 1914, p. 1619; Hevesy, *Phys. Z.*, **14**, 1913, p. 55; F. Joliot, *J. Chim. Phys.*, **27**, 1930, p. 119; M. Haïssinsky, *ibid.*, **30**, 1930, p. 27; voir aussi K. Herzfeld, *Phys. Z.*, **14**, 1913, p. 29.

(³) M. Haïssinsky, *loc. cit.* et *J. Chim. Phys.*, **43**, 1946, p. 21.

d'opposition par rapport à l'électrode de calomel saturée. Rappelons que le potentiel critique du dépôt cathodique de Po sur Au ou Ag, relativement à



cette électrode de référence, est de + 0,38 à 0,40 volt (pour des concentrations voisines de celles qui ont été utilisées dans nos expériences).

On voit que, tant dans le cas de Ta (non polarisé au préalable) que dans celui de W, il y a d'abord un dépôt indépendant du potentiel, faible sur Ta, très important sur W, et qui est suivi d'un accroissement rapide aux environs de + 0,20 volt. Si l'on soustrait des quantités déposées le pourcentage indiqué par le palier initial, les valeurs des potentiels critiques ainsi obtenus sont + 0,18 volt sur Ta et + 0,22 volt sur W, c'est-à-dire nettement plus négatifs que sur Au et Ag. Ce déplacement du potentiel critique devient encore plus important sur la courbe B, obtenue avec Ta après polarisation cathodique préalable par un courant de 10 μA pendant une heure, opération qui conduit d'ailleurs à une modification profonde de toute l'allure de la courbe.

Sur le molybdène, les résultats sont bien moins reproductibles, d'autant plus qu'il est difficile de réaliser avec ce métal fonctionnant comme cathode des potentiels suffisamment positifs. Ils montrent un comportement analogue à celui d'une électrode de Pt : dépôt plus ou moins important à tous les potentiels étudiés (entre + 0,30 et — 0,05 volt) avec un minimum situé aux environs de + 0,15 volt (dans le cas de Pt, celui-ci est près de + 0,50 volt) (4).

L'ensemble de ces expériences semble indiquer que la nature de l'électrode et son état de surface interviennent notablement, tout au moins dans certains cas, dans les phénomènes du dépôt cathodique de Po même en solution acide. Elles n'excluent cependant pas la possibilité que les écarts signalés soient dus à

(4) Mme M. Wertenstein, *C. R. Soc. Sci. Varsovie*, 10, 1917, p. 771; F. Joliot, *loc. cit.*

des processus chimiques se jouant sur la surface des électrodes et sans rapport direct avec l'énergétique électrochimique du dépôt. Nous poursuivons ces expériences, qui doivent, à notre avis, contribuer non seulement à la compréhension du mécanisme de formation de couches électrolytiques extrêmement minces, mais encore à l'étude des propriétés électrochimiques et superficielles des métaux utilisés comme électrodes.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur la nature de l'ion hydrogène dans les solutions électrolytiques.* Note (¹) de M. **Eugène Darmois** et Mlle **Geneviève Sutra**, transmise par M. Paul Pascal.

L'accord n'est pas encore fait sur le mécanisme de la conductibilité des ions H^+. Les principaux faits expérimentaux sont les suivants : 1° l'ion H^+ est très mobile; dans l'eau à 25°, $l_{K^+} : l_{K^+} = 4{,}80$; 2° le coefficient de température de sa conductibilité (C. T.) est faible : 0,0157, alors que le C. T. de la viscosité de l'eau est 0,0236; 3° le volume ionique limite en solution v_0 est égal à $-6{,}5$ Å³. Pour expliquer la grande mobilité, on a invoqué le fait que H^+ est un des ions de l'eau, d'où une série d'ionisation et de recombinaisons semblables à celles que Grotthus postulait déjà en 1806. Un traitement moderne de cette hypothèse, utilisant la mécanique ondulatoire, est dû à Bernal et Fowler (1933). Les auteurs expliquent bien la mobilité de H^+, mais ils prévoient que l'ion deutérium D^+ aura une mobilité normale; l'expérience a démenti cette prévision.

L'une de nous a proposé récemment (²) une explication du coefficient thermique (C. T.) de la conductibilité des ions. Ceux dont le C. T. est supérieur à 0,0236 sont hydratés; cette hydratation diminue en moyenne quand T augmente; la mobilité augmente plus vite que ne le voudrait la variation de viscosité. Si les ions H^+ sont, comme le supposent certains auteurs, un mélange de protons et d'ions $(H_3O)^+$, ils doivent suivre cette règle et leur C. T. devrait être supérieur à 0,0236. C'est une nouvelle raison pour rejeter l'hypothèse de Grotthus.

Dans le même travail, on a montré que les ions à C. T. inférieur à 0,0236 s'écartent de la formule de Stokes; celle-ci donnerait pour le rayon de l'ion la valeur $r_3 = 0{,}819 z/\eta l$ où z est la valence de l'ion. Le r_s calculé diffère du rayon cristallin r : 1° à cause de l'effet électrique de l'ion sur les dipôles de l'eau; cet effet augmente r_s dans le rapport $1 + (c/r^n)$, où C a été calculé par Born (1920); 2° à cause de la structure lacunaire de l'eau; cet effet diminue r_s dans le rapport $1 + \varphi(r)$, où φ est empirique; ce 2° effet existe pour une sphère

(¹) Séance du 20 mai 1946.
(²) Geneviève Sutra, *Thèse*, Paris, 1946.

non chargée. On aurait ainsi

$$r_s = r\frac{1+\frac{c}{r^4}}{1+\varphi(r)}; \tag{2}$$

r est indépendant de T, C et φ en dépendent. C est environ 10 à 25° si r est évalué en A.

Le calcul donne

$$\frac{1}{r_s}\frac{dr_s}{d\mathrm{T}} = \frac{0{,}0057\,c}{r^4+c} - \frac{\frac{d\varphi}{d\mathrm{T}}}{1+\varphi(r)}. \tag{3}$$

De (1) on tire

$$\frac{1}{r_s}\frac{dr_s}{d\mathrm{T}} + \frac{1}{\eta}\frac{d\eta}{d\mathrm{T}} + \frac{1}{l}\frac{dl}{d\mathrm{T}} = 0,$$

d'où la valeur expérimentale de $(1/r_s)(dr_s/d\mathrm{T})$. Pour l'ion I^-,

$$\frac{1}{r_s}\frac{dr_s}{d\mathrm{T}} = 0{,}0023, \qquad r = 2{,}20\,\mathrm{A};$$

le premier terme du deuxième membre de (3) est 0,0024. La variation de φ doit donc être assez faible. Pour l'ion H^+, $(1/r_s)(dr_s/d\mathrm{T}) = 0{,}0079$. Mais le rayon cristallin r est tout à fait inconnu. L'un de nous a démontré une formule reliant le volume effectif de l'ion en solution au volume limite v_0 ([3]). C'est $x = v_0 + 30n$, où n est le nombre des molécules d'eau fixées par l'ion. Si l'ion est $(\mathrm{H_3O})^+$, $n=1$, $x = 23{,}5\,\mathrm{A}^3$; ce volume x est celui d'où l'eau est exclue; le rayon r est tel que $(4/3)\pi r^3 < x$. Si l'on admet que la proportion de $(4/3)\pi r^3$ à x est la même que dans l'eau, on aura $(r/1{,}38)^3 = 23{,}5/30$, soit $r = 1{,}28\,\mathrm{A}$. C'est à peu près le rayon de K^+ et le rapport $\mathrm{I}_{\mathrm{H}^+}/\mathrm{I}_{\mathrm{K}^+}$ est alors incompréhensible. Il est donc impossible de réconcilier les données de densités avec celles de conductibilité dans l'hypothèse d'ions $(\mathrm{H_3O})^+$.

Nous supposerons au contraire que l'ion H^+ est effectivement un proton et nous appliquerons aux protons mobiles entre les molécules d'eau une théorie calquée sur celle de Drude-Lorentz pour la conductibilité des métaux. Le proton a une vitesse d'agitation moyenne v, un chemin moyen l; dans le temps l/v, il subit l'accélération $\mathrm{E}e/m$ due au champ E. La vitesse moyenne d'entraînement par le champ est $u = (\mathrm{E}e/m)(l/2v)$. Nous admettons que l'énergie cinétique moyenne d'agitation est de la forme $\alpha\mathrm{T}$, d'où $1/2\,mv^2 = \alpha\mathrm{T}$. Finalement

$$u = \frac{\mathrm{E}el}{\sqrt{8m\alpha\mathrm{T}}}.$$

Dans l'eau lourde, la structure est pratiquement celle de l'eau, le deuton est aussi une particule sans dimensions; l est donc probablement le même.

([3]) EUGÈNE DARMOIS, *Journal de Physique*, 2, 1941, p. 2.

On doit ainsi avoir $u_H/u_D = \sqrt{2} = 1,41$. D'après les mesures de Baker et La Mer ([4]), la mobilité de l'ion H^+ à 25° dans H_2O est 339,8; celle de D^+ dans D_2O est 242,5. Le rapport de ces deux nombres est 1,40. La mobilité de l'ion K^+ est seulement abaissée dans D^eO à peu près comme le veut la variation de viscosité. En supposant que α est le même que dans les gaz, la formule (4) permet de calculer l. Pour l'ion H^+, $u/E = 1,05$ (U. E. S.); $e = 4,8.10^{-10}$; $m = 1/6.10^{23}$, $\alpha = 2,07.10^{-16}$, $T = 300$. On trouve ainsi $1 = 0,27.10^{-8}$ cm, soit à peu près 1/10 du diamètre de la molécule d'eau. La théorie donnée plus haut pour l'ion I^- ne s'applique plus puisque $r = 0$; l'augmentation de u avec T exige une augmentation de l. Si l'ion H^+ est effectivement le proton, le volume limite v_0 représente la contraction du réseau de l'eau quand on y introduit un proton. On sait enfin qu'on a cherché vainement le spectre Raman de l'ion $(H^3O)^+$; le proton ne doit pas présenter un tel spectre.

MAGNÉTISME. — *Sur des lois numériques simples, relatives à l'aimantation thermorémanente du sesquioxyde de fer rhomboédrique.* Note ([1]) de Mlle **Juliette Roquet** et M. **Émile Thellier**, présentée par M. Charles Maurain.

L'un de nous a montré ([2]) que l'aimantation thermorémanente des terres cuites obéissait à des lois quantitatives d'une simplicité tout à fait inattendue. Nous avons repris une étude analogue sur un corps mieux défini : $Fe_2O_3\alpha$. Les résultats qui suivent se rapportent à des échantillons préparés, stabilisés et étudiés suivant la technique décrite récemment ([3]); les champs magnétiques utilisés sont relativement faibles pour éviter les phénomèmes de saturation dont l'étude n'est pas terminée.

1° *Courbe d'aimantation.* — Un échantillon de sesquioxyde, non aimanté initialement, est chauffé jusqu'à $t°$ et refroidi jusqu'à la température ordinaire 20°, dans un champ magnétique constant, d'intensité H; on mesure son aimantation spécifique thermorémanente que nous désignerons par $\sigma_{t,20}$. On répète cette opération pour des valeurs de t croissantes, jusqu'à 750°.

On trouve ainsi que l'aimantation $\sigma_{t,20}$ croît avec t, d'abord lentement, puis très rapidement, jusqu'à une température T, après laquelle elle garde une valeur constante $\sigma_{T,20}$, aux erreurs de mesure près qui peuvent atteindre 1 %. Cette température T, qu'un tel essai définit avec une certaine imprécision, semble coïncider avec le point de Curie, 675°, de $Fe_2O_3\alpha$. La figure 1 donne les valeurs relatives $\sigma_{t,20}/\sigma_{T,20}$ pour trois des échantillons cités ([3]). Les trois

([4]) *J. Chem. Phys.*, 3, 1935, p. 406.

([1]) Séance du 20 mai 1946.

([2]) Résumé et bibliographie dans *Notice sur les titres et travaux de* E. Thellier, Paris, 1941.

([3]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, pp. 727-729.

courbes diffèrent nettement, ce qui montre un nouvel aspect de la variabilité des propriétés magnétiques d'un échantillon à l'autre, contrastant d'ailleurs avec une grande fidélité des propriétés pour un même échantillon.

2° *Courbe de désaimantation.* — Un des échantillons, portant initialement l'aimantation thermorémanente $\sigma_{T,20}$, due au champ H, est chauffé jusqu'à t et refroidi, dans un champ magnétique *nul*, jusqu'à 20°; on mesure son aimantation restante que nous désignerons par σ'_t. Répétant cette opération pour des températures t croissantes, on trouve que σ'_t décroît quand t s'élève et s'annule pour une température qui est restée comprise entre 675° et 680° dans des essais portant sur trois échantillons. Cette température, expérimentalement mieux définie que T, semble lui être égale.

La courbe B de la figure 1 donne des valeurs relatives $\sigma'_t/\sigma_{T,20}$ pour l'échan-

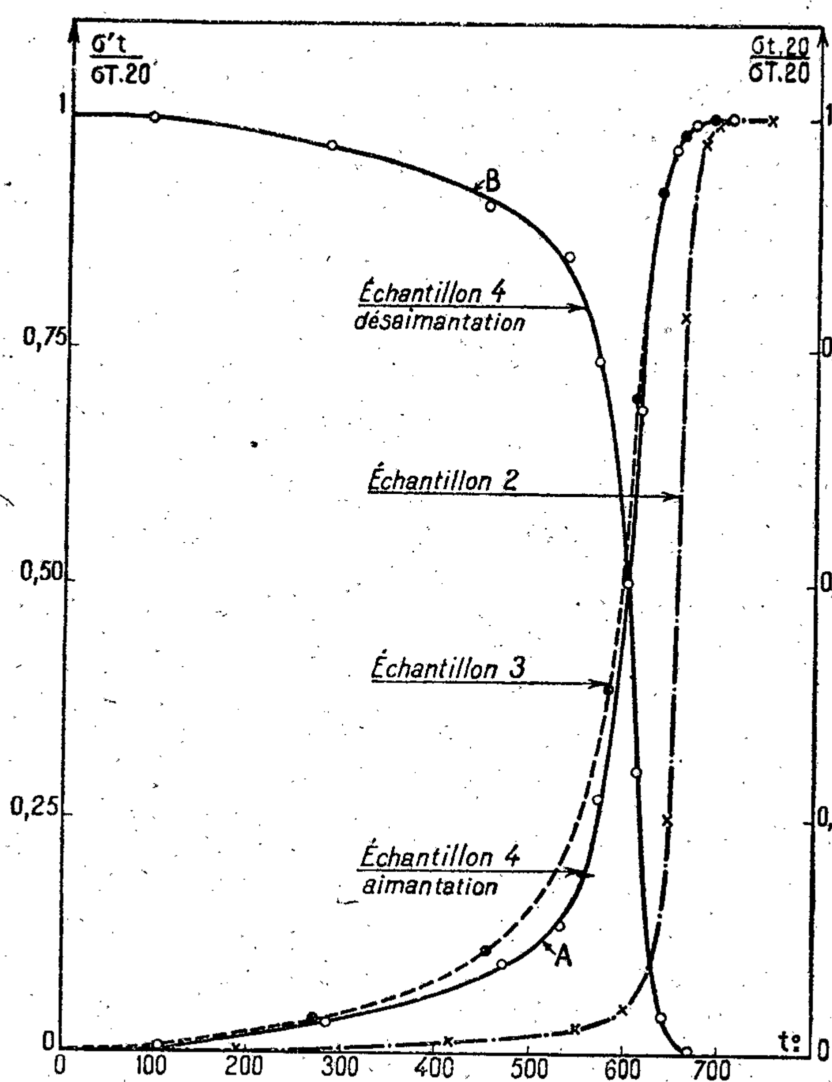


Fig. 1.

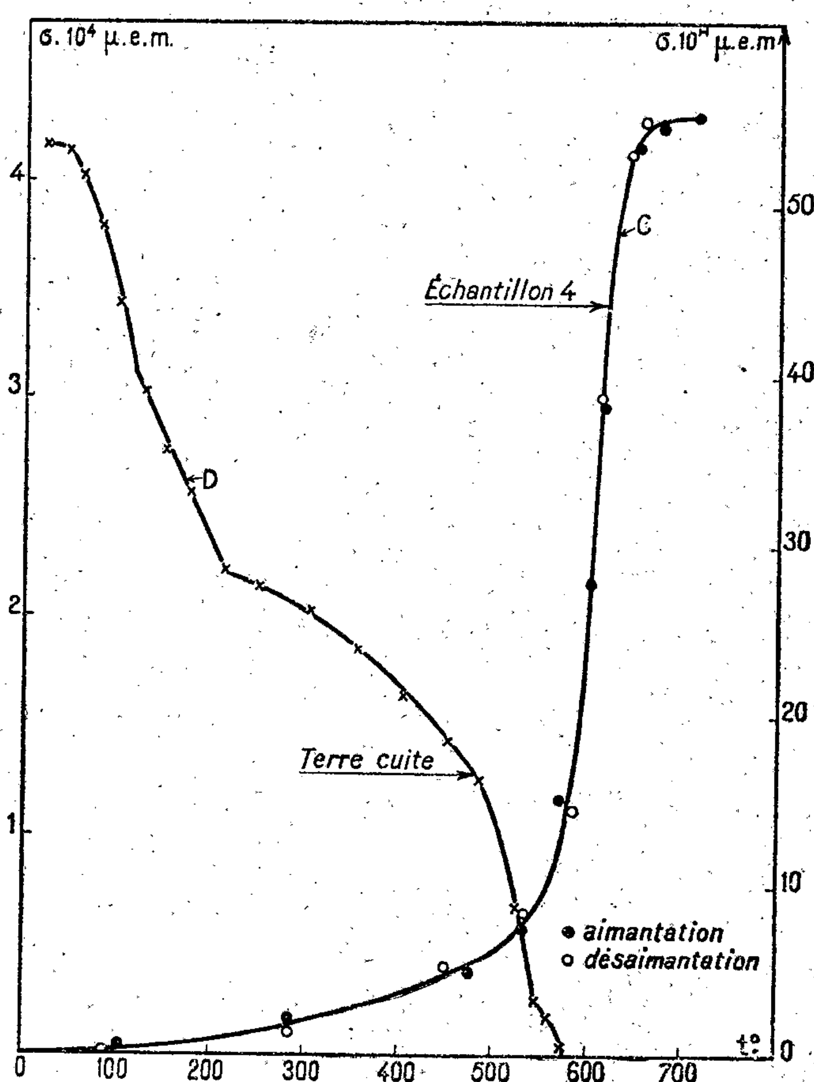


Fig. 2.

tillon 4. On constate facilement que les deux courbes A et B correspondant au même échantillon sont complémentaires, c'est-à-dire que l'on a pour toute température t

$$\sigma_{t,20} + \sigma'_t = \sigma_{T,20}.$$

La courbe C de la figure 2 illustre bien cette propriété. C'est la courbe d'aimantation de l'échantillon 4, tracée en portant, en fonction de t, à la fois les quantités $\sigma_{t,20}$ données par les expériences d'aimantation et $\sigma_{T,20} - \sigma'_t$ données par les expériences de désaimantation. Les deux séries de points s'accordent parfaitement.

3° *Aimantations* partielles. — D'autre part l'aimantation σ'_t à laquelle est réduite l'aimantation $\sigma_{T,20}$ après une chauffe à $t°$ est égale à celle, que nous désignerons par $\sigma_{T,t}$, que le même corps aurait acquise en se refroidissant dans le champ H, de T à t (le refroidissement s'achevant en champ nul de $t°$ à 20°). C'est-à-dire que l'on a

$$\sigma'_t = \sigma_{T,t}.$$

Pour démontrer cette relation, il suffit de vérifier que

$$\sigma_{T,t} + \sigma_{t,20} = \sigma_{T,20}.$$

C'est ce que nous avons fait pour l'échantillon 4, pour lequel nous avons trouvé, les aimantations étant exprimées en 10^{-4} u.e.m., et $H = 17,8$ gauss,

$$\sigma_{700,570} = 41,8, \qquad \sigma_{570,20} = 13,9.$$

La somme 55,7 de ces deux aimantations *partielles* est égale, au centième près, à la valeur 55,3 trouvée pour $\sigma_{700,20}$.

Cette propriété d'exacte sommation des aimantations acquises dans des intervalles successifs de température (et le même champ) peut d'ailleurs être généralisée. Par exemple, le même échantillon 4 a donné, avec trois intervalles consécutifs :

$$\sigma_{700,610} = 18,0, \qquad \sigma_{610,475} = 32,6, \qquad \sigma_{475,20} = 5,1,$$

valeurs dont la somme 55,7 est encore égale à $\sigma_{T,20}$.

Cas des terres cuites. — Les propriétés du sesquioxyde de fer que nous venons d'exposer sont parmi celles qui ont été établies pour des terres cuites [2]. Avec les valeurs numériques données dans une Note antérieure [4], relatives à une terre cuite grossière et à $H = 0,42$ gauss, nous avons tracé la courbe de désaimantation D de la figure 2. Cette courbe suggère immédiatement qu'un tel corps contient un certain nombre de composés définis ayant les mêmes propriétés thermorémanentes que le sesquioxyde de fer, mais des points de Curie différents

OPTIQUE. — *Quelques considérations sur la cinématique de la lumière.* Note [1] de M. Fernand Prunier, présentée par M. Ernest Esclangon.

Nous avons décrit, M. A. Dufour et moi-même, une expérience dans laquelle interféraient deux rayons lumineux ayant parcouru, en sens inverse l'un de l'autre, un même circuit. Une partie de ce circuit était solidaire d'un disque

---

(4) *Ibid.*, **213**, 1941, pp. 1019-1022.

(1) Séance du 13 mai 1946.

pouvant être mis en rotation; l'autre partie demeurait fixe dans le laboratoire. La théorie ancienne de la lumière jointe à la cinématique classique et la théorie corpusculaire jointe à la cinématique de la relativité expliquent toutes les deux le résultat de l'expérience, un déplacement des franges d'interférences égal à $4\omega A/c\lambda_0$, ω étant la vitesse angulaire de rotation du disque, λ_0 la longueur d'onde de la lumière employée, et A l'aire délimitée par la partie du circuit liée au disque et par les deux rayons du disque aboutissant aux extrémités de cette partie.

Schématiquement, l'appareil utilisé peut être décrit ainsi qu'il suit. Une lame séparatrice S, où est supposé se trouver l'observateur O, concrétisé par une plaque photographique, et deux miroirs m_1 et m_4 sont solidaires du disque. Les autres appareils, et notamment deux miroirs m_2 et m_3, sont dans un plan surélevé, parallèle à celui du disque, et restent fixes quand le disque tourne autour de son centre C.

Ces quatre miroirs sont deux à deux sur la même verticale et inclinés sur elle à 45°.

Le tout est illuminé une fois par tour par un éclair qui jaillit quand la vitesse linéaire v de O est parallèle à la ligne $m_2 m_3$ des miroirs fixes. Le résultat expérimental peut alors s'écrire $2vl/c\lambda_0$, l étant la distance $m_4 m_1$ ou $m_2 m_3$. Et, pour l'observateur O, l'effet provient en totalité du parcours dit fixe, d'après la théorie corpusculaire jointe à la cinématique de la relativité. Pour l'autre théorie, il provient, au contraire, uniquement du parcours lié au disque. Nous pouvons nous proposer, conformément à une idée déjà employée, de faire la théorie d'une telle expérience en supposant que l'on utilise, au lieu de flux de photons, des flux d'autres corpuscules, par exemple des flux d'électrons. Soient donc u les vitesses égales et de sens contraire de ces deux flux, par rapport au laboratoire sur le parcours dit fixe, et u_1 et u_2 leurs vitesses sur ce même parcours pour l'observateur *galiléen* O. Les ondes associées ont pour longueurs d'onde respectivement

$$\lambda = \frac{h\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}{mu}, \qquad \lambda_1 = \frac{h\sqrt{1-\frac{u_1^2}{c^2}}}{mu_1}, \qquad \lambda_2 = \frac{h\sqrt{1-\frac{u_2^2}{c^2}}}{mu_2},$$

m étant la masse propre de chaque particule. On peut en déduire, en remplaçant u_1 et u_2 selon la formule de composition des vitesses, et en groupant λ_1 et λ_2 dans une même notation λ',

$$\lambda' = \lambda\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\,\frac{1}{1\pm\frac{v}{u}}.$$

On a donc, pour la différence de phase introduite sur le parcours fixe par le

mouvement de l'observateur O,

$$\frac{l}{\lambda_1} - \frac{l}{\lambda_2} = \frac{2vl}{u\lambda},$$

au second ordre près en v/u. S'il s'agit de photons dans le vide, on obtient bien le résultat voulu $2vl/c\lambda$. Appliquons ce résultat à un flux de photons de vitesse $u = (c/n)$, dans un milieu d'indice n supposé intercalé sur le parcours m_2m_3, le reste du parcours se faisant dans l'air. La différence de phase ainsi justifiée sera $2vnl/c\lambda$. Il faudra ensuite tenir compte de la relation entre λ et la longueur d'onde λ_0 du vide, qu'on sait être $\lambda = (\lambda_0/n)$. D'où finalement, pour la différence de phase à prévoir, la valeur $2vn^2l/c\lambda_0$. Or nous avions également fait l'expérience en plaçant sur m_2m_3 un tube rempli d'eau. Le résultat est demeuré $2vl/c\lambda_0$. La théorie ancienne de la lumière, jointe à la cinématique classique, en rend compte facilement. Elle indique en effet que $\lambda' = \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$. Le parcours dit fixe continue donc de n'intervenir en rien dans l'effet constaté.

L'hypothèse $u = (c/n)$, en théorie corpusculaire, qui correspondrait à $\lambda' = \lambda[1 \pm (vn/c)]$, introduisant un désaccord du premier ordre en v/c avec l'expérience, il faudrait, pour éviter ce désaccord, remplacer u par nc, ce qui conduirait à prendre $\lambda' = \lambda[1 \pm (v/nc)]$, mais cette valeur nc de u ne paraît guère possible en théorie corpusculaire. Reste la possibilité de prendre $u = c$, avec $\lambda' = \lambda[1 \pm (v/c)]$. La vitesse du photon dans le milieu serait c, comme dans le vide, à peu de chose près du moins; l'apparence de la vitesse c/n devrait alors s'expliquer par des rétrogradations des rayons par suite de chocs, au sens étendu du mot, sur les particules matérielles du milieu. L'indice se définirait par une égalité telle que

$$\frac{L}{c} + \frac{l}{c} = \frac{n(L - l)}{c},$$

L étant la somme des parcours accomplis dans le milieu dans le sens de la progression finale du rayon, et l la somme des parcours de sens contraire. Si l'on définit de la même façon un indice n' pour un observateur animé par rapport au milieu de la vitesse v, on retrouve la formule de Fresnel-Fizeau

$$\frac{c}{n'} = \frac{c}{n} \pm v\left(1 - \frac{1}{n^2}\right),$$

et même, par un calcul plus rigoureux, la formule de composition des vitesses. L'expérience relatée ici est l'inverse de celle de Fizeau.

Ainsi pourrait-on penser à retenir cette hypothèse $u = c$. Mais il semble que les chocs entre photons et particules de matière devraient produire des pertes de fréquence importantes, en raison de leur nombre énorme, et cela n'a jamais été constaté.

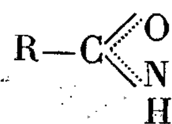
SPECTROCHIMIE. — *Sur le spectre infrarouge et la structure des dérivés métalliques des amides.* Note [1] de M. **Henri Lenormant**, présentée par M. Pierre Jolibois.

Nous avons signalé [2] l'analogie du spectre de l'acétamide sodé avec celui des sels métalliques d'acides gras.

Depuis, nous avons pu obtenir le spectre d'autres dérivés métalliques des amides entre 5 et 8^{μ} et étendre l'étude spectrale des amides sodés jusqu'à 14^{μ}. Cette étude a été effectuée entre 5 et 8^{μ} sur un spectre à prisme de fluorine et de 8 à 14^{μ} sur un appareil à prisme de sel gemme de M. J. Lecomte.

Résultats. — 1. *Amides sodés.* — Parmi les fréquences observées, trois sont particulièrement intéressantes parce qu'elles correspondent presque exactement à trois bandes rencontrées dans les sels d'acides gras. Il s'agit des bandes situées vers $6^{\mu},35$-$7^{\mu},30$ et 11^{μ}. Celles-ci représentent respectivement, dans le cas des sels d'acides gras, les vibrations antisymétriques et symétriques de valence et la vibration de déformation de la molécule angulaire symétrique R—C$\langle^{O}_{O}$ formée par résonance des deux atomes d'oxygène. Ce point a été complètement étudié par Cl. Duval, J. Lecomte et F. Douvillé [3].

D'autre part on ne trouve, dans les amides sodés, aucune absorption soit vers $5^{\mu},75$, soit vers 6^{μ}, attribuable aux doubles liaisons $C=O$ et $C=N$ des deux formes classiques cétone et imino-alcool des amides. On est ainsi conduit à attribuer aux amides sodés une structure semblable à celle des sels d'acides gras avec résonance des atomes d'azote et d'oxygène. On aurait ainsi la molécule



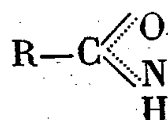
cette molécule doit posséder des fréquences caractéristiques très voisines de celle du groupement COO ionisé, étant donné que les forces et les masses mises en jeu sont très voisines, surtout si l'on considère NH comme une masse unique égale à 15. Il reste à considérer la position du métal. Les chimistes considèrent, le plus souvent, que le sodium est fixé sur l'azote, parce que le dérivé sodé traité par un iodure d'alcoyl donne un amide substitué.

Pour que le raisonnement précédent, attribuant les bandes des amides aux mêmes vibrations que celle du carboxyle ionisé, soit valable, il faut que les masses vibrantes aient les mêmes possibilités de vibrer. En particulier on doit considérer que les deux masses O et NH sont libres comme les oxygènes de COO^- et qu'aucune d'elle n'est liée spécialement au métal. On peut soit considérer que le sodium fournit simplement un électron à la fonction amide, formant ainsi une véritable liaison ionique, soit admettre que la liaison est

(1) Séance du 13 mai 1946.
(2) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 136.
(3) *Annales de Physique*, **17**, 1942, p. 5.

homéopolaire. Dans ce cas, il faut que la mise en commun d'électrons ne se fasse pas spécialement avec l'azote ou l'oxygène, mais avec la couche commune de l'ensemble de la molécule.

Cette manière de voir n'est pas habituelle, mais elle n'apparaît pas en contradiction avec ce que l'on sait des phénomènes de mésomérie. En effet, si l'on admet la résonance du type

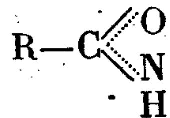


il n'est pas possible de considérer isolément la couche électronique de chacun des atomes d'azote et d'oxygène, mais bien celle de l'ensemble de la molécule.

Tout ceci n'exclut pas l'existence de liaisons hydrogène à partir de l'hydrogène de NH dont l'existence est prouvée par les travaux de M. et R. Freymann (4) et de Buswell Rodebush et Roy (5).

2. *Amides argentiques et mercuriques.* — Nous avons étudié les formamides argentique et mercurique, l'acétamide mercurique et la benzamide argentique. Les deux premiers de ces corps sont instables; cependant leur durée de vie est suffisante pour que le spectre infrarouge puisse être déterminé.

Dans tous ces corps on retrouve, comme dans les dérivés sodés, une forte bande vers $6^{\mu},30$-$6^{\mu},40$ attribuable à la vibration antisymétrique de valence de



Dans le cas du dérivé argentique de la formamide, dont le spectre n'est pas troublé par la présence de CH_2 ou de CH_3, on identifie également la vibration symétrique de valence du même groupement à la bande $6^{\mu},69$. Le fait le plus important est que les spectres des dérivés argentiques et mercuriques présentent une bande supplémentaire plus ou moins marquée. Dans le cas des amides argentiques, cette bande, moyenne ou faible, se situe vers 6^{μ}, précisément là où les amides substitués présentent un fort maximum d'absorption. Dans une Note précédente nous avons signalé ce fait et nous l'avons attribué à une certaine proportion de forme imino-éther. La bande en question représentant la vibration C=N que ces corps possèdent à cet endroit. Cette suggestion est conforme à la tendance réactionnelle des amides argentiques, mais paraît en réalité un peu simpliste et peu satisfaisante. Les dérivés mercuriques possèdent en effet une bande entre $6^{\mu},15$ et $6^{\mu},25$ qui paraît bien correspondre à la bande 6^{μ} des dérivés argentiques. Il est plus difficile de l'attribuer à une vibration C=N. Mieux vaut peut-être rapprocher ces bandes de celles qu'on observe dans les sels complexes cuivriques et cobaltiques des acides aminés, et ne pas tenter actuellement de les expliquer.

---

(4) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1850.

(5) *J. Am. Chem. Soc.*, 60, 1938, p. 2444.

PHYSICOCHIMIE. — *Sur l'équation de la diffusion dans les liquides.* Note (¹) de Mlle CLAUDE GAND et M. ÉDOUARD CALVET, présentée par M. Jean Cabannes.

L'un de nous a déjà décrit la méthode interférométrique qu'il a mise au point pour étudier la diffusion dans les liquides (²). Cette méthode permet d'obtenir l'enregistrement photographique de la projection en courbes de niveau ($c = \text{const.}$) de la surface $f(c, x, t) = 0$ représentant un processus quelconque de diffusion verticale dans une cuve cylindrique. On déduit par dérivation les valeurs du coefficient de Fick à n'importe quel instant dans tout le champ de diffusion.

Le même auteur a proposé l'équation suivante pour mieux représenter la loi de la diffusion (³)

$$(1) \qquad \frac{dc}{dt} = K_0\left[(1 - Ac)\frac{d^2c}{dx^2} - A\left(\frac{dc}{dx}\right)^2\right],$$

dans laquelle K_0 est une constante qui représente le coefficient de diffusion de Fick à gradient nul et à concentration nulle; $A = (a/RT) - b$ est exprimé en fonction des coefficients a et b de l'équation de van der Waals appliquée à la solution. A est en réalité une fonction de c, qui peut cependant être considérée comme constante pour les faibles variations de c se produisant au cours d'une expérience de diffusion. En posant $\varphi = (dc/dx)^2/(d^2c/dx^2)$, l'équation (1) s'écrit

$$(2) \qquad K = K_0(1 - A\varphi) - K_0 Ac.$$

Cette équation représente convenablement les résultats expérimentaux nouveaux que nous avons obtenus et elle permet d'atteindre le coefficient K_0 à gradient nul et à concentration nulle, qui est la grandeur fondamentale que nous nous sommes efforcés d'obtenir. On trouvera ci-dessous nos résultats relatifs au chlorure de sodium (*fig.* 1) et à l'hydroquinone (*fig.* 2) diffusant dans l'eau.

Mode opératoire. — On superpose dans la cuve laboratoire deux couches de solutions dont les concentrations c_1 et c_2 sont voisines. On n'effectue les mesures que dans les portions du cliché pour lesquelles la diffusion n'a pas encore atteint le fond ou le plafond de la cuve, car les perturbations que ces régions produisent sont complexes.

1° *Évaluation du coefficient de diffusion* K_c *à gradient nul pour chaque valeur*

(¹) Séance du 6 mai 1946.

(²) E. CALVET, *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 597; 221, 1945, p. 403; E. CALVET et R CHEVALERIAS, *J. Chim. Phys.*, 1946 (sous presse).

(³) E. CALVET, *Jour. de Phys.*, 8ᵉ série, 6, 1945, p. 47 S; *J. Chim. Phys.*, 1946 (sous presse).

de c. — On mesure les valeurs du coefficient de Fick K le long d'une même courbe d'égale concentration c comme il a été indiqué dans nos précédentes Notes (¹) (²). On calcule les valeurs correspondantes de φ. Les courbes $K = f(\varphi)$ sont des droites qui, extrapolées jusqu'à $\varphi = 0$, donnent les valeurs de K_c à gradient nul. Chaque cliché permet ainsi d'obtenir K_c pour toutes les valeurs de c comprises entre c_1 et c_2.

2° *Évaluation du coefficient* K_0 *à gradient nul et à concentration nulle.* — L'extrapolation de la courbe $K_c = f(c)$ fournit la valeur K_0 pour $c = 0$. On peut obtenir aussi K_0 en faisant diffuser dans le solvant pur une solution de faible concentration. Dans ces conditions le terme $K_0 A c$ de l'équation (2) est négligeable vis-à-vis de $K_0(1 - A\varphi)$ pour les points correspondant à la couche formée initialement de solvant pur. Les valeurs de φ varient en effet beaucoup : de l'infini pour la courbe $c = (c_1 + c_2)/2$ (axe du cliché) à zéro pour les régions les plus écartées de cet axe tandis que c varie peu. On peut alors utiliser l'équation réduite $K = K_0(1 - A\varphi)$ pour la couche contenant initialement le solvant pur. On obtient bien pour $K = f(\varphi)$ une droite qui donne par extrapolation la valeur K_0 cherchée.

Résultats. — *Diffusion du chlorure de sodium dans l'eau.* — On a fait diffuser une solution de concentration $c = 0{,}125 \cdot 10^{-3}$ mol/cm³ dans un même volume d'eau pure (*fig.* 1). Les valeurs trouvées pour K (en unités C. G. S.)

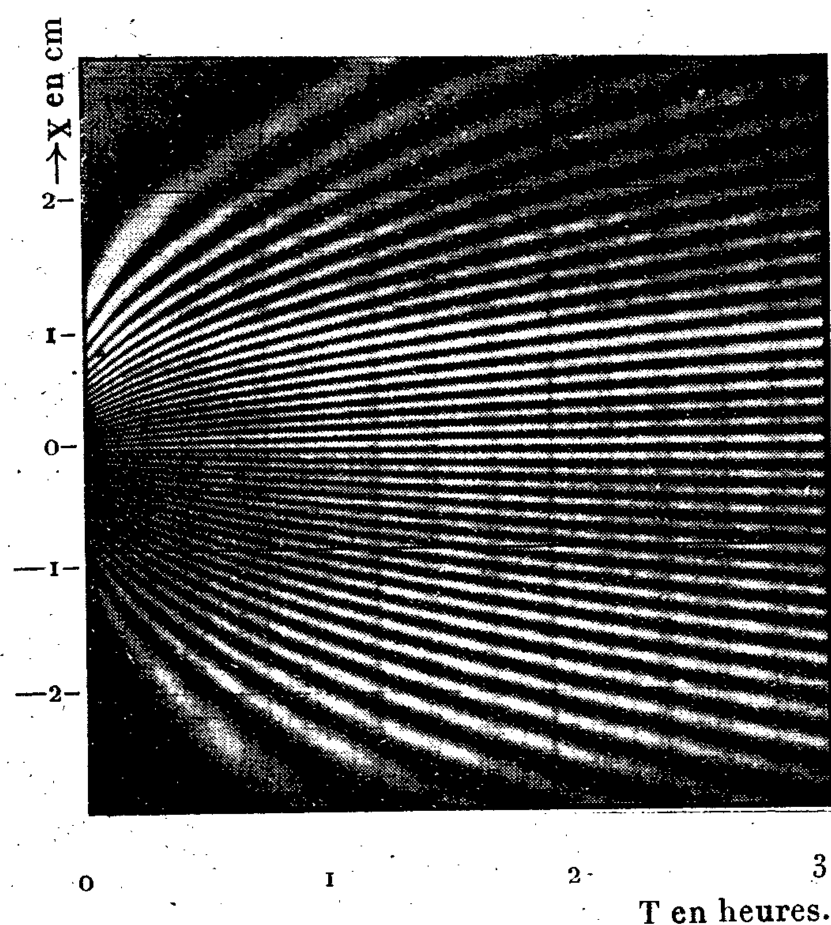


Fig. 1. — Diffusion d'une solution de NaCl. $c = 0{,}125 \cdot 10^{-3}$ mol. g/cm³ dans l'eau.

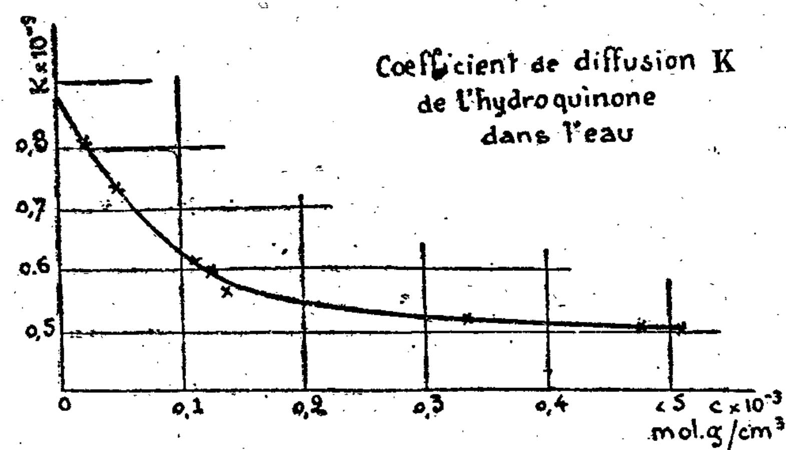


Fig. 2.

sont convenablement représentées à la température de 16° C., par la formule (2) avec $K_0 = 1{,}29 \cdot 10^{-5}$ et $A = 0{,}70 \cdot 10^{-3}$, les valeurs de c ayant varié entre 0 et $0{,}125 \cdot 10^{-3}$ et celles de φ entre 0,1 et $2 \cdot 10^{-3}$.

Diffusion de l'hydroquinone dans l'eau. — Le graphique ci-dessus représente

les valeurs du coefficient de diffusion à gradient nul à diverses concentrations à la température de 15°, 7 C.

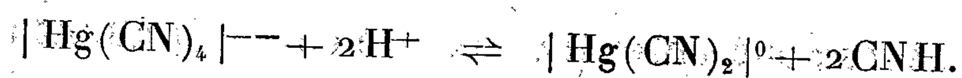
On constate une décroissance continue de K_c lorsque c augmente. L'extrapolation de cette courbe donne pour la valeur K_0 à gradient nul et concentration nulle $K_0 = 0,87.10^{-5}$.

CHIMIE DES COMPLEXES. — *Sur la stabilité de quelques cyanures complexes.* Note (¹) de Mlle **Jeanne Brigando** et M. **Paul Job**, présentée par M. Paul Pascal.

On peut étudier l'hydrolyse d'un sel alcalin d'acide faible en mesurant les pH de ses solutions aqueuses étendues, traitées progressivement par un acide fort (²); cette méthode permet aussi d'évaluer la stabilité de sels complexes contenant un anion faible dissimulé (³).

L'action de l'acide chlorhydrique, par exemple, sur un cyanure métallique complexe en solution se présente de façons très différentes selon sa stabilité. S'il est très robuste, il ne réagit pas sur les ions hydrogène; le pH diminue brusquement dès l'addition des premières gouttes du réactif, comme pour un sel simple d'acide fort. C'est, en outre des exemples déjà cités (³), le cas de l'aurocyanure $|Au(CN)_2|K$. Si, au contraire, le complexe est entièrement décomposé en solution, sa courbe de titrage se confond avec celle d'un cyanure alcalin, à une concentration équivalente (³). Enfin, si l'ion complexe est en équilibre avec ses constituants, on obtient une courbe intermédiaire, dont l'allure donne des indications précises sur cet équilibre.

Le mercuricyanure $|Hg(CN)_4|K_2$, par exemple, a une réaction alcaline qui diminue progressivement par addition d'acide chlorhydrique. Lorsque, pour une molécule de complexe, deux molécules d'acide ont été ajoutées, le pH diminue brusquement, indiquant la formation de cyanure $Hg(CN)_2$ non dissocié



$$|Hg(CN)_4|^{--} + 2H^+ \rightleftharpoons |Hg(CN)_2|^0 + 2CNH.$$

Soit K la constante d'équilibre de cette réaction. En confondant les concentrations et les activités, on obtient

$$K = \frac{H^2}{\Gamma^2}\,\frac{2 - X\left(1 + \frac{\mu}{H}\right)}{X^3\left(1 + \frac{\mu}{H}\right)},$$

où H, Γ et μ représentent respectivement l'activité mesurée des ions H^+, la concentration moléculaire du mercuricyanure et la constante d'ionisation de

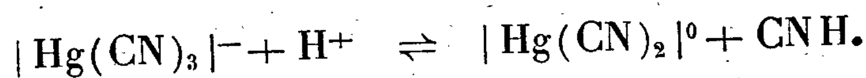
(¹) Séance du 13 mai 1946.

(²) P. Job, *Comptes rendus*, **179**, 1924, pp. 49 et 1317.

(³) J. Brigando, *ibid.*, **206**, 1938, p. 1467; **214**, 1942, p. 908; **219**, 1944, p. 361.

l'acide cyanhydrique. On a $X = x + (OH - H)/\Gamma$, où x est la proportion moléculaire d'acide ajouté ([4]), OH et H les concentrations des ions.

Si l'on calcule ainsi K pour les différents points expérimentaux, on trouve que cette quantité n'est pas constante. Il se forme donc probablement un complexe intermédiaire tricyanuré, décomposé selon la réaction



$$|Hg(CN)_3|^- + H^+ \rightleftharpoons |Hg(CN)_2|^0 + CNH.$$

Si k est la constante d'équilibre correspondante, on a

$$\left[2 - X\left(1 + \frac{\mu}{H}\right)\right]H^2 + \left[1 - X\left(1 + \frac{\mu}{H}\right)\right]X\Gamma H k - X^3\left(1 + \frac{\mu}{H}\right)\Gamma^2 K = 0,$$

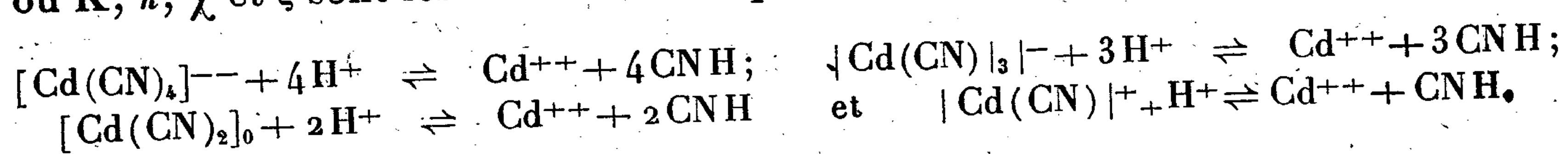
k et K restent effectivement constants tout le long de la courbe

$$(K = 10^{-12} \text{ et } k = 3.10^{-6} \text{ à } 2°) \; ([5]).$$

Le cas du cadmicyanure $[Cd(CN)_4]K_2$ est plus compliqué. Sa solution ne devient franchement acide qu'après addition de quatre molécules d'acide par molécule du complexe. L'allure de la courbe de titrage semble indiquer la formation de composés intermédiaires. On ne peut, en effet, interpréter quantitativement les résultats expérimentaux que s'il se forme un tricyanure, un cyanure non électrolyte et un monocyanure, tous plus ou moins dissociés en ions CN^- et Cd^{++}. On a alors

$$\left|4 - X\left(1 + \frac{\mu}{H}\right)\right|H^4 + \left[3 - X\left(1 + \frac{\mu}{H}\right)\right]XH^3\Gamma\xi$$
$$+ \left[2 - X\left(1 + \frac{\mu}{H}\right)\right]X^2H^2\Gamma^2\chi$$
$$+ \left[1 - X\left(1 + \frac{\mu}{H}\right)\right]X^3H\Gamma^3 k - X^5\left(1 + \frac{\mu}{H}\right)\Gamma^4 K = 0,$$

où K, k, χ et ξ sont les constantes d'équilibre correspondant aux réactions



$$[Cd(CN)_4]^{--} + 4H^+ \rightleftharpoons Cd^{++} + 4CNH; \quad |Cd(CN)_3|^- + 3H^+ \rightleftharpoons Cd^{++} + 3CNH;$$
$$[Cd(CN)_2]_0 + 2H^+ \rightleftharpoons Cd^{++} + 2CNH \quad \text{et} \quad |Cd(CN)|^+ + H^+ \rightleftharpoons Cd^{++} + CNH.$$

Ces constantes ont, à 2°, les valeurs suivantes :

$$K = 8.10^{-20}, \quad k = 2,5.10^{-13}, \quad \chi = 5.10^{-9} \quad \text{et} \quad \xi = 1,5.10^{-4}.$$

Ces résultats sont en accord au moins approché avec ceux de I. Leden, obtenus par une voie très différente ([6]).

([4]) La solution acide est assez concentrée pour que l'on puisse négliger les variations de volume au cours du titrage. Sauf pour les premiers points de la courbe, on peut négliger $(OH - H)/\Gamma$ devant x et μ/H devant l'unité.

([5]) Les mesures ont porté sur des solutions N/100 et N/50.

([6]) *Svensk Kem. Tidskrift*, 56, 1944, p. 31.

En résumé, le titrage acidimétrique permet d'étudier quantitativement la stabilité des cyanures complexes. L'aurocyanure est un complexe parfait. Le mercuritétracyanure est partiellement dissocié en tricyanure et cyanure mercurique non électrolyte. Le cadmicyanure se décompose en ions Cd^{++} et CN^-, avec formation intermédiaire de tricyanure, de molécules entières de cyanure, et de monocyanure.

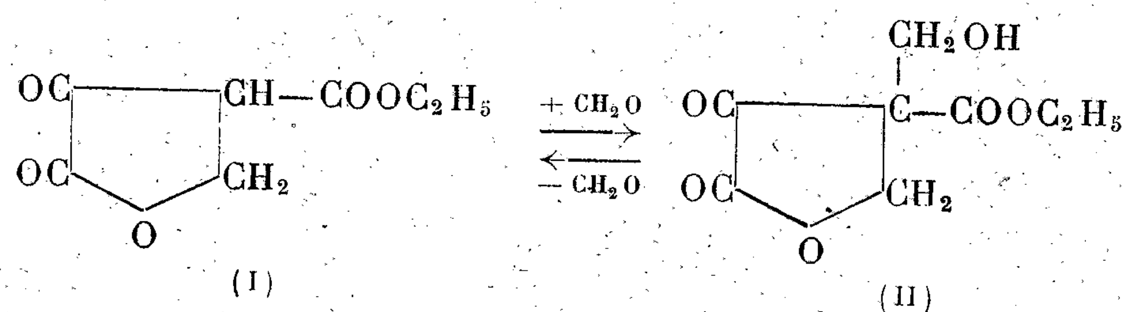
CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les esters cétoparaconiques. Les esters hydroxyméthyl- et bromo-cétoparaconiques.* Note (¹) de M. **Henry Gault** et Mˡˡᵉ **Ginette Fischhof**, présentée par M. Marcel Delépine.

Cette Note a trait à l'étude des deux esters cétoparaconiques (cétobutyrolactone-carboxyliques) qui prennent naissance par condensation du formol avec l'ester oxalacétique potassé (²).

Pour des raisons indépendantes de notre volonté, nous avons dû retarder jusqu'à ce jour cette publication, qui aurait dû précéder toutes celles qui ont été faites depuis juillet 1943 dans le domaine des esters cétoparaconiques.

1. *Ester hydroxyméthyl-cétoparaconique.* — La condensation du formol avec l'ester oxalacétique potassé (I) conduit à deux produits différents, tous deux solides (I) F 108° et (II), F 119°, qui se distinguent l'un de l'autre par leurs solubilités différentes dans l'eau et par le fait que l'un des deux seulement (I) donne une coloration rouge avec le perchlorure de fer.

La constitution du produit (I) ayant été antérieurement établie (²), nous avons pu déterminer celle du produit (II), que nous avons identifié avec l'ester hydroxyméthyl-cétoparaconique, résultant de l'entrée en réaction avec l'ester oxalacétique de *deux molécules* de formaldéhyde. Cette constitution est confirmée par le fait que nous avons pu préparer, d'autre part, ce même ester (II) par condensation du formol avec l'énolate de potassium de l'ester cétoparaconique :



Mode opératoire. — On verse à température ordinaire une bouillie aqueuse fluide d'énolate de potassium de l'ester cétoparaconique (1 molécule) dans le formol à 35% (1^{mol}+10%), et l'on abandonne le mélange à lui-même pendant 2 à 3 heures. On acidifie ensuite la masse hétérogène obtenue et sépare par essorage l'ester cétoparaconique solide

(¹) Séance du 13 mai 1946.
(²) H. Gault et R. Durand, *Comptes rendus*, 216, 1943, p. 848.

non entré en réaction. Le filtrat laisse déposer, au bout de 24 heures, l'ester hydroxyméthyl-cétoparaconique que l'on fait recristalliser dans l'éther.

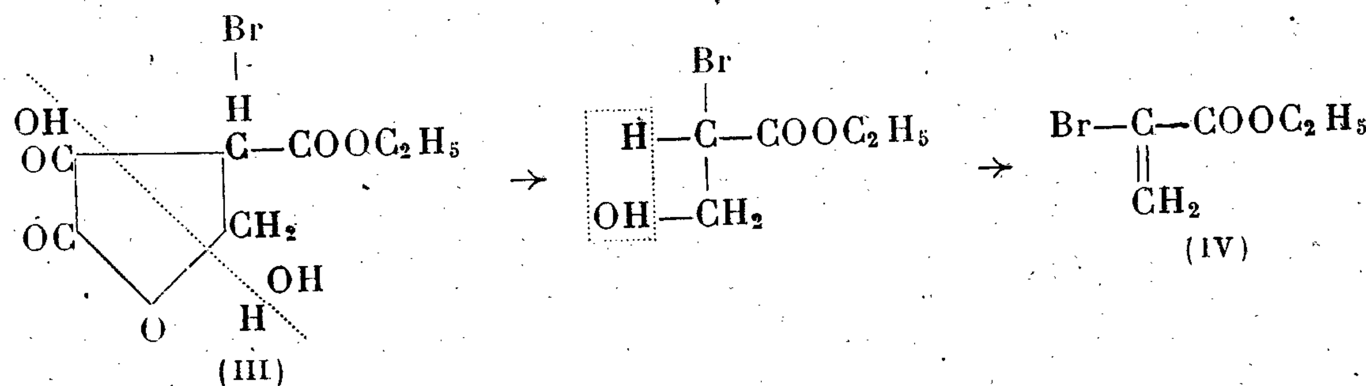
Les esters cétoparaconique et hydroxyméthyl-cétoparaconique apparaissent ainsi comme les termes successifs de la condensation progressive du formol avec l'ester oxalacétique. Cette réaction est en tous points comparable à la réaction progressive de condensation des aldéhydes acycliques avec l'ester acétylacétique ([3]). L'ester hydroxyméthyl-cétoparaconique est peu stable à la chaleur et perd facilement une molécule de formaldéhyde pour régénérer l'ester cétoparaconique. Il est donc indistillable, même sous pression réduite, et ne donne, d'autre part, aucune coloration avec le chlorure ferrique, puisque ne renfermant plus d'atome d'hydrogène libre au carbone médian, il n'est plus susceptible de s'énoliser.

Nous sommes fondés à admettre que les deux esters (I) et (II) sont liés par une réaction réversible.

2. *Ester bromo-cétoparaconique* (III). — Le brome se fixe directement, à la température ordinaire, sur l'ester cétoparaconique, en milieu aqueux, dans les mêmes conditions que celles qui ont été décrites pour la préparation de l'ester phénylbromo-cétoparaconique ([4]). L'ester bromo-cétoparaconique obtenu est un liquide indistillable sans décomposition. Il est neutre et ne donne pas de coloration avec le perchlorure de fer, ce qui fixe la position de l'atome de brome dans la molécule, en α par rapport au carboxyle.

Au contraire l'ester hydroxyméthyl-cétoparaconique, qui ne renferme plus d'atome d'hydrogène mobile, ne donne pas de réaction avec le brome, tout au moins dans les conditions opératoires suivies.

Action des agents d'hydrolyse sur l'ester bromo-cétoparaconique. — *a.* L'action d'une solution saturée de *bicarbonate de potassium* détermine l'ouverture du cycle lactonique en même temps que la coupure acide de l'ester bromo-cétoparaconique; à l'état liquide ou en solution éthérée, avec formation d'acide oxalique et d'ester α-bromacrylique (E_{20} 60°) (IV).



Par agitation de ce dernier ester avec de l'alcool absolu, il se sépare immédiatement une résine bromée, blanchâtre, thermoplastique, soluble dans l'acé-

([3]) H. Gault et J. Burkhard, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 5, 1938, p. 385; H. Gault et T. Wendling, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 3, 1936, p. 53.

([4]) H. Gault et J. Suprin, *Comptes rendus*, **222**, 1945, p. 185.

tone et l'ester bromacrylique lui-même, insoluble dans l'eau, l'éther et l'alcool.

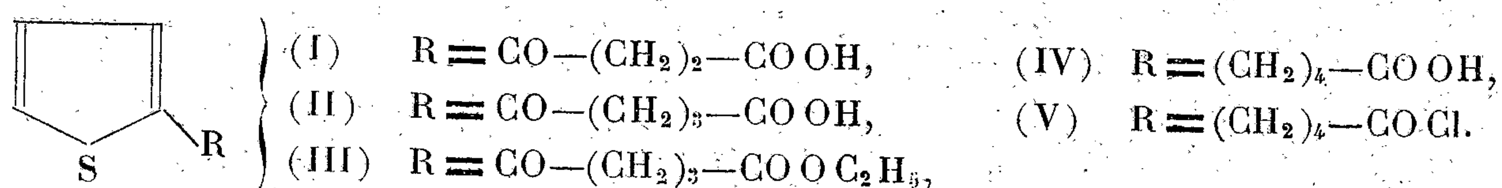
L'étude de cette résine, polymère de l'ester bromacrylique, est en cours.

b. Par action de l'*ammoniac*, en solution alcoolique ou aqueuse, et à toutes dilutions, sur l'ester bromo-cétoparaconique, ou sur sa solution éthérée, il se sépare instantanément et quantitativement de l'oxalate d'ammonium. Dans le filtrat séparé du solide, il se dépose une huile jaunâtre, qui distille à 60° sous 20^{mm}, et que nous avons identifiée à l'ester α-bromacrylique.

Du fait de l'extrême sensibilité de l'ester bromo-cétoparaconique vis-à-vis des agents alcalins, il est donc indispensable, pour obtenir l'ester bromo-cétoparaconique lui-même en vue d'opérations chimiques ultérieures, d'exclure tout lavage de sa solution éthérée avec des solutions alcalines même diluées, pour éliminer l'excès de brome qu'il pourrait contenir, et d'utiliser, à cet effet, des lavages répétés à l'eau, puis avec une solution d'hyposulfite de sodium à 10 %.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la condensation du thiophène avec l'anhydride glutarique.* Note (1) de MM. **Paul Cagniant** et **Antonin Deluzarche**, présentée par M. Marcel Delépine.

Fieser et Kennelly (2), en effectuant la condensation du thiophène avec l'anhydride succinique, en présence de Cl_3Al et en milieu nitrobenzénique, ont obtenu avec un bon rendement l'acide β-(2-thénoyl)-propionique (I). La condensation avec l'anhydride glutarique, dans les mêmes conditions, nous a donné l'acide γ-(2-thénoyl)-butyrique (II), mais avec un rendement nettement inférieur. Par contre l'ester éthylique (III) de cet acide s'obtient très bien par condensation du chlorure ester éthylique de l'acide glutarique avec le thiophène, en milieu sulfocarbonique. Ceci est conforme aux observations déjà faites par nous (3); en général la condensation de Friedel et Crafts avec les chlorures esters des diacides se fait mieux qu'avec les anhydrides correspondants.

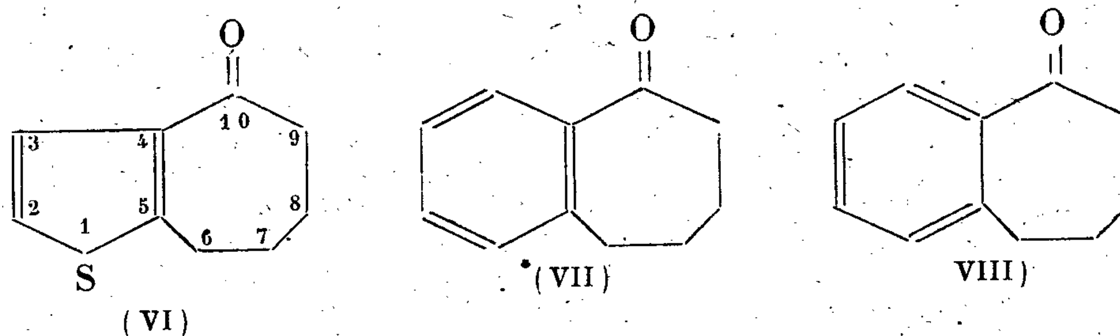


L'acide (II), réduit selon la méthode de Clemmensen, conduit à l'acide δ-(2-thiényl)-valérique (IV) dont le chlorure (V) se cyclise difficilement en thiophéno-4.5-subérone-10 (VI).

On peut attribuer l'état solide de cette cétone à sa structure univoque,

(1) Séance du 13 mai 1946.
(2) *J. Amer. Chem. Soc.*, 57, 1935, p. 1611.
(3) Recherches inédites.

tandis que la benzosubérone α, qui est liquide, peut exister sous les deux formes isomères de Kekulé (VII) et (VIII).



Mode opératoire. — 1° Condensation du thiophène avec l'anhydride glutarique : 30^g de thiophène et 41^g d'anhydride dissous dans 300^{cm^3} de nitrobenzène sont additionnés, à $-10°$ et en l'espace de 40 minutes de 90^g de Cl_3Al, en agitant mécaniquement. On laisse quelques heures à température ambiante, puis on fait le vide pendant 20 minutes. Après traitement approprié on rectifie : $É_{11}$ 224°, poids obtenu 28^g. Il reste beaucoup de résines indistillables. Recristallisé dans l'eau, l'acide (II) $C_9H_{10}O_3S$ (petites plaques rectangulaires incolores) fond à 91°.

Sa semicarbazone $C_{10}H_{13}O_3N_3S$, cristallise dans l'alcool en touffes de longues aiguilles soyeuses fondant à 202°.

2° Condensation du thiophène avec le chlorure du monoéthylesterglutarique. On prépare facilement ce chlorure (E_{15} 106°), par action de $SOCl_2$ sur le monoéthylester-glutarique. 18^g de chlorure ester et 10^g de thiophène sont dissous dans 100^{cm^3} de CS_2 sec et refroidis à $-10°$. On ajoute en 30 minutes 25^g de Cl_3Al pulvérisé, puis on laisse 2 heures à la température ambiante. La suite des opérations permet d'obtenir 17^g d'ester (III), $C_{11}H_{14}O_3S$, $É_{15}$ 186-187°, qui, saponifié par la potasse alcoolique, nous donne 13^g d'acide (II) F 91°.

3° Acide (IV). 100^g de zinc amalgamé selon la technique habituelle sont additionnés de 160^{cm^3} de ClH concentré, 70^{cm^3} d'eau et 28^g d'acide cétonique (II). On maintient ce mélange à 35° pendant 48 heures, puis on porte à l'ébullition pendant 30 minutes. Après refroidissement, il se dépose en partie une huile peu colorée, qu'on épuise quatre fois avec 100^{cm^3} d'éther, lave à l'eau et sèche. Le résidu, rectifié, passe à 178° sous 14^{mm}. A partir de 28^g d'acide (II) on obtient 21^g d'acide (IV). En portant à l'ébullition 2 heures au lieu de 30 minutes, on n'obtient plus que 14^g d'acide (IV), qui, par cristallisation dans l'eau, donne de belles feuilles incolores fondant à 36° et répondant bien à la formule $C_9H_{12}O_2S$.

4° Chlorure (V). L'acide précédent est traité par un léger excès de $SOCl_2$ (rectifié sur huile de lin). A température ambiante, la réaction se fait bien et est terminée en 2 heures. A partir de 7^g d'acide, on obtient 5^g de chlorure (V) $C_9H_{11}OSCl$ ($É_{11}$ 135°, $É_{15}$ 143°), sous la forme d'un liquide incolore. En opérant selon les données de Fieser et Kennelly, en présence de pyridine et en chauffant, le rendement est abaissé de moitié.

L'amide correspondant $C_9H_{13}ONS$ cristallise de l'alcool en feuilles incolores F 118-119°.

5° Cyclisation en cétone (VI) $C_9H_{10}OS$: 7^g de chlorure (V) en 100^{cm^3} de CS_2 sec à $-10°$ sont additionnés en 20 minutes de 12^g de Cl_4Sn anhydre en 120^{cm^3} de CS_2. On observe très vite la formation d'un composé orangé. On termine en chauffant à reflux pendant 30 minutes ; après décomposition par l'eau, extraction appropriée et rectification à 145° sous 17^{mm}, on obtient 2^g d'une substance cristallisant dans l'alcool en gros cristaux tricliniques F 31-32°, à odeur de benzosubérone α. Des essais avec Cl_3Al n'ont pas donné de meilleurs résultats.

Semicarbazone de (VI) $C_{10}H_{13}ON_3S$: plaques rectangulaires ou petites aiguilles incolores (alcool) fondant à 208°, avec ramollissement à 205°.

PÉTROGRAPHIE. — *Caractères magmatiques des roches d'épanchement de la couverture des massifs centraux dauphinois.* Note (¹) de M. **Pierre Bellair**, présentée par M. Léon Bertrand.

La couverture des massifs cristallins dauphinois montre, interstratifiées dans le Trias et la base du Lias, des coulées et des cinérites, appelées *mélaphyres* ou *spilites* par les anciens auteurs suivant la nature et le degré de modification de ces roches.

Pour P. Termier, qui a fait procéder à quelques analyses chimiques malheureusement incomplètes, ces roches seraient des *basaltes* et leur pauvreté moyenne en chaux est due à une décalcification secondaire. L'examen critique des analyses de P. Termier ne confirme pas cette dénomination : l'importance des alcalis diminue passablement la quantité d'alumine disponible pour la formation d'anorthite et le plagioclase moyen virtuel ne saurait dépasser l'andésine acide. A moins d'un enrichissement secondaire improbable en alcalis, ou d'un départ d'alumine encore plus douteux, les roches décrites par P. Termier devaient être à l'origine des *andésites à olivine*.

J'ai étudié récemment les affleurements proches du massif des Écrins-Pelvoux. Les roches sont souvent modifiées, rendant les lames minces illisibles : mais cela est dû à un broyage tectonique aussi souvent qu'à des altérations chimiques secondaires : les caractères chimiques ont alors peu varié.

La modification secondaire essentielle est, comme l'avait reconnu P. Termier, une altération des éléments minéralogiques riches en CaO : elle transparaît dans l'analyse, soit sous la forme d'une teneur élevée en CO_2, soit sous celle d'une faible teneur en CaO.

Malgré l'altération moyenne des roches, il est possible de tirer des renseignements intéressants du calcul, suivant les normes habituelles, de la composition virtuelle et des paramètres magmatiques. Il convient de faire toutefois une extrapolation lorsque le calcul aboutit à la présence de corindon virtuel dont la quantité est un indice du taux de décalcification (au moins pour la chaux salic). Il faut naturellement suivre la règle proposée par R. Frey (²) pour CO_2, c'est-à-dire considérer que la chaux des carbonates est empruntée sur place aux minéraux calciques.

Les résultats des calculs ainsi exécutés montrent des paramètres très homogènes, *quels que soient le degré et le type d'altération des échantillons*. Pour six analyses de roches du Valjouffrey (1, 3), du Valgaudemar (2, 4), d'Oisans (6) et de la bordure briançonnaise (5), les paramètres sont les suivants :

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
p et *q*	II.6.	II.6.	II(III).6.	II(III).(5)6.	(II)III.(5)6.	'II.(5)6.
r et *s*	1.3.	2.5.	3.4.	3.4'.	3'.'4.	3'.4.
Plag. Or	3,9	0,05	0,41	0,18	0,34	0,22
An %	10,2	21	60	53	74	63,5
ΣB	25,55	26,93	31,58	32,75	33,63	17,15

(¹) Séance du 20 mai 1946.

(²) *La classification moderne des roches éruptives.* Notes et mémoires du Service de la Carte géologique du Maroc, Rabat, 1937.

Une septième analyse a donné II(III).5.3(4).3. Mais cette dernière montre en lame mince des traînées de quartz secondaire dont la présence fait baisser la valeur de q.

Ainsi cinq sur six de ces analyses fournissent des paramètres qui placent ces roches dans les théralites : ce sont des *téphrites* tendant vers des *basanites* (5). La première seule fait exception, plus par l'anomalie du rapport K_2O/Na_2O que par la faible teneur en CaO, dont il n'est pas sûr qu'elle résulte d'une décalcification secondaire, la roche étant peu altérée : d'après les paramètres, il faudrait appeler cette roche *phonolite potassique* et cette diagnose n'est pas démentie par l'examen des lames minces correspondantes.

Pauvres en potasse, riches en soude, moyennement chargées en chaux, ainsi apparaissent ces roches. La richesse en soude est un des caractères essentiels de tous les magmas de la région : du granite du Pelvoux riche en albite (quoique encore fréquemment orthosique) aux mélaphyres en passant par les orthophyres carbonifères et les kersantites intracristallines, ce caractère est à peu près général. La teneur en soude n'a pas une origine secondaire; c'est un caractère originel et les variétés potassiques sont des singularités locales dues à des accidents de concentration. Pourtant, les téphrites sont nettement plus sodiques que la majorité des roches du massif ancien, y compris les schizolites lamprophyriques : tout se passe dès lors comme si avec le temps le magma était devenu de plus en plus sodique.

En résumé, les roches éruptives triasiques de la bordure du massif des Écrins-Pelvoux sont des roches leucocrates, déficitaires en silice, surtout sodiques, et du groupe des *téphrites*. Il n'est pas exclu qu'il existe des types différents à une certaine distance du massif : les analyses de P. Termier, de provenance incertaine, aboutissent à une autre diagnose. En tout cas, *aucune* des analyses chimiques publiées jusqu'ici ne permet de ranger ces roches dans les basaltes, dénomination généralement adoptée jusqu'ici sur les cartes géologiques.

MINÉRALOGIE. — *Action des alcalis caustiques sur la muscovite.* Note (1) de M. **Robert Delavault.**

Comme l'acide fluorhydrique et les réactifs qui en renferment, les alcalis caustiques produisent sur la muscovite divers effets de désagrégation, ainsi que l'apparition de figures de corrosion. Mais c'est la muscovite qui résiste mieux que la phlogopite. Les réactifs alcalins ont l'avantage de ne pas donner lieu à une attaque fractionnée, recouvrant le minéral d'un résidu aluminosilicique blanchâtre, qui gêne l'observation ultérieure. Ils laissent souvent un dépôt de produits basiques, surtout d'oxydes de fer, peu soluble dans les alcalis

(1) Séance du 20 mai 1946.

concentrés ou dilués, mais facilement enlevé par l'acide chlorhydrique dilué bouillant, qui n'attaque pas la muscovite.

La soude ou la potasse caustiques pures du commerce, en pastilles ou en plaques, conviennent à cet effet. La potasse utilisée contenait 15 % d'eau et la soude 9 %. On peut négliger le carbonate tant qu'il n'est pas assez abondant pour modifier les concentrations : à 700°, l'eutectique des carbonates de soude et de potasse attaque à peine la muscovite compacte tandis que les alcalis fondus la dissolvent très rapidement. L'influence de la teneur en eau est moindre qu'on ne le supposerait. La plupart des expériences ont été faites au four électrique à résistance vers 350°. A cette température, soude et potasse aqueuses ne perdent plus de l'eau que très lentement; la soude a perdu 88 %, la potasse 35 % et leur mélange équimoléculaire 73 % de l'eau initiale. On peut donc, en première approximation, considérer le réactif d'attaque comme bien défini. Le mélange équimoléculaire convient bien pour l'examen comparatif des vitesses d'attaque des muscovites; à l'état aqueux, il fond vers 180°. La précision des expériences est limitée surtout par la difficulté de définir la température dans des manipulations de quelques minutes, portant sur de petites quantités de matière, pendant une durée déterminée.

En appliquant la même méthode statistique que pour l'acide fluorhydrique ([2]), les muscovites les plus diverses donnent environ la même valeur, 12^{μ} par minute à 350°, pour l'élargissement de la figure de corrosion; presque tous les chiffres sont compris entre 11 et 13. Les muscovites qui ont fourni les chiffres du tableau ont été décrites à propos de leur attaque fluorhydrique.

Échantillons....	1.	2.	3.	4.	5.
Réactifs hydratés, 350°.					
NaOH seule..................	42	43	40	45	–
2 NaOH, 1 KOH............	–	–	–	13	13
1 NaOH, 1 KOH............	–	12	–	12	12
2 % NaOH, 98 % KOH.......	8	–	–	6	8
KOH seule..................	8	6	–	8	7
Réactifs déshydratés 5 minutes à 750°.					
NaOH seule 400°............	110	75	125	125	90
KOH seule 400°.............	35	35	–	60	37
1 NaOH, 1 KOH 350°.......	–	12	–	12	10

1, Alstead; 2, Ambodifiakarana; 3, Ambatofotsikely; 4, Babuna; 5, Villeneuve.

Les cinq échantillons étaient attaqués simultanément, mais on voit que certains ont été détruits ou rendus inutilisables par la désagrégation.

L'hydratation semble être un facteur sans importance pour le mélange équimoléculaire. L'influence de la température est beaucoup plus forte, puisque

---

([2]) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 291.

l'activité de ce mélange double à 380°. On peut voir également que l'exactitude de la composition n'importe pas trop, du moins vers les proportions équimoléculaires.

La figure de corrosion de la soude est voisine d'un triangle isocèle un peu allongé; celle de la potasse d'un triangle isocèle légèrement aplati, mais elles restent suffisamment comparables; tous les mélanges contenant au moins 5 % de soude donnent la figure de la soude; pour une teneur voisine de 2 %, qui varie légèrement avec l'échantillon, on a une figure intermédiaire, voisine d'un triangle équilatéral. C'est un curieux et nouvel exemple d'une figure de corrosion dont la symétrie est supérieure à celle du réseau. Il s'interprète sans difficulté si l'on considère la figure formée par une attaque irréversible comme un simple diagramme des vitesses d'attaque en fonction de la direction (3). Il y a une vitesse *potasse* et une vitesse *soude* qui s'ajoutent pour chaque direction.

Par analogie avec l'action de l'acide fluorhydrique, on pourrait s'attendre à rencontrer des figures à symétrie double, par combinaison des éléments propres aux deux faces du clivage. Jusqu'ici je n'ai pas rencontré l'hexagone allongé ou aplati suivant le plan de symétrie du cristal, selon que la figure élémentaire est le triangle allongé ou aplati, que la théorie fait prévoir. L'influence de la figure correspondant à l'autre face se limite à l'apparition, sur le sommet du triangle isocèle, d'une troncature semblable à sa base.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Recherches sur la structure des plastes dans les organes des plantes panachées.* Note (1) de M. **Pierre Dangeard**.

Nous avons entrepris l'étude cytologique des plantes dites panachées ou bigarrées, sujet sur lequel ce que l'on sait est très réduit.

L'existence de plastes particuliers dans les régions non chlorophylliennes a été établie dans certains cas, mais on ignore quelle est la structure de ces leucoplastes; d'autre part, si l'on admettait le point de vue que les plastes ne sont autres que des chondriosomes fonctionnels on devrait s'attendre à trouver uniquement des chondriosomes ou des amyloplastes dans les tissus incolores. Nous avons étudié comparativement les tissus des *Agave americana*, *Tradescantia zebrina*, *Evonymus japonicus*, *Hedera helix*, *Aucuba*, *Miscanthus sinensis*, *Iris* sp., *Pelargonium zonale*. L'étude vitale a été complétée par celle des mêmes feuilles après fixation et coloration.

Dans toutes les plantes étudiées nous avons observé des plastes particuliers, incolores, ou très faiblement colorés en jaune, dans les régions non chlorophylliennes. Le plus souvent ces leucoplastes ont une taille réduite par rapport

---

(3) *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 666.

(1) Séance du 6 mai 1946.

à celle des chloroplastes des cellules normales, mais, dans aucun cas, cette réduction de taille ne peut conduire à une confusion avec les chondriosomes qui sont toujours notablement plus réduits encore. Enfin ces leucoplastes sont le plus souvent en forme de fuseaux et leur structure est généralement vésiculeuse avec absence des *grana* qui peuvent être mis en évidence dans les chloroplastes : leur stroma dessine un réseau irrégulier autour d'espaces vacuolaires et parfois des granulations chromatiques (grains ou bâtonnets), que nous n'assimilons pas à des *grana*, se trouvent dispersés sur le réticulum plastidaire. Normalement ces leucoplastes d'un type particulier ne sont pas amylifères,

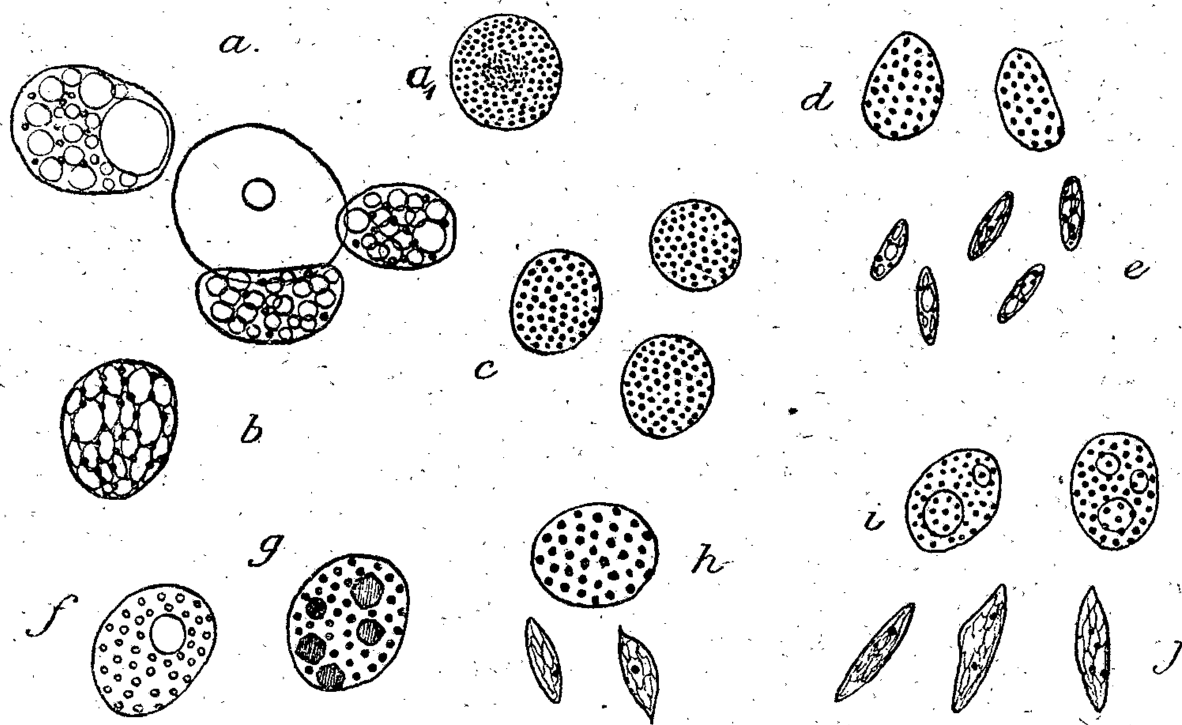


Fig. *a, b, c.* — *Agave americana f. var.* : *a, in vivo*, leucoplastes; *a₁, in vivo*, chloroplaste; *b*, leucoplaste; *c*, chloroplastes, Regaud. *d, e.* — *Iris* sp. : *d*, chloroplastes; *e*, leucoplastes, Nawaschine. *f, g, h.* — *Tradescantia* : *f*, chloroplaste *in vivo*; *g*, eau iodée; *h*, chloroplastes et leucoplastes, Nawaschine. *i, j.* — *Hedera helix* var. *marm.*, chloroplastes et leucoplastes *in vivo*.

mais nous savons, par les travaux d'un certain nombre d'auteurs, qu'ils peuvent former dans certains cas de l'amidon à leur intérieur pour peu qu'on leur fournisse un apport de glucides.

Le nombre des leucoplastes est assez réduit dans chaque cellule des tissus incolores, et les chondriosomes y sont généralement moins nombreux que dans les parties vertes. Il semble donc que les tissus incolores dans une plante panachée possèdent une vitalité moindre que ceux des régions vertes et que leurs plastes soient d'un type plus ou moins dégénéré. Cependant les cellules du type non chlorophyllien ont une cyclose active, et leurs noyaux ne diffèrent pas essentiellement de ceux des cellules vertes.

Dans la variété panachée de l'*Agave americana*, les plastes des tissus incolores sont peu nombreux, mais anormalement gros, atteignant parfois le volume du noyau; ils ont un caractère dégénératif accentué, étant vésiculeux, spumeux, remplis de sphérules incolores pressées les unes contre les autres, alors que le stroma est très réduit et ne porte, de place en place, que de très fines granulations. Ces plastes, presque hyalins dans l'observation vitale, se rencontrent dans des cellules bien vivantes et dont la cyclose se manifeste; ils sont parfois

groupés en amas et s'observent ainsi au voisinage du noyau. Une fixation mitochondriale, suivie de coloration, permet de mettre en évidence des mitochondries granuleuses dans la région blanche, mais celles-ci sont moins nombreuses et plus petites que dans la région verte.

En général il existe un passage très brusque entre les tissus verts normaux et les tissus incolores. Cependant nous avons trouvé une exception dans le genre *Miscanthus*. Dans cette Graminée, les cellules de la gaine endodermique des nervures foliaires sont riches en chloroplastes amylifères de belle taille dans la région verte des feuilles, et ceux-ci sont remplacés par des leucoplastes fusiformes vésiculeux et peu nombreux dans la région blanche. Or, à la limite des deux zones, on peut voir des cellules qui font transition et dont les plastes sont d'une taille intermédiaire.

L'étude des chloroplastes normaux dans le mésophylle des feuilles vertes normales, particulièrement dans le Lierre, dans le Fusain du Japon, dans le *Tradescantia zebrina*, nous a permis de vérifier et de compléter nos observations antérieures sur les *grana* (²) : ces éléments sont très bien mis en évidence après fixation (Nawaschine, Bouin-Hollande, Helly, de Zeeuw, Benda-Meves) et coloration par l'hématoxyline. Nous avons également réussi à mettre en évidence de très nets *grana* après des fixations Regaud et coloration à l'hématoxyline, mais les résultats sont inconstants, ce qui semble tenir au faible pouvoir pénétrant de ce fixateur. Dans les plastes qui sont à la fois amylifères et chlorophylliens, l'écorce plastidaire peut être réduite localement et les *grana* peuvent manquer dans cette région ou n'y figurer qu'à l'état de couche unique dans le stroma qui recouvre le grain amylacé.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Recherches cytologiques sur la formation de l'huile d'olive*. Note (¹) de M. **Jean Politis**, présentée par M. Louis Blaringhem.

On ne savait pas comment se forme l'huile dans le fruit de l'Olivier (*Olea Europæa*). Pour cette raison nous avons commencé une étude dans le but d'essayer de résoudre la question du processus cytologique par lequel l'huile apparaît dans le mésocarpe charnu.

En examinant des fruits de l'Olivier aux divers stades de leur développement, on peut se faire une idée claire de la manière dont l'huile se forme dans les cellules du mésocarpe. Une coupe très fine, à travers le fruit en développement ayant une longueur de $0^{cm},5$, montre que chacune des cellules épidermiques renferme, outre le noyau et les leucoplastes, un corpuscule sphérique très réfringent, donnant toutes les réactions microchimiques des substances huileuses. Ces corpuscules prennent, sous l'action de l'acide osmique une

(²) P. Dangeard, *Comptes rendus*, **219**, 1944, pp. 626-628.

(¹) Séance du 20 mai 1946.

teinte brune, sous l'action de la teinture d'Alcanna une couleur rouge et, au moyen d'une solution de Soudan III, ils deviennent rouge brique.

Au-dessous de l'épiderme du fruit on distingue quelques couches de cellules parenchymateuses à parois minces, contenant de la chlorophylle, dont chacune renferme un globule huileux. Ces globules, très petits dans les cellules parenchymateuses des couches les plus internes du mésocarpe, sont plus grands dans les cellules épidermiques; leur grandeur augmente à mesure que nous avançons

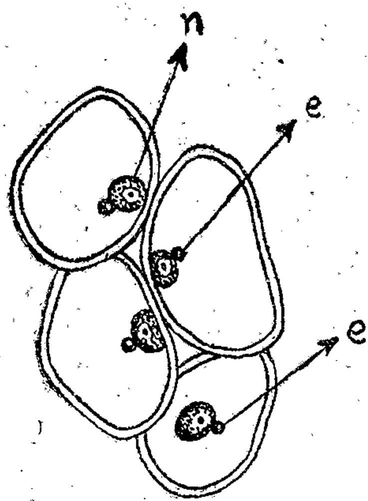


Fig. 1.

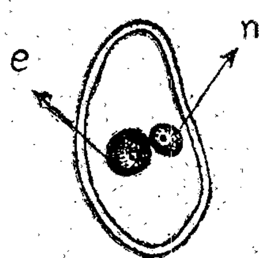


Fig. 2.

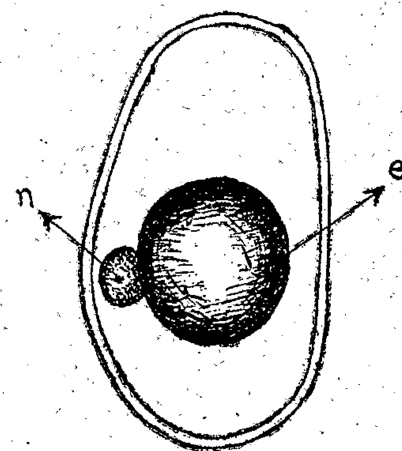


Fig. 3.

Fig. 1. — Cellules très jeunes du mésocarpe avec un organite élaborateur de l'huile (élaioplaste (*e*), qui apparaît en contact avec le noyau (*n*).

Fig. 2 et 3. — Dans les cellules plus âgées, la sphère huileuse (*e*) atteint une grandeur supérieure à celle du noyau (*n*).

des couches internes vers les plus externes. Chaque sphère huileuse paraît posséder une enveloppe propre. La présence de telles sphères est constatée même dans les fruits encore très jeunes; elles apparaissent d'abord dans les cellules de l'épiderme et de la couche immédiatement sous-jacente et ensuite dans les autres couches du mésocarpe. Chacune d'elles est en contact avec le noyau; d'abord très petite, mais ensuite, augmentant peu à peu, atteint une grandeur supérieure à celle du noyau. On les trouve non seulement dans les fruits, mais aussi dans la tige et dans les feuilles.

En examinant à l'aide du microscope une coupe très mince transversale des limbes, on voit les épidermes, supérieurs et inférieurs, les faisceaux vasculaires et le mésophylle, tissu en palissade et tissu lacuneux. Le premier, situé sous l'épiderme supérieur, est formé de trois couches de cellules cylindriques. Les cellules de l'épiderme et du mésophylle contiennent des sphères huileuses. Celles des cellules épidermiques sont relativement grandes, celles du mésophylle sont très petites. Une coupe transversale d'une jeune tige montre des sphères huileuses, tant dans les cellules de l'épiderme que dans celles des couches sous-jacentes à l'épiderme.

Ces faits nous ont conduit à supposer qu'un gène, après être sorti du noyau, constituerait une sphérule unique par cellule. Ce gène possède la propriété de produire l'huile dans les cellules du mésocarpe des fruits de l'Olivier. Les mêmes sphères huileuses sont aussi trouvées par nous dans d'autres espèces appartenant à la famille des Oléacées (*Ligustrum vulgare* L., *Syringa vulgaris* L., *Jasminum officinale* L.).

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action du Bore et du m-inositol sur* Clostridium saccharobutyricum. Note [1] de M. **Albert-Jean Rosenberg**, présentée par M. Maurice Javillier.

En cultivant l'anaérobie strict *Clostridium saccharobutyricum* dans un milieu simple, additionné de malonate de Na, nous avons mis en évidence : 1° un nouveau type d'inhibition par le malonate de Na; 2° le rôle du *m*-inositol comme facteur de croissance; 3° l'action du Bore sur son métabolisme.

Nous utilisons le milieu suivant : 60^{cm^3} d'hydrolysat de gélatine à 10 %, 40^{cm^3} d'extrait de touraillons à 5 %, 40^{mg} de tryptophane, 20^{g} de glucose, 400^{cm^3} de tampon de phosphate M/15, eau distillée q. s. pour 1 litre; le pH est 6,8.

On sait que l'Asparagine est un facteur de croissance pour les Bacilles butyriques [2]. Son action est expliquée par son intervention dans le processus de la transamination [3]. En nous basant sur la présence de l'Asparagine, nous avons supposé que la fermentation produite par ce bacille se fait par l'intermédiaire des acides en C_4 ou en C_5 et pourrait être inhibée par l'acide malonique. Nous avons constaté en effet que l'inhibition par le malonate de Na (M/10) est non seulement totale, mais qu'elle est réversible. Cependant, contre toute attente, les diacides en C_4 ou en C_5 aminés ou non, seuls ou par paires, n'ont pas débloqué la culture. Donc l'inhibition par le malonate ne porte pas sur les diastases régissant le métabolisme des corps en C_4 ou en C_5 comme on aurait pu le croire.

Nous avons annulé l'inhibition par l'extrait de Pommes de terre ou de levure. Le principe actif n'est pas détruit après chauffage de 20 minutes à 110°. Les vitamines qui se trouvent dans l'extrait de pommes de terre, la lactoflavine, l'acide ascorbique, l'acide pantothénique et la thiamine, sont sans action. Nous avons procédé au fractionnement de cet extrait et, comme nous avons constaté que l'activité suivait les oses ou les polyalcools, nous avons essayé la phytine, puis le *m*-inositol. Tous les deux ont débloqué la culture. Le *m*-inositol est actif à raison de 20 γ par centimètre cube. Son action est spécifique et il n'est pas remplaçable par le *l*-, le *d*-inositol ou par le quercitol. Un autre corps, que l'on rencontre également dans l'extrait de pommes de terre et qui annule l'inhibition par le malonate, est le Bore. Il agit à raison de 2-4 γ par centimètre cube.

Pour expliquer le parallélisme d'action du Bore et du *m*-inositol nous proposons l'hypothèse suivante : le *m*-inositol est pour *Cl. saccharobutyricum* un facteur de croissance, dont la synthèse est inhibée par le malonate. Cette inhi-

---

(1) Séance du 20 mai 1946.

(2) Tatum, Peterson, Fred, *J. Bact.*, 32, 1936, p. 157.

(3) Aubel, Rosenberg, de Chezelles, *Bull. Soc. Chim. Biol.* (*Trav.*), 24, 1942, p. 1358; A. J. Rosenberg, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 1946 (sous presse).

bition est compétitive et l'apport exogène du *m*-inositol la rend réversible. D'autre part la présence du Bore rend au bacille la capacité de synthétiser le *m*-inositol à partir d'une source endogène. Tout se passe donc comme si le malonate inhibait l'action du Bore, facteur nécessaire à la synthèse du *m*-inositol, lui-même facteur essentiel pour le microbe. Le Bore serait donc le co-ferment de la synthèse du *m*-inositol.

Nous avons également montré à l'aide du dispositif de Warburg que le Bore et le *m*-inositol ont une action analogue dans la fermentation. Tous deux augmentent le dégagement de CO_2 et diminuent celui de H_2, ce qui fait penser qu'ils interviennent dans les processus de réduction.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Crassulacées. Développement de l'embryon chez le* Cotyledon Umbilicus *L.* Note de M. **Pierre Crété**, présentée par M. René Souèges.

Nos connaissances actuelles sur l'embryologie des Crassulacées reposent fondamentalement sur le travail que R. Souèges a consacré, en 1925, au *Sedum acre* L. ([1]). J. Mauritzon ([2]), dans l'important Mémoire qu'il a publié en 1933, sans être aussi détaillé ni aussi précis, a envisagé un très grand nombre de genres et de familles, et, à la suite de ses observations, a proposé un mode de groupement des espèces d'après les processus de division des éléments situés au-dessous du corps embryonnaire proprement dit. Le *Cotyledon Umbilicus* L. ne figure pas dans cette sorte de classification.

Chez cette plante, l'embryon se développe selon des lois tout à fait comparables à celles qui s'observent chez le *Sedum acre* L. L'embryon proprement dit tire son origine de la cellule apicale, la cellule basale ne fournissant que la portion inférieure du suspenseur. Cette dernière cellule, *cb*, s'agrandit de façon considérable (*fig.* 1 à 14) et forme, dans les tissus entourant le micropyle, une hernie qui envoie quelques suçoirs dans le tégument. La cellule apicale, *ca*, fournit, par segmentation transversale, deux éléments superposés, *cc* et *cd* (*fig.* 4); puis la cellule *cd* se divise à son tour de même manière en deux éléments, *m* et *ci* (*fig.* 5). Le blastomère *cc* donne naissance aux quadrants (*fig.* 10), puis aux octants (*fig.* 11 et 12)

Dans les octants supérieurs, on peut assister successivement : à l'individualisation immédiate du dermatogène par parois nettement périclines, à la formation des initiales de l'écorce au sommet de la tige *iec'* (*fig.* 14 et 18) par parois verticales, puis à la différenciation des cellules-mères des méristèmes cotylédonaires [méristème cortical, externe et interne, *mc* et *mc'*, et méristème vasculaire ou du plérome, *mv* (*fig.* 18, 20, 21 et 22)]. Dans les octants inférieurs, des parois périclines isolent encore d'emblée le dermatogène et quatre cellules circumaxiales (*fig.* 13 et 14) dont le cloisonnement vertical aboutit à la séparation du périblème et du plérome (*fig.* 14 et 17).

La cellule *m* produit deux éléments superposés *d* et *f*; *d* fonctionne comme une hypophyse, engendrant quatre cellules initiales de l'écorce au sommet radiculaire (*iec*) et la

([1]) *Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 521; *Bull. Soc. bot. F.*, **74**, 1927, p. 234; voir aussi *Bull. Soc. bot. Fr.*, **83**, 1936, pp. 13 et 317.

([2]) *Studien über die Embryologie der Familien Crassulaceae und Saxifragaceae*, Lund, 1933.

portion médiane de la coiffe; *f* se cloisonne transversalement, donnant deux éléments plus ou moins aplatis. Dans quelques cas, mais rarement, le blastomère *m* se convertit directement en cellule hypophysaire (*fig.* 15). La cellule *ci* donne naissance le plus souvent, par division transversale, à deux éléments superposés (*fig.* 7), mais sa segmentation peut être aussi verticale (*fig.* 6), même oblique (*fig.* 8). Ces différentes dispositions et les

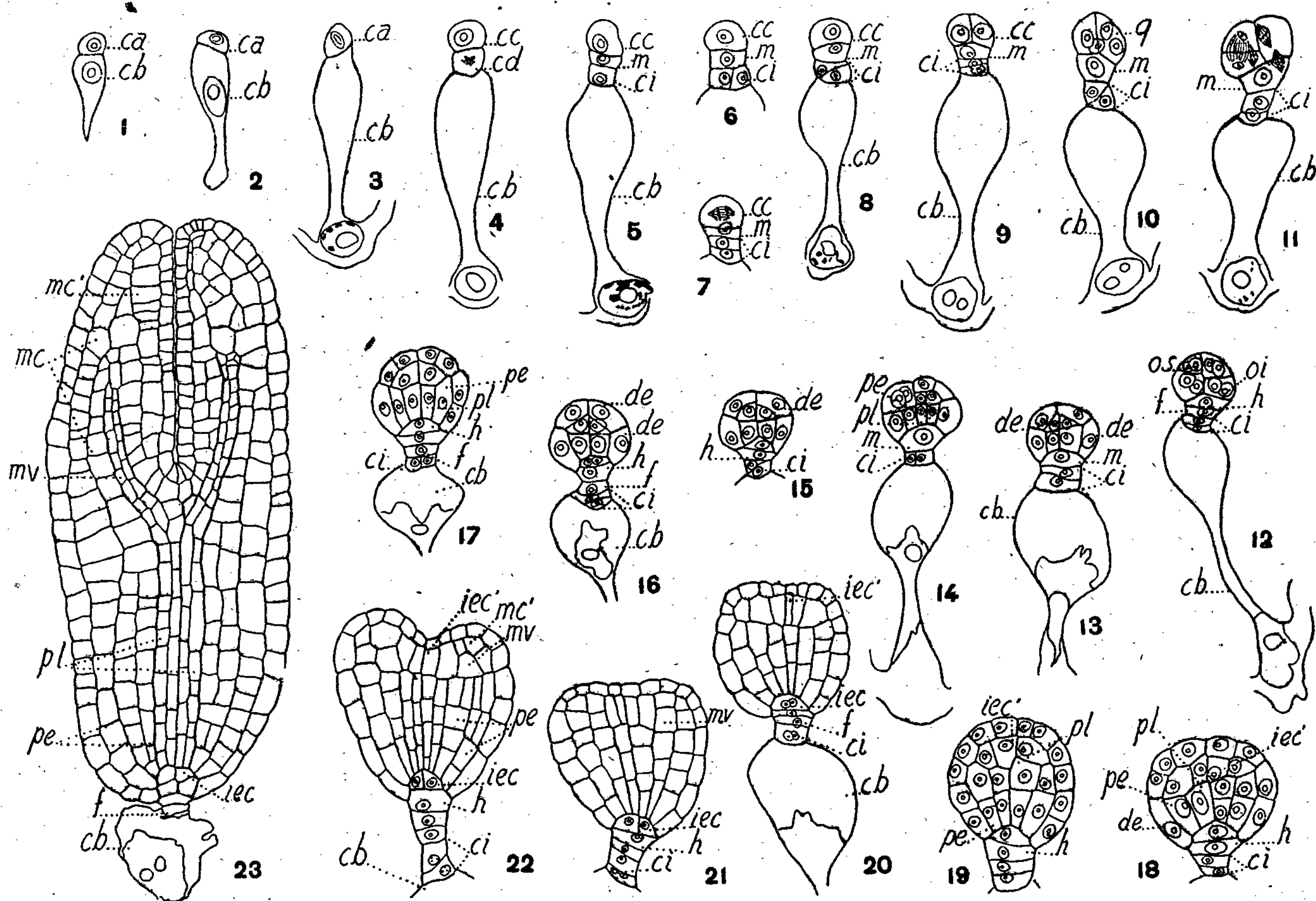


Fig. 1 à 23. — *Cotyledon Umbilicus* L. — Les principales étapes du développement de l'embryon. *ca* et *cb*, cellule apicale et cellule basale du proembryon bicellulaire; *cc* et *cd*, cellules-filles de *ca*; *m* et *ci*, cellules-filles de *cd*; *q*, quadrants; *f*, cellule-fille inférieure de *m*; *h*, hypophyse; *os*, octants supérieurs; *oi*, octants inférieurs; *de*, dermatogène; *pe*, périblème; *pl*, plérome; *iec* et *iec'*, initiales de l'écorce de la racine et de la tige; *mv*, méristème vasculaire du cotylédon; *mc* et *mc'*, méristème cortical externe et interne du cotylédon. G. : 370.

dimensions variables des éléments engendrés interviennent, pour une grande part, dans l'allongement plus ou moins important du suspenseur.

L'embryon du *Cotyledon Umbilicus* ne peut être séparé de celui du *Sedum acre* quant aux lois générales qui président à son développement; les deux espèces viennent se ranger dans la deuxième période, la série A' et le mégarchétype IV de la classification embryogénique. On observerait néanmoins quelques différences, mais de valeur fort discutable puisqu'elles ne se sont montrées nullement constantes : 1° la cellule hypophysaire se différencie parfois directement aux dépens de *m*; 2° la partie du suspenseur issue de *cd* est plus allongée et les unités primordiales de la coiffe ne subissent pas, comme dans le *Sedum*, la conséquence de l'élargissement de la cellule basale; 3° enfin le blastomère *ci* donne toujours naissance à deux cellules seulement, séparées par une cloison qui est tantôt transversale, tantôt verticale, tantôt plus ou moins oblique. Il est intéressant de remarquer que le *Cotyledon Umbilicus* ne

peut prendre place dans la classification que Mauritzon a proposée en se basant sur le nombre et sur la disposition des cellules du suspenseur.

ZOOLOGIE. — *A propos du dimorphisme sexuel des* Heterosomata. Note de M. **Paul Chabanaud**, présentée par M. Maurice Caullery.

La Note de M. Pierre Desbrosses sur le dimorphisme sexuel de quelques Téléostéens des côtes de France (1) me paraît faire venir certaines remarques.

Considérant l'élargissement de l'espace interorbitaire des mâles comme un caractère très répandu chez les *Heterosomata* (Poissons Pleuronectes), M. Desbrosses tire de ce dimorphisme sexuel un argument en faveur du rapprochement des *Heterosomata* et des *Zeidæ*. Ce rapprochement avait été imaginé par G.-A. Boulenger (2), créateur du groupe artificiel des *Zeorhombi*.

A la suite d'une étude de G.-A. Frost sur les otolithes (3), J. R. Norman (4) a établi, de façon irréfutable, l'étroite parenté qui relie les *Heterosomata* aux Percoïdes marins de la famille des *Epinephelidæ*. Les recherches ultérieures (5) n'ont fait que confirmer les vues de Norman, en ce qu'elles ont d'essentiel.

Entre les *Zeidæ* et les *Heterosomata*, l'écartement des orbites comme caractère mâle, n'est qu'une pure convergence. Dans l'ensemble des *Heterosomata* (ordre comprenant de 5 à 12 familles, selon les auteurs, et environ 560 espèces), ce dimorphisme sexuel ne se manifeste que dans le sous-ordre des *Pleuronectoidea Pleuronectiformes* et là, seulement dans 6 genres de la famille sénestre des *Bothidæ*. Très faible ou même inappréciable dans les genres *Syacium* (4 espèces), *Arnoglossus* (24 espèces) et *Parabothus* (4 espèces), l'écartement des orbites s'accentue chez l'une des 14 espèces que compte le genre *Citharichthys* et n'atteint son apogée que dans les genres *Engyprosopon* (15 espèces), *Crossorhombus* (2 espèces) et *Bothus* (15 espèces). Encore, dans ces divers genres, les femelles de bon nombre d'espèces ne le cèdent-elles en rien aux mâles, quant à la largeur de leur espace interorbitaire (par exemple *Bothus myriaster*). Il s'en faut donc que le dimorphisme sexuel en question soit un fait général, chez les *Heterosomata*, puisque le nombre des espèces qui s'en montrent affectées, même à un faible degré, n'atteint pas les 10/100 de l'ensemble.

Les mâles présentent parfois des caractères secondaires surajoutés à l'écartement des orbites, ou qui se manifestent en l'absence de cet écartement. Ces

(1) *Comptes rendus*, **222**, 1946, pp. 304-305.

(2) *Ann. Mag. Nat. Hist.*, 7e série, **10**, 1902, pp. 295-304.

(3) *Ibid.*, 10e série, **5**, 1930, pp. 231-239.

(4) *A systematic Monograph of the Flatfishes*, **1**, London, 1934.

(5) Paul Chabanaud, *Le neucrocrâne osseux des Téléostéens dissymétriques après la métamorphose* (*Ann. Inst. océan.*, **16**, 1936, pp. 223-297); *Les Téléostéens dissymétriques du Mokattam inférieur de Tourah* (*Mém. Inst. Égypte*, **32**, 1937, pp. 1-123, 4 pl.); Léo S. Berg, *Classification of Fishes, both recent and fossil* (*Trav. Inst. Zool. Acad. Sci. U. R. S. S.*, **5**, 1940, pp 85-517; *Pleuronectiformes* pp. 335-337 et 492-493).

caractères sont les suivants : hypertrophie de certains rayons antérieurs de la notoptérygie (D) ou de la proctoptérygie (A); hypertrophie de l'omoptérygie zénithale (P) ou de l'ischioptérygie zénithale (V); présence de protubérances osseuses (K), ordinairement inhérentes au maxillaire zénithal ou au parethmoïde zénithal. Les espèces dont les mâles se reconnaissent à ces caractères sexuels particuliers sont au nombre de 22, savoir *Tæniopsetta ocellata* (D, A); *T. radula* (D, A); *Syacium micrurum* (P); *S. ovale* (P); *Arnoglossus imperialis* (D); *A. tapeinosoma* (D); *Lophonectes gallus* (D); *Engyprosopon grandisquama* (K); *E. macrolepis* (K); *E. filimanus* (P, K); *Crossorhombus valderostratus* (P, K); *C. azureus* (K); *Bothus ocellatus* (P, K); *B. podas* (P, K); *B. mellissi* (P, K); *B. maculifer* (P, K); *B. mancus* (P, K); *B. pantherinus* (P, K); *B. myriaster* (K); *B. ovalis* (K); *Marleyella bicolorata* (D, V); *Brachypleura novæzeelandiæ* (D).

De même que toutes celles dont l'espace interorbitaire s'élargit chez le mâle, ces 22 espèces appartiennent au sous-ordre monomorphochiasmatique des *Pleuronectoidea Pleuronectiformes*. Aucun dimorphochiasmatique (*Psettodoidea; Pleuronectoidea Pleuronectiformes*) n'est connu pour être affecté de caractères sexuels secondaires. Toutefois, tant chez les *Soleiformes* que chez les *Pleuronectiformes*, les femelles adultes atteignent souvent des dimensions supérieures à celles des mâles. Le fait est certain pour un grand nombre d'espèces vivant dans les eaux tempérées de l'hémisphère Nord : un Turbot, une Barbue, une Plie, une Sole de grande taille sont toujours des femelles. Il en est ainsi pour diverses espèces des eaux tempérées de l'hémisphère Sud, telles que *Austroglossus microlepis* de l'Afrique Australe, qui atteint 75^{cm} de longueur totale. Pour autant qu'on le sache, les espèces (de beaucoup les plus nombreuses) qui peuplent la zone tropicale ne présenteraient pas toujours cette différence de taille entre les deux sexes. Cependant *Cynoglossus senegalensis* femelle peut atteindre une longueur voisine du mètre et j'ai mesuré un *Achirus achirus* femelle de la Guyane Française d'une longueur totale de 300^{mm}, dimension exceptionnelle pour un Achiridé.

RADIOLOGIE. — *De l'enregistrement des pulsations invisibles du poumon à l'état normal et à l'état pathologique*. Note [1] de M. MAURICE MARCHAL, présentée par M. René Leriche.

Nous référant à notre précédente Communication [2], nous présentons des enregistrements, obtenus récemment, du pouls invisible du parenchyme pulmonaire. Nous avons placé notre cellule radioélectrique successivement dans les régions sous-claviculaires droite et gauche de la malade, puis un troisième film a été obtenu de la base.

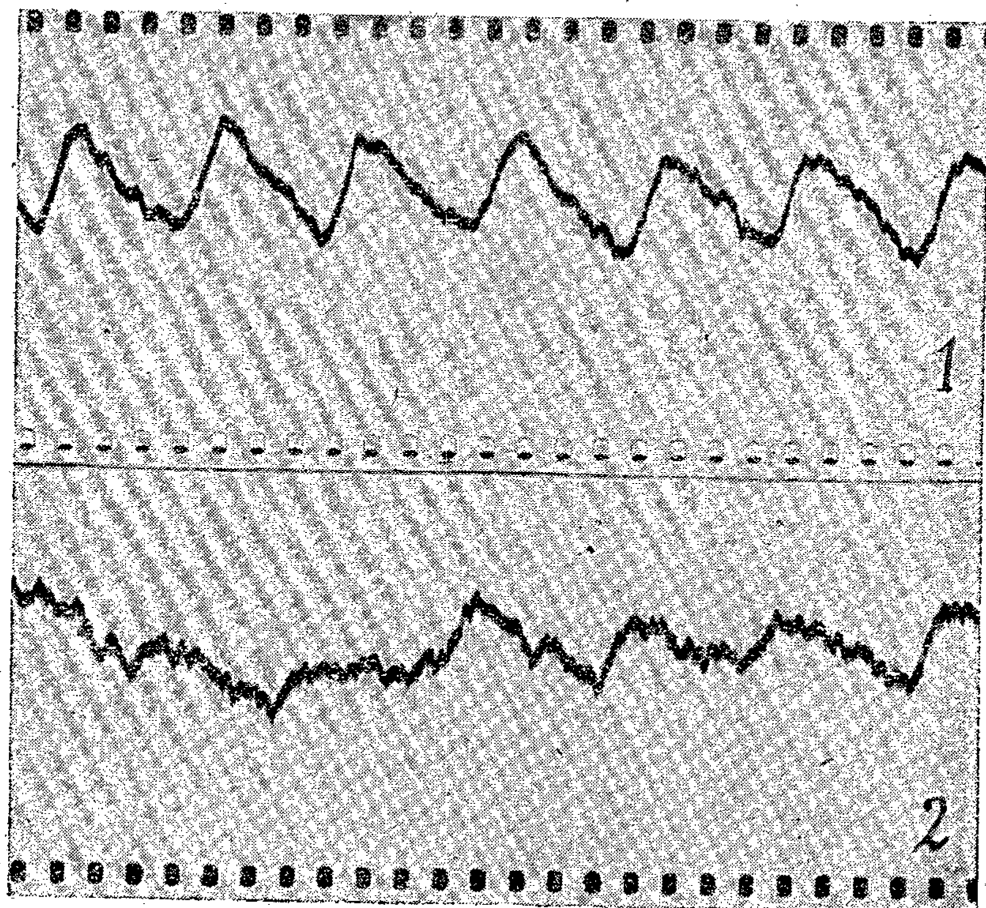
La malade considérée présentait radiologiquement une infiltration fibreuse

(1) Séance du 20 mai 1946.

(2) *Comptes rendus*, 222, 146, p. 973.

du poumon droit alors que le poumon gauche était sensiblement normal. Nous avons enregistré le pouls pulmonaire pendant la respiration normale, puis pendant l'apnée. Nous ne considérons que les périodes d'apnée, correspondantes au film ci-dessous.

1° *Tracé, film* 1 (*zone saine sous-claviculaire gauche externe*). — Pouls régulier, caractérisé par une ascension brusque, un sommet aigü ou bifide par place, puis une descente plus étalée. Les sommets ainsi que les pieds de la courbe sont distants, sur le film, de 18^{mm}, ce qui correspond à 8/10 de seconde, donc 75 pulsations à la minute pour la vitesse de déroulement du film. La courbe présente nettement un *caractère artériel* tel qu'on le retrouve au niveau de l'aorte, par exemple, dans les radiokymographies. L'amplitude est partout sensiblement la même, soit environ 15^{mm} pour l'amplification considérée. Ce qui frappe surtout l'observateur c'est la parfaite régularité du pouls à ce niveau.



2° *Tracé, film* 2 (Amplification 1/4 en plus) (*Zone sous-claviculaire droite externe présentant radiologiquement une infiltration fibreuse*). — Le contraste avec le cliché précédent est très net; alors que la régularité était parfaite, nous avons maintenant un tracé très irrégulier avec des oscillations d'amplitude variable et dont les sommets ne présentent plus un aspect aigu comme précédemment; au contraire, ils sont étalés et, par place, encochés. L'aspect artériel se retrouve difficilement.

Souvent plusieurs pulsations sont séparées par une ligne horizontale alors que, précédemment, le pied des courbes était aigu.

Il nous semble donc que les caractères principaux du pouls pathologique du poumon, tel qu'on le trouve dans une infiltration fibreuse, sont, mise à part

l'augmentation de densité atomique réduisant l'amplitude radio-électrique :

1° l'étalement des sommets;

2° l'étalement du pied de la courbe ou la conservation du caractère aigu;

3° l'irrégularité d'amplitude des pulsations pendant l'année, et

4° d'une façon générale, la suppression de l'aspect artériel typique.

Ces résultats doivent être considérés comme provisoires et cette Note comme une communication préliminaire.

Ces changements sont évidemment dus, soit à une modification de la paroi de l'artériole sous l'influence du processus infectieux, soit à la limitation de la pulsatilité par la gangue fibreuse, ou à la conjonction de ces deux facteurs pathologiques, c'est-à-dire de l'artérite et de la péri-artérite.

Ces tracés ont été obtenus par un appareillage que nous avons construit personnellement et que nous avons nommé *Kinédensographe*.

A 16^h5^m l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Géographie et Navigation, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *Robert Bourgeois*.

En première ligne............	M. **Donatien Cot.**
En seconde ligne, ex æquo *par ordre alphabétique*........	MM. **Roger Brard.** **André Gougenheim.** **Georges Poivilliers.** **Pierre Tardi.** **Jean Vignal.**

A ces noms l'Académie adjoint celui de M. **Louis Bréguet.**

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu en la prochaine séance.

La séance est levée à 17^h30^m.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 3 JUIN 1946.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE CARTAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** signale à l'Académie qu'à l'occasion des fêtes de la Pentecôte la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mercredi 12 juin au lieu du lundi 10.

M. **Joseph Magrou** dépose une *Notice* sur la vie et les travaux de son prédécesseur, Marin Molliard, qui sera imprimée dans le Recueil des *Notices et Discours*.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur la température* actuelle *des caves de l'Observatoire de Paris*. Note (1) de M. **Ernest Esclangon**.

Nous avons indiqué (2) que la température des caves de l'Observatoire (à 28m de profondeur), dépourvue de variations diurnes et saisonnières (à moins de 1/100 de degré près), présentait, au contraire, des variations séculaires très importantes.

Cette température y a été observée depuis 1671, successivement par Mariotte, La Hire, Le Gentil (1759), Messier (1776), Lavoisier (1783), Gay-Lussac, Arago (1817-1852). Mais, jusqu'en 1817, un grand nombre des températures observées sont entachées d'une certaine ambiguïté en raison de l'ignorance dans laquelle on était alors des lents déplacements du zéro des thermomètres. De 1817 à 1852, les thermomètres de Lavoisier et de Gay-Lussac ont été observés régulièrement et comparativement, mais les déplacements de leurs zéros n'ont pas été systématiquement suivis. Après 1852, les observations ont été à peu près abandonnées.

Entre 1776 et 1852, des observations sûres montrent que la température est voisine de 11°,8. En 1944, ayant entrepris de vérifier cette donnée, je constatai, non sans surprise, une élévation considérable de 1°,2 par rapport à ces

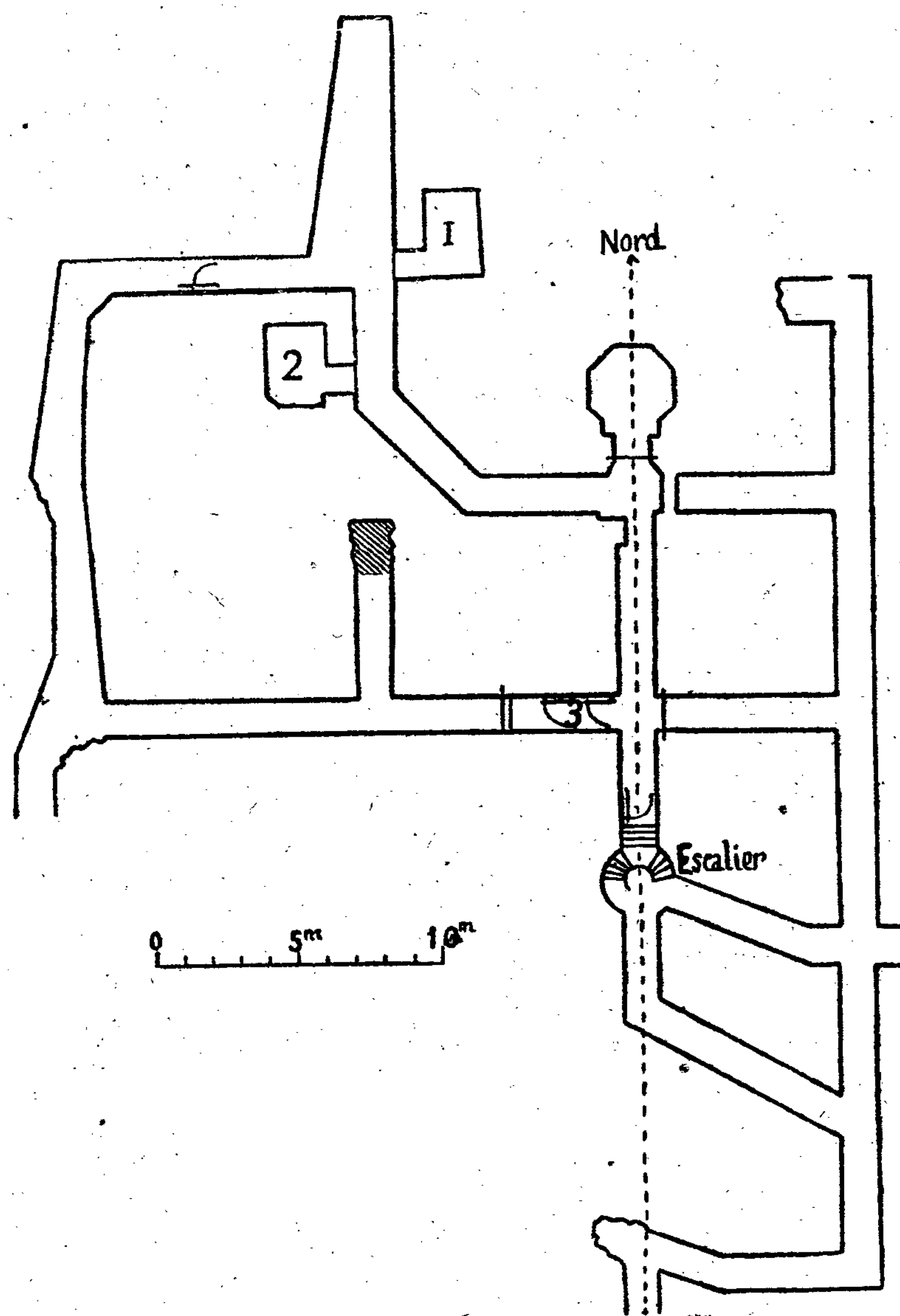
---

(1) Séance du 27 mai 1946.

(2) *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 981.

anciennes observations. Je crus utile alors, devant l'inattendu du résultat, de procéder, par une observation prolongée, à une détermination nouvelle et très précise de cette température. Je fis construire par les Établissements Poulenc un thermomètre de haute sensibilité et à grande échelle (cinq centimètres au degré, thermomètre n° 525332) qui devait être employé concurremment avec un thermomètre de précision, mis obligeamment à ma disposition par M. Pérard, Directeur du Bureau International des Poids et Mesures (thermomètre Prolabo n° 236). Les deux thermomètres furent l'objet d'une étude soignée au Pavillon de Breteuil, immédiatement avant la mise en observation, pour être renouvelée à la fin des observations.

Le T. 525332 fut installé à demeure dans le caveau 1 des souterrains (voir



la figure), sur une table, dans un bain de sable sec, le thermomètre étant lui-même enfermé dans un tube, simple isolant mécanique destiné à éviter toute pression accidentelle ou permanente du sable sur le réservoir. Le caveau 1 est celui où furent placés autrefois les thermomètres de Lavoisier et de Gay-Lussac. Le T. 236 était destiné, à fin de comparaisons, à être transporté et à séjourner en d'autres emplacements, tels que 2 et 3, en outre du caveau 1, où il put être comparé longuement et à diverses reprises avec le T. 525332.

Les observations ont eu une durée d'un an, de mai 1944 à mai 1945 ([3]).

Voici les lectures brutes, effectuées sur le T. 525332, avec division approximative en trimestres :

22 mai (1944)..	12°,920	21 août....	12°,920	22 novembre...	12°,920	5 mars....	12°,930
30 »	920	28 »	920	4 décembre...	925	12 »	930
5 juin........	918	12 sept.....	920	18 » ...	920	18 »	930
12 »	925	18 »	925	4 janv. (1945).	920	28 »	925
19 »	920	25 »	925	21 »	925	9 avril...	920
26 »	920	2 oct......	925	2 février......	920	17 »	925
3 juillet......	920	9 »	925	9 »	925	24 »	925
11 »	920	23 »	925			3 mai....	925
17 »	920	31 »	920			14 »	925
24 »	920	6 nov.....	920				
31 »	920	13 »	920				
11 août.......	920						
Moyennes...	12°,920		12°,923		12°,921		12°,926

Moyenne générale.......... 12°,922

Il n'y a donc bien aucune variation saisonnière sensible. La différence des lectures entre le T. 325332 et le T. 236, ayant séjourné ensemble dans le caveau 1, est, en juillet et août 1944, de + 0°,155; d'octobre 1944 à mai 1945, de + 0°,154, ce qui montre la parfaite stabilité de ces deux instruments.

D'autre part, les études de ces thermomètres, faites en 1944 *avant* les observations et en 1945 *après* les observations, indiquent pour ces thermomètres aux températures observées, les corrections suivantes, à *l'échelle du mercure* : T. 525332, + 0°,029; T. 236, + 0°,180, ce qui donne pour la température effective du caveau 1, obtenue respectivement avec ces deux instruments : 12°,951 et 12°,948.

On peut donc conclure en toute sécurité, et avec une approximation du centième de degré, que la température, mesurée dans le caveau 1, était, de mai 1944 à mai 1945, de

12°,950 (échelle du mercure) ([4]).

Elle est supérieure de 1°,2 à celle observée, en ce même emplacement, il y a cent ans; supérieure de plus de 2° à la température moyenne observée à la surface du sol. Elle paraît, dans la période actuelle, légèrement croissante, à raison de 0°,02 par an.

La période des observations a été particulièrement favorable, en ce sens que, correspondant à une période critique de la guerre, les souterrains de l'Obser-

([3]) Les lectures, qui demandent beaucoup de soin, ont été faites par M. Jean Blum, assistant à l'Observatoire.

([4]) A *l'échelle de l'hydrogène*, pour la température et les deux thermomètres considérées, cette température doit être diminuée de 0°,066, devenant ainsi 12°,884.

vatoire ont été peu visités, qu'aucun travail nécessitant la présence prolongée d'observateurs ou d'ouvriers n'y a été exécuté. D'autre part, le chauffage des immeubles de Paris, particulièrement les chauffages centraux, ont été pour ainsi dire complètement arrêtés; ceci pour répondre à une opinion, d'ailleurs non fondée, qui consisterait à attribuer une part de l'élévation thermique observée à la transformation importante des modes de chauffage, au cours du siècle écoulé. Au surplus, les souterrains à l'aplomb de la cour Nord de l'Observatoire, sont éloignés de tout immeuble, et l'on a vu quel écran isolant constitue déjà une couche de terrain de 28m d'épaisseur.

A l'emplacement 2, la température observée a été de 12°,97; enfin à l'emplacement 3, près du débouché de l'escalier, où certains échanges thermiques peuvent se produire avec la colonne d'air montante, la température mesurée a été de 13°,05, supérieure de 0°,1 à celle observée dans le caveau 1.

En raison de la longue série d'observations thermiques dont les souterrains de l'Observatoire ont été l'objet, document unique dans ce genre d'études, il serait souhaitable que des observations systématiques précises, aux mêmes emplacements, fussent périodiquement renouvelées, tous les dix ans par exemple, mais en choisissant des périodes au cours desquelles les souterrains ne sont pas le siège de présences prolongées. C'est ainsi que, du 15 mai au 30 juin 1945, la présence continue d'ouvriers a élevé la température de 0°,02 dans le caveau 1 et de 0°,10 à l'emplacement 3 près de l'escalier.

Quelle interprétation donner à ces résultats? Tandis que, en raison de la faible conductibilité des couches superficielles, la température moyenne à la surface du sol est surtout réglée par les circonstances météorologiques extérieures et peut, pendant des millénaires, demeurer sensiblement constante, celle des couches profondes est liée (en outre des conditions à la surface) à la chaleur interne du globe dont la constance, en tous points, ne semble pas réalisée. Sans doute faut-il s'arrêter à cette notion que, dans les couches profondes, la température subit ou peut subir normalement des variations séculaires importantes, sous l'influence de causes mal définies. Des circonstances diverses, telles que : déplacements des pôles, irrégularité de la rotation terrestre, phénomènes volcaniques etc., montrent d'ailleurs que, à l'intérieur du globe, ne règne pas, sous toutes les formes, un parfait état d'équilibre, et que des actions et réactions multiples y sont en perpétuelle activité.

PROBABILITÉS. — *Relations de probabilités dans les cas d'interdépendance. Applications à la Chimie.* Note (1) de M. **Georges Reboul.**

L'équilibre d'une phase, formée par n constituants soumis à p facteurs d'action, est conditionné par une relation de probabilités entre les diverses

(1) Séance du 27 mai 1946.

variables définissant l'état du système ([2]). Lorsque constituants et facteurs sont indépendants, cette relation prend la forme

$$\sum_{1}^{n} \beta_1 \frac{dm_1}{m_1} + \sum_{1}^{p} \beta'_1 \frac{dU_1}{U_1} = 0, \tag{1}$$

m étant les masses des constituants, U les actifs des facteurs, β et β' les coefficients de correction des probabilités. Que devient cette relation quand constituants et facteurs ne sont plus indépendants ?

I. Supposons qu'il y ait entre constituants et facteurs d'action la relation

$$\varphi(m_1 m_2, \ldots, U_1 U_2, \ldots) = \text{const.}$$

Si cette fonction est continue, on a

$$0 = \sum_{1}^{n} (m_1 \varphi'_{m_1}) \cdot \frac{dm_1}{m_1} + \sum_{1}^{p} (U_1 \varphi'_{U_1}) \frac{dU_1}{U_1}, \tag{2}$$

qui peut, elle aussi, être considérée comme une relation de probabilités analogue à l'équation (1).

Tout se passe donc comme si l'on avait affaire à un système pour lequel la réalisation d'un événement (équilibre final) demande la simultanéité de deux autres événements. Le premier correspond à la répartition, suivant une loi de hasard, des variations élémentaires des actifs des facteurs entre les individus formant les divers constituants, il se traduit par l'équation (1). Le deuxième correspond aux modifications apportées par ces mêmes variations dans la relation qui lie constituants et facteurs et exprime leur dépendance; il se traduit par l'équation (2).

La probabilité correspondant à deux événements simultanés est égale au produit des probabilités correspondant à chacun des événements pris séparément. Or, pour des variations élémentaires égales à l'unité

$$(dm_1 = dm_2 = \ldots = dU_1 = dU_2 = \ldots = 1),$$

les probabilités s'expriment, dans le cas correspondant à l'équation (1), par les quotients $\beta_1/m_1, \ldots, \beta'_1/U_1, \ldots$ et, dans celui de l'équation (2) par les valeurs $\varphi'_{m_1}, \ldots, \varphi'_{U_1}, \ldots$

Quand les deux événements sont simultanés les probabilités deviennent

$$\frac{\beta_1}{m_1} \varphi'_{m_1}, \ldots, \frac{\beta'_1}{U_1} \varphi'_{U_1}, \ldots$$

et les coefficients de correction des probabilités

$$\beta_1 \varphi'_{m_1}, \ldots, \beta'_1 \varphi'_{U_1}, \ldots,$$

([2]) G. et J.-A. Reboul, *Comptes rendus*, 212, 1946, p. 1063.

de sorte que, dans le cas où constituants et facteurs sont en dépendance, la relation des probabilités s'écrit

$$(3) \qquad \sum_1^n \beta_1 \varphi'_{m_1} \frac{dm_1}{m_1} + \sum_1^p \beta'_1 \varphi'_{U_1} \frac{dU_1}{U_1} = 0.$$

II. Cette relation permet d'établir les lois des équilibres chimiques, les formules donnant les vitesses de déplacement de ces équilibres, ... etc.

Prenons, par exemple, le cas de l'équilibre d'un système homogène (celui d'un système hétérogène se traiterait sans difficulté de manière analogue).

On a une seule phase dans laquelle se trouvent des molécules A, B, ... susceptibles de se transformer en d'autres molécules M, N, ... suivant la réaction

$$\varphi = a|A| + b|B| + \ldots - m|M| - n|N| - \ldots = 0,$$

$|A|$, $|B|$, ..., $|M|$, $|N|$, ..., étant les molarités (nombre de molécules par litre).

Si les constituants étaient indépendants et se comportaient tous de même manière, on aurait la relation des probabilités

$$\sum \frac{d|A|}{|A|} - \sum \frac{d|M|}{|M|} + \beta'_1 \frac{dp}{p} + \beta'_2 \frac{dT}{T} = 0,$$

en supposant que les seuls facteurs d'action intervenant dans l'équilibre sont, outre les molarités, la pression p et la température T.

Les constituants se trouvant en dépendance, on doit avoir, en vertu de la relation (3),

$$\sum a \frac{d|A|}{|A|} - \sum m \frac{d|M|}{|M|} + \beta'_1 \frac{dp}{p} + \beta'_2 \frac{dT}{T} = 0.$$

Pour une pression et une température données, l'intégration de cette équation donne la formule de Guldberg et Waag

$$\frac{|A|^a \, |B|^b \ldots}{|M|^m \, |N|^n \ldots} = K,$$

la constante K étant, en général, fonction de la température et de la pression.

Quand il s'agit de mélanges de gaz parfaits pour lesquels la réaction ne change pas le nombre total des molécules, le coefficient K est uniquement fonction de la température et prend alors la forme

$$K = K_0 \, e^{\int_0^T \alpha \, dT},$$

α étant une fonction de la température. Dans le cas particulier où α est constant et suffisamment petit, on a

$$\operatorname{Log} K = \alpha_0 + \alpha T,$$

formule qui est grossièrement valable pour beaucoup de réactions et peut être admise en première approximation.

M. **Auguste Chevalier** fait hommage à l'Académie de son Ouvrage *Révolution en Agriculture*.

M. **Philibert Guinier** fait hommage à l'Académie de deux brochures intitulées *La Forêt et la science forestière* et *Physionomie forestière de la France*.

NOMINATIONS.

M. **Emmanuel de Margerie** est délégué, avec M. **Gustave Roussy** précédemment désigné, au Congrès scientifique qui aura lieu à l'occasion du *deuxième centenaire* de la fondation de la Société Zurichoise des Sciences naturelles.

M. **Albert Portevin** est désigné pour représenter l'Académie aux Cérémonies qui auront lieu à New York, les 16, 17 et 18 septembre 1946, pour la célébration du *soixante-quinzième anniversaire* de la fondation de l'American Institute of Mining and Metallurgical Engineers.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section de Géographie et Navigation, en remplacement de M. *Robert Bourgeois*, décédé.

Le nombre des votants étant 56,

M. Donatien Cot	obtient	34	suffrages
M. Louis Bréguet	»	11	»
M. Georges Poivilliers	»	5	»
M. Pierre Tardi	»	3	»
M. Roger Brard	»	2	»
M. Jean Vignal	»	1	»

M. **Donatien Cot**, ayant obtenu la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation du Gouvernement provisoire de la République.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats à la Chaire de *Physiologie du travail*, vacante au Conservatoire National des Arts et Métiers.

(Renvoi à la Section de Médecine et Chirurgie.)

M. **Vsevolod Romanovsky** rend compte de l'usage qu'il a fait de la subvention qui lui a été accordée, en 1942, sur la Fondation Villemot.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Société d'encouragement pour l'Industrie Nationale. *L'Agriculture française devant la concurrence internationale*, par M. Pierre Fromont.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Fluctuations dans les grandeurs physiques quasi sinusoïdales.* Note (¹) de MM. **André Blanc-Lapierre** et **Pierre Lapostolle**, présentée par M. Émile Borel.

Introduction. — Nous allons préciser les propriétés de quelques grandeurs quasi sinusoïdales (stabilité d'amplitude ou de fréquence et spectre). Le spectre pourra toujours être défini par la fonction de corrélation considérée comme moyenne temporelle (²).

I. Mouvement d'un pendule peu amorti excité par chocs. — L'élongation $x(t)$ est la somme des contributions $q_j R(t-t_j)$ des impulsions q_j agissant aux instants respectifs t_j. On a

$$(1)\qquad x(t)=\sum_{-\infty}^{t} q_j R(t-t_j)\qquad \text{avec } R(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{I\omega_0}e^{-\lambda t}\sin 2\pi\nu_0 t & \text{pour } t>0,\\ 0 & \text{pour } t<0\end{cases}$$

(I, ω_0, ν_0, T_0 et $\delta=\lambda T_0$ sont le moment d'inertie, la pulsation, la fréquence, la période et le décrément du pendule).

Les propriétés de $x(t)$ varient avec les hypothèses faites sur les q_j et les t_j. Pour des chocs déclenchés par le mouvement lui-même [c'est-à-dire agissant quand $x(t)$ a certaines valeurs], le pendule peut devenir un *auto-oscillateur*. S'ils sont donnés *a priori*, c'est un *amplificateur*.

a. *Auto-oscillateur*. — Les q_j sont des variables aléatoires indépendantes, de même fonction de répartition $[q'_j=q_j-\overline{q}]$. Nous prenons les t_j très voisins des moments t'_j de passage à l'équilibre (vitesse positive) $[t_j=t'_j+\alpha_j/\omega_0]$. Dans l'entretien parfait du pendule, on a $q'_j\equiv\alpha_j\equiv 0$. Imaginons d'abord $\alpha_j\equiv 0$, *les q'_j étant gaussiens (écart type μ faible) et indépendants*. $x(t)$ est quasi sinusoïdal; phase et fréquence sont constantes; l'amplitude $A(t)$ $[a(t)=A(t)-\overline{A}]$ est une fonction aléatoire stationnaire laplacienne (³) caractérisée par

$$(2)\qquad \overline{A}=\frac{q}{I\omega_0\delta};\qquad \overline{a(t)a(t+\tau)}=\frac{\mu^2 e^{-\lambda|\tau|}}{2I^2\delta\omega_0^2}.$$

Le spectre de $x(t)$ a une bande continue (b_1) et une raie (r_1). Pour (b_1), la densité d'énergie $\Delta(\nu)$ à la fréquence ν est

$$(3)\qquad \Delta(\nu)=\frac{\mu^2\lambda}{2I^2\omega_0^2\delta}\,\frac{1}{\lambda^2+4\pi^2(\nu-\nu_0)^2}\qquad \left[\text{largeur de bande } \Delta\nu=\frac{\lambda}{\pi}\right].$$

La raie (fréquence ν_0) a une énergie $q^2/2I^2\delta^2\omega_0^2$.

(¹) Séance du 27 mai 1946.

(²) A. Blanc-Lapierre et R. Fortet, *Comptes rendus*, **222**, 1946, pp. 467 et 1270.

(³) A. Blanc-Lapierre, *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 378.

Supposons maintenant *tous les q'_j nuls; les α_j étant très petits, indépendants et répartis suivant une même loi de Gauss.* $x(t)$ est alors une fonction à peu près sinusoïdale d'amplitude relativement stable. La phase $\Phi(t)$ est *gaussienne pour* tout t et satisfait, pour tout $t_1 > t_0$, aux relations

$$(4)\qquad \overline{[\Phi(t_1)-\Phi(t_0)]^2} = \overline{\alpha^2}\,\delta^2\,\frac{(t_1-t_0)}{T} \quad \text{et} \quad \overline{[\Phi(t_1)-\Phi(t_0)]\Phi(t_0)} = 0.$$

Le spectre est constitué par une bande (b_2) de même forme que (b_1), de largeur $\delta^2\overline{\alpha^2}\nu_0/2\pi$ et d'énergie égale à celle de (r_1). Pour des q'_j et des α_j tous non nuls et indépendants, il y a superposition de deux bandes dérivant des types (b_1) et (b_2).

b. Amplificateur. — Pour des chocs égaux ($q'_j \equiv 0$) *et régulièrement répartis,* on a un cas classique où $x(t)$ est périodique. Si les t_j fluctuent légèrement autour de points régulièrement distants de T_0 ($t_j = jT_0 + \varepsilon_j$, où j prend toutes les valeurs entières positives, négatives ou nulles), on peut écrire

$$x(t) = \Sigma\, R(t - jT_0) + \Sigma\varepsilon_j R'(t - jT_0),$$

$x(t)$ est la somme de deux fonctions qui se ramènent à des problèmes étudiés plus haut. *Pour des t_j complètement désordonnés* (loi de Poisson), on a le cas du pendule soumis au mouvement brownien; les résultats valent en électricité pour un bruit soigneusement filtré et en optique pour des radiations quasi monochromatiques; $x(t)$ est une fonction aléatoire stationnaire laplacienne dont la densité spectrale d'énergie est

$$\Delta(\nu) = \frac{q^2\rho}{2IC}\,\frac{1}{\lambda^2 + 4\pi^2(\nu-\nu_0)^2} \quad \text{avec} \quad C = \frac{1}{\omega_0^2}.$$

On sait d'autre part que l'amplitude a une fonction de répartition semi-normale, quel que soit l'amortissement supposé faible.

II. Force électromotrice $e(t)$ d'un alternateur dont la vitesse $\Omega_0(t)$ $[\omega_0(t) = \Omega_0(t) - \overline{\Omega_0}]$ est une fonction aléatoire stationnaire laplacienne $[\overline{\omega_0^2} \ll (\overline{\Omega_0})^2]$. — On a

$$(7)\qquad e(t) = \frac{d}{dt}[\sin\varphi] \quad \text{avec} \quad \varphi(t) = \varphi_0 + \int_0^t \Omega_0(\theta)\,d\theta.$$

La fonction de corrélation $\gamma(\tau)$ relative à $e(t)$ est

$$(8)\qquad \gamma(\tau) = \frac{1}{2}[\overline{\Omega_0}]^2 \cos\overline{\Omega_0}\tau\, e^{-\frac{1}{2}\Delta^2(\tau)},$$

$\Delta^2(\tau)$ étant le carré moyen de l'intégrale de $\omega_0(\theta)$ entre t et $t+\tau$.

Si le spectre de $\omega_0(t)$ est localisé aux très basses fréquences, le spectre de $e(t)$ est donné par

$$(9)\qquad \Delta(\nu) = \frac{(\overline{\Omega_0})^2}{2}\sqrt{\frac{2\pi}{\overline{\omega_0^2}}}\, e^{-\frac{1}{2}\frac{(\nu-\nu_0)^2 4\pi^2}{\overline{\omega_0^2}}} \quad \text{avec} \quad \nu_0 = \frac{\overline{\Omega_0}}{2\pi},$$

$e(t)$ est un sinus de pulsation et d'amplitude lentement variables et approximativement égales à $\overline{\Omega_0} + \omega_0(t)$.

GÉOMÉTRIE. — *Congruences arbitrairement déformables avec fixité des points centraux sur les différents rayons.* Note de M. **Paul Vincensini**, présentée par M. Élie Cartan.

1. L'étude d'une question se rattachant à la transformation de Weingarten de l'équation de Monge-Ampère de la déformation, dont le développement, comme celui d'une Note antérieure [1], paraîtra dans un autre Recueil, m'a conduit à un certain nombre de résultats relatifs à la déformation des congruences rectilignes. Je me permets d'en indiquer ici quelques-uns. Comme dans la Note citée, les rayons D de la congruence C soumise à la déformation sont situés dans les plans tangents aux différents points M d'une surface Σ et invariablement liés à ces plans tangents. Le rayon D relatif à M est perpendiculaire à la tangente en M à la courbe $u=$ const. du système orthogonal (u, v) de Σ, et il coupe cette tangente en un point I dont la distance au point M sera désignée par a $[\overline{\mathrm{MI}}=a(u, v)]$. Une déformation de C sera définie par une déformation de Σ.

2. Demandons-nous d'abord comment il convient de choisir Σ et la congruence C associée pour que, si l'on déforme Σ *arbitrairement*, les *points centraux* relatifs aux différents rayons D de C *restent fixes sur leurs rayons respectifs*. En exprimant cette condition, on trouve que Σ peut être choisie *arbitrairement*, que le réseau (u, v) est un réseau quelconque de Σ formé d'une famille de géodésiques et de leurs trajectoires orthogonales $[ds^2=du^2+\mathrm{G}\,dv^2]$, et que la fonction $a(u, v)$ définissant C est donnée par

$$a\frac{\partial\sqrt{\mathrm{G}}}{\partial u}-\sqrt{\mathrm{G}}\frac{\partial a}{\partial u}=0, \tag{1}$$

d'où l'on déduit $a=\mathrm{V}\sqrt{\mathrm{G}}$ ($\mathrm{V}=$ fonct. arb. de v). Le point central ω sur un rayon quelconque D de C est alors défini par

$$\overline{\mathrm{I}\omega}=-\left(\mathrm{G}\left|\frac{\partial\mathrm{G}}{\partial u}\right.\right)(1+\mathrm{V}')-\frac{\mathrm{V}}{2}\left(\frac{\partial\mathrm{G}}{\partial v}\left|\frac{\partial\mathrm{G}}{\partial u}\right.\right).$$

L'équation (1) montre (*voir* la Note rappelée) que les congruences C sont des congruences (de Ribaucour) à couples de foyers associés situés sur deux tangentes conjuguées de Σ. Plus précisément, ce sont les congruences de Ribaucour sur lesquelles l'*une* des deux familles de courbes du réseau invariant de M. J. Drach, dont les tangentes (Note citée) ne cessent de partager harmoniquement les droites joignant chaque point M de Σ aux foyers F_1, F_2 du rayon correspondant de C, *est formée de lignes géodésiques*. Les congruences générales de Ribaucour peuvent, comme l'on sait, être regardées comme les congruences des polaires des cordes de contact des enveloppes de sphères centrées sur Σ.

---

(1) *Comptes rendus*, 222, 1946, pp. 630-632.

A ce point de vue les congruences C actuelles sont susceptibles de la définition suivante : Choisissons arbitrairement, sur Σ, ∞^1 géodésiques. Centrons sur chaque géodésique ∞^1 sphères égales, le rayon relatif à chaque géodésique étant arbitraire. La congruence des polaires des cordes de contact des enveloppes de sphères ainsi obtenues est la congruence C la plus générale associée à Σ à points centraux invariants par déformation arbitraire de Σ.

3. Un cas important est celui où le réseau invariant de Σ relatif à une congruence C est *orthogonal*. Les foyers F_1, F_2 sur un rayon quelconque D sont alors symétriques par rapport à la tangente MI à la courbe $u=$ const. de Σ. On a $\overline{\mathrm{I}\omega}=0$; l'expression de $\overline{\mathrm{I}\omega}$ (n° 1) montre que

$$G=f(u)\,[ds^2=du^2+U^2dv^2];$$

Σ est applicable sur une surface de révolution, et l'on peut caractériser les surfaces Σ déformées des surfaces de révolution, par le fait *qu'on peut leur attacher des congruences* C *dont les couples de foyers associés restent équidistants des points* M *correspondants lorsqu'on déforme* Σ. Les rayons de ces congruences sont perpendiculaires aux tangentes aux déformées de parallèles, et la fonction $\overline{\mathrm{MI}}=a(u,v)$ qui les fixe est $a=\mathrm{U}v$: il existe ∞^1 congruences C attachées à Σ, correspondant aux ∞^1 auto-applications de Σ. Lorsque Σ, en se déformant, affecte la forme révolutive, une nouvelle propriété apparaît : les plans focaux relatifs à un même rayon d'une congruence C viennent se placer *symétriquement* par rapport au plan tangent correspondant de Σ, leur angle avec ce plan étant d'ailleurs défini par $\mathrm{tg}\,\theta=\mathrm{U}'/\sqrt{-\mathrm{UU}''}$. On déduit aussitôt de là les surfaces de révolution pour lesquelles les C associées sont *à angle des plans focaux constant :* elles ont pour élément linéaire $ds^2=du^2+u^\alpha dv^2$ (α étant un nombre quelconque), et θ est défini par $\mathrm{tg}\,\theta=1/\sqrt{\alpha/(2-\alpha)}$. Le cas où $\alpha=1$ est particulièrement remarquable. Σ est alors une *forme révolutive de développée de surface minima,* et les C associées sont *normales.* Cette dernière circonstance persistant par déformation de Σ, on voit que les déformées des développées de surfaces minima peuvent être caractérisées par le fait d'*admettre des congruences* C *associées normales à foyers associés équidistants des points correspondants de la surface.*

4. Les surfaces applicables sur les développées de surfaces minima ne sont pas les seules à admettre des C associées normales à points centraux invariants au cours d'une déformation arbitraire. La recherche des surfaces générales Σ jouissant de cette propriété conduit, la solution évidente fournie par une congruence normale arbitraire associée à l'une de ses nappes focales étant écartée, aux surfaces d'élément linéaire $ds^2=du^2+[u+\psi(v)]\,dv^2$, où ψ est une fonction arbitraire de v. Cette forme de ds^2 caractérise les *déformées des surfaces réglées à plan directeur isotrope,* et contient en particulier les 5 types pour lesquels le problème de la déformation peut être résolu complètement. Les C associées sont définies par $\overline{\mathrm{MI}}=a=\mathrm{V}\sqrt{u+\psi(v)}$ $(\mathrm{V}=f(v))$.

Le cas particulier où $V = -(v/2) + ce^{-2v}$ (c = const.) ramène aux surfaces Σ applicables sur les quadriques imaginaires tangentes en un point au cercle de l'infini. Dans ce cas, parmi les C associées à Σ, il y en a *une* pour laquelle le lieu des points centraux reste une surface minima par déformation de Σ. C'est la considération de cette congruence particulière, d'un point de vue différent de celui de la présente Note, qui a fourni à L. Bianchi l'occasion d'étendre les théorèmes de Guichard, et l'a conduit à sa théorie générale de la déformation des quadriques.

MÉCANIQUE. — *Sur la répartition d'énergie dans les spectres acoustiques.* Note de M. **Bohumil Hostinský**, présentée par M. Henri Villat.

1. Considérons un corps solide élastique C capable de vibrations stables autour de sa position d'équilibre absolu. Si m désigne le triple du nombre de molécules ([1]) du corps C, toute vibration de C résulte d'une superposition de m vibrations principales. Soient $\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_m$ les fréquences de ces vibrations principales. L'ensemble de fréquences ν_k constitue le *spectre acoustique* du corps C. Si m est un grand nombre (d'ordre 10^{24}), le nombre de fréquences ν_k comprises entre ν et $\nu + d\nu$ peut être représenté par la formule approchée $f(\nu)\,d\nu$ où la *densité de fréquences* $f(\nu)$ est une fonction continue de ν.

La corde de Lagrange nous donne un premier exemple. Une corde de longueur l, élastique et sans masse, porte m corps égaux et équidistants; si M est la masse totale de ces m corps et si S est la tension de la cordre, nous avons ([2]) pour une grande valeur de m,

$$f(\nu) = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{Ml}{S}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \nu^2 \dfrac{Ml}{4sm^2}}}, \qquad \sqrt{\frac{4S}{Ml}} < \nu < m\sqrt{\frac{4S}{Ml}}.$$

La densité $f(\nu)$ devient infinie à l'extrémité droite du spectre (hautes fréquences).

Un second exemple est dû à E. J. Routh (*Treatise on the dynamics of a system of rigid bodies, the advanced part*, 5e édition, 1892, § 420-421). Il considère deux systèmes de cordes équidistantes et parallèles respectivement aux côtés AB et BC d'un cadre rectangulaire solide ABCD; les extrémités des cordes sont fixées sur le cadre. Soit P un quelconque des points où une corde d'un système rencontre une corde du second système. Un corps de masse u est attaché à chaque point P; nous considérons les vibrations de ce système de masses μ perpendiculaires au plan du cadre ABCD. Il résulte de formules

---

([1]) Pour simplifier, nous ne tenons compte que des degrés de liberté relatifs au mouvement de translation des molécules.

([2]) *Comptes rendus*, 222, p. 438, 1946.

données par Routh que la densité $f(\nu)$ de fréquences est égale à zéro aux extrémités du spectre et qu'elle admet un ou deux maxima.

2. Décomposons le mouvement du corps C en vibrations principales; une énergie $e(\nu)$ déterminée correspond alors, à un instant donné, à chaque vibration principale de fréquence ν. $e(\nu)$ est constante, s'il n'y a pas de forces extérieures agissant sur C. L'énergie du corps C (somme d'énergie cinétique et potentielle) est égale à la somme $e(\nu_1)+e(\nu_2)+\ldots$; la fonction $e(\nu)$ dépend de la nature du mouvement, par exemple, des conditions initiales.

3. Si nous voulons exprimer l'énergie de C au moyen de la fonction continue $e(\nu)$, il faut tenir compte de la densité de fréquences. Soit $d\mathrm{E}(\nu)$ l'énergie correspondant aux fréquences comprises entre ν et $\nu+d\nu$. Supposons que m soit très grand; la *densité d'énergie* $d\mathrm{E}(e)/d\nu$ dans le spectre acoustique est alors donnée par la formule

$$\frac{d\mathrm{E}(\nu)}{d\nu}=f(\nu)\,e(\nu). \tag{1}$$

4. Supposons maintenant que C fasse partie d'un système S de corps tel que le théorème de Maxwell-Boltzmann sur l'équipartition d'énergie s'applique à S. Conformément à ce théorème, après un temps suffisamment long, une distribution s'établit de sorte qu'une énergie e, indépendante de ν, appartienne à chaque degré de liberté, et, en particulier, à chaque fréquence ν du corps C. Dans ce cas la formule (1) donne

$$\frac{d\mathrm{E}(\nu)}{d\nu}=e f(\nu),$$

e étant une constante. Ainsi la densité d'énergie est proportionnelle à la densité de fréquences, si le théorème de Maxwell-Boltzmann s'applique; la densité de fréquences $f(\nu)$ dépend toujours de ν, de sorte que, dans un spectre acoustique d'un corps vibrant quelconque, l'énergie n'est jamais répartie avec une densité indépendante de la fréquence.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur une méthode d'approximation en Mécanique des fluides compressibles.* Note de M. **Caïus Jacob**, présentée par M. Henri Villat.

1. A part quelques problèmes particuliers qu'on sait résoudre rigoureusement, on est, en mécanique bidimensionnelle des fluides compressibles, obligé à avoir recours à des méthodes d'approximation. Nous signalerons de ce point de vue les méthodes bien connues de Rayleigh et de Janzen, dont M. E. Lamla [1] vient de donner une autre forme remarquable. Ces méthodes s'appliquent surtout avec succès dans le cas des écoulements fluides autour de parois données,

---

[1] *Luftfahrtforschung*, **19**, 1942, p. 358.

sans formation de sillages et conduisent à la résolution de certains problèmes de Dirichlet.

Dans ce qui suit nous nous proposons d'exposer une méthode d'approximation, fondée sur l'emploi du procédé hodographique, applicable aux écoulements fluides autour de parois données ϖ avec formation de sillages à la Helmholtz.

2. Nous désignerons par Ox et Oy les axes de coordonnées rectangulaires, par u, v les projections de la vitesse sur les axes, par V sa grandeur, par ρ la masse spécifique du fluide. En admettant que l'écoulement considéré soit permanent et irrotationnel, on aura un potentiel des vitesses $\varphi(x, y)$ et une fonction de courant $\psi(x, y)$, reliées par le système

$$(1) \qquad u = \frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{\rho_0}{\rho}\frac{\partial\psi}{\partial y}, \qquad v = \frac{\partial\varphi}{\partial y} = -\frac{\rho_0}{\rho}\frac{\partial\psi}{\partial x},$$

où ρ_0 est la valeur de ρ lorsque le fluide se trouve au repos. Soient θ l'angle de la vitesse avec Ox et $\tau = \log V$. Nous poserons $\omega = \theta + i\tau$, $\overline{\omega} = \theta - i\tau$, ainsi que $f = \varphi + i\psi$, $\overline{f} = \varphi - i\psi$ et $z = x + iy$, $\overline{z} = x - iy$. En choisissant comme variables indépendantes f et $\overline{f}$ à la place de x et y et comme fonctions inconnues ω et $\overline{\omega}$, le système (1) sera remplacé par l'équation fondamentale de la méthode hodographique

$$(2) \qquad \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1\right)\frac{\partial\omega}{\partial f} + \left(\frac{\rho_0}{\rho} + 1\right)\frac{\partial\omega}{\partial\overline{f}} = \frac{1}{2}\frac{\rho_0}{\rho}\frac{V^2}{c^2}\left(\frac{\partial\omega}{\partial f} + \frac{\partial\omega}{\partial\overline{f}} - \frac{\partial\overline{\omega}}{\partial f} - \frac{\partial\overline{\omega}}{\partial\overline{f}}\right),$$

où c est la vitesse de propagation du son. On aura ensuite pour revenir au plan z,

$$(3) \qquad dz = \frac{1}{2}e^{i\omega}\left(1 + \frac{\rho_0}{\rho}\right)df + \frac{1}{2}e^{i\omega}\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)d\overline{f}.$$

3. La méthode des approximations successives est applicable à l'équation (2). Désignons par U la grandeur de la vitesse aux grandes distances et sur les lignes de jet λ; soit encore c_0 la vitesse du son dans le fluide au repos. La loi caractéristique du gaz étant supposée adiabatique, on a

$$\frac{\rho_0}{\rho} = 1 + \frac{M^2}{2}\frac{V^2}{U^2} + \frac{\gamma}{8}M^4\frac{V^4}{U^4} + M^6\ldots \qquad \left(\gamma = \frac{c_p}{c_v} \sim 1,408\right),$$

où $M = U/c_0$ est le nombre de Mach. En posant

$$\omega = \omega_0 + M^2\omega_1 + M^4\omega_2 + \ldots, \qquad \overline{\omega} = \overline{\omega}_0 + M^2\overline{\omega}_1 + M^4\overline{\omega}_2 + \ldots \qquad (\omega_n = \theta_n + i\tau_n),$$

on aura, pour déterminer les approximations successives,

$$(4) \qquad \frac{\partial\omega_0}{\partial\overline{f}} = 0, \qquad \frac{\partial\omega_1}{\partial\overline{f}} = -\frac{1}{4}\frac{V^{(0)2}}{U^2}\frac{\partial\overline{\omega}_0}{\partial\overline{f}}, \qquad \ldots,$$

d'où

$$\omega_0 = \theta_0 + i\tau_0 = \omega_0(f), \qquad \omega_1(f, \overline{f}) = \frac{i}{4}\left(\frac{V^{(0)2}}{U^2} - 1\right) + g(f), \text{ etc.,} \qquad \text{avec } V^{(0)} = e^{\tau_0}.$$

A la fonction $\omega_0(f)$ il correspondra un écoulement liquide, dans le plan $z^{(0)}$, défini par

$$dz^{(0)} = e^{i\omega_0}\, df.$$

Nous prendrons $\theta_1 = 0$ sur ω et $\tau_1 = 0$ sur λ, ce qui conduit à $g(f) \equiv 0$. Alors en première approximation l'angle θ se conserve dans les deux écoulements, liquide et gazeux, associés, aux points où f est le même. Comme on sait ([1]), ce fait peut être pris comme point de départ d'une autre méthode approchée due à S. A. Tchapliguine ([2]). On a ensuite

$$(5) \qquad Z = \left(1 + \frac{M^2}{4}\right) Z^{(0)} - \frac{M^2}{4U^2} \overline{\int \left(\frac{df}{dz^{(0)}}\right)^2 dz^{(0)}} + M^4(\ldots),$$

la barre désignant qu'il faut prendre le nombre complexe conjugué.

4. La méthode exposée ci-dessus se prête à de nombreuses applications dans le cas des jets gazeux ou bien dans celui des sillages de Helmholtz. Elle est également applicable au cas d'écoulements sans sillage. Par exemple, s'il s'agit d'un écoulement autour d'un obstacle circulaire de rayon 1, elle pose le problème aux limites suivant :

Déterminer une fonction $\Omega(\zeta) = \Theta + i\mathrm{T}$, holomorphe à l'extérieur du cercle $|\zeta| = 1$, du plan $\zeta = \xi + i\eta$, nulle à l'infini et telle que sur $\zeta = e^{i\sigma} (0 \leq \sigma \leq 2\pi)$ on ait

$$\frac{d\mathrm{T}}{dn} = 1 - \lambda\left(1 + \frac{M^2}{4}\right)e^{-\mathrm{T}} + \lambda M^2 \sin^2\sigma . e^{\mathrm{T}},$$

λ étant un paramètre à déterminer. La dérivée normale de T est prise vers l'intérieur du domaine envisagé. Ce problème admet une solution et une seule pourvu que $0 \leq M < 2\sqrt{1 - (2/\sqrt{5})}$. Mais si l'on néglige les termes en M^4 dans le développement de $\Omega(\zeta)$, il suffit de prendre $\lambda = 1 + (M^2/4)$, $6\Omega = M^2 i\zeta^{-2}$. On retrouve alors l'approximation connue ([3]).

Les résultats de cette Note seront développés ailleurs.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Étude de la diffusion turbulente par une méthode colorimétrique* ([1]). Note ([2]) de M. **François N. Frenkiel**, présentée par M. Henri Villat.

La mesure de la diffusion turbulente, en soufflerie et dans l'atmosphère, peut se faire en étudiant les dimensions et les formes des taches produites sur une

---

([1]) C. Jacob, *Bulletin math. de la Soc. Roumaine des Sciences*, **42**, 1, 1940, p. 19.
([2]) *Annales scient. de l'Univ. de Moscou*, 1904, pp. 1-121 (Chapitre V).
([3]) O. Janzen, *Physikalische Zeitschrift*, **14**, 1913, p. 639.

([1]) Séance du 13 mai 1946.
([2]) Travail effectué en partie à Toulouse en 1941 dans la clandestinité avant la déportation de l'auteur.

grille de fils sensibles, par un gaz émis au moyen d'un émetteur placé devant la grille.

Je fais quatre hypothèses :

l'influence sur la diffusion, de la différence entre les masses spécifiques et entre les viscosités moléculaires de l'air et du gaz étranger, est négligeable;

le changement de couleur du fil ne dépend que de la quantité totale du gaz étranger qui a passé par unité de surface du cadre dans le voisinage du fil;

le temps d'émission est suffisamment long pour qu'on puisse déterminer des concentrations moyennes sur toute la surface du cadre et pour que l'erreur, due au fait que ce temps n'est pas illimité, soit négligeable;

les influences de la vitesse d'émission et de la présence de l'émetteur et du cadre sur les dimensions des taches peuvent être négligées.

Ces hypothèses étant admises et les conditions expérimentales choisies de manière à les vérifier au mieux, la mesure s'interprétera comme suit :

Soit un écoulement turbulent d'un fluide incompressible, de vitesse moyenne $\overline{\mathrm{U}}$. Le gaz étranger émis par une source ponctuelle a un débit volumétrique Q. Le temps d'émission est Δt et la concentration moyenne du gaz $\overline{\mathrm{S}}(x, y, z)$. Pendant une longue durée d'émission, la quantité de gaz étranger qui traverse une unité de surface d'un plan perpendiculaire à la direction de la vitesse moyenne est $q(x,y,z) = \overline{\mathrm{U}}\,\Delta t\,\overline{\mathrm{S}}(x,y,z)$, et la concentration relative sera

$$\sigma(x,y,z) = \frac{\overline{\mathrm{S}}(x,y,z)}{\mathrm{Q}}\overline{\mathrm{U}} = \frac{q(x,y,z)}{\mathrm{Q}\,\Delta t}. \tag{1}$$

La tache se produit en tous les points où $q(x, y, z) \geqq q_0$, la valeur de q_0 dépendant de la sensibilité du fil et de la nuance qu'on définit comme étant une tache. Sur les limites de la tache

$$\sigma(x_1, y_1, z_1) = \frac{q_0}{\mathrm{Q}\,\Delta t}. \tag{1'}$$

En modifiant q_0 ou $\mathrm{Q}\,\Delta t$, ou les deux à la fois, on change les concentrations relatives.

Intégrons (1) en tenant compte de la relation

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \sigma(x_1, y_1, z_1)\,dy\,dz = 1.$$

On aura

$$q_0 = \frac{1}{\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\mathrm{Q}\,\Delta t}\,dy\,dz}. \tag{2}$$

Pour trouver q_0 on fera des mesures dans un même plan perpendiculaire à la

direction de $\overline{U}$, en employant des fils de même sensibilité, mais en changeant $\overline{Q\Delta t}$.

D'ailleurs les expériences faites sans mesurer σ seront aussi d'un grand intérêt. Les essais les plus intéressants ont pour but de déterminer :

a. les surfaces d'isoconcentration, lieux de points de concentration moyenne constante $f(x_1, y_1, z_1) = \text{const.}$;

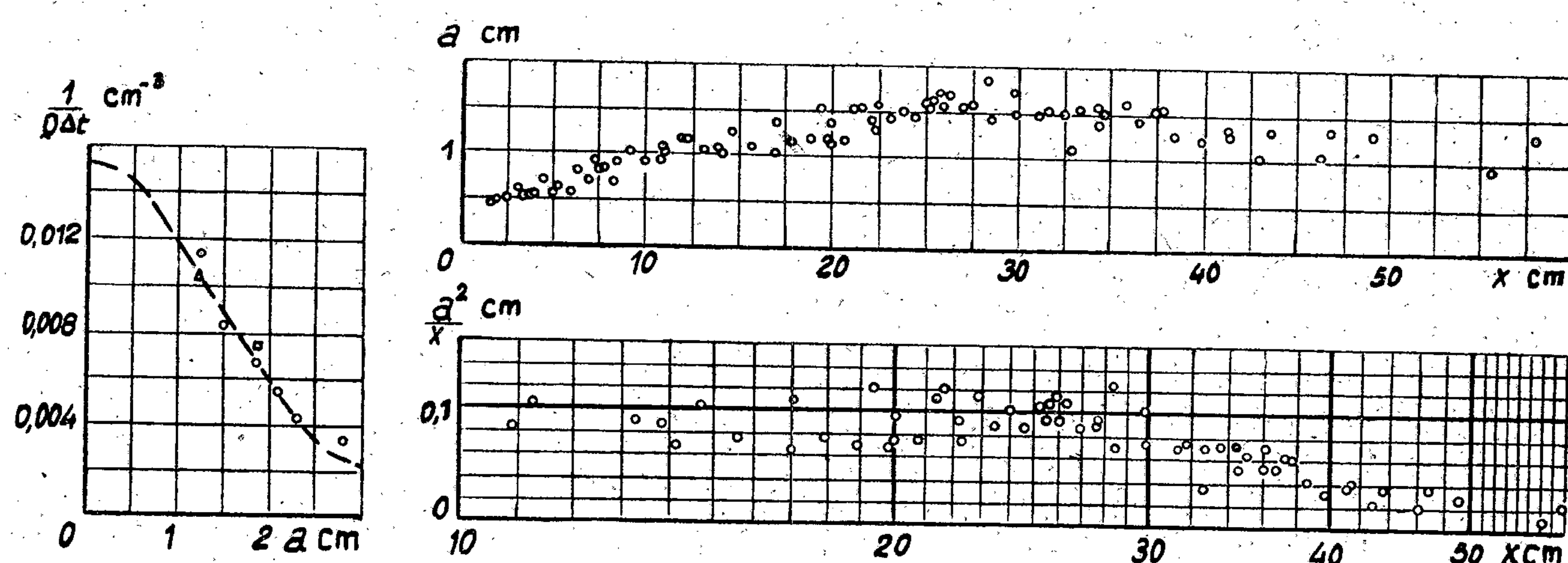
b. les courbes d'isoconcentration, obtenues en coupant ces surfaces par un plan parallèle à $\overline{U}$ et passant par l'origine d'émission $f(x_1, y_1) = \text{const.}$;

c. les distribuantes $f(y_1, z_1) = \text{const.}$, courbes qui donnent la distribution de $\overline{S}$ suivant une droite d'un plan perpendiculaire à $\overline{U}$.

De très nombreux essais furent faits, pour choisir les produits colorants et le gaz actif. La mise au point de ces colorants était faite parallèlement à l'étude des peintures destinées à la visualisation de l'écoulement dans la couche limite (³) et du sillage des ailes et des avions.

Pour les essais de diffusion j'ai employé des fils de coton préparés avec de l'éosine bleuâtre, de la dibromocrésolsulphonéphtaléine ou du nitrate mercureux et le gaz employé était de l'ammoniac. Les émetteurs ont été étudiés en vue de réduire l'influence de leur présence sur l'écoulement et l'ammoniac était débité par un réservoir à cloche.

La figure se rapporte à des résultats d'essais faits en 1940. Pour le calcul, j'ai



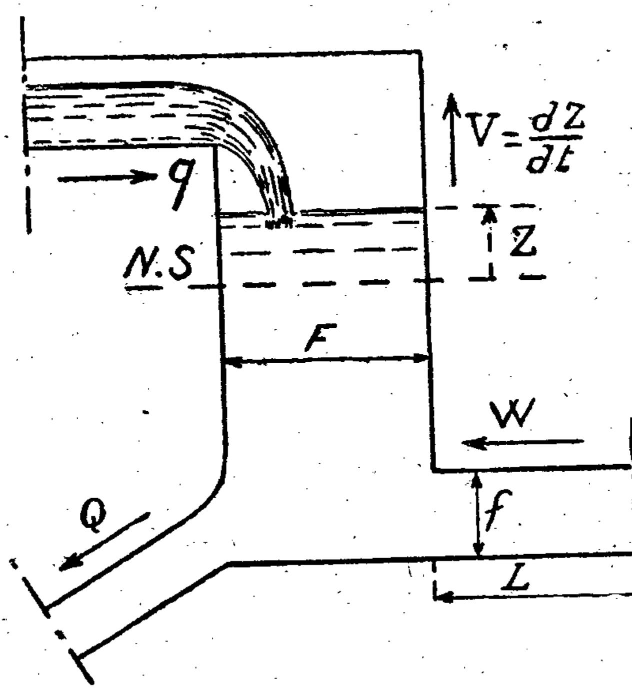
admis la symétrie de la diffusion turbulente par rapport à la direction de la vitesse moyenne. Je donne comme résultat le rayon a de la surface d'un cercle équivalente à la surface de la tache. J'ai constaté l'existence d'une et quelquefois deux bosses sur les courbes d'isoconcentration. Les points dessinés avec les axes $[(a^2/x), \log x]$ permettent de confirmer l'existence d'une telle bosse, mieux encore que ne le fait le dessin avec les axes (a, x).

(³) Schubauer a fait antérieurement des essais semblables dans la couche limite (*Nat. Adv. Comm. Aeron.*, Tech. Rep., n° 652, 1939).

HYDRAULIQUE. — *Cheminée d'équilibre alimentée simultanément par un canal à écoulement libre et par un canal en charge.* Note [1] de M. **Léopold Escande**, transmise par M. Charles Camichel.

Ce problème nous fut posé récemment à propos de l'équipement de deux chutes, l'une dans les Pyrénées-Orientales, et l'autre, en Haute-Savoie, par la Société Nationale des Chemins de Fer français.

Dans les deux cas, une chambre d'équilibre unique est alimentée simultanément par un canal d'amenée à écoulement libre et par un canal en charge (voir la figure). Le



problème des oscillations du plan d'eau peut être traité, dans le cas le plus général, par notre méthode D. F., et nous avons donné les relations correspondantes [2].

Dans la présente Note nous allons montrer comment, dans le cas d'une chambre ordinaire, le problème conduit aisément à des conclusions très générales lorsqu'on néglige les pertes de charge.

Avec les notations de la figure, et en appelant q le débit constant du canal à écoulement libre, les équations générales s'écrivent

$$\frac{L}{g}\frac{dW}{dt} + Z = 0,$$
$$fW + q = FV + Q.$$

1° Étudions tout d'abord le cas où le débit des turbines passe instantanément de sa valeur maxima Q_0 à zéro.

---

[1] Séance du 20 mai 1946.

[2] *Comptes rendus*, 220, 1945, pp. 35-36.

L'intégration donne

$$Z = \frac{Q_0}{f}\sqrt{\frac{L}{g}\frac{f}{F}}\sin\frac{2\pi t}{T}, \qquad \text{avec} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{LF}{gf}}.$$

2° Étudions maintenant le cas où le débit des turbines passe instantanément de zéro à Q_0. Dans le régime permanent initial, le canal à écoulement libre conduit dans la chambre le débit q, qui se dirige ensuite, à l'intérieur du canal en charge, vers le réservoir placé en tête de celui-ci. On obtient la solution

$$Z = -\frac{Q_0}{f}\sqrt{\frac{Lf}{gF}}\sin\frac{2\pi t}{T},$$

symétrique de la précédente.

L'oscillation engendrée dans la chambre d'équilibre par une manœuvre de fermeture complète instantanée de Q_0 à zéro ou par une manœuvre d'ouverture instantanée de zéro à Q_0 est donc rigoureusement identique à celle qui se produirait, pour la même manœuvre, si le canal à écoulement libre n'existait pas et si le débit total des turbines était fourni par le canal d'amenée en charge.

La présence du canal à écoulement libre augmente donc l'amplitude des oscillations, vis-à-vis de celles qui interviendraient si le canal en charge fonctionnait seul, avec le débit maximum $Q_0 - q$ pour lequel il a été prévu.

Remarque. — On peut envisager des manœuvres plus particulières, par exemple supposer que le canal à écoulement libre ne débite pas dans le régime permanent initial : le débit q n'entre alors en jeu qu'à l'instant même où se déclenche l'appel des turbines, dont le débit passe de zéro à Q_0.

La solution devient, dans ce cas,

$$Z = -\frac{Q_0 - q}{f}\sqrt{\frac{Lf}{gF}}\sin\frac{2\pi t}{T}.$$

L'oscillation se confond avec celle que l'on observerait, en l'absence du canal à écoulement libre, si le débit des turbines passait instantanément de zéro à la valeur maxima $Q_0 - q$, prévue pour le débit du canal en charge.

BALISTIQUE. — *Mesure de la vitesse des projectiles.*

Note (1) de M. **René Rousselet**, présentée par M. René Barthélemy.

Le problème de la mesure de la vitesse des projectiles avait reçu précédemment des solutions dont l'emploi avait souligné quelques inconvénients, comme la difficulté d'utilisation et l'insécurité des contacts mécaniques. J'ai

---

(1) Séance du 24 avril 1946.

proposé, en 1938, au titre de capitaine d'Artillerie, un système dont la première maquette fut réalisée en 1939, et mise au point vers avril 1940. Ces travaux, dissimulés pendant l'occupation, n'ont repris que l'an dernier, ce qui explique le retard de leur publication.

La solution que j'ai préconisée repose sur une visée optique utilisant la lumière du jour; elle conduit à une installation simple et une lecture immédiate. Ces conditions ont été remplies par le dispositif suivant : une poutre rigide, orientable, porte deux systèmes optiques à fente, déterminant dans l'espace deux plans parallèles, dont la distance est connue avec précision; cette base est de l'ordre de 1 à 3^m. Le passage de tout objet à travers ces plans crée une variation de flux lumineux sur des cellules photoélectriques à vide élevé, donc à réponse quasi instantanée, placées au foyer des objectifs. La poutre est placée à quelques dizaines de mètres de la bouche à feu, et orientée parallèlement au canon. Le projectile passant successivement à travers les deux plans optiques donne deux impulsions de forme identique, et la différence des époques de passage est mesurée instantanément à l'oscillographe cathodique.

La précision nécessaire de lecture est obtenue grâce :

1° à l'utilisation du front raide arrière de l'impulsion, dont on prend électriquement la dérivée, pour la comparaison des temps; on a ainsi un signal bref de l'ordre de la microseconde;

2° à l'allongement des échelles de mesures sur le tube cathodique. Je dois signaler, dans l'obtention de ce résultat, deux solutions originales. L'une est due à M. Vogel; elle consiste à réaliser un balayage spiralé de l'écran par l'application, sur des plaques déviatrices, de deux tensions décalées provenant de la décharge oscillante amortie d'un condensateur; le pas de la spirale est fonction du décrément de la courbe de décharge, et la pseudo-période mesure le temps d'une rotation. Cette solution élégante permet, en pratique, de multiplier la précision par un coefficient compris entre 4 et 8 par rapport à un balayage circulaire unique.

Une autre disposition, due à M. Grassot, utilisant deux tubes, va plus loin : deux oscillographes à balayage circulaire sont mis en marche par le premier impact, mais la vitesse angulaire du deuxième est un multiple entier du premier. On obtient ainsi des mesures de temps au millième.

Quelques détails de réalisation. — *a*. L'impulsion fournie par les cellules est envoyée dans un thyratron dont la grille se trouve dépolarisée et provoque la décharge d'un condensateur.

b. Une des particularités du dispositif est la nécessité de rendre les amplificateurs insensibles à l'onde de bouche qui arrive, en général, après l'occultation optique des cellules. Il est indispensable, pour obtenir un bon résultat, de verrouiller les amplificateurs dès l'occultation de la cellule de sortie de la base.

c. L'étalon de temps est un quartz, bien qu'on puisse se baser sur la

fréquence d'une lampe oscillatrice stabilisée. L'écran du tube est assez rémanent pour qu'une lecture directe soit possible.

d. L'oscillographe est pourvu d'un appareil photographique qui permet, sur un positif immédiatement développé, de mesurer dans un temps très court, de l'ordre de la minute, le temps de parcours sur la base. La photographie a l'avantage de laisser un document qui permet d'éliminer toute erreur d'appréciation personnelle.

e. Des abaques traduisent ce temps en vitesse; d'autres abaques font la correction de différence de vitesse entre la bouche à feu et le milieu de la base, de façon à avoir rigoureusement la vitesse initiale, bien qu'en général cette correction soit très faible, du fait de la proximité de la base par rapport à la bouche à feu.

Des appareils ainsi réalisés ont été essayés depuis octobre 1939 sur le champ de tir de Satory, où plus de 2000 coups, tirés pour le régimage des poudres et des pièces, ont été mesurés par le dispositif. Les mesures ont été faites soit par photographie, soit visuellement, et ont donné les vitesses initiales, vérifiées avec l'appareil *Le Boulangé* à moins de 1 %.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Une nouvelle méthode d'étude du problème de la barrière de potentiel en physique théorique.* Note (¹) de M. **Raymond Daudel.**

Gamow a montré comment il était possible de traiter le problème dit *de la barrière de potentiel en physique théorique*. La méthode repose sur un modèle classique qui est clair dans le cas de l'étude de l'émission des particules α, mais qui devient assez discutable dans certains problèmes, comme celui de la fission spontanée, par exemple.

Nous voulons proposer ici, pour étudier ces questions, une méthode purement quantique.

Appelons E_0, E_1, E_2, ..., E_p, ... les valeurs propres de l'énergie du système étudié (du noyau généralement) et Ψ_i, Ψ_1, ..., Ψ_p les fonctions d'onde correspondantes.

Dans les problèmes de barrière de potentiel, l'état fondamental d'énergie E_0 est généralement dégénéré et, en plus de la fonction Ψ_i représentant l'état initial, il est bon de lui attacher les fonctions Ψ_f qui représentent l'état du système après que la barrière a été franchie.

Désignons par $H^{(1)}$ l'hamiltonien perturbateur. Nous pouvons écrire

$$H^{(1)}\Psi_j = \sum_k c_{jk}\Psi_k.$$

(¹) Séance du 11 février 1946.

Soit Δ la plus petite hauteur de la barrière de potentiel que l'on peut encore définir comme l'énergie minimum qu'il faut fournir au système pour qu'il franchisse *immédiatement* la barrière. Nous représenterons l'idée de barrière en admettant que la transition $\Psi_i \rightarrow \Psi_f$ ne peut se faire que par passage par un niveau intermédiaire d'énergie au moins égale à $E_0 + \Delta$. Cette condition peut s'écrire

$$c_{kf} = 0, \qquad \text{pour } E_k - E_0 < \Delta.$$

Cela étant, la probabilité par unité de temps pour que le système franchisse *de lui-même* la barrière de potentiel est donnée par la formule

$$P = \frac{4\pi^2}{h} \sum_f | H'^{(1)}_{fi} |^2 \rho(E_0) \qquad \text{avec } H'^{(1)}_{fi} = \sum_p \frac{H^{(1)}_{fp} H^{(1)}_{pi}}{E_0 - E_p}.$$

Si les Ψ_p sont orthogonaux, on a alors

$$H^{(1)}_{fp} = \int \Psi^\star_f H^{(1)} \Psi_p \, d\tau = c_{pf}$$

et

$$H^{(1)}_{pi} = \int \Psi^\star_p H^{(1)} \Psi_i \, d\tau = \int \Psi_i H^{(1)\star} \Psi^\star_p \, d\tau = c^\star_{pi}$$

à cause de l'hermiticité des opérateurs.

L'élément $H'^{(1)}_{fi}$ se notera dans ce cas

$$H'_{fi} = \sum_p \frac{c_{pf}\, c^\star_{pi}}{E_0 - E_p},$$

et, si l'on appelle u l'indice du premier niveau k, tel que

$$E_k \geqq E_0 + \Delta,$$

la grandeur p prend finalement la forme

$$P = \frac{4\pi^2}{h} \sum_f \left| \sum_u^\infty {}_p \frac{c_{pf}\, c^\star_{pi}}{E_0 - E_p} \right|^2 \rho(E_0).$$

Notons bien qu'il s'agit là d'une méthode différente de celle qui est utilisée pour étudier les phénomènes métastables perturbés par des effets extérieurs. Ici le système franchit *de lui-même la barrière de potentiel*, sans apport extérieur d'énergie, et l'on est amené à considérer que, pendant un temps très court, il passe par un état intermédiaire qui ne respecte pas le principe de conservation de l'énergie.

ÉLECTRICITÉ. — *Un cas de double émission secondaire entre électrodes planes.* Note de MM. **Marcel Pauthenier, Lucien Demon** et **Émile Laurent**, présentée par M. Aimé Cotton.

Considérons les deux plateaux métalliques parallèles d'un condensateur plan, séparés par un intervalle de quelques centimètres d'air normal : relions l'un d'eux à la terre; portons l'autre au potentiel V. Évidemment aucun courant ne passe tant que V est inférieur au potentiel explosif. Puis :

1° Intercalons entre les deux plateaux une pointe métallique reliée à l'un d'eux. Pour une valeur de V supérieure au seuil d'ionisation à la pointe, on constate comme on sait le passage d'un courant I. Recouvrons le plateau opposé à la pointe d'un isolant poreux (tissu de soie, papier filtre etc.) Le courant I augmente brusquement entre pointe et plateau, quelles que soient les polarités. Tout cela est conforme aux observations précédentes ([1]).

2° Supprimons la pointe et recouvrons maintenant les *deux* plateaux d'un diélectrique poreux (tissu de soie par exemple). Comme on pouvait le prévoir, aucun courant ne passe entre les plateaux, puisqu'il n'y a pas d'ionisation entre ceux-ci.

Cependant, si, durant un temps très court, des ions partaient de l'un des plateaux (A) vers l'autre (B), celui-ci devrait donner une contre-émission et s'illuminer. Et alors il n'y a aucune raison pour que (A), recevant un flot d'ions, ne devienne à son tour l'origine d'une autre contre-émission, se traduisant aussi au point de vue visuel par l'illumination de (A).

En effet, si nous approchons par exemple, pendant un temps très court, une pointe de l'un des plateaux, le phénomène s'amorce, les deux plateaux s'illuminent et l'espace qui les sépare est parcouru par un fort courant d'ions des deux signes. Ainsi, avec des plateaux à bords arrondis de 60^{cm} de diamètre, recouverts de soie et séparés par quelques centimètres, et soumis à une différence de potentiel de 40 kV, le courant d'ionisation est de 3 mA.

Deux électrodes planes et parallèles peuvent donc, quand elles sont recouvertes d'un précipité isolant poreux, donner lieu, elles aussi, à un phénomène de double contre-émission, pourvu que celui-ci ait été amorcé.

SPECTROSCOPIE. — *Sur une nouvelle fréquence de vibration de l'acide nitrique, active dans l'infrarouge, inactive dans l'effet Raman.* Note de Mme **Marie Freymann** et M. **René Freymann**, présentée par M. Aimé Cotton.

De nombreux auteurs ont recherché les fréquences de vibration de l'*acide nitrique* et ont essayé de les classer. C'est ainsi que Chedin ([1]), J.-P. Mathieu

([1]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1219. On corrigera une erreur d'impression dans le titre de cette Note : La contre-émission secondaire dans les filtres électriques.

([1]) *Ann. Chimie*, **8**, 1937, p. 243; *Journ. de Phys.*, **10**, 1939, p. 445.

et Massignon ([2]), Redlich et Nielsen ([3]), utilisant les données de l'effet Raman, ont proposé des classifications (d'ailleurs différentes les unes des autres, des fréquences observées.

D'autre part, étudiant le *nitrate de méthyle,* J. Lecomte et J.-P. Mathieu ([4]) ont signalé une fréquence à 753 cm^{-1}, active dans l'infrarouge et inactive dans l'effet Raman; ils l'ont attribuée à une vibration du modèle $CH_3—X$.

Au cours de recherches sur NO_3H, effectuées en collaboration avec MM. Chedin et Dalmon, nous avons pu montrer *la nécessité de modifier les classifications antérieures, car elles ne tenaient pas compte de ce fait nouveau : l'acide nitrique, les nitrocelluloses, comme le nitrate de méthyle, montrent une fréquence voisine de* 750 cm^{-1}, *active dans l'infrarouge, inactive dans l'effet Raman.* C'est ce que nous nous proposons de développer dans ce qui suit.

Technique. — Utilisant le spectromètre infrarouge de J. Lecomte ([5]), puis un spectromètre de même type, que nous avons mis au point, nous avons enregistré, entre 6 et 15^{μ} environ, les spectres infrarouges des substances suivantes :

1° *Acide nitrique* 100 %, soit à l'état de vapeur (5^{cm} d'épaisseur), soit à l'état liquide (quelques $1/100^{mm}$); nous avons éliminé, dans le tableau ci-après, les bandes de NO_3Na provenant de l'attaque des fenêtres de sel gemme des cuves. 2° *Nitrocellulose.* 3° *Heptanitrate de β-méthylcellobiose.* Ces deux derniers composés, préparés au Laboratoire Central des Services Chimiques de l'État, étaient examinés sous forme de film de quelques 1/100 de millimètre d'épaisseur.

Nous avons joint à nos résultats les données de J. Lecomte et J.-P. Mathieu ([4]) pour le nitrate de méthyle (infrarouge et Raman), ainsi que les fréquences observées par Chedin ([1]) dans le spectre Raman de NO_3H.

Résultats. — Ces divers résultats sont rassemblés dans le tableau suivant, qui donne, en cm^{-1}, les fréquences Raman (R) et infrarouges (I. R.) observées.

Comparaison des spectres Raman et infrarouge de l'acide nitrique et de nitrates organiques.

NO_3H										
R.....	607 M	671 M	manq.	922 I	–	–	1296 I	–	1527 f	1670 M
I. R...	–	683 vap. M	**771-792** vap. M	890-919 vap. I	–	–	1258 (?) liq.	–	1572 (?) liq.	–
NO_3CH_3 liquide										
R.....	–	667 M	manq.	863 I	995 f	1155-1179 1203 f	1287 I	1438 M	1527 f	1640 M
I. R...	–	660	**753**	858	984	1136-1190	1281	1455	manq.	–

([2]) *Comptes rendus,* **212**, 1941, p. 1084; *Ann. de Phys.*, **16**, 1941, p. 5.

([3]) *J. Amer. Chem. Soc.,* **65**, 1943, p. 654.

([4]) *Comptes rendus,* **213**, 1941, p. 721.

([5]) J. Lecomte et P. Lambert, *Comptes rendus,* **189**, 1929, p. 155.

Heptanitrate de β méthylcellobiose										
I. R...	–	–	747	844	–	–	1300	–	–	1653
			M	I			M			M
Nitrocellulose										
I. R...	–	694	747	850	–	–	1300	–	–	1653
		f	M	I			M			M

Abréviations : I, intense; M, moyenne; f, faible; –, non étudié; ?, position approximative; liq., liquide; vap., vapeur; manq., fréquence absente.

La conclusion essentielle de cette confrontation des diverses substances *renfermant le groupement* NO_3 est la suivante : *Pour tous ces composés, on observe une fréquence, active dans l'infrarouge, vers* 750 cm^{-1} *environ* (771-792 cm^{-1} *pour* NO_3H *vapeur*). En outre, on peut affirmer, pour NO_3H et NO_3CH_3, que cette fréquence est *inactive dans l'effet Raman;* par suite de difficultés techniques, les spectres Raman des deux derniers composés n'ont pu être examinés jusqu'ici, mais il est vraisemblable que la fréquence 750 serait également inactive.

Cette observation est particulièrement importante pour NO_3H. En effet les classifications proposées jusqu'ici pour cette molécule ne tenaient pas compte de la fréquence nouvelle 771-792 [6]. Il faut donc revenir sur ce problème; étant donnée l'inactivité dans le spectre Raman, il serait tentant d'attribuer cette vibration au mode ν_6 invoqué par J.-P. Mathieu et Massignon (*loc. cit.*, p. 16); mais de nouvelles recherches doivent être faites à ce sujet avant que l'on puisse se prononcer en toute certitude.

SPECTROSCOPIE. — *Nouveau dispositif de spectrographie quantitative.* Note [1] de M. **Aymé Cornu**, présentée par M. Aimé Cotton.

L'analyse spectrographique pratiquée actuellement nécessite une extrême minutie de la part des opérateurs et une grande perfection des appareils pour ne donner qu'une précision moyenne d'environ 5 %. Les erreurs proviennent surtout de l'évaluation du rapport des intensités des raies par l'intermédiaire de la plaque photographique et du microphotomètre. Le dispositif proposé permet d'éliminer un grand nombre d'erreurs, surtout dans cette partie du dosage.

On alimente en même temps, par le même générateur, deux étincelles, l'une entre alliages étalons et l'autre entre échantillons à doser. Puis on projette, par un système optique approprié, leurs deux spectres sur la même bande d'une même plaque, en les déplaçant légèrement selon l'axe des longueurs d'onde :

---

(6) Il est vraisemblable que ce dédoublement 771-792 est dû à la résolution (d'ailleurs insuffisante) de la structure rotationnelle.

(1) Séance du 27 mai 1946.

on a ainsi un seul spectre de couples de raies correspondantes dont l'écart est constamment petit.

Comme générateur de haute tension on a utilisé le montage Feussner ([2]) légèrement modifié, pour alimenter alternativement à chaque demi-période les deux étincelles dont les écartements d'électrodes sont réglés égaux.

Comme système optique, on a employé le spectrographe sans fente construit par M. R. Ricard ([3]). La fente est remplacée par un fin cylindre réfléchissant. Les deux sources synchrones sont placées de part et d'autre du collimateur du spectrographe et donnent deux focales distinctes se comportant comme deux fentes éclairées exclusivement par l'une ou l'autre source. L'écart de ces pseudo-fentes, de l'ordre de 1^{mm}, se retrouve sur la plaque, où le spectre paraît dédoublé. Les avantages de la méthode sont nombreux.

Sur la plaque à photométrer, il n'y a plus d'erreurs dues aux variations de sensibilité avec la longueur d'onde, puisqu'on compare la même raie du même élément dans le spectre de l'étalon et dans celui de la substance. Comme toutes les raies sont proches et sur la même bande spectrale, on élimine l'influence de l'irrégularité de l'émulsion.

La technique de l'analyse est aussi grandement simplifiée : on compare sur un seul enregistrement les teneurs de deux alliages en un même élément par ses propres raies émises dans des conditions identiques; plus n'est besoin de spectre auxiliaire ni de corps de comparaison. Les temps de pose des deux spectres sont rigoureusement égaux et les fluctuations du courant du secteur se transmettent identiquement aux deux sources. Si même, par un vice de construction, le distributeur de haute tension avantageait une source, la différence se maintiendrait constante pour toutes les opérations, y compris l'étalonnage.

Seule reste à assurer l'égalité d'écartement des électrodes, mais la position des sources peut varier horizontalement de plusieurs centimètres sans rien changer aux spectres obtenus; leur centrage est donc très simple. Comme il n'y a pas de lentille ni de diaphragme entre les sources et le cylindre réfléchissant, on utilise la lumière globale émise sans risquer de masquer des points d'émission intéressants. Si les teneurs des deux alliages sont trop différentes, on peut masquer la plus riche par un secteur tournant réduisant son temps de pose dans un rapport connu.

On peut enfin apporter de nombreux perfectionnements, comme l'augmentation de la dispersion pour les spectres confus, sans nuire à la simplicité du système.

([2]) *Zeits. tech. Physik*, **13**, 1932, p. 573; *Arch. Eisenhüttewes.*, **6**, 1932-33, p. 551.

([3]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1091.

ANALYSE SPECTRALE. — *Spectre Raman de l'oxyde azotique liquide.* Note ([1]) de M. **Boris Vodar**, M[lles] **Yvette Jardillier** et **Janine Mayence**, présentée par M. Jean Cabannes.

Le spectre Raman de l'oxyde azotique gazeux avait été étudié sous une pression de 20 atmosphères ([2]) et sous la pression atmosphérique ([3]), mais, à notre connaissance, il n'existait aucune observation relative au liquide ou au solide. A la suite de l'étude du spectre d'absorption de ce liquide faite par l'un de nous ([4]), nous avons entrepris de combler cette lacune.

L'oxyde azotique a été préparé par l'action de l'acide sulfurique sur le nitrite de potassium et purifié par distillations suivant la technique décrite dans une publication antérieure ([4]). Étant données ses températures d'ébullition (—151°,8C.) et de solidification (—163°,65C.), pour le maintenir liquide assez longtemps sans employer des réfrigérants peu commodes, nous avons construit un cryostat à compensation électrique adapté à l'étude de l'effet Raman. Ce cryostat sera décrit ailleurs. Il contient la cuve Raman, qui est horizontale et le montage optique ne diffère en rien du montage usuel. Le spectrographe est ouvert à $f/5$ et donne 20 Å par millimètre vers 4500 Å.

L'oxyde azotique liquide est coloré en bleu. Étant donné son spectre d'absorption ([4]), on n'a guère le choix de la radiation excitatrice; en effet le coefficient d'extinction, en logarithmes décimaux et par centimètre, pour la raie 4047 Å est de 1,5; par contre la raie 4358 Å se trouve dans la région du minimum d'absorption, où le coefficient d'extinction a la valeur 0,15, sensiblement constante dans toute la région où l'on pouvait observer des raies Raman. Nous avons par conséquent employé la raie 4358 Å. Avec la cuve que nous avons utilisée jusqu'ici, l'épaisseur totale de liquide traversé par la lumière est de 3[cm] correspondant à une opacité voisine de 3. Une première pose de 12 heures avec un arc et sans filtre n'a donné aucune raie Raman. Nous avons alors utilisé deux arcs simultanément de part et d'autre de la cuve avec des condenseurs ouverts à $f/1$ et nous avons fait une pose de 142 heures comprenant 36 heures sans filtre et le reste avec un filtre à la rhodamine ([5]). Nous avons été obligés d'interrompre la pose toutes les 36 heures environ pour redistiller l'oxyde azotique, car celui-ci prend une coloration verte, sans doute due à une dissolution de N_2O_4, vraisemblablement formé par action photochimique. Des expériences sont en cours pour préciser l'origine exacte de cette coloration. La

([1]) Séance du 27 mai 1946.

([2]) S. Bhagavantam, *Phys. Rev.*, **42**, 1932, p. 437.

([3]) J. Cabannes et A. Rousset, *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 85.

([4]) B. Vodar, *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 1467.

([5]) Ch. Sannié, L. Amy et V. Poremski, *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 1042.

température de l'oxyde azotique était voisine de son point d'ébullition normal. Le liquide réfrigérant était tantôt de l'air, tantôt de l'azote; comme il était traversé par le faisceau lumineux, il aurait été préférable de n'employer que de l'azote parce que l'oxygène liquide présente une bande d'absorption à 4773 Å au voisinage de laquelle tombe l'une des raies Raman observées; cette bande est visible dans le spectre, mais son intensité est faible.

Sur notre cliché apparaissent deux raies Raman d'intensités à peu près égales. La première, à 1862,5 cm^{-1}, correspond certainement à la vibration NO, puisque dans le gaz on ne trouve qu'une seule fréquence, à 1877 cm^{-1} d'après Bhagavantam ([2]) ou à 1876 cm^{-1} d'après Cabannes et Rousset ([3]). La seconde raie Raman est à 259,5 cm^{-1}. Son existence prouve que l'oxyde azotique liquide n'est pas uniquement formé de molécules NO simples.

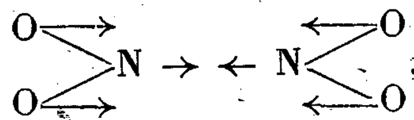
L'hypothèse de molécules doubles linéaires liées par l'azote rend bien compte des résultats. En effet, dans ce cas ne seraient actives en effet Raman que les vibrations



et



la vibration ν_1 étant essentiellement une vibration N ←→ O, il lui correspond la fréquence 1862 cm^{-1}; par contre ν_2 est essentiellement une vibration N ←→ N; il lui correspond la fréquence 259,5 cm^{-1}, cette conclusion étant appuyée par les résultats de G. B. B. M. Sutherland ([6]) relatifs à la molécule N_2O_4, qui donne une raie Raman très intense à 283 cm^{-1} ([7]) attribuée à la vibration :



Ainsi il résulte de notre travail que l'oxyde azotique liquide est associé avec une liaison par l'azote.

A la température de —155°C. le taux de molécules non associées doit être faible, sinon on aurait vraisemblablement observé deux raies caractéristiques, l'une, des molécules simples; l'autre, des molécules doubles. Ce résultat est en

([6]) *Proc. Roy. Soc.*, **141**, 1933, p. 342.

([7]) On peut se demander si la fréquence 259,5 cm^{-1} observée dans NO liquide n'est pas due à des traces de N_2O_4; cela paraît extrêmement improbable parce que la concentration de N_2O_4 ne peut pas dépasser quelques dix millièmes; d'ailleurs l'écart des fréquences ne peut pas être expliqué par une différence de température; pour N_2O_4 la fréquence 283 cm^{-1} correspond à —185°C.; elle est de 275 cm^{-1} d'après Menzies et Pringle (*Nature*, **127**, 1934, p. 707) à —80°; or à —155°C, nous trouvons dans NO la fréquence 259,5 cm^{-1}.

accord avec celui obtenu par H. Bizette et B. Tsaï ([8]) à partir de l'étude du pouvoir rotatoire magnétique et par O. K. Rice ([9]) à partir de l'entropie de vaporisation.

MAGNÉTOPHOTOPHORÈSE. — *La photophorèse.* Note ([1]) de M. **Félix Ehrenhaft.**

Voici quelques commentaires relatifs aux expériences sur la photophorèse que nous avons décrites ([2]) :

1° La loi de conservation du moment rectiligne et angulaire de l'électrodynamique (Maxwell, Poynting, Poincaré, Max Abraham) ne saurait expliquer les faits observés, étant donné qu'elle ne rend pas compte des mouvements de la matière, opposés au sens de la propagation de la lumière, ou perpendiculaires à celle-ci, ni des mouvements en hélice.

2° Les phénomènes décrits ne sauraient être attribués aux forces radiométriques. Avant ma découverte des mouvements en hélice, on a déjà fait valoir bien des objections contre la possibilité d'une explication pareille ([3]). A ceci s'ajoute maintenant le mouvement en hélice et la récente expérience de Whitall-Zieler ([4]), montrant que l'extrémité violette du spectre solaire cause le mouvement lumineux négatif (se rapprochant de la source) de particules de fumée de cigare, tandis que l'extrémité rouge ne produit pas de mouvement photophorétique perceptible, mais seulement du mouvement brownien. Outre cela, l'auteur et ses collaborateurs ont observé que, si ces particules sont sous l'influence de rayons invisibles ultraviolets, quelques-uns deviennent visibles par fluorescence dans la lumière oblique et montrent un mouvement lumineux négatif beaucoup plus rapide que sous l'influence de rayons violets.

Les mouvements browniens, constatés dans les gaz par l'auteur en 1904 ([5]), ne sauraient rendre compte desdits phénomènes, car ils sont caractérisés par leur irrégularité, tandis que les mouvements ci-dessus décrits sont caractérisés par leur régularité. Parfois ces mouvements browniens peuvent se surajouter aux mouvements photophorétiques, mais ceci est sans importance pour nos conclusions.

On est conduit à se demander si la photophorèse et le mouvement en hélice sont compatibles avec nos lois électrodynamiques, à part celle de la conser-

---

([8]) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1638.
([9]) *Journ. Chem. Phys.*, 4, 1936, p. 367.

([1]) Séance du 8 avril 1946.
([2]) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 1100.
([3]) F. Ehrenhaft, *Journal Franklin Inst.*, 233, 1942, p. 239.
([4]) *Physical Review*, 69, 1946, p. 52.
([5]) F. Ehrenhaft, *Protokoll. Chem. Phys. Soc. Vienna*, 1904; *Wien Akad. Ber.*, 116, (2 *a*), 1907, p. 1175.

vation. A titre d'exemple nous choisissons le mouvement hélicoïde de la figure 2 de notre dernière Note. Ce corpuscule de fer a un rayon d'à peu près $1,5.10^{-5}$ cm, une masse approximative de $n = 1.10^{-13}$ g et une mobilité B d'à peu près $3,3.10^{7}\,g^{-1}\,sec^{1}$. La vitesse photophorétique horizontale dans la lumière seule est de $1,1.10^{-2}$ cm/sec. Quand un champ magnétique de 50 gauss est appliqué parallèlement au rayon, de façon à augmenter la vitesse photophorétique, les vitesses combinées deviennent 2 fois 10^{-2} cm/sec. Les tours hélicoïdes pendant l'action du champ magnétique sont décrits dans la Note précédente. Le mouvement de la particule dans un gaz à la pression atmosphérique est un mouvement dans un milieu visqueux ([6]). La vitesse horizontale w est en raison directe de la force P agissant dans ce cas ($w = PB$).

Afin d'expliquer le mouvement dans le champ magnétique homogène et les découvertes antérieures de l'auteur ([7]) et de H. Hertz ([8]), il faut admettre une charge magnétique unipolaire. Cette charge q peut être calculée par la relation $q = (w/HB)$. En ne tenant compte que du champ magnétique appliqué du dehors, de 50 gauss, il s'ensuit que la particule a une charge magnétique d'à peu près 6.10^{-12} d'unités magnétostatiques. La grandeur de cette charge est en accord avec des observations antérieures de l'auteur ([9]).

Si, conformément à l'électrodynamique d'aujourd'hui, on applique, pour le mouvement de rotation de la particule dans le champ magnétique l'équation de la force de Lorentz, telle qu'elle est utilisée pour les rayons cathodiques, on trouve que la particule devrait porter une charge de $1,7\ 10^{-13}$ d'unités électromagnétiques absolues, soit environ $5,1.10^{-3}$ unités électrostatiques.

Nombreux sont les physiciens qui ont mesuré les charges des corpuscules de cet ordre de grandeur et ont été incapables d'admettre des charges plus élevées que 10^{-9} ou 10^{-8} u. e. s. ([10]). Des mesures ont permis de constater la limite de saturation de la charge électrique maxima qu'un corpuscule peut porter ([11]). Il est donc évident que la force de Lorentz, qui, dans son second terme, n'est en principe rien d'autre que la force de Biot-Savart, est incapable d'expliquer les mouvements constatés.

C'est à ces constatations que l'auteur se borne pour le moment, tout en soulignant que nous nous trouvons en face de forces inconnues jusqu'à présent. Toute théorie unifiée des champs devrait en tenir compte.

([6]) F. Ehrenhaft, *Comptes rendus*, **203**, 1936, p. 850.

([7]) F. Ehrenhaft, *Phys. Rev.*, **68**, 1945, pp. 102-105.

([8]) H. Hertz, *Wiedemann's Annalen*, **23**, 1884, p. 88.

([9]) F. Ehrenhaft, *Journal Franklin Inst.*, **233**, 1942, p. 248.

([10]) Voir les remarques dans F. Ehrenhaft, *The Micro-Coulomb Experiment, Charges smaller than the electronic Charge Philosophy of Science* (**8**, 1941, p. 1); *Physikal. Zeitschrift*, **39**, 1938, p. 637.

([11]) Satyendra Ray, *Ann. der Physik*, **77**, 1925, p. 99.

CHIMIE-PHYSIQUE. — *Sur le système sulfate de glucinium/eau et la dissociation du sulfate de glucinium*. Note (¹) de M. **Haldun N. Terem**, transmise par M. Paul Pascal.

La déshydratation du sulfate de glucinium tétrahydraté et la dissociation du produit anhydre ont été étudiées à températures linéairement croissantes ou fixes, selon les cas, à l'aide de la balance hydrostatique de M. Guichard. Les résultats obtenus sont résumés ci-après :

A. Étude du système $BeSO_4$, H_2O. — 1° *Déshydratation du tétrahydrate.* — Le sel a été déshydraté à températures linéairement croissantes, la vitesse d'ascension étant de 180° à l'heure. Les résultats obtenus, traduits par la courbe (*mol.* H_2O, *température*) de la figure 1, confirment l'existence du dihydrate mentionné par F. Krauss et H. Gerlach (²) et celle du monohydrate de F. Taboury (³), niée par les premiers. Ils infirment néanmoins l'existence du

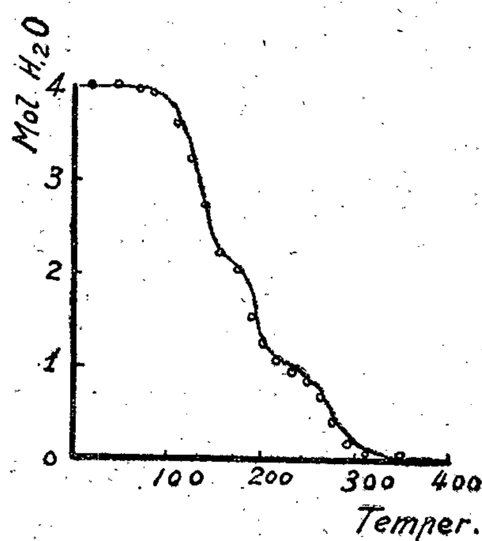


Fig. 1.

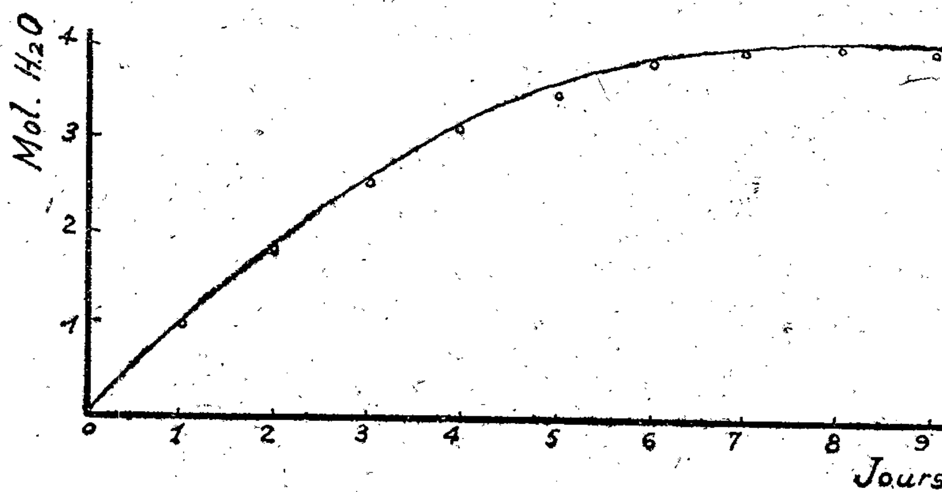


Fig. 2.

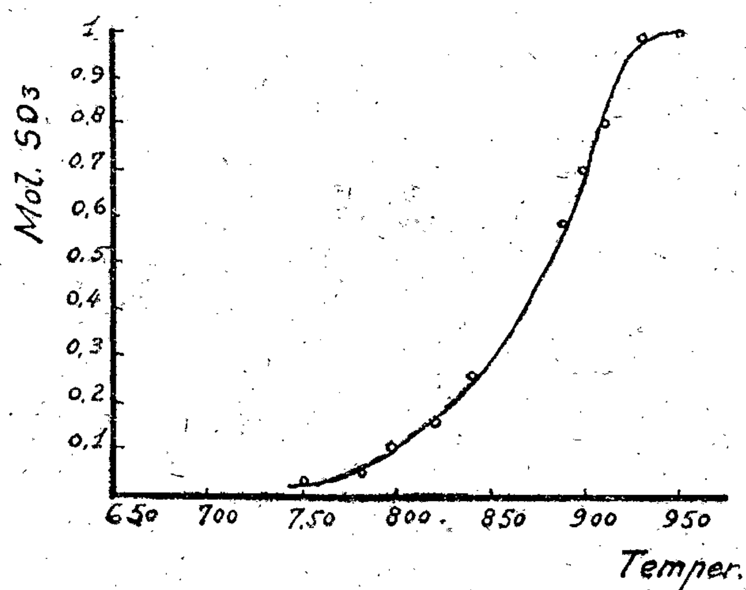


Fig. 3.

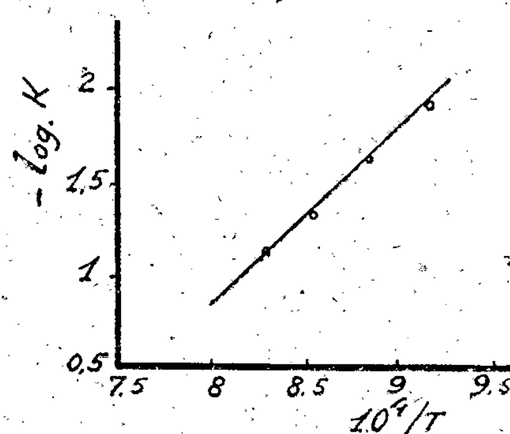


Fig. 4.

hémihydrate. Les produits formés, l'un à 160° et l'autre à 220°, ont été isolés : le dihydrate avait à peu près gardé la forme des petits cristaux primitifs, mais

(¹) Séance du 20 mai 1946.
(²) *Z. anorg. Chem.*, **140**, 1924, p. 61.
(³) *Comptes rendus*, **159**, 1914, p. 180.

se présentait en masses blanches, compactes, à aspect plus ou moins corné. Le monohydrate est également blanc, mais l'aspect compact et corné des grains a disparu.

2° *Rehydratation du sulfate anhydre.* — Le sulfate anhydre, obtenu par chauffage à 350°, 450° ou 550°, laissé à l'air, augmente de poids avec sensiblement la même vitesse et atteint, au bout de quelques jours, une limite correspondant à 4 mol H_2O (*fig.* 2). Il s'agit donc d'une rehydratation totale, dont le produit, déshydraté à nouveau, redonne une courbe semblable à celle de la figure 1.

B. Dissociation du sulfate de glucinium anhydre. — 1° *Étude à température linéairement croissante.* — La vitesse d'ascension était de 240° à l'heure, entre 750 et 950°. La dissociation commence à 650°, mais ne devient mesurable qu'à partir de 700°. La courbe *mol* SO_3 *dégagé, température* de la figure 3, montre une allure régulière, sans palier. Il ne se forme donc pas de sulfate basique pendant la réaction, qui est terminée vers 930°. L'état de division du produit employé ne semble pas exercer une action importante sur la vitesse de la réaction.

2° *Étude à températures fixes.* — La réaction étant, d'après nos mesures précédentes, trop lente aux températures inférieures à 800°, nous avons opéré, pour cette série d'essais, à 820, 860, 900 et 930°. Les courbes *mol* SO_3 *dégagés-temps* obtenus montrent que la dissociation a lieu proportionnellement au temps, sauf vers les fin de réaction. D'autre part la courbe $-\log k$, $10^4/T$ que nous en déduisons (k étant la pente des droites obtenues et T la température absolue) est également une droite (*fig.* 4), ce qui vérifie la loi d'Arrhenius et donne

$$-\log k = 0,92.10^4/T - 6,51,$$

avec, comme corollaire, une énergie d'activation de 42 800 cal.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Un épisode de la vie de la Moselle : l'établissement de son cours de Toul au confluent avec la Meurthe.* Note [1] de M. **Jean Mercier**, présentée par M. Léon Bertrand.

Peu de questions aussi limitées dans le temps et dans l'espace ont donné lieu à une littérature aussi abondante (elle compte plus de 150 références) que celle de l'histoire des anciens rapports de la Moselle avec la Meuse et de son union à la Meurthe. L'ancien écoulement de la haute Moselle dans la Meuse par le Val de l'Ane étant prouvé par de multiples raisons, j'envisagerai seulement les causes ayant préludé à l'abandon, par la Moselle, de son cours entre Toul et Pagny-sur-Meuse et déterminé son cours actuel de Toul à Frouard et sa jonction avec la Meurthe.

---

[1] Séance du 27 mai 1946.

Au sujet des causes initiales du détournement de la Moselle d'avec la Meuse, les opinions diffèrent; la raison en réside dans leur complexité. La résistance que les argiles opposent à l'action érosive des cours d'eau, dans le cas particulier de la Moselle, sur le parcours Toul-Val de l'Ane (Wohlgemuth, 1889), constitue un élément certain, auquel se sont ajoutées d'autres raisons déterminantes, telles qu'éboulis des pentes, mouvements tectoniques (soulèvement de la pénéplaine ardennaise), affectant indirectement les relations de la Meuse et de la Moselle. Des considérations sur ces causes, on retient généralement que la Moselle est devenue, à ce moment de son histoire, un cours d'eau lent comme en témoignent les caractères de la vallée à Toul.

Ces causes initiales du détournement de la Moselle se lient à celles qui ont déterminé son écoulement vers la Meurthe et, là, les interprétations sont variées : déversement du lac toulois (Wohlgemuth, 1889; Nicklès, 1911), capture par le recul de la tête de source de la Pompey (Davis, 1896; Nordon, 1931), érosion latérale (M[lle] Rigo, 1935), recul d'un ancien Terrouin (Gardet, 1943). L'explication donnée par Davis a été longtemps admise et reste encore classique.

Toutefois H. Joly (1911) a pensé que les eaux de la Moselle avaient pu s'engouffrer dans des diaclases des calcaires bajociens et couler souterrainement vers le bassin de la Meurthe. Des observations récentes apportent une confirmation à ce point de vue. Capot-Rey (1937), S. Errard (1938, 1945), Gardet (1943) attirent l'attention sur les couloirs d'écoulement souterrains qui s'enfoncent sous le plateau de Haye; ils pensent qu'une partie des eaux de la Moselle se perdait dans ces couloirs, déterminant l'appauvrissement du cours superficiel de la Moselle.

C'est à ce phénomène d'enfouissement dans les diaclases des calcaires bajociens que l'on doit, à mon avis, attribuer l'écoulement des eaux de la Moselle vers la vallée de la Meurthe. Le système de diaclases qui a disloqué la masse des calcaires bajociens se lie au réseau orthogonal des failles qui affectent cette formation. Dès qu'elles furent atteintes par le lit mineur de la Moselle, ces diaclases ont assuré l'écoulement de ses eaux. Vraisemblablement, les diaclases les plus importantes se trouvaient à l'emplacement du cours actuel de la Moselle, entre Toul et Frouard. Ainsi s'est réalisée *une vallée souterraine* importante, où coulaient les eaux de la Moselle jusqu'à leur résurgence dans la vallée de la Meurthe. La transformation de la vallée souterraine en une vallée aérienne, dont les caractéristiques étaient celles que l'on observe aujourd'hui, quoique vraisemblablement modifiées dans ses parties moyennes par l'érosion, s'est réalisée ensuite par l'effondrement de la voûte des calcaires, résultant des actions combinées du décollement souterrain des calcaires, des eaux d'infiltration et, sans doute, d'un cours d'eau superficiel qui pouvait être le Terrouin dans sa partie aval.

J'ai été amené à cette conclusion, pour expliquer la dérivation de la Moselle

vers la Meurthe, par la comparaison avec ce qui se passe actuellement pour deux cours d'eau normands, l'Aure et la Drôme. Les eaux de ces deux rivières, après leur confluent, disparaissent dans des diaclases des calcaires du Bajocien supérieur aux Fosses du Soucy. De ce point à leurs résurgences sur la plate-forme littorale, à Port-en-Bessin, elles ont un cours souterrain de 3^{km} environ, qui a déterminé une gorge souterraine d'une certaine ampleur comme en témoignent *des effondrements et des affaissements du sol.* L'Aure et la Drôme sont, dans cette partie de leur cours, à un stade qui précède la phase d'effondrement de la voûte de cette vallée souterraine et sa transformation, au moins par places, en vallée aérienne. Ce stade réalise actuellement un de ceux par lequel est vraisemblablement passée la Moselle.

Je crois donc pouvoir conclure que la dérivation de la Moselle vers la Meurthe ne s'est pas faite par un phénomène de capture par un affluent de la Meurthe, tel qu'il a été décrit d'après l'aspect morphologique et qu'il est classique de le citer comme exemple typique, mais par suite de la disparition de ses eaux dans un sous-sol calcaire fracturé par des failles déterminant un réseau important de diaclases, réalisant un cours souterrain avec résurgence sur la vallée de la Meurthe.

Le cas de la Moselle me paraît apporter un argument de plus aux conclusions de E. Fournier ([2]) au sujet des captures des cours d'eau superficiels par érosion souterraine : « Le phénomène de creusement des cañons semble aussi avoir eu comme point de départ un captage par un cours d'eau souterrain devenu par la suite subaérien par décollement progressif et éboulement des voûtes : le creusement de certains cañons aurait donc commencé par leur partie inférieure ».

AÉROLOGIE. — *Sur le rôle que jouent les perturbations substratosphériques lors d'abaissements anormalement forts de la tropopause.* Note ([1]) de M. **Valéry Mironovitch.**

Les radiosondages quotidiens français (Saint-Cyr, Lyon, Limoges et Marignane en France, 28 + 8 + 22 + 22 mois d'observations; Blida et Rabat en Afrique du Nord, 22 + 22 mois d'observations) nous ont permis de sélectionner 119 cas d'abaissement de la tropopause dépassant $1^{km},5$ en 24 heures (93 en France et 26 en Afrique du Nord), ce qui permet déjà une étude statistique du problème, d'autant plus que ces cas ressemblent les uns aux autres, étant presque sans exceptions accompagnés de vent très fort au niveau de la tropopause et de refroidissement considérable de la troposphère supérieure.

([2]) *Comptes rendus*, **133**, 1901, p. 961.

([1]) Séance du 2 janvier 1946.

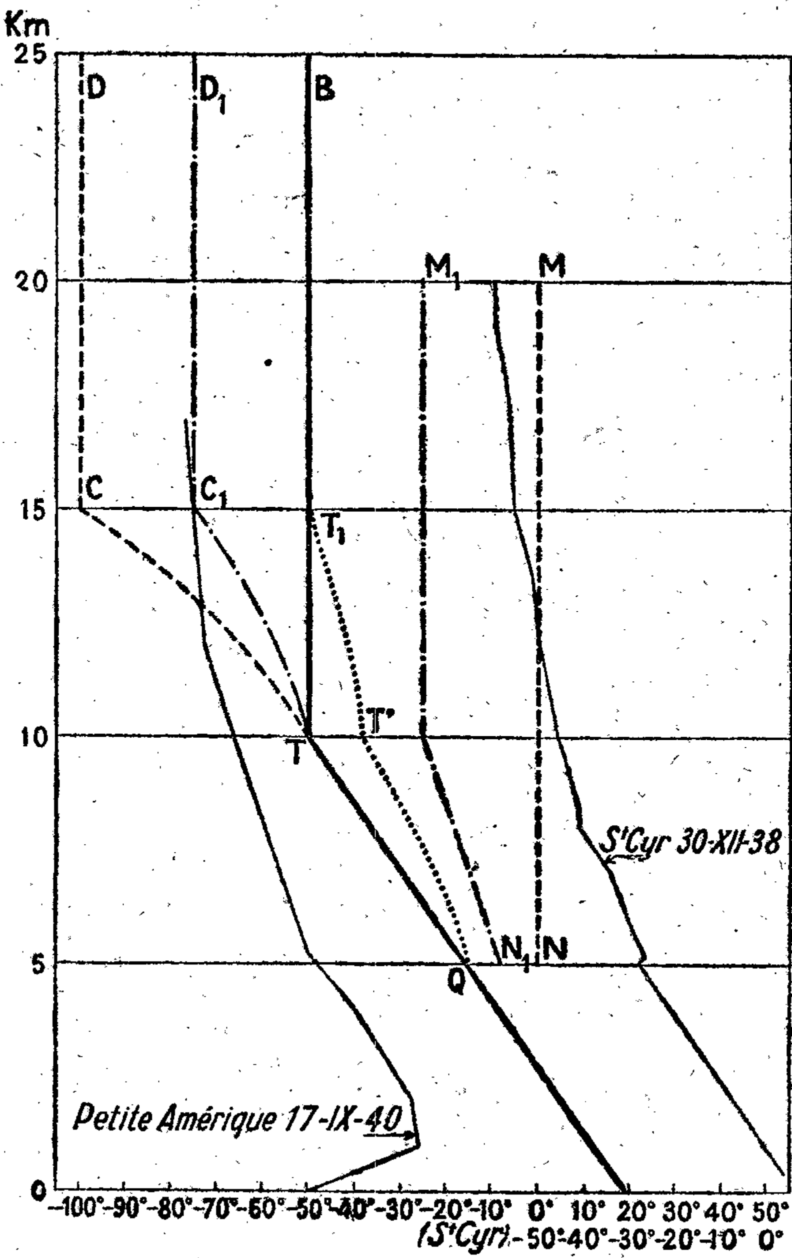
Le tableau ci-dessous montre que :

1° l'abaissement anormalement fort de la tropopause est accompagné d'une invasion froide troposphérique *en altitude* (instabilité);

		France.		Afrique du Nord.	
		A.	B.	A.	B.
Nombre de cas d'abaissement de la tropopause	de 1,5 à 2^{km},9...	–	60	–	19
	3,0 à 5^{km},9...	–	29	–	5
Altitude de la tropopause Nombre de cas	de 9,9 à 8^{km},0...	–	70	–	19
	7,9 à 5^{km},0...	–	23	–	6
Variation moyenne de température	au sol....................	–	–1°,9	–	–0°,9
	au niveau de la tropopause.	–	–9°,8	–	–6°,9
Vitesse moyenne du vent en km/h d'après les radiogonio-sondages	à 1^{km}.....	38	34	30	37
	5	77	64	69	54
	8	136	116	120	95
	10	122	95	109	95
	12	128	65	118	109
	15	110	100	180	190
Variation moyenne de pression en 24 heures en mb	au sol.........	–	–0°,8	–	–0°,5
	à la tropopause.	–	–7°,7	–	–6°,0

A, le jour précédant l'abaissement; B. le jour de l'abaissement.

2° la vitesse du vent est grande dans la substratosphère et ne diminue



Transformation de la structure thermique verticale de l'atmosphère par brassage vertical.

point ou même croît dans la basse stratosphère (allure anormale).

Dans ces conditions le brassage turbulent doit être très fort dans la substratosphère et dans la basse stratosphère, ce qui produit un mélange des airs troposphérique et stratosphérique et peut provoquer la disparition de la tropopause normale.

La figure ci-dessus tend à expliquer graphiquement ce qui se passe pendant ce mélange turbulent.

Supposons qu'une colonne stratosphérique TT_1B d'une atmosphère non perturbée symbolisée par le sondage ATB descende adiabatiquement de 5^{km}; elle se réchauffera de 50° et sera représentée par la ligne NM. Après le mélange horizontal avec l'atmosphère ambiante, nous obtiendrons une structure thermique N_1M_1. D'autre part, un courant ascendant fera monter la colonne à structure thermique telle que QTT_1 de 5^{km}, ce qui lui donnera la structure TCD et, après le mélange horizontal, TC_1D_1. Enfin le mélange entre N_1M_1 et TC_1D_1 nous donnera une atmosphère dont la structure thermique pourra être symbolisée par la courbe définitive $AQT'T_1B$.

Ainsi lors du passage de la perturbation peut-on distinguer trois parties dans l'atmosphère : 1° troposphère; 2° zone de mélange QT'T; 3° isothermique T_1B.

Les courbes des deux sondages réels (Petite Amérique sur le continent antarctique et Saint-Cyr près de Paris) (voir la figure), consécutifs à des perturbations, sont comparables avec la courbe théorique.

On voit que dans ces cas il faudrait plutôt parler du relèvement de la base de la stratosphère que de l'abaissement de la tropopause.

PHYSIQUE ATMOSPHÉRIQUE. — *Sur les centres moléculaires de condensation et les phénomènes atmosphériques.* Note de M. **André Debierne**.

J'ai montré [1] que les bombardements de la guerre ou les expériences d'explosion de bombe atomique pouvaient créer dans l'atmosphère un très grand nombre de centres moléculaires nitriques (une bombe atomique de 10^{kg} peut donner théoriquement cinq millions de centres nitriques par centimètre cube d'air dans une couche atmosphérique de 40^{km} d'épaisseur).

Les centres sont constitués, à l'origine, par des molécules d'acide nitrique ayant absorbé par affinité chimique un certain nombre de molécules d'eau. Ces groupements de molécules peuvent se transformer en gouttelettes infiniment petites qui grossiront peu à peu dans l'air sursaturé de vapeur d'eau.

Il faut remarquer que : 1° la tension de vapeur des gouttelettes très fines est notablement supérieure à la tension normale; 2° le grossissement de celles

(1) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1124.

obtenues à partir des centres nitriques doit se faire plus difficilement que celui des gouttelettes formées autour des ions et des poussières; 3° une distillation peut s'établir entre les gouttes très petites et celles notablement plus grosses; 4° cette distillation ou l'évaporation en atmosphère sèche laissera toujours subsister le centre nitrique; 5° les rencontres mutuelles par suite de l'agitation thermique ne doivent être que rarement suivies d'agglomération en gouttelettes plus grosses, car la variation d'énergie superficielle correspondante, qui paraît être seule à intervenir, est extrêmement petite. Il en résulte que la probabilité de disparition des centres nitriques par formation de gouttes de pluie est très faible. D'ailleurs le nombre de gouttes de pluie tombant annuellement sur la surface du globe est relativement petit. On peut calculer que chaque litre d'air d'une couche de 40^{km} ne libère annuellement, en moyenne, que quelques gouttes de pluie, alors que chaque centimètre cube peut contenir des millions de centres nitriques. L'élimination de ces centres ne me paraît pouvoir se faire en quantité notable qu'au moment des précipitations de pluie ou de neige par une espèce de balayage de l'atmosphère, ou par contact avec les parois solides dans les régions voisines du sol.

Il est ainsi très probable que le nombre des centres nitriques diminue lentement et que leur présence puisse intervenir pendant de longues périodes.

Au début de leur formation les centres constituent des groupements analogues à des molécules de gaz complexe, et leur action globale de diffraction de la lumière est négligeable. Mais, à l'état de gouttelettes ayant des dimensions égales ou supérieures aux longueurs d'onde lumineuses, le phénomène peut devenir très important. Il peut déterminer une diminution notable de l'énergie solaire utilisable à la surface de la Terre, qui interviendra dans l'évaporation des eaux de la mer, la croissance de la végétation, l'accumulation de l'eau dans les réservoirs naturels ou artificiels des centrales électriques etc. A ce sujet j'ai cru remarquer que, depuis plusieurs années, le bleu du ciel était toujours voilé, toujours plus ou moins laiteux, même après des pluies d'orage, qui d'ordinaire sont suivies d'éclaircies avec un ciel d'un bleu très profond.

Dans une première période après leur formation, les centres accumulent de l'eau dans l'atmosphère, et cela peut expliquer la sécheresse des années précédentes, mais l'accumulation croissante d'eau par grossissement des centres, en même temps qu'elle provoque des temps couverts de brume ou de nuages, augmente la probabilité des précipitations, et des périodes de pluie abondante peuvent être imaginées avant la disparition à peu près complète des centres nitriques.

La dispersion des centres à partir des lieux d'explosion se fait au hasard des courants atmosphériques, une répartition uniforme, même approximative, ne sera jamais réalisée et l'on ne peut faire de prévisions sur les régions qui peuvent être spécialement touchées au point de vue météorologique. Mais la

présence, pendant un temps très long, d'un très grand nombre de centres nitriques de condensation pouvant intervenir dans les phénomènes atmosphériques de régions très éloignées les unes des autres, me paraît tout à fait probable. Il est d'ailleurs possible que l'énorme gerbe d'eau et de vapeur qui se produira si l'explosion d'une bombe atomique est effectuée au-dessus de la mer, puisse diminuer dans une certaine proportion le nombre des centres nitriques dispersés dans l'atmosphère et susceptibles d'agir en des régions éloignées.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la localisation des pigments carotiniens chez les Phalloïdées.* Note (1) de Mme **Panca Heim**, présentée par M. Roger Heim.

Les carpophores de nombreux Ascomycètes et Basidiomycètes présentent des teintes rouge ou orangée provoquées par la présence de caroténoïdes à l'intérieur de leurs cellules. Nous avons étudié les caractères cytologiques de ces pigments. Chez tous les Discomycètes examinés [*Sarcoscypha coccinea* Jacquin, *Peziza aurantia* Pers., *Melastiza miniata* (Fuck.) Boud., *Anthracobia melaloma* (Alb. et Schw.) Boud., divers *Humaria* etc.], les caroténoïdes localisés dans les paraphyses sont dissous dans des gouttelettes huileuses, généralement très petites, en suspension dans le cytoplasme. On sait qu'il en est de même chez beaucoup d'autres Champignons, par exemple chez les Levures orangées, dans le mycélium de diverses moisissures (*Penicillium* etc.).

Chez les Basidiomycètes de l'ordre des Phallales (Phalloïdées), le carotène est tout autrement disposé dans les cellules. Nos observations ont porté sur *Mutinus caninus* Fr. ex Huds., espèce européenne, dont le stipe présente vers le sommet et, à l'état jeune, dans toute sa partie supérieure, entourée alors par le péridium, une teinte d'un rouge orangé vif. En examinant *in vivo* les cellules de cette région colorée, on remarque que le pigment se présente surtout à l'état de très fines aiguilles plus ou moins longues, ou de tablettes à contours rectilignes : il s'agit de cristaux de carotène, qui bleuissent intensément sous l'action de l'acide sulfurique et brillent vivement entre les nicols croisés du microscope polarisant; de plus, le cytoplasme des mêmes cellules contient souvent quelques globules huileux de teinte jaune.

Chez les végétaux supérieurs, la présence de carotène cristallisé est toujours liée à la formation de ce pigment dans des chromoplastes. En est-il de même chez les Phalloïdées ? Dans le primordium encore très petit de *Mutinus*, le stipe est incolore; dans les cellules qui constituent celui-ci, remplies d'un cytoplasme dense, il est impossible alors d'observer *in vivo* un élément figuré quelconque, mais l'étude des coupes fixées par le liquide de Regaud et colorées à l'héma-

(1) Séance du 27 mai 1946.

toxyline révèle la présence d'un chondriome formé de fins chondriocontes flexueux. Dans un œuf plus âgé, dès que le pied commence à rosir, le contenu des cellules devient moins dense et laisse percevoir nettement les chondriocontes; un certain nombre d'entre eux, toujours flexueux, sont colorés en rose, soit diffusément, soit sous forme de fins granules. Puis, à mesure que le carpophore se développe et que la teinte du stipe s'intensifie, on peut distinguer tous les stades de la formation des aiguilles cristallines au niveau des chondriocontes. Les images sont extrêmement nettes et ressemblent étroitement à celles qu'a décrites Guilliermond dans les fleurs de *Clivia* en voie d'épanouissement ([2]). Dans les cellules adultes, à l'intérieur desquelles une grande vacuole est entourée d'une mince couche cytoplasmique, les chromoplastes porteurs de tablettes ou d'aiguilles rouges sont toujours groupés autour des noyaux (ces cellules sont polynucléées).

Nos observations montrent la généralité de ce phénomène parmi les Phalloïdées, dont de nombreuses espèces présentent probablement les mêmes particularités cytochimiques. En effet, chez trois Phalloïdées exotiques examinées, *Mutinus bambusinus* (Zollinger) Ed. Fisch. (échantillons de Cochinchine), *Lysurus hexagonus* R. Heim [voisin de *L. Mokusin* (Cibot) Fr.] (de Madagascar), et un *Pseudocolus* sp. (également de Madagascar), nous avons retrouvé, sur des spécimens conservés dans le formol, les mêmes cristaux orangés et biréfringents que chez *Mutinus caninus*; le mode de conservation ne permet pas de préciser l'origine de ces cristaux, mais il est difficile de supposer qu'ils ne se forment pas de la même manière que dans le cas précédemment décrit.

Cette Note apporte, pour la première fois, des indications relatives à la présence, chez les Champignons, de plastes comparables à ceux jusqu'ici exclusivement décrits chez les végétaux chlorophylliens.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Le comportement de la vitamine* C *en présence de divers sucres et la ration alimentaire du nourrisson.* Note ([1]) de M. **Philippe Joyet-Lavergne**, présentée par M. Maurice Caullery.

Un supplément d'acide ascorbique est sans action sur les oxydations dans les cellules de la glande salivaire de la larve de Chironome ([2]). Si, cependant, ces cellules ont absorbé une petite quantité de lévulose ou de galactose ou de glucose, l'adjonction d'un supplément d'acide ascorbique peut, parfois, augmenter le rythme des oxydations. La présence du sucre faciliterait-elle l'intervention de la vitamine C dans les oxydations?

([2]) *Rev. Gén. Botan.*, **31**, 1919, p. 311, Pl. 40 et 40 *bis*.

([1]) Séance du 27 mai 1946.

([2]) Ph. Joyet-Lavergne, *Comptes rendus*, **214**, 1942, p. 685.

Une étude comparée de l'action de chacun des sucres et de l'action de l'acide ascorbique en leur présence a été faite sur divers types cellulaires. On prépare, à cet effet, trois solutions de Ringer sucrées, contenant respectivement 0,5 % de chacun des sucres. Dans chaque expérience, un fragment de tissu vivant est divisé en 8 parties microscopiques égales, placées chacune, au même moment, dans une goutte de l'une des 8 solutions suivantes : 1. *Ringer;* 2. *Ringer lévulose;* 3. *Ringer galactose;* 4. *Ringer glucose;* 5. *Ringer;* 6. *Ringer lévulose;* 7. *Ringer galactose;* 8. *Ringer glucose.* Après un séjour de 10 minutes, chacune des préparations, de 1 à 4, reçoit une goutte d'eau; chacune des préparations, de 5 à 8, reçoit une goutte d'acide ascorbique à 1/5000 (solution fraîchement préparée). On ajoute ensuite une goutte du même leucodérivé à chacune des 8 préparations, on recouvre d'une lamelle et l'on étudie la marche des oxydations intracellulaires dans chaque préparation.

L'étude a été faite sur divers types cellulaires du Triton marbré. Dans chacune des expériences successives, le tissu a été prélevé sur un Triton différent. La comparaison des préparations de 1 à 4 précise l'action de chacun des sucres sur les oxydations de la cellule vivante. Cette comparaison apporte une confirmation nouvelle des résultats déjà acquis ([2]) : « Les facteurs de la vie cellulaire qui règlent le métabolisme d'un sucre sont différents suivant le sucre considéré » ([3]). La comparaison des préparations 2 et 6, 3 et 7, 4 et 8 montre quel est le comportement de l'acide ascorbique d'après la nature du sucre absorbé par la cellule. Nous ne décrivons ici que les expériences sur les tissus pour lesquels l'action de l'acide ascorbique seul s'est révélée nulle, l'interprétation des autres expériences étant trop complexe.

Étude des cellules musculaires. — *Expérience I.* — Recherches par le leucodérivé du bleu de crésyl. L'acide ascorbique seul n'a aucune action sur les oxydations cellulaires; or, sa présence renforce l'action positive du galactose et transforme l'action nulle du glucose en une action positive. L'action du lévulose n'est pas modifiée.

Expérience II. — Recherches par le leucodérivé du bleu de toluylène. La présence de l'acide ascorbique augmente légèrement l'action positive du galactose; les actions nulles du glucose et du lévulose restent inchangées.

Expérience III. — Recherches par le leucodérivé du bleu de méthylène. L'acide ascorbique ne modifie pas les actions nulles du galactose et du glucose; sa présence augmente légèrement l'action positive du lévulose.

Étude des cellules intestinales. — *Expérience IV.* — Recherches par le leucodérivé de la phénosafranine. La présence de l'acide ascorbique augmente nettement les actions positives du galactose et du glucose, mais n'a aucun effet sur l'action positive du lévulose.

Expérience V. — Recherches par le leucodérivé du bleu de Nil. Les actions du galactose et du glucose sont renforcées par l'acide ascorbique; l'action positive du lévulose n'est pas changée.

Expérience VI. — Recherches par le leucodérivé du bleu de crésyl. Les actions positives du galactose et du glucose sont augmentées par l'acide ascorbique; celle du lévulose, qui est nulle, reste inchangée.

([3]) Ph. Joyet-Lavergne, *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 893.

ÉTUDE DES CELLULES NERVEUSES DE L'ENCÉPHALE. — *Expérience VII.* — Recherches par le leucodérivé du bleu de méthylène. L'action du galactose, qui est nulle, et celle du glucose, qui est positive, sont augmentées; celle du lévulose, légèrement négative, reste inchangée.

Expérience VIII. — Recherches par le leucodérivé du bleu de crésyl. Les résultats sont semblables à ceux de l'expérience précédente.

CONCLUSIONS. — *La présence d'une provision de sucre dans la cellule vivante peut permettre l'entrée en catalyse d'un supplément de vitamine C, supplément qui, sans le sucre, serait resté inutilisé. Le galactose, puis le glucose sont nettement plus favorables que le lévulose.*

Si la présence du sucre facilite l'intervention de la vitamine C, c'est parce que cette vitamine joue un rôle actif dans le métabolisme du monosaccharide : galactose ou glucose. En ce qui concerne le glucose, il y a une vitamine qui intervient dans son métabolisme, c'est la vitamine B_2; mais nous savons que la vitamine B_2 ne participe pas au métabolisme du galactose ([3]). La vitamine C sera donc utile dans toutes les rations alimentaires qui apportent du galactose comme métabolite, et la conclusion pratique de nos recherches est la suivante : *Toute ration alimentaire qui contient une assez forte proportion de lactose devra être riche en vitamine* C.

D'après M[me] Randoin ([4]), la ration alimentaire du nourrisson se différencie de celle de l'adulte par sa grande richesse en vitamine C et en vitamine A. Aucune interprétation n'a été donnée sur les causes de cette différence. Les résultats ci-dessus montrent que la forte teneur en vitamine C de la ration du nourrisson doit être rattachée au rôle que joue la vitamine C dans l'oxydation du galactose, métabolite abondant dans la ration de l'enfant. Quant à la forte teneur en vitamine A, elle s'explique par la qualité de cette vitamine d'être un constituant cellulaire. Participant à la genèse des nucléoles et des chondriosomes ([5]), la vitamine A est largement utilisée dans la genèse des cellules nouvelles qui apparaissent chez le nourrisson, organisme en période de croissance très active.

BIOCHIMIE BACTÉRIENNE. — *Les acides ribo- et désoxyribonucléiques de la cellule bactérienne et leur signification.* Note ([1]) de M. **Roger Vendrely** et M[me] **Yvonne Lehoult**, présentée par M. Gaston Ramon.

C'est au dosage des deux acides nucléiques chez quelques espèces bactériennes que nous nous sommes particulièrement attachés dans ce travail. Pour cela nous avons appliqué aux microbes, avec diverses modifications, la méthode suivie par Schneider pour les tissus animaux ([2]). En conséquence

([4]) *Bull. Acad. Méd.*, 124, 1941, p. 590.

([5]) Ph. Joyet-Lavergne, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 18, 1936, p. 1041; *Protoplasma*, 28, 1937, p. 131.

([1]) Séance du 20 mai 1946.

([2]) *Journ. biol. Chem.*, 161, 1945, p. 293.

nous nous sommes livrés : 1° à un épuisement à froid des corps bactériens par de l'acide trichloracétique à 5 %, afin d'éliminer l'*acido-soluble* renfermant purines et pyrimidines libres, nucléosides et nucléotides; 2° à un épuisement ultérieur à chaud (à 90°) par de l'acide trichloracétique de même concentration, dans le but d'enlever, cette fois, la quasi-totalité des deux acides nucléiques à ribose et à désoxyribose, mais au prix d'une hydrolyse partielle qui, du reste, ne nuit en rien au dosage de ces corps par les techniques utilisées. Sur le liquide extractif ainsi obtenu, on dose le total des deux acides nucléiques par détermination des purines au moyen d'une technique de précipitation cuivreuse mise antérieurement au point par nous ([3]) et l'acide à désoxyribose par la méthode de Dische à la diphénylamine ([4]); l'acide à ribose est évalué par différence et l'on en vérifie l'ordre de grandeur par la méthode de Bial-Mejbaum à l'orcine ([5]). En outre, la teneur *approximative* en protéines totales est calculée, en admettant que tout l'azote non nucléique est protéique.

Nous résumons, dans le tableau ci-dessous, les résultats obtenus pour quelques espèces bactériennes (cultures de 20 heures sur gélose).

Pour 100 *parties de bactéries sèches.*

	N total.	Protéines totales.	Acide nucléique total.	Acide à désoxyribose.	Acide à ribose.	Rapport ac. désox. / ac. nuc. t.
Staphylocoque (souche n° 72).	13,95	75,50	11,57	2,82	8,75	0,24
Bacille du charbon (1er vaccin de Pasteur).	10	58	4,35	1,15	3,20	0,26
» typhique (souche D_1)..	14,61	78,50	12,84	3,72	9,12	0,29
Colibacille (souche C_1).......	14,40	76,80	13,12	4,40	8,72	0,34
» (» K_2).......	14,20	74,90	13,90	4,17	9,73	0,30

Les bactéries renferment ainsi de 5 à 10 % de leur poids sec d'acide ribonucléique. Il y a tout lieu de penser, par analogie avec ce qui se passe chez les êtres plus élevés en organisation (Caspersson, Brachet), que cet acide existe dans le cytoplasme et qu'il y est en rapport avec les phénomènes de synthèse des protéines. La teneur exceptionnellement élevée des bactéries en acide ribonucléique cytoplasmique témoignerait seulement d'une très haute capacité de synthèse des protéines, liée elle-même au prodigieux pouvoir de multiplication de ces micro-organismes.

Les recherches récentes (spécialement celles de Tatum et de ses collaborateurs) sur les mutations des bactéries provoquées par les rayons X ne laissent guère de doute quant à la présence de gènes chez les bactéries, encore

([3]) *Bull. Soc. Chim. biol.*, 26, 1944, p. 214.
([4]) *Mikrochemie*, 8, 1930, p. 4.
([5]) *Zeits. physiol. Chem.*, 258, 1939, p. 117.

que leur existence ne puisse être démontrée de façon absolument formelle, à cause de l'impossibilité dans laquelle se trouvent les généticiens de réaliser des expériences de croisement avec des êtres dépourvus de sexualité. Par analogie avec ce qui se rencontre chez les êtres supérieurs, il y a donc lieu de localiser l'acide désoxyribonucléique dans un quelconque appareil nucléaire. Mais cet acide représente autour de 3 à 4 % du poids sec des germes. Si l'on admet que, comme chez les êtres supérieurs (Mirsky et Pollister), il est combiné avec son poids ou le double de son poids de protéines basiques pour former les nucléo-protéides des gènes (sans parler de la chromosomine acidique), cela conduit à postuler l'existence d'un noyau ayant, en dimensions *linéaires*, au moins la moitié des dimensions de la cellule bactérienne. Les organites décrits par Stille, par Piekarski, par Delaporte etc., à la suite de la photographie des bactéries en ultraviolet à 2650 Å et de l'application aux mêmes bactéries de la réaction de Feulgen, paraissent trop petits pour loger tout l'acide désoxyribonucléique révélé par les dosages. Mais il n'en va plus de même des gros *noyaux* vus tout récemment par Robinow ([6]), grâce à sa technique spéciale de coloration au Giemsa. Ajoutons que cet acide désoxyribonucléique des gènes bactériens est susceptible de se solubiliser sans dénaturation et qu'on peut alors provoquer avec lui le remarquable phénomène des *mutations dirigées*, dont nous traitions ici même récemment : une bactérie en mutation acquiert les caractères antigéniques et enzymatiques d'une autre bactérie (voisine de la première), sous l'effet inducteur de l'acide désoxyribonucléique isolé de cette autre bactérie ([7]).

A 15h55m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h20m.

L. B.

([6]) *Proc. Roy. Soc. London*, B, **130**, 1942, p. 299; *Journ. Hyg.*, **43**, 1944, p. 413; voir également l'*Addendum*, par Robinow, au livre de Dubos, *The Bacterial Cell* (1 vol. 1945).

([7]) *Comptes rendus*, **221**, 1945, pp. 646 et 718; *Experientia* (Suisse), **1**, 1945, pp. 334; **2**, 1946, p. 139 (en collaboration avec Boivin et Delaunay); voir également les travaux d'Avery et ses collaborateurs, *Journ. exp. Med.*, **79**, 1944, p. 137; **83**, 1946, pp. 89-97.

ERRATA.

(Séance du 25 mars 1946.)

Note de Mlle *Juliette Roquet*, Sur les propriétés magnétiques du sesquioxyde de fer faiblement magnétique :

Page 729, lignes 2, 3 et 4 du tableau, *au lieu de* .10, *lire* .10^{-4}.

(Séance du 8 avril 1946.)

Note de Mlle *Suzanne Dubois*, Étude spectroscopique de la formation de complexes entre le glycollate de sodium et le chlorure mercurique :

Page 901, formule K = ..., au numérateur, *au lieu de* $\Gamma_2 p$..., *lire* $\Gamma^2 p$....

Page 902, formule (5), *lire* $K = \frac{C_{gly} \times C^2_{Cl_2 Hg}}{C_{gly, 2Cl_2 Hg}}$....

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES DE MAI 1946.

Dix années de recherches à l'Institut belge pour l'amélioration de la betterave à Trémont de 1932 *à* 1941, par L. DECOUX. Bruxelles, Imprimerie S. A. D. I., 1945; 1 vol. 27cm (présenté par M. M. Javillier).

Histoire géologique du sol français. Tome II. *Le plan architectural et l'édification de nos grandes régions géologiques,* par LÉON BERTRAND, in *Bibliothèque de philosophie scientifique.* Paris, Flammarion, 1946; 1 vol. 19cm,5.

Les Agarics tropicaux à hyménium tubulé (*Madagascar, Côte d'Ivoire, Guinée, Antilles, Insulinde*). Planches I à IV, par ROGER HEIM, in *Revue de Mycologie.* Tome X (N. S.). Fasc. 1-4. Paris, Laboratoire de cryptogamie du Muséum national d'histoire naturelle, 1945; 1 fasc. 24cm.

Spectres de vibration et symétrie des molécules et des cristaux, par JEAN-PAUL MATHIEU, Paris, Hermann et Cie, 1945; 1 vol. 25cm (présenté par M. Ch. Mauguin).

Hommage de l'Académie d'Agriculture de France à M. Henri Hitier à l'occasion du vingtième anniversaire de son élection au secrétariat perpétuel (Décembre 1925-Décembre 1945). Alençon, Imprimerie alençonnaise, Maison Poulet-Malassis, 1946; 1 vol. 19cm.

Sur les séries hypergéométriques, par FERNAND SIMONART. Extrait des *Annales de la Société scientifique de Bruxelles.* Louvain, Secrétariat de la Société scientifique de Bruxelles, 1939; 1 fasc. 24cm,5.

Géométrie infinitésimale. Sur une transformation généralisée de Ribaucour, par FERNAND SIMONART. Extrait du *Bulletin de l'Académie royale de Belgique.* Bruxelles, Palais des Académies, 1945; 1 fasc. 25cm.

Jubilé professoral de M. le Baron de la Vallée Poussin, par FERNAND SIMONART. Extrait de la *Revue des Questions scientifiques.* Louvain, Établissements Fr. Ceuterick, 1946; 1 fasc. 24cm,5.

Courbes algébriques sur corps fermés de caractéristique quelconque, par GERMÁN ANCOCHEA. Extrait de *Acta salmanticensia.* Universidad de Salamanca, 1946; 1 fasc. 24cm.

La production cinématique des courbes algébriques et transcendantes, par JEKABS VITOLS. 212 dessins avec une introduction manuscrite de l'auteur, 33cm,5.

Les plantes cultivées. Histoire. Économie, par ANDRÉ GUILLAUMIN, in *Bibliothèque scientifique.* Paris, Payot, 1946; 1 vol. 23cm (présenté par M. A. Chevalier).

Technologie laitière, par GEORGES RAY. Paris, Dunod, 1946; 1 vol. 25cm.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MERCREDI 12 JUIN 1946.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE CARTAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **M. R. Siddiqui**, Secrétaire général de *The Indian mathematical Society*, Professeur à l'Université de Hyderabad, qui assiste à la séance.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Papilionacées. Développement de l'embryon chez le* Melilotus arvensis *Vallr*. Note de M. **René Souèges**.

D'après les quelques observations qui ont déjà été publiées sur l'embryogénie des *Melilotus*, il paraît évident que de grandes analogies peuvent être établies entre les espèces de ce genre et le *Medicago Lupulina* dont j'ai fait connaître naguère tous les détails des processus du développement ([1]). Les *Melilotus* et les *Medicago*, d'ailleurs, sont ordinairement rangés dans la même tribu, celle des Trifoliées. Pour bien déterminer les rapports qu'offrent les deux genres, il était indispensable de reprendre, avec la plus rigoureuse méthode, l'étude embryogénique des *Melilotus*, en précisant tout particulièrement le mode d'origine de la cellule embryonnaire proprement dite, au sujet duquel des opinions discordantes ou peu concluantes ont été émises par Guignard ([2]), Young ([3]) et Cooper ([4]), en montrant, en outre, comment les divers blastomères qui se différencient au cours de la filiation cellulaire contribuent à l'édification des parties fondamentales du corps. Le *Melilotus arvensis* Vallr. (*M. officinalis* Lam.) a seul fait l'objet de ce travail; mais il semble que les lois du développement ne soient pas sensiblement différentes avec les diverses espèces.

La cellule apicale, *ca*, du proembryon bicellulaire (*fig.* 1) se segmente transversalement et donne deux cellules superposées, *cc* et *cd* (*fig.* 2). La cellule basale, *cb*, se partage

---

([1]) R. Souèges, *Comptes rendus*, 185, 1927, pp. 1062-1206; *Bull. Soc. bot. Fr.*, 76, 1929, p. 93.

([2]) *Ann. Sc. nat. Bot.*, 6e série, 12, 1881, p. 1.

([3]) *Proceed. of the indian Acad. of Sc.*, 1905, p. 133.

([4]) *Bot. Gazet.*, 95, 1933, p. 143.

longitudinalement (*fig.* 3, 4), puis transversalement, et, après de nouvelles divisions, transversales et longitudinales, produit la partie inférieure du suspenseur (*fig.* 9). Les cellules *cc* et *cd* prennent généralement l'une et l'autre des cloisons longitudinales et donnent ainsi 4 éléments que l'on doit considérer comme les 4 éléments constitutifs d'une tétrade globuleuse. Les deux cellules juxtaposées, en *cc*, par segmentations verticales méridiennes produisent 4 cellules circumaxiales qui représentent les quadrants (*fig.* 7 à 9); ceux-ci, peu après, se divisent transversalement (*fig.* 10) pour donner 8 octants nettement distribués en deux étages *l* et *l'* (*fig.* 10).

Au cours de la formation des quadrants et des octants, les deux cellules juxtaposées, en *cd*, par divisions transversales (*fig.* 6, 7, 8), engendrent deux dyades superposées, qui, plus tard, par cloisons verticales méridiennes se transforment chacune en 4 cellules circumaxiales. On remarquera que, en *cd*, pendant les trois premières périodes de divisions, l'ordre des segmentations, longitudinales ou transversales, peut se modifier; que, par exemple, dans l'un ou l'autre des deux éléments d'une dyade, la paroi de division peut être d'abord transversale (*fig.* 10 à g., 12 et 13 à d.) ou même oblique (*fig.* 13 à g.), et

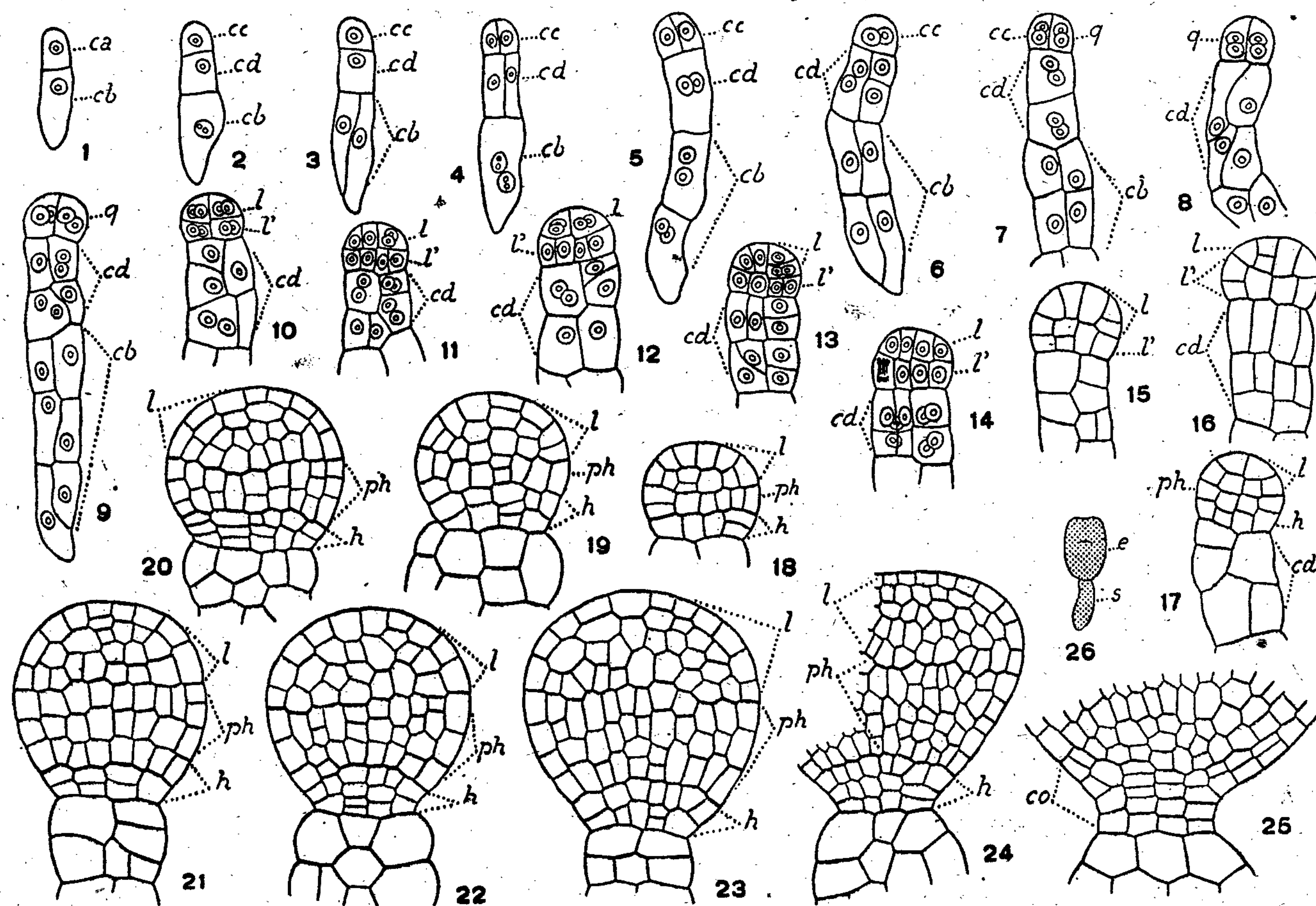


Fig. 1 à 26. — *Melilotus arvensis* Vallr. — Les principaux termes du développement de l'embryon. *ca* et *cb*, cellule apicale et cellule basale du proembryon bicellulaire; *cc*, cellule-fille supérieure de *ca* ou cellule embryonnaire proprement dite; *cd*, cellule-fille inférieure de *ca* ou partie supérieure du suspenseur *sensu stricto*; *q*, quadrants; *l*, octants supérieurs ou partie cotylée; *l'*, octants inférieurs; *ph*, partie hypocotylée; *h*, hypophyse; *co*, coiffe; *e*, embryon proprement dit; *s*, suspenseur. En 26, aspect général de l'embryon d'où est tiré le détail de la figure 25. G. = 290; 90 pour la figure 26.

que, dans la cellule *cd* elle-même, la première cloison peut être nettement transversale. Quoi qu'il en soit, tous les éléments issus de *cd* entrent dans la construction de la partie supérieure du suspenseur *sensu stricto* et, pas plus que les éléments produits par *cb*, ne contribuent à l'édification du corps embryonnaire.

Les quatre octants supérieurs (*l*, *fig.* 10) peuvent se partager par des cloisons verticales

normales aux parois méridiennes (*fig.* 11, 14), mais quelquefois aussi horizontales parallèles à la paroi équatoriale (*fig.* 13 à d., 17). A ces premières cloisons en succèdent de nouvelles, le plus souvent normales aux précédentes, conduisant à la formation de trois à quatre assises cellulaires (*fig.* 18 à 20) dont l'extérieure, au terme de la vie proembryonnaire (*fig.* 22, 23), se différencie en dermatogène. Ce massif, presque hémisphérique, correspond à la partie cotylée; à ses dépens se développent les cotylédons et le point végétatif de la tige.

Dans les quatre octants inférieurs (*l'*, *fig.* 10), les premières cloisons sont nettement verticales, normales aux parois méridiennes (*fig.* 11 à 14); puis, apparaissent des cloisons transversales (*fig.* 14 à 17) qui partagent l'étage *l'* en deux assises, *ph* et *h*. L'assise *ph* représente l'hypocotyle; par divisions verticales et transversales elle engendre un groupe cellulaire au sein duquel les trois histogènes n'apparaissent qu'assez tard. L'assise *h* produit un véritable massif hypophysaire. Les quatres éléments qui la composent dans les coupes longitudinales (*fig.* 17) se cloisonnent transversalement (*fig.* 18, 19); dans la couche inférieure ainsi produite les divisions transversales se poursuivent en direction centrifuge, tandis que, dans la couche supérieure, se forment de nouvelles parois longitudinales et transversales. Ce sont surtout les éléments médians de la couche supérieure qui donnent les initiales de l'écorce de la racine, les autres éléments fournis par les deux couches entrant dans la construction de la coiffe selon des processus comparables à ceux qui ont été déjà décrits au sujet des Géraniacées et des Légumineuses.

On doit reconnaître que les lois du développement sont, dans leurs traits essentiels, identiques dans le *Melilotus arvensis* et chez les *Medicago Lupulina*. Dans les deux cas la cellule basale contribue à la construction de la partie inférieure du suspenseur; dans les deux cas, il se différencie des quadrants et des octants, rappelant, par leur disposition, ceux qui s'observent chez les Crucifères. Mais pour retrouver l'origine de ces blastomères, il faut, chez le *Melilotus* comme chez le *Medicago*, partir de la cellule apicale, et non de l'oospore. On constate alors que, aux dépens de la cellule apicale, conformément au *principe de la correspondance des formes*, se constituent deux éléments superposés à la 1re génération cellulaire, une tétradre, filamenteuse ou globuleuse, à la 2e, des quadrants et des octants à disposition normale à la 3e et à la 4e. La cellule-fille inférieure, *cd*, de la cellule apicale engendrant, chez le *Melilotus* comme chez le *Medicago*, la partie supérieure du suspenseur proprement dit, ces deux genres viennent se ranger, de manière évidente, dans le mégarchétype VI de la 2e période du système embryogénique.

RADIOÉLECTRICITÉ. — *Radiosondages ionosphériques de grande puissance.* Note [1] de MM. **Pierre Lejay** et **René Chezlemas**.

Des sondages ionosphériques sont exécutés depuis le 1er avril 1946 au Labotoire National de Radioélectricité à Bagneux (Seine), de jour, toutes les deux heures. L'appareillage est le suivant :

Émetteur. — Deux auto-oscillateurs, comportant chacun deux tubes 656 (S. F. R. 120 watts), montés en symétrique, et couvrant respectivement les gammes 3,5-6,5

[1] Séance du 3 juin 1946.

et 6,5-11,5 mégacycles, sont alimentés par un dispositif à relaxation décrit dans une Note précédente ([2]), synchronisé sur le secteur.

Chacun des oscillateurs est couplé à un aérien composé de deux cadres verticaux dont la hauteur, égale à la moitié de leur longueur, est le quart de la longueur d'onde moyenne de la gamme couverte. Nous avons montré précédemment ([3]) que de tels cadres, parcourus par des ondes progressives, rayonnent vers le zénith avec un bon rendement dans une large bande de fréquence.

Le dispositif réalisé émet des signaux rectangulaires d'une durée de 20 microsecondes tous les cinquantièmes de seconde; la puissance antenne est de l'ordre de 20 kilowatts. Une commutation automatique de la haute tension d'un oscillateur à l'autre permet d'exécuter, sans interruption, le balayage de fréquence dans l'ensemble des deux gammes ci-dessus en 15 minutes envion.

Récepteur. — Le récepteur, attaqué par des aériens semblables à ceux de l'émission, comporte un dispositif de détection assurant le passage des signaux brefs vers l'amplificateur de basse fréquence tout en bloquant les porteuses continues qui constituent, dans la région parisienne, les brouillages les plus gênants, de niveau élevé.

L'accord automatique du récepteur est assuré par un discriminateur recevant d'une part les impulsions de l'émetteur, d'autre part la haute fréquence continue de l'hétérodyne de réception. Le battement résultant, amplifié et détecté, polarise le tube de sortie alimentant le moteur de commande des condensateurs d'accord. Un décalage des moyennes fréquences du discriminateur et du récepteur assure une vitesse de rotation convenable des condensateurs de réception lorsque l'accord du récepteur est réalisé; un désaccord accidentel est immédiatement rectifié par un changement automatique de la vitesse de rotation. Pour assurer un fonctionnement impeccable de ce dispositif, il est nécessaire, étant donné le faible niveau moyen du battement provoqué par les impulsions, de filtrer soigneusement la haute fréquence transmise du récepteur au discriminateur et d'éliminer en particulier toute influence de la moyenne fréquence du récepteur.

Enregistreur. — Les signaux et leurs échos enregistrés sur l'écran de l'oscillographe cathodique sont découpés, suivant le procédé classique, par une fente parallèle au balayage; la hauteur équivalente des régions ionisées apparaît marquée sur un film à déroulement lent par la distance des images des points ainsi découpés, l'étalonnage étant assuré par inscription sur le film de l'image d'une échelle électronique graduant le balayage de l'oscillographe.

Sur un enregistrement tel que le représente la figure 1, on peut lire la hauteur de la région F_2, repérée par l'échelle vue à gauche de la figure, la fréquence critique des rayons extraordinaire et ordinaire qu'on voit nettement se séparer aux fréquences élevées; on note enfin tous les phénomènes particuliers qui se produisent pour diverses fréquences. On voit que les brouillages, qui se rencontrent chaque fois que l'accord passe sur une émission, s'inscrivent par des rayures verticales qui laissent une visibilité suffisante des phénomènes étudiés.

Résultats. — Outre les valeurs des fréquences critiques et des hauteurs des régions ionisées, qui seront publiées ailleurs, on peut tirer des enregistrements d'avril et de mai les enseignements suivants :

En général les fréquences critiques ont été beaucoup plus élevées que ne le laissaient prévoir les considérations théoriques et les données expérimentales

([2]) *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 69.
([3]) *Onde Électrique*, 19, 1940, p. 36.

des services étrangers (la différence moyenne mensuelle pour avril entre nos résultats et les prévisions américaines est de l'ordre de 2 mégacycles).

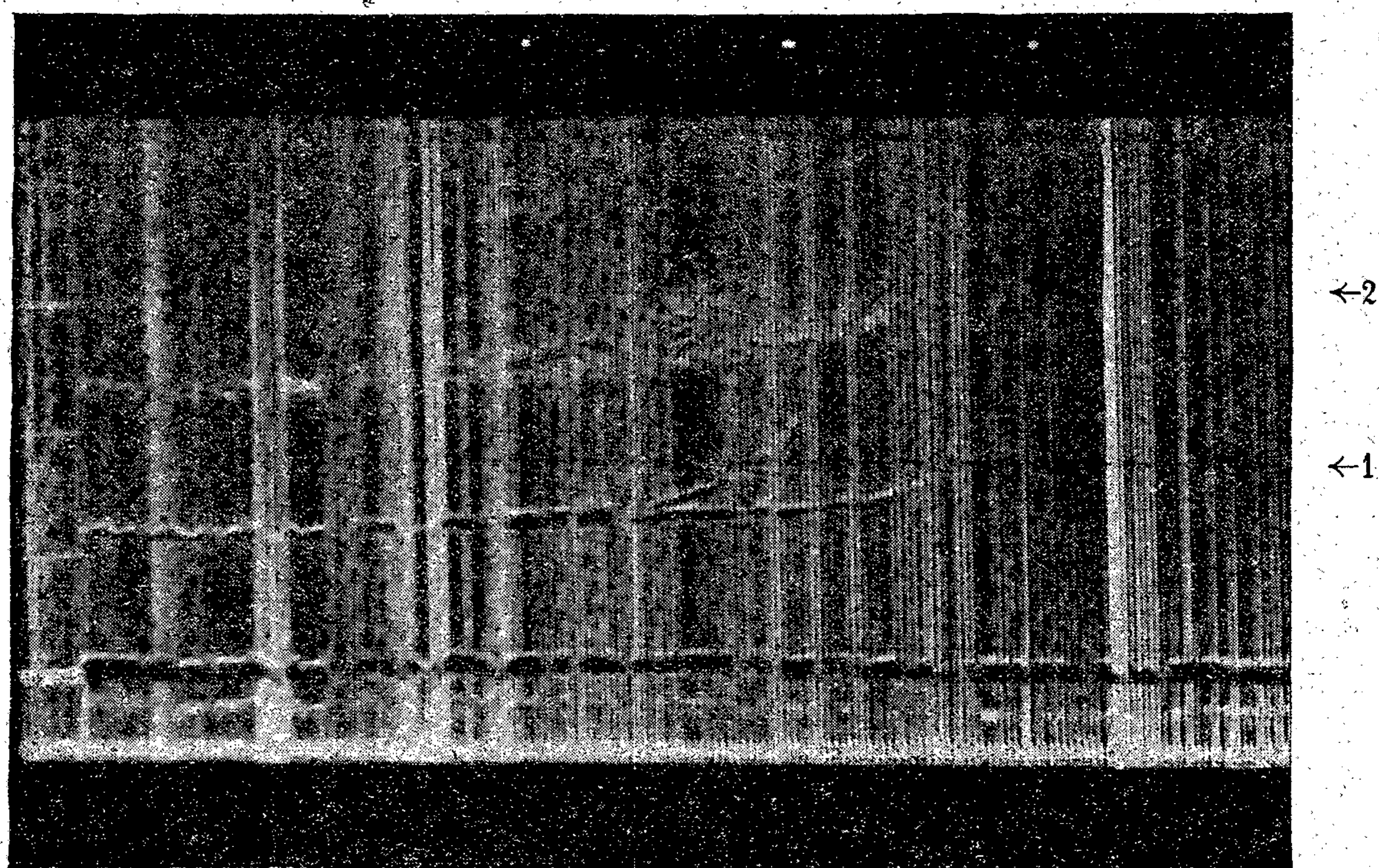


Fig. 1.

Fig. 1. — Enregistrement des hauteurs équivalentes des échos d'un signal bref en fonction de la fréquence. A, fréquence critique du rayon ordinaire; B, fréquence critique du rayon extraordinaire; 1, écho simple (1 seul trajet aller et retour); 2, écho redoublé (2 trajets aller et retour).

Si les fréquences critiques suivent, au cours d'une journée, une variation régulière (maximum très aplati au milieu du jour), on observe des perturbations d'évolution lente, telles que l'affaissement du 7 avril et retour aux valeurs

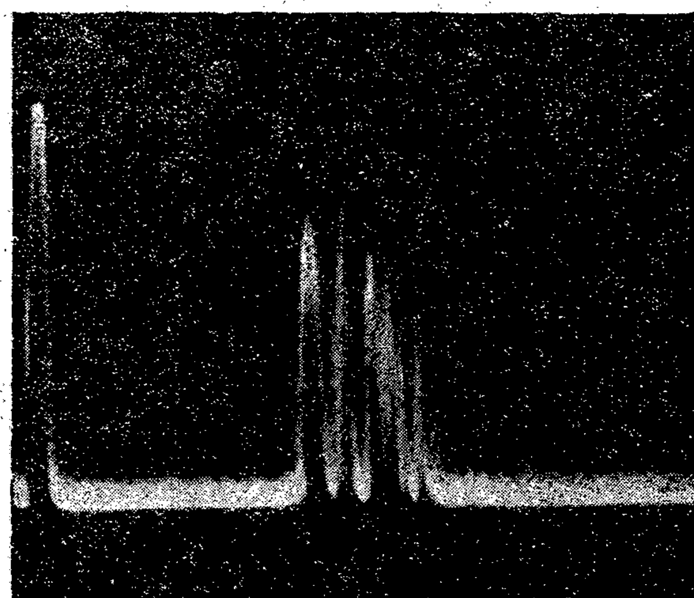


Fig. 2.

Fig. 2. — Extension en « buisson » de l'écho, au voisinage de la fréquence critique.

élevées dans la journée du 9, l'affaissement du 14 avril et retour les 16 et 17 avril. Les faibles valeurs des fréquences critiques correspondent en général à des hauteurs équivalentes plus élevées.

Au moment où les échos s'éloignent, avant de disparaître, ils prennent la forme dite *de buisson* (*fig.* 2); le phénomène s'explique aisément si l'on songe qu'un signal bref couvre une bande du spectre assez large, et que les retards subis par les diverses longueurs d'onde sont alors nettement différentes. Il est plus difficile d'expliquer que les échos multiples, ayant effectué plusieurs fois le trajet aller et retour entre le sol et les régions ionisées, prennent cette même allure pour des fréquences beaucoup moins élevées.

TOPOLOGIE. — *L'anneau d'homologie d'une représentation.* Note ([1]) de M. **Jean Leray**.

Nous nous proposons d'indiquer sommairement comment les méthodes par lesquelles nous avons étudié la topologie d'un espace ([2]) peuvent être adaptées à l'étude de la topologie d'une représentation.

1. *Définitions préliminaires.* — Un *faisceau* $\mathcal{B}$ de modules (ou d'anneaux) sera défini sur un espace topologique E par les données que voici : 1° à chaque ensemble fermé F de points de E est associé un module (ou un anneau) $\mathcal{B}_F$, qui est nul quand F est vide; 2° à chaque couple d'ensembles fermés, f et F, de points de E, tels que $f \subset F$, est associé un homomorphisme de $\mathcal{B}_F$ dans $\mathcal{B}_f$, qui transforme un élément b_F de $\mathcal{B}_F$ en son *intersection* $b_F.f$ par f; si $f' \subset f \subset F$ et si $b_F \in \mathcal{B}_F$, on doit avoir $(b_F.f).f' = b_F.f'$. Le faisceau $\mathcal{B}$ est dit *normal* quand il possède les deux propriétés suivantes : 1° si $b_F \in \mathcal{B}_F$, il existe un voisinage fermé V de F et un élément b_V de $\mathcal{B}_V$ tel que $b_F = b_V.F$; 2° si $b_F \in \mathcal{B}_F$, si $f \subset F$ et si $b_F.f = 0$, alors f possède dans F un voisinage fermé v tel que $b_F.v = 0$. Exemple : Les classes d'homologie ([3]) à p dimensions des ensembles fermés de points d'un espace E constituent un faisceau que nous nommerons $p^{\text{ième}}$ *faisceau d'homologie* de E; si E est normal, ce faisceau est normal (T. A., lemmes 22 et 23).

2. Nous nommerons formes de E les expressions du type $\sum_\alpha b_\alpha X^{q;\alpha}$; les $X^{q;\alpha}$ sont les éléments à q dimensions d'une couverture de E; b_α, au lieu d'être comme dans T. A. un élément d'un module indépendant de α, sera un élément de $\mathcal{B}_{|X^{q;\alpha}|}$; plus généralement b_α pourra être un élément de $\mathcal{B}_F$, si $|X^{q;\alpha}| \subset F$, étant convenu que $b_\alpha X^{q;\alpha} = (b_\alpha.|X^{q;\alpha}|)X^{q;\alpha}$; la dérivée de $\sum_\alpha b_\alpha X^{q;\alpha}$ sera $\sum_\alpha b_\alpha \dot{X}^{q;\alpha}$; le quotient du module des formes à q dimensions dont la dérivée est

---

([1]) Séance du 27 mai 1946.

([2]) Trois articles sur la Topologie algébrique, *Journ. de Math.*, 24, 1945, pp. 95-248; nous désignerons ces articles par T. A.

([3]) Au sens de T. A., il s'agit donc, avec la terminologie la plus usuelle, des classes de cohomologie.

nulle par le module que constituent les dérivées des formes à $q-1$ dimensions sera nommé $q^{\text{ième}}$ *module d'homologie de* E *relatif au faisceau* $\mathcal{B}$ (4). L'étude de cette définition suppose E et $\mathcal{B}$ normaux et exige un examen approfondi des propriétés des simplexes. Les propriétés des classes d'homologie relatives à l'intersection, au produit topologique, aux représentations et à l'homotopie qu'établit T. A. se généralisent aisément. Si E possède une couverture C à supports simples relativement à $\mathcal{B}$, E a mêmes modules d'homologie que C (5) et ces modules peuvent être effectivement déterminés. Quand $\mathcal{B}$ est un faisceau d'anneaux, les classes d'homologie de E relatives à $\mathcal{B}$ sont nilpotentes. Soit $\mathcal{B}^p$ le $p^{\text{ième}}$ faisceau d'homologie de E relatif à $\mathcal{B}$; le faisceau d'homologie de E relatif à $\mathcal{B}^p$ est nul si $p>0$ (6), est $\mathcal{B}^0$ lui-même si $p=0$.

3. Soit π une *représentation fermée* (c'est-à-dire transformant tout ensemble fermé en un ensemble fermé) d'un espace normal E dans un espace normal $E^\star$; soit $\mathcal{B}$ un faisceau normal de modules défini sur E; nous désignerons par $\pi(\mathcal{B})$ le faisceau de modules défini sur $E^\star$ comme suit : le module associé à l'ensemble fermé $F^\star$ de points de $E^\star$ est $\mathcal{B}_{\overset{-1}{\pi}(F^\star)}$; l'intersection par $F^\star$ d'un élément de $\pi(\mathcal{B})$ est l'intersection par $\overset{-1}{\pi}(F^\star)$ de l'élément correspondant de $\mathcal{B}$. Le faisceau $\pi(\mathcal{B})$ est normal.

Soit $\mathcal{A}$ un anneau; soit $\mathcal{B}^p$ le $p^{\text{ième}}$ faisceau d'homologie de E relatif à $\mathcal{A}$; le $q^{\text{ième}}$ module d'homologie de $E^\star$ relatif à $\pi(\mathcal{B}^p)$ sera nommé $(p, q)^{\text{ième}}$ *module d'homologie* de π relatif à $\mathcal{A}$; une classe d'homologie $Z^{p,q}$ à q dimensions de $E^\star$ relative à $\pi(\mathcal{B}^p)$ sera nommée classe d'homologie à (p, q) dimensions de π relative à $\mathcal{A}$. $Z^{p,q}$ est nulle quand q dépasse la dimension de $E^\star$ ou quand p dépasse la dimension maximum des images inverses $\overset{-1}{\pi}(x^\star)$ des points $x^\star$ de $E^\star$, $E^\star$ étant bicompact. L'intersection de deux classes d'homologie $Z^{p,q}$ t $Z^{r,s}$ de π est définie; c'est une classe $Z^{p+r,q+s} \sim Z^{p,q}.Z^{r,s} \sim (-1)^{(p+q)(r+s)} Z^{r,s}.Z^{p,q}$ de π; il convient donc de parler de *l'anneau d'homologie d'une représentation*. Les classes d'homologie des représentations sont nilpotentes, comme celles d'un espace. L'anneau d'homologie de π s'identifie à celui de E quand π est une représentation topologique de E dans $E^\star$. Mais l'anneau d'homologie d'une représentation quelconque a une structure particulière, que nous expliciterons ultérieurement.

---

(4) Un cas très particulier de cette notion a été envisagé par M. STEENROD, *Homology with local coefficients* (*Ann. of Math.*, 44, 1943, p. 610).

(5) Dans cet énoncé on doit envisager les modules d'homologie de C relatifs au *faisceau réduit* de $\mathcal{B}$; ce faisceau réduit est le quotient de $\mathcal{B}$ par le sous-faisceau que constituent les éléments réductibles de $\mathcal{B}$, un élément b de $\mathcal{B}_F$ étant dit réductible quand on peut recouvrir F avec un nombre fini d'ensembles fermés f_α tels que $b.f_\alpha=0$. Signalons que les modules d'homologie de E relatifs à $\mathcal{B}$ et au faisceau réduit de $\mathcal{B}$ sont les mêmes.

(6) Car le faisceau réduit de $\mathcal{B}^p$ est nul si $p>0$.

4. Soit F^* un ensemble fermé de points de E^*; nous nommerons *intersection* de π par F^* et nous désignerons par $\pi.F^*$ la représentation dont le champ de définition est $\overset{-1}{\pi}(F^*)$ et qui y est égale à π; cette intersection définit un homomorphisme de l'anneau d'homologie de π dans celui de $\pi.F^*$; cet homomorphisme est un isomorphisme quand $F^* = \pi(E)$. Soit une seconde représentation fermée π' d'un espace normal E' dans un espace normal E'^*. Nous nommerons *produit topologique* $\pi \times \pi'$ de π et π' la représentation $\pi(x) \times \pi'(x')$ de $E \times E'$ dans $E^* \times E'^*$; quand $\mathcal{A}$ est un corps, l'anneau d'homologie de $\pi \times \pi'$ est le produit direct des anneaux d'homologie de π et de π'. Nous dirons qu'une représentation φ de E' dans E constitue une *représentation* de π' dans π quand il existe une représentation φ^* de E'^* dans E^* telle que $\pi\varphi(x') = \varphi^*\pi'(x')$; $\overset{-1}{\varphi}$ définit un homomorphisme de l'anneau d'homologie de π dans celui de π'; cet homomorphisme est un isomorphisme quand les deux représentations φ et φ^* sont topologiques. Deux représentations θ et ψ de π' dans π seront dites *homotopes* dans π quand il existe une représentation φ de π' dans π qui a les propriétés suivantes : φ dépend continûment d'un paramètre qui décrit un espace connexe; pour deux valeurs particulières de ce paramètre, φ s'identifie à θ et à φ. Si θ et ψ sont homotopes dans π et si $Z^{p,q}$ est une classe d'homologie de π, alors $\overset{-1}{\theta}(Z^{p,q})$ est identique à $\overset{-1}{\psi}(Z^{p,q})$. Nous dirons que π est *homotope* à $\pi.F^*$ dans π quand il existe une représentation de π dans $\pi.F^*$ qui est l'identité sur $\overset{-1}{\pi}(F^*)$ et qui est homotope dans π à la représentation identique; alors l'intersection par F^* constitue un isomorphisme de l'anneau d'homologie de π sur celui de $\pi.F^*$. En particulier si π est homotope dans π à son intersection par l'un des points de $\pi(E)$, toutes les classes d'homologie de π sont du type $Z^p E^{*0}$, Z^p étant une classe d'homologie de E relative à $\mathcal{A}$ et E^{*0} étant la classe d'homologie unité de E^*; ce que nous exprimerons en disant que π est *simple*. Si les intersections de π par les supports d'une couverture C^* de E^* sont des représentations simples, alors le $(p, q)^{\text{ième}}$ module d'homologie de π s'identifie au $q^{\text{ième}}$ module d'homologie de C^* relatif au faisceau réduit de $\pi(\mathcal{B}^p)$, et peut donc être effectivement déterminé.

En faisant hommage à l'Académie du tome II de l'Ouvrage intitulé *Critique et Géologie*, dont il est l'Auteur (1), M. **Emmanuel de Margerie** s'exprime en ces termes :

Ce second volume de l'Œuvre dont la publication a commencé en 1943 termine la *Partie Générale*, avec deux Chapitres consacrés respectivement à la *Carte Batymétrique des Océans*, entreprise sur l'initiative de notre Confrère le Prince Albert de Monaco, et à la *Carte Internationale du Monde* à l'échelle du millionième, dont feu le Professeur Alb. Penck a été l'inspirateur. Autour de ces deux thèmes principaux, se groupent de nombreuses notices se rattachant plus ou moins directement à ce double sujet et concernent notamment : la Nouvelle-Zélande, Madagascar, le Spitsberg, le Groenland, d'une part; l'histoire du Service Géographique de l'Armée et la Cartographie suisse, allemande, italienne, néerlandaise, américaine, etc. Comme pour le tome I, l'Auteur a joint à son texte un grand nombre de reproductions : portraits, autographes, cartes, paysages, etc.

(1) Paris, 1946. In-4°, p. XXI-XXXIX, et 661-1156 B, fig. 251-385.

Le tirage d'un troisième volume, qui commencera la *Partie régionale* ou descriptive, est presque achevé; mais la suite, entièrement composée et dont les figures sont déjà clichées, ne pourra voir le jour que dans la mesure où les frais de fabrication très élevés qu'entraîne l'impression d'un pareil ensemble arriveraient à être couverts.

COMMISSIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, MM. **Aimé Cotton**, **Charles Maurain**, pour la Division des Sciences Mathématiques; **Gabriel Bertrand**, **Maurice Caullery**, pour la Division des Sciences Physiques; **René Maire**, **Jules Haag**, pour la Section des Membres non résidants, sont élus Membres de la Commission qui, sous la présidence de M. le Président, sera chargée de former deux listes de candidats pour les cinquième et sixième places nouvelles de Membres non résidants.

ÉLECTIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, M. **Johann Hjort** est élu Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie, en remplacement de M. *Paul Pelseneer*, décédé.

CORRESPONDANCE.

M. **Maurice Gignoux**, élu Membre non résidant, adresse ses remercîments à l'Académie.

La « **National Academy of Sciences** » de Washington et l' « **American philosophical Society** » de Philadelphie invitent l'Académie à désigner trois de ses Membres pour prendre part aux Assemblées qui auront lieu à Philadelphie, du 17 au 19 octobre 1946; et à Washington, du 21 au 23, dans le but d'établir une collaboration plus étroite entre les savants des États-Unis et ceux des autres nations du monde.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Université catholique de l'Ouest. *Recherches et travaux*, Tome Ier, n° 1, janvier-juin 1946.

2° René Bourret. *Les Batraciens de l'Indochine*. — *Les Tortues de l'Indochine*. — *Les Gibbons* et une série de fascicules relatifs à des travaux de zoologie.

3° Université d'Alger. *Travaux de l'Institut de recherches sahariennes*. Tomes I, II et III (présentés par M. E. de Martonne).

4° René Fabre. *Leçons d'hygiène appliquée au travail.* I. *L'air des locaux de travail.* II. *Les radiations et leur importance en hygiène du travail. L'eau dans l'industrie.* III. *Les conditions hygiéniques du travail dans diverses industries. Les installations hygiéniques dans les locaux industriels,* in *Actualités scientifiques et industrielles,* 968, 982 et 985 (présentés par M. P. Lebeau).

5° René Fabre, Mlle M.-T. Régnier et M. P. Chéramy. *Leçons de toxicologie.* I. *Introduction à l'étude de la toxicologie. Généralités sur les poisons.* II. *Toxicologie des gaz* (première partie). III. *id.* (deuxième partie). IV. *Alcools-anesthésiques solvants.* V. *Acide cyanhydrique. Dérivés aromatiques.* VI. *Poisons organiques divers.* VII. *Alcaloïdes* (première partie). VIII. *id.* (deuxième partie). IX. *Toxiques minéraux* (première partie), X. *id.* (deuxième partie). XI. *id.* (troisième partie). XII. *id.* (quatrième partie) (présentés par M. P. Lebeau).

ALGÈBRE. — *Théorie non-abélienne des corps de classes pour les extensions finies et séparables des corps valués complets : relations avec la théorie de la ramification; loi de limitation pour les extensions galoisiennes.* Note (1) de M. **Marc Krasner**, présentée par M. Élie Cartan.

Je conserve les notations de mes Notes précédentes (2). $K^\bullet$ étant une extension algébrique finie de $K = k(\alpha)$, le squelette (3) $\mathcal{H}_\alpha(K^\bullet)$ de $T_\alpha K^\bullet$ sera dit le *halo de* $K^\bullet$ *en* α. s, S, $S^\bullet$ étant les squelettes des k, K, $K^\bullet$, tout $\gamma \in S^\bullet$ est zéro d'un et d'un seul polynome normé et irréductible $f_{\gamma/s}(x)$ à coefficients dans s. Si $Q = \{\gamma \rightarrow f_{\gamma/s}(x)\}$, $\mathcal{H}_f(\mathcal{E}_{K^\bullet/k}) = Q\,\mathcal{H}_\alpha(K^\bullet)$, où $f = f_{\alpha/k}(x)$, sera dit le *halo de* $\mathcal{E}_{K^\bullet/k}$ *en* f; c'est l'ensemble des facteurs normés irréductibles des restes squelettiques (3) des $R(x - f(y),\, g(y))$, où $g(x)$ parcourt $\mathcal{E}_{K^\bullet/k}$.

$\mathcal{H}_\alpha(K^\bullet)$ est (4) un ensemble rétractif (3) de $S^\bullet$, dont voici la liste des retracts maximaux, disjoints deux à deux : *a. pour tout* $q = 0, 1, \ldots, m_\alpha - 1$, *le retract* $\mathcal{L}^\bullet_{q,\alpha} = (S^\bullet_{q,\alpha};\, \mu_{q,\alpha}(\zeta))$, où $S^\bullet_{q,\alpha}$ est la couronne $r_q^{(\alpha)} < |\zeta| < r_{q-1}^{(\alpha)}$ (on pose $r_{-1}^{(\alpha)} = +\infty$) de $S^\bullet$, où $\mu_{q,\alpha}(\zeta) = \gamma_q^{(\alpha)} \zeta^{n_q^{(\alpha)}}$ avec un $\gamma_q^{(\alpha)} \in S$. L'ensemble $\mathfrak{M}^\bullet_q$ des valeurs de $-\log|\gamma|$, quand γ parcourt $\mathcal{L}^\bullet_{q,\alpha}$, est l'image par $\varphi(\Pi_a;\, v)$ de l'intersection du module de valuation $\mathfrak{M}^\bullet$ de $K^\bullet$ avec l'intervalle $(v_{q-1}^{(\alpha)}, v_q^{(\alpha)})$, donc (5) l'intersection d'une classe dans $\mathfrak{M}^\bullet$ suivant le module $n_q^{(\alpha)}\mathfrak{M}^\bullet$ avec l'intervalle $(\varphi_{q-1}^{(\alpha)}, \varphi_q^{(\alpha)})$, où $\varphi_q^{(\alpha)} = \varphi(\Pi_\alpha;\, v_q^{(\alpha)})$, et, $C^\bullet(v)$ désignant la circonférence $|\zeta| = \exp(-v)$, de $S^\bullet$, pour $\varphi \in \mathfrak{M}^\bullet_q$, $\mathcal{H}^{(\varphi)} = C^\bullet(\varphi) \cap \mathcal{L}^\bullet_{q,\alpha}$ est $(C^\bullet(v);\, \mu_{q,\alpha})$, où (5) $v = v^\star(\Pi_\alpha;\, \varphi)$. Or, sauf pour les *valeurs critiques* $\varphi_q^{(\alpha)}$ et un nombre fini ($< n$) d'autres, dites *anti-critiques*, $C^\bullet(\varphi) \cap \mathcal{H}_\alpha(K^\bullet) = \mathcal{H}^{(\varphi)}$, et les $\varphi_q^{(\alpha)}$ apparaissent, en gros, comme les valeurs séparatrices des intervalles, où les valeurs

(1) Séance du 27 mai 1946.

(2) *Comptes rendus*, 222, 1946, pp. 626-628 et 984-986.

(3) Krasner, *Comptes rendus*, 219, 1944, pp. 345-347 et 222, 1946, pp. 363-365.

(4) Krasner, *Comptes rendus*, 222, 1946, pp. 581-583.

(5) Krasner, *Comptes rendus*, 222, 1946, pp. 37-40.

de $-\log|\gamma|$, $\gamma \in \mathcal{H}_\alpha(K^\bullet)$, sont distribuées avec une densité constante, et où, pour de telles valeurs ϕ, $C^\bullet(\phi) \cap \mathcal{H}_\alpha(K^\bullet)$ est un retract monomial à l'aide d'un monome fixe (*phénomènes critiques de* 1re *espèce*); *b. pour tout* $q = 0, 1, \ldots, m_\alpha - 1$ *tel que* $\varphi_q^{(\alpha)} \in \mathfrak{M}^\bullet$, *le retract* $\Lambda^\bullet_{q,\alpha} = (C^\bullet(\varphi_q^{(\alpha)});\ F_{q,\alpha}(\zeta))$, où $F_{q,\alpha}(\zeta) = \gamma_q^{(\alpha)} f_{q,\alpha}(\zeta)^{n_{q+1}^{(\alpha)}}$ $f_{q,\alpha}(\zeta)$ étant $\Pi(\zeta - \beta_i)$, β_i parcourant l'ensemble $B_{q,\alpha}$ des valeurs distinctes que prend sur $Z_q^{(\alpha)}$ la fonction $\beta_q(\sigma)$ égale au reste squelettique (³) de $\sigma\alpha - \alpha$ ou à zéro suivant que $\sigma \notin$ ou $\in Z_{q+1}^{(\alpha)}$ [$B_{q,\alpha}$ est le support de l'hypergroupe extramoduliforme (⁶) $E_q(K/k; \alpha) \simeq Z_q^{(\alpha)}/Z_{q+1}^{(\alpha)}$]. Les définitions de la théorie de l'irrégularité, exposée dans ma Note précédente (²), sont valables sans que $\alpha \in K$ soit primitif dans K/k, et, ses notations seront employées, pour les nombres, ensembles etc., d'irrégularité de $K^\bullet/k$ en α. Ceci posé, si $\tau_q^{(\alpha)} = n_q^{(\alpha)} : n_{q+1}^{(\alpha)}$, le nombre $\nu_q^{(\alpha)}$ des zéros de $f_{\alpha,q}(\zeta)$ dans $S^\bullet$ est $\tau_q^{(\alpha)}$ ou $\tau_q^{(\alpha)} : h'_i$ suivant que $\varphi_q^{(\alpha)}$ est ou n'est pas un $\eta_{i,K^\bullet}^{(\alpha)}$. $\zeta \rightarrow F_{q,\alpha}(\zeta)$ est le composé de $\zeta \rightarrow \gamma_q^{(\alpha)} f_{q,\alpha}(\zeta) : \gamma_{q+1}^{(\alpha)}$ par $\zeta \rightarrow \mu_{q+1,\alpha}(\zeta)$. $\nu_q^{(\alpha)}$ sera regardé, pour certaines raisons, comme la mesure du *rétrécissement* de $C^\bullet(\varphi_q^{(\alpha)})$ produit par $\zeta \rightarrow \gamma_q^{(\alpha)} f_{q,\alpha}(\zeta) : \gamma_{q+1}^{(\alpha)}$ (même si $\varphi_q^{(\alpha)} \notin \mathfrak{M}^\bullet$, car alors $\nu_q^{(\alpha)} = 1$), et le phénomène en $\phi = \phi_q^{(\alpha)}$ sera regardé comme superposition d'un rétrécissement de $C^\bullet(\varphi_q^{(\alpha)})$ dans le rapport $\tau_q^{(\alpha)}$ (*phénomène critique de* 2e *espèce*) et d'un élargissement dans le rapport h'_i (*phénomène anti-critique caché*), suivis d'un phénomène critique de 1re espèce; *c.* Y étant l'ensemble des (²) $\mathcal{J}_\sigma^{(\alpha)\star}$ pour les $\sigma \in \mathcal{G}_{K/k}$ irréguliers apparents (²) en α, *pour tout* $\mathcal{J} = \mathcal{J}_\sigma^{(\alpha)\star} \in Y$, *l'image* $\mathcal{L}(\mathcal{J})$ *de* $\mathcal{J}$ *par la fonction squelettique* (⁴) *de* $\sigma K/k$ *en* $\sigma\alpha$; les $\zeta \in \mathcal{L}(\mathcal{J})$ ont la valuation $\psi_{i,K^\bullet}^{(\alpha)} = \phi(\Pi_\alpha;\ \eta_{i,K^\bullet}^{(\alpha)})$ [$i^{ième}$ *valeur anti-critique*], où $\eta_{i,K^\bullet}^{(\alpha)} = \eta_{K^\bullet}^{(\alpha)}(\sigma)$, et, si $\zeta(\mathcal{J}) \in \mathcal{J}$, $\mathcal{L}(\mathcal{J})$ a la forme $(C_{\mathcal{J}};\ F_{\mathcal{J}}(\zeta))$; où $C_{\mathcal{J}} = \{0\}$ ou $= C^\bullet(\eta) \cup \{0\}$ suivant que $\eta = \eta_{K^\bullet}^{(\alpha)}(\sigma) \notin \mathfrak{M}^\bullet$ ou $\in \mathfrak{M}^\bullet$, et où $F_{\mathcal{J}}(\zeta) = \mu_{q,\alpha}(\zeta + \zeta(\mathcal{J}))$ ou $= F_{q,\alpha}(\zeta + \zeta(\mathcal{J}))$ suivant que $\varphi_{q-1}^{(\alpha)} < \eta < \varphi_q^{(\alpha)}$ ou $\eta = \varphi_q^{(\alpha)}$. Le nombre des retracts $\mathcal{L}(\mathcal{J})$ avec $\eta = \eta_{i,K^\bullet}^{(\alpha)}$ est $h''_i - 1$. Leur présence, aux $\phi = \psi_{i,K^\bullet}^{(\alpha)}$ constitue les *phénomènes anti-critiques apparents*, qu'on peut regarder comme un élargissement dans le rapport h''_i du résultat des autres phénomènes; *d.* le *retract* $\{0\} = (\{0\}, 0)$.

Tous ces phénomènes peuvent se formuler en termes du halo de $\mathcal{E}_{K^\bullet/k}$ en $f_{\alpha/k}$. Si k est tel que $\mathcal{H}_\alpha(K^\bullet)$ soit analysable (³) et si l'on sait résoudre les équations algébriques à une inconnue dans r, la donnée de $\mathcal{H}_f(\mathcal{E}_{K^\bullet/k})$ suffit à déterminer tous les phénomènes critiques et anti-critiques en α mis en évidence par $K^\bullet$ et à calculer l'*indice de rétrécissement* $I_\alpha(K^\bullet/k) = \Pi \nu_q^{(\alpha)} : \Pi h''_i = n : h$ *de* $K^\bullet/k$ en α. Pour assurer cette analysabilité, il suffit de remplacer k par $k^\star$ ou $k^{(\alpha)}$ de ma 2e Note citée (²). Pour que tous les phénomènes critiques de 1re espèce se manifestent, ce qui détermine les $\varphi_q^{(\alpha)}$, les $n_q^{(\alpha)}$ et, par passage à la limite, les φ_q et les n_q, il suffit que $\mathfrak{M}^\bullet$ soit dense ou que $n\mathfrak{M}^\bullet \supset \mathfrak{M}$. Pour mettre en évidence tous les phénomènes critiques de 2e espèce, ce qui détermine (à l'isomorphie près) les $Z_q^{(\alpha)}/Z_{q+1}^{(\alpha)}$, il suffit de prendre $K^\bullet$ tel que tous les $\varphi_q^{(\alpha)} \in \mathfrak{M}^\bullet$, par exemple

(⁶) KRASNER, *Comptes rendus*, **219**, 1944, pp. 473-476; **220**, 1945, pp. 28-30.

le corps de Galois de $K^{\star}/k^{\star}$ ou de $K^{(\alpha)}/k^{(\alpha)}$. Si $K^{\bullet}/k$ n'a aucune irrégularité masquée en α, $K^{\bullet}$ contient le corps de Galois de K/k si et seulement si $h=1$, autrement dit $I_{\alpha}(K^{\bullet}/k)=n=(K:k)$. Or, $K^{(\alpha)}/k^{(\alpha)}$ n'en a aucune (²), donc K/k *est galoisienne si, et seulement si* $I_{\alpha}(K^{(\alpha)}/k^{(\alpha)})=(K:k)$ (*loi de limitation pour les extensions galoisiennes*). Si k est discrètement valué, $I_{\alpha}(K^{\star}/k^{\star})$ peut remplacer $I_{\alpha}(K^{(\alpha)}/k^{(\alpha)})$ et (²), si α appartient au domaine discriminantiel (⁷) $K(0; k)$ de K/k, $I_{\alpha}(K^{\star}/k^{\star})$ est égal à $(K_g:k)$. Si r est un champ de Galois et si Π_{α} est connu, le calcul de $I_{\alpha}(K/k)$ n'exige pas l'analysabilité de $\mathcal{H}_{\alpha}(K)$, et $I_{\alpha}(K/k)$ peut remplacer $I_{\alpha}(K^{(\alpha)}/k^{(\alpha)})$. Si k est localement compact, soient $u(R/r)$ le nombre d'éléments primitifs de R/r, N celui d'éléments de $\underset{\sim}{R}$, c l'élément positif minimal de $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{f}$ un multiple propre de $\mathfrak{f}_{K/k}$, $\theta=[\omega_k(\mathfrak{f}):c]$ ($[a]$ est la partie entière de a), $n(K/k;\ \mathfrak{f})$ le nombre d'éléments de $\overline{E}_{K/k}/\mathfrak{f}$. *Si* $\alpha\in K(0;k)$, $I_{\alpha}(K/k)$ *est égal à* $u(R/r)(N-1)N^{\theta}:n(K/k;\ \mathfrak{f})$, d'où $n(K/k;\ \mathfrak{f})=(K_g:k)u(R/r)(N-1)N^{\theta}:n$. Si $R=r$, en vertu d'un de mes travaux antérieurs (⁸), $\Pi=\Pi_{\alpha}=\Pi_{K/k}$ ne dépend que des valuations de coefficients de $f_{\alpha/k}(x)$, ce qui permet de calculer le nombre $n(r,\ \mathfrak{m},\ \Pi;\ \mathfrak{f})$ d'éléments de $E_k(\Pi)/\mathfrak{f}$, où $E_k(\Pi)=\bigcup\overline{E}_{K'/k}$, pour les K'/k tels que $\Pi_{K'/k}=\Pi$. Le nombre des surcorps $K\subset\mathfrak{K}$ de k tels que $\Pi_{K/k}=\Pi$ est $n(r,\ \mathfrak{m},\ \Pi;\ \mathfrak{f})n:[u(R/r)(N-1)N^{\theta}]$. Dans une Note antérieure (⁹) j'en ai donné, pour le cas $\mathfrak{p}$-adique, l'expression explicite.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Quelques remarques sur la signification du théorème des probabilités composées dans le formalisme de la mécanique quantique.* Note (¹) de M. **Jean Bass.**

I. Soit A une transformation linéaire hermitienne de l'espace vectoriel $\mathcal{R}_n$ à n dimensions, admettant n valeurs propres λ_{α} simples. D'après les principes de la mécanique quantique, on fait correspondre à A une variable aléatoire a pouvant prendre les n valeurs λ_{α}. Si ψ est le vecteur *état*, donné indépendamment de A, la probabilité de λ_{α} est $p_{\alpha}=|(\psi,\psi_{\alpha})|^2$, où φ_{α} est le vecteur propre relatif à λ_{α}. Si B est une seconde transformation de R admettant p valeurs propres simples μ_{β} (²), on ne peut définir la dépendance stochastique (corrélation) entre a et la variable aléatoire b associée à B que si A et B commutent.

(⁷) Krasner, *Comptes rendus*, **220**, 1945, pp. 761-763.

(⁸) Krasner, *Mathematica* (Cluj), **13**, 1937, pp. 72-191; voir le § 9.

(⁹) Krasner, *Comptes rendus*, **205**, 1937, pp. 1026-1028.

(¹) Séance du 3 juin 1946.

(²) On peut supposer $p\leq n$. Si $p<n$, on peut toujours compléter la transformation de façon que les $n-p$ valeurs propres supplémentaires correspondent à des probabilités nulles.

Nous allons montrer que, sans modifier les *variables aléatoires* a et b, on peut élargir la définition des *opérateurs* A et B de façon à donner un sens à la corrélation entre A et B.

Dans un espace R_{np} à np dimensions, on peut faire correspondre à A une transformation A′ (définie à une transformation unitaire près) admettant les λ_α comme valeurs propres *multiples d'ordre p*. Soit A_α la variété linéaire à p dimensions solution de l'équation $A'\varphi = \lambda_\alpha\varphi$. Les A_α sont deux à deux orthogonales et il existe des vecteurs ψ' de R_{np} tels que p_α soit le carré de la projection de ψ' sur A_α.

Encadrons A_α par une base orthonormale arbitraire $f_{\alpha 1}, \ldots, f_{\alpha p}$. Soit B_β la variété ayant pour base $f_{1\beta}, \ldots, f_{n\beta}$. Il existe une transformation linéaire B′ bien déterminée de R_{np} admettant les μ_β comme valeurs propres multiples d'ordre n et les B_β comme variétés associées. A B′ correspond la même variable aléatoire qu'à B. On peut trouver une infinité de vecteurs ψ' qui donnent aux valeurs de a et de b les probabilités initialement choisies.

A′ et B′ *commutent*. — Introduisons en effet les décompositions de l'unité $E_1(\lambda_\alpha)$ et $E_2(\mu_\beta)$ relatives à A′ et B′. On voit que

$$E_1(\lambda_\alpha) = \text{projection sur la variété des } f_{kl},\ k < \alpha,$$
$$E_2(\mu_\beta) = \text{projection sur la variété des } f_{kl},\ l < \beta,$$
$$E_1(\lambda_\alpha)E_2(\mu_\beta) = \text{projection sur la variété des } f_{kl},\ K < \alpha,\ l < \beta = E_2(\mu_\beta)E_1(\lambda_\alpha).$$

E_1 et E_2 commutent, donc aussi A′ et B′. Il en résulte que *la corrélation entre a et b a un sens à condition de la définir dans* $\mathcal{R}_{np}$. Elle est d'ailleurs largement indéterminée *a priori*.

II. Généralisons à l'espace fonctionnel $\mathcal{R}_\infty$. $E_1(\lambda_\alpha)$ doit être remplacé par un symbole dépendant du paramètre *continu* λ, et pouvant avoir une quantité dénombrable de discontinuités de première espèce. De même $E_2(\mu_\beta)$. Les vecteurs $f_{\alpha\beta}$ deviennent des fonctions $f(\lambda, \mu)$. $f(\lambda, \mu)$ est fonction propre de A′ pour la valeur propre λ, quel que soit μ, et fonction propre de B′ pour la valeur propre μ, quel que soit λ (³). $E_1(\lambda)$ est la projection sur la combinaison linéaire (intégrale de Stieltjes) des $f(x, y)$, $x < \lambda$. De même pour $E_2(\mu)$.

$$E_1(\lambda)E_2(\mu) = E_2(\mu)E_1(\lambda)$$

est la projection sur la combinaison linéaire de tous les vecteurs $f(x, y)$ de l'espace fonctionnel pour lesquels $x < \lambda$, $y < \mu$.

Au lieu d'un vecteur état ψ' dont les composantes dépendent de deux indices, on a une fonction état $\psi'(x, y)$. La probabilité pour que $a < \lambda$, $b < \mu$ (*théorème des probabilités composées*) est le carré de la projection de ψ' sur la

(³) L'emploi des fonctions propres peut être délicat. L'utilisation des opérateurs E a précisément pour but d'éviter les difficultés et de ramener la rigueur. Cf. von NEUMANN, *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*, 1932, pp. 67-70.

variété linéaire formée des $f(x, y)$ tels que $x < \lambda$, $y < \mu$. Cette projection étant réalisée par l'opérateur $E_1(\lambda)E_2(\mu)$, on a

$$P(a < \lambda, b < \mu) = \| E_1(\lambda) E_2(\mu) \psi'(x, y) \|^2.$$

C'est la *fonction de répartition* du couple de variables aléatoires a, b. Le *théorème des probabilités totales* limite seul les choix possibles de ψ'.

III. *Exemple.* — Associons l'opérateur position $A = X$ et un opérateur B ayant deux valeurs propres simples μ_1 et μ_2.

La théorie précédente montre que l'on doit faire intervenir des fonctions ψ' d'une variable continue x et d'un indice p prenant les valeurs 1 et 2. On sait que

$$E_1(\lambda)\psi'_p(x) = \begin{cases} \psi'_p(x) & \text{si } x \leqq \lambda, \\ 0 & \text{si } x > \lambda, \end{cases}$$

quel que soit p. La fonction état s'écrit $\psi'_p(x)$.

Le calcul de $\| E_1(\lambda) E_2(\mu) \psi'_p(x) \|^2$ comporte une sommation par rapport à p et une intégration par rapport à x. On trouve sans difficultés que la probabilité $\varpi_\beta(\lambda)$ pour que $x < \lambda$ et, en même temps, $b = \mu_\beta$, est

$$\varpi_\beta(\lambda) = \int_{-\infty}^{\lambda} |\psi_\beta(x)|^2 \, dx.$$

La probabilité pour que $b = \mu_\beta$ est $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi_\beta(x)|^2 \, dx$, et la densité de probabilité de x est $|\psi_1(x)|^2 + |\psi_2(x)|^2$.

Il intervient donc une fonction d'onde dépendant d'une variable discrète p ou, si l'on veut, une fonction d'onde ordinaire à deux composantes.

L'exemple étudié correspond à la théorie du *spin* (à des modifications de détail près). On aboutit ainsi à adjoindre à l'espace de configuration un *espace des spins* indépendant.

La raison en est d'origine statistique : il faut pouvoir définir la corrélation entre la position ou le spin, ce qui, en langage des opérateurs, se traduit par la commutabilité entre A et B, dans l'espace $R_{\infty 2}$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'espace des distributions d'énergie finie et un théorème de H. Cartan.* Note (1) de M. **Jacques Deny**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

1. Désignons par $U^\mu(M)$ le potentiel newtonien (2) engendré en M par la mesure de Radon μ et par $\|\mu\|^2 = \int U^\mu d\mu$ l'énergie correspondante.

(1) Séance du 27 mai 1946.

(2) C'est-à-dire le potentiel en $1/r^{n-2}$, où n est le nombre de dimensions de l'espace euclidien considéré. On supposera $n \geqq 3$ afin d'éviter les difficultés relatives au potentiel logarithmique, pour lequel de légères modifications sont nécessaires.

M. H. Cartan a démontré le théorème suivant, qui lui sert de base pour sa théorie du potentiel newtonien ([3]) : *L'espace des mesures positives d'énergie finie, normées par la racine carrée de l'énergie, est complet.* De plus il a montré par un contre-exemple l'inexactitude de cette proposition lorsqu'on ne suppose rien sur le signe des mesures.

Dès lors le problème se pose d'étudier les êtres obtenus en complétant l'espace des mesures de signe quelconque d'énergie finie, et de leur attribuer si possible un sens physique; ce sera l'objet de cette Note.

2. Lemme. — *Tout potentiel engendré par une mesure d'énergie finie peut s'écrire sous la forme de* POTENTIEL MAGNÉTIQUE

$$\text{(I)}\quad U^{\mu}(P)=\int\frac{1}{PQ^{n}}\sum(x_i-\xi_i)\,A_i(Q)\,dv_Q \qquad (x_i=\text{coord. de P},\ \xi_i=\text{coord. de Q}),$$

où les A_i *sont des fonctions de carré sommable.*

Ce *vecteur aimantation* $\vec{I}$ de composantes A_i n'est pas unique; il en existe un privilégié : $1/nb_n\,\overrightarrow{\text{grad}}.\,U^{\mu}$, où b_n est le volume de la boule unité. Les autres s'en déduisent simplement ([4]).

Observons que ceci montre en particulier que le *gradient d'un potentie d'énergie finie est de carré sommable.*

La démonstration du lemme, ainsi que celle du théorème suivant, repose essentiellement sur la formule de composition de M. Riesz ([5]) et sur la transformation de Fourier. Elle est rendue très simple par la théorie des distributions généralisées ou opérateurs de L. Schwartz ([6]).

Expression de l'énergie en fonction des A_i :

$$\text{(II)}\qquad \|\mu\|^2=k_n\int(\Sigma\mathfrak{A}_i\cos\alpha_i)^2\,dv,$$

où $k_n=nb_n/(n-2)$, $\cos\alpha_i=x_i/r=(\Sigma x_i^2)^{\frac{1}{2}}$ et $\mathfrak{A}_i=$ transf. de Fourier de A_i([7]).

3. *Les distributions magnétiques d'énergie finie.* — Donnons-nous à priori un vecteur-aimantation $\vec{I}$ dont les composantes A_i soient de carré sommable; il engendre un potentiel magnétique U^{I} défini par l'intégrale (I). Appelons

---

([3]) *Bull. Soc. Math. de France*, 73, 1945, pp. 74-106.

([4]) Il suffit d'ajouter un vecteur dont les composantes A'_i vérifient $\int(\Sigma A'_i\,\partial f/\partial x_i)\,dv=0$ pour toute fonction f à noyau compact et à dérivées du premier ordre continues; dans la terminologie de L. Schwartz [cf. note ([6])] cela signifie que div. $(\vec{I})$ est bien déterminée en tant que distribution généralisée.

([5]) *Acta* de Szeged, 9, 1938, pp. 1-42.

([6]) Cette théorie a été résumée dans un Mémoire sous presse aux *Annales de l'Université de Grenoble* et exposée au cours Peccot 1946.

([7]) Les A_i étant de carré sommable, il en est de même des $\mathfrak{A}_i$.

l'intégrale (II) énergie de la distribution magnétique T définie par $\vec{I}$ ([8]); soit $\|T\|^2$ cette énergie, qui est finie.

THÉORÈME. — *L'espace des distributions magnétiques d'énergie finie normées par la racine carrée de l'énergie est complet; dans cet espace les mesures d'énergie finie forment un ensemble dense.*

Ce théorème résout donc le problème de complétion de l'espace de H. Cartan; la première partie se montre comme il a été dit; pour achever il suffit d'observer que les moyennes spatiales sur des boules de rayon r sont des potentiels de mesures d'énergie finie, qui convergent fortement vers T lorsque r tend vers o.

Remarques. — *a.* Le théorème de H. Cartan s'en déduit, car toute distribution limite forte de mesures positives est une mesure positive.

b. Parmi les vecteurs-aimantation engendrant le même potentiel, il en existe un et un seul (défini presque partout) tel que le vecteur « induction magnétique » $\vec{B} = -\overrightarrow{\text{grad.}}\, U^T + nb_n\vec{I}$ soit nul presque partout.

c. Plus généralement on peut attribuer à tout opérateur T de L. Schwartz un nombre positif, fini ou infini, qui coïncide avec son énergie lorsque T est une mesure ([9]); les seuls opérateurs d'énergie finie sont les distributions magnétiques envisagées précédemment.

4. *Les potentiels d'énergie finie.* — On montre facilement qu'un potentiel magnétique d'énergie finie est une fonction définie sauf sur un ensemble de capacité intérieure nulle et sommable par rapport à toute mesure d'énergie finie.

Pour qu'une fonction sommable F soit presque partout égale à un potentiel d'énergie finie, il faut et il suffit que $\int F\, d\mu/\|\mu\|$ soit bornée pour toutes les mesures μ d'énergie finie à densité continue. L'énergie correspondante est la borne supérieure de cette expression.

5. *Le balayage d'une distribution d'énergie finie.* — Une telle distribution T est limite forte d'une suite de mesures μ_n d'énergie finie. Les balayées μ'_n des μ_n sur un compact K forment une suite de Cauchy; elles ont pour limite une distribution magnétique T′ indépendante de la suite μ_n, de noyau K, et telles que $U^{T'} = U^T$ à peu près partout ([10]) sur K. Ces propriétés sont caractéristiques. On a de plus $\|T'\| \leqq \|T\|$.

([8]) Il est très commode de considérer T comme l'opérateur de L. Schwartz défini par div. $\vec{I} = -(n-2)$ T. Le noyau de la distribution magnétique est celui de T, et non pas celui du vecteur $\vec{I}$. T ne dépend pas du choix particulier du vecteur $\vec{I}$ engendrant un même potentiel.

([9]) Il suffit de régulariser par des moyennes sphériques pondérées; on est ramené à des mesures dont l'énergie tend vers une limite qui ne dépend que de T.

([10]) Sauf sur un ensemble de capacité intérieure nulle.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Étude statistique de la turbulence : théorie de la mesure de la corrélation avec deux fils chauds non compensés* [1]. Note [2] de M. **François-N. Frenkiel**, présentée par M. Henri Villat.

J'ai étudié [3] la mesure de la turbulence avec un fil chaud non compensé. Admettons qu'on fait des mesures de l'énergie de la turbulence longitudinale, avec un fil chaud parfaitement compensé de longueur négligeable, par deux méthodes : d'abord en plaçant le fil au point fixe, comme on le fait habituellement, et ensuite en le déplaçant pendant la mesure suivant une direction Δ avec une très grande vitesse, telle, que le temps pendant lequel le fil parcourt une distance relativement grande puisse être considéré comme nul. Dans le premier cas l'énergie mesurée sera proportionnelle à la moyenne quadratique temporelle de u' [4], dans le second elle sera proportionnelle à la moyenne quadratique spatiale de u' prise suivant la direction Δ. Quand la turbulence est homogène et les moyennes temporelles égales aux moyennes spatiales, les deux mesures donneront les mêmes résultats. Il n'en est pas de même quand la mesure se fait avec un fil chaud non compensé. L'énergie $\mathrm{E}c$ mesurée avec le fil fixe dépend du spectre $f_t(\omega)$; avec le fil mobile on mesure $\mathrm{E}c_\Delta$, qui sera liée à $f_\Delta(\omega)$ et à $\mathrm{R}_\Delta(s)$ par les relations

$$\frac{\mathrm{E}c_\Delta}{\mathrm{E}} = \int_0^\infty \frac{f_\Delta(s)}{1+\mathrm{M}^2 s^2}\,ds = \frac{1}{\mathrm{M}\overline{u}}\int_0^\infty \exp\left(-\frac{s}{\mathrm{M}\overline{u}}\right)\mathrm{R}_\Delta(s)\,ds, \tag{1}$$

analogues à celles que l'on a écrites dans la Note précédente [5]. En faisant des calculs semblables à ceux de cette Note, je trouve les relations

$$\mathrm{R}_x(x) = \frac{\mathrm{E}c_\Delta}{\mathrm{E}}\left[\mathrm{R}c_\Delta(r) - \mathrm{M}^2\overline{u}^2\frac{d^2\mathrm{R}c_\Delta(r)}{dr^2}\right] = \frac{\mathrm{R}c_\Delta(r) - \mathrm{M}^2\overline{u}^2\dfrac{d^2\mathrm{R}c_\Delta(r)}{dr^2}}{1-\mathrm{M}^2\overline{u}^2\dfrac{d^2\mathrm{R}c_r(0)}{dr^2}}, \tag{2}$$

$$\mathrm{R}c_\Delta(r) = \mathrm{ch}\left(\frac{r}{\mathrm{MU}}\right) + \frac{\displaystyle\int_0^r \mathrm{sh}\left(\frac{s-r}{\mathrm{M}\overline{u}}\right)\mathrm{R}_\Delta(s)\,ds}{\displaystyle\int_0^\infty \exp\left(-\frac{s}{\mathrm{M}\overline{u}}\right)\mathrm{R}_\Delta(s)\,ds}, \tag{3}$$

$$\frac{\mathrm{L}_\Delta}{\mathrm{L}c_\Delta} = \frac{1}{\mathrm{M}\overline{u}}\int_0^\infty \exp\left(-\frac{s}{\mathrm{M}\overline{u}}\right)\mathrm{R}_\Delta(s)\,ds = \frac{1}{1-\mathrm{M}^2\overline{u}^2\dfrac{d^2\mathrm{R}c_x(0)}{dx^2}}, \tag{4}$$

$$\frac{\overline{u}f(\omega)}{\mathrm{L}_\Delta} = \frac{\overline{u}fc_\Delta(\omega)}{\mathrm{L}c_\Delta}\left[1+\left(\frac{\mathrm{M}\overline{u}}{\mathrm{L}c_\Delta}\right)^2\left(\frac{\mathrm{L}c}{\overline{u}}\right)^2\right]. \tag{5}$$

---

[1] Travail effectué à Toulouse en 1942 dans la clandestinité avant la déportation de l'auteur.
[2] Séance du 13 mai 1946.
[3] *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 585.
[4] En admettant que l'influence de la composante v' sur la mesure est négligeable.

Dans un écoulement de turbulence homogène et isotrope, on a la relation [5] $L_x s = L_y$. En remplaçant dans cette relation L_x et L_y par leurs valeurs données par l'équation (4) quand Δ est parallèle ou perpendiculaire à Ox, je trouve

$$\frac{Lc_x}{Lc_y} = 2\frac{\int_0^\infty \exp\left(-\frac{s}{M\bar{u}}\right) R_y(s)\,ds}{\int_0^\infty \exp\left(-\frac{s}{M\bar{u}}\right) R_x(s)\,ds} \tag{6}$$

et en remplaçant R_y par sa valeur, donnée par l'équation de Th. Karman [6], j'obtiens

$$\frac{Lc_x}{Lc_y} = 1 + \frac{1}{M\bar{u}}\frac{\int_0^\infty s\exp\left(-\frac{s}{M\bar{u}}\right) R_x(s)\,ds}{\int_0^\infty \exp\left(-\frac{s}{M\bar{u}}\right) R_x(s)\,ds}. \tag{7}$$

Le rapport de la longueur de corrélation longitudinale à la longueur de corrélation transversale, mesurées avec deux fils chauds non compensés, dans un écoulement de turbulence homogène et isotrope, varie de 1 à 2.

AÉRODYNAMIQUE. — *Application de la théorie des grilles de segments rectilignes à l'étude théorique et expérimentale des grilles d'aubes.* Note [1] de MM. **Lucien Malavard** et **Raymond Siestrunck**, présentée par M. Joseph Pérès.

La méthode générale d'étude des grilles de profils que nous avons donnée [2] s'applique en particulier lorsque ces profils sont des segments rectilignes : ce cas théorique a été traité depuis longtemps [3], mais en général en conservant dans la représentation conforme la symétrie entre les domaines amont et aval de la grille, ce qui complique les calculs et les résultats. Au contraire, en donnant, comme dans notre méthode, un rôle privilégié à l'un des deux points à l'infini du plan de la grille, on obtient très aisément, par le calcul, le réseau caractéristique $M_0(\varepsilon', \omega')$ des grilles de segments rectilignes. La notion de *grille de segments équivalente* à une grille quelconque donnée, introduite par Weinig, est alors évidente, puisqu'il suffit de superposer le diagramme précédent $M_0(\varepsilon', \omega')$ et le diagramme analogue $M_0'(\varepsilon, \omega)$ représentant le montage en grille du profil donné pour définir la grille équivalente $\varepsilon'(\omega, \varepsilon)$, $\omega'(\omega, \varepsilon)$. Dans cette correspondance, l'angle de portance nulle $\alpha^*(\omega, \varepsilon)$ est égal à ω', et, en général, lorsque le profil étudié a une épaisseur non négligeable devant sa

(5) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 473.
(6) *Journ. Aéro. Scien.*, 4, 1937, p. 131.

(1) Séance du 27 mai 1946.
(2) *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 810 (je conserve les notations de cette Note).
(3) Voir par exemple Weinig, *Die Strömung um die Schaufeln von Turbomaschinen*, Leipzig, 1935.

corde, on a $\varepsilon' < \varepsilon$; lorsque ε est relativement grand, α^* et ε' varient peu avec ω, et l'on peut définir une grille de segments qui reste équivalente à la grille proposée à tous les calages : c'est ainsi qu'une grille d'équidistance $\varepsilon = 1,87$ formée de profils Clark Y d'épaisseur relative 10 %, que nous avons étudiée en application de notre méthode générale, s'identifie pratiquement avec la grille de segments $\varepsilon' = 1,76$ pour tous les calages entre 0 et 90°.

2. Nous avons été conduits à faire un large usage de ces grilles équivalentes. En effet la méthode électrique déjà décrite peut perdre de sa précision, pour ε petit, par suite des difficultés d'exécution du profil intermédiaire destiné à l'expérimentation analogique.

D'autre part les réseaux $M_0(\varepsilon, \omega)$ actuellement construits montrent que, pour $\varepsilon \leq 0,7$, toutes les grilles deviennent pratiquement équivalentes au point de vue des circulations théoriques globales, les points caractéristiques M_0 étant alors très voisins du cercle; mais les essais expérimentaux témoignent d'anomalies dues aux décollements ou aux phénomènes soniques dans les canaux étroits limités par deux profils voisins; c'est donc la répartition des vitesses sur les profils qui est un élément essentiel de l'amélioration possible de ces écoulements. Nous avons augmenté la précision de notre méthode par un procédé qui a en outre l'avantage d'exiger moins de modèles expérimentaux que le précédent : on détermine la grille de segments rectilignes équivalente à une grille donnée en effectuant, par analogie électrique, la représentation conforme de cette grille sur une grille de segments; la fonction de transformation est le potentiel complexe de l'écoulement sans circulation autour de la grille donnée qui correspond à l'écoulement uniforme parallèle aux segments. Suivant la méthode générale de représentation conforme ([4]), on oriente dans le bassin électrique la grille de profils conducteurs, semblable à la grille proposée, de manière que, les profils n'étant pas alimentés, la condition de Joukowski à la pointe arrière soit réalisée : on a ainsi par lecture directe de l'inclinaison de la grille sur les parois du bassin le calage ω'; l'équidistance ε' se déduit de la mesure des potentiels faite sur le modèle central. On constate que ni la présence des parois du bassin, ni la limitation à un nombre restreint de modèles (5 ou 7 suffisent) ne nuisent à la précision des résultats, obtenus en un temps très court; enfin, les mêmes modèles servent à explorer tout un domaine de ω et ε (en fait, on est limité aux petites valeurs de ε par suite des dimensions du bassin et des cordes minima acceptables pour les modèles, de sorte que la méthode complète la précédente). La répartition des vitesses sur les grilles de segments se calcule pour une incidence quelconque par des formules très simples; il suffit alors de multiplier ces vitesses par le module de transformation relevé au bassin pour avoir la répartition sur la grille donnée.

([4]) L. Malavard, *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 106.

3. Le coefficient de portance C_P utilisé dans la présentation des essais expérimentaux est obtenu en rapportant l'effort normal à la vitesse moyenne entre les vitesses amont et aval, à la pression dynamique due à cette vitesse moyenne; ce coefficient diffère d'autant plus du C_z du profil isolé que l'équidistance est plus faible, tant par la pente de sa partie linéaire en fonction de l'incidence que par la valeur maxima qu'il peut atteindre. Les différences sont tellement considérables pour $\varepsilon < 1$ qu'on ne peut plus guère parler de corrections par rapport au profil isolé; d'autre part, le coefficient C_P est très incommode dans un calcul d'aubages, où l'on connaît le flux amont ou aval, mais pas l'un et l'autre. Nous croyons que le coefficient caractéristique le mieux approprié est le coefficient de circulation Γ, étudié en fonction de l'incidence α du courant amont sur l'axe de la grille. C'est là conclusion à laquelle étaient parvenus certains auteurs allemands ([5]); Γ est d'un dépouillement plus aisé en soufflerie, et se prête directement au calcul des machines axiales, fixes ou mobiles. D'autre part, on a théoriquement $d\Gamma/d\alpha = -2/(M_0P)$ aux faibles incidences; si l'on définit un point M'_0 par la même formule appliquée cette fois à la pente expérimentale, on introduit la notion de *grille pratiquement équivalente* à une grille donnée; le facteur de réduction des circulations $k = M'_0P/M_0P$ est, comme pour une aile isolée, inférieur à l'unité, si bien que les grilles pratiquement équivalentes auront en général une équidistance ε' supérieure à ε. Toutes les propriétés du diagramme subsistent alors, et on a là un moyen très simple de condenser les résultats expérimentaux; il conviendrait de préciser l'évolution de k en fonction de ω et ε, ainsi que celle des circulations maxima Γ_m accessibles.

PHYSIQUE. — *Avertisseur d'orages magnétiques.*
Note de M. **Alexandre Dauvillier**, présentée par M. Charles Maurain.

La dépendance étroite existant entre les accidents de la surface solaire et les phénomènes électromagnétiques terrestres associés, astreint, en période d'activité solaire, à une observation continue du Soleil. Cependant de nombreux phénomènes peuvent encore, par suite de leur soudaineté, échapper aux observateurs les plus assidus. En 1921 M. H. Deslandres avait fait installer à l'Observatoire de Meudon, spécialisé dans l'étude de la surface solaire, un déclinomètre permettant de suivre l'activité du magnétisme et de la comparer avec celle du Soleil. Cet instrument, établi par M. B. Lyot, enregistrait la déclinaison sur papier photographique à noircissement direct. Il était ainsi possible de suivre visuellement le tracé pendant l'enregistrement hebdomadaire. Ce dispositif, qui exige beaucoup de lumière, utilisait un miroir de grande dimension porté par un gros barreau.

([5]) Voir par exemple Marcinowski, *Die Bedeutung gemessener Gitterkennwerte für die Berechnung axial durchströmter Turbomaschinen* (*Bulletin* 171 de la *Lilienthal Gesellschaft*, 1943).

Il était désirable de réaliser un *avertisseur* automatique des perturbations, afin de pouvoir alerter, dans les observatoires consacrés à l'étude de la surface solaire, les observateurs de service. Il importe aussi, dans les stations d'enregistrement des rayons cosmiques, de connaître, à tout moment, les variations de la composante horizontale du champ terrestre et d'en être averti. Nous avons établi un tel appareil à l'Observatoire du Pic du Midi. Un variomètre de Mascart (amélioré en remplaçant le bifilaire par une suspension en silice), installé dans un local semi-obscur à température constante, envoie un spot lumineux complexe sur une échelle de lecture, le tambour d'un enregistreur photographique hebdomadaire et l'avertisseur. Lorsque l'élongation dépasse une valeur donnée, de part et d'autre de sa position d'équilibre, un élargissement du spot illumine la cathode d'une cellule photoélectrique à vide, au césium, reliée à la grille d'une triode et à une résistance de fuite (montage en courant continu).

L'accroissement du courant de plaque provoque le fonctionnement d'un relais polarisé, sensible à quelques milliampères et celui-ci ferme le circuit d'une sonnerie. La distance des deux cellules, qui sont montées en parallèle, est réglable et ordinairement ajustée pour $\pm 100\gamma$. L'ensemble fonctionne entièrement automatiquement sur le courant alternatif du secteur.

Le fonctionnement en courant continu procure un gain de sensibilité considérable par rapport à un montage en courant alternatif. Bien que ce dernier permette l'emploi plus simple d'une triode au néon, celle-ci est moins sensible et moins sûre que la triode à vide. Avec une cellule donnant une vingtaine de microampères par lumen et une fuite de 50 mégohms, l'appareil fonctionne avec un photocourant de 10^{-8} A correspondant au spot (1 centimètre carré) d'un projecteur de 4 watts. Le voile photographique est évité en illuminant les cellules en lumière rouge. Ce dispositif a fonctionné durant plus d'un an en donnant toute satisfaction.

Dans une seconde forme d'exécution, également réalisée, deux cellules au sélénium à couche d'arrêt, montées en parallèle, actionnent un relais à cadre mobile sensible à 5μA, actionnant lui-même un relais téléphonique contrôlant la sonnerie. Un spot d'égale surface nécessite alors un projecteur d'une vingtaine de watts (muni d'un miroir aluminié) qui permet, en outre, l'enregistrement par noircissement direct.

OPTIQUE. — *Sur la transmission de la lumière par une lame absorbante.* Note de M. **Henri Arzeliès**, présentée par M. Jean Cabannes.

I. La théorie des lames absorbantes à faces planes et parallèles était, au moins à ma connaissance, encore inachevée. Les seules formules correctes données jusqu'à présent concernaient, soit le cas particulier de l'incidence normale, soit le cas d'une lame transparente lorsqu'il n'y a pas réflexion totale,

Dans un Mémoire sur la réflexion sélective et la réflexion métallique, qui paraîtra dès que les circonstances matérielles le permettront, j'ai établi les expressions générales de l'intensité transmise par une lame absorbante quelconque. De plus ces formules tiennent compte de la perméabilité magnétique, alors que les formules signalées ci-dessus supposaient toujours ce paramètre égal à l'unité.

L'intensité a pour expression

$$I = A_2 \frac{e^{-2\gamma' d}}{1 + a^4 e^{-4\gamma' d} - 2a^2 e^{-2\gamma' d}\cos 2\Delta}, \tag{1}$$

avec, suivant que le vecteur électrique est normal au plan d'incidence ou contenu dans ce plan,

$$A_1 = \frac{4\mu\cos i\sqrt{\nu^2+\chi^2}}{(\mu\cos i + \nu)^2 + \chi^2}, \tag{2}$$

$$A_2 = \frac{4\mu\cos i(\nu_0^2+\chi_0^2)\sqrt{\nu^2+\chi^2}}{[(\nu_0^2-\chi_0^2)\cos i + \mu\nu]^2 + \chi^2(\mu + 2\nu\cos i)^2}. \tag{3}$$

La signification des lettres est la suivante : μ, perméabilité magnétique; d, épaisseur de la lame; Δ, somme des retards dus à *une* traversée de la lame et *une* réflexion intérieure; a, facteur de réflexion intérieure; $\gamma' = 2\pi\chi/\lambda$, l'exponentielle $e^{-\gamma' d}$ représentant l'extinction due à une traversée de la lame;

$$2\nu^2 = \nu_0^2 - \chi_0^2 - \sin^2 i + \sqrt{(\nu_0^2 - \chi_0^2 - \sin^2 i)^2 + 4\nu_0^2\chi_0^2},$$
$$2\chi^2 = -(\nu_0^2 - \chi_0^2 - \sin^2 i) + \sqrt{(\nu_0^2 - \chi_0^2 - \sin^2 i)^2 + 4\nu_0^2\chi_0^2}.$$

ν_0 et χ_0, paramètres du milieu absorbant tels qu'ils sont utilisés dans les exposés classiques.

Le milieu absorbant peut être quelconque, sélectif ou à conductibilité métallique indépendante de la longueur d'onde. Les expressions de ν et χ supposent toutefois que l'absorption n'est pas nulle.

Dans le cas particulier de l'incidence normale et pour $\mu = 1$, les deux expressions de A se réduisent à

$$A_0 = \frac{4(\nu_0^2+\chi_0^2)}{(1+\nu_0)^2+\chi_0^2},$$

formule déjà donnée par M. Perrot [1].

II. Lorsqu'il s'agit d'une lame diélectrique (absorption nulle), deux cas particuliers peuvent se présenter.

a. Si $\chi = 0$, le calcul montre que $\nu^2 = K\mu - \sin^2 i$. Nous avons alors, par exemple, dans le cas où le vecteur électrique est normal au plan d'incidence,

$$A_1 = \frac{4\mu\cos i\sqrt{K\mu - \sin^2 i}}{(\mu\cos i + \sqrt{K\mu - \sin^2 i})^2} = 1 - a^2,$$

(1) *Revue d'Optique*, **23**, 1944, p. 185.

et la formule générale (1) se réduit à l'expression connue

$$I = \frac{(1-a^2)^2}{1+a^4-2a^2\cos 2\Delta},$$

le retard Δ provenant seulement, dans ce cas, de la traversée de la lame.

b. Si $\nu = 0$, le calcul donne $\chi^2 = \sin^2 i - K\nu$.

La lame est le siège d'ondes évanescentes; pour la même onde principale que ci-dessus on a

$$A_1 = \frac{4\mu\cos i\sqrt{\sin^2 i - K\mu}}{\mu^2\cos^2 i + \sin^2 i - K\mu} = 2\sin\Delta,$$

et la formule générale (1) se réduit à

$$I = 4\sin^2\Delta\,\frac{e^{2\gamma' d}}{1+e^{4\gamma' d}-2e^{2\gamma' d}\cos 2\Delta},$$

le retard Δ provenant seulement, dans ce second cas, d'une réflexion intérieure. J'ai donné récemment une démonstration directe de cette dernière formule dans un Mémoire sur la réflexion vitreuse ([2]).

RAYONS X. — *Spectres* L *et niveaux caractéristiques de l'osmium*. Note ([1]) de Mlles **Yvette Cauchois, Ioana Manescu** et Mme **Annette Le Blan**.

Les spectres L de l'osmium étaient encore très mal connus lorsqu'en 1934 S. Kaufman ([2]) a complété les mesures des émissions. Dans son traité classique, paru en 1931, M. Siegbahn ([3]) n'avait pu donner les valeurs des niveaux de l'osmium. Le travail de Kaufman, qui ne concernait que les émissions et avec une précision insuffisante, ne permettait pas de les calculer convenablement. Nous avons donc refait une étude complète et cohérente du spectre d'émission (tableau I) et du spectre d'absorption (tableau II), avec le dispositif expérimental qui nous a servi pour tous les autres éléments lourds. Nous en avons déduit les niveaux d'énergie de l'osmium avec une précision comparable à celle obtenue pour les atomes voisins, soit environ 0,2 ν/R (tableau III). Nous terminons ainsi la révision systématique des niveaux des atomes de n°s 70 à 92, ionisés une fois, entreprise dans notre laboratoire.

Nous avons rencontré quelques difficultés, dues à un défaut d'homogénéité de la lame cristalline qui avait servi à prendre les premiers spectres. Un deuxième cristal de mica, qui présente un excellent pouvoir séparateur, nous a permis d'arriver à des résultats meilleurs.

([2]) *Ann. Phys.*, 12e série, **1**, 1946, p. 1.

([1]) Séance du 27 mai 1946.

([2]) *Phys. Rev.*, **45**, 1934, pp. 385-613.

([3]) *Spektroskopie der Röntgenstrahlen*, 2e Aufl., 1931.

La raie l a été mesurée pour la première fois. Le spectre d'absorption est dû à un écran de poudre d'osmium métallique de 12 mg/cm². Il montre les raies blanches sur L_{III} et L_{II} correspondant à la très forte absorption dans la partie normalement non occupée de la bande des électrons 5 d.

Le niveau K a été calculé à l'aide des fréquences $K\alpha_1$ et $K\alpha_2$ mesurées par E. Ingelstam ([4]).

Les valeurs des niveaux $N_{VI,VII}$ et O_{III} sont pratiquement les mêmes pour l'osmium.

TABLEAU I.

	Émission.	λ u. x.	ν/R.		Émission.	λ u. x.	ν/R.
L_I	$M_{II}\ \beta_4$	1215,93	749,44	L_{II}	$N_{VI}\ \gamma'_8$	1002,80	908,72
	$M_{III}\ \beta_3$	1177,14	774,14		$O_I\ \gamma_8$	1005,80	906,01
	$M_{IV}\ \beta_{10}$	1131,23	805,55		$O_{IV}\ \gamma_6$	999,02	912,16
	$M_V\ \beta_9$	1123,98	810,75	L_{III}	$M_I\ l$	1581,70	576,13
	$N_{II}\ \gamma_2$	995,98	914,95		$M_{IV}\ \alpha_2$	1399,43	651,17
	$N_{III}\ \gamma_3$	989,81	920,65		$M_V\ \alpha_1$	1388,33	656,38
	$O_{II}\ \gamma'_4$	958,34	950,88		$N_I\ \beta_6$	1211,00	752,49
	$O_{III}\ \gamma_4$	957,39	951,83		$N_{IV}\ \beta_{15}$	1169,25	779,36
L_{II}	$M_I\ \eta$	1325,10	687,70		$N_V\ \beta_2$	1167,42	780,58
	$M_{IV}\ \beta_1$	1194,82	762,68		$N_{VI,VII}\ \beta'_7$	1142,95	797,30
	$N_I\ \gamma_5$	1054,75	863,97		$O_I\ \beta_7$	1147,01	794,47
	$N_{IV}\ \gamma_1$	1022,92	890,85		$O_{IV,V}\ \beta_5$	1138,16	800,65

TABLEAU II.

Absorption.	λ u. x. d'après mesures, rapportées par Siegbahn ([3]).		λ u. x.	ν/R.
L_I	951,5	955,8	953,7₅	955,4₆
L_{II}	998,5	999,8	999,02	912,16
Minimum d'intensité...	–	–	998,45	912,68
L_{III}	1138	1139,0	1138,13	800,67
R. B.	–	1137,3	1137,44	801,16
Maximum d'intensité...	–	–	1136,8	801,6

TABLEAU III.

Niveau.	ν/R.	Niveau.	ν/R.	Niveau.	ν/R.	Niveau.	ν/R.
K	5440,88	M_{II}	205,60	N_{II}	40,09	O_I	6,18
L_I	955,04	M_{III}	180,90	N_{III}	34,39	O_{II}	4,16
L_{II}	912,17	M_{IV}	149,50	N_{IV}	21,32	O_{III}	3,21
L_{III}	800,67	M_V	144,29	N_V	20,09	O_{IV}	0,01
M_I	224,50	N_I	48,19	$N_{VI,VII}$	3,41	$O_{IV,V}$	0,02

([4]) *Nova Acta Reg. Soc. Sci Upsal,* 4ᵉ série, 10, v, 1936.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la pénétration lente de l'eau dans les charbons activés.* Note [1] de M. **Clément Courty**, présentée par M. Paul Pascal.

On sait depuis longtemps qu'un charbon de bois *rigoureusement sec* absorbe une certaine quantité de vapeur d'eau, et que la quantité qu'il perd à l'étuve à 110°C., jusqu'à poids constant, est toujours plus faible que celle qu'il a absorbée. Mais il est vraisemblable que ce charbon *desséché à l'étuve*, s'il a gardé ses propriétés, doit pouvoir absorber, puis perdre à l'étuve des quantités d'eau égales. Or, si l'on se reporte à ma dernière Note [2], on constate que, dans 18 cas sur 20, la quantité d'eau désorbée paraît plus grande que la quantité absorbée. Ce résultat assez surprenant est dû au fait que le charbon activé subit à l'étuve une très légère combustion lente par l'oxygène actif qu'il renferme et que des mesures magnétiques ont mis en évidence [3]. La masse décroît de 0,16 % en moyenne pour un séjour de 48 heures à l'étuve, et du double seulement en trois mois, car l'oxygène absorbé s'échappe en grande partie dès les premières heures de chauffage.

Si les mesures magnétiques ne permettent pas de vérifier l'existence de cette combustion avec certitude, elles mettent en évidence les échanges entre l'eau et l'air dans le charbon, vérification que ne permet pas la balance.

Désignons en effet par m_0 la masse d'un charbon séché à l'étuve, par m la masse du charbon humidifié, et par χ_0 et χ les coefficients d'aimantation du charbon séché ou humide, multipliés par 10^6; si μ est la masse d'eau réellement fixée par le charbon, et μ_0 la masse d'air déplacée par l'eau, on a

$$\mu = \frac{(m_0\chi_0 - m\chi) + 24{,}16\,\Delta m}{24{,}88}; \qquad \mu_0 = \mu - \Delta m; \qquad \Delta m = m - m_0,$$

en prenant pour coefficients de l'air et de l'eau (multipliés par 10^6) $+24{,}16$ et $-0{,}72$.

Il est commode, pour comparer les charbons entre eux, de ramener les résultats à la masse-unité de charbon sec.

Les tableaux suivants donnent, pour 1^g de charbon sec : 1° les quantités apparentes Δm d'eau fixée par quatre échantillons, au cours de cinq séjours Δt (en mois), en atmosphère à 90° hygrométriques; 2° les quantités apparentes Δm d'eau perdue au bout de ces cinq séjours, après dessiccation à l'étuve; 3° les quantités μ et μ' d'eau réellement fixée ou perdue dans les mêmes conditions; 4° les quantités μ_0 et μ'_0 d'air déplacées pendant l'humidification ou absorbées pendant la dessiccation.

On remarquera que, si 18 valeurs de $\Delta' m$ soulignées sont supérieures aux valeurs correspondantes de Δm, par contre il y a seulement 12 valeurs de μ' sur 20 supérieures à μ.

---

(1) Séance du 27 mai 1946.

(2) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 880.

(3) *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 832; **221**, 1945, p. 27.

Les mesures magnétiques, combinées aux pesées, outre qu'elles donnent, pour les quantités d'eau fixées ou perdues par le charbon, des valeurs plus vraisemblables que celles données par la pesée seule, indiquent, de plus, les masses d'air déplacées.

Charbon...	1.	2.	3.	4.	1.	2.	3.	4.
Δt en mois.	Δm				$\Delta' m$			
3....	0,4639	0,6053	0,4594	0,4584	0,4642	0,6042	0,4596	0,4616
3....	0,4604	0,4486	0,4569	0,4546	0,4654	0,4487	0,4631	0,4613
3....	0,4423*	0,4357*	0,4008*	0,4369*	0,4433*	0,4365*	0,4013*	0,4388*
3....	0,4679	0,4497	0,4554	0,4623	0,4691	0,4509	0,4564	0,4626
12....	0,4752	0,4877	0,4733	0,4696	0,4757	0,4887	0,4687	0,4717
Δt en mois.	μ				μ'			
3....	0,4758	0,5921	0,4584	0,4578	0,4754	0,5913	0,4617	0,4675
3....	0,4760	0,4685	0,4667	0,4229	0,4760	0,4585	0,4688	0,4607
3....	0,4550*	0,4402*	0,4048*	0,4382*	0,4547*	0,4451*	0,4053*	0,4428*
3....	0,4766	0,4601	0,4594	0,4251	0,4797	0,4535	0,4609	0,4413
12....	0,4828	0,4947	0,4767	0,4944	0,4839	0,4955	0,4731	0,4736

Les valeurs de Δm, $\Delta' m$, μ, μ' correspondant à $\Delta t = 12$ sont naturellement les plus fortes.

Δt en mois.	μ_0				μ'_0			
3....	0,0119	-0,0132	-0,0010	-0,0006	0,0112	-0,0129	0,0021	0,0059
3....	0,0156	0,0199	0,0098	-0,0317	0,0106	0,0098	0,0057	-0,0006
3....	0,0127	0,0045	0,0040	0,0013	0,0114	0,0086	0,0040	0,0040
3....	0,0087	0,0104	0,0040	-0,0372	0,0106	0,0026	0,0045	-0,0113
12....	0,0076	0,0070	0,0034	0,0248	0,0082	0,0068	0,0044	0,0019

Les valeurs de μ_0 et μ'_0 soulignées sont les valeurs négatives correspondant à une absorption d'air pendant l'humidification et à une désorption d'air pendant la dessiccation.

Toutes les valeurs de Δm, $\Delta' m$, μ, μ' marquées d'un astérisque correspondent au troisième séjour de trois mois en atmosphère humide, qui a été entaché d'une erreur de manipulation, les charbons ayant été soustraits de l'atmosphère humide durant 13 jours en cours de séjour.

Si j'ajoute que mes précédents travaux ([4]) ont montré que les coefficients d'aimantation de ces charbons sont d'autant plus grands qu'ils sont plus riches en air adsorbé, et que les coefficients d'aimantation évoluent au cours de la conservation en atmosphère humide indépendamment de l'eau fixée, on conçoit que les mesures magnétiques apportent quelque clarté dans l'étude complexe des phénomènes d'adsorption.

([4]) *Ibid.*, 215, 1942, p. 461.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la dissociation du nitrate de glucinium.*

Note (¹) de M. **Haldun N. Terem**, présentée par M. Paul Pascal.

La déshydratation du nitrate de glucinium cristallisé et la dissociation du sel anhydre obtenu ont été étudiées à températures aussi bien linéairement croissantes que fixes, par la méthode de la balance de Guichard. Les résultats obtenus sont indiqués ci-après :

A. *Déshydratation du nitrate de glucinium.* — Le produit cristallisé avec 3^{mol} H_2O a été chauffé jusqu'à 160°, l'élévation linéaire de la température étant de 120° à l'heure. Une perte légère, mais sensible de poids, a été observée à partir de 80-90° et continue franchement jusqu'à 160° environ, température à

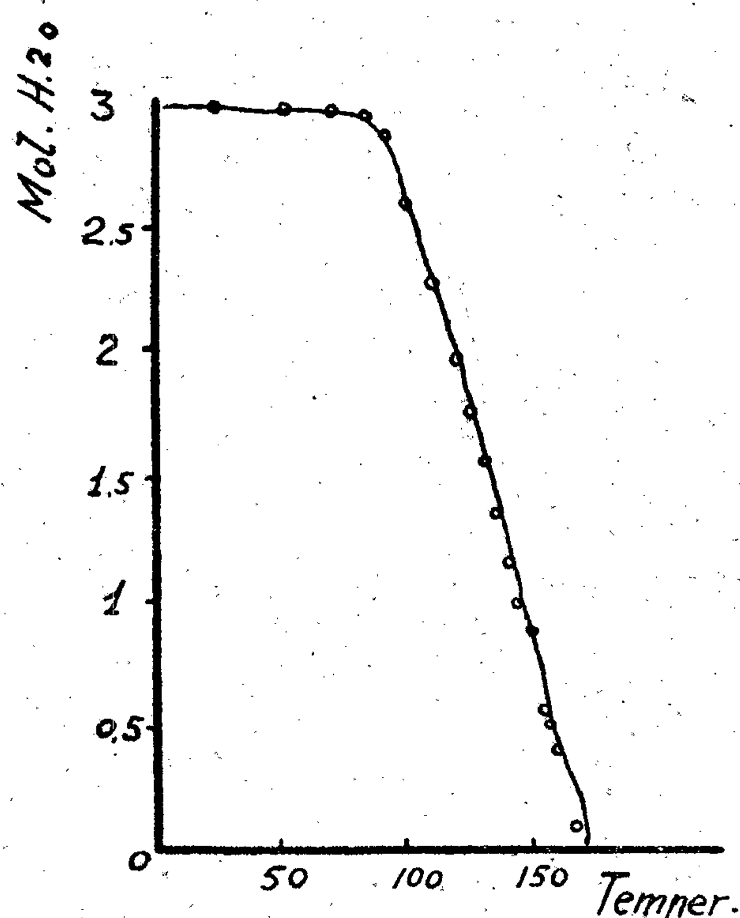


Fig. 1.

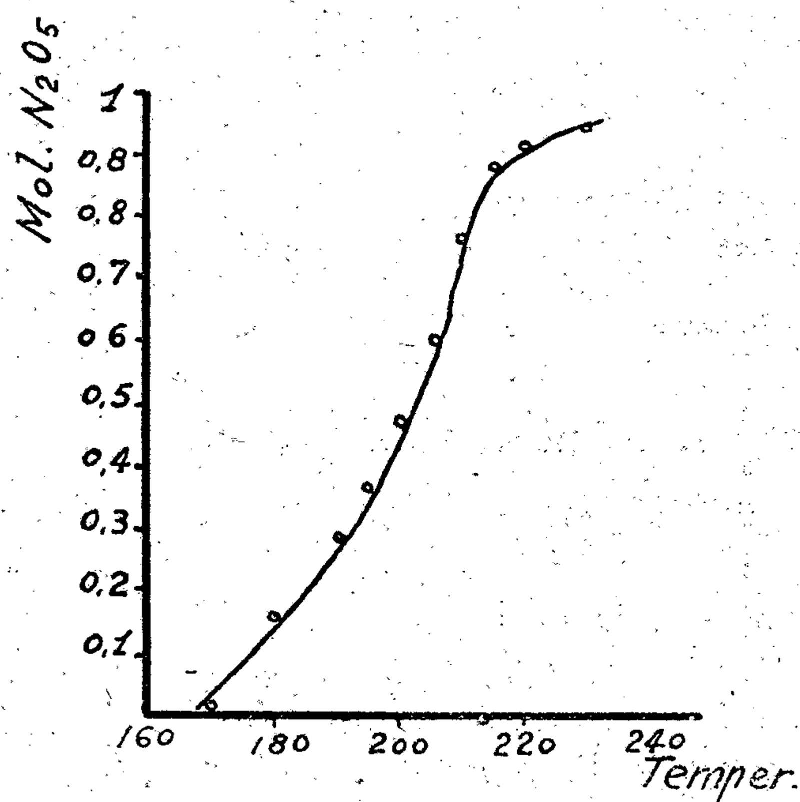


Fig. 2.

partir de laquelle une brusque activation du dégagement gazeux semble indiquer que le sel, en principe complètement déshydraté, commence à se dissocier. Effectivement, les pertes totales de poids, jusqu'à cette température de 160° correspondent bien au dégagement de 3^{mol} H_2O. Mais les courbes *mol* H_2O *dégagées température* données par cette série d'essais ne révèlent aucun palier permettant de conclure à l'existence du di- et du monohydrate décrits par A. W. Nowosselowa et N. D. Nagorskaya (²). 14 expériences ont en effet toutes donné des courbes tout à fait semblables à celle de la figure 1, qui, ainsi qu'on le voit, ne révèle aucun palier sensible, sauf peut-être en ce qui concerne

(¹) Séance du 27 mai 1946.

(²) *Bull. Soc. Chim.*, 5ᵉ série, 2, 1935 p. 967.

le monohydrate, mais la légère courbure observée est vraiment trop insignifiante pour que l'on puisse raisonnablement s'y arrêter, et n'est d'ailleurs présente que sur quelques-unes des courbes obtenues. Il est cependant possible que les résultats soient faussés par une dissociation, quoique très faible, du sel, qui a une odeur de vapeurs nitreuses à froid.

B. *Dissocation du nitrate anhydre.* — Les expériences réalisées à températures linéairement croissantes (120° à l'heure), sont traduites par la courbe mol N_2O_5 *libérées, température* de la figure 2. On voit que la réaction se poursuit régulièrement, donc sans formation de nitrate basique.

A températures fixes, soit à 170, 180, 190, 200 et 210°, nous obtenons des droites mol N_2O_5 *libérées, temps* dont les pentes k satisfont sensiblement à la

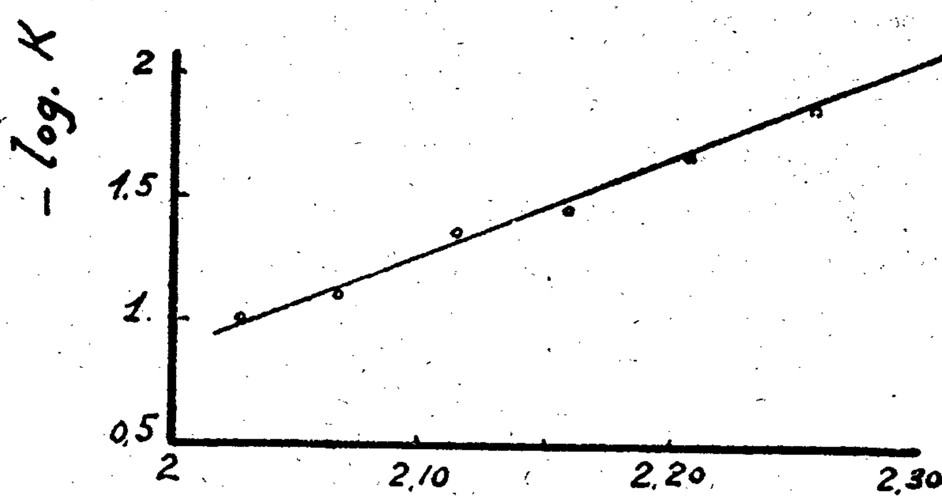


Fig. 3.

loi d'Arrhenius, ainsi que le montre la droite $-\log k$, $1/T$ de la figure 3. Nous en déduisons

$$-\log k = \frac{4,5.10^3}{T} - 8,2,$$

d'où, pour la réaction



$$Be(NO_3)_2 \rightarrow BeO + N_2O_4 + 0,5\,O_2,$$

une énergie d'activation de $W = 20700^{cal}$.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les valences* V *et* IV *du rhénium.* Note (¹) de Mlle **Suzanne Tribalat**, présentée par M. Louis Hackspill.

J'ai rapporté (²) les résultats obtenus par réduction potentiométrique de solutions M/100 d'acide perrhénique par du chlorure stanneux en milieu acide chlorhydrique 4 N. Re (VII) est réduit en Re (V) qui, à l'abri de l'air, se dismute au cours du temps en Re (VII) et Re (IV). Le terme ultime de la réduction est quantitativement Re (IV).

(¹) Séance du 27 mai 1946.

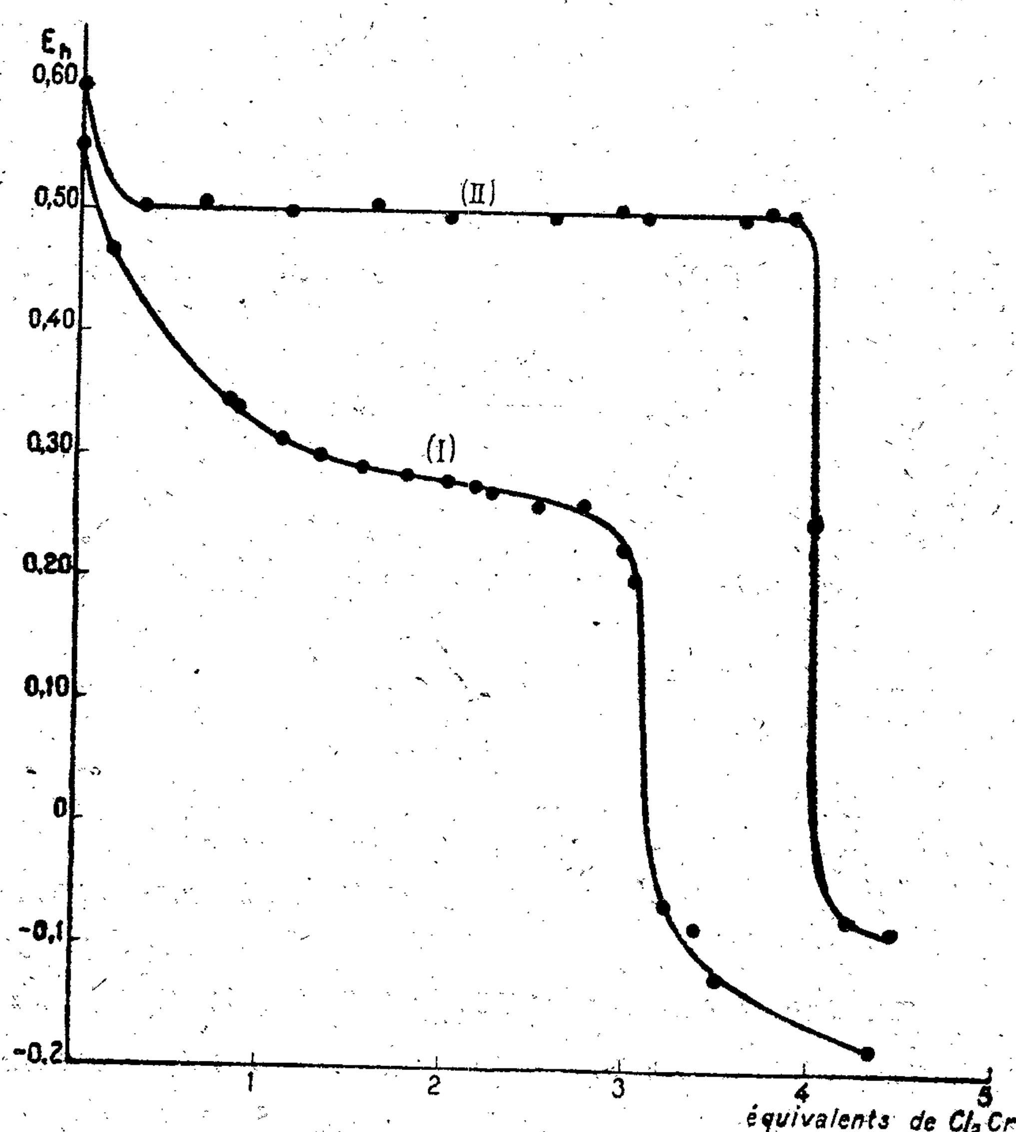
(²) *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 885.

Ces expériences ont été reprises à des acidités différentes. En milieu acide chlorhydrique plus concentré, les résultats sont les mêmes. En milieu peu acide (HCl N), la courbe du potentiel présente une décroissance régulière : la dismutation de Re (V) est accélérée par formation de ReO_2 hydraté qui précipite dès les premières additions de chlorure stanneux, mais la réduction globale en Re (IV) n'est pas quantitative.

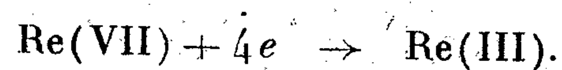
J'ai utilisé des réducteurs plus énergiques, susceptibles *a priori* de réduire le rhénium a une valence inférieure à IV.

Réduction par le chlorure chromeux. — En milieu HCl 4 N, la courbe (I) du potentiel en fonction du nombre d'équivalents montre que Re (VII) est réduit directement et quantitativement en Re (IV) : en effet, la première goutte de solution chromeuse, réducteur énergique, réduirait un peu de Re (VII) en Re (IV). Ce dernier ne réagirait pas sur Re (VII), restant pour donner Re (V), puisque celui-ci n'est pas stable. Le chlorure de titane (III) a donné, mais plus lentement, le même résultat.

En milieu HCl 10 N, d'après la chute de potentiel que présente la courbe (II)



pour quatre équivalents de chlorure chromeux, on conclut que Re(VII) est réduit suivant



$$Re(VII) + 4e \rightarrow Re(III).$$

La réduction est rapide.

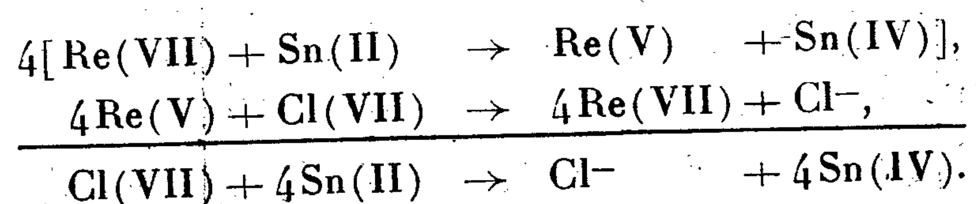
En milieu très acide, un réducteur énergique comme le chlorure chromeux, conduit donc à Re(III). Dans les autres conditions d'acidité, avec des réducteurs variés Sn(II), Cr(II), Ti(III)..., Re(IV) est le produit stable de la réduction. Cependant on constate la formation transitoire de Re(V) dans le cas où le réducteur employé n'est pas trop énergique (chlorure stanneux), mais à aucune acidité je n'ai observé cette valence à l'état stable : l'ion chlorhydrique ne la complexe pas suffisamment pour empêcher sa dismutation. J'ai donc essayé la même réduction de Re(VII) par le chlorure stanneux, mais en présence d'un excès d'ions oxaliques ou tartriques.

En milieu acide chlorhydrique dilué, la valence V s'est trouvée stabilisée à l'état de complexe oxalique bleu et de complexe tartrique également bleu. En milieu HCl 4 N, le complexe tartrique plus particulièrement étudié, est vert clair; sa dismutation n'a pas été observée même après 24 heures.

Le complexe tartrique du Re(V) doit pouvoir, à cause de cette propriété, catalyser des réactions d'oxydo-réduction : réduction de Ce(IV) par As(III) qui ne se produit pratiquement pas en milieu acide sulfurique 3 N, a lieu avec le temps en présence d'une goutte de Re(VIII) M/100 et d'acide tartrique. En présence de rhénium, mais sans acide tartrique, elle est extrêmement lente.

L'addition de Re(VII) et d'acide tartrique provoque de même la réduction de l'acide perchlorique en chlorure par le chlorure stanneux. Cette réduction peut être rendue quantitative par un chauffage prolongé en milieu peu acide. En milieu très acide, elle ne se produit pratiquement pas.

Le potentiel normal du système Re(VII) + 2e = Re(V) tartrique (équilibre I), voisin de 0,4 volt, étant compris entre celui de Sn(IV) + 2e ⇌ Sn(II) (0,14 volt en milieu HCl N) et de Cl(VII) + 8e → Cl^-, indéterminé, mais certainement supérieur à 0,4 volt, on peut supposer le mécanisme suivant :



La vitesse de la réduction de l'acide perchlorique est fonction de la rapidité des réactions intermédiaires de l'équilibre (I) : l'oxydation du complexe tartrique de Re(V) ne se produit rapidement qu'en milieu peu acide. La réduction Re(VII) par le chlorure stanneux serait au contraire favorisée par une plus grande acidité.

Il faut donc se placer dans le milieu le moins acide possible, qui cependant permettra encore la réduction de Re(VII) : une solution 0,3 N HCl d'acide perchlorique 0,1 N (au point de vue oxydo-réduction) est réduite quantitativement par le chlorure stanneux après quelques heures de chauffage en présence d'acide tartrique et de quelques gouttes de Re(VII) M/100.

EFFET RAMAN. — *Spectre Raman du fluorodibromure de phosphore. Relation de ce spectre avec ceux du tribromure, du trifluorure et de l'oxyfluorodibromure de phosphore.* Note de Mlle **Marie-Louise Delwaulle**, présentée par M. Jean Cabannes.

Les molécules des composés trihalogénés du phosphore sont tétraédriques. Il en est de même des molécules des oxyhalogénures de phosphore. Les molécules de PBr_3 et PF_3 ont la symétrie C_{3v}, tandis que les molécules $PFBr_2$ et $POFBr_2$ ont la symétrie C_{1h}.

Le spectre de $PFBr_2$ comprend six fréquences fondamentales dont deux seulement donnent des raies dépolarisées. Pour la classification de ces fréquences il est intéressant de comparer le spectre de $PFBr_2$ à ceux de PBr_3 et de PF_3. Les molécules AX_3 et AY_3 (symétrie C_{3v}) n'ont que quatre fréquences : deux fréquences simples polarisées δ_3 et ν_1 et deux dégénérées $\delta_{1,2}$ et $\nu_{2,3}$; dans la molécule AX_2Y, toute dégénérescence a disparu. Le spectre de PBr_3 est bien connu [voir, par exemple, le travail de Cabannes et Rousset ([1])]. Le spectre de PF_3 a été décrit par Don Yost ([2]) qui n'a cependant pas étudié la polarisation des raies.

Lorsqu'on passe de PBr_3 à PBr_2F (voir le tableau), on suit sans ambiguïté le dédoublement de la fréquence $\delta_{1,2}$ qui donne δ_1 polarisée et δ_2 dépolarisée. La fréquence δ_3 polarisée dans les deux spectres se suit aussi avec facilité. Les trois fréquences de déformation de $PFBr_2$ sont des raies fines comme l'étaient celles de PBr_3. Quant aux fréquences de valence, la fréquence $\nu_{2,3}$ de PBr_3 se décompose, lorsqu'on passe à $PFBr_2$ en deux fréquences : l'une ν_2, tout à fait comparable comme intensité, largeur, dépolarisation à la fré-

Fréquences en cm^{-1} (modes de vibration).

		δ_{12}.		δ_3.			ν_1.	ν_{23}.		
PBr_3		116 F		162 F			380 F, l	400 M, l		
	ρ	0,84		0,18			0,28	∼ 6/7		
		δ_1.	δ_2.				ν_2.	ν_1.	ν_3.	
$PFBr_2$		126 F	220 f	257 M			393 F, l	421 F, l	817 f, l	
	ρ	0,45	6/7	0,15			> 0,5	0,18	pol.	
							ν_{23}.	ν_1.		
PF_3		486 f		531 f			840 f	890 F		
$POFBr_2$		134 F	220 f	273 M	291 M	306 F	466 F	538 f, l	880 f, l	1303 M, l
	ρ	0,6	6/7	0,5	6/7	0,15	< 0,1	6/7	< 0,5	< 0,4
		δ_1.	δ_2.	δ_3.	δ_4.	δ_5.	ν_1.	ν_2.	ν_3.	ν_4.

(1) *Ann. Phys.*, **19**, 1938, p. 229.
(2) Don Yost et T. F. Anderson, *J. Chem. Phys.*, **2**, 1934, p. 624.

quence $\nu_{2,3}$ de PBr_3, reste très près de la fréquence ν_1 de PBr_2F. Mais l'ordre des raies polarisée et dépolarisée (380 P et 400 D dans PBr_3; 393 D et 421 P dans $PFBr_2$) est inversé. La fréquence ν_3 polarisée va presque rejoindre la fréquence $\nu_{2,3}$ de PF_3. L'identification des six fréquences est donc facile.

Il nous a paru intéressant de comparer aussi le spectre de $PFBr_2$ à celui de $POFBr_2$ [3]. La molécule $POFBr_2$ possède aussi la symétrie C_{1h} et le spectre de $POFBr_2$ pourrait théoriquement ne différer de celui de $PFBr_2$ que par l'apport des trois fréquences venant de l'adjonction de l'atome supplémentaire O à la molécule $PFBr_2$ (raies P-O ν_4, δ_4, δ_5). La comparaison entre le spectre de PCl_3 et celui de $POCl_3$ a déjà été présentée par Cabannes [4]. Nous retrouvons ici des résultats analogues. Il est facile dans le spectre de $POFBr_2$ de distinguer les trois fréquences ν_4, δ_4, δ_5 apportées par l'adjonction de l'atome O. Un très bon accord est observé dans les deux spectres pour les fréquences de déformation, tant au point de vue de la valeur des fréquences que de leurs caractères : intensité relative, largeur, facteur de dépolarisation. En ce qui concerne les fréquences ν_1, ce n'est pas tant la valeur de la fréquence et celle du facteur de dépolarisation qui les distingue, que la largeur : les fréquences ν_1, dans tous les dérivés trihalogénés, sont larges, alors que dans les halogénures de phosphoryle ce sont des raies fines comme les raies correspondantes dans les dérivés tétrahalogénés du carbone, du silicium etc. En ce qui concerne les raies ν_2, dans le spectre de $PFBr_2$, ν_2 y est, par rapport à ν_2, beaucoup plus intense que dans celui de $POFBr_2$. L'ordre des raies ν_1 et ν_2 s'inverse quand on passe d'une molécule à l'autre et ν_2 est bien plus séparée de ν_1 dans $POFBr_2$ qu'elle ne l'était dans $PFBr_2$. Les raies ν_3 ont au contraire des caractères tout à fait analogues dans les deux spectres. Elles correspondent à la liaison P-F.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Action des sels alcalins sur le chlorure mercurique.* Note [1] de M. JULES LAMURE, présentée par M. Paul Pascal.

L'action ménagée de la soude ou de la potasse sur les solutions de chlorure mercurique a fait déjà l'objet d'un certain nombre de travaux, et l'on a précisé les conditions de la précipitation des différents oxychlorures. Les solutions de sels alcalins d'acides faibles produisent des effets analogues, mais les résultats ne sont pas toujours concordants.

On sait que du mélange de solutions de Cl_2Hg et d'un sel alcalin ne précipite pas le sel correspondant de mercure, mais que se forment plus ou moins lentement un ou plusieurs oxychlorures. Même dans des conditions en apparence

---

[3] M.-L. DELWAULLE et F. FRANÇOIS, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 550.
[4] *Ann. Phys.*, 18, 1932, p. 286.
[1] Séance du 3 juin 1946.

identiques, on retrouve difficilement les mêmes produits, sinon quant à leur composition, du moins quant à leur forme; les résultats diffèrent aussi si l'on introduit le sel alcalin dans la solution mercurique ou si l'on fait l'inverse.

Ces divergences pouvant être attribuées à l'insuffisance d'homogénéité du mélange, malgré l'agitation, nous avons utilisé avec avantage l'appareil mélangeur de M. P. Jolibois (²); nous avons pu avoir ainsi des précipités parfaitement reproductibles.

Nous avons alors étudié l'influence possible de différents facteurs à la température de 18°. Signalons que la lumière ne semble pas avoir d'influence, ce que Néagi a constaté avec le carbonate acide de potassium (³).

Influence de la concentration des solutions. — Des solutions de sels alcalins, de titres 0,01 M à 0,2 M, ont été mélangées à un égal volume de solution de chlorure mercurique de titres 0,01 M à 0,3 M, le titre de cette dernière variant seul au cours d'une série d'expériences. Après des périodes d'induction d'autant plus longues que les solutions sont plus diluées, apparaît un louche jaune pâle, puis un oxychlorure insoluble. Nous avons pu isoler la poudre jaune; elle correspond à Cl_2Hg, OHg, paraît amorphe au microscope et ne donne pas de raies spectrales aux rayons X.

Pour les concentrations inférieures à 0,05 M, on n'observe aucune précipitation quelle que soit la quantité de Cl_2Hg introduite; au bout de deux jours seulement, une légère opalescence se produit, mais n'évolue pas.

Pour les concentrations supérieures, la nature du dépôt est en relation avec le rapport du titre de la solution saline à celui du chlorure mercurique.

Influence de la nature du sel. — Nous avons comparé l'action de quelques sels alcalins (carbonates acides de potassium et de sodium, phosphate monoacide de sodium, pyrophosphate neutre de sodium) qui ne donnent pas de complexe avec Cl_2Hg. La nature de l'acide, son degré de saturation dans le sel alcalin et le cation de ce dernier influent sur la nature du précipité.

Influence du pH. — Le pH est le principal facteur de la nature et du poids des produits formés; ce poids est d'ailleurs toujours assez petit devant celui des réactifs employés, ce qui exclut l'hypothèse de réactions entre molécules pour faire intervenir seulement la petite quantité d'ions $(OH)^-$ présents.

Ainsi des volumes égaux de solutions de CO_3HK, CO_3HNa et $P_2O_7Na_4$ ajustées à un même pH, introduits dans la même quantité de Cl_2Hg, fournissent le même poids du même précipité. Pour un anion donné la variation de composition du précipité suit régulièrement celle du pH de la solution.

Pour $6 < pH < 7,1$, ce qui correspond à un excès relatif du Cl_2Hg, on obtient toujours le sel $Cl_2Hg, 2\,OHg$ et, malgré l'apparence extérieure, ces cristaux donnent le même spectre de rayons X.

(²) *Comptes rendus*, **169**, 1919, pp. 1095 et 1161.

(³) *J. Chem. Soc.*, **131**, 1927, p. 300.

Pour 8,5 $<$ pH $<$ 8,7 se dépose uniquement le sel $Cl_2Hg,4OHg$ bien caractérisé également par son spectre X.

Au-dessus se forment des mélanges de $Cl_2Hg,4OHg$ et d'oxyde. Lorsque le pH est supérieur à 10,8 on n'obtient plus que l'oxyde.

Pour 7,1 $<$pH $<$8,5 se dépose toute une série de solutions solides de Cl_2Hg, 2 OHg et d'oxyde : la quantité d'oxyde unie à l'oxychlorure variant comme le pH. Il semble donc que dans l'action des sels alcalins sur le chlorure mercurique le prétendu sel Cl_2Hg, 3 OHg ne soit qu'une solution solide de Cl_2Hg, 2 OHg et de OHg. Ceci est conforme, d'ailleurs, aux conclusions de l'étude du système ternaire $Cl_2Hg—OHg—OH_2$ faite par Pélabon vers 15°[4], par Toda à 35°[5] et par moi-même à 75°, quoique Britton[6] pense avoir établi son individualité lors de la précipitation du chlorure mercurique par la soude. L'étude aux rayons X de nombreux produits intermédiaires entre Cl_2Hg, 2 OHg et Cl_2Hg, 4 OHg ne montre que les raies de Cl Hg, 2 OHg et quelques raies de l'oxyde, sans que le passage par la composition Cl_2Hg, 3 OHg soit marqué par une structure particulière.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur la déflagration des mélanges d'acétylène et d'oxygène*. Note[1] de MM. **Henri Guénoche** et **Paul Laffitte**, présentée par M. Paul Pascal.

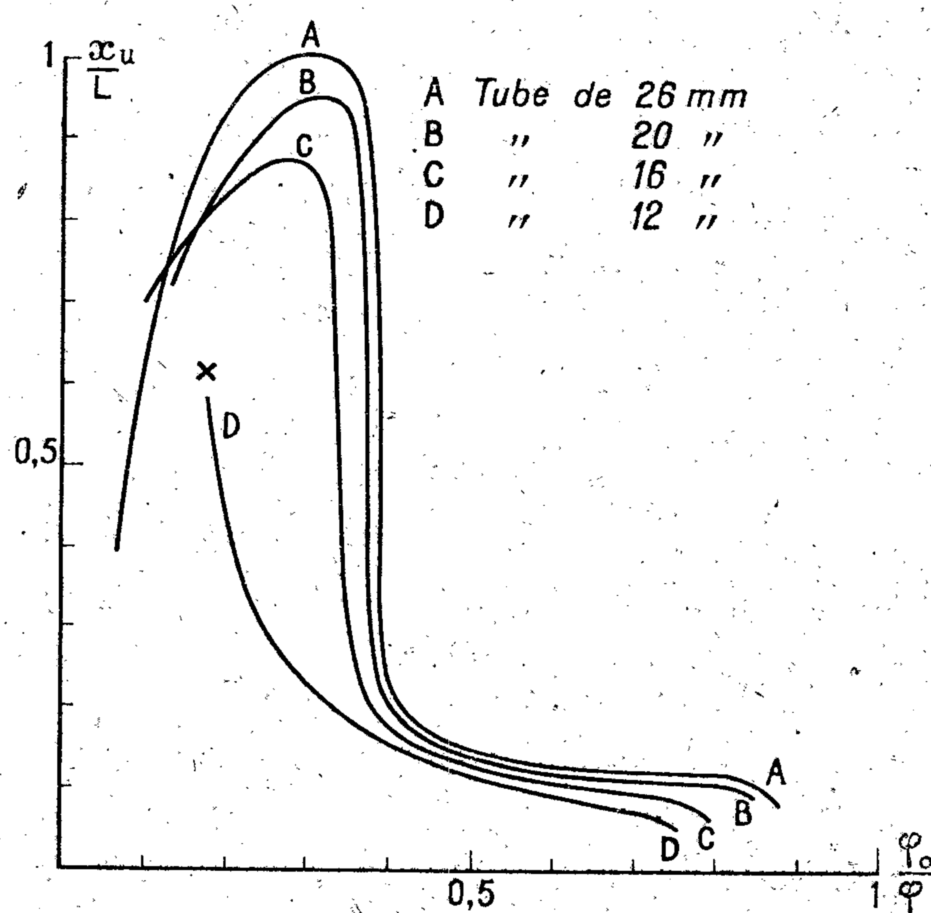
Les applications pratiques des mélanges oxy-acétyléniques posent certains problèmes qui nous ont conduits à effectuer de nouvelles recherches sur la déflagration de ces mélanges qui, jusqu'ici, ont surtout été étudiés par Bone, Fraser et Winter[2]. Le *mouvement uniforme de la flamme* est, dans ce cas, plus difficile encore à obtenir que pour tous les autres mélanges d'un gaz combustible avec l'oxygène. Cependant on peut y parvenir pour des concentrations en acétylène très élevées, de l'ordre de 80 %. Mais sa durée est très faible, soit qu'en général apparaisse le mouvement vibratoire de la flamme, soit que dans certains cas la déflagration dégénère en détonation. Or, en diaphragmant plus ou moins l'extrémité ouverte du tube (celle où l'on enflamme le mélange combustible), on favorise l'établissement du mouvement uniforme. Mais, alors qu'habituellement ce dernier précède le mouvement vibratoire, au contraire, avec les mélanges oxy-acétyléniques, il s'établit généralement en fin de parcours de la flamme, quoique dans certains cas on puisse aussi observer au début une courte période de mouvement uniforme.

(4) *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 143.
(5) *Memoirs Coll. Sc.*, Kyoto, **4**, 1921, p. 305.
(6) *J. Chem. Soc.*, **127**, (II), 1925, p. 2148.

(1) Séance du 13 mai 1946.
(2) *Proc. Roy. Soc.*, A, **114**, 1927, p. 420.

Les déterminations rapportées dans la présente Note ont porté sur des mélanges à 80 % d'acétylène contenus dans des tubes en verre de 100 à 120^{cm} de longueur et de diamètres intérieurs variant de 10 à 26^{mm}. Les mesures étaient faites par la méthode d'enregistrement chronophotographique sur cylindres tournants. Les principaux résultats obtenus sont les suivants :

1° La longueur suivant laquelle se propage le mouvement uniforme passe par un maximum pour une ouverture de l'extrémité comprise entre le tiers et le quart du diamètre intérieur du tube. Puis, l'ouverture augmentant, elle décroît rapidement et reste sensiblement constante jusqu'à ce que, pour une ouverture d'un diamètre à peu près égal à celui du tube, elle s'annule brusquement. Sur la figure ci-jointe est porté en ordonnées le rapport des parcours de



la flamme suivant un mouvement uniforme (x_u) à la longueur L du tube, et en abscisses le rapport du diamètre du diaphragme (φ) au diamètre intérieur du tube (φ_0). Le mouvement uniforme se propage, suivant les conditions expérimentales, à des vitesses qui sont de l'ordre de 50 à 70 cm/sec pour un tube de 25^{mm} de diamètre intérieur.

2° En même temps qu'il facilite l'établissement du mouvement uniforme, le fait de diaphragmer l'extrémité ouverte du tube diminue la longueur suivant laquelle se propage le mouvement vibratoire et atténue l'amplitude des vibrations, qui passent par un minimum (dépendant des dimensions du tube) pour un diaphragme d'un diamètre compris entre le tiers et le quart de celui du tube.

3° En diaphragmant l'extrémité ouverte on diminue, ou même on annule complètement les *ondulations* régulières et de petite amplitude de la flamme, surtout celles dont les fréquences correspondent aux harmoniques. Mais la valeur de ces fréquences demeure constante.

4° Enfin en diaphragmant l'extrémité ouverte on modifie la durée totale de la combustion. En effet, la flamme se propageant d'autant plus rapidement que le mouvement vibratoire est plus important en durée et en amplitude, le temps qu'elle met à parcourir le tube est plus court lorsque le mouvement vibratoire s'étend sur une plus grande fraction du tube.

Tous les enregistrements photographiques dans lesquels on a des flammes à caractère vibratoire ou ondulatoire présentent des *stries* très nettes dont la fréquence est la même que celle des vibrations ou ondulations de la flamme. Ces stries ne sont pas dues, comme dans le cas de la détonation, à une trajectoire hélicoïdale du front de la flamme. Mais, en diaphragmant l'extrémité ouverte du tube on en modifie la fréquence en même temps que celle des vibrations ou ondulations et lorsqu'on n'a plus qu'une flamme à mouvement uniforme, les stries disparaissent alors complètement.

Dans certains cas (mélange assez concentré en acétylène, longueur du tube suffisante, diamètre assez faible, mise de feu peu énergique), il se produit une extinction au cours de violentes vibrations de la flamme. Or, comme on atténue les vibrations en diaphragmant l'ouverture du tube, il en résulte qu'en même temps on supprime les extinctions.

CHIMIE THÉORIQUE. — *Effet des substituants sur la répartition électronique : taux d'hyperconjugaison du méthyle; équilibre des formes énolique-cétonique.* Note de M. **Bernard Pullman.**

La méthode de calcul de l'influence des substituants sur la répartition du nuage électronique dans les composés polycycliques ([1]), employée jusqu'ici pour déterminer la grandeur des modifications provoquées en des points déterminés de la molécule ([2]), peut servir à la détermination de l'effet global d'un substituant sur une molécule donnée. Les grandeurs des déplacements électroniques produits par un substituant étant proportionnelles aux importances des liaisons ineffectives partant du sommet substitué sont *ipso facto* proportionnelles aux nombres placés dans les zones des sommets des diagrammes de Svartholm, et par suite aussi anx nombres représentant dans les diagrammes moléculaires ([3]) les charges des sommets en valeurs absolues.

Appliquée à l'évaluation du taux d'hyperconjugaison du méthyl [pour lequel les déplacements électroniques ont pu être évalués quantitativement ([1])([2])], la méthode permet d'énoncer les résultats suivants :

1. *Dans une molécule donnée, le pouvoir d'hyperconjugaison du méthyle est d'autant plus grand qne ce substituant se trouve fixé sur un sommet plus chargé.* —

([1]) A. et B. Pullman, *Experientia* (sous presse).

([2]) A. Pullman, *Revue Scientifique* (sous presse).

([3]) R. Daudel et A. Pullman, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 663.

Ainsi, par exemple, l'apport électronique total dû au CH_3 fixé en méso de l'anthracène est de 0,185*e*, alors qu'il n'est que de 0,157*e* pour un méthyle placé en 1 et de 0,141*e* pour un méthyle placé en 2 du même corps. Les électrons apportés au cycle étant pris aux dépens des liaisons C-H du méthyle, on conçoit alors pourquoi un CH_3 fixé en méso de l'anthracène possède un hydrogène plus mobile que le même substituant attaché à un autre sommet de la molécule ([4]).

2. *a. Le pouvoir d'hyperconjugaison du* CH_3 *augmente quand on place ce substituant sur le sommet le plus actif des molécules formées successivement de* 1, 2, 3, 4 *noyaux accolés.* — Ce pouvoir, mesuré en quantités électroniques apportées au cycle, est respectivement de 0,097*e* pour le benzène, 0,121*e* pour le naphtalène, 0,185*e* pour l'anthracène, 0,186*e* pour le naphtacène.

b. Le taux moyen d'hyperconjugaison du CH_3 (*correspondant à une fixation sur un sommet quelconque*) *augmente dans la série des molécules aromatiques en même temps que croît le nombre des noyaux linéairement accolés.* Ce pouvoir moyen correspond aux apports suivants : 0,097 *e* dans le benzène, 0,116*e* dans le naphtalène, 0,156*e* dans l'anthracène, 0,161 *e* dans le naphtacène.

c. Le taux moyen d'hyperconjugaison du CH_3 *est sensiblement le même dans les molécules aromatiques possédant le même nombre des noyaux.* Il est par exemple égal à environ 0,160*e* dans les molécules à 4 noyaux benzéniques (0,161*e* pour le naphtacène, 0,158*e* pour le benzanthracène, 0,155*e* pour le benzophénanthrène et le chrysène).

Les considérations du paragraphe 2 permettent d'expliquer la mobilité particulièrement grande d'un hydrogène du méthyle du 10-méthyl-1-2 benzanthracène, composé dans lequel le substituant se trouve fixé sur un sommet particulièrement chargé d'une molécule à 4 noyaux ([4]) ([5]).

3. *La distribution moyenne sur la périphérie moléculaire de l'apport des charges dû à l'effet d'hyperconjugaison diminue avec l'annellation.* Déterminée par sommet influencé à partir des données concernant le pouvoir moyen d'hyperconjugaison, elle est de 0,032*e* dans le benzène, de 0,023*e* dans le naphtalène, de 0,22*e* dans l'anthracène et de 0,018*e* dans le naphtacène.

Les actions des divers substituants sur la répartition électronique se traduisant par des coefficients différents affectés au *déplacement fondamental* ([1]), on conçoit que le procédé présenté plus haut pour le méthyle puisse se généraliser au cas d'autres substituants. Des considérations analogues, développées par exemple pour le groupement hydroxyle, permettent de comprendre les variations de l'équilibre des formes énolique et cétonique dans les composés aromatiques en fonction du nombre de noyaux linéairement accolés. Les chiffres donnant le % de la forme cetonique sont suivant Clar ([6]) : 0 % dans le phénol,

([4]) Communication verbale de M. Buu-Hoï.

([5]) A. et B. Pullman, *Experientia* (sous presse).

([6]) E. Clar, *Aromatische Kohlenwasserstoffe*, Berlin, 1941.

0 % dans le 1-naphtol, 83 % dans le 9-hydroxy-anthracène, 100 % dans le 5-hydroxy-naphtacène. Le groupement OH étant un substituant de la même classe que CH_3, mais d'un pouvoir répulsif beaucoup plus fort vis-à-vis des électrons, on comprend que la perte des charges qu'il éprouve lors d'une fixation sur un composé aromatique à plusieurs noyaux rende l'hydrogène très mobile et puisse produire sa migration sur le sommet opposé, très fortement activé. Il est frappant de constater que le grand déplacement de l'équilibre vers la forme cétonique correspond au très grand accroissement des charges en méso de l'anthracène par rapport aux sommets α du naphtalène ([5]).

On peut donc dire d'une manière générale que :

a. un même substituant a une action d'autant plus forte sur l'ensemble de la répartition électronique d'une molécule qu'il se trouve fixé sur un sommet plus chargé;

b. le déplacement électronique global qu'il provoque augmente au fur et à mesure que croît le nombre des noyaux accolés;

c. la grandeur de la perturbation électronique qu'il provoque en divers points de la périphérie moléculaire diminue au fur et à mesure qu'il se trouve fixé sur une molécule plus grande.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sels basiques de sodium en solution.* Note ([1]) de MM. **Léon-Joseph Olmer** et **François Fouasson**, transmise par M. Paul Pascal.

L'étude conductimétrique, faite par l'un de nous ([2]), de la neutralisation d'une solution d'acide tellurique par une solution titrée de soude se résume par une courbe où apparaissent quatre brisures nettes pour des rapports mol. de soude/mol. d'acide égaux respectivement à 1, 2, 4 et 6. Ce qui viendrait à l'appui de la formule TeO_6H_6 proposée par plusieurs auteurs et montrerait l'existence en solution des sels TeO_6H_5Na, $TeO_6H_4Na_2$, $TeO_6H_2Na_4$ et TeO_6Na_6.

Il était intéressant d'étendre cette étude aux oxacides dérivant des éléments qui dans le tableau périodique occupent la même colonne que le tellure. Elle a été faite par plusieurs auteurs pour des rapports mol. de soude/mol. d'acide variant de 0 à 2, mais ils n'ont guère expérimenté au delà. Nous l'avons entreprise pour des valeurs de ce rapport croissant de 2 à 8 environ.

Dans ce but, des liqueurs 0,0304 M en SO_4Na_2, 0,072 M en CrO_4Na_2, 0,0500 M en WO_4Na_2 et 0,045 M en MoO_4Na_2 furent traitées par une solution 0,49 M environ de soude. Les mesures ont été faites au voisinage de 32°.

([1]) Séance du 20 mai 1946.

([2]) F. Fouasson, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 958.

Les résultats obtenus sont schématisés par les courbes ci-dessous. En abscisses le rapport mol. de soude/mol. d'acide, en ordonnées la conductibilité; la courbe 1 se rapporte au sulfate de sodium, les courbes 2 et 3 aux tungstate et chromate de sodium. Quant à la courbe relative au molybdate, elle a la même allure que la courbe 2 et en est très voisine.

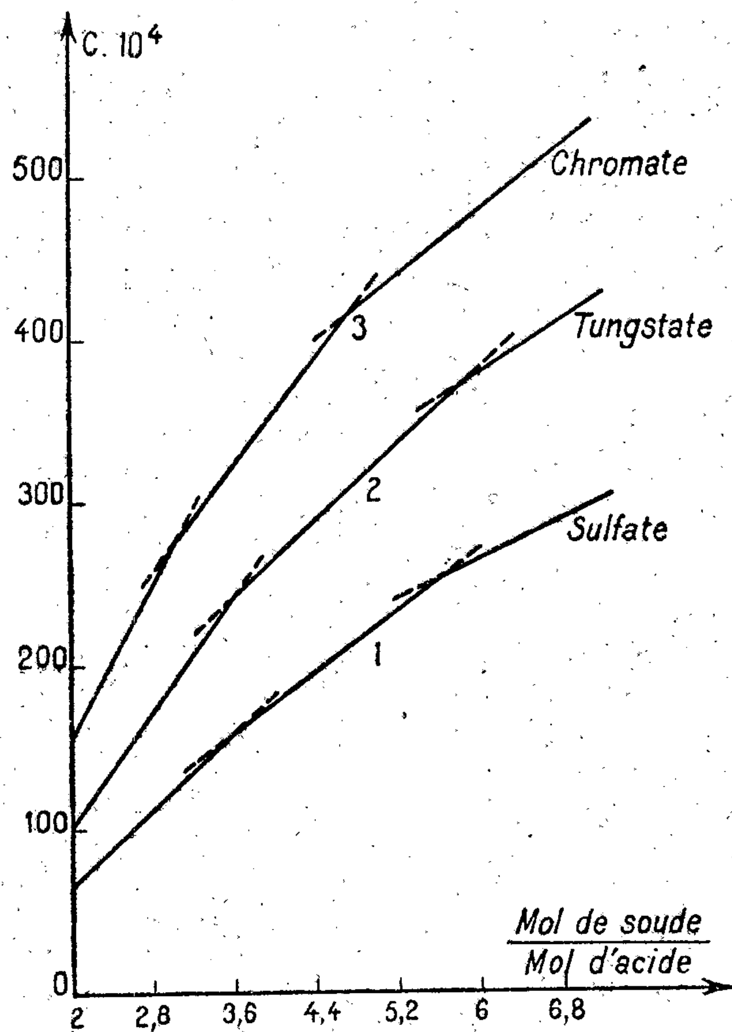


Fig. 1.

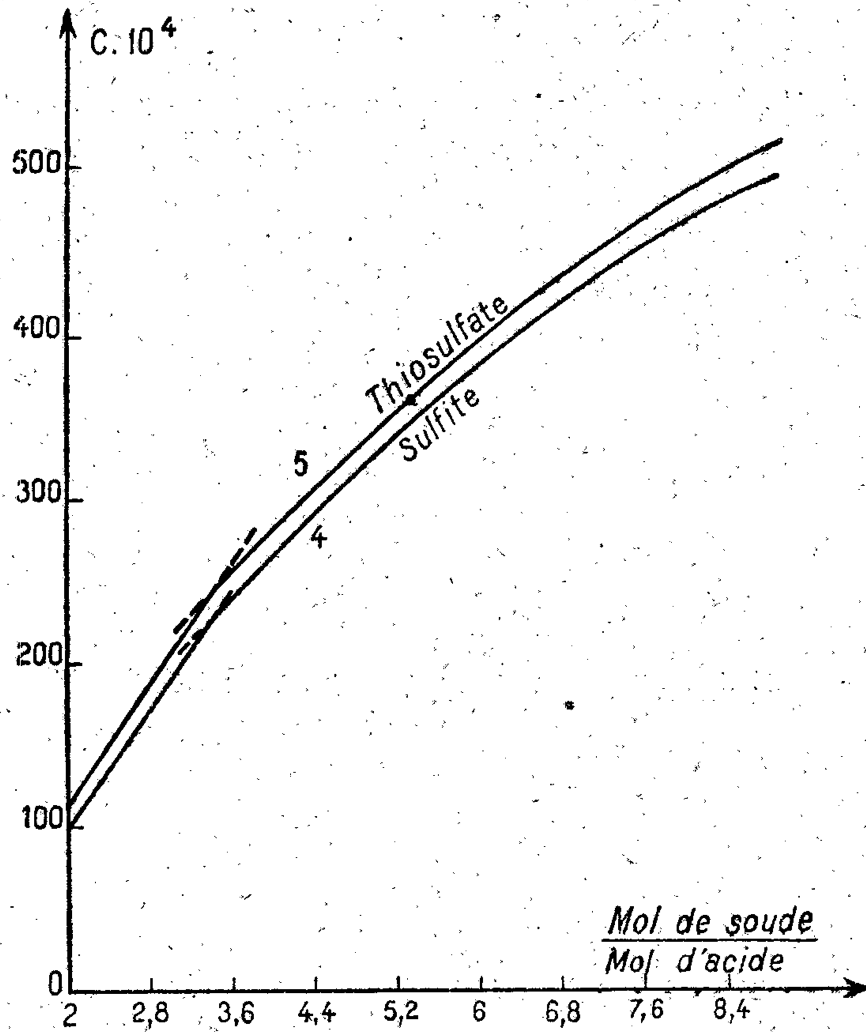


Fig. 2.

Toutes ont le même aspect : trois segments parfaitement rectilignes séparés par deux brisures nettes. Ces brisures sont voisines des abscisses 4 et 6 sur les courbes 1 et 2 et correspondent presque exactement aux abscisses 3 et 5 sur la courbe relative au chromate. Elles sont tout à fait analogues aux deux accidents que présente, pour les abscisses 4 et 6, la courbe de neutralisation de l'acide tellurique par la soude. Elles suggèrent donc l'existence en solution des orthoacides SO_6H_6, CrO_6H_6, MoO_6H_6 et WO_6H_6.

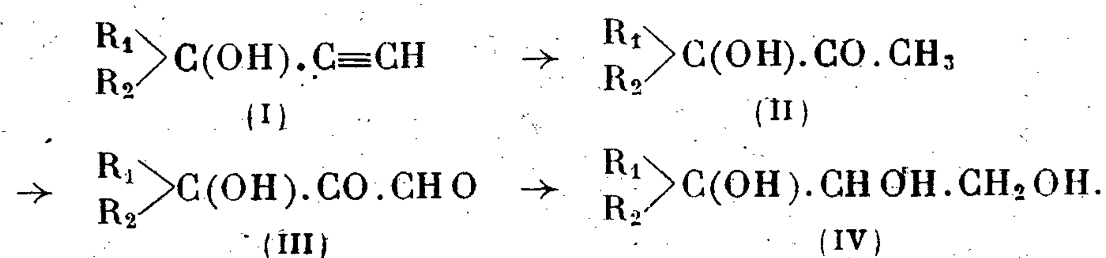
En contre-épreuve, nous avons étudié deux autres acides oxygénés du soufre, l'acide sulfureux, où le soufre est tétravalent et l'acide thiosulfurique, où un atome de soufre remplace un atome d'oxygène de l'acide sulfurique. Pour cela nous avons traité une solution 0,051 M de sulfite de sodium par une solution 0,481 N de soude et une solution 0,0514 M de thiosulfate de sodium par de la soude 0,49 N. La courbe 4 relative au sulfite présente une brisure unique pour une abscisse voisine de 3. Quant à la courbe 5, obtenue avec le thiosulfate, elle ne présente elle aussi qu'une seule brisure pour un rapport mol. de soude/mol. d'acide égal à 3,5.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Passage des dialcoyléthynylcarbinols aux α-α-dialcoylglycérols.* Note de MM. **Jean Colonge** et **Louis Cumet**, présentée par M. Marcel Delépine.

Peu d'α-α-dialcoylglycérols sont actuellement connus ([1]); on ne peut guère signaler que le diméthylglycérol et le trihydroxyphytane.

Nous avons essayé de les préparer en partant des dialcoyléthynylcarbinols (I); après diverses tentatives nous avons atteint le but fixé par la voie ci-dessous.

Les alcools acétyléniques (I) sont d'abord hydratés en hydroxycétones (II) par le procédé de Locquin et Sung Wuseng ([2]) au réactif de Denigès; puis,



sachant que l'anhydride sélénieux oxyde certaines méthylcétones en α-cétoaldéhydes correspondants ([3]), nous avons soumis les hydroxycétones précédentes à l'action de cet oxydant, et nous avons obtenu les hydroxycétoaldéhydes (III) avec des rendements variant de 25 à 50 % de la théorie; enfin, par hydrogénation catalytique des hydroxycétoaldéhydes, on arrive aux α-α-dialcoylglycérols (IV).

Les hydroxycétoaldéhydes sont, eux aussi, des composés peu étudiés; seul paraît avoir été décrit le propanolonal; ceux que nous avons obtenus sont des liquides huileux, jaunes, d'odeur rappelant celle des α-dicétones; ils réduisent les solutions ammoniacales d'oxyde d'argent, mais n'ont aucune action sur la liqueur de Fehling.

Ils donnent les dioximes et les disemicarbazones normalement attendues.

Par hydrogénation catalytique, en solution hydroalcoolique, à la température et à la pression ordinaires, les hydroxycétoaldéhydes sont réduits en α-α-dialcoylglycérols, mais les rendements ne dépassent pas 50 % de la théorie, car il se forme simultanément des cétoglycols primaires tertiaires qui ne s'hydrogènent pas en glycérols dans les conditions expérimentales précédentes.

Méthyl-3 butanol-3 one-2 al $C_5H_8O_3$. — Liquide jaune, d'odeur forte, $É_{18}$ 97-99°; rendement 31 %; se polymérise presque instantanément avec dégagement de chaleur en donnant une résine jaunâtre ressemblant à la colophane et fondant entre 92 et 136°; par distillation ce polymère redonne le monomère.

Méthyl-3 hexanol-3 one-2 al $C_7H_{12}O_3$. — Liquide jaune, $É_{20}$ 80-86°; rendement 25 %;

([1]) Delaby, *in* V. Grignard, *Traité de Chimie organique*, 6, 1940, p. 442.

([2]) Locquin et Sung Wuseng, *Comptes rendus*, 176, 1923, pp. 516 et 682.

([3]) Riley, Morley et Friend, *J. Chem. Soc.*, 1932, p. 1875.

se polymérise, moins rapidement que l'homologue précédent, en formant une huile très visqueuse.

Disemicarbazone $C_9H_{18}O_3N_6$. F 111° (alcool à 50 %).

TRIMÉTHYL-3-4-4 PENTANOL-3 ONE-2 AL $C_8H_{14}O_3$. — Liquide jaune, $É_{11}$ 74-76°; rendement 50 % ; forme un hydrate cristallisé, incolore, très stable qui prend naisssance, peu à peu, lorsque le cétoaldéhyde est abandonné à l'air humide et, instantanément, avec dégagement de chaleur, quand on met le produit anhydre en contact avec l'eau.

Hydrate. Cristaux incolores, F 81°; se dissocie par chauffage en eau et cétoaldéhyde.

Ester penta-acétique. L'anhydride acétique transforme l'hydrate précédent en ester penta-acétique, liquide incolore, $É_{19}$ 170-173°; CH_3CO % tr. 53,4; calc. 53,2.

Dioxime, $C_8H_{16}O_3N_2$. F 167° (alcool à 50 %).

Disemicarbazone, $C_{10}H_{20}O_3N_6$. F 203° (alcool à 50 %).

MÉTHYL-3 BUTANETRIOL-1-2-3 $C_5H_{12}O_3$. — Liquide très sirupeux, $É_{14}$ 145-147°; n'a pas cristallisé alors qu'il est décrit comme solide fondant à 49° (⁴).

MÉTHYL-3 HEXANETRIOL-1-2-3 $C_7H_{16}O_3$. — Liquide très visqueux, $É_{11}$ 150-154°.

TRIMÉTHYL-3-4-4 PENTANETRIOL-1-2-3 $C_8H_{18}O_3$. — Solide cristallisé, F 107° (toluène).

Triacétate. Obtenu par action de l'anhydride acétique; liquide visqueux, E_{11} 118-125°; CH_3CO % tr. 43,1; calc. 44,7.

MÉTHYL-3 HEXANEDIOL-1-3 ONE-2 $C_7H_{14}O_3$. — Liquide sirupeux, $É_{14}$ 116-117°; *semicarbazone* $C_8H_{17}O_3N_3$. F 214° (alcool 50 %).

PÉTROGRAPHIE. — *Nouvelle méthode d'étude quantitative des assemblages de minéraux lourds.* Note de M. L. BERTHOIS.

L'examen des minéraux lourds (D > 2,90) est de plus en plus employé dans l'étude des sédiments meubles.

Les pourcentages relatifs des différentes espèces minérales sont déterminés par comptage, suivant la méthode préconisée par Edelman (¹), mais cette méthode a l'inconvénient d'attribuer la même valeur unitaire à tous les éléments minéraux quelles que soient leurs dimensions.

Or, même en limitant l'analyse pétrologique aux grains compris entre 30μ et 500 et 600μ, comme le conseillent les auteurs (²), il existe des différences considérables entre l'évaluation des pourcentages en nombres et l'évaluation des pourcentages vrais, c'est-à-dire en volume. On s'en rend compte en calculant les volumes après mesure de la longueur (L), la largeur (l) et l'épaisseur (E) d'une centaine de grains et en comparant ces pourcentages à ceux obtenus par comptage.

Le tableau suivant donne les résultats pour la staurotide :

(⁴) *Shell Development C°*, U. S. A. Pat., n° 2070990.

(¹) *Petrologische provincies in het nederlandsche Kwartair D. B. Centen's Uitgevers Waatschappij*, Amsterdam, 1933, p. 103, fig. 6.

(²) B. BRAJNIKOV, *Bull. Soc. Géol. de France*, 5ᵉ série, **14**, 1944, pp. 381-390.

l.	% nombre.	% volume.
25μ...		
	3	0,01
50...		
	7	0,23
75...		
	7	0,51
100...		
	8	0,77
125...		
	10	0,77
150...		
	20	7,88
175...		

l.	% nombre.	% volume.
175μ...		
	11	6,37
200...		
	7	4,10
225...		
	1	0,88
250...		
	7	5,02
275...		
	3	3,18
300...		
	3	5,30
350...		

l.	% nombre.	% volume.
400μ...		
	6	17,80
425...		
	–	–
450...		
	1	4,23
475...		
	–	–
575...		
	6	41,95
600...		
	100	100,00

J'ai effectué de nombreuses mesures (plus de 4000) sur les minéraux suivants provenant de sédiments dragués sur le plateau continental Atlantique ([3]) : grenat almandin, tourmaline, zircon, hornblende commune, augite, topaze, andalousite, disthène, sillimanite et staurotide.

J'ai constaté qu'en général les minéraux ont, dans les préparations, des formes aplaties ($E < l$) et que le cube de la largeur (l^3) présente une valeur assez voisine du volume réel. Cette valeur est :

trop faible pour les petits grains : $l < 120^{\mu}$ très voisine du volume réel (écart 5 %); pour les grains moyens ($l = 120$ à 150^{μ}).

trop forte pour les gros grains : $l > 150^{\mu}$.

Pour simplifier les calculs, j'ai déterminé des coefficients moyens de correction s'appliquant à tous les minéraux et permettant des évaluations du volume total réel à 5 ou 6 % près en plus ou en moins.

Ces coefficients de correction sont les suivants :

l.	Cor.*	l.	Cor.	l.	Cor.	l.	Cor.
10μ......	+100	90μ......	+19	185μ......	−15	265μ......	−39
15......	+ 95	95......	+16	190......	−16	270......	−40
20......	+ 87	100......	+13	195......	−18	275......	−42
25......	+ 81	105......	+11	200......	−19	280......	−43
30......	+ 75	110......	+ 8	205......	−21	285......	−45
35......	+ 69	115......	+ 6	210......	−23	290......	−46
40......	+ 63	120......	+ 5	215......	−24	295......	−47
45......	+ 59	125 à 150......	0	220......	−25	300......	−48
50......	+ 54			225......	−26	305......	−49
55......	+ 48			230......	−28	310......	−49
60......	+ 43	155......	− 6	235......	−30	315 à 350......	−50
65......	+ 38	160......	− 8	240......	−31		
70......	+ 34	165......	− 9	245......	−33		
75......	+ 30	170......	−10	250......	−35	355 à 500......	−51
80......	+ 26	175......	−12	255......	−36		
85......	+ 22	180......	−13	260......	−37		

* Correction % du vol. de l^3.

([3]) *Annales de l'Institut Océanographique de Monaco*, **23**, I, 1946, p. 64.

Il suffit donc, pour déterminer le volume des grains, d'en mesurer la largeur; le cube de cette dimension, corrigé du coefficient indiqué, donne une valeur très voisine du cube réel. Un abaque construit de 5 en 5μ permet un calcul très rapide.

Il devient possible de fonder la notion de « province pétrographique » sur une base plus précise en caractérisant les ensembles de minéraux lourds par leurs volumes, et même par leurs poids si le pourcentage des minéraux opaques est très faible (l'application de la méthode aux minéraux opaques n'a pas encore été vérifiée).

Toutes les variations subies par les cortèges minéralogiques pourront ainsi être étudiées en détail, en particulier les modifications dues au transport des sédiments sableux et aux remaniements dans les cycles géologiques successifs.

Les très gros minéraux, qui ne peuvent être montés dans les préparations, pourront être étudiés après broyage sans que cette opération modifie les pourcentages relatifs.

GÉOLOGIE. — *Sur le Paléozoïque du Fezzan.*
Note (¹) de M. **Maurice Lelubre**, présentée par M. Charles Jacob.

Les grès constituant la région du Gargaf au Nord du Chati sont considérés par les géologues italiens comme faisant partie des Grès de Nubie et reposant en discordance sur des séries dévoniennes plongeant vers le Sud (²). Des observations récentes m'amènent à modifier cette manière de voir.

A une vingtaine de kilomètres au Nord-Ouest d'Edri, près du puits d'El Gasr, j'ai découvert des schistes bleutés riches en *Monograptus*: c'est là l'équivalent des *schistes à Graptolites* des Tassilis qui sont d'âge gothlandien. Ils forment le cœur d'un vaste anticlinal dont l'axe est orienté ENE; au-dessus reposent en concordance des assises gréseuses plongeant doucement vers l'extérieur au Nord et au Sud.

Sur le flanc Sud de l'anticlinal, au-dessus des schistes à Graptolites, la série est la suivante :

1° Grès assez fins et plus ou moins ferrugineux;

2° Grès ferrugineux constituant des plateaux noirs;

3° Marnes schisteuses verdâtres;

4° Grès grossiers à stratification entrecroisée renfermant des *Spirophyton* et des débris de plantes;

5° Marnes violacées;

6° Grès ferrugineux, surmontés de grès jaunâtres grossiers à stratification entrecroisée et se terminant par un niveau rubéfié bien visible au Nord de Brak.

L'ensemble des assises précédentes atteint à peine une centaine de mètres d'épaisseur.

(¹) Séance du 27 mai 1946.

(²) A. Desio, *Géologia e morphologia, in Fezzan e Oasi di Gat*, Rome, 1937, p. 58.

7° Grès ferrugineux à tubulures;

8° Marnes blanches;

9° Grès ferrugineux à *Lepidodendron;*

10° Grès lités, avec des bancs ferrugineux riches en Brachiopodes, bien représentés vers Gorda, Maharouga et Brak.

La suite de la série est cachée plus au Sud sous l'Erg d'Oubari; les formations qui apparaissent ensuite, dans la falaise du Messak, sont des Grès de Nubie montrant une alternance de grès à bois silicifiés et de marnes à débris de plantes.

N. Menchikoff, qui a étudié récemment les faunes de la région de Brak ([3]), les place dans le Tournaisien; comme dans la région de Serdelès ([4]), le Carbonifère inférieur est ici transgressif sur un Dévonien très incomplet.

Sur le flanc Nord de l'anticlinal et toujours sur les schistes à Graptolites, on observe :

1° Grès du Gargaf s'étendant largement au NE et allant disparaître sous la Hamada-El-Homra;

2° Séries fossilifères d'Aouénat-Ouennin recouvrant au NO les grès précédents; il s'agit de grès bruns, tendres, riches en Brachiopodes, dont *Spirifer Verneuili* Murch.

3° Grès sombres plongeant vers le NNO, bien stratifiés ou schisteux; je n'y ai pas trouvé de fossiles;

4° Bancs de calcaires lités carbonifères riches en *Productus,* alternant avec des grès fossilifères; ils apparaissent à environ 25^{km} au SE du puits de Dembaba;

5° Calcaires riches en *Bellerophon* et en Gastropodes, terminant la série fossilifère à 10^{km} à l'Ouest de Dembaba;

6° Grès continentaux, à bois silicifiés, s'étendant largement à l'Ouest sous la Hamada-El-Homra;

7° Marnes vertes et rouges riches en débris de plantes;

8° Calcaires crétacés discordants de la Hamada-El-Homra.

Cette série est très analogue à celle des Issaouane, plus à l'Ouest ([5]). Les faunes d'Aouénat-Ouennin, découvertes par Overweg en 1850, récemment réétudiées par P. Borghi ([6]) sur des matériaux rapportés par C. Chiesa, sont d'âge Dévonien supérieur.

Ainsi toute la région est formée par un vaste anticlinal dirigé ENE qui se relie à la zone anticlinale de Rhat. Cette structure commande aussi la morphologie : les grès continentaux axiaux forment un vaste plateau raboteux, tandis que, de part et d'autre, les strates gréseuses et calcaires donnent des successions de côtes regardant vers le Sud entre Dembaba et El Hasi, vers le Nord dans le Chati méridional.

Cette ligne anticlinale a une très grande importance, car elle marque la limite du Dévonien marin à l'Est de l'Ajjer.

Enfin la découverte de schistes à Graptolites dans le Chati élargit considérablement vers l'Est le domaine connu de la transgression gothlandienne.

([3]) *Trav. Inst. Recherches Sahariennes,* Alger, 3, 1945, p. 188.

([4]) *Comptes rendus,* 220, 1945, p. 292.

([5]) N. Menchikoff, *Comptes rendus,* 208, 1939, p. 914.

([6]) *Annali Mus. Libico Storia Nat.,* Tripoli, 1, 1939, p. 115.

GÉOLOGIE. — *Observations sur la tectonique de la Sierra de Baza (Prov. de Grenade).* Note [1] de MM. **Luis Solé** et **Paul Fallot**, présentée par M. Charles Jacob.

Deux Notes antérieures [2] ont résumé l'allure théorique des unités structurales de la Sierra de Baza, les caractères de la Mischungszone et apporté des précisions stratigraphiques quant au Trias des éléments attribués par M. Jansen à la Nappe de Lanjaron-Gador.

Cet auteur ne donne pas de descriptions locales, et sa carte au trait est schématique (1/75 000); mais une série de profils montre que, pour lui, les massifs situés au Nord de la Mischungszone se subdivisent en trois unités tectoniques formées chacune d'une base werfénienne et d'un complexe calcaréo-dolomitique appartenant au Trias moyen et supérieur.

Nos levers, plus complets et détaillés que les siens, nous obligent à modifier cette interprétation.

Le versant Nord du haut Bodurria est dominé par de puissants massifs triasiques appartenant au bord interne ou méridional du domaine attribué à la nappe de Lanjaron. Sur le Werfénien très phylliteux faisant suite à la Mischungszone, une série inférieure apparaît au pied Sud du Calar de Rapa, sous forme d'une mince lame de dolomies et de Trias moyen à pistes, localement écrasés et marmorisés. Vers l'Ouest, ce Trias gagne en épaisseur et forme toute la masse du Descabezado (2014^{m}.). Vers l'Est, on en suit l'affleurement sur 4^{km}, jusqu'à l'Ouest du B^{co} de la Lobera. Plus à l'Est encore, cette série n'est plus représentée que par des débris épars sur le Werfénien phylliteux, mais au Nord de Popocan, elle reprend de l'ampleur dans les masses dolomitiques de Valdo et dans celles qui dominent à l'Est le hameau de la Balsilla, pour s'amincir de nouveau à la base du massif de l'Enebro (1416^{m}).

Dans toute cette zone interne, nous n'avons observé que du Trias moyen. Dans des parties plus externes, cette même série inférieure forme les Calares de la Cruz et de Santa Barbara où elle se complète et devient puissante [3]. A hauteur de ces sommets, elle s'ennoie d'une part à l'Ouest, vers les Calares de la Boleta et de las Tajoletas, où elle supporte une unité plus élevée, d'autre part vers l'Est, où ses assises disparaissent sous la série détritique pontienne ou pliocène qui drape tout le bord oriental de la Sierra de Baza.

L'unité tectonique supérieure comporte un Werfénien lie-de-vin gréseux et marneux à peine phylliteux, suivi d'un Trias calcaréo-dolomitique identique à

(1) Séance du 27 mai 1946.

(2) *Comptes rendus*, **222**, 1946, pp. 1118 et 1184.

(3) *Ibid.*, **222**, 1946, p. 1184.

celui de la série inférieure. Elle constitue, au Nord du haut Bodurria, la masse principale des Calares de Rapa et de San Sebastian, puis, dans des régions plus externes, le Calar de las Tajoletas et une partie de celui de la Boleta. Le repos de sa base werfénienne sur le Trias moyen ou supérieur de la série inférieure s'observe au Puerto Palomas et aux abords du Pozo de la Nieve, ainsi qu'au revers occidental du Calar de la Cruz.

Plus au Nord, c'est peut-être à cette même unité chevauchante qu'il faut rattacher le Calar de Quintana dont la puissante masse calcaréo-dolomitique, à dominante de Trias moyen, repose, par l'intermédiaire d'un Werfénien bien développé, sur le Trias moyen et supérieur qui prolonge au Nord-Ouest la série du Calar de Santa Barbara. Le contact anormal basal de ce Werfénien a été suivi sur un périmètre de 9^{km}. Nous n'avons pu étudier les 2^{km} qu'il aurait fallu pour effectuer le tour complet du témoin, mais son caractère flottant, d'ailleurs indiqué par les coupes de M. Jansen, paraît bien établi.

Si, par sa position, le Calar de Quintana paraît être un lambeau avancé de la série supérieure mise en évidence dans des parties plus internes, nous n'avons pu définir qu'imparfaitement, plus au Sud, la bande qui, reliant son Werfénien à celui du Puerto Palomas, devrait, pour confirmer cette interprétation, couper obliquement le versant nord du Calar de Las Boletas. Les rapports de ces Werféniens restent donc à établir dans le détail, comme aussi la signification d'importantes masses de Muschelkalk à pistes, coincées dans le Trias inférieur rouge aux pieds sud-est et est du Quintana.

Nous avons signalé antérieurement ([2]) que, 4^{km} à l'est de ce dernier sommet, et au nord du Calar de Santa Barbara, la série inférieure s'abaisse fortement et que son Trias à Gyroporelles se trouve en contact mécanique avec du Werfénien trituré, formant une bande Est-Ouest à hauteur du Cortijo de Carrillo. Ce Werfénien, qui pourrait représenter la suite de celui de la base du Quintana, supporte un Trias plus calcaire que celui de l'unité inférieure et qui, énergiquement plissé, s'étend vers le Nord jusqu'aux montagnes dominant Baza.

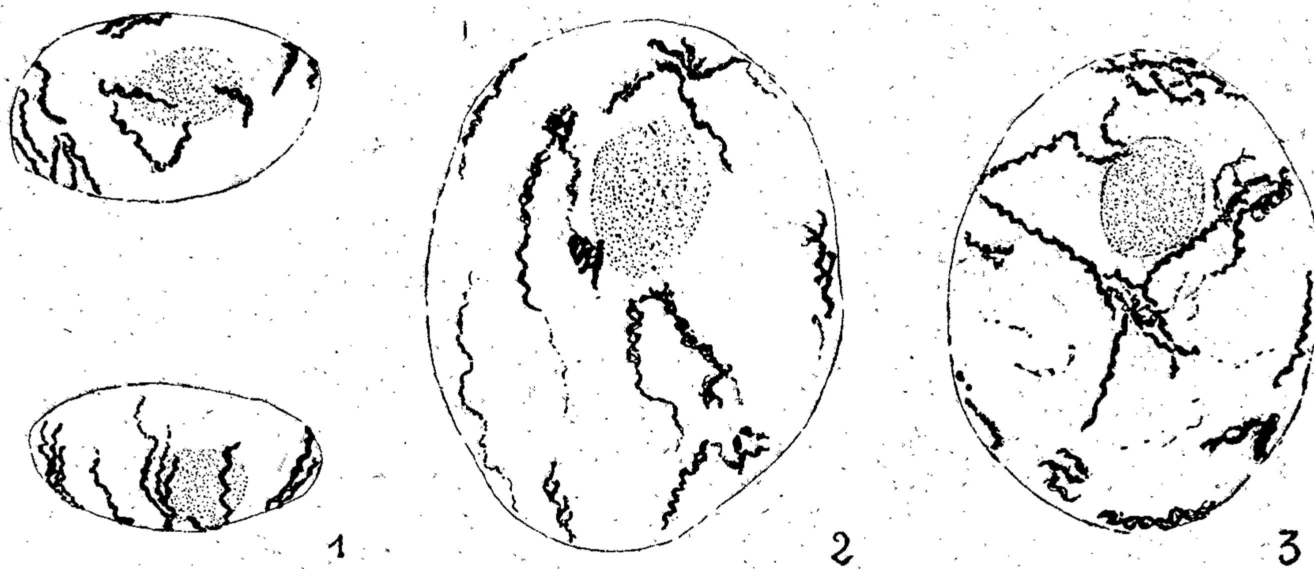
En résumé, il ne semble pas y avoir, dans la région étudiée, trois nappes ou séries superposées comme l'indiquent les coupes de M. Jansen. Ce que nous avons vu montre simplement : 1° une série inférieure, souvent amincie et déchirée dans ses parties internes, mais qui, lorsqu'elle est plus complète, comme au Calar de Santa Barbara, comporte un Trias moyen et supérieur puissant de 8 à 900^{m}; 2° une série supérieure, jalonnée par des témoins depuis les sommets dominant le haut Bodurria jusqu'au Quintana. Plus à l'Est, sur la transversale du Calar de Santa Barbara, il faudra peut-être rattacher aux parties frontales de cette série supérieure les dolomies et calcaires qui règnent depuis le nord du Ravin du Cortijo de Carillo jusqu'aux montagnes avoisinant Baza.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Structure nucléaire de* Datura Stramonium *L.* Note (¹) de Mlle **Cécile Delay**, présentée par M. Roger Heim.

La structure du noyau quiescent de *Datura Stramonium* Lin. n'a été l'objet, à notre connaissance, d'aucune étude. Nos observations ont été faites sur des méristèmes radiculaires, et la description qui suit se rapporte à du matériel fixé au Navachine et coloré au violet de gentiane; il nous a donné des images particulièrement claires.

A la télophase, les chromosomes de *Datura* sont de courts bâtonnets, arqués, présentant une nette structure spiralée. Au cours des phénomènes catachromasiques qui se poursuivent longtemps après la formation de la membrane nucléaire, on assiste à une déspiralisation plus ou moins avancée des chromosomes télophasiques, qui, en même temps, se rapprochent par deux ou trois (*fig.* 1).

Dans le noyau intercinétique (*fig.* 2 et 3), on observe des bandes ou des



amas très chromatiques de forme et de taille variables, formés par la réunion de plusieurs filaments irrégulièrement tordus ou spiralés et plus ou moins irrégulièrement enchevêtrés; il s'agit donc de *chromocentres collectifs*, et, dans certains cas, le nombre des chromosomes ayant pris part à l'édification de chacun d'entre eux peut être déterminé avec quelque certitude : il paraît être fréquemment de deux ou trois, mais il existe aussi des chromocentres formés par un seul filament. Parfois, on observe deux filaments très étroitement spiralés l'un autour de l'autre; nous pensons qu'il s'agit là de deux chromonemata frères déjà séparés à ce stade, cette opinion étant confirmée par certaines images prophasiques.

A la prophase, les filaments chromosomiques reprennent leur individualité, se séparant les uns des autres. Ils sont, de façon générale, plus allongés que pendant l'interphase, ce qui permet de penser que les extrémités des chromo-

(¹) Séance du 3 juin 1946.

somes avaient subi, à la catachromase, une désintégration plus poussée que leur région médiane. Les chromosomes métaphasiques se forment suivant les processus habituels.

Le noyau de *Datura* nous offre donc un exemple schématique de la conservation presque totale, pendant l'intercinèse, des chromosomes, sous forme de chromonemata plus ou moins déspiralisés, se groupant en amas fortement colorables. Les chromocentres collectifs ainsi formés peuvent être assimilés à des portions de *réseau*, si l'on désigne par ce dernier terme l'ensemble des chromonemata déroulés pendant l'intercinèse; ils sont donc très différents par leur origine des chromocentres compacts ovoïdes correspondant à des fragments de chromosomes n'ayant pas subi de transformations catachromasiques (hétérochromatine de Heitz). Toutefois nous pensons que les régions proximales de chromosomes de *Datura* subissent une catachromase moins poussée que celle qui donne naissance au réticulum typique d'*Allium*, par exemple; à ce point de vue, les chromosomes collectifs de *Datura* sont plutôt comparables à la calotte polaire des noyaux d'*Hordeum*, et l'on peut supposer que la substance matricielle y est en partie conservée.

Dans notre classification ([2]) nous rangerons les noyaux de *Datura* dans la catégorie des noyaux semi-réticulés (le *réseau* n'y occupant qu'une faible partie du volume moléculaire), en précisant qu'il s'agit d'un noyau à chromocentres collectifs *réticulés*, se rapprochant du type Bryone.

HISTOLOGIE. — *L'utilisation de précipités microcristallins de sulfure d'antimoine pour l'étude des ultrastructures tissulaires.* Note ([1]) de M. **Charles-Albert Baud.**

Pour l'étude des ultrastructures tissulaires en lumière polarisée on utilise habituellement deux techniques.

L'une consiste dans la recherche de la biréfringence naturelle du tissu lui-même (biréfringence intrinsèque et biréfringence de forme). Mais, pour qu'elle apparaisse, il faut que la différence de marche entre les deux rayons lumineux atteigne une valeur suffisante, c'est-à-dire que la biréfringence de l'objet doit être forte, ou, si elle est faible, la couche d'objet traversée par la lumière doit avoir une épaisseur suffisamment grande. Pour de nombreux éléments histologiques, cette dernière condition ne peut être remplie, soit parce qu'ils sont très petits et non groupés de façon ordonnée, soit parce que, sous une épaisseur suffisante, ils ne sont plus transparents.

On peut aussi utiliser la coloration dichroïtique, c'est-à-dire étudier le dichroïsme de colorants interposés entre les micelles de l'objet. Cette coloration

---

([2]) *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 76.

([1]) Séance du 3 juin 1946.

dichroïtique est complètement indépendante de la valeur de la biréfringence de l'objet; elle donne souvent encore un fort effet dans des couches beaucoup plus minces que les préparations histologiques. Il est donc possible, par ce moyen, de voir encore une anisotropie optique lorsque l'examen entre nicols croisés est déjà sans résultat. Mais les conditions d'obtention d'une coloration dichroïtique sont parfois incompatibles avec la conservation de détails cytologiques.

Pour ces raisons ces techniques ne sont pas utilisables pour l'étude, par exemple, de l'ultrastructure du noyau cellulaire au repos. Nous avons donc essayé un autre procédé, qui consiste dans l'étude de la biréfringence artificiellement provoquée par l'interposition entre les micelles de l'objet de particules microcristallines biréfringentes. Nous choisissons pour cela le sulfure d'antimoine, qui est un des plus biréfringents des corps connus ([2]).

Nous procédons de la manière suivante. On met au contact d'un tissu une solution de sulfoantimoniate de sodium, par exemple en faisant à l'animal d'expérience une boule d'œdème avec une solution à 1 % de cette substance; on fixe ensuite au formol neutre à 10 % et l'on coupe après congélation ou inclusion dans la paraffine. On peut aussi fixer directement de minces fragments de tissus dans le mélange :

Eau distillée	100^{cm^3}
Formol à 40 % neutre	10^{cm^3}
Sulfoantimoniate de sodium	1^g

préparé extemporanément. On observe alors sur les coupes une biréfringence au niveau de structures qui n'en présentent pas dans les conditions habituelles. C'est ainsi que le noyau des fibrocytes apparaît constitué de grains allongés enchevêtrés, tandis que d'autres cellules montrent à la périphérie du noyau une zone où les structures sont orientées tangentiellement à la surface et forment une membrane nucléaire.

La biréfringence qui apparaît ainsi n'est pas une biréfringence de forme, car elle se montre indépendante de l'indice de réfraction du milieu (eau, baume de Canada). Il s'agit de l'interposition de fins cristaux de sulfure d'antimoine, cristaux biréfringents négatifs, orientés dans les espaces intermicellaires anisodiamétriques et régulièrement disposés. Cette biréfringence est caractérisée par le fait qu'elle disparaît lorsqu'on fait agir sur la coupe une solution d'ammoniaque qui dissout le sulfure d'antimoine.

Les structures observées sont déterminées par la constitution locale fibrillaire ou lamellaire du protoplasme ou des substances intercellulaires. Ce ne sont pas des artefacts, car les observations concordent avec celles faites à l'état frais par d'autres procédés, par exemple avec l'objectif ultramicroscopique

---

([2]) M. SEEBACH, *Antimonglanz; in* DOELTER's *Hdb. Mineralchemie*, Leipzig, 1926.

de Spierer. Cette technique constitue un moyen commode et précis de révéler une texture ultramicroscopique, et permet d'obtenir des préparations durables.

On peut aussi utiliser les précipités de sulfure d'arsenic, mais les résultats sont beaucoup moins constants et moins sûrs.

PHYSIOLOGIE. — *Aperçus nouveaux sur l'étiologie du rachitisme.* Note de M. **Raoul Lecoq**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Le rachitisme humain, très complexe en ses causes, n'a été jusqu'ici expliqué qu'en partie par sa reproduction expérimentale. Sans doute obtient-on régulièrement des lésions osseuses rachitiques chez le Rat maintenu à l'obscurité et soumis à un régime exclusif carencé en vitamine D et comportant un déséquilibre phosphocalcique caractérisé par un grand excès de calcium par rapport au phosphore, toutes conditions qui ne se trouvent pratiquement jamais réalisées chez l'Enfant.

Ayant montré que l'avitaminose D et le déséquilibre phosphocalcique sont avant tout alcalogènes, nous avons réussi à produire du rachitisme osseux chez le Rat maintenu à l'obscurité, par addition de bicarbonate ou de citrate de sodium à une ration convenablement équilibrée, et montré d'autre part que, paradoxalement, le rachitisme osseux se manifeste (même chez le Rat maintenu à la lumière du jour) lorsqu'on incorpore dans le régime rachitigène habituel (à rapport Ca/P élevé) 30 % de lactose (substance acidogène). Toutefois, dans ce cas comme dans les précédents, l'alcalinisation digestive, humorale et osseuse subsiste (¹). Ces faits permettent de comprendre comment le rachitisme peut apparaître chez des Nourrissons qui ne sont pas privés de lumière, mais dont le lait de Vache alcalinisant est proportionnellement enrichi en lactose par un écrémage partiel (cause d'uvio-résistance). Mais il existe des Enfants rachitiques dont les selles sont neutres ou faiblement acides et dont les réactions humorales sont en faveur d'un état acidosique; c'est ce rachitisme que nous avons tenté de reproduire expérimentalement.

Après de multiples essais, nous avons eu l'idée de remplacer, dans le régime rachitigène de Randoin et Lecoq, le lactate de calcium par des sels acidogènes *non calciques*, car nous avions antérieurement constaté que le calcium que renferment le chlorure de calcium et le phénylpropionate de calcium suffit à conférer aux Rats maintenus à l'obscurité une réaction intestinale alcaline (²). Nous avons donc incorporé le chlorure d'ammonium et le phénylpropionate d'ammonium, de la manière suivante, dans le régime dont

(¹) *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 938; **215**, 1942, p. 330; **216**, 1943, p. 503, et *C. R. Ac. Agr.*, 31, 1945, p. 574; P. Chauchard, H. Mazoué et R. Lecoq, *C. R. Soc. Biol.*, 13 mars 1946.

(²) R. Lecoq, *Comptes rendus*, **214**, 1942, p. 688, et *Observ. inédites*.

nous reproduisons ci-après la composition centésimale : Peptone de muscle, 17; Saccharose, 65 ; Levure de bière desséchée, 3 ; Sels, 242, 2; Chlorure ou phénylpropionate d'ammonium, 3; Graisse de beurre, 5; Huile d'olive, 5.

On connaît depuis longtemps l'action acidosique du chlorure d'ammonium; nous avons constaté celle du phénylpropionate après injections intraveineuses ou mieux encore sous-cutanées pratiquées sur le Lapin. Le phénylpropionate d'ammonium est plus maniable que le chlorure; ce dernier, introduit par voie intraveineuse, étant doué de propriétés épileptogènes (fait qui, à notre connaissance, n'a pas été encore signalé) et pouvant entraîner d'importantes fractures osseuses.

Maintenus à l'obscurité et recevant l'un ou l'autre des régimes acidogènes, les jeunes Rats de 35 à 45g présentent, en 10 à 15 jours, un rachitisme osseux typique. L'examen ionométrique des matières fécales, des articulations fémoro-tibiales, des os de la queue et la détermination de la réserve alcaline plasmatique révèlent dans ce cas une tendance nette à l'acidose, en dépit de la carence lumineuse, dont l'action alcalinisante antagoniste se manifeste par une quasi-neutralisation des fèces :

	Régime			
	varié.	R. L.	R. L. lactose.	acidogène.
pH des fèces	6,6	7,9	7,4	6,9
» des articul. fémoro-tibiales	7,5	8,0	7,8	7,3
» des os de la queue	7,5	8,0	7,9	7,3
Réserve alcaline	47,4	55,1	71,1	43,0

Conclusions. — Ainsi que nous venons de le montrer et dans des conditions d'ailleurs identiques, le rachitisme expérimental peut être aussi bien obtenu avec un régime acidogène qu'alcalogène.

Ces observations établissent l'exactitude de la conception de Marfan, pour qui l'éclosion du rachitisme nécessite une cause prédisposante : privation de lumière solaire (anhélie) avec carence en vitamine D, et une cause efficiente : infections ou intoxications prolongées survenant à la phase active de l'ossification. Elles confirment également qu'au même titre que l'alcalose, notée chez l'enfant par Bensegeat, l'acidose (habituellement engendrée par les infections) peut intervenir pour contrarier la fixation du calcium dans le tissu ostéoïde, comme le pensaient Blum, Delaville et van Caulaert, Leenhardt et Chaptal.

Ce qui n'empêche pas, le cas échéant, la carence de lumière et de vitamine D de pouvoir être remplacée par l'intervention d'une substance, telle que le lactose (acidogène) ou le carbonate de strontium (alcalogène), rendant le sujet incapable de synthétiser la vitamine D par exposition à la lumière.

PHYSIOLOGIE ANIMALE. — *Effets antagonistes de la thyroxine et de l'aneurine sur la créatinurie du Rat mâle adulte.* Note (¹) de Mlle **Simone Guénot**, transmise par M. Robert Courrier.

En l'absence de créatine exogène, l'urine du Rat mâle adulte ne renferme normalement que des traces de créatine (au maximum 1^{mg} par 100^{g} de poids vif). Il est facile cependant de faire apparaître la créatinurie soit par déséquilibre hormonal, soit par déséquilibre alimentaire. C'est ainsi, pour ne prendre que deux exemples, que l'administration de thyroxine ou la carence en vitamine B1 provoquent un accroissement marqué du taux de la créatine urinaire.

Le fait que des motifs si différents aboutissent à un même effet nous a incité à chercher les relations pouvant exister entre le fonctionnement thyroïdien et les vitamines du groupe B dans la genèse et le déterminisme de la créatine urinaire.

Nous ne pouvons que résumer très brièvement l'esentiel de nos résultats :

1° Dans nos conditions expérimentales, le seuil d'action de la thyroxine, administrée par voie sous-cutanée, se situe aux environs de 10^{γ} par 100^{g} corporel. (Nous considérons qu'il y a créatinurie lorsque le taux de créatine urinaire dépasse 2^{mg} par 100^{g} de poids vif.) Pour cette dose, la réponse atteint en moyenne $2^{mg},75$. Des quantités de thyroxine plus élevées provoquent une créatinurie plus marquée, mais il n'y a pas proportionnalité entre la surcharge hormonale et l'effet créatinurique. Les valeurs que nous rapportons ci-dessous représentent les moyennes par lot de cinq rats; par la suite nous avons précisé sur plus de cinquante animaux la position du seuil d'action.

Valeurs moyennes de la créatine urinaire par 24 h. et 100^{g} de poids vif.

Avant piqûre (moyennes de 10 jours)		0,96			
Le 2e jour après piqûre.	Doses de thyroxine (γ)	5	10	25	50
	Créatine (mg)	1,66	2,75	3,18	4,12

2° La créatinurie thyroxinienne peut être inhibée par l'administration simultanée d'aneurine : 100^{γ} d'aneurine atténuent, 200^{γ} neutralisent complètement l'action de 10^{γ} de thyroxine et suppriment toute augmentation de la créatine urinaire.

3° Alors que, chez les témoins, la carence en aneurine ou en complexe B total détermine l'apparition rapide de la créatinurie (Jacquot), elle n'a plus aucune répercussion sur l'excrétion de créatine si elle affecte des animaux préalablement éthyroïdés. Le court tableau suivant rapporte les résultats

(¹) Séance du 27 mai 1946.

moyens d'une expérience ayant duré un mois et portant sur des lots aussi semblables que possible.

Valeurs moyennes de la créatine urinaire en mg/24 h. *et* 100^g *de poids vif.*

Témoins	0,63	0,36	0,85
Rats carencés en B 1	1,56	2,11	2,20
Rats carencés et éthyroïdés	0,30	0,19	0,24

En conclusion, on voit d'une part qu'une des manifestations essentielles et caractéristiques de la thyroxine peut être inhibée par un facteur vitaminique, d'autre part que la créatinurie de carence s'établit par l'intermédiaire des thyroïdes. Tout se passe donc comme s'il existait un antagonisme physiologique entre thyroxine et aneurine : une suractivité thyroïdienne pourrait, dans une certaine limite, être neutralisée par un apport plus grand d'aneurine; inversement la carence provoquerait un hyperfonctionnement des thyroïdes. Nos recherches sont en complet accord avec les observations de Sure, qui a noté l'aspect histologique d'hyperactivité des thyroïdes d'animaux carencés en B 1; elles apportent de nouvelles preuves, quant aux rôles antagonistes de la thyroxine et de l'aneurine, dont Mouriquand avait déjà établi la réalité par la mesure des chronaxies vestibulaires et que mettent en lumière de nombreux faits cliniques. La question se pose de savoir si d'autres effets de la thyroxine, telle l'augmentation du métabolisme énergétique, peuvent être compensés par l'administration de vitamine B 1.

IMMUNOLOGIE. — *Résistance des Sarigues au venin des Serpents.* Note (1) de M. **Jehan Vellard**, présentée par M. Maurice Caullery.

Deux espèces de mammifères sud-américains ont été signalés comme possédant une résistance élevée au venin des Serpents : *Conepatus amazonicus* et *Didelphis aurita*. Les conditions de cette résistance n'ayant pas été étudiées, j'ai repris cette question avec les espèces sud-américaines de *Didelphis* : *D. aurita*, *D. marsupialis* et *D. azaræ*. Les résultats ont été comparables avec ces trois Sarigues.

Toutes trois ont montré une résistance très élevée à tous les venins de *Crotalinæ* américaines étudiés (*Lachesis*, divers *Bothrops*, *Crotalus*). Des animaux de 750 à 1500^g supportent, sans accidents généraux *ni œdème local*, l'injection de 50^{mg} de chacun de ces venins représentant 10 à 50 fois la dose mortelle pour 1^{kg} de Lapin. Cette résistance n'est pas limitée aux espèces de *Crotalinæ* de la région d'où proviennent les Sarigues; elle s'étend même au venin de *Vipera russelii* de l'Inde, mais non au venin des *Colubridæ*, *Micrurus* ou *Naja*.

Les modifications de la pression artérielle et de la respiration après l'injection

(1) Séance du 3 juin 1946.

de venin de *Crotalinæ* sont analogues à celles observées chez des animaux sensibles, mais exigent une dose 5 à 10 fois plus élevée de venin.

Le sérum des Sarigues possède un pouvoir neutralisant élevé contre tous les venins de *Crotalinæ* et *Viperinæ* étudiés : 1^{cm^3} de sérum neutralise de 4 à 12 doses minima mortelles pour le Pigeon de venin des *Crotalinæ* américaines étudiées et 3 à 5 de *Vipera russelii* (injection intraveineuse de 1^{cm^3} de sérum + venin, après 60 minutes de contact à 37° C.); il existe, pour chaque espèce de Sarigue, des différences sensibles d'un exemplaire à l'autre. Le venin de Naja n'est pas neutralisé.

Le sérum de Sarigue flocule nettement en présence des mêmes venins au voisinage de la dose neutralisée, mais non avec le venin de *Naja*.

Le plasma des Sarigues est très peu sensible à l'action coagulante de ces venins. Plasma de Sarigue : début de coagulation avec *L. muta* $1^{mg},0$; avec *B. jararaca* 2^{mg}; avec *C. terrificus* $2^{mg},5$. Plasma de Cheval : *L. muta* $0^{mg},00025$; *B. jararaca* $0^{mg},00017$; *C. terrificus* $0^{mg},00020$.

Les jeunes nés au laboratoire montrent une résistance comparable à celle des adultes; 30^{mg} de venin de *B. neuwiedii* ont été nécessaires pour tuer une jeune Sarigue de 80^{g} (mort en 48 heures). Leur sérum possède un pouvoir protecteur identique.

Il est intéressant de souligner que cette résistance élevée des Sarigues ne s'étend pas aux propriétés phosphatidasiques des venins. Les phosphatides du plasma et les phosphatides endoglobulaires de Sarigue sont aussi sensibles à l'action hémolytique des venins que ceux des espèces non résistantes. Les globules de Sarigue lavés hémolysent avec le venin de *Bothrops neuwiedii*, même en l'absence de sérum sanguin ou de lécithine. Au contact du venin, leur sérum sanguin devient fortement hémolytique pour les globules homologues et pour les globules hétérologues. Il est même plus actif sous cet aspect que le sérum de Chien ou de Cheval. Cette action hémolytique, purement chimique, n'est pas entravée par un contact de plusieurs heures entre le sérum et le venin; elle se produit *in vitro* dès qu'il existe un petit excès de venin au-dessus de la dose neutralisée par le sérum.

Les lipoïdes sanguins et les lipoïdes hépatiques de Sarigue, extraits par l'alcool-éther et purifiés par l'acétone, ne sont pas plus abondants et ne montrent pas un pouvoir fixateur plus élevé que ceux des espèces animales sensibles.

La résistance des Sarigues est donc bien liée à la fraction protéinique du sérum, qui, seule, neutralise le venin. Ces diverses propriétés du sérum des Sarigues, son pouvoir neutralisant, la réaction de floculation positive, l'action paraspécifique sur tous les venins de *Viperidæ* étudiés, l'absence de protection contre les venins de *Colubridæ*, établissent un parallélisme frappant avec les anti-venins. Il semble que la résistance élevée des Sarigues au venin des *Viperidæ* doive être attribuée à l'existence de véritables anticorps naturels.

Cette immunité naturelle, transmise par hérédité, se serait lentement développée chez des animaux nocturnes, se nourrissant avec fréquence de Serpents, et exposés à des morsures entretenant et renforçant une immunité devenue héréditaire.

PATHOLOGIE ANIMALE. — *Recherches sur la fièvre aphteuse. Essais de vaccination des Bovidés avec du tissu néoplasique de Cobaye aphteux* (¹). Note de MM. **Jules Bridré**, **Michel Bardach** et feu **Paul Rinjard**.

On a vu dans deux Notes antérieures, que, grâce à la virulence d'un tissu néoplasique de cobaye aphteux, une solution paraissait s'offrir aux difficultés techniques éprouvées par Vallée, Carré et Rinjard dans l'application de leur procédé de vaccination des Bovidés contre la fièvre aphteuse.

Certains auteurs pensent toutefois que le virus aphteux adapté au Cobaye se trouve dépouillé d'une grande partie de sa valeur antigénique à l'égard des animaux d'autres espèces. Mais il faut considérer que ces auteurs, utilisant pour leurs expériences les aphtes et leur contenu, n'opéraient qu'avec une quantité réduite de virus. Ayant, au contraire, à notre disposition des quantités énormes de virus actif, les conditions se trouvaient notablement changées.

Nous nous sommes demandé tout d'abord si, après de très nombreux passages chez le Cobaye, un virus aphteux n'a pas son pouvoir pathogène suffisamment amoindri à l'égard des Bovidés pour que ce virus puisse être employé tel quel à la vaccination de ces animaux. L'hypothèse a été vite infirmée : dans 2 expériences sur 3, l'injection sous-cutanée, aux doses estimées *a priori* vaccinantes, a provoqué des lésions aphteuses.

Nous avons alors recherché si le vaccin qui, chez le Cobaye, nous avait fourni d'excellents résultats (suspension virulente glycérinée, débarrassée de tout tissu par centrifugation et formolée) (²), était susceptible d'être utilisé chez les Bovidés. Trois expériences dans ce sens n'aboutirent qu'à de médiocres résultats : à l'épreuve, les animaux présumés vaccinés prirent la fièvre aphteuse comme les témoins ou ne marquèrent qu'une résistance toute relative à l'infection.

Ces constatations, comparées aux succès de laboratoire obtenus autrefois par Carré, Vallée et Rinjard, qui employaient, rappelons-le, un broyage de tissus de cobaye aphteux, nous amenèrent à penser que le tissu virulent renferme un facteur immunigène dont le rôle se révèle important dans l'immunisation des Bovidés. Des expériences sur cobayes démontrèrent, en effet, son

(¹) Document retiré du pli cacheté n° 11786, déposé le 18 août 1941, ouvert à la demande des auteurs ou de leurs héritiers, le 27 mai 1946.

(²) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 1189.

existence : si l'on ajoute au mélange vaccinant des particules (traitées par le formol) de tumeur virulente, l'immunité est, de ce fait, considérablement renforcée. Au contraire, elle ne l'est que peu ou point par l'addition de tissu tumoral non infecté. Nous avons donc modifié comme suit notre technique : le tissu tumoral virulent est broyé sur tamis métallique et mis en suspension au taux de 10 % dans de la glycérine diluée de moitié (par addition d'eau physiologique), tamponnée et ajustée à pH 7,6 (³). Cette suspension est conservée à la glacière. Pour en faire un vaccin, elle est ramenée de 10 % à 3 % par addition d'eau physiologique tamponnée, puis formolée à 1,5 ‰ et portée à l'étuve à 20-23°, où elle est soumise à une agitation quotidienne. Après une semaine de séjour à cette température, elle peut être injectée sous la peau des bovins (⁴).

Nous ne pouvons jusqu'ici rapporter qu'une expérience : deux Vaches ont reçu, en injection sous-cutanée, un vaccin préparé avec le type O. Éprouvées par contact avec une Vache aphteuse, une première fois 19 jours après la vaccination, elles ne présentèrent aucun signe de maladie alors qu'une Vache témoin devenait aphteuse. A la suite d'un second contact établi 25 jours après la vaccination, les deux Vaches vaccinées restèrent indemnes et une Vache témoin réagit par une élévation thermique sans cependant présenter de lésions aphteuses.

Les résultats de cette unique expérience n'autorisent pas à formuler de conclusion définitive, mais ils peuvent être considérés comme très encourageants.

A 15ʰ 45ᵐ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16ʰ.

A. Lx.

(³) Il est recommandable de réajuster le pH du liquide conservateur après stérilisation.

(⁴) Nous devons faire remarquer que, dans cette suspension, la vitalité du virus est atténuée et non détruite, ainsi que le montrent les faits suivants :

a. Certains échantillons de vaccin, inoculés dans le coussinet plantaire du Cobaye, provoquent à la dose de $0^{cm^3},25$ des lésions aphteuses généralisées, tandis que l'inoculation sous-cutanée de 10^{cm^3} est bien supportée.

b. Inoculée sous la peau, une très faible dose de vaccin inoffensive en elle-même, peut occasionner des lésions de généralisation lorsqu'elle est additionnée d'une forte quantité de tissu avirulent.

Ces faits ont été constatés même après plusieurs semaines de conservation du vaccin à la glacière, et nous avons pu voir, par les mêmes expériences, que celui-ci avait gardé son pouvoir immunisant pour le Cobaye.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 17 JUIN 1946.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE CARTAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Après le dépouillement de la Correspondance M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

J'ai le regret de vous annoncer le décès, survenu jeudi dernier, 13 juin, de notre Confrère **Louis Martin**, Membre de la Section des Académiciens libres.

Louis Martin, né au Puy le 20 septembre 1864, a passé la plus grande partie de sa vie à l'Institut Pasteur. Interne des hôpitaux de Paris en 1892, il devient la même année préparateur à l'Institut Pasteur, le dernier nommé avant la mort du grand savant.

Ses travaux les plus importants se rattachent au traitement de la diphtérie. Peu de temps après que Behring et Kitasato eurent fait connaître leur grande découverte des sérums antitoxiques, Louis Martin fut associé à l'expérimentation du nouveau traitement de la diphérie dû au Docteur Roux. Il est avec lui l'un des signataires de la communication faite en août 1894 au Congrès de Budapest, communication qui entraîna la conviction dans tous les esprits et fit entrer définitivement dans la pratique la sérothérapie de la diphtérie préconisée par le Docteur Roux. Depuis cette époque, Louis Martin ne cessa de travailler à l'étude des nombreux problèmes que pose le traitement de la diphtérie. Dans sa Thèse de doctorat (1897), il étudie les propriétés du bacille diphtérique et préconise pour la production de la toxine diphtérique, indispensable à la formation de l'antitoxine, un bouillon aujourd'hui utilisé dans tous les laboratoires sous le nom de « bouillon Martin ».

L'association fréquente du bacille diphtérique à d'autres microbes pathogènes est la source de complications, qui ont fait l'objet d'études étendues de Louis Martin; il montre la nécessité de l'examen des fausses membranes et de leur ensemencement sur sérum coagulé pour distinguer l'angine diphtérique des angines à fausses membranes. Il indique des moyens simples de distinguer les bacilles pseudo-diphtériques des vrais bacillles diphtériques. Il montre comment, dans les épidémies, on peut dépister les personnes contaminées et

éviter l'extension de la maladie. Il s'est particulièrement occupé des porteurs de germes et a indiqué un procédé pour les débarrasser des bacilles qu'ils conservent dans leur gorge.

Louis Martin s'est aussi beaucoup occupé du problème de l'immunisation. Il a organisé un centre de vaccination et formé des équipes capables de vacciner les enfants dans les agglomérations telles que pensions, écoles, colonies de vacances.

L'activité scientifique du Docteur Martin ne s'est pas bornée au traitement de la diphtérie : on lui doit des recherches intéressantes sur différentes maladies qu'on n'a pas l'habitude de rencontrer dans nos climats. Il en est ainsi de la *Spirochétose ictéro-hémorragique*, dont quelques cas apparurent dans l'Armée en 1916, et qui avait d'abord été étudiée par des médecins japonais; en collaboration avec le D[r] Pettit, le D[r] Martin a pu préparer un sérum doué de propriétés thérapeutiques. La *maladie du sommeil*, qui fait tant de ravages parmi les populations noires de l'Afrique, n'épargne pas les Blancs; le D[r] Martin a eu l'occasion de soigner, à l'hôpital Pasteur, un certain nombre de coloniaux (fonctionnaires, missionnaires etc.) atteints de cette affection. Il a préconisé un traitement par l'atoxyl et l'émétique associés; il eut le premier l'idée, pour éviter les inconvénients causés par la causticité du remède, de pratiquer des injections intraveineuses, procédé qui donna toute satistifaction et qui fut ensuite adopté pour les arsénicaux dans le traitement de la syphilis.

Lorsque le Service de Sérothérapie, d'abord limité aux sérothérapies antitétanique et antidiphtérique, étendu ensuite à diverses autres affections, fut fondé en 1894 à l'Institut Pasteur, la direction en fut confiée à Louis Martin, qui eut à résoudre les multiples problèmes techniques que comportait la préparation régulière de centaines de milliers de doses de sérums thérapeutiques. Pendant la guerre de 1914-1918, le Service prit nécessairement une énorme extension, puisqu'il eut à fournir à l'Armée française et aux Armées alliées plus de 6 millions de doses du seul sérum antitétanique. On comprendra et l'on admirera l'activité que durent déployer le D[r] Martin et ses collaborateurs.

Il me reste à parler du rôle important joué par le D[r] Martin dans la création et l'aménagement en 1900 de l'hôpital Pasteur. Cet hôpital présente cette particularité de recevoir dans un même pavillon des malades atteints de diverses affections contagieuses, mais ces malades sont complètement isolés les uns des autres. C'est le D[r] Martin qui a étudié les plans de l'hôpital et en a surveillé la construction. Pendant les nombreuses années où il a été chargé de sa direction, il a fait preuve de remarquables qualités de praticien et d'administrateur. L'expérience a prouvé que les dangers de contagion sont beaucoup moindres dans l'isolement individuel des malades pratiqué à l'hôpital Pasteur que dans l'isolement collectif pratiqué généralement dans les hôpitaux de contagieux. Aussi l'hôpital Pasteur a-t-il servi de modèle à beaucoup d'hôpitaux construits par la suite.

Le Dr Martin faisait partie depuis 1919 de l'Académie de Médecine, qu'il présida en 1940. Il avait été nommé en 1935 président du Conseil Supérieur d'Hygiène publique de la France. Chargé en 1934 de la direction de l'Institut Pasteur, il conserva cette direction jusqu'en 1941. Il avait été élu Membre de notre Académie comme Académicien libre le 3 mai 1937.

Par ses qualités de savant, d'administrateur, d'organisateur, le Dr Martin a rendu à la cause de la santé publique les plus éminents services. C'est un grand serviteur de son pays que nous perdons avec Louis Martin. En votre nom, j'adresse à Madame Louis Martin et à sa famille l'expression de notre sympathie respectueuse.

La séance sera levée en signe de deuil, après le vote inscrit à l'ordre du jour.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à MM. **Gavin Rylands de Beer**, Professeur d'Embryologie à l'Université de Londres, Président de la *Linnean Society*, **B. P. Georges Hochreutiner**, Président de l'Institut National genevois, **J. Ramsbottom**, Conservateur pour la Botanique au *British Museum*, **Winckworth**, Vice-Président de la *Linnean Society*, **Francisco d'Ascenscio Mendonça**, Professeur de Botanique à l'Université de Coimbra, qui assistent à la séance.

TOPOLOGIE. — *Structure de l'anneau d'homologie d'une représentation.* Note (1) de M. **Jean Leray**.

1. Étant donnés un anneau $\mathcal{A}$ et une représentation fermée π d'un espace normal E dans un espace normal $E^\star$, nous avons défini récemment (2) l'anneau d'homologie de π relatif à $\mathcal{A}$. *Cet anneau a la structure suivante :*

Le $(p, q)^{\text{ième}}$ module d'homologie $\mathfrak{P}_1^{p,q}$ de π possède les *sous-modules*

$$0 = \mathfrak{Q}_{-1}^{p,q} = \mathfrak{Q}_0^{p,q} \subset \mathfrak{Q}_1^{p,q} \subset \mathfrak{Q}_2^{p,q} \subset \ldots \subset \mathfrak{Q}_{q-2}^{p,q} \subset \mathfrak{Q}_{q-1}^{p,q} \subset \mathfrak{P}_{p+1}^{p,q} \subset \mathfrak{P}_p^{p,q} \subset \ldots \subset \mathfrak{P}_2^{p,q} \subset \mathfrak{P}_1^{p,q};$$

le $p^{\text{ième}}$ module d'homologie $\mathcal{E}^{p,0}$ de E relatif à $\mathcal{A}$ possède les *sous-modules*

$$0 = \mathcal{E}^{-1,p+1} \subset \mathcal{E}^{0,p} \subset \mathcal{E}^{1,p-1} \subset \ldots \subset \mathcal{E}^{p-1,1} \subset \mathcal{E}^{p,0};$$

il existe des *homomorphismes* Δ_r de $\mathfrak{P}_r^{p,q}$ sur $\mathfrak{Q}_r^{p-r,q+r+1} / \mathfrak{Q}_{r-1}^{p-r,q+r+1}$ ayant pour noyau $\mathfrak{P}_{r+1}^{p,q}$ $(1 \leqq r \leqq p)$;

il existe des *homomorphismes* Γ de $\mathfrak{P}_{p+1}^{p,q}$ sur $\mathcal{E}^{p,q} / \mathcal{E}^{p-1,q+1}$ ayant pour noyau $\mathfrak{Q}_{q-1}^{p,q}$,

2. *Les définitions* de ces sous-modules et de ces homomorphismes sont les suivantes :

1° Soient $Z^{\star p,q}$ et $Z^{\star p-r,q+r+1}$ des classes d'homologie de $E^\star$ relatives respectivement à $\pi(\mathcal{B}^p)$ et à $\pi(\mathcal{B}^{p-r})$; la condition

$$Z^{\star p,q} \in \mathfrak{P}_r^{p,q}, \qquad Z^{\star p-r,q+r+1} \in \mathfrak{Q}_r^{p-r,q+r+1}, \qquad \Delta_r(Z^{\star p,q}) \sim Z^{\star p-r,q+r+1} \bmod \mathfrak{Q}_{r-1}^{p-r,q+r+1}$$

(1) Séance du 27 mai 1946.

(2) *Comptes rendus*, 222, 1945, p. 1366.

équivaut à celle-ci : il existe une couverture $C^\star$ de E, dont nous nommerons les éléments $X^{\star r;\gamma}$, un cycle $\sum_\alpha z^{p;\alpha}X^{\star q;\alpha}$ appartenant à la classe $Z^{\star p,q}$, un cycle $\sum_\beta z^{p-r;\beta}X^{\star q+r+1;\beta}$ appartenant à la classe $Z^{\star p-r,q+r+1}$ et une forme $L^{p,q}$ de E, à coefficients pris dans $\mathfrak{A}$, tels que

$$L^{p,q}=\sum_\alpha L'^{p;\alpha}.\overset{-1}{\pi}(X^{\star q;\alpha})+\sum_{s>0,\lambda} L'^{p-s;\lambda}.\overset{-1}{\pi}(X^{\star q+s;\lambda}),$$

$$\dot{L}^{p,q}=\sum_\beta L'^{p-r;\beta}.\overset{-1}{\pi}(X^{\star q+r+1;\beta})+\sum_{t>0,\mu} L'^{p-r-t;\mu}.\overset{-1}{\pi}(X^{\star q+r+1+t;\mu}),$$

$$L'^{p;\alpha}.\overset{-1}{\pi}(|X^{\star q;\alpha}|)\sim z^{p;\alpha} \quad \text{et} \quad L'^{p-r;\beta}.\overset{-1}{\pi}(|X^{\star q+r+1;\beta}|)\sim z^{p-r;\beta};$$

dans ces formules $z^{p;\alpha}$ représente une classe d'homologie à p dimensions de $\overset{-1}{\pi}(|X^{\star q;\alpha}|)$ relative à $\mathfrak{A}$ et les L' représentent des formes, à coefficients pris dans $\mathfrak{A}$, d'une couverture C' de E.

2° Soit $Z^{\star p,q}$ une classe d'homologie de $E^\star$ relatvie à $\pi(\mathcal{B}^p)$; soit Z^{p+q} une classe d'homologie de E relative à $\mathfrak{A}$; la condition $Z^{\star p,q}\in\mathfrak{X}^{p,q}_{p+1}$, $Z^{p+q}\in\mathcal{E}^{p,q}$, $\Gamma(Z^{\star p,q})\sim Z^{p+q}\bmod\mathcal{E}^{p-1,q+1}$ équivaut à la suivante : il existe un cycle $\sum_\alpha z^{p;\alpha}X^{\star q;\alpha}$ de la classe $Z^{\star p,q}$ et un cycle $L^{p,q}$ de la classe Z^{p+q} tels que

$$L^{p,q}=\sum_\alpha L'^{p;\alpha}.\overset{-1}{\pi}(X^{\star q;\alpha})+\sum_{s>0,\lambda} L'^{p-s;\lambda}.\overset{-1}{\pi}(X^{\star q+s;\lambda}),$$

$$L'^{p;\alpha}.\overset{-1}{\pi}(|X^{\star q;\alpha}|)\sim z^{p;\alpha}.$$

3. *En particulier*, si Z^p et $Z^{\star q}$ sont des classes d'homologie de E et de $E^\star$ relatives à $\mathfrak{A}$, $Z^pZ^{\star q}$ est une classe d'homologie de π

$$Z^pZ^{\star q}\in\mathfrak{X}^{p,q}_{p+1};\qquad \Gamma(Z^pZ^{\star q})\sim Z^p.\overset{-1}{\pi}(Z^{\star q})\qquad \bmod\mathcal{E}^{p-1,q+1}.$$

L'homomorphisme $\overset{-1}{\Gamma}$ de $\mathcal{E}^{p,0}$ sur $\mathfrak{X}^{p,0}_{p+1}$ est donc $\overset{-1}{\Gamma}(Z^p)\sim Z^pE^{\star 0}$; il en résulte que $\mathfrak{X}^{p,0}_{p+1}$ est l'ensemble des classes d'homologie de π du type $Z^pE^{\star 0}$ et que $\mathcal{E}^{p-1,1}$ est l'ensemble des classes d'homologie Z^p de E ayant la propriété que voici : on peut recouvrir $E^\star$ avec un nombre fini d'ensembles fermés $F^\star_\lambda$ tels que $Z^p.\overset{-1}{\pi}(F^\star_\lambda)\sim 0$ quel que soit λ; quand $E^\star$ est bicompact, on peut définir $\mathcal{E}^{p-1,1}$ comme l'ensemble des classes d'homologie Z^p de E telles que $Z^p.\overset{-1}{\pi}(x^\star)\sim 0$ quel que soit le point $x^\star$ de $E^\star$.

4. Les propriétés de l'*intersection* sont les suivantes : désignons par $\mathfrak{X}^{p,q}_r.\mathfrak{X}^{s,t}_r$ le plus petit module contenant les intersections des divers éléments de $\mathfrak{X}^{p,q}_r$ par les divers éléments de $\mathfrak{X}^{s,t}_r$; convenons de poser $\mathfrak{X}^{p,q}_{p+1}=\mathfrak{X}^{p,q}_{p+2}=\ldots$ et $\Delta_r(Z^{p,q})\sim 0$

quand $Z^{p,q} \in \mathcal{L}_{p+1}^{p,q}$ et $r \geqq p+1$; on a

$$\mathcal{L}_r^{p,q}.\mathcal{L}_r^{s,t} \subset \mathcal{L}_r^{p+s,q+t}; \quad \mathcal{L}_r^{p,q}.\mathcal{Q}_{r-1}^{s,t} \subset \mathcal{Q}_{r-1}^{p+s,q+t}; \quad \mathcal{E}^{p,q}.\mathcal{E}^{r,s} \subset \mathcal{E}^{p+r,q+s};$$

$$\Delta_r(Z^{p,q}.Z^{s,t}) \sim \Delta_r(Z^{p,q}).Z^{s,t} + (-1)^{p+q} Z^{p,q}.\Delta_r(Z^{s,t}) \quad \bmod \mathcal{Q}_{r-1}^{p+s-r,q+t+r+1},$$

quand $Z^{p,q} \in \mathcal{L}_r^{p,q}$ et $Z^{s,t} \in \mathcal{L}_r^{s,t}$;

$$\Gamma(Z^{p,q}.Z^{r,s}) \sim \Gamma(Z^{p,q}).\Gamma(Z^{r,s}) \quad \bmod \mathcal{E}^{p+r-1,q+s+1},$$

quand $Z^{p,q} \in \mathcal{L}_{p+1}^{p,q}$ et $Z^{r,s} \in \mathcal{L}_{r+1}^{r,s}$.

Les homomorphismes Δ_r et Γ du *produit* de deux représentations se rattachent aux homomorphismes Δ_r et Γ de ces deux représentations par des formules analogues aux précédentes. Les homomorphismes de l'anneau d'homologie d'une représentation π que définissent l'intersection de π par un ensemble ou la transformation de π par l'inverse d'une représentation [*loc. cit.* ([1]), 4], respectent les homomorphismes Δ_r et Γ.

5. Les propriétés que nous avons énoncées de l'anneau d'homologie d'une représentation peuvent servir à l'étude de l'anneau d'homologie d'un espace et à l'étude de la transformation de cet anneau par l'inverse d'une représentation. Par exemple supposons que $E^\star$ soit bicompact et que, quel que soit le point $x^\star$ de $E^\star$, $\overset{-1}{\pi}(x^\star)$ soit simple (c'est-à-dire ait pour seules classes d'homologie les produits par les éléments de $\mathcal{A}$ de la classe unité); alors $\overset{-1}{\pi}$ est un isomorphisme de l'anneau d'homologie de $E^\star$ relatif à $\mathcal{A}$ sur l'anneau d'homologie de E. Supposons que $E^\star$ soit bicompact et que $\overset{-1}{\pi}(x^\star)$ soit connexe quel que soit le point $x^\star$ de $E^\star$; alors $\overset{-1}{\pi}$ est un isomorphisme du premier module d'homologie de $E^\star$ dans (c'est-à-dire sur un sous-module de) celui de E. Supposons que π soit la projection d'un espace fibré E sur son espace de base $E^\star$, que cet espace de base $E^\star$ soit simplement connexe et que E, $E^\star$ et la fibre F soient des multiplicités; alors le $(p, q)^{\text{ième}}$ module d'homologie de π est le $q^{\text{ième}}$ module d'homologie de $E^\star$ relatif au $p^{\text{ième}}$ module d'homologie de F et, $\mathcal{A}$ étant supposé un corps, l'application aux homomorphismes Δ_r et Γ du théorème sur le rang d'un quotient de modules fournit le résultat suivant : soient $\mathcal{E}(t)$, $\mathcal{E}^\star(t)$ et $\mathcal{F}(t)$ les polynomes de Poincaré de E, $E^\star$ et F; il existe un polynome $\mathcal{B}(t)$ à coefficients entiers non négatifs tel que $\mathcal{E}(t) = \mathcal{F}(t)\mathcal{E}^\star(t) - (1+t)\mathcal{B}(t)$. Soient un groupe bicompact, simplement connexe, E, et un sous-groupe fermé, connexe, à un paramètre, F, de E; soit $E^\star$ l'espace homogène défini par E et F; soit π la projection de chaque classe de E suivant F sur le point correspondant de $E^\star$; supposons que $\mathcal{A}$ soit le corps des nombres rationnels; alors l'anneau d'homologie de $E^\star$ relatif à $\mathcal{A}$ est engendré par des classes d'homologie $Z^{\star 2}$, $Z^{\star 2p+1;\alpha}$ et la seule relation $(Z^{\star 2})^{n+1} \sim 0$; on a $\overset{-1}{\pi}(Z^{\star 2}) \sim 0$; l'anneau d'homologie de E est engendré par une classe hypermaximale Z^{2n+1} et par les classes hypermaximales $\overset{-1}{\pi}(Z^{\star 2p+1;\alpha})$. Les propriétés de l'anneau d'homologie d'une représentation

permettent également de retrouver les théorèmes de M. Gysin sur les espaces fibrés dont les fibres sont des sphères et le théorème de M. Samelson sur les groupes bicompacts transformant transitivement une sphère ([3]).

ÉLECTIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, Sir **Harold Spencer Jones** est élu Correspondant pour la Section d'Astronomie en remplacement de M. *Louis Fabry*, décédé.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Faune de l'Empire français. V. *Coléoptères cérambycides de l'Afrique du Nord*, par André Villiers.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur une généralisation d'un problème élémentaire classique, importante dans l'inspection des produits industriels.* Note ([1]) de M. **George Pólya**, présentée par M. Jacques Hadamard.

1. Dans ce qui suit le mot *point* désignera un point du plan dont les coordonnées sont des entiers non négatifs. Les points $(x+1, y)$ et $(x, y+1)$ *suivent immédiatement* le point (x, y), le premier dans la direction des x, le second dans la direction des y. Les points (x_0, y_0), (x_1, y_1), $\ldots$, (x_l, y_l) forment un *chemin* si $(x_{\lambda+1}, y_{\lambda+1})$ suit immédiatement (x_λ, y_λ), pour $\lambda = 0, 1, \ldots, l-1$. Ce chemin est issu de (x_0, y_0), aboutit à (x_l, y_l) et a la longueur l. Donnons trois nombres positifs h_1, h_2 et s où $s < 1$. Les points (x, y) satisfaisant aux inégalités

$$(1) \qquad -h_1 + s(x+y) < x < h_2 + s(x+y)$$

s'appellent points de la bande B. Nous ne considérons que le cas où à chaque point (x, y) de B différent de $(0, 0)$ aboutit un chemin issu de $(0, 0)$ formé exclusivement de points de B. Le nombre de ces chemins aboutissant à (x, y) est appelé $K(x, y)$. Nous allons calculer $K(x, y)$ *en supposant que s est un nombre rationnel.* Dans ce cas-là $s/(1-s) = a/b$, où a et b sont des entiers positifs sans diviseur commun, et la bande B se décompose en une infinité de tronçons T_0, T_1, T_2, $\ldots$; si $n \geqq 1$ et (x, y) parcourt les points de T_n,

---

([3]) Gysin, *Commentarii Helv.*, 14, 1941, p. 61; Samelson, *Ann. of Math.*, 42, 1941, p. 1000.

([1]) Séance du 12 juin 1946.

$(x+a, y-b)$ parcourra les points de T_{n+1}. Il existe des entiers $r, c_0, c_1, \ldots, c_r$ $(r>0, c_0=1)$ tels que

$$(2) \qquad c_r K(x, y) + c_{r-1} K(x+a, y+b) + c_{r-2} K(x+2a, y+2b) + \ldots + K(x+ra, y+rb) = 0,$$

pourvu que (x, y) n'appartienne pas à T_0.

2. Le mouvement d'une *molécule* est régi par le hasard de la manière suivante. Au moment $t=0$ la molécule est au point $(0, 0)$. Au moment t (t entier) la molécule se trouve au point (x, y). Si (x, y) est un point de la bande B, $x+y=t$ et au moment $t+1$ la molécule se trouvera soit au point $(x+1, y)$ avec la probabilité p, soit au point $(x, y+1)$ avec la probabilité $q=1-p$. Si (x, y) n'est pas un point de la bande, la molécule y reste fixée. Donc, la molécule ne peut se fixer qu'en un point qui n'appartient pas à la bande B, mais en est un *point frontière*. C'est-à-dire que ce point suit immédiatement un point de B soit dans la direction des x, soit dans celle des y. Nous appelons F_p et F_q l'ensemble des points frontières de première et de seconde espèce, respectivement. Nous définissons $K(x, y)$ aussi pour les points frontières, en mettant $K(x, y) = K(x-1, y)$ ou $K(x, y) = K(x, y-1)$, selon que (x, y) appartient à F_p ou à F_q. La probabilité que la molécule se fixera à F_p est $\Sigma K(x, y) p^x q^y$, la somme étant étendue aux points de F_p. C'est une *fonction rationnelle de p*, d'après le résultat du n° 1. Plus précisément, le dénominateur est le polynome $\Sigma c_\rho (p^a q^b)^\rho$, où ρ varie de 0 à r.

3. Nous regardons maintenant p et q comme variables indépendantes et posons

$$\sum K(x, y) p^x q^y = \frac{U}{V},$$

la somme étant étendue à tous les points de la frontière de B, comprenant F_p et F_q. D'après ce qui précède, U et V sont des polynomes en p et q. On a

$$(3) \qquad \left(p\frac{\partial}{\partial p} + q\frac{\partial}{\partial q}\right)^k \frac{U}{V} = \sum (x+y)^k K(x, y) p^x q^y.$$

Si dans cette expression nous faisons $q=1-p$, nous obtenons l'espérance mathématique de n^k où n est la longueur du chemin au bout duquel la molécule se fixe; c'est encore une *fonction rationnelle* de p.

4. Les résultats simples qui précèdent ont un certain intérêt pratique. Ils servent à contrôler les formules approximatives de Wald, qui sont si importantes dans l'inspection des produits de la fabrication en masse. (Voir *Sequential Analysis of Statistical Data : Applications. Statistical Research Group*, Columbia University, New-York, 1945.) Le cas $s=1/2$ du problème traité n'est que le problème classique de la *ruine du joueur*; dans ce cas-là, les formules de Wald ne sont pas seulement approximatives mais *exactes*, pourvu que $2h_1$ et $2h_2$

soient choisis comme nombres entiers. La méthode utilisée s'adapte bien à certains problèmes voisins et au calcul numérique comme on verra dans une autre publication.

THÉORIE DES GROUPES. — *La structure du p-groupe de Sylow du groupe symétrique du degré p^2*. Note [1] de M. **Léo Kaloujnine**, présentée par M. Jacques Hadamard.

La méthode exposée dans ma Note précédente [2] (dont je conserve les notations) permet de faire la classification complète des sous-groupes de $\mathfrak{T}_2$ ($\mathfrak{T}_2$ est le p-groupe de Sylow du groupe symétrique des permutations de p^2 éléments). Les éléments de $\mathfrak{T}^2$ sont représentés par les tableaux $A=[a, a(x)]$, où a est un élément du champ de Galois G_p de p éléments et $a(x)$ est un polynome à coefficients dans G_p pris $(\text{mod}\, x^p - x)$, qui représentent les permutations de la forme

$$A = \{(x, y) \to [x+a, y+a(x)]\}. \tag{1}$$

La loi de composition est donnée par la formule

$$[a, a(x)][b, b(x)] = [a+b, a(x)+b(x-a)]. \tag{2}$$

L'unité a la forme [o, o] et l'inverse de A est

$$A^{-1} = [a, a(x)]^{-1} = [-a, -a(x+a)]. \tag{3}$$

On voit facilement que $\mathfrak{T}_2$ peut être engendré par deux éléments

$$X = [1, 0] \quad \text{et} \quad Y = [0, 1 - x^{p-1}]. \tag{4}$$

On a

$$XAX^{-1} = [a, a(x-1)] \tag{5}$$

et

$$YAY^{-1} = [a, a(x) + (x-a)^{p-1} - x^{p-1}]. \tag{6}$$

Je rappelle que l'on appelle le $\mu^{ième}$ *centre* d'un groupe $\mathcal{G}$ le sous-groupe z_μ de $\mathcal{G}$ défini par récurrence comme suit : 1° $z_0 = E$; 2° z_μ / z_{p-1} est le centre de $\mathcal{G}/z_{p-1}$. Si $\mathcal{G}$ se trouve parmi les z_μ ($\mu = 1, 2, \ldots$) (ce qui arrive certainement si $\mathcal{G}$ est un p-groupe), le plus petit nombre m tel que $z_m = \mathcal{G}$ s'appelle *la classe* de $\mathcal{G}$. La classe est un invariant important des p-groupes. La suite $z_0, z_1, z_2, \ldots$ s'appelle *la suite centrale ascendante* de $\mathcal{G}$. En vertu des formules (5) et (6) :

---

[1] Séance du 12 juin 1946.

[2] *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 222.

I. *Le centre de* $\mathfrak{T}_2$ *se compose des éléments de la forme* $[0, c]$, *où c est une constante.*

II. *Pour* $m \leqq p-1$, z_m *est l'ensemble des éléments de la forme* $[0, z_m(x)]$, *où* $z_m(x)$ *parcourt tous les polynomes du degré* $\leqq m-1$. $\mathfrak{T}_2 = z_p$, *donc la classe de* $\mathfrak{T}_2$ *est p.*

III. $\mathfrak{T}_2/z_{p-1}$ *est cyclique de l'ordre* p^2. *Le sous-groupe* $T = [0, a(x)]$, *où* $a(x)$ *parcourt tous les polynomes du degré* $\leqq p-1$, *peut être caractérisé d'une manière intrinsèque comme le centralisateur du groupe* z_{p-1}.

La suite $\mathfrak{T}_2 \supset T \supset z_{p-1} \supset \ldots \supset z_1 \supset E$ est une suite caractéristique et, puisque l'indice de chacun de ses termes dans le terme précédent est p, elle est aussi une suite principale et une suite de composition. Les résultats analogues peuvent être obtenus pour le cas général du groupe $\mathfrak{T}_m$.

$\mathfrak{T}_2$ ne contient que des éléments de l'ordre p et p^2. Les éléments de l'ordre p sont ou bien de la forme $[0, a(x)]$ ou bien $[a, a(x)]\, a \neq 0$, et tel que $\sum(A) = \sum_{x \in G_p} a(x) = 0$. (Ce qui exige que $a(x)$ soit du degré $\leqq p-r$.) Les éléments de l'ordre p^2 sont de la forme $[a, a(x)]$ avec $a \neq 0 \sum(A) \neq 0$. On a $A^p \in z_1$.

Tous ces faits permettent de prouver les théorèmes suivants :

I. *Les sous-groupes propres non abéliens g de* $\mathfrak{T}_2$ *de l'ordre* p^m *ont les propriétés suivantes :*

1° $2 < m \leqq p$.

2° *La classe est* $m-1$.

3° *Si* $\mu \leqq m-2$, *leur* $\mu^{\text{ième}}$ *centre est* z_μ.

4° $z_{m-1} \subset g$ *mais n'en est pas le* $(m-1)^{\text{ième}}$ *centre.*

5° $g = (A, z_{m-1})$ où $A = [a, a(x)]\, a \neq 0$ (A, z_{m-1}) est le groupe engendré par A et z_{m-1}).

Remarque. — Si $m = 2$, les $g = (A, z_1)$ sont encore des sous-groupes transitifs, mais abéliens de $\mathfrak{T}_2$.

Ces groupes, pour $2 \leqq m \leqq p$ et le groupe $\mathfrak{T}_2$ sont les seuls sous-groupes transitifs de $\mathfrak{T}_2$, considéré comme un groupe de permutations de p^2 éléments $(x, y)(x, y \in G_p)$.

II. *Deux sous-groupes transitifs de* $\mathfrak{T}_2$ *sont isomorphes s'ils sont de même classe et de même exposant.* (On appelle *exposant* d'un groupe le plus petit nombre e tel que $A^e = E$ pour tous les éléments du groupe.)

Le nombre de sous-groupes transitifs d'ordre p^m et d'exposant p est p^{p-m}, et celui de sous-groupes d'ordre p^m et d'exposant p^2 est $(p-1)p^{p-m}$.

CALCUL SYMBOLIQUE. — *Application d'une séquence symbolique à la résolution d'équations intégrales.* Note ([1]) de M. **Maurice Parodi**.

I. Proposons-nous de chercher la solution $\psi(x)$ de l'équation intégrale

(1) $$\frac{\sqrt{\pi}}{2^{\frac{3}{2}}} t^{\frac{3}{2}} \int_0^\infty x^{-\frac{1}{4}} J_{\frac{1}{2}}(t\sqrt{x})\,\psi(x)\,dx = h(t).$$

Partons de la relation

(2) $$\varphi(p^2) = \theta(p),$$

dont la solution en $\varphi(p)$ est immédiate; en posant $p^2 = q$, on a en effet

(3) $$\varphi(q) = \theta(\sqrt{q}).$$

Si l'on pose (au sens de Carson)

$$f(t) \supset \varphi(q), \qquad h(t) \supset \theta(q),$$

une relation connue ([2]) donne, d'après (3),

(4) $$f(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi t}} \int_0^\infty e^{-\frac{x^2}{4t}} h(x)\,dx.$$

Supposons maintenant que (2) soit la transformée d'une certaine relation que nous allons chercher.

M. P. Humbert a montré ([3]) que si l'on a la séquence symbolique

(5) $$f(t) \supset \varphi(q), \qquad \psi(t) \supset f(q), \qquad g(t) \supset \sqrt{q}\, f\left(\frac{1}{q}\right),$$

on peut écrire

$$\frac{\sqrt{\pi}}{2} t\, g\left(\frac{t^2}{4}\right) \supset \varphi(q^2).$$

Une relation connue ([4]) permet de déduire des deux dernières correspondances (5)

$$g(t) = t^{\frac{1}{4}} \int_0^\infty x^{-\frac{1}{4}} J_{\frac{1}{2}}(2\sqrt{xt})\,\psi(x)\,dx.$$

([1]) Séance du 12 juin 1946.

([2]) Si $f(t) \supset \varphi(p)$, on a

$$\frac{1}{\sqrt{\pi t}} \int_0^\infty e^{-\frac{x^2}{4t}} f(x)\,dx \supset \varphi(\sqrt{p}).$$

([3]) P. Humbert et McLachlan, *Formulaire pour le calcul symbolique*, Paris, 1941.

([4]) Si $f(t) \supset \varphi(p)$, on a

$$t^{\frac{\nu}{2}} \int_0^\infty x^{-\frac{\nu}{2}} J_\nu(2\sqrt{xt}) f(x)\,dx \supset p^{1-\nu} \varphi\left(\frac{1}{p}\right), \qquad \mathcal{R}(\nu) > -\frac{1}{2}.$$

Cela étant, il apparaît que (2) est la transformée, au sens de Carson, de l'équation intégrale en $\psi(x)$

$$(6) \qquad \frac{\sqrt{\pi}}{2} t \left(\frac{t^2}{4}\right)^{\frac{1}{4}} \int_0^\infty x^{-\frac{1}{4}} J_{\frac{1}{2}}\left(2\sqrt{x\frac{t^2}{4}}\right)\psi(x)\,dx = h(t).$$

C'est précisément l'équation (1), et sa solution est, d'après (4),

$$\psi(t) \supset f(p) = \frac{1}{\sqrt{\pi p}} \int_0^\infty e^{-\frac{x^2}{4p}} h(x)\,dx,$$

ou encore

$$\psi(t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\, t^{\frac{1}{4}} \int_0^\infty x^{-\frac{1}{2}} J_{\frac{1}{2}}(x\sqrt{t})\, h(x)\,dx,$$

car

$$\frac{1}{\sqrt{p}} e^{-\frac{x^2}{4p}} \subset \sqrt{2}\, t^{\frac{1}{4}} x^{-\frac{1}{2}} J_{\frac{1}{2}}\left(2\sqrt{t\frac{x^2}{4}}\right),$$

à condition que les intégrales aient un sens.

II. Soit à résoudre l'équation intégrale en $\psi(x)$

$$(7) \qquad \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\, t \int_0^\infty x^{-\frac{1}{4}} J_{\frac{1}{2}}(t\sqrt{x})\psi(x)\,dx = \int_0^\infty x^{-\frac{1}{2}} J_1(2\sqrt{xt})\, h(x\,dx).$$

En partant de la relation $\varphi(p^2) = \theta(1/p)$, une méthode analogue à celle utilisée dans la première partie donne la solution

$$\psi(t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\, t^{\frac{1}{4}} \int_0^\infty J_{\frac{1}{2}}(x\sqrt{t})\,dx \int_0^\infty J_1(2\sqrt{xy})\, h(y)\, y^{-\frac{1}{2}}\,dy.$$

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur la seconde approximation dans le problème des jets gazeux.* Note de M. **Caïus Jacob**, présentée par M. Henri Villat.

1. Nous considérons le problème des jets fluides de Kirchhoff dans le plan Oxy. Soient ϖ_1 et ϖ_2 les parois solides, concaves vers le courant, disposées symétriquement par rapport à l'axe Ox et admettant des asymptotes faisant les angles $-\mu$ et μ avec cet axe ($0 \leqq \mu < \pi$). Aux extrémités P_1 et P_2 de ϖ_1 et ϖ_2, qu'on peut supposer situées sur Oy, les lignes de jet λ_1 et λ_2 se détachent des parois et elles sont également symétriques par rapport à Ox. La vitesse des molécules fluides qui se trouvent sur λ_1 et λ_2 doit être constante et égale à U. Soit encore $M = U/c_0$ le nombre de Mach.

2. En nous limitant aux termes en M^2, la méthode hodographique exposée dans une Note [1] antérieure permet d'associer aisément à l'écoulement consi-

[1] *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1329.

déré un autre liquide, de même vitesse U sur les lignes de jet et relatif à des parois $\varpi_1^{(0)}$, $\varpi_2^{(0)}$ ayant la même allure générale. Soit alors $\Gamma^{(0)}$ le coefficient de contraction de ce jet liquide. Le coefficient de contraction Γ du jet gazeux est égal en seconde approximation à

$$\Gamma = \Gamma^{(0)}\left[1 + \frac{M^2}{2}(1 - \Gamma^{(0)})\right]. \tag{1}$$

3. Le procédé employé a l'inconvénient de ne pas conserver les mêmes parois dans la première et la seconde approximation, ce qui rend moins intuitif l'effet de la compressibilité. On peut y parvenir par une adaptation convenable d'une méthode approchée proposée par M. E. Lamla ([2]).

Considérons, à côté du jet gazeux, un jet liquide correspondant aux mêmes parois et à la même vitesse U sur les lignes libres $\lambda_1^{(0)}$ et $\lambda_2^{(0)}$, qui se détachent encore aux points P_1 et P_2. Soit $f_0(z) = \varphi_0(x, y) + i\psi_0(x, y)$ le potentiel complexe de cet écoulement. On aura $2\psi_0 = q_0$ sur $\varpi_1 + \lambda_1^{(0)}$ et ψ_0 sur Ox, q_0 étant une constante positive bien déterminée. La solution du problème du jet liquide s'obtient, suivant les principes posés par T. Levi-Civita et M. H. Villat, en utilisant les formules de M. U. Cisotti. D'importants résultats ont été obtenus en ce qui concerne l'existence et l'unicité de la solution par MM. A. Weinstein ([3]) et J. Leray ([4]). Soient $\varphi(x, y)$ et $\psi(x, y)$ le potentiel des vitesses et la fonction de courant de l'écoulement gazeux. On aura $2\psi = q_0 + M^2 q_1$ sur $\varpi_1 + \lambda_1$ et $\psi = 0$ sur Ox, q_1 étant une constante à déterminer, et de même $V = U$ sur λ_1. D'après les formules de M. Lamla, convenablement modifiées, il viendra en négligeant les termes en M^4, $f(z, \bar{z}) = f_0(z) + M^2 f_1(z, \bar{z})$ avec $z = x + iy$, $\bar{z} = x - iy$ et

$$f_1(z, \bar{z}) = \frac{1}{4U^2}\frac{df_0}{dz}\overline{\int_{z_0}^{z}\left(\frac{df_0}{dz}\right)^2 dz} + \frac{1}{4}[g_1(z) - f_0(z)], \tag{2}$$

la barre désignant qu'il faut prendre le nombre complexe conjugué. La fonction analytique $g_1(z)$, régulière en chaque point du domaine z considéré, doit être déterminée de façon que les conditions aux limites soient vérifiées. En passant au quart de cercle $D(0 \leqq \xi, 0 \leqq \eta, \xi^2 + \eta^2 \leqq 1)$ du plan ζ, par la transformation $z = z(\zeta)$ bien connue dans la théorie des jets liquides, cela revient à déterminer la fonction $g_1(\zeta) = A_1 + iB_1$, holomorphe dans D, continue sur la frontière, sauf en $\zeta = i$, où B_1 reste borné, de façon à avoir

$$\left\{\begin{array}{lll} \dfrac{dB_1}{dn} = \dfrac{d\theta}{d\xi}\left(B_1 - \dfrac{q_0}{2} - 2q_1\right) & \text{pour } 0 \leqq \xi \leqq 1, & \eta = 0, \\ B_1 = H(\sigma) & \text{pour } \zeta = e^{i\sigma}\left(0 \leqq \sigma < \dfrac{\pi}{2}\right), & \\ B_1 = J(\eta) & \text{pour } \xi = 0, & 0 \leqq \eta < 1, \end{array}\right. \tag{3}$$

([2]) *Luftfahrtforschung*, 19, 1942, p. 358.

([3]) *Math. Zeitschrift*, 19, 1924, p. 265; *L'Enseignement math.*, 35, 1936, p. 107.

([4]) *Commentarii Math. Helvetici*, 8, 1935-36, p. 254.

$H(\sigma)$ et $J(\eta)$ étant des fonctions données. Ici $\theta(\xi)$ représente l'angle que fait avec Ox la vitesse du jet liquide au point de $\lambda_1^{(0)}$ dont l'homologue est $(\xi, 0)$. Ce problème, qu'on ramène à une équation de Fredholm, admet une solution et une seule toutes les fois que les conditions (3) rendues homogènes exigen que $B_1 \equiv 0$. C'est ce qui arrive dans des conditions assez générales mises en évidence par MM. A. Weinstein, K. Friedrichs et J. Leray dans l'étude de l'unicité locale des jets liquides. En particulier il en est ainsi lorsque la variation totale de l'angle de la tangente à ϖ_1 avec Ox ne dépasse pas $\pi - \mu$. La fonction $g_1(z)$ est alors déterminée à une constante réelle près k.

La forme de la ligne de jet λ_1 s'en déduit par la formule

$$(4) \qquad z = z^{(0)} + \frac{M^2}{U} e^{i\theta}\left[i\frac{q_1}{2} - f_1\left(z^{(0)}, \overline{z^{(0)}}\right)\right],$$

en faisant correspondre les points z et $z^{(0)}$ de λ_1 et $\lambda_1^{(0)}$ pour lesquels $\varphi = \varphi_0$. Mais pour que le détachement en P_1 se fasse tangentiellement à ϖ_1 il faut remplir la condition

$$(5) \qquad \frac{dB_1}{d\xi} + \frac{d\theta}{d\xi} A_1 = 0 \quad \text{pour} \quad \xi = 1, \eta = 0.$$

Cette condition, jointe à $z_{P_1} = z_{P_1}^{(0)}$, permet de déterminer les constantes q_1 et k. Les coefficients de contraction $\Gamma^{(0)}$ et Γ des jets liquide et gazeux seront alors liés par

$$(6) \qquad \Gamma = \Gamma^{(0)}\left[1 + M^2\left(\frac{1}{2} + \frac{q_1}{q_0}\right)\right].$$

Si ϖ_1 et ϖ_2 sont deux demi-droites, la formule (6) coïncide avec (1), puisqu'alors les parois $\varpi_1^{(0)}$ et $\varpi_2^{(0)}$ sont également des demi-droites et que, dans ce cas, Γ et $\Gamma^{(0)}$ ne dépendent que de μ et de U et non pas des largeurs des orifices.

ÉLECTRONIQUE. — *Diffraction des électrons sur des surfaces monocristallines de cuivre poli électrolytiquement.* Note de MM. **Paul Renaud** et **Henri Frisby**.

La diffraction des électrons, à la surface des corps pleins, a fait naître l'espoir d'obtenir de nombreux renseignements sur la stucture des couches superficielles, qui interviennent souvent seules dans la formation du dessin. Cette remarquable sensibilité doit donner aux chimistes, sur les actions de surface, des renseignements très précieux. L'une de ses premières conséquences, celle que l'on rencontre toujours en premier lieu, avec les méthodes très sensibles, c'est la difficulté de rendre les résultats constants et interprétables. Le nombre des indications possibles est très grand; il est difficile de les bien classer.

L'un des principaux groupes de paramètres, qui ont une action sur le phénomène, est constitué par l'ensemble des paramètres au moyen desquels on

peut définir la préparation de la surface. Ils doivent jouer et jouent en effet un rôle essentiel. Les tours de main de préparation de la surface semblent constituer des recettes sans grand intérêt. C'est, au contraire, eux qui définisent l'état final de la préparation que l'on soumettra aux électrons. C'est parce que leur influence est grande que la méthode peut donner beaucoup de renseignements, au point de vue chimique. Deux points essentiels ont été mis en évidence jusqu'ici. Ce sont l'action des couches de graisses mise en lumière par M. Trillat et l'action des couches de polissage de Beilby, qui rendent la surface amorphe.

Pour l'étude métallurgique ou électrochimique des métaux, il importe d'utiliser des surfaces bien définies et reproductibles qui, autant que possible, correspondent au réseau vrai de l'intérieur du cristal.

J. P. Thomson réussit à obtenir des diagrammes au moyen de monocristaux de cuivre poli, attaqués ultérieurement par un réactif, qui avait pour action d'enlever la couche de Beilby en dépolissant légèrement le cristal.

Il nous a semblé qu'on obtiendrait une couche de cuivre plus utilisable en préparant électrolytiquement une couche polie. On parvient, non sans difficultés, à obtenir un diagramme avec le cuivre poli. Il faut que le bain électrolytique soit maintenu à l'abri des poussières de l'air. Il est bon, de plus, de calciner anode et cathode avant le polissage. Les résultats deviennent excellents en traitant le cristal, après lavage, par l'eau bouillante. Le calcul montre que le diagramme correspond alors, comme ceux de Thomson, à une couche d'oxydule de cuivre Cu_2O. Tout se passe comme si les électrons avaient pénétré assez profondément dans le cristal pour faire intervenir des couches assez nombreuses. Le diagramme ne peut pas être interprété en admettant une diffraction au moyen de quelques couches d'atomes seulement.

Par un effet curieux, le cuivre poli électrolytiquement est attaqué à froid par l'eau distillée. Au bout de 20 minutes la couche formée est assez épaisse pour donner une coloration brune qui forme des plages locales. Ces couches ont une épaisseur de l'ordre du micron; au bout de 2 minutes seulement elles doivent être dix fois plus faibles, ce qui représente 1000 Å. La couche visible ne donne plus de diffraction, mais la couche plus mince en donne.

On obtient un type de diagrammes très différent, avec un même cristal, si l'on prend soin de le traiter avec une eau distillée dont la préparation a été protégée de la graisse par un chauffage énergique de tous les appareils intervenant dans la distillation. Comme il est peu compréhensible que la graisse de l'eau ait une action sur l'oxydation du cuivre, il convient d'examiner de plus près ce phénomène. On a là un exemple de la sensibilité de la méthode, par rapport aux variations des actions chimiques subies par la surface.

ÉLECTROTECHNIQUE. — *Les pertes de puissance dans les lignes à haute tension continue par l'effet de gouttes d'eau pendantes.* Note de MM. **Marcel Pauthenier, Lucien Demon** et **Georges Duhaut**, présentée par M. Aimé Cotton.

I. Nous avons constaté, à l'oscillographe cathodique, que le seuil d'ionisation d'une pointe en présence d'un plateau est caractérisé par une série d'oscillations de relaxation auto-entretenues. La fréquence de ces oscillations est fonction de la tension; elle croît très vite avec celle-ci. Ces faits sont indépendants de la polarité.

Ce phénomène peut s'expliquer de la manière suivante : *au voisinage du seuil* de l'ionisation, les ions émis par la pointe et chassés dans l'espace forment une charge spatiale de même signe que la pointe. Ces ions arrêtent l'émission; le champ à la pointe diminue et se trouve ramené à une valeur insuffisante pour provoquer l'ionisation. Dès que les ions se sont éloignés, le champ à la pointe croît de nouveau et le phénomène recommence. La fréquence augmente lorsque le champ devient plus intense, car l'ionisation peut alors commencer avant que la charge d'espace se soit dissipée complètement.

II. Si l'on applique progressivement une tension continue à un conducteur qui présente à sa périphérie une goutte d'eau pendante, on remarque, pour une certaine valeur du champ, très inférieure à la valeur critique de 31 kV/cm, le déclenchement d'un mouvement vibratoire auto-entretenu accompagné d'émission de courant. Quand on augmente la tension, et par suite le champ, la fréquence de ces oscillations croît jusqu'au moment où la goutte se met en pointe fixe. Ce domaine de variation du champ est d'ailleurs étroit. Une électrode de capture placée au voisinage de la goutte permet de constater que les pertes de courant prennent naissance dès le début des oscillations. Ainsi la présence d'une goutte d'eau abaisse *beaucoup*, sur le conducteur, la valeur normale du champ pour laquelle a lieu l'émission par effet couronne.

Le phénomène d'oscillations accompagné d'émission de courant est dû aux actions antagonistes de la tension capillaire du liquide et de la tension électrostatique superficielle de la goutte. Quand l'influence de cette dernière devient prépondérante, la goutte se met en pointe fixe. D'autre part on observe une diminution rapide du volume de la goutte avec le temps d'application du champ. Cette diminution est due à une évaporation activée par le vent électrique et par une projection de fines gouttelettes par la pointe. La fréquence propre est, comme le prévoit la théorie, proportionnelle à la puissance $-3/2$ du rayon moyen; elle est diminuée par le champ électrique. L'émission périodique de courant par la goutte vibrante, pendant la fraction de période où cette goutte est en pointe, est accompagnée du phénomène (I) de période beaucoup plus courte.

III. Une ligne à haute tension continue, conçue de manière à ne présenter

aucune perte d'énergie par effet couronne, peut éventuellement émettre abondamment au moment d'une chute de pluie.

Cette apparition de pertes supplémentaires est due à l'effet de pointe des gouttes d'eau; ces pertes peuvent atteindre la valeur de 1 mégawatt pour une ligne à 120 kV calculée pour transmettre une puissance de 30 mW à une distance de 100^{km} (diamètre des conducteurs : 13^{mm}). Les pertes par effet Joule correspondantes sont de 2,2 mW. Dans cet exemple, pour éliminer totalement ces pertes supplémentaires par temps de pluie, il faudrait adopter un diamètre minimum de $21^{mm},5$.

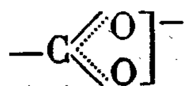
Naturellement une étude économique doit décider, en définitive, du diamètre extérieur qu'il y a lieu d'adopter.

SPECTROSCOPIE. — *Spectre d'absorption infrarouge d'acides aminés entre* 5 *et* 8^{μ}. Note [1] de M. **Henri Lenormant**, présentée par M. Pierre Jolibois.

Jusqu'à présent on n'a obtenu qu'un très petit nombre de spectres d'acides aminés entre 5 et 8^{μ} dans des conditions expérimentales correctes (Wright) [2]. D'autres recherches, conduites avec une faible dispersion (Duval et Lecomte), ne permettent pas une étude complète de cette région spectrale. Au moyen d'un spectromètre enregistreur à fluorine décrit dans une autre publication, nous avons obtenu les spectres d'absorption de 24 variétés d'acides aminés de tous types, mono- ou di-carboxylique, mono- et di-aminés, aliphatiques ou cycliques, avec ou sans fonctions supplémentaires. La plupart ont été étudiés pour la première fois. Des chlorhydrates et des sels métalliques de ces corps, dont les spectres étaient également inconnus, servent de termes de comparaison. Nous devons insister sur le fait que notre dispositif spectrométrique conduit à une résolution suffisante des bandes. En effet, pour des spectres où aucune structure fine rotationnelle n'est à attendre, une augmentation importante de la dispersion, telle que la produirait un réseau, aboutirait à des difficultés hors de proportion avec l'amélioration des résultats.

Un examen sommaire des spectres montre des différences individuelles assez nettes pour permettre de reconnaître les corps d'après leurs courbes d'absorption et indique la possibilité d'utiliser l'infrarouge comme moyen d'identification. Dans l'ensemble, la complexité des courbes croît avec l'allongement de la chaîne hydrocarbonée.

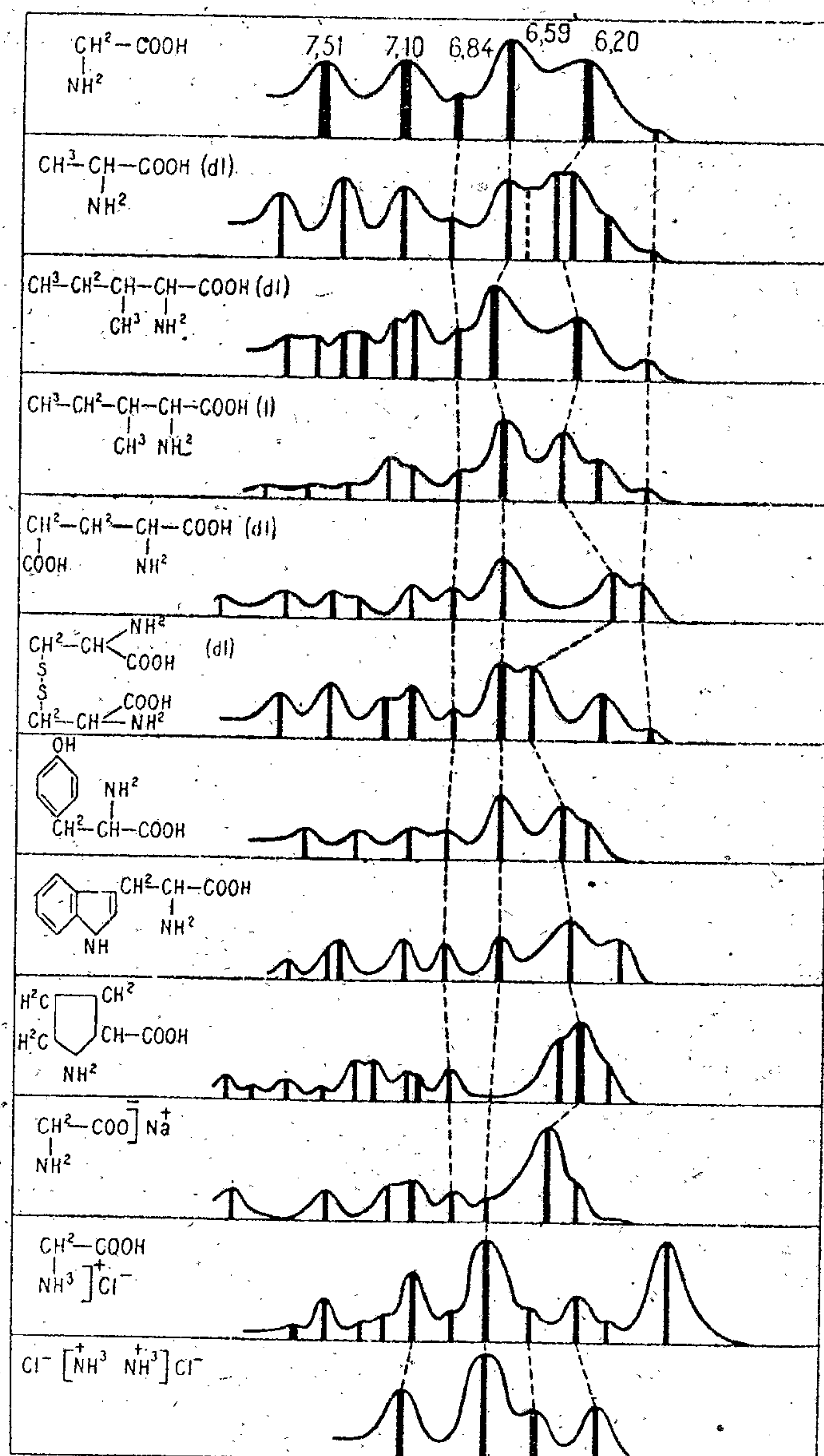
Le point le plus frappant est l'absence de bande C=O vers $5^{\mu},80$ (que fait pourtant prévoir la fonction carboxyle). Ce fait a déjà été observé par J. Lecomte, qui l'a attribué à l'ionisation du carboxyle, réalisant ainsi une forme angulaire symétrique



(1) Séance du 13 mai 1946.

(2) *Bull. Soc. Chim. Fr.*, **10**, 1943, p. 180; N. Wright, *Journ. Biol. Chem.*, **127**, 1939, p. 137.

Cette structure présente deux vibrations de valence, symétrique et antisymétrique, dans la région que nous avons étudiée. La vibration antisymétrique de



fréquence plus élevée, correspond à la série de bandes observées entre $6^{\mu},15$ et $6^{\mu},40$. Elle disparaît en effet dans les chlorhydrates en même temps qu'apparaît la fréquence C=O vers $5^{\mu},80$ du carboxyle moléculaire.

L'identification de la vibration symétrique est actuellement impossible, car la région de 7 à 8^{μ}, dans laquelle on doit la rechercher, est rendue complexe par la présence de bandes imprévues vraisemblablement dues à des formations cycliques. La partie la plus importante et la plus nouvelle de notre travail consiste à démontrer l'ionisation simultanée de la fonction aminée.

Vers $6^{\mu},60$ on note la présence d'une forte bande que nous avons attribuée au groupement NH_3 formé par l'ionisation de la fonction animée primaire, parce que :

1° elle est particulièrement forte dans les chlorhydrates d'hydrazine et d'acides aminés, où la présence de $—NH_3+$ ne fait pas de doute;

2° elle est absente dans le cas d'acides aminés à fonction amine secondaire (sarcosine, proline) dont l'ionisation ne peut donner qu'un groupement $=NH_2+$;

3° elle manque dans les amines primaires, où l'on ne trouve qu'une bande faible vers 6$^{\mu}$,10;

4° elle disparaît dans les sels métalliques des acides aminés.

On peut encore noter la présence de bandes plus ou moins nombreuses vers 6,85, 7, 7,10, 7$^{\mu}$,20, que l'on peut attribuer aux groupements CH_2 et CH_3.

OPTIQUE PHYSIQUE. — *Sur la modification des figures de diffraction par les filtres d'intensité*. Note de M. **Guy Lansraux**, présentée par M. Aimé Cotton.

Pour l'observation des objets étendus, dont les détails ont des formes, des dimensions et des contrastes variés, on admet que le meilleur instrument d'optique est celui qui donne pour image d'un point la tache d'Airy. Cette conclusion s'applique aux instruments de la technique classique, dont la transparence quasi uniforme assure une égale transmission sur tout trajet des rayons lumineux qui le traversent. Avec son filtre, M. André Couder aborde une conception nouvelle en introduisant une variation locale du facteur de transmission, qui lui permet d'obtenir une remarquable atténuation des anneaux de diffraction dans l'image d'une source ponctuelle. D'une façon générale, je me suis proposé de réaliser toute loi de transmission voulue au moyen d'un filtre constitué par une lame à faces parallèles, recouverte d'une couche métallique transparente, d'épaisseur variable. Dans cette intention, la structure, les propriétés des images et la réduction des contrastes par diffraction ont été l'objet d'une étude dont voici quelques éléments.

1° *Expression générale*. — Pour améliorer la qualité des images optiques que la diffraction déforme systématiquement, on doit déterminer la répartition la plus favorable de l'énergie autour de l'image du point. Cette image étant supposée de révolution et représentée par la distribution méridienne I(W) de l'intensité en fonction de l'abscisse radiale W, on considère la fonction

$$e(W)=\frac{\int_0^W I(W)\,W\,dW}{\int_0^\infty I(W)\,W\,dW}$$

qui définit le rapport de la quantité d'énergie distribuée à l'intérieur du cercle de rayon W à l'énergie totale répartie dans la figure de diffraction. Cette expression a une signification physique simple, car elle représente l'éclairement au centre de la figure de diffraction d'une plage lumineuse, circulaire, de

rayon W, constituant une source incohérente sur toute sa surface, et dont l'éclairement uniforme est pris pour unité. La détermination des lois de transmission, l'étude de l'influence des aberrations ou d'un défaut de mise au point, doivent être guidées par les conditions qui donnent à $e(W)$ une valeur maxima. En effet rendre $e(W)$ aussi grand que possible, c'est réduire l'étalement de lumière dû à la diffraction, c'est tendre vers l'image géométrique et c'est améliorer la représentation des contrastes.

2° *Influence des aberrations et d'un défaut de mise au point.* — Je trouve qu'en présence d'une aberration de sphéricité, de forme et de grandeur quelconque, la meilleure mise au point définie par le maximum de $e(W)$, est celle qui correspond à la plus petite différence entre les phases au centre et en un point d'abscisse radiale W de la figure de diffraction d'un objet ponctuel. On peut donc en conclure que la mise au point dépend de la nature du détail qu'on veut observer, et qu'en conséquence le bénéfice qu'on peut tirer du filtre est réduit par les aberrations.

3° *Recherche d'une loi de transmission pour un instrument non aberrant.* — Pour une même valeur de W, j'établis l'existence d'une limite supérieure $E(W)$ de la grandeur $e(W)$; limite dont l'existence est imposée par les effets de la diffraction, qui, pour modifiés qu'ils soient, ne peuvent cependant être supprimés. D'ailleurs $e(W)$ n'atteint sa borne supérieure $E(W)$ que pour la valeur de W en fonction de laquelle on a déterminé la loi de transmission. Il en résulte l'impossibilité de réaliser simultanément les conditions optima pour l'observation de chaque détail d'un même objet. Ainsi une loi unique de transmission, tout en améliorant la qualité de chacun des éléments de structure d'une image, favorise particulièrement certains d'entre eux. On peut y obvier en disposant d'une série de filtres, ou mieux d'un filtre variable pour l'examen sélectif des images. Dans cette étude il a donc été nécessaire de déterminer les lois de transmission correspondant à plusieurs valeurs de W. Certaines considérations me conduisent à choisir celles-ci au voisinage du rayon a du premier anneau sombre de la tache d'Airy. Le facteur de transmission des filtres ainsi déterminés est maximum au centre et décroît jusqu'au bord. Dans tous les cas l'image d'une source ponctuelle comparée avec la figure d'Airy montre un faible élargissement de la tache centrale et une notable réduction de la lumière diffractée dans les anneaux. En conséquence il est possible d'obtenir un affaiblissement considérable de l'éclairement au centre de l'image d'une petite plage obscure entourée d'un fond lumineux. Comme il en résulte un accroissement du contraste d'un petit objet sombre sur fond clair, de nouveaux détails peuvent apparaître. D'autre part, la variation d'éclairement à la limite de deux plages d'intensités différentes étant plus rapide, chaque détail est plus net.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la dissociation du carbonate de glucinium.* Note (1) de M. **Haldun N. Terem**, présentée par M. Paul Pascal.

Le carbonate de glucinium ici étudié est en réalité du carbonate basique, le seul que l'on puisse obtenir pratiquement par voie humide. Mais la grande diversité des formules attribuables à ce corps a conduit plusieurs auteurs, G. Venturello (2) en particulier, à le considérer comme un mélange du carbonate normal et d'hydroxyde. Il est alors théoriquement possible d'étudier la dissociation du premier, à la condition de pouvoir différencier les réactions des deux produits en présence. Nous y sommes parvenu grâce à une méthode de dosage différentiel qui sera décrite par ailleurs, et dont le principe consiste à doser, d'une façon continue, le gaz carbonique et l'eau dégagés pendant la réaction, à températures aussi bien constantes que linéairement croissantes.

Les résultats obtenus confirment d'abord les conclusions des autres chercheurs, celles de Venturello en particulier, à savoir que le carbonate basique est un mélange du carbonate neutre et de l'hydroxyde de glucinium.

Le chauffage graduel, à 240°/heure, de notre échantillon de formule $BeCO_3.5(BeO, H_2O)3H_2O$ correspondant à un hydroxyde $BeO + 1,6\,H_2O$

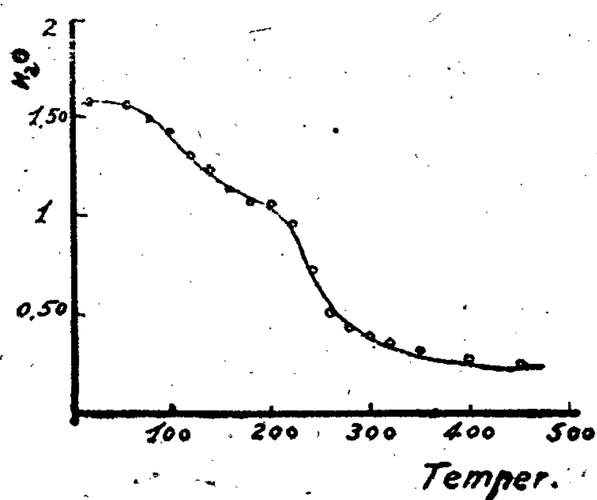


Fig. 1.

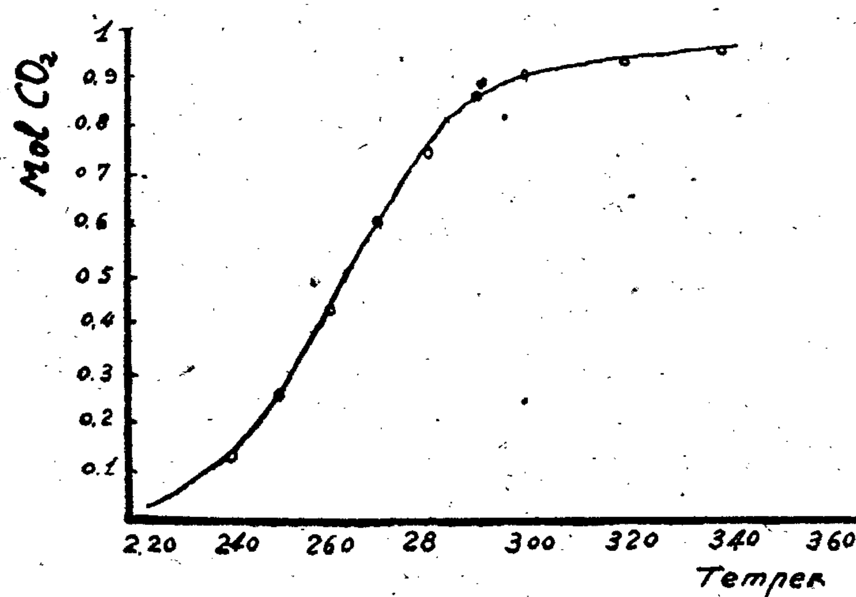


Fig. 2.

révèle effectivement une brusque activation du dégagement d'eau à partir de la composition BeO, H_2O (*fig.* 1), ce qui est en parfait accord avec nos recherches antérieures concernant la déshydratation de l'hydroxyde de glucinium (3).

Quant à la dissociation du carbonate neutre, la vitesse d'ascension de la température étant la même que précédemment, c'est-à-dire 240° à l'heure,

(1) Séance du 3 juin 1946.

(2) *Gaz. Chim., ital.*, 69, 1939, p. 73.

(3) H. Terem, *Revue Fac. Sc. Univ. Istanbul*, 8, (A), 1943, p. 99.

les résultats obtenus sont représentés par la courbe de la figure 2. On voit que cette dissociation s'effectue sans composés intermédiaires, c'est-à-dire sans carbonate basique, le seuil de la réaction étant de 230°.

Enfin les expériences réalisées pour étudier le comportement du carbonate à températures fixes, soit à 230, 250, 270 et 290° donnent des droites

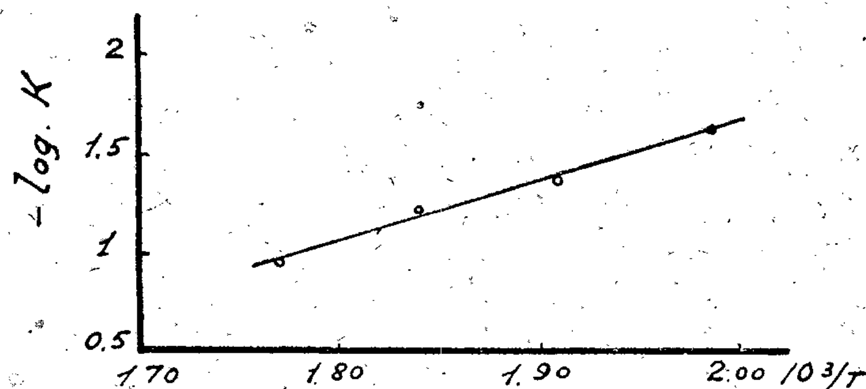


Fig. 3.

mol. CO_2, *temps* dont les pentes k vérifient la loi d'Arrhénius (*fig.* 3), conformément à l'équation

$$-\log k = 3.10^3/T - 4,325,$$

T étant la température absolue. Nous en déduisons, pour l'énergie d'activation de la réaction



$$BeCO_3 \rightarrow BeO + CO_2,$$

la valeur W = 13815 cal.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Relation entre la viscosité limite* (η) *et le degré de polymérisation osmotique des hauts polymères à molécules filiformes.* Note (¹) de MM. **Maurice Fournier** et **Xavier Thiesse**, transmise par M. Jacques Duclaux.

W. Kuhn a obtenu, par des considérations statistiques (²) sur le pelotonnement des macromolécules linéaires, une formule reliant la viscosité limite (η) des hauts polymères linéaires et leur degré de polymérisation P

$$(\eta) = K.P^{0,5 \text{ à } 0,9},$$

K étant un paramètre constant.

A la suite d'une étude rhéologique de polyamides du type Perlon et de la détermination de leur poids moléculaire, Matthes (³) a confirmé la réalité physique de cette relation. Nous avons pu, pour notre part, montrer qu'une loi analogue était applicable aux acétates et aux chlorures de polyvinyle. Les polymérisats industriels ont été au préalable fractionnés avec soin et nous avons déterminé sur les portions les plus homogènes la viscosité spécifique (η)

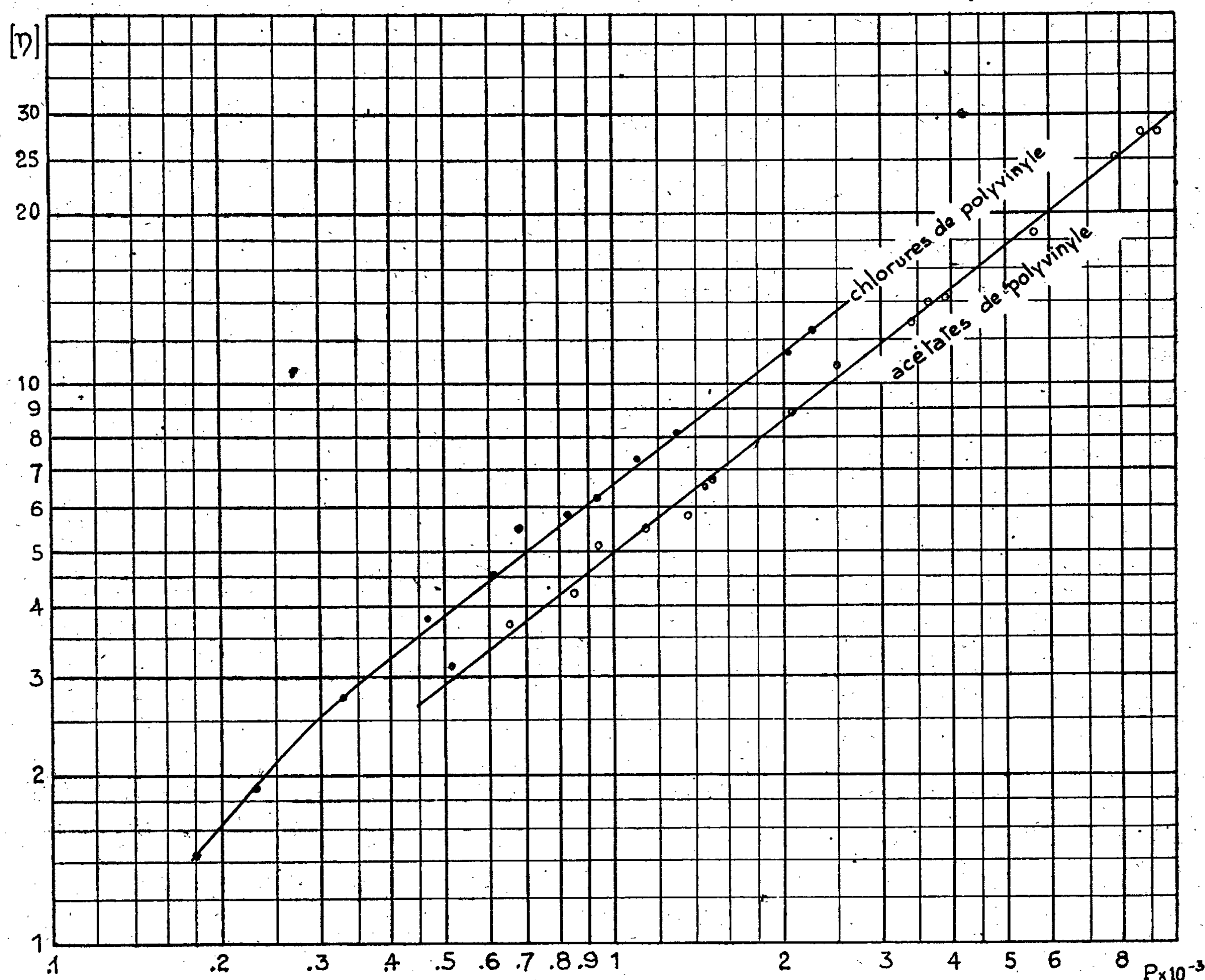
(¹) Séance du 24 avril 1946.

(²) *Z. angew. Chem.*, **49**, 1936, p. 858.

(³) *Journ. f. prakt. Chem.*, **126**, 1943, pp. 245-278.

respectivement dans le benzène et la cyclohexanone, à une température de 20°C. (± 0°,05 C.). Les poids moléculaires ont été mesurés sur les mêmes fractions dissoutes dans l'acétone dans le cas des acétates, et la cyclopentanone dans le cas des chlorures de polyvinyle, en utilisant la méthode osmotique de J. Duclaux. Les membranes semi-perméables au collodion dénitré nous ont donné à cet égard toute satisfaction.

Sur le diagramme ci-dessous, nous avons porté en ordonnées les valeurs des



viscosités limites (η) des diverses fractions étudiées et en abscisses les chiffres correspondants du degré de polymérisation. On obtient, en employant des coordonnées logarithmiques, deux droites sensiblement parallèles et légèrement différentes. Les équations de ces droites sont, pour les chlorures de polyvinyle,

$$(\eta) = 0,0361\,P^{0,76},$$

et, pour les acétates de polyvinyle,

$$(\eta) = 0,0208\,P^{0,79}.$$

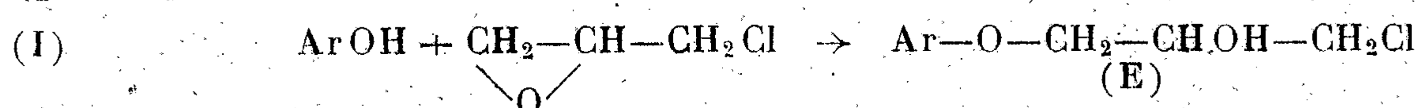
En dessous de $(\eta) = 3$, la linéarité cesse pour les chlorures de polyvinyle.

On peut donc affirmer que la formule théorique de Kuhn est vérifiée avec une approximation assez bonne, par l'expérience, pour les deux types de polymères étudiés et les solvants utilisés. Elle paraît ainsi pouvoir être généralisée aux diverses macromolécules filiformes synthétiques.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Condensation de l'épichlorhydrine avec divers phénols en présence de fluorure de bore.* Note [1] de M. **Henri Lefebvre** et M. et Mme **Émile Levas**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nous avons montré [2] que l'épichlorhydrine réagit avec le phénol ordinaire en présence de BF_3 en donnant avec un rendement intéressant l'éther γ-phénylique de l'α-monochlorhydrine.

Étendant nos recherches, nous avons étudié la condensation, dans les mêmes conditions, de l'épichlorhydrine avec les trois crésols, le thymol, l'orthocyclohexylphénol, le parabromophénol, le gaïacol et l'orthonitrophénol. Sauf avec ces deux derniers phénols, on obtient l'éther E avec un rendement variant pour un rapport moléculaire 4 du phénol à l'épichlorhydrine, de 43 à 63,5 % (par rapport à l'épichlorhydrine) suivant la nature du phénol.



(I) $ArOH + CH_2{-}CH{-}CH_2Cl$ (pont O entre les deux premiers C) $\rightarrow$ $Ar{-}O{-}CH_2{-}CHOH{-}CH_2Cl$ (E)

Pour les trois crésols, nous avons également étudié l'influence du même rapport sur le rendement en éther E. Cette influence est nette, mais cependant moins marquée que dans le cas du phénol ordinaire. Voici les rendements obtenus dans les différentes condensations, toutes effectuées au sein du benzène et au voisinage de 0°.

Phénol.		Épi-chlorhydrine	Mol. phénol / Mol. épichl.	BF_3.	Rendement en éther E.	
	g	g		g	g	%
o-crésol	108	23	4	0,96	25,4	50,8
	216	23	8	1,12	28,44	56,9
m-crésol	108	23	4	1,82	27,40	54,8
	216	23	8	1,21	29,39	58,8
p-crésol	108	23	4	1,32	31,73	63,5
	216	23	8	1,34	34,34	68,7
thymol	97,5	15,4	3,9	1,05	18,1	44,8
p-bromophénol	96	12,7	4	1,60	15,73	43,2
o-cyclohexylphénol	176	22,86	4	1	28,35	42,7

Le gaïacol donne surtout des produits supérieurs, tandis qu'avec l'*o*-nitrophénol il n'y a sensiblement pas de réaction.

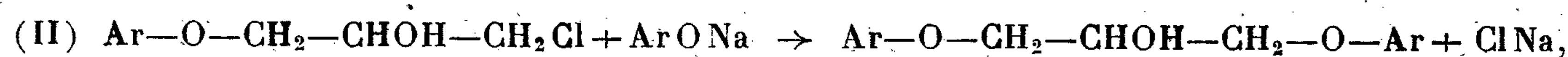
Afin de confirmer la structure des éthers E, nous les avons condensés avec les phénates correspondants [réaction (II)]; les diéthers ainsi préparés ont été

---

(1) Séance du 20 mai 1946.

(2) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 555.

identifiés aux diéthers α-γ obtenus par une autre méthode, en l'occurence par condensation en proportion stœchiométrique de l'α-dichlorhydrine avec les phénates de Na dissous dans l'alcool absolu [réaction (III)].


(II) $Ar—O—CH_2—CHOH—CH_2Cl + ArONa \rightarrow Ar—O—CH_2—CHOH—CH_2—O—Ar + ClNa,$


(III) $2ArONa + CH_2Cl—CHOH—CH_2Cl \rightarrow Ar—O—CH_2—CHOH—CH_2—O—Ar + 2ClNa.$

Caractéristiques des produits obtenus.

(Les détails expérimentaux et les analyses paraîtront dans un autre Recueil.)

I. *Éthers γ-aryliques de l'α-monochlorhydrine,* $Ar—O—CH_2—CHOH—CH_2Cl$.

Ar.		É corrigée.	d_4^t.	n_D^t.	Réfraction moléculaire théorie.	trouvé.
o-crésyle	$C_{10}H_{13}O_2Cl$	156-157°/$_{11mm,5}$	1,177/$_{20°,5}$	1,537/$_{20°,5}$	52,81	53,18
m- »	»	161-162 /$_{11,5}$	1,178/$_{16}$	1,537/$_{16}$	–	53,15
p- »	»	162-163 /$_{12}$	1,177/$_{17,5}$	1,536/$_{17,5}$	–	53,11
Thymyle	$C_{13}H_{19}O_2Cl$	150-151 /$_5$	1,102/$_{18,5}$	1,526/$_{18,5}$	66,67	67,52
o-cyclohexylphényle	$C_{15}H_{21}O_2Cl$	185-188 /$_{4-5}$	1,138/$_{15,6}$	1,544/$_{15,6}$	73,70	74,46
p-bromophényle	$C_9H_{10}O_2BrCl$	193-194 /$_{13,5}$	1,547/$_{20}$	1,574/$_{20}$	55,96	56,62

II. *Éthers diaryliques α-γ du glycérol,* $Ar—O—CH_2—CHOH—CH_2—O—Ar$. — Certains n'ont pas encore été décrits. Les autres ont été, pour la plupart, obtenus antérieurement par condensation de l'épichlorhydrine avec les phénols en présence de C_2H_5ONa ([3]). Ce dernier mode de préparation introduit un stade supplémentaire inutile (préparation de l'épichlorhydrine), puisque nous avons pu condenser directement la dichlorhydrine avec les phénates ([4]).

Ar.		F.	É corrigé.	Rendement %, (II).	(III).
o-crésyle	$C_{17}H_{20}O_3$	liq.	226°,5/$_{13mm,7}$	81	79,4
m-crésyle	»	»	233 /$_{13,5}$	73,5	81
p-crésyle	»	88-88°,5		90	75
thymyle	$C_{23}H_{32}O_3$	42-43	248 /$_{13}$	87,5	76
p-bromophényle	$C_{15}H_{14}O_3Br_2$	91-91,5		76,2	97
o-cyclohexylphényle	$C_{27}H_{36}O_3$	63-64	305,5-307,5/$_{13}$	87,5	65
p-cyclohexylphényle	»	122			64
gaïacyle	$C_{17}H_{20}O_5$	72,5-73,5			95,5
p-nitrophényle	$C_{15}H_{14}O_7N_2$	144,5-145			65

L'éther diphénylique α — γ du glycérol traité par le brome donne avec un bon rendement (70 %) un dérivé dibromé F 91-92° qui fut identifié à l'éther diparabromophénylique décrit ci-dessus. Les éthers diortho et diparacrésyliques fournissent de même des dérivés dibromés fondant respectivement à 78-79° (Rdt 88 %), et 88-89° (Rdt 85 %).

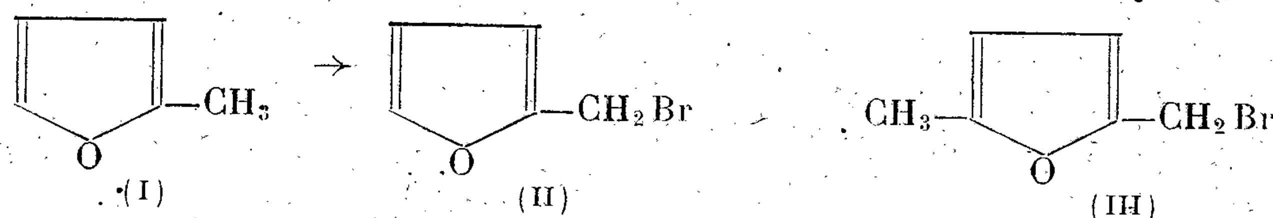
---

(3) Boyd, *J. Chem. Soc.*, **83**, 1903, p. 1137; Boyd et Marle, *ibid.*, **95**, 1909, p. 1807; Marle, *ibid.*, **101**, 1912, p. 305.

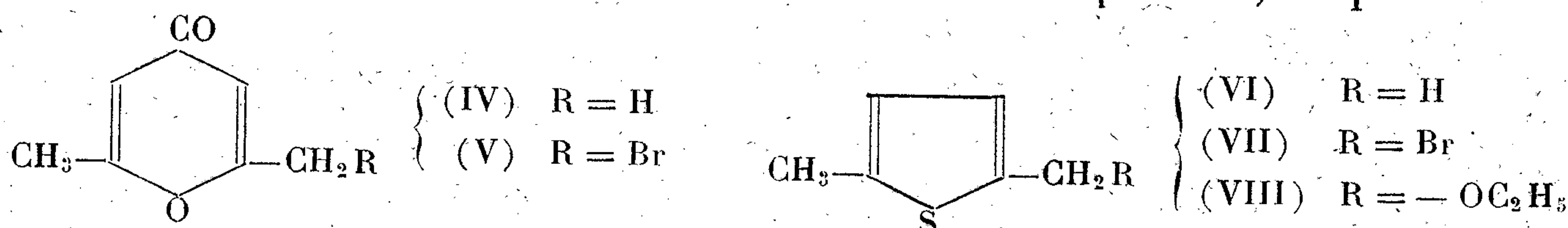
(4) La condensation dichlorhydrine-phénate a déjà été réalisée pour les premiers termes par Rössing et par Fairbourne qui faisaient agir la dichlorhydrine sur le phénate fondu. Nous avons trouvé plus commode d'opérer au sein de l'alcool absolu, d'ailleurs récupérable en presque totalité.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Nouvelles bromurations au moyen du N-bromo-succinimide.* Note (¹) de MM. **Buu-Hoï** et **Jean Lecocq**, présentée par M. Marcel Delépine.

Il a été montré à plusieurs reprises (Buu-Hoï, 1943; Buu-Hoï et Lecocq, 1946; Karrer et Schmid, 1946) que l'action du N-bromosuccinimide sur les composés aromatiques permet l'obtention, selon les cas, de dérivés bromés dans le noyau ou de dérivés bromés dans les chaînes latérales. C'est ainsi que le naphtalène est transformé en α-bromonaphtalène, tandis que les méthyl-naphtalènes sont convertis en esters bromhydriques des naphtylcarbinols correspondants. Nous étendons maintenant ces réactions à des composés hétérocycliques oxygénés ou soufrés qui, en raison de leur altérabilité, ne peuvent être halogénés par le brome ou par ses succédanés habituels. Dans la série des hétérocycles oxygénés pentagonaux, nous avons constaté que le bromosuccinimide réagit avec une extrême vigueur sur le sylvan (I) ou α-méthylfuran pour donner, avec d'excellents rendements, le bromure de furfuryle (II), composé qui n'avait été préparé jusqu'ici qu'en partant de l'alcool furfurylique. En remplaçant le sylvan par le diméthyl-2.5 furan, on



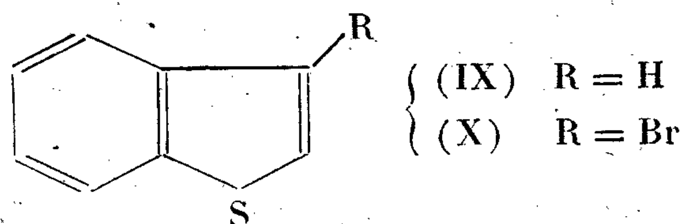
aboutit de même au bromométhyl-5 sylvan (III), composé non encore décrit, et aussi instable que l'est son homologue inférieur. Nous voyons dans cette extrême réactivité des α-alcoylfurans vis-à-vis du bromosuccinimide une preuve nouvelle de la faiblesse du caractère aromatique du noyau furanique. Dans le domaine des hétérocycles oxygénés hexagonaux, nous avons étudié la diméthyl-2.6 pyrone-γ (IV) qui, beaucoup moins réactive, nous a donné néanmoins la méthyl-2 bromométhyl-6 pyrone-γ (V). Ce dernier corps, inédit, est isomère de la bromo-3 diméthyl-2.6 pyrone que l'on avait obtenu de façon laborieuse en faisant agir l'halogène libre sur la diméthyl-2.6 pyrone. Dans la série des hétérocycles soufrés, il nous a été possible, en partant du



thioxène-2.5 (VI), d'obtenir avec de très bons rendements, le méthyl-2 bromométhyl-5 thiophène (VII); la réaction, quoique moins vive qu'en série furanique (ceci est une preuve que le noyau thiophénique est plus *aromatique* que celui du furan), est très aisée, et le composé obtenu ne peut être que (VII),

(¹) Séance du 27 mai 1946.

car il réagit facilement sur l'alcool éthylique (catalyseur : KCN) pour engendrer l'éthoxyméthyl-5 méthyl-2 thiophène (VIII). La méthode du bromosuccinimide permet d'introduire du brome non seulement dans les chaînes latérales des substances hétérocycliques, mais également dans leur noyau : le thionaphtène (IX) par exemple, est converti en bromo-3 thionaphtène (X), corps déjà obtenu par une autre voie.

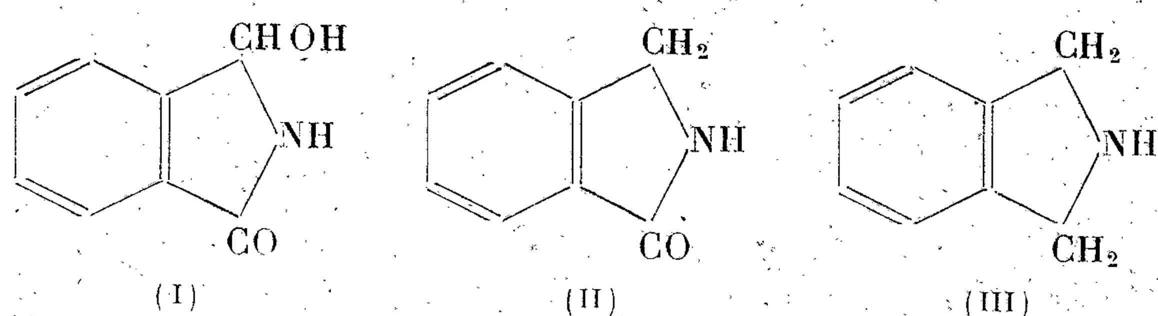


Ces quelques exemples montrent suffisamment de quelle manière la méthode du bromosuccinimide rend aisément accessibles des domaines entiers de la Chimie organique, nombreux et variés, qui étaient restés jusqu'ici presque entièrement inexplorés.

MODE OPÉRATOIRE. — 1° *Bromure de furfuryle.* On dissout 10^g de sylvan fraîchement distillé dans 30^{cm^3} de CCl_4 anhydre, et l'on ajoute à froid 21^g de bromosuccinimide; il y a aussitôt réaction avec dégagement de chaleur et brunissement du liquide. On laisse refroidir pendant une demi-heure, en agitant fréquemment; le succinimide s'est alors déposé, on le filtre, et le filtrat est lavé, avec une solution froide et très diluée de soude dans l'eau, puis desséché sur SO_4Na_2. Après évaporation de CCl_4 sous vide à basse température, il reste une huile jaunâtre qui est le bromure de furfuryle, car, traitée par une solution de potasse (10^g) dans l'éthanol (30^g), elle a engendré l'α-éthoxyméthyl-furan, liquide incolore à odeur de café, bouillant à 134-138°, et se résinifiant facilement (la littérature indique pour ce corps, E 148°). — 2° (III) C_6H_7OBr. En opérant comme ci-dessus avec 16^g de bromosuccinimide, 30^{cm^3} de CCl_4 et 9^g de diméthyl-2,5 furan, on obtient (III) sous forme d'une huile jaunâtre, d'odeur très piquante, lacrymogène, distillant vers 70° sous $2^{mm},5$ avec une violente décomposition. — 3° (V) $C_7H_7O_2Br$. On chauffe au reflux pendant une demi-heure un mélange de 10^g de bromosuccinimide, 7^g de diméthyl-2.6 pyrone et 30^{cm^3} de CCl_4 à reflux; au bout de ce temps, on obtient une solution orangée qui dépose par refroidissement le succinimide. Après filtration et lavage à l'eau on évapore le filtrat. Le résidu de l'évaporation, distillé 2 fois, fournit (V) sous forme d'une huile $É_{0,5}$ 135-140°, se solidifiant rapidement, et cristallisant de CCl_4 puis de l'éther sous forme d'aiguilles incolores, F 112°, très solubles dans l'eau et piquant vivement la peau. — 4° (X). On chauffe à reflux 36 heures un mélange de 5^g de thionaphtène, $6^g,4$ de bromosuccinimide et un peu de CCl_4; après refroidissement, on filtre; on lave le filtrat à la soude aqueuse, on le sèche sur SO_4Na_2, on évapore le solvant et rectifie le résidu. La majeure partie passe à 145° sous 20^{mm} et donne un *picrate* cristallisant de l'alcool en aiguilles jaunes F 114°. — 5° (VII) C_6H_7SBr. On chauffe très légèrement au bain-marie tiède un mélange de $11^g,2$ de thioxène-2.5, $17^g,8$ de bromosuccinimide, et 50^{cm^3} de CCl_4 : il se produit une très violente réaction vers 60°. On laisse refroidir, et essore le succinimide; on lave la solution tétrachloratée à la soude aqueuse, puis à l'eau, on la sèche sur SO_4Na_2, on évapore le solvant et distille le résidu sous vide. Après rectification, on a une huile incolore, $É_{13}$ 90°, très lacrymogène, s'altérant à l'air et à la lumière (rendement 7^g). — 6° (VIII). $C_8H_{12}OS$. 18^g du corps (VII), chauffés 1 heure avec une solution de 7^g de CNK dans 60^g d'éthanol, ont donné, après le traitement habituel, 12^g d'un liquide incolore, d'odeur aromatique, $É_{15}$ 86°, d'indice $n^{17°}$ 1,5615, stable à l'air et à la lumière.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les produits de réduction électrolytique du phtalimide.* Note de MM. **Albert Dunet** et **Antoine Willemart**, présentée par M. Marcel Delépine.

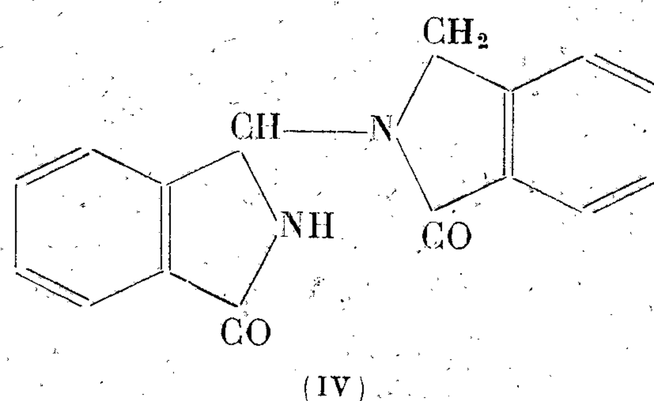
Par réduction électrolytique du phtalimide on peut obtenir, suivant les conditions expérimentales, soit l'hydroxyphtalimidine (I), [B. Sakurai ([1])];



soit la phtalimidine (II), [B. Sakurai ([1])], soit enfin l'isoindoline (III), [E. Späth et F. Breusch ([2]), B. Sakurai ([3]) et E.-W. Cook et W.-G. France ([4])].

Nous avons constaté que, dans les deux premiers cas, les produits de la réaction sont complexes par suite des transformations que les termes de réduction peuvent subir, ce qui explique l'absence d'indication de rendement dans le Mémoire du chimiste japonais.

En particulier, dans le cas de la réduction du phtalimide en phtalimidine, il se forme intermédiairement de l'hydroxyphtalimidine, et ces deux corps peuvent réagir l'un sur l'autre pour donner la 1-N-phtalimidine oxo-3 isoindoline, $C_{16}H_{12}O_2N_2$ (IV), composé nouveau que nous avons effectivement isolé.



Dans un vase poreux servant de compartiment cathodique, on met 50^{cm^3} d'acide chlorhydrique, 50^{cm^3} d'eau, 50^{cm^3} d'alcool éthylique et 3^g de phtalimide. La cathode est constituée par une plaque de plomb de 1^{dm^2} préparée suivant J. Tafel ([5]) et l'anode par une lame de platine. On fait passer un courant de 6 ampères pendant 6 à 7 heures à une température de 30-40°. On concentre (sans neutraliser l'acide) et l'on obtient d'abord un corps

([1]) *Bull. of the Chem. Soc. of Japan*, 5, 1930, pp. 184-189.
([2]) *Mon. Hefte*, **50**, 1928, pp. 349-356.
([3]) *Bull. of the Chem. Soc. of Japan*, 7, 1932, pp. 155-157.
([4]) *Journ. of Phys. Chem.*, **36**, 1932, pp. 2383-2389.
([5]) *Ber. d. chem. Ges.*, **33**, 1900, p. 2215.

cristallisé en aiguilles incolores, très solubles dans le chloroforme, la pyridine, solubles dans l'alcool éthylique et l'eau chaude, peu solubles dans le benzène, l'éther et l'acétone.

Après purification par cristallisation dans l'alcool éthylique, le composé fond à 228° (Bloc Maquenne). Rendement de 15 à 20 % par rapport au phtalimide. En continuant la concentration, après avoir alcalinisé, on obtient la phtalimidine de point de fusion 149°.

La détermination de la constitution du composé nouveau résulte de l'ensemble des faits expérimentaux suivants :

1° L'analyse élémentaire donne % C 71,7; H 4,6; N 10,58 au lieu de C 72,6; H 4,54; N_2 10,6 pour $C_{16}H_{12}N_2O_2$. Le poids moléculaire déterminé par cryoscopie dans le camphre suivant Rast est 275; théorie 264.

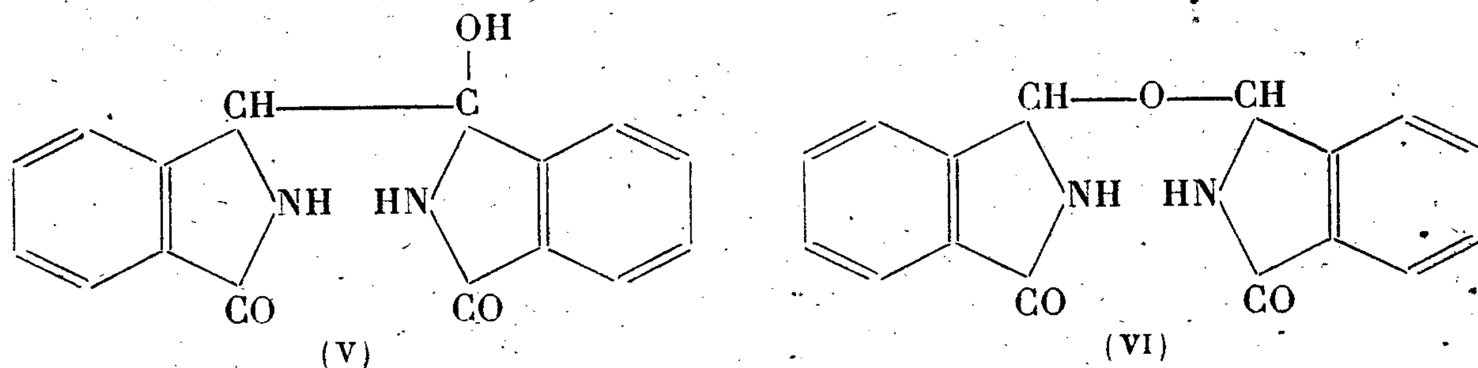
2° La méthode de Zerewitinof fait apparaître un seul atome d'hydrogène mobile à froid.

3° Par action de l'acide nitreux, on a obtenu un produit jaune, qui, après cristallisation dans l'alcool, fond à 208°. L'analyse élémentaire de ce composé a mis en évidence l'introduction d'un seul groupe nitrosé. Trouvé % C 66,71; H 4,04; N 14,17, au lieu de C 65,5; H 3,75; N 14,34 pour $C_{16}H_{11}O_3N_3$.

Il paraît vraisemblable que l'atome d'hydrogène mobile lié à l'atome d'azote de la formule IV est remplacé par le groupe nitrosé.

4° Enfin on a pu faire la synthèse du composé représenté par (IV) en mélangeant équimoléculairement de l'hydroxyphtalimidine et de la phtalimidine dans une solution hydroalcoolique d'acide chlorhydrique. Après quelques heures de contact, on obtient par évaporation avec un rendement de 60-70 % un corps qui fond à 228°, idendique à celui isolé précédemment.

Si, par contre, on effectue la même opération avec la phtalimidine seule, on obtient uniquement du chlorhydrate de phtalimidine et avec l'hydroxyphtalimidine seule, on obtient l'anhydride de l'hydroxyphtalimidine auquel on attribue soit la formule (V) [Reissert ([6])], soit la formule (VI) [Sakurai ([1])].



(V) (VI)

Nous nous proposons d'infirmer ou de confirmer ultérieurement l'une ou l'autre de ces structures.

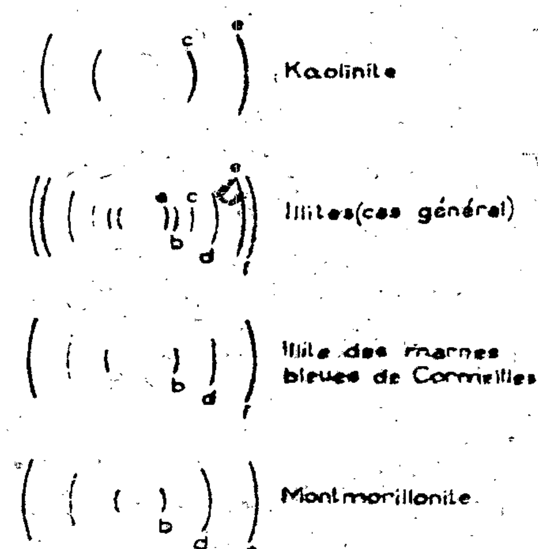
L'ensemble de ces expériences permet de concevoir aisément comment la 1-N-phtalimidine oxo-3 iso-indoline peut effectivement se former dans le milieu réactionnel de réduction électrolytique contenant indubitablement un mélange d'hydroxyphtalimidine et de phtalimidine.

([6]) A. Reissert, *Ber. d. chem. Ges.*, 46, 1913, p. 1488.

MINÉRALOGIE. — *Sur les argiles micacées (Illites).* Note de M. A. RIVIÈRE, présentée par M. Charles Mauguin.

Les minéraux argileux de très nombreux sédiments schisteux, argileux, marneux sont essentiellement des *Illites* (¹). Le centre des spectres Debye-Scherrer étant noyé dans une zone de diffusion intense, j'ai eu recours à l'orientation (²) des argiles : par sédimentation et évaporation lente de *suspensions parfaitement défloculées et dispersées*, on obtient des pellicules constituées par l'agglomération de particules cristallines orientées parallèlement à leur plan. Elles donnent des spectres X très particuliers, caractérisés par un renforcement intense des réflexions *oop*, à la fois en raison de la structure et de la forme de la préparation.

L'application de la méthode a d'abord permis de vérifier que certaines des argiles étudiées (C) appartenaient bien aux palygorskites (¹) (structure fibreuse). Les autres (A, B) donnent (voir la figure) presque toutes le même



Spectres d'argiles orientées, angle de Bragg compris entre —10° et +10° environ

spectre avec les raies : *a*. F 14,2 Å; *b*. F 10,1 Å; *c*. F ou *m* 7,11 Å; *d*. *f* 4,91 Å; *e*. *m* ou F 3,55 Å; *f*. F 3,32 Å. Toutefois l'un des échantillons (argile des marnes bleues de Cormeilles) ne présente que les raies *b*, *d*, *f* qui, d'après la valeur des écarts réticulaires correspondants, semblent pouvoir être considérées comme des réflexions successives d'ordre 1, 2, 3. Les autres *a*, *c*, *e*, n'appartiennent visiblement pas à la même maille; elles pourraient encore être considérées comme des réflexions d'ordre 1, 2, 4, mais on notera que si l'écart *a* (14,2 Å) est voisin de celui des montmorillonites, les raies *c* et *e* coïncident avec celles de la kaolinite. Le premier système correspond évidemment à une structure bien définie (à 10 Å) que l'on peut considérer comme typique des illites et l'ensemble du spectre pourrait être interprété comme résultant du mélange de cette illite avec de la kaolinite et une argile

(¹) A. RIVIÈRE, *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 1946 (sous presse).
(²) W. F. BRADLEY, *The Am. Mineral.*, 25, VI, 1940.

montmorillonitique. Cependant, cette interprétation se heurte aux objections suivantes : *a*. l'écart 14,2 Å (légèrement différent de celui des montmorillonites typiques) semble indifférent aux conditions hygroscopiques; *b*. l'intensité des raies semble impliquer des proportions de kaolinite et de montmorillonite incompatibles, 1° avec l'absence de certaines raies fortes de la kaolinite dans les spectres D-S, même surexposés, 2° avec l'absence de la réflexion $f(3,12\ \text{Å})$ de la montmorillonite orientée, distincte de la réflexion voisine des illites (3,32), 3° avec l'absence de la raie de grand écart réticulaire de la montmorillonite (très intense), dans les spectres D-S; *c*. les paillettes cristallines du *minéral* E de Brajnikov donnent des spectres identiques et, dans ce cas, il ne saurait évidemment être question de mélange de particules indépendantes.

Les faits s'expliqueraient mieux en admettant que les particules argileuses soient des sortes de *mâcles*, constituées par l'alternance de séries d'épaisseurs variables (mais toujours faibles) des feuillets des trois types. Il en résulterait un affaiblissement et un étalement des réflexions susceptibles d'amener la confusion à peu près complète des différentes raies de grand écart réticulaire et la disparition des autres (en dehors de celles de l'illite, dominante) dans les spectres D-S. Un argument indirect en faveur de cette interprétation est que, dans certains cas, les critères du paragraphe *b* ci-dessus, ont permis l'identification incontestable de kaolinite et de montmorillonite indépendantes de l'illite.

D. Ph. Nagelschmidt [3] explique le manque de netteté des raies centrales des illites par l'alternance de feuillets à plus grand écart réticulaire et considère leur apparition comme la conséquence de phénomènes d'altération avec passage périodique à la structure montmorillonitique (par élimination des ions K intercalés entre les feuillets d'illite). Cependant, au moins dans nos échantillons, la présence d'une structure à 14 Å est toujours liée à la présence d'une structure à 7 Å. Il est possible que cela tienne à l'évolution de la structure illite vers des structures plus stables, l'une plus pauvre, l'autre plus riche en silice, donc éventuellement sans modification chimique importante, mais cette structure complexe apparaît parfois d'emblée dans des illites de néoformation (échantillon remis par M. Goguel). D'autre part ces associations me semblent pouvoir également se réaliser en cours de sédimentation.

GÉOLOGIE. — *Le sondage de Lao-Si-Kai (Tien-Tsin). L'artésianisme dans la plaine du Tcheu-Ly (Chine).* Note [1] de M. **Émile Licent**.

Le sondage de Lao-Si-Kai (Tien-Tsin) a atteint une profondeur de 864^{m}, dans un gros sable bleuté surmonté de graviers et d'un sable gris bleuté dans

(3) *Min. Mag.*, 27, 1944, p. 59.

(1) Séance du 12 juin 1946.

lequel on a établi la crépine (716 à 743^{m}). L'eau s'élève à 7^{m} au-dessus du sol (altitude de Tien-Tsin, 5^{m}).

Température 31° C. Dureté totale très basse; dureté permanente pratiquement nulle. Teneur en sulfates de Ca, Mg et Na remarquablement faible; 39^{mg} par litre. Teneur en chlorure de sodium des plus faibles par comparaison avec les puits profonds de la région, 108^{mg}; bicarbonate de sodium, 554^{mg}; carbonate de sodium, 47^{mg}; résidu salin au rouge sombre, 561^{mg}.

D'après l'étude de 80 sondages plus ou moins profonds (216^{m} pour le plus profond) on pouvait concevoir le remplissage du synclinal que couvre la plaine du Tcheu-Ly comme une formation d'alluvions plus ou moins argileuses (lœss délavé) recoupée par un réseau de couches irrégulières plus sableuses ou graveleuses. En profondeur, on trouverait des voies plus dégagées, anciens thalwegs, glacis caillouteux, où l'eau garderait partiellement la pression correspondant aux régions d'infiltration qui se relèvent au pourtour de la plaine.

La subsidence du synclinal continue, provoquant des dépressions que les rivières colmatent par des deltas intérieurs.

Les terrains traversés par le sondage de Lao-Si-Kai sont en général plus chargés d'argile dans les régions supérieures. Font exception les couches suivantes : 36 à 47^{m} avec 4 % d'argile seulement; 89 à 96^{m}, traces; 122 à 137, néant; 146 à 150, 11 %; 152 à 158, néant; 190 à 198, 16 %; 214 à 217, 14 %; 219 à 230, 3 %. Toutes les autres couches, de 0 à 259^{m}, contiennent au moins 25 % d'argile; l'une d'elles (155 à 160^{m}) arrive à 74 %; une autre (229 à 263^{m}) à 80 %. De 13 à 259^{m}, la proportion moyenne est 40 %. Cet ensemble, où la couleur jaune domine, forme, avec l'eau capillaire, *un* toit *pratiquement imperméable*.

Plus bas l'argile tombe à 10 ou 15 %. De 338 à 461^{m}, on trouve des graviers très aquifères, et, à partir de 558^{m}, des sables bleutés, plus siliceux, presque purs, dominent, en couches épaisses, jusqu'au fond (864^{m}). *Les eaux trouvent là une circulation plus aisée,* avantage qui ne peut que s'accentuer en profondeur.

A toutes hauteurs il y a des grains basaltiques ou andésitiques et aussi, par exemple vers 729^{m}, des paillettes de biotite larges de 3 à 4^{mm}.

A certains niveaux le sable est durci, cimenté par l'argile ou le calcaire. Entre 259 et 280^{m}, 342 et 345, 360 et 360$^{1/2}$, 373 et 382, 417 et 418, 451 et 453, 532 et 533, on a rencontré des blocs et cailloux calcaires, sans doute des concrétions analogues aux « poupées » du lœss. Le calcaire se présente souvent aussi en fragments bruns ou chamois (Cambrien ou Précambrien). Le fer est très rare, sinon absent. Vers 459 et 486^{m} se sont produits des dégagements d'anhydride carbonique; on n'a trouvé de débris ligniteux qu'à la crépine (729^{m}).

Les dépôts d'eau douce dominent. Les Planorbes et Limnées abondent de 23 à 83^{m} et de 706 à 744^{m}. Les débris de Quadrula et de Corbicula viennent surtout des niveaux suivants : 25 à 39^{m}, 219 à 230^{m} (?), 343 à 434^{m}, 379 à 389^{m}, 503 à 536^{m}, 558 à 599^{m} et 852 à 866. Les *Lutraria,* coquilles d'estuaires et de lagunes, occupent les niveaux de 13 à 37^{m}, 48 à 77^{m}, 644 à 664^{m}, 715 à 744^{m}; des Planorbes dénoncent le voisinage d'eaux continentales aux niveaux 65 à 77^{m} et 715 à 744^{m}.

On n'est pas sorti du Quaternaire.

Il reste difficile d'apprécier la profondeur du synclinal. On peut remarquer

cependant que les graviers de plus en plus abondants, à grains anguleux entre 567 et 716^{m}, ainsi que les fragments de calcaires anciens à différents niveaux, suggèrent, comme possible pour l'époque de leur dépôt, le voisinage assez proche des bords du synclinal. Il n'est pas probable que celui-ci soit en V très fermé. D'ailleurs le fond n'est vraisemblablement pas en gouttière régulière : on peut supposer un relief enseveli.

Les chances d'eaux jaillissantes semblent plus grandes dans la partie plus étroite de la plaine à l'ouest du Chantoug, puis suivant des alignements parallèles aux bordures ouest et est, surtout en face des débouchés des grandes vallées, pour la plupart anciennes.

GÉOLOGIE. — *Sur les rapports des séries triasiques de la Sierra de Baza (Prov. de Grenade) avec la série métamorphique de la Sierra-Nevada.* Note [1] de MM. **Luis Solé** et **Paul Fallot**, présentée par M. Charles Jacob.

Ayant étudié dans la partie orientale de la Sierra de Baza une zone de 12^{km} de large sur une trentaine de kilomètres mesurés transversalement aux accidents, nous avons admis qu'y règnent deux unités tectoniques superposées [2] formées toutes deux de Werfénien sans conglomérat de base, faiblement métamorphique dans la plus basse, puis de Trias moyen et supérieur marin. Il reste à envisager leurs rapports avec les terrains métamorphiques qui s'étendent plus au Sud.

Nous avons insisté sur le fait [3] que le complexe métamorphique de la Mischungszone, superposé au Cristallin de la Sierra-Nevada, pend au Nord et disparaît, comme l'a dit M. Jansen, sous le Werfénien de l'unité alpujarride inférieure. Si l'on ne peut établir rigoureusement, dans le secteur étudié ici, la nature du contact du Trias inférieur avec la Mischungszone, les apparences font supposer qu'il existe entre elles une certaine discordance ou disharmonie. L'hypothèse admise par l'École hollandaise, pour tous les éléments alpujarrides du Nord de la Sierra-Nevada, à savoir l'existence d'une surface de charriage séparant le Werfénien de son substratum métamorphique, ne peut être ni confirmée ni infirmée ici.

On a, par contre, des preuves multiples de l'indépendance tectonique, au moins relative, du Muschelkalk de la série alpujarride inférieure par rapport à son Werfénien basal, sur lequel il repose par des termes variés et souvent en biseau. Mais rien ne permet encore d'évaluer l'ampleur du déplacement du complexe calcaréo-dolomitique par rapport au Trias inférieur.

---

(1) Séance du 27 mai 1946.
(2) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 1184.
(3) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 1218.

Quant à la série supérieure, si on lui rapporte le témoin du Calar de Quintana, elle recouvre la précédente sur au moins 13km de distance transversale. Si on lui rapportait les massifs situés entre le Werfénien du Cortijo de Carillo et les abords de Baza, ce chiffre devrait être porté à plus de 30km.

Les théories en faveur font venir les poussées et les éléments alpujarrides du Sud. Mais il convient de noter que le plongement général des séries alpujarrides vers le Nord, comme la disposition de certains accidents tectoniques, notamment aux abords du Quintana, évoquent, au moins localement, des efforts propagés du Nord au Sud. Les faciès des niveaux les plus élevés des massifs avoisinant Baza rappellent beaucoup, d'autre part, ceux du Lias inférieur subbétique. Enfin les deux unités tectoniques que nous avons distinguées ne s'enracinent ni l'une ni l'autre sous le revers septentrional du massif cristallin. Leur bord interne se relève au contraire vers le Sud, où l'on a vu qu'il repose sur les marbres de la Mischungszone.

Des variantes apparaissent toutefois dans la position de ces derniers. Ainsi, à l'Est de la Golfa, ils s'insèrent dans le versant sud de la vallée du moyen Bodurria, sous des schistes métamorphiques accompagnés de micaschistes à grenats, de telle sorte que, dans ces parages, semble s'être produit soit un renversement, soit un écaillage de la Mischungszone. Les éléments alpujarrides du voisinage ne paraissent pas suivre ce mouvement. Plus au Nord-Est, vers Los Colmenares, apparaît, sous les marbres accompagnés de phyllites, un vigoureux anticlinal, ou, mieux, un dôme de Trias moyen non métamorphique, orienté Sud-Est-Nord-Ouest. Sa retombée Nord-Ouest est séparée des séries triasiques alpujarrides de l'Ouest de Los Colmenares et de l'Enebro par une mince bande de schistes phylliteux sans marbres, peut-être werféniens.

Hormis quant à cet anticlinal profond dont la signification nous échappe encore, comme aussi semble-t-il à M. Jansen, les séries triasiques conservent partout leur allure et leurs rapports respectifs, et elles s'élèvent vers le Sud comme si elles étaient venues s'appliquer contre le massif cristallin dans un mouvement Nord-Sud. On pourrait aussi admettre, selon le schéma classique que, s'enracinant au Midi du Cristallin de la Sierra Nevada, elles représentent, ici, les parties frontales plongeantes de digitations d'une grande nappe venue du Sud.

Si la Mischungszone comportait dans sa série cristalline et calcaire ne fût-ce que du Werfénien, toute la série à Werfénien rouge ou rose et à Trias marin qui repose sur elle serait charriée et cette dernière interprétation s'imposerait. Si elle n'embrasse que du Paléozoïque, comme les apparences le laissent supposer ici, la plus inférieure des séries à Trias marin se trouve en place. Elle joue le rôle de ce que M. Blumenthal appelle dans la Sierra Tejeda le *Trias basal*, rôle d'ailleurs parfaitement conciliable avec les décollements de la série calcaréo-dolomitique par rapport aux phyllites werféniennes. Dans ce cas on n'aurait pas à se préoccuper des racines de la série inférieure puisqu'elle serait

autochtone ou parautochtone. Par contre la série ou nappe supérieure étant charriée sur la première, le problème de son enracinement au Sud des massifs cristallins reste posé, comme aussi ceux de son extension et de ses rapports avec la complexe que, vers Gor, à l'Ouest du secteur décrit ici, M. Jansen rapporte à la nappe de Guajar.

L'étude de ces questions fera l'objet de recherches ultérieures.

GÉOLOGIE. — *Sur la découverte d'une discordance dans le Précambrien de Mauritanie Occidentale.* Note de M. **André Blanchot**, présentée par M. Charles Jacob.

En Mauritanie Occidentale, le Précambrien forme une grande pénéplaine qui est recouverte à l'Est par les formations cambro-ordoviciennes de l'Adrar et qui s'ennoie au Sud et à l'Ouest sous des dépôts récents continentaux ou marins.

Ce Précambrien comprend, avec différents granites, deux termes de métamorphisme nettement différent : *des schistes cristallins*, que j'appelle série de l'Amsaga, recouverts en discordance dans l'Incheri par une série de *quartzites et de schistes*, que j'appelle série d'Akjoujt. Des *roches basiques* non tectonisées, généralement en filons, recoupent les deux termes de ce Précambrien; elles se développent cependant surtout dans la série de l'Amsaga et elles font peut-être partie de la même série que celles que l'on voit recouper la totalité du primaire dans le synclinal de Taodéni.

Les *granites* apparaissent surtout dans la série de l'Amsaga, qu'ils migmatisent en partie; il s'agit là de granites calcoalcalins à biotite et des granodiorites avec des pegmatites à tourmaline associées. En général, les quartz sont à extinction roulante; les mâcles des feldspaths et les micas sont fréquemment tordus. La granitisation a donc précédé les mouvements qui ont redressé la série de l'Amsaga parfois jusqu'à la verticale. Cependant on peut également observer des intrusions plus rares de granite dans la série d'Akjoujt (Hajakh Dekhen); il est possible en outre que le granite porphyroïde à biotite de Ben Amera, intrusif dans la série de l'Amsaga près de la frontière du Rio de Oro, soit à rattacher à la venue granitique postérieure à la série d'Akjoujt.

Les *schistes cristallins* s'étendent de la frontière du Rio de Oro à l'Inchiri et constituent le Tasiast, l'Azepalle, le Tijirit, l'Akchar et l'Amsaga. Ils sont en majeure partie d'origine para et comprennent des micaschistes à muscovite, des micaschistes presque exclusivement composés de biotite, des gneiss à biotite typique, des gneiss oeillés et des leptynites grenatifères, entre lesquels il ne m'a pas encore été possible de délimiter les différentes zones d'isométamorphisme. Ils s'ordonnent en bandes parallèles de direction générale Nord-Sud.

Les *quartzites et schistes* de la série d'Akjoujt constituent la majeure partie de l'Inchiri et leur épaisseur totale paraît être de l'ordre de 10 000 mètres. Les

quartzites contiennent presque toujours de l'hématite, parfois en très grandes quantités. Les schistes sont très polymorphes : sériciteux, chloriteux ferrugineux, ardoisiers, gaufrés etc. La série contient en outre quelques accidents calcaires et des loupes de roches vertes très altérées, formées de chlorite et d'épidote avec quelques feldspaths à peine reconnaissables. Sauf dans la région d'Aguelt Sidi, au voisinage de l'intrusion granitique de l'Ajajakh Dekhen, le métamorphisme est peu intense et ne dépasse pas le stade épi, les éléments les plus métamorphisés étant des schistes sériciteux et des quartzophyllades à rares paillettes de muscovite.

A part quelques accidents locaux, les directions de la série quartzito-schisteuse s'orientent en un arc de cercle dont le centre est voisin du poste d'Akjoujt; dans l'Est de l'Inchiri, elles sont à peu près Nord-Sud et elles s'infléchissent progressivement pour devenir Est-Ouest au Nord d'Akjoujt. Les pendages, vers l'Ouest ou le Sud, restent généralement modérés et dessinent un synclinal dont le centre est un peu à l'Ouest d'Akjoujt.

La série quartzito-schisteuse est manifestement postérieure aux schistes cristallins de l'Amaaga, qu'elle recouvre en discordance. Le contact est particulièrement net sur le versant nord des massifs d'Irarchen et d'Araguib, à 30^{km} au Nord-Est d'Akjoujt, où on peut le suivre sans discontinuité sur plus de 3^{km} dans une série de collines d'une centaine de mètres de hauteur de commandement; la moitié inférieure de ces collines est formée de gneiss et de micaschistes fortement redressés en bandes parallèles de direction Nord-Sud, tandis que la moitié supérieure est constituée de quartzophyllades chloriteux de direction Est-Ouest, qui s'ennoient doucement vers le Sud sous des schistes divers. Entre ces chloritophyllades et les gneiss s'insère une bande puissante de 12 à 15^{m} de schistes très bien caractérisés par leur cassure conchoïdale, leur débit prismatique et leur couleur gris-vert sur les affleurements frais, devenant chocolat ou lie de vin par altération superficielle. La discordance entre les phyllades et les schistes cristallins est soulignée par un conglomérat d'un mètre environ de puissance, constitué surtout de grains arrondis de quartz avec quelques galets de la grosseur d'un œuf et parfois des éléments bréchoïdes; localement on peut observer dans les schistes quelques récurrences gréseuses minces et lenticulaires. A une vingtaine de kilomètres plus à l'Ouest la discordance reparaît encore en quelques points restreints sur le rag au Nord d'Atilis.

Dans son *Esquisse géologique de l'Afrique Occidentale Française*, P. Legoux (1) a rattaché, malgré la profonde différence des faciès, les formations quartzito-schisteuses de l'Inchiri au Birrimien de Côte d'Ivoire et de Gold Coast, et la découverte d'une discordance à leur base ne me paraît nullement une raison pour contester cette assimilation. D'autre part, la similitude des faciès et la relative proximité géographique m'amènent à penser que cette discordance est

(1) Bulletin n° 4 du *Service des Mines de l'A. O. F.*, Dakar, 1939, p. 23.

la même que celle que L. Neltner a signalée (²) au Tizi-n-Tarhatine dans le sud marocain, entre des quartzites algonkiens et des schistes cristallins archéens. Enfin elle est également à rapprocher de celle que C. Kilian a découverte (³) au Hoggar entre des conglomérats pharusiens et des schistes cristallins suggariens.

GÉOLOGIE. — *Sur la situation stratigraphique des quartzites de Bakel (Sénégal).* Note de MM. **Maurice Nicklès** et **Maurice Roques**, présentée par M. Charles Jacob.

La chaîne de collines que traverse le Sénégal dans la région de Bakel est constituée par des formations plissées que H. Hubert désignait sous le nom de *schistes et quartzites redressés* et sur lesquelles repose en discordance la série des *grès siliceux horizontaux* primaires, constituant la région des plateaux soudaniens à l'Est. F. Jacquet et M. Nicklès (¹) ont montré que, dans les formations anciennes plissées, on pouvait distinguer deux séries distinctes. La première, dite *série plissée* ou *série de la Falémé* (P. Legoux), est représentée par des poudingues, des schistes, des grès et des jaspes non métamorphiques. Elle repose en discordance sur une série plus ancienne, dite *plissée et métamorphique*, qui nous retiendra plus particulièrement ici. Dans la région de Bakel, il est en effet possible d'y distinguer trois termes superposés, qui sont de bas en haut : 1° *La série des micaschistes de Thiagnaf;* 2° *La série des quartzites de Bakel;* 3° *La série des schistes de Youpé Amady.*

Les micaschistes constituent la plaine de Thiagnaf où ils apparaissent sous des revêtements sableux. Ce sont des micaschistes séricíteux, à biotite bien développée, contenant parfois de la pyrite, et alternant avec des gneiss séricíteux à grain fin, à biotite, représentant des couches primitivement feldspathiques. Cet ensemble appartient à la zone de métamorphisme des micaschistes inférieurs (²). Les couches ont une direction à peu près Nord-Sud. Elles sont extrêmement froissées, au point qu'il est difficile d'y déterminer des pendages d'ensemble. Ces micaschistes affleurent au milieu de chaînons de quartzites qui dominent la plaine de Thiagnaf au Nord-Ouest, et se développent surtout au Sud-Est, dans la région de Bakel. Les relations exactes entre les micaschistes et les quartzites ne sont pas directement visibles en raison des ensablements. Mais la plaine de Thiagnaf se présente morphologiquement comme une boutonnière de micaschistes sous la série des quartzites constituant les collines périphériques.

La série des quartzites de Bakel est constituée par des roches de teinte claire, blanches,

---

(²) Maroc central et méridional, *in La Géologie et les Mines de la France d'Outre-Mer, (Pub. Bureau Études Géol. et Min. Col.*, Paris, 1932, p. 156); *Études Géologiques dans le Sud Marocain* (*Notes et Mém. Serv. Mines Maroc*, Rabat, 1938, n° 42, pp. 59 et 60).

(³) *Sur des conglomérats précambriens du Sahara central, le Pharusien et le Suggarien* (*C. R. Soc. géol. Fr.*, Paris, 4 avril 1932, fasc. 6, pp. 76-78).

(¹) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1163.

(²) J. Jung et M. Roques, *Bull. Serv. Carte Géol. France*, 39, 1938, pp. 122-148.

vertes ou roses. Il existe des bancs massifs très épais à stratification peu visible, des couches de quartzites à muscovite à schistosité concordante, et des intercalations de schistes sériciteux. Toutes ces formations sont fréquemment recoupées de filonnets de quartz secondaire. La série se classe dans la zone des micaschistes supérieurs. Elle est plissée en direction Nord-Est, avec des plongements ne dépassant pas 45°.

Au Sud-Est de Bakel, cet ensemble plonge vers le Sud-Est sous les *schistes de Youpé Amady*, que l'on voit affleurer avec des pendages Sud-Est dans le lit du Balimkhollé, entre Bakel et Kidira. La série est constituée par des schistes sériciteux, ocres, verts ou violacés, alternant avec des schistes séricíteux quartzeux, parfois un peu feldspathiques. Elle paraît se situer vers le sommet de la zone des micaschistes supérieurs.

En définitive, dans la région de Bakel, on peut distinguer dans la série *plissée et métamorphique* trois termes stratigraphiques superposés, dont le métamorphisme diminue de bas en haut. Il ne s'agit pas là d'une distinction locale, car des séries semblables sont connues ailleurs en A. O. F.

C'est ainsi qu'il existe ([3]) dans la Boucle du Niger, au Soudan Oriental, une succession de séries antérieures aux grès horizontaux paléozoïques, dont l'analogie avec les séries de la chaîne du Sénégal est très remarquable. Ces séries correspondent à celles du Sénégal de la façon suivante :

SÉNÉGAL.	BOUCLE DU NIGER.
Série de la Falémé. Schistes, grès quartzeux, jaspes, conglomérats.	*Série de Hombori-Douentza.* Schistes à hématite, grès quartzeux, quartzites, jaspes, conglomérats.
DISCORDANCE.	DISCORDANCE.
Série de Youpé Amady. Schistes séricíteux et quartzites feldspathiques.	*Série de Labbezenga.* Schistes séricíteux et quartzites feldspathiques.
Série de Bakel. Quartzites clairs à muscovite.	*Série d'Ansongo.* Quartzites clairs à muscovite. Arkoses et conglomérats métamorphiques.
?	DISCORDANCE.
Micaschistes de Thiagnaf. Micaschistes et para-gneiss.	*Gneiss de Bourré.* Ortho-gneiss dérivant de granite.

La série d'Ansongo repose en discordance sur les orthogneiss de Bourré, qui ont ceci de commun avec les micaschistes de Thiagnaf qu'ils sont antérieurs à la série quartzeuse, tout en ayant été métamorphisés, ou remétamorphisés, avec elle. Les micaschistes de Thiagnaf sont peut-être, comme les gneiss de Bourré, les restes d'un très vieux socle sur lequel se serait déposée la série quartzeuse (Bakel, Ansongo), puis la série schisteuse (Youpé Amady, Labbezenga).

Rappelons enfin que les formations métamorphiques de la région de Bakel

([3]) M. ROQUES, *C. R. som. Soc. géol. France*, 3 décembre 1945.

sont assimilées par P. Legoux ([4]) au *Birrimien* de Gold Coast, du fait qu'elles sont antérieures aux venues granitiques majeures. Comme dans la Boucle du Niger, la série quartzeuse (Bakel) se situerait à la base du Birrimien schisteux, représenté ici par la série de Youpé Amady. Quant à la série de la Falémé, elle rentre, comme celle de Hombori-Douentza, dans le cadre des «séries intermédiaires plissées» de P. Legoux.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Crassulacées. Développement de l'albumen et formation des haustoriums chez le* Cotyledon Umbilicus *L.* Note de M. **Pierre Crété**, présentée par M. René Souèges.

Pour Mauritzon ([1]), les premiers cloisonnements de l'albumen des Crassulacées se font selon l'un des cinq types *Spathulata*, *Acre*, *Rupestre*, *Crassula* ou *Tatra*, auxquels il ramène toutes les espèces qu'il a étudiées. J'ai vérifié que la

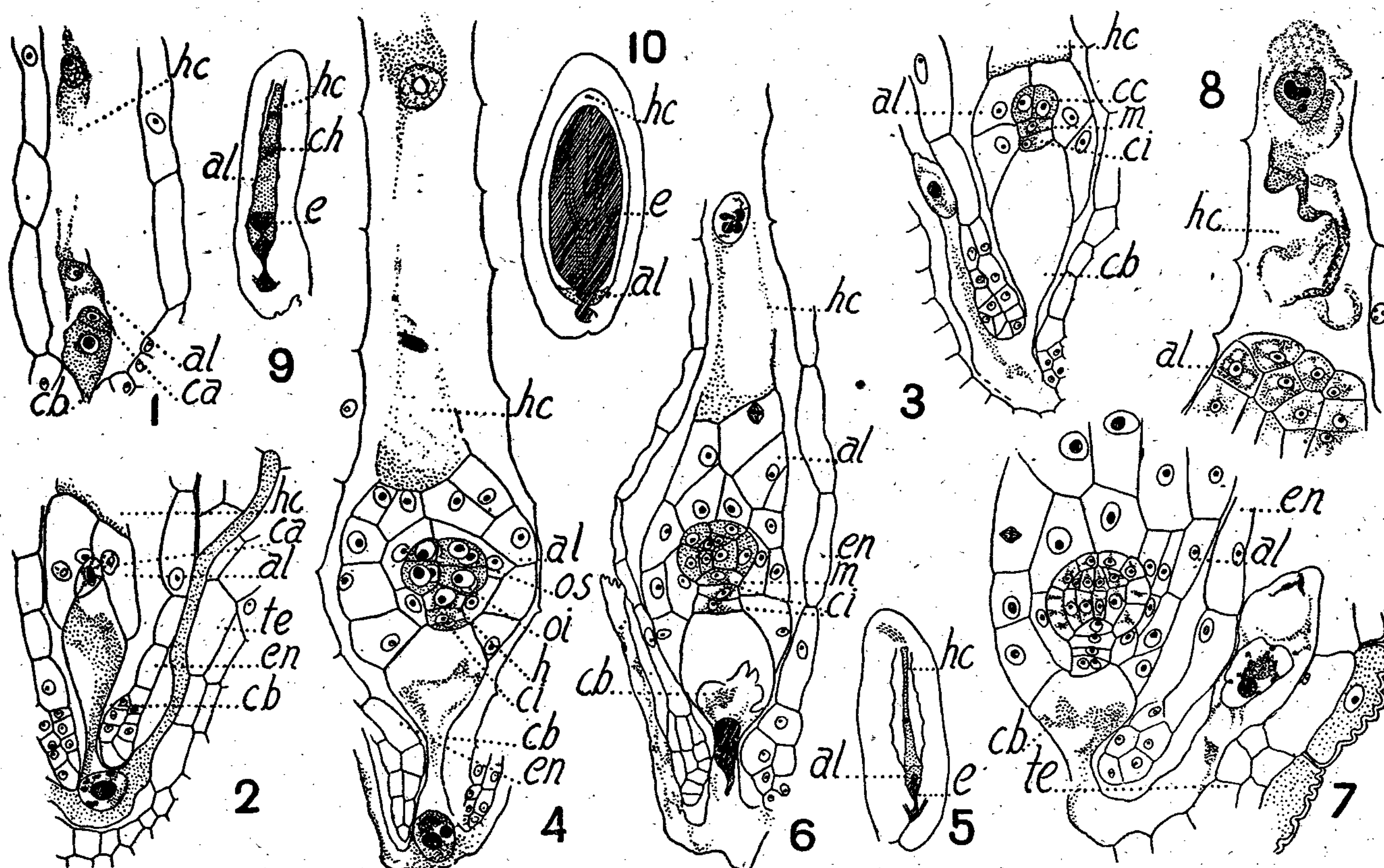


Fig. 1 à 10. — *Cotyledon Umbilicus* L. — Développement de l'albumen et formation des haustoriums. En 1, 2, 3, 4, 6 et 7, différents stades de la formation de l'albumen; en 8, haustorium chalazien d'une graine subadulte; en 5 et 9, ovules et, en 10, graine, coupés longitudinalement. *hc*, haustorium chalazien; *al*, albumen proprement dit; *ch*, cellules de l'albumen à caractère haustorial; *e*, embryon; *ca* et *cb*, cellules apicale et basale du proembryon bicellulaire; *os* et *oi*, octants supérieurs et octants inférieurs; *h*, hypophyse; *m* et *ci*, cellules-petites-filles de *ca*; *en*, épiderme nucellaire; *te*, tégument ovulaire. G. : 90, pour les figures 5, 9 et 10; 370, pour les figures 1 à 8.

classification des albumens, établie par le savant suédois, ne s'appliquait pas de

([4]) *Bull. Direction Mines A. O. F.*, Dakar, 1939, n° 4.

([1]) *Studien über die Embryologie der Familien Crassulaceae und Saxifragaceae*, Lund, 1933.

façon plus heureuse au cas du *Cotyledon Umbilicus* L. que la classification proposée pour les embryons ([2]).

Une cloison transversale sépare la cellule primordiale d'albumen en deux éléments superposés dont l'un, *hc*, fort allongé est dirigé vers la chalaze; l'autre, *al*, moins développé, entoure la partie du proembryon issue de *ca* et la région supérieure de sa cellule basale (*fig.* 1). La cellule *hc* s'hypertrophie par la suite, sans se segmenter, et présente tous les caractères d'un haustorium chalazien (*fig.* 4, 6 et 8). La cellule *al* se divise en quatre par deux cloisons verticales cruciales (*fig.* 2), puis des parois transversales amènent la formation de huit éléments, disposés en deux étages (*fig.* 3). A un stade précoce mais variable, on assiste à la séparation de cellules enveloppant le globule embryonnaire de façon plus ou moins complète (*fig.* 4, 6 et 7); leur forme, leur origine, différentes selon les échantillons, sont conditionnées, avant tout, par l'allongement initial et la position du proembryon qui font varier le niveau d'insertion des premières cloisons transversales de l'albumen. Par la suite, les cellules qui sont situées au-dessus de l'embryon se divisent un grand nombre de fois, envahissant la cavité du sac embryonnaire (*fig.* 9) et repoussant devant elles l'haustorium chalazien (*fig.* 8).

C'est du type *Acre* de Mauritzon que se rapprocherait le *Cotyledon Umbilicus*, mais les divisions de son albumen perdent toute régularité dès le quatrième stade.

On sait que la cellule basale du proembryon reste indivise et constitue la partie fondamentale du suspenseur. Elle s'hypertrophie, passe au delà de l'épiderme nucellaire au niveau du micropyle et s'élargit en dehors en une vésicule externe où passe le noyau fortement agrandi (*fig.* 1 et 2). De cette sorte de hernie, partent des suçoirs qui se créent un passage entre les cellules du tégument formant la partie antérieure de l'ovule. Le noyau de la cellule basale émigre d'abord dans la vésicule externe (*fig.* 2 et 4), puis regagne généralement son emplacement primitif, à une époque avoisinant le moment où l'hypophyse se différencie dans l'embryon (*fig.* 6). Lorsqu'il accompagne, beaucoup plus rarement, l'extrémité d'un des suçoirs (*fig.* 3), il se maintient au point extrême de sa pénétration et cette anomalie semble influer de façon parfois fâcheuse sur le développement ultérieur du sporophyte (*fig.* 7).

La présence de cellules basales à caractère haustorial est générale chez les Crassulacées. Chez le *Sedum acre*, le noyau se fragmente dès qu'il pénètre dans la hernie et ne laisserait d'autres traces que des particules de chromatine, dispersées dans les suçoirs ([3]). Mauritzon distingue deux formes d'haustoriums : dans la première (*Sedum*, *Umbilicus*), les ramifications tentaculaires sont développées et la migration du noyau dans la vésicule externe est exceptionnelle; dans la deuxième (la plupart des *Crassula*), il n'existe pas de suçoirs, mais la vésicule s'hypertrophie au point d'entourer la partie supérieure du nucelle d'une sorte de calotte. Le *Crassula macrantha* ferait exception à la seconde forme; il se rapprocherait du *Cotyledon Umbilicus* par la formation de quelques tentacules à partir de la hernie. Cependant le *Cotyledon* se distingue encore de toutes les autres Crassulacées par le va-et-vient de son noyau, comportement que Mauritzon ne signale chez aucune des espèces qu'il a étudiées.

([2]) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 1311.
([3]) R. Souèges, *Bull. Soc. bot. Fr.*, 74, 1927, p. 234.

CHIMIE AGRICOLE. — *Évolution biochimique des bases* K_2O, CaO, MgO *au cours du vieillissement de la feuille chez quelques plantes pérennes.* Note de MM. **Louis Maume** et **Jacques Dulac**, présentée par M. Maurice Javillier.

Analyser toutes les feuilles d'une plante à un moment donné, c'est considérer non pas un ensemble de tissus accomplissant au même moment la même fonction physiologique, mais des organes d'âge différent. C'est interroger non pas l'organe feuille, mais le système foliacé. Le vieillissement chimique est un fait à n'observer périodiquement que sur une feuille prise en place convenablement choisie, ce que nous faisons par le diagnostic foliaire.

Nos nombreuses observations sur Vigne nous ont permis de constater que, si la matière sèche de la feuille s'appauvrit d'une façon presque régulière en N, P_2O_5, K_2O au fur et à mesure que celle-ci vieillit, la chaux, par contre, et, dans une certaine mesure, la magnésie, s'y accumulent. D'autre part, dans un travail ancien, Lagatu et l'un de nous considéraient comme démontrée l'étroite solidarité des états successifs du chimisme de la feuille de Vigne pour ce qui est des bases, potasse, chaux et magnésie (1). Les faits nouveaux que nous désirons mettre en évidence nous permettent de porter un jugement plus général sur l'ensemble de cette question. Nos nouvelles observations font apparaître en effet, pour K_2O, CaO, MgO, une loi générale de l'évolution de ces bases, chez la Vigne et chez les arbres fruitiers.

Pour obtenir des chiffres chimiquement comparables, transformons en univalences milligrammes alcalines (2) les masses K_2O, CaO, MgO dans 100^g de matière sèche. Si M_x, M_y, M_z sont les chiffres donnés par l'analyse, A_x, A_y, A_z les mêmes quantités exprimées en univalences milligrammes alcalines, de par la relation

$$A_x = 1000\frac{M_x}{\frac{1}{2}K_2O}, \qquad A_y = 1000\frac{M_y}{\frac{1}{2}CaO}, \qquad A_z = 1000\frac{M_z}{\frac{1}{2}MgO};$$

$A_x + A_y + A_z = S$ représente l'alcalinité totale des trois bases pour 100^g de matière sèche.

Conclusion. — 1° L'alcalinité totale S exprimée en univalences milligrammes augmente constamment avec l'âge de l'organe feuille.

2° L'alcalinité potasse diminue d'une façon sensiblement régulière au cours du vieillissement (3). L'alcalinité chaux et l'alcalinité magnésie varient dans un sens opposé.

---

(1) *Comptes rendus*, 179, 1924, p. 182.

(2) L'univalence-mg alcaline neutralise exactement une molécule-mg de ClH.

(3) Les remontées de K_2O dans la feuille, constatées parfois au cours de la végétation, sont explicables par des conditions météorologiques.

Époque d'échantillonnage.	Masses pour 100g de matière sèche. K₂O. M_x.	CaO. M_y.	MgO. M_z.	Univalences alcalines correspondantes (mg). K₂O. A_x.	CaO. A_y.	MgO. A_z.	Alcalinité totale pour 100g de matière sèche. S.
ABRICOTIERS.							
25 avril 1944......	2,36	1,45	1,13	50,10	51,78	56,22	158,10
27 mai »	2,40	4,00	0,94	50,95	142,85	46,77	240,57
17 juin »	1,90	5,50	1,25	40,34	196,43	62,19	298,96
12 juillet »	1,40	6,05	1,28	29,72	216,07	63,68	309,47
12 août »	1,30	6,90	1,29	27,60	246,42	64,18	338,20
30 avril 1945......	1,60	3,00	0,88	33,97	107,14	43,78	184,89
28 mai »	1,52	5,05	1,20	32,27	180,35	59,70	272,32
18 juin »	1,32	5,95	1,30	28,02	212,50	64,68	305,20
12 juillet »	1,00	6,40	1,32	21,23	228,57	66,2	316
20 août »	0,95	7,90	1,68	20,17	282,14	72,47	374,78
VIGNE. *Terrain calcaire.*							
18 mai............	1,53	2,75	1,21	32,48	98,21	60,20	190,89
19 juin............	0,97	3,70	1,42	20,59	132,14	70,65	223,38
23 juillet..........	0,69	4,60	1,80	14,65	164,28	89,55	268,48
10 août............	0,35	5,15	1,93	7,43	183,93	96,02	287,38
6 septembre.......	0,27	5,40	2,11	5,73	192,85	104,98	303,56
Terrain non calcaire.							
15 mai............	2,25	1,10	0,24	47,77	39,29	11,94	99,00
17 juin............	2,26	2,15	0,35	47,98	76,78	17,41	142,17
16 juillet..........	1,80	2,30	0,60	38,22	82,14	29,85	150,21
19 août............	1,70	2,90	0,80	36,09	103,57	39,80	179,46
10 septembre.......	1,40	3,70	0,95	29,72	132,14	47,26	209,12
Non greffée, sur sable.							
Mai...............	1,47	1,50	0,52	31,21	53,57	25,87	110,65
Juin...............	1,64	2,30	0,58	34,81	82,14	28,85	145,80
Juillet.............	1,17	2,80	0,63	24,84	99,99	31,34	156,17
Août...............	1,12	3,30	0,75	23,77	117,85	37,31	179,93

3° Les observations précédentes sont valables pour toutes les plantes pérennes étudiées et quelle que soit l'année météorologique ([4]).

4° Nous avons la preuve sur Vigne que la nature du sol (calcaire ou non) ne change rien à la loi générale.

5° La feuille des vignes non greffées présente les mêmes caractères chimiques du vieillissement que la feuille des vignes greffées.

Ces faits reconnus, il n'est pas interdit de chercher les moyens de modifier la courbe suivant laquelle la feuille s'achemine vers son destin. On ne saurait en effet ignorer le rôle que peuvent jouer à ce propos certaines interventions culturales; mais c'est là un autre aspect du problème.

([4]) Nous n'avons mentionné que les résultats de 1944 et 1945 sur abricotiers, mais nos conclusions résultent de 7 années d'expériences sur abricotiers et pruniers.

PHYSIOLOGIE. — *La circulation du sang dans l'os.* Note de MM. **Augusto Lamas**, **Dias Amado** et **Jaime Celestino da Costa**, présentée par M. René Leriche.

Deux observations sont à l'origine de ce travail :

1° Au cours de nombreuses artériographies chez l'Homme, quelle que soit la substance injectée, quel que soit le débit de l'injection, jamais nous n'avons obtenu l'image d'une artère osseuse. Chez le Chien nous avons vérifié qu'il en était de même.

2° L'injection intra-artérielle de substances médicamenteuses, en particulier de pénicilline, très active contre les infections des parties molles, est peu efficace ou d'effet nul dans les infections intra-osseuses.

Nous nous sommes demandé pourquoi il en était ainsi, et ceci nous a conduits à étudier expérimentalement et histologiquement la circulation sanguine dans l'os. Nous n'avons pas trouvé de documents sur ce point. Seul Leriche dit que la circulation paraît ralentie dans l'os.

Expérimentalement, nous avons vu que, si l'on injecte une solution de carmin d'indigo dans l'iliaque externe chez les chiens, le temps mis par le colorant pour arriver dans les téguments, dans une plaie faite aux parties molles et dans l'os sectionné, n'est pas le même. Il faut 4 secondes pour qu'il arrive dans la plaie des parties molles, 7 secondes pour qu'on le trouve dans les téguments, et 1 minute ou plus pour qu'on le décèle dans l'os, où sa teinte est toujours très pâle, comme s'il était dilué. Donc la circulation de l'os est ralentie.

Histologiquement, nous avons trouvé que l'artère nourricière a des parois très épaisses avec une musculaire très développée et une intima dense. En entrant dans l'os, elle se divise en deux branches, l'une ascendante, l'autre descendante, qui se déversent toutes deux dans des lacs sanguins dont les parois sont fines et très larges. Elles ont la même structure que l'artère nourricière dont elles proviennent.

Dans le périoste, il n'y a presque pas de vaisseaux sanguins.

Dans l'épaisseur même de l'os, les vaisseaux sont de deux types : les uns ont la même structure que l'artère nourricière, forte musculature, couche circulaire de fibres longitudinales et lames élastiques lumière, très réduite ; c'est la structure des canaux de Sucquet. Les autres sont réduits à un endothélium et à une couche conjonctive. Ce sont les vaisseaux haversiens. Il n'y en a qu'un par système.

Il semble donc que toutes les conditions soient réunies pour qu'il y ait de la stase dans l'os. Il nous semble que toute la pathologie doit être reprise sous cet angle. Probablement, ce que nous attribuons à de l'ischémie est dû à de la stase. D'autre part, les artères osseuses ne semblent pas capables de fournir à une lésion donnée une grande quantité de sang. Si l'on regarde des artério-

graphies de tumeurs osseuses, on voit que toute la circulation de la tumeur vient d'artères extra-osseuses, ce qui est bien singulier pour une lésion que l'on considère comme débutant souvent au centre même de l'os.

EMBRYOGÉNIE. — *Croissance fœtale du squelette axial des Ruminants.* Note de M. **Marcel Abeloos**, présentée par M. Maurice Caullery.

Les longueurs des différentes régions de la colonne vertébrale, cervicale, dorsale, lombaire, sacrée et caudale, ont été mesurées sur des séries de fœtus de Veau et de Mouton. En vue d'apprécier l'allongement ou le raccourcissement relatifs du squelette axial au cours du développement, les longueurs obtenues ont été comparées à la racine cubique du poids total du fœtus, considérée comme représentant une dimension linéaire globale. Les variations du logarithme des longueurs, en fonction du tiers du logarithme du poids, obéissent aux lois linéaires habituelles de la croissance allométrique.

Chez le Veau comme chez le Mouton, et pour la plupart des longueurs mesurées, les points figuratifs s'alignent sur trois segments de droites distincts, définissant trois *étapes* successives de la croissance fœtale du rachis :

1° Une première étape, que j'appellerai phase de *prise de forme*, se termine pour des poids sensiblement égaux (25^{g} environ) dans les deux espèces. Elle est caractérisée par des coefficients d'allométrie (α) supérieurs à l'unité pour toutes les parties de la colonne vertébrale (1,35 pour les régions cervicale et dorsale), c'est-à-dire par une élongation relative de la forme du corps. L'embryon, primitivement massif, se transforme durant cette phase en un fœtus d'aspect plus gracile, offrant déjà la physionomie générale de l'animal adulte.

La fin de cette première étape de croissance paraît coïncider, dans les deux espèces, avec le remplacement du mésonéphros embryonnaire par le métanéphros définitif. De plus, bien que les données chronologiques soient assez imprécises, il semble qu'elle soit contemporaine d'un premier abaissement du taux de la croissance globale en fonction du temps.

2° Une seconde étape de la croissance du squelette axial est définie par des coefficients d'allométrie (α) beaucoup plus faibles, voisins de l'unité, mais en général légèrement inférieurs, indiquant un arrêt ou une régression dans l'allongement relatif de la forme.

3° Une troisième étape, qui se poursuivra jusqu'à la naissance, débute chez le Mouton pour un poids corporel d'environ 300^{g} et, chez le Veau, pour un poids de 1^{kg}. Son avènement coïncide, dans les deux espèces, avec un stade critique de la croissance relative de nombreux organes glandulaires [1], avec

[1] Cf. M. Abeloos, *Comptes rendus*, **222**, 1946, pp. 241 et 342.

l'entrée en fonction de la thyroïde et du pancréas endocrine et la descente des testicules dans le scrotum et avec un nouvel abaissement du taux de la croissance globale. Cette troisième étape, qu'on peut qualifier d'*hormonique*, est caractérisée, sauf pour la région caudale, par un relèvement de tous les coefficients d'allométrie du squelette axial, qui prennent des valeurs supérieures à l'unité et intermédiaires entre celles des deux étapes précédentes.

L'appareil de croissance des vertèbres se révèle donc sensible au changement du *milieu humoral* qui marque le passage de la phase *anhormonique* à la phase *hormonique* de la croissance. Cette sensibilité se manifestera à nouveau lors de la modification du milieu humoral qui coïncide avec la naissance.

Au cours de chacune de ces étapes, chaque région de la colonne vertébrale peut présenter un coefficient d'allométrie particulier. Ces différences régionales n'indiquent pas un gradient axial régulier. L'ordre de classement des régions peut varier d'une étape à l'autre et dans des sens différents chez le Veau et le Mouton. Durant la phase de prise de forme, les coefficients sont sensiblement égaux dans les deux espèces et présentent leur valeur minima dans la région sacrée. Par la suite, les coefficients du Mouton demeurent inférieurs aux coefficients correspondants du Veau. Les changements dans les proportions relatives restent d'ailleurs peu considérables.

Ces résultats confirment donc et complètent les conclusions tirées de l'analyse de la croissance relative des viscères, au sujet de la subdivision de la période fœtale de croissance en étapes ou phases. J'ajouterai quelques précisions en ce qui concerne la chronologie des trois phases de croissance. La phase de prise de forme est plus courte chez le Mouton que chez le Veau. La phase anhormonique, qui correspond au même taux de croissance globale dans les deux espèces, est également un peu plus courte chez le Mouton (1 mois 1/2) que chez le Veau (2 mois); elle multiplie le poids par 15 chez le Mouton, par 50 chez le Veau. Quant à la phase hormonique, dont le taux de croissance est plus élevé chez le Mouton, elle est beaucoup plus courte chez le Mouton (2 mois) que chez le Veau (5 à 6 mois); elle multiplie le poids par 10 chez le Mouton, par 30 chez le Veau. Le rapport des poids des deux espèces aux stades critiques correspondants, égal à l'unité à la fin de la phase de prise de forme, s'élève à 3 au début de la phase hormonique, à 10 environ à la naissance.

MORPHOGÉNÈSE EXPÉRIMENTALE. — *Sur une greffe de peau chez une Annélide polychète*, Spirographis Spallanzanii *Viviani*. Note de Mlle **Geneviève Bobin**, présentée par M. Louis Fage.

L'étude générale de la morphogénèse des soies chez les Annélides Polychètes (¹) m'a conduite à aborder le domaine expérimental. J'ai d'une

(¹) *Ann. Inst. Océan.*, 1944, 106 p., 28 fig., 6 pl.; 22, 1 (*Thèse*, 1943).

part examiné les faits histologiques relatifs à la réorganisation des appendices sétigères lors de la régénération antérieure chez la Sabelle ([1]); j'ai d'autre part recueilli, pour la même espèce, les observations consécutives à l'ablation des soies longues. J'ai enfin tenté, cette fois chez le Spirographe, des greffes de peau; j'en ai signalé les premiers essais, à titre indicatif ([1]), comme le prélude à des recherches que je reprends actuellement.

Les premiers résultats, issus d'expériences entreprises à Roscoff, ont abouti à la mise au point d'une technique délicate directement inspirée, sauf quelques modifications exigées par le matériel marin, des travaux expérimentaux d'Avel sur les Oligochètes ([2]).

Morphologie. — Le porte-greffe est un Spirographe de taille moyenne sur le dos duquel j'ai transplanté un lambeau de peau muni de soies, provenant de l'extrémité latéro-pygidiale d'un individu plus petit. Le greffon intéresse une dizaine de segments successifs; ses appendices sont disposés parallèlement à ceux de l'hôte. Il est maintenu en place et suturé au fil d'argent. Au bout de six jours le greffon est pris et les fils tombent d'eux-mêmes. Le ver, privé de tube, s'agite et se contracte sans cesse, ce qui est très nuisible aux tissus opérés; on pare à cet inconvénient en plaçant l'animal en expérience dans un tube de verre de diamètre approprié, fermé postérieurement par une étamine. Le Spirographe, en parfait état, est ainsi gardé pendant 25 jours, au bout desquels il est procédé à une photographie de la zone greffée et à une fixation au Bouin-Duboscq. A part quelques soies expulsées, par réaction aux traumatismes de l'opération ou de la fixation, je ne constate, à l'examen direct, aucun changement notable dans l'allure et la constitution des parapodes transplantés, et la continuité entre les tissus du greffon et de l'hôte est entièrement établie.

Histologie. — J'ai partagé en deux la région greffée pour effectuer des coupes transversales et longitudino-frontales du ver à ce niveau. Les coupes, épaisses de 5$^{\mu}$, ont été colorées à l'hématoxyline-éosine-vert lumière. Les sections longitudinales de l'hôte intéressent le greffon tangentiellement; on distingue dans celui-ci des soies longues et des séries de crochets, en bon état, malgré leur situation nouvelle, rendue volontairement aberrante par l'expérience.

Les coupes transversales, plus explicites, permettent de repérer la position exacte du greffon et les rapports de ses tissus propres avec ceux du porteur. Il y a continuité d'un épiderme à l'autre. La musculature de l'hôte, cicatrisée, tend à gagner de part et d'autre, sous la peau transplantée. Les appendices du greffon ne semblent avoir subi aucun dommage sérieux, à l'étape envisagée. Leur succession montre un développement progressif des bulbes sétigères et des tores uncinigères tel qu'il est habituel de le constater sur un pygidium normal, considéré de l'arrière vers l'avant. On passe en effet de stades très jeunes, où les appendices comptent seulement quelques crochets, ou soies, en

---

([2]) *Bull. Biol. France et Belgique*, 63, 1929, p. 149, 4 pl., 12 fig.

pleine croissance, dans des follicules aux cellules actives, à des stades déjà plus âgés, où les soies sont plus grandes et nombreuses et dont plusieurs sont adultes. Le greffon, tel qu'il se révèle au bout de 25 jours, conserve donc les caractéristiques de la zone normale ou du moins les apparences. Les soies subsistent, c'est un fait, mais continuent-elles à croître et dans quelles conditions? C'est ce que démontreront les prochaines tentatives expérimentales, identiques à celles-ci ou modifiées, surtout quant à l'orientation du greffon.

De cette description d'un cas isolé il faut, tout en se gardant de généraliser, retenir la mise au point d'une technique permettant de réussir des greffes chez le Spirographe, et le fait que, pour la greffe dont il s'agit, les soies et leurs dépendances ont subsisté, en dépit de leur situation anormale et des perturbations locales ainsi créées. Des expériences ultérieures préciseront la stabilité ou la variabilité du phénomène indiqué, en relation avec les différents facteurs mis en œuvre.

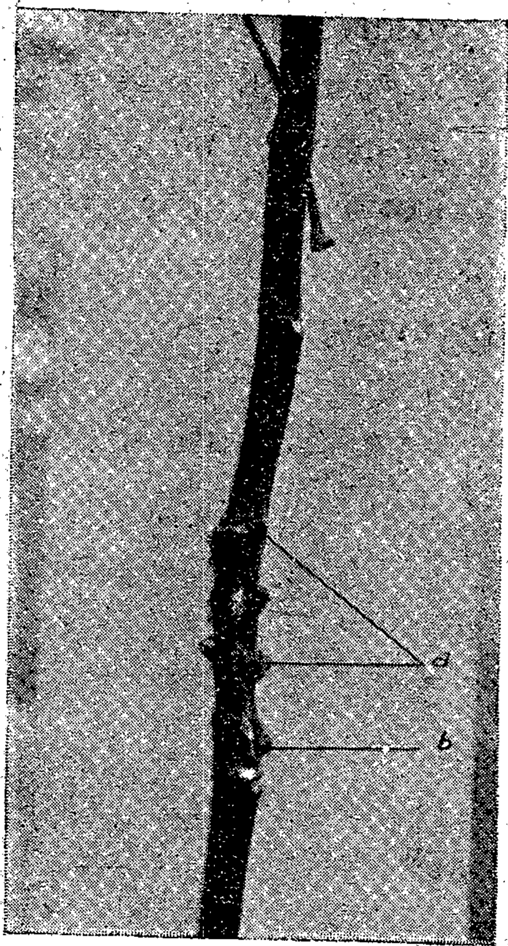
IMMUNOLOGIE. — *Sur l'immunité dans le cas du crown-gall chez* Pelargonium zonale. Note (¹) de M. **Boris Rybak**, présentée par M. Joseph Magrou.

1. Les réactions d'hypersensibilité décrites par J. Magrou (²), caractérisées par des éclatements longitudinaux de la tige, après inoculations de *Bacterium tumefaciens* virulent à distance de la tumeur produite antérieurement par la même bactérie, peuvent être obtenues également par inoculation à des tiges saines de *Bacterium tumefaciens* tué par chauffage à 56°C. pendant une heure. Cependant ces inoculations ne confèrent à la plante qu'une immunité tout à fait légère; en effet, par réinoculation de bactéries virulentes, on peut constater que des tumeurs se développent même autour des régions d'inoculation des bactéries tuées (photographie *a*) ces dernières tumeurs restant toutefois très petites (photographie *b*).

2. Les réactions d'éclatement fusiforme longitudinal sont dues à un processus de détoxication cellulaire; sous l'influence des toxines de l'agent pathogène vivant, les cellules de la plante infestée prolifèrent activement, ce qui conduit, par suite du métabolisme élevé de ces cellules, à la libération d'une grande quantité de substances de déchet (le pH devient moins acide) qui diffusent et s'accumulent lentement et continuellement à des distances variables, mais toujours petites de la région infectée. Si, après 1 à 2 mois, on inocule *Bacterium tumefaciens* virulent dans les cellules proches de la tumeur, sous l'influence des toxines bactériennes les cellules affectées vont procéder à leur tour à une détoxication; mais, sensibilisées par les produits toxiques venus de la tumeur, non seulement les cellules connexes aux nouveaux points d'infection meurent

(¹) Séance du 3 juin 1946.
(²) *Ann. Institut Pasteur*, 60, 1938, p. 565.

en formant rapidement un liège vulnéraire en profondeur, mais encore, les cellules immédiatement inférieures et supérieures à ces points, dans lesquelles les toxines bactériennes ont pu pénétrer, meurent elles aussi, amorçant ainsi le fuseau d'éclatement. La déshydratation qui en résulte provoque l'écartement



de toutes ces cellules subérifiées et, par tension tangentielle, une déchirure fusiforme.

3. Dans le cas de l'inoculation des bactéries tuées par chauffage, le processus est un peu différent. Ici, du fait qu'elles sont tuées, les bactéries sont très perméables et déversent abondamment leurs toxines qui diffusent longitudinalement à très courte distance du point d'inoculation. Ces toxines, qui à certaines doses faibles sont mitogénétiques, deviennent nécrobiotiques aux doses beaucoup plus fortes qui sont de l'ordre de celles des bactéries en voie d'autolyse. Ces fuseaux sont d'ailleurs toujours beaucoup plus étroits et beaucoup plus courts que ceux obtenus par inoculation de bactéries virulentes près d'une tumeur.

Ainsi l'état réfractaire aux réinoculations est dû à un double processus de détoxication conduisant à une intoxication (absence d'émonctoires chez les plantes et pouvoir d'assimilation des produits toxiques par les cellules de *Pelargonium zonale* pratiquement nul). Une preuve en est dans l'expérience suivante : si l'on inocule, même en faible quantité, *Bacterium tumefaciens* virulent en plusieurs points d'une tumeur en pleine évolution, celle-ci se dessèche rapidement et le rameau qui la supporte ne meurt pas.

Bien que, dans une même famille de plantes, sur une quarantaine de plantes traitées il y ait eu deux cas où des tumeurs par deuxième inoculation se sont

développées à 3^{cm} de la tumeur primaire en donnant toujours lieu à des éclatements fusiformes et en se desséchant au bout de 2-3 semaines, bien que l'immunisation donc admette de rares cas d'espèce, les résultats négatifs constants fournis par Nobécourt [3] après essais sur Ricin et sur Euphorbe peuvent s'expliquer de deux façons :

a. l'auteur a tenté les réinoculations trop loin de la tumeur;

b. le Ricin, particulièrement, possède une plasticité cellulaire bien connue qui se manifeste par la possibilité de répondre aux irritations en formant plusieurs rangées de cellules nouvelles, alors que la plupart des autres plantes n'en forment qu'une seule dans les mêmes conditions; autrement dit le Ricin possède un haut potentiel morphogénétique.

A 15^h35^m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16^h5^m.

L. B.

---

(3) *Thèse*, Lyon, 1927, pp. 138-141.

ERRATA.

(Séance du 20 mai 1946).

Note de MM. *Marcel Pauthenier, Lucien Demon* et *Émile Laurent*, La contre-émission secondaire dans les fibres électriques :

Page 1219, ligne 1, *au lieu de* fibres, *lire* filtres.

(Séance du 3 juin 1946.)

Note de MM. *Marcel Pauthenier, Lucien Demon* et *Émile Laurent*, Un cas de double émission secondaire entre électrodes planes :

Page 1339, ligne 26, *au lieu de* plateaux à bords arrondis de 60^{cm}, *lire* plateaux à bords arrondis de 60^{mm}.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 24 JUIN 1946.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE CARTAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** adresse ampliation des décrets, en date du 16 mai 1946, portant approbation des élections que l'Académie a faites de MM. **René Maire** et **Jules Haag**, pour occuper deux des places de Membres non résidants nouvellement créées (¹).

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** adresse ampliation des décrets, en date du 15 juin 1946, portant approbation des élections que l'Académie a faites de M. **Maurice Gignoux**, pour occuper l'une des places de Membres non résidants nouvellement créées, et de M. **Donatien Cot**, pour occuper, dans la Section de Géographie et Navigation, la place vacante par le décès de M. *Robert Bourgeois*.

Il est donné lecture de ces décrets.

Sur l'invitation de M. le Président, MM. **Maurice Gignoux** et **Donatien Cot** prennent place parmi leurs Confrères.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à MM. **Charles de La Vallée Poussin**, Associé étranger de l'Académie, et **Auguste Piccard**, Professeur à l'Université de Bruxelles, qui assistent à la séance.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les racines $n^{\text{ièmes}}$ hermitiennes d'un opérateur hermitien donné.* Note de M. **Gaston Julia**.

Les méthodes indiquées antérieurement (¹) pour la recherche des racines carrées hermitiennes d'un opérateur hermitien *positif* peuvent s'étendre à la recherche des racines $n^{\text{ièmes}}$ hermitiennes d'un opérateur hermitien *quelconque*. Comme on l'a fait observer (²), on peut toujours ramener le problème au cas

---

(¹) Séance du 27 mai 1946.

(¹) G. Julia, *Comptes rendus*, **222**, 1946, pp. 707, 829, 1019 et 1061.
(²) G. Julia, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1061.

où l'opérateur donné est *borné*. Nous le supposerons ici; on appellera K l'opérateur hermitien donné, h une racine $n^{\text{ième}}$ hermitienne quelconque.

1. Montrons d'abord que l'hermitien borné quelconque h, et toutes ses puissances entières positives, *ont les mêmes zéros*. Soient $\mathfrak{N}$ la variété l.-f. des zéros de h et $\mathfrak{M} = \mathcal{H} \ominus \mathfrak{N}$ la variété complémentaire. Le domaine des valeurs Δ_h est partout dense dans $\mathfrak{M}$; $\Delta_{h^2} = h(\Delta_h)$ est partout dense dans Δ_h, donc dans $\mathfrak{M}, \ldots$, et il en est de même de $\Delta_{h^n} = h(\Delta_{h^{n-1}})$. $h^n X = 0$ n'a pas de solution $\neq 0$ dans $\mathfrak{M}$, car une telle solution devrait être orthogonale à Δ_{h^n}. $\mathfrak{N}$ constitue donc la variété l.-f. des zéros de tous les h^n, et $\mathfrak{M}$ la variété l.-f. sous-tendue par chacun des Δ_{h^n}. Il en résulte que, *si h n'est pas identiquement nul*, $(\mathfrak{M} \neq 0)$, *aucun des h^n ne le sera, tous les $[\Delta_{h^n}]$ sont $\equiv \mathfrak{M}$* et *tous les h^n conservent $\mathfrak{M}$.*

2. Il est alors toujours possible, et *d'une seule manière* [3], d'écrire $h = H_1 - H_2$, H_1 et H_2 étant 2 hermitiens positifs *orthogonaux* $(H_1 H_2 = 0)$. Lorsque h est défini positif (ou négatif), H_2 (ou H_1) est nul. Si h est indéfini, ni H_1 ni H_2 ne sont identiquement nuls. Il vient aussi $h^n = H_1^n + (-1)^n H_2^n$; d'où les conséquences suivantes.

Si n est pair, h^n est toujours un hermitien positif.

Si n est impair, h^n est indéfini en même temps que h : ni H_1 ni H_2 ne sont nuls, donc ni H_1^n ni H_2^n ne sont nuls et ils sont orthogonaux. Si h est défini positif $H_2 \equiv 0$ et h^n est défini positif. Si h est défini négatif, $H_1 \equiv 0$ et h^n est défini négatif.

Soit alors à résoudre l'équation $h^n = K$, K hermitien donné non $\equiv 0$.

3. Supposons d'abord $n = 2p + 1$. Si K est défini, h l'est aussi et il est du même signe que K.

Si K *est positif*, $K = \int_0^M \lambda \, dE(\lambda)$ admet la racine $n^{\text{ième}}$ $H = \int_0^M \lambda^{\frac{1}{n}} dE(\lambda)$; H est hermitien positif et H *p. p.* K. On va montrer que K n'admet pas d'autre racine $n^{\text{ième}}$ hermitienne h. On devrait avoir, en effet $h^n = H^n = K$, c'est-à-dire $(h^n - H^n)X = 0$ pour tout X. D'autre part H est *p.* h, car $K = h^n$ l'est. Or H, hermitien positif, n'a pas de zéro $\neq 0$ dans $\mathfrak{M} = [\Delta_K]$. Par suite $(h - \lambda H)X = 0$, pour $X \neq 0$ dans $\mathfrak{M}$, exigerait $(X, hX) - \lambda(X, HX) = 0$, avec $(X, HX) \neq 0$ et > 0; donc λ est *réel ou nul* comme (X, hX). Il en résulte que $(h - \lambda H)$, *lorsque λ n'est pas réel, n'a pas de zéro $\neq 0$ dans $\mathfrak{M}$*. Cela étant, on a $h^{2p+1} - H^{2p+1} = \left[\prod_{i=1}^{2p} (h - \omega_i H)\right](h - H)$, les ω_i étant les racines $n^{\text{ièmes}}$ imaginaires de 1, les facteurs du produit Π étant permutables entre eux, conservant

---

[3] En effet, on a alors $h^2 = H_1^2 + H_2^2$, hermitien positif, dont la racine carrée hermitienne positive unique est $H = H_1 + H_2$, entièrement déterminée par h. On a donc, *nécessairement*, $2H_1 = H + h$, $2H_2 = H - h$.

tous $\mathfrak{M}$, et ne s'annulant dans $\mathfrak{M}$ qu'à l'origine. Si donc $(h^{2p+1}-H^{2p+1})X=0$, pour $X\neq 0$ dans $\mathfrak{M}$, on voit, en raisonnant de proche en proche, que $(h-H)X=0$. Par conséquent $h^{2p+1}=H^{2p+1}=K$ entraîne $h=H$ dans tout $\mathfrak{M}$ et $h=H=0$ dans $\mathfrak{M}$. On a donc $h\equiv H$ et H est dans ce cas la seule racine $n^{\text{ième}}$ hermitienne de K. Il n'y a donc, *pour tout hermitien positif, qu'une racine* $(2p+1)^{\text{ième}}$ *hermitienne, et elle est positive, c'est* H.

Si K *est négatif*, $K_2=-K$ est >0, sa racine $(2_{p+1})^{\text{ième}}$ hermitienne unique étant H_2, *la racine* $(2p+1)^{\text{ième}}$ *hermitienne unique de* K *sera* $(-H_2)$.

Si K *est indéfini*, toute racine $(2p+1)^e$ hermitienne l'est aussi. Posons $h=h_1-h_2$, h_1 et h_2 hermitiens positifs, $h_1h_2=0$. Alors $h^{2p+1}=h_1^{2p+1}-h_2^{2p+1}$ étant $\equiv K$, et la décomposition $K=K_1-K_2$ (K_1 et K_2 hermitien >0, $K_1K_2=0$) étant unique, on aura $h_1^{2p+1}=K_1$, $h_2^{2p+1}=K_2$. Si donc H_1 et H_2 désignent les racines $(2p+1)^e$ uniques de K_1 et K_2, on aura, par $h=H_1-H_2$, *la racine* $(2p+1)^e$ *unique de* K.

En définitive, si $n=2p+1$, l'équation $h^n=K$ admet, quel que soit l'hermitien K, *une solution hermitienne h et une seule;* elle est du même type que K [définie >0, définie <0, ou indéfinie]. Si K est défini >0, on a donné une expression de $h=H$, d'où résulte sa représentation spectrale. Les valeurs propres de h sont les racines $(2p+1)^{es}$ *réelles* des valeurs propres de K; les variétés propres correspondantes de h et K sont identiques. Si K est indéfini, par les méthodes signalées antérieurement ([4]), on le mettra sous la forme canonique $K=K_1-K_2$, d'où résultent les représentations spectrales de K_1, K_2, H_1, H_2, et celle de h.

4. Supposons $n=2p$. K est nécessairement positif. Soit $H=\int_0^M \lambda^{\frac{1}{n}}\,dE(\lambda)$ la racine $2p^e$ hermitienne *positive* de K signalée au n° 3. On va voir qu'elle est *unique*, mais qu'il existe pour K une infinité de racines $2p^{es}$ hermitiennes *indéfinies*, et l'on donnera leur expression à partir de H. H étant $p.p.$ K, et K $p.\,h$, H sera $p.\,h$. On devra avoir $(h^{2p}-H^{2p})X=0$ pour tout X de $\mathfrak{M}$. Or

$$h^{2p}-H^{2p}=\left[\prod_{i=1}^{2p-1}(h-\omega_i H)\right](h^2-H^2),$$

les ω_i étant les racines $2p^{\text{ièmes}}$ imaginaires de 1. En tout point $X\neq 0$ de $\mathfrak{M}$, les $h-\omega_i H$ sont tous $\neq 0$, par conséquent on devra avoir $(h^2-H^2)X=0$, c'est-à-dire $h^2=H^2$ en tout point de $\mathfrak{M}$ et $h^2=H^2=0$ en tout point de $\mathcal{H}$. Donc $h^2\equiv H^2$, et, comme on l'a vu ([5]) antérieurement $h=(P_{V_1}-P_{V_2})H$, V_1 *étant une variété l.-f. quelconque de* $\mathfrak{M}$, *invariante par* H, *c'est-à-dire par* K, de $V_2=\mathfrak{M}\ominus V_1$. La réciproque est évidemment vraie.

On a ainsi *toutes les solutions de* $h^{2p}=K$ *à partir de la solution* H. Il est clair

(4) Voir en particulier G. JULIA, *Comptes rendus*, 1946, pp. 707, 829, 1019.
(5) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 707.

que h se réduit à $P_{V_1}H$ sur V_1 et à $-P_{V_2}H$ sur V_2, donc h est indéfinie si V_1 et V_2 sont toutes deux $\neq 0$. Pour que h soit définie positive, il faut et il suffit que $V_2 = 0$, $V_1 \equiv \mathfrak{M}$; alors $P_{V_1} = P_{\mathfrak{M}}$ et $P^{f}_{\mathfrak{M}}H = H$, donc $h = H$. Il n'y a donc, pour $n = 2p$, qu'une seule racine $2p^{\text{ième}}$ hermitienne définie positive de K, et c'est H; de même $(-H)$ est la seule racine $2p^{\text{ième}}$ hermitienne définie négative.

5. En définitive, l'équation $h^n = K$, où K est hermitien, possède :

a. Une solution hermitienne h et une seule, si $n = 2p + 1$; elle est définie (>0 ou <0), ou indéfinie en même temps que K.

b. Une infinité de solutions hermitiennes h, si $n = 2p$ *et* K *hermitien positif.* Parmi elles, une seule est définie positive, soit H; une seule est définie négative, c'est $(-H)$; toutes les autres sont indéfinies et données par $h = (P_{V_1} - P_{V_2})H$ (6), V_1 variété l.-f. quelconque contenue dans $\mathfrak{M}$, invariante par K et $V_2 = \mathfrak{M} \ominus V_1$.

c. Aucune solution hermitienne si $n = 2p$ *et* K *hermitien défini négatif ou indéfini.*

M. **Niels Erik Nørlund** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage, *De gamle danske laengdeenheder*, rédigé en langue danoise avec un résumé en français.

M. **Paul Fourmarier** fait hommage à l'Académie de deux Ouvrages, *Principes de Géologie*, en deux volumes, et *Efforts tangentiels et efforts verticaux dans la tectogenèse*.

M. **Selman A. Waksman** fait hommage à l'Académie d'une nouvelle série de Notes concernant les substances antibiotiques, l'actinomycine et la microbiologie des sols.

NOMINATIONS.

MM. **Gabriel Bertrand**, **Maurice Caullery** et **Gaston Julia** sont désignés pour prendre part aux Assemblées qui auront lieu à Philadelphie, du 17 au 19 octobre 1946, et à Washington, du 21 au 23, dans le but d'établir une collaboration plus étroite entre les Savants des États-Unis et ceux des autres Nations du monde.

M. le **Maire de la Ville d'Avesnes** invite l'Académie à désigner un de ses Membres pour la représenter à la Cérémonie qui aura lieu le 7 juillet pour commémorer le souvenir de Léo Lagrange et Lucien Cayeux.

M. **Charles Jacob** est délégué.

---

(6) On a donné antérieurement la représentation spectrale de h à partir de H et étudié ses valeurs et ses variétés propres (*Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 707, n° 4, p. 1019, n° 2). Les valeurs propres de H sont les racines $2p^{\text{ièmes}} > 0$ de celles de K, les variétés propres correspondantes sont les mêmes pour H et pour K.

COMMISSIONS.

Par l'unanimité des suffrages, MM. **Émile Borel**, **Maurice Caullery**, **Charles Jacob**, **Paul Langevin**, **Jean Chazy**, **Auguste Chevalier**, **Joseph Magrou** sont désignés pour constituer, avec les Membres du Bureau, la Commission du *prix Albert Ier de Monaco*.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Mogens Pihl. *Ole Rømers videnskabelige liv.*

2° Elis Strömgren. *Ole Rømer som astronom. Med saerligt henblik paa hans betydning for de astronomiske instrumenters og den astronomiske observationskunsts historie.*

TOPOLOGIE. — *Sur les espaces hilbertiens hypercomplexes.*

Note (¹) de M. **Raziuddin Siddiqi**, présentée par M. Gaston Julia.

Les espaces hilbertiens ont été étudiés, presque exclusivement, en considérant des vecteurs à composantes complexes (²). Peu de travaux ont été consacrés aux espaces dont les vecteurs sont à composantes hypercomplexes (³), et une étude systématique de ces espaces manque, bien qu'ils présentent un intérêt indéniable pour la mécanique ondulatoire relativiste (⁴). L'auteur de la présente Note a entrepris dernièrement une étude systématique de ces espaces (⁵).

Le champ H des nombres hypercomplexes $x, y, \ldots$ est tel que $xy \neq yx$, en général, et que, à chaque x correspond un nombre conjugué $x^\star$, satisfaisant la relation $xx^\star = x^\star x = a =$ nombre réel positif. L'espace hilbertien hypercomplexe $\mathfrak{S}$ est défini comme un espace linéaire, complet et séparable, à un nombre infini de dimensions, où, à chaque couple d'éléments α et β, peut être associé le produit hermitien (α, β), nombre hypercomplexe, en général. La distance de deux points, de deux éléments, α et β, est définie par la racine carrée du nombre réel positif $(\alpha - \beta, \alpha - \beta)$. On montre que la distance, ainsi définie, est douée des propriétés géométriques et topologiques, qui permettent de ramener à elle les concepts de borne, de convergence et de continuité.

(¹) Séance du 17 juin 1946.

(²) M. H. Stone, *Linear Transformation in Hilbert Space*, 1932; J. von Neumann, *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*, 1932; G. Julia, *Introduction mathématique aux Théories quantiques*, 2 vol., Paris 1936 et 1938.

(³) O. Teichmüller, *J. f. reine u. angewandte Mathematik* (*Crelle*), **174**, 1936, p. 73.

(⁴) B. Kwal, *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 1582; *Journal de Physique*, **5**, 1934, p. 415.

(⁵) M. Raziuddin Siddiqi, *J. Osmania Univ.* Hyderabad, **14**, 1942 et **11**, 1943.

Un système orthonormal de vecteurs et une base, étant définis dans $\mathfrak{S}$, on montre que tout espace $\mathfrak{S}$ peut être représenté d'une manière et d'une seule par un ensemble de jeux de nombres hypercomplexes a_1, a_2, ... qui jouent le rôle des coordonnées d'un élément α. Les différents opérateurs, tels que l'opérateur inverse, adjoint, linéaire, fermé, continu, borné, complètement continu, hermitien, auto-adjoint, unitaire, projectif, etc., sont définis d'une manière usuelle.

Tout opérateur R dans $\mathfrak{S}$ peut être identifié avec une matrice infinie $|\gamma_{mn}|$ dont l'élément $\gamma_{mn}=(R\varepsilon_n, \varepsilon_m)$, ε_1, ε_2, ... étant les unités principales dans $\mathfrak{S}$. Les matrices à éléments hypercomplexes ont été étudiées en détail et les concepts de *déterminant* et de la *norme généralisée* ont été définis pour un certain type de matrices. Le système fini d'équations linéaires à un nombre fini d'inconnues $Ax=y\left(\sum_1^p a_{mn}x_n=y_m,\ m=1,\ \ldots,\ p\right)$ est considéré, pour lequel on démontre des théorèmes analogues à ceux de l'algèbre ordinaire, grâce à l'emploi de la définition de la norme généralisée. Le problème de valeurs et vecteurs propres a été également étudié et l'on a établi l'existence et la réalité des valeurs propres d'un opérateur auto-adjoint.

Ces considérations ont été généralisées à des systèmes d'équations à un nombre infini d'inconnues et des solutions ont été trouvées pour A borné. Dans le cas spécial des quaternions, ces équations ont été étudiées par un élève de l'auteur [6].

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Sur la définition d'un torseur réparti et sur l'évaluation de sa puissance.* Note [1] de M. **René de Possel**, présentée par M. Gaston Julia.

1. Étant donné un corps en mouvement C, on considère des mesures [2] à variation bornée définies à chaque instant pour C et pour certaines de ses parties c, que nous nommons *corps partiels*. En particulier, chaque *force absolue* appliquée au corps est un *torseur réparti* dont le vecteur principal est une mesure vectorielle $\vec{S}(c)$, et dont le moment en O est

$$\int_c \overrightarrow{OM}\wedge \overrightarrow{dS}, \tag{1}$$

M étant un point de C à l'instant t.

---

(6) M. Afzad Akmad, *ibid.*, 11, 1943 et 12, 1944.

(1) Séance du 3 juin 1946.

(2) Voir M. Brelot, *Sur les principes mathématiques de la Mécanique classique* [*Annales de l'Université de Grenoble* (Section sciences-médecine), 19, 1943, p. 18-26, et *Sur quelques points de mécanique rationnelle*, 20, 1944, p. 52-57]. Voir aussi M. Brelot, *Les principes mathématiques de la Mécanique classique*, 1 vol., Grenoble-Paris, 1945.

2. Cependant certains phénomènes physiques donnent lieu à une force dont le vecteur principal est nul pour tout corps partiel, le moment ne l'étant pas, contrairement à l'expression (1). Il convient donc de considérer des torseurs répartis plus généraux, ayant pour chaque corps partiel c un moment se transformant suivant la formule usuelle

$$\overrightarrow{G_{O'}}(c) = \overrightarrow{G_O}(c) + \overrightarrow{O'O} \wedge \overrightarrow{S}(c),$$

un tel torseur étant la somme de deux autres, l'un qui a pour vecteur principal $\overrightarrow{S}(e)$ et dont le moment est donné par (1), l'autre dont le vecteur principal est toujours nul et dont le moment est

$$\overrightarrow{\varpi}(c) = \overrightarrow{G_O}(c) - \int_c \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{dS}.$$

Nous nommons le premier un *torseur pur* et le deuxième un *couple pur*.

Admettons que la *quantité d'accélération* du corps soit encore un torseur pur de vecteur principal $\int_c \overrightarrow{\Gamma}\, dm$, m étant la masse, et $\overrightarrow{\Gamma}$ l'accélération évaluée dans un repère galiléen. Le principe fondamental s'énonce toujours en disant que ce dernier torseur est égal à la somme des torseurs constituant les différentes forces absolues. Par suite *cette somme est toujours un torseur pur*.

Supposons les *forces intérieures* définies par la condition d'avoir chacune une valeur nulle (vecteur principal et moment) pour le corps tout entier (voir M. Brelot, *loc. cit.*), et remarquons que les moments $\overrightarrow{\varpi}_i(c)$ et $\overrightarrow{\varpi}_e(c)$ des couples purs de la totalité des forces intérieures et extérieures sont opposés.

3. La *puissance* d'un torseur pur pour un champ de vecteurs $\overrightarrow{W}$ est, par définition (voir M. Brelot, *loc. cit.*), la mesure

$$\int_c \overrightarrow{W} . \overrightarrow{dS},$$

où $\overrightarrow{S}(c)$ désigne le vecteur principal du torseur. Si $\overrightarrow{W}$ est la vitesse, on obtient la *puissance réelle*, dérivée du travail par rapport au temps.

Pour un torseur quelconque, des difficultés se présentent. Examinons d'abord le cas d'un corps solide, de rotation instantanée $\overrightarrow{\omega}$, et du torseur constitué par la totalité des forces extérieures. Un calcul immédiat montre que si l'on veut rester en accord avec l'hypothèse physique d'un travail nul pour les forces intérieures, il faut admettre que le couple pur de moment $\overrightarrow{\varpi}_e(c)$ développe une puissance $\overrightarrow{\omega} . \overrightarrow{\varpi}_e(c)$ pour le corps tout entier. Un exemple simple est celui d'un cylindre de révolution homogène soumis à un couple pur de moment parallèle à son axe, et proportionnel au volume.

4. Pour évaluer la puissance d'un torseur quelconque, on peut le considérer

comme la limite d'un torseur pur dont le vecteur principal exact $\vec{\sigma}(c)$ serait remplacé par une moyenne locale $\vec{S}(c)$. On est ainsi amené à introduire les quantités

$$\lambda_{ij}(c) = \int_c x_i(d\sigma_j - dS_j),$$

dont l'ensemble est une mesure tensorielle $\vec{\vec{\lambda}}(c)$. On démontre que la puissance est alors (en supposant continues les dérivées de $\vec{W}$)

$$\int_c \vec{W}.d\vec{S} + \int_c \overrightarrow{\overrightarrow{\text{grad}}}\vec{W}.d\vec{\vec{\lambda}}.$$

Dans le cas d'un milieu continu, la deuxième intégrale peut s'interpréter en imaginant que le milieu est animé d'un champ de vitesses $\vec{W}$, et qu'il y règne une tension égale à la densité de $\vec{\vec{\lambda}}$ par rapport au volume, changée de signe : ce serait alors la puissance de cette tension.

Si l'on introduit le moment du couple pur $\vec{\varpi}(c)$, la mesure tensorielle $\mu_{ij} = 1/2(\lambda_{ij} + \lambda_{ji})$, et le tenseur $\vec{\vec{\Delta}}$ vitesse de déformation correspondant au champ $\vec{W}$, l'intégrale prend la forme

$$\int_c \vec{\vec{\Delta}}.d\vec{\vec{\mu}} + \int_c \frac{1}{2}\overrightarrow{\text{rot}}\vec{W}.d\vec{\varpi}.$$

Dans le cas où $\vec{W}$ est un champ de moments, on a $\vec{\vec{\Delta}} = 0$, $\vec{\omega} = (1/2)\overrightarrow{\text{rot}}\vec{V}$, et l'on retrouve bien l'expression indiquée plus haut pour un corps solide.

En résumé, la puissance du torseur fait intervenir en général, outre son vecteur principal macroscopique et son moment, une mesure tensorielle symétrique $\vec{\vec{\mu}}$ qui dépend de sa répartition microscopique.

Les démonstrations paraîtront dans un autre Recueil.

RELATIVITÉ. — *Retour sur la dynamique et la thermodynamique des milieux continus.* Note de M. **Olivier Costa de Beauregard**.

Nous avons récemment défini la force finie comme un tenseur antisymétrique du second rang, et précisé ses relations avec les quadrivecteurs densité de force f^i et impulsion-énergie élémentaire; nous avons également défini la notion de forces d'Univers équivalentes ([1]). Si $\rho_0 V^i V^j$ désigne le tenseur matériel et $ic\delta u^l$ le dual de l'élément trilinéaire $[dx^i dx^j dx^k]$, il y a, dans l'hypothèse (1_1), *équivalence* entre la force élémentaire $f^i\delta u^j - f^j\delta u^i$ et la

([1]) *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 743.

force asymétrique $f^i\delta u^j$, l'équation dynamique fondamentale de la gouttelette δu^i se réduisant à la forme connue (1_2).

(1) $$V_k f^k = 0; \quad f^i = \partial_j(\rho_0 V^i V^j); \quad \partial_j(\rho_0 V^j) = 0;$$

(1_3), conséquence de (1_1) et de (1_2), entraîne la conservation de la masse propre m_0 d'une goutte fluide $\mathcal{C}$

(2) $$m_0 = \iiint_{\mathcal{C}} \rho_0 \delta u_0, \quad \delta u_0 = V^i \delta u_i.$$

Si l'on rejette l'hypothèse (1_1), deux généralisations se présentent, suivant qu'on retient la définition antisymétrique ou la définition asymétrique de la force d'Univers. Dans le premier cas, l'on est conduit à une formule intégrale non réductible à une forme densitaire analogue aux (1) [2]. On peut alors faire le raisonnement inductif suivant : si la congruence V^i admet des trajectoires orthogonales $\mathcal{C}_0$ et si les $\mathcal{C}$ précédentes sont prises suivant les $\mathcal{C}_0$, on établit sans peine la formule

(3) $$\delta u_0^i = -\frac{1}{c^2}\delta u_0 V^i;$$

la formule intégrale est alors équivalente à (4_2) et par un postulat, l'on admettra que cette dernière est la forme générale. De (4_2) résulte encore la loi (1_3) ou (4_3) de conservation de la masse propre,

(4) $$V_k f^k \neq 0; \quad f^i + \frac{1}{c^2} V_k f^k V^i = \partial_j(\rho_0 V^i V^j); \quad \partial_j(\rho_0 V^j) = 0.$$

Si l'on adopte la définition asymétrique de la force finie, la formule (1_2) reste valable dans le cas général, et (1_3) se trouve remplacée par (5_3),

(5) $$V_k f^k \neq 0; \quad f^i = \partial_j(\rho_0 V^i V^j); \quad \partial_j(\rho_0 V^j) = -\frac{1}{c^2} V_k f^k.$$

Ce résultat peut être rapproché de la formule donnant la chaleur propre $\mathcal{Q}_0$ de Joule dégagée dans un milieu conducteur [3]; $H^{ik} j_k$ désignant la densité de force de Laplace appliquée à ce conducteur, la formule en question s'écrit (6_2); compte tenu des équivalences chaleur-énergie-masse, il y a équivalence entre (6_2) et la conséquence (6_1) de (5_3)

(6) $$\begin{cases} i c\, d\, \delta m_0 = -\frac{1}{c^2} V_k f^k [dx_1\, dx_2\, dx_3\, dx_4], \\ i c J\, d\, \delta \mathcal{Q}_0 = -V_k f^k [dx_1\, dx_2\, dx_3\, dx_4]. \end{cases}$$

---

[2] *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 271, formule (1).

[3] *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 590, formules (2); j_k désigne le courant de conduction ($V_k j^k = 0$). La relation (5) que, dans cette Note, nous avions indiquée entre la température propre T_0 et le quadrivecteur θ^i avait été signalée, à notre insu, par Eckart (*Phys. Rev.*, 58, 1940, p. 922) et par Bergmann (*ibid.*, 59, 1941, p. 928).

Nous avons appliqué notre définition de la force à la théorie des forces superficielles au sein d'un fluide, et donné, dans le cas simple d'une pression ϖ, l'expression du quadri-travail ([4]). Un raisonnement inductif semblable au précédent permet de mettre cette expression sous la forme (7_1), d'où résulte la loi (7_2) de variation de la masse propre

$$(7) \qquad -\partial^i\varpi = \partial_j\left\{\left(\rho_0+\frac{\varpi}{c^2}\right)V^iV^j\right\}, \qquad \partial_j(\rho_0 V^j) = -\frac{\varpi}{c^2}\partial_j V^j;$$

il est facile d'établir l'équivalence de (7_2) avec la forme intégrale que nous avions donnée ([5]), et d'étendre ces résultats au cas élastique général; dans ce dernier cas, l'on est amené à une forme asymétrique de la force d'Univers ([6]).

La formule (7_1) n'est autre que la formule sur laquelle repose toute la théorie du fluide non visqueux d'Eisenhart-Synge-Lichnerowicz, la fonction d'indice étant

$$(8) \qquad F = \exp.\int\frac{d\varpi}{c^2\mu}, \qquad \text{avec} \quad \mu = \rho_0+\frac{\varpi}{c^2};$$

de la sorte, cette belle théorie se trouve fondée sur une authentique théorie de la force superficielle au sein des fluides non visqueux pourvus d'une équation d'état $\mu = \mu(\varpi)$ ([7]).

En résumé, la thermodynamique et l'élasticité amènent à une généralisation asymétrique de la définition de la force d'Univers. Une variation de la masse propre au sein d'un fluide est prévue : 1° avec la définition asymétrique de la force d'origine volumique; 2° avec la prise en considération des forces superficielles, dans tous les cas.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Étude statistique de la turbulence : théorie de la mesure de l'intensité de la turbulence avec un fil chaud de longueur non négligeable* ([1]). Note ([2]) de M. **François-N. Frenkiel**, présentée par M. Henri Villat.

J'étudierai ici l'influence, sur la mesure de l'intensité de la turbulence longitudinale $\sqrt{\overline{u'^2}}/\overline{u}$, de la longueur l d'un fil chaud de diamètre négligeable et dont l'inertie thermique est parfaitement compensée. Par cette étude je

---

([4]) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 477, formule (3).

([5]) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 590, formule (1).

([6]) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 477, formules (5).

([7]) A. Lichnerowicz, *Bull. Sc. Math.*, 65, 1941, pp. 58-59; *Ann. École Normale*, 58, 1941, 4, pp. 288-289.

([1]) Travail effectué à Toulouse en 1943 dans la clandestinité avant la déportation de l'auteur.

([2]) Séance du 13 mai 1946.

complète celle qu'a faite H. K. Skramstad ([3]), en calculant ses équations d'une autre manière et je détermine quelques relations nouvelles.

La composante $u'(x, y, z, t)$ est fonction de l'espace et du temps. Si l'on pouvait admettre qu'elle n'est fonction que du temps seul, ou que le fil est infiniment petit, alors le voltage instantané du courant qui chauffe le fil serait $e(t) = kl\,u'(t)$, où k est un coefficient qui dépend de l'installation électrique et de la vitesse moyenne. Le fil de longueur l mesure le voltage instantané

$$eb(t) = k\int_0^l u'(s, t)\,ds.$$

Un ampèremètre thermique avec un fil chaud de dimension négligeable mesure la moyenne quadratique

$$\overline{[e(t)]^2} = k^2 l^2 \overline{[u'(t)]^2}, \tag{1}$$

et, avec le fil chaud de longueur l non négligeable, l'ampèremètre donnera

$$\overline{[eb(t)]^2} = k^2 \overline{\left[\int_0^l u'(s, t)\,ds\right]^2} = k^2 \int_0^l \int_0^l \overline{u'(s_1, t)\,u'(s_2, t)}\,ds_1\,ds_2. \tag{2}$$

En introduisant le coefficient de corrélation transversale ([4]), j'obtiens

$$\overline{[eb(t)]^2} = k^2 \overline{u'^2} \int_0^l \int_0^l \mathrm{R}_y(s_1 - s_2)\,ds_1\,ds_2. \tag{3}$$

Dérivons (3) par rapport à l, en tenant compte de la parité de R_y. On trouve ([5])

$$\frac{d}{dl}\overline{[eb(t)]^2} = 2k^2 \overline{u'^2} \int_0^l \mathrm{R}_y(s)\,ds, \tag{4}$$

et, en dérivant une deuxième fois, j'obtiens pour le coefficient de corrélation correct

$$\mathrm{R}_y(l) = \frac{1}{2k^2 \overline{u'^2}} \frac{d^2}{dl^2}\overline{[eb(t)]^2}. \tag{5}$$

Intégrons la dérivée seconde donnée par cette dernière relation; après avoir constaté par les équations (3) et (4) que les deux constantes d'intégration sont nulles, on obtient

$$\overline{[eb(t)]^2} = 2k^2 \overline{u'^2} \int_0^l (l - s)\,\mathrm{R}_y(s)\,ds. \tag{6}$$

([3]) L. DRYDEN HUGH, G. B. SCHUBAUER, W. C. MOCK Jr. et H. K. SKRANSTAD, *Nat. Advis. Comm. Aero* (*N. A. C. A.*), Tech. Rep., 581, 1937.

([4]) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 1377.

([5]) J. Kampé de Fériet (*Ann. Soc. Sc.*, Bruxelles, 59, série 1, 1939, p. 145) fait une intégration semblable, en étudiant la diffusion turbulente.

En divisant (1) par (6), on trouve que l'énergie de la turbulence longitudinale Eb mesurée avec un fil de longueur non négligeable est plus petite que la valeur correcte de cette énergie E. On a en effet

$$(7)\qquad \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{E}b}=\frac{\overline{[e(t)]^2}}{\overline{[eb(t)]^2}}=\frac{l^2}{2\int_0^l (l-s)\,\mathrm{R}_y(s)\,ds},$$

relation qui a été trouvée par Skramstad par une méthode plus compliquée.

Comme $d\mathrm{R}_y(0)/dy=0$, je trouve

$$(8)\qquad \lim_{l\to 0}\frac{\overline{[eb(t)]^2}}{k^2\overline{u'^2}}=l^2,$$

et, comme d'autre part $\lim_{y\to\infty}\mathrm{R}_y(y)=0$ et $\lim_{y\to\infty} y\mathrm{R}_y(y)=0$, il vient

$$(9)\qquad \lim_{l\to\infty}\frac{\overline{[eb(t)]^2}}{k^2\overline{u'^2}}=2l\mathrm{L}_y.$$

Dans un écoulement de turbulence homogène et isotrope, je trouve, en appliquant l'équation de Karman [6] à l'équation (6),

$$(10)\qquad \overline{[eb(t)]^2}=k^2\overline{u'^2}\,l\int_0^l \mathrm{R}_x(s)\,ds,$$

d'où

$$(11)\qquad \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{E}b}=\frac{l}{\int_0^l \mathrm{R}_x(s)\,ds}$$

et

$$(12)\qquad \lim_{l\to 0}\frac{\overline{[eb(t)]^2}}{k^2\overline{u'^2}}=l\mathrm{L}_x$$

équation qu'on peut d'ailleurs établir directement en appliquant la relation $\mathrm{L}_x=2\mathrm{L}_y$, que j'ai démontrée dans la référence [7], à l'équation (9).

RADIOÉLECTRICITÉ. — *Signaux électriques à spectre de fréquence rectangulaire.* Note [1] de MM. **Pierre Boughon** et **Pierre Jacquinot**, présentée par M. Aimé Cotton.

I. Il peut être intéressant, pour certaines applications, de savoir produire des signaux dont le spectre de fréquence ait une forme donnée. Nous avons étudié la

---

(6) *Journ. Aéro. Sci.*, **4**, 1937, p. 131.
(7) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1377.

(1) Séance du 12 juin 1946.

production de signaux dont le spectre ait une forme *rectangulaire*, c'est-à-dire couvre uniformément une bande de fréquence de largeur ΔN, l'amplitude étant nulle, ou aussi faible que possible pour toute fréquence extérieure à cette bande. Un appareil émettant un tel signal serait en quelque sorte la réciproque à l'émission d'un filtre de bande parfait.

Si le signal s'exprime en fonction du temps par $E = f(t)$, l'amplitude spectrale $A(N)$ est donnée par la transformée de Fourier de $f(t)$,

$$A(N) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\, e^{2\pi j N t}\, dt.$$

Si, en particulier, on veut avoir

$$A(N) = 0 \qquad \text{pour } N < N_0 - \frac{\Delta N}{2} \quad \text{et} \quad N > N_0 + \frac{\Delta N}{2}$$

et

$$A(N) = A_0 \qquad \text{pour } N_0 - \frac{\Delta N}{2} < N < N_0 + \frac{\Delta N}{2},$$

$f(t)$ doit avoir la forme

$$f(t) = E_0 \cos 2\pi N_0 t \frac{\sin \pi \Delta N t}{\pi \Delta N t};$$

le signal doit être constitué par une oscillation entretenue de fréquence N_0 modulée par une fonction en $\sin u/u$.

Les transformations utilisées ici sont exactement les mêmes que dans les problèmes optiques de diffraction à l'infini, où la diffraction par une fente donne une répartition d'amplitude en $\sin u/u$ (fonction de diffraction), la transformation réciproque pouvant également être réalisée par voie optique (problème de l'image d'une fente en éclairage cohérent).

II. En réalité, on ne peut pas obtenir rigoureusement un spectre rectangulaire pour les deux raisons suivantes :

1° La fonction de modulation devrait être prise pour t variant de $-\infty$ à $+\infty$. On se contente de prendre un signal durant de $t = (-n/\Delta N)$ à $t = (+n/\Delta N)$, c'est-à-dire de couvrir $2n$ arcades (n entier) de la courbe de diffraction. Il est facile de calculer que la forme du spectre est alors donnée (dans le cas, toujours réalisé, où $\Delta N \ll N_0$) par

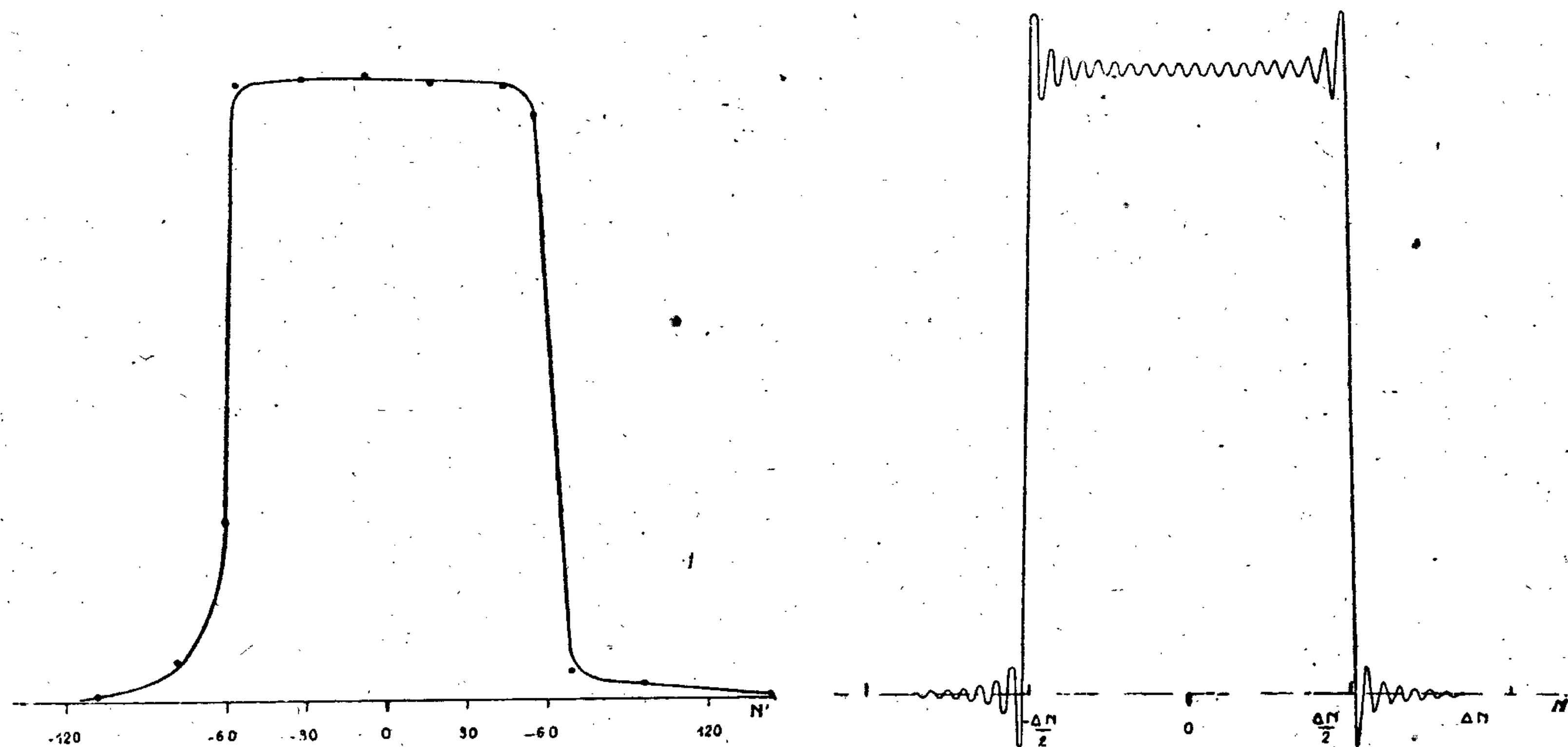
$$A(N) = \sin 2\pi n \left[\frac{N'}{\Delta N} + \frac{1}{2}\right] - \sin 2\pi n \left[\frac{N'}{\Delta N} - \frac{1}{2}\right], \qquad (N' = N - N_0).$$

La courbe obtenue n'est plus tout à fait plate, mais présente n ondulations de faible amplitude dans la bande ΔN. Pour un récepteur donné, cette courbe est équivalente à un spectre *rectangulaire* si la largeur $\Delta N/n$ des ondulations est inférieure à la bande passante du récepteur.

La figure montre la forme du spectre calculée pour $n = 20$, la durée du signal étant alors $40/\Delta N$. En dehors de la bande passante, l'amplitude est très faible; à une distance $\Delta N/2$ du bord de la bande, elle est déjà réduite à 0,004 fois sa

valeur maximum, ce qui correspond à une atténuation de 48 décibels, et à une distance $2\Delta N$, l'atténuation atteint 58 décibels.

Dans la pratique le signal sera toujours répété périodiquement avec une



période θ suffisamment grande par rapport au temps $\tau = 1/\Delta N$. Dans ce cas le spectre continu est remplacé par un spectre de raies équidistantes inscrites dans le spectre continu du signal unique, le nombre des raies étant $\nu = \theta/\tau$. Un tel spectre est, pour un récepteur donné, indiscernable du spectre continu si la distance $\Delta N/\nu = 1/\theta$ de deux raies voisines est inférieure à la bande passante du récepteur. On peut donc dans tous les cas obtenir pratiquement un spectre continu en choisissant convenablement la période de répétition.

III. Nous avons obtenu la tension de modulation en $\sin u/u$ en faisant tourner, devant une cellule photoélectrique munie d'une fente, un disque portant une figure photographique telle que la hauteur de fente découverte varie comme la fonction $a + [\sin\pi\Delta N t/\pi\Delta N t]$. La tension fournie par la cellule est appliquée à un modulateur symétrique, équilibré de façon à éliminer le terme constant a. On peut ainsi faire varier à volonté la largeur de bande ΔN en agissant sur la vitesse de rotation du disque : ΔN est égal à $1/\tau$, 2τ étant le temps de passage de l'arcade centrale de la courbe de diffraction.

Nos essais ont été faits à une fréquence N_0 de 100 kilocycles avec des largeurs ΔN de l'ordre de 100 p : s. Le spectre était étudié au moyen d'un analyseur de fréquences « Général Radio », dont la courbe de réponse, approximativement rectangulaire, a une largeur de 6 p : s. La vitesse de rotation du disque étant de un tour par seconde et l'arcade centrale de la courbe de diffraction y occupant 1/60 de circonférence, on obtient un spectre de 120 p : s. de largeur, en complet accord avec le calcul.

La largeur finie de la fente de cellule a pour effet de supprimer les ondulations (qui passeraient d'ailleurs inaperçues dans l'analyse faite) et de produire les *pieds* que l'on voit sur le spectre mesuré

DÉCHARGES. — *Sur le maximum de courant dans le fonctionnement intermittent des tubes à décharge.* Note de M. JEAN MOUSSIEGT, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons montré [1] comment pouvait s'expliquer l'intermittence d'une décharge par l'inaccessibilité du point de fonctionnement dans le plan *tension* v — *courant* i''. A cause des durées nécessaires à l'établissement et à la dissipation de la charge spatiale, cette théorie n'est applicable en toute rigueur que si la capacité C en parallèle avec le tube à décharge est suffisante. On connaît déjà et l'on a expliqué l'influence de ces durées sur le maximum et le minimum de tension au cours du cycle. Mais elles doivent intervenir aussi sur l'amplitude de la variation du courant.

Aussi avons-nous entrepris l'étude systématique du maximum de courant en fonctionnement intermittent, pour un tube commercial au néon additionné d'argon. On peut mesurer ce maximum sur le cycle obtenu à l'oscillographe cathodique. On place une résistance r en série avec le tube à décharge (C étant en parallèle sur l'ensemble) pour introduire une tension proportionnelle au courant. D'autre part la chute de tension $E - v$ dans la résistance R en série avec l'alimentation de force électromotrice E reproduit les variations de la tension v.

En ajoutant r, nous avons remplacé la décharge par un autre dipôle, dont le courant et la tension aux bornes sont

$$(1) \qquad \begin{cases} i_1 = i, \\ v_1 = v + ri. \end{cases}$$

La transformation (1) ne change pas l'allure de la caractéristique (v, i) si r n'est pas très élevé, et la théorie s'applique à ce dipôle, dont le cycle de fonctionnement s'obtient directement à l'oscillographe. *L'inverse du courant maximum* $i_{1\,\max}$ *mesuré ainsi est une fonction linéaire de* r. De la théorie élémentaire et de la transformation (1) on déduit une loi de ce genre pour une caractéristique rectiligne. Mais cette loi se conserve dans tout le domaine de variation de la capacité, même pour les faibles valeurs de celle-ci où la théorie ne s'applique pas et où le cycle diffère beaucoup du cycle relatif aux valeurs élevées.

L'intérêt de cette loi linéaire est de permettre une extrapolation aisée pour $r = 0$. Dans ce cas le courant maximum, que nous désignerons par $i_{\max}$, varie dans le même sens que la capacité C et *il y a une relation linéaire entre les deux inverses :*

$$\frac{1}{i_{\max}} = \frac{1}{i_{M}} + \frac{k}{C};$$

---

[1] *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1280.

i_M et k étant deux constantes. i_M est la valeur limite du maximum de courant lorsque C croît indéfiniment : c'est celle du cycle théorique.

Nous avons étudié comment ces constantes varient avec le point de fonctionnement, en fait avec la résistance R, la force électromotrice E restant fixe.

Il faut distinguer deux cas suivant que la cathode n'est jamais entièrement couverte par la lueur de la décharge (*décharge normale*) ou l'est au maximum de courant (*décharge anormale*).

Premier cas. Faibles capacités ($C < 0,2\,\mu F$), *décharge toujours normale.* — Le courant maximum limite i_M (qui n'a ici que la valeur d'un coefficient dans une formule, puisque dans ce domaine, C ne peut devenir infini) dépend du point de fonctionnement : il a augmenté de 14,1 à 35 mA quand nous faisions décroître R de de $2,88.10^6$ à 250000 ohms. Le coefficient k paraît constant, de l'ordre de $2,4.10^{-6}$ seconde/volt, avec des fluctuations importantes (jusqu'à 40 %).

Deuxième cas. Fortes capacités ($C \geq 0,2\,\mu F$), *décharge anormale.* — La valeur limite i_M du maximum de courant ne dépend pas du point de fonctionnement et vaut 26,2 mA. Pour k nous avons obtenu des valeurs disparates ne présentant pas de variation systématique (valeur moyenne $6,9.10^{-6}$ s/v).

La précision des mesures est limitée par les difficultés d'une mesure précise du courant maximum sur le cycle obtenu à l'oscillographe, à cause de l'épaisseur du trait et des faibles dimensions du cycle.

ÉLECTROCHIMIE. — *Effet d'électrode dans la neutralisation des ions argent.* Note (¹) de M. **Yves Druet**, présentée par M. Louis Hackspill.

Le titrage électrométrique de sels solubles d'argent par l'iodure de potassium, au moyen d'électrodes d'argent, révèle des différences entre les valeurs des points d'équivalence, suivant l'âge de l'électrode et la nature de sa préparation. Il était intéressant d'étudier systématiquement la nature de ces effets.

Les expériences ont porté sur des solutions de NO_3Ag, de pAg compris entre 3 et 5 ($p\text{Ag} = -\log$ de la concentration). La reproductibilité des résultats est très bonne. Pour $c = 10^{-4}\,n$ par exemple, les écarts ne dépassent pas 2 ‰ entre deux titrages successifs, mais peuvent atteindre 1 à 2 % pour des mesures séparées par un grand intervalle de temps.

Les comparaisons ont porté sur les sept électrodes suivantes : 1° platine; 2° platine argenté par électrolyse; 3° boule d'argent fondue dans une boucle de platine; 4° la même, iodurée; 5° la même, iodurée plus à fond; 6° lame d'argent; 7° fil d'argent ioduré.

Toutes les électrodes étaient soudées dans un tube de verre, de façon à délimiter exactement la partie utilisable. L'ensemble de ces électrodes était plongé dans 100^{cm^3} d'une solution de pAg voisin de 4. La solution était agitée mécaniquement et titrée par une solution environ 5 fois plus concentrée de KI.

(¹) Séance du 12 juin 1946.

Le tableau suivant contient le nombre de centimètres cubes de la solution titrante, calculée par interpolation d'après les mesures de potentiel, pour les différentes électrodes, et différentes expériences.

Électrode n° \ Titrage n°...	1.	2.	3.	4.
1	21,45	21,54	21,60	21,65
2	21,50	21,46	21,69	21,71
3	21,56	21,50	21,70	21,70
4	21,50	21,47	21,68	21,68
5	21,53	21,49	21,68	21,70
6	21,32	21,27	21,50	21,49
7	21,52	21,50	21,73	21,71

Les mêmes expériences ont été répétées avec une solution de même pAg, mais contenant 0,5 n, NO_3K. On a trouvé les chiffres suivants :

Électrode n° \ Titrage n°...	1.	2.	3.	4.
1	–	21,06	21,07	21,13
2	21,09	21,11	21,12	21,27
3	21,09	21,14	21,10	21,28
4	21,09	21,10	21,10	21,26
5	21,01	21,15	21,15	21,16
6	21,07	21,10	21,12	21,25
7	21,29	21,29	21,30	21,34

D'autre part on constate que des mesures faites en plongeant les électrodes dans des solutions dont déjà 99 % des ions Ag^+ avaient été préalablement précipités, ont donné des résultats sensiblement équivalents. En outre, l'écart entre les différentes électrodes est plus faible dans le titrage en retour.

Le potentiel d'une électrode est donné par la formule thermodynamique $E = E_0 + RT/F \log . a$, en fonction de l'activité a des ions en solution, E_0 représentant le potentiel normal. Le second terme du second membre définit thermodynamiquement l'état ionique de la solution. Par contre le premier terme E_0 est relatif à l'électrode. Au voisinage de celle-ci existe une répartition de charges, appelée *couche double*, constituée par des ions Ag^+ et NO_3^-. Au cours de la neutralisation, une certaine quantité de ces ions NO_3^- sont d'ailleurs remplacés par des ions I^-. Une adsorption activée (réaction chimique) peut aussi se produire avec ces derniers. En tous cas il y a un équilibre entre les atomes superficiels du métal, les ions de la couche *double* et la solution. Suivant l'état superficiel de l'électrode, les échanges des ions Ag^+, I^-, NO_3^- pourront être différents.

Par *adsorption* d'ions à la surface de l'électrode, son potentiel augmente. Une solubilité plus grande de ceux-ci, ou une adsorbabilité plus faible des

ions I^- ou NO_3^- correspond donc à une diminution du potentiel E_0. Il en résulte que la valeur de E_0 doit être liée au processus d'équilibre des différents ions à la surface du métal, c'est-à-dire, en dernière analyse, à la structure superficielle.

La possibilité d'états différents que peut prendre l'électrode au cours même de l'opération du titrage, conduit à penser que le E_0 pourrait lui-même ne pas rester constant. (Mais les variations de cette grandeur n'entraînent pas une erreur importante dans le titrage.)

En résumé, le potentiel normal d'une électrode dépend non seulement de sa structure chimique, mais aussi de sa structure superficielle, structure modifiée elle-même par les réactions qui se produisent à son voisinage, au cours de la neutralisation.

OPTIQUE INSTRUMENTALE. — *Nouvelle méthode pour le calcul des diaphragmes de transparence non uniforme réduisant les effets de la diffraction.* Note de M. **P.-Michel Duffieux**, présentée par M. Aimé Cotton.

La liaison établie par la transformation de Fourier entre l'état de mouvement $F(x, y)$ dans la pupille de sortie et l'état de mouvement $G(u, v)$ dans la figure de diffraction à l'infini (1) permet d'introduire de nouvelles méthodes dans le calcul des instruments d'optique. La transformation est additive. Si l'on possède deux suites parallèles de transformées, $F_n(x, y)$ et $G_n(u, v)$, la pupille représentée par une fonction linéaire ou une série convergente des fonctions $F_n(x, y)$ a pour figure de diffraction à l'infini la même somme des fonctions $G_n(u, v)$

$$F(x, y) = \Sigma a_n F_n(x, y), \tag{1}$$

$$G(u, v) = \Sigma a_n G_n(u, v). \tag{2}$$

Si les fonctions et coefficients de (1) sont réels, la pupille est sans aberrations. Des fonctions et coefficients complexes permettent d'introduire ces dernières.

Le fait qu'une pupille est de révolution ramène à des fonctions d'une seule variable. Les méridiennes de la pupille et de sa figure de diffraction sont $F(x, 0)$ et $G(u, 0)$. Leurs transformées sont respectivement

$$g(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(u, v)\, dv, \tag{3}$$

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(x, y)\, dy; \tag{4}$$

$f(x)$ est la *pupille linéaire équivalente* de $F(x, y)$ pour la direction des x; $g(u)$ est la section de l'image d'une droite lumineuse *cohérente* parallèle aux y.

Parmi les suites de transformées dont les recueils de fonctions permettent

(1) *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 846.

l'utilisation immédiate, deux offrent des facilités remarquables pour l'étude des pupilles à transparence variable dont le problème a été posé par M. André Couder. Ce sont les fonctions dérivées de la fonction de Gauss et les fonctions d'Hermite. Il est commode de choisir la fonction de Gauss pour qu'elle soit sa propre transformée. Dans le type de transformation de Fourier que j'ai adopté précédemment, elle doit être notée : $\Phi_0(x)=e^{-\pi x^2}$, sa transformée étant $\Gamma_0(u)=e^{-\pi u^2}$. Les fonctions dérivées $\Phi_n(x)$ et leurs transformées $\Gamma_n(u)$ sont obtenues en dérivant une équation de transformation

$$(4)\qquad \Phi_n(x)=\mathrm{K}_n(x)\,e^{-\pi x^2},$$

$$(5)\qquad \Gamma_n(u)=(i)^n\mathrm{B}_n u^n\,e^{-\pi u^2}.$$

Les B_n sont des constantes et les $\mathrm{K}_n(x)$ des polynomes ne contenant que les puissances de x de la parité de n. Les fonctions d'Hermite adaptées à notre transformation de Fourier sont de forme analogue aux fonctions $\Phi_n(x)$. *Elles sont à elles-mêmes leurs propres transformées au facteur* $(i)^n$ *près*

$$(6)\qquad \Psi_n(x)=\mathrm{A}_n\mathcal{H}_n(x)\,e^{-\pi x^2}.$$

Les A_n étant des coefficients et les $\mathcal{H}_n(x)$ des polynomes analogues aux $\mathrm{K}_n(x)$. Toutes ces fonctions Φ_n, Γ_n, Ψ_n sont analogues mais ne possèdent pas les mêmes commodités de suggestion.

Dans le cas des pupilles de révolution, les fonctions d'ordre pair doivent être seules retenues. Il est alors facile de montrer que si l'une des quatre fonctions $\mathrm{F}(x, 0)$, $\mathrm{G}(u, 0)$, $f(x)$ ou $g(u)$ est fonction linéaire des n premières fonctions de l'une des suites, les trois autres sont aussi des fonctions linéaires des n premières fonctions de l'une quelconque des trois suites.

Je me limiterai ici au cas des pupilles sans aberrations.

1° La pupille la plus simple est celle de Gauss : pupille linéaire et méridienne sont toutes deux des fonctions de Gauss. La figure de diffraction comporte une seule frange centrale, et c'est la seule pupille présentant cette propriété. Elle est théoriquement illimitée, mais la décroissance rapide de exp. $(-x^2)$ permet de limiter pratiquement son diamètre. Théoriquement ce diaphragme substitue des franges circulaires d'intensité très faible à la branche asymptotique de la figure de diffraction. Il semble que cette pupille doit être limitée au voisinage du cercle de densité 2. Comparée à une pupille sans absorption de même diamètre, son facteur de transmission relatif n'est que de 21,5 %. Sa tache de diffraction est large. Ces inconvénients sont liés au fait que le maximum de transparence est au centre, dans la zone pupillaire dont le diamètre et l'efficacité sont minima.

2° Les pupilles de la forme $f(x)=\Phi_0+a_2\Phi_2+a_4\Phi_4+a_6\Phi_6$, où certains a peuvent être nuls, donnent des solutions qui se ressemblent, et pour lesquelles la transparence et le stigmatisme sont supérieurs à ceux de la pupille de Gauss.

Elles peuvent être pratiquement limitées à un diamètre relativement plus faible; la tache centrale de la figure de diffraction est limitée par une frange noire entourée d'une ou deux franges circulaires extérieures d'intensités faibles. *La zone de transparence maximum n'est plus au centre de la pupille et celui-ci présente une tache noire.* Le facteur de transmission est compris entre 40 et 45 %.

3° Pour les pupilles de formules plus complexes, il est commode d'utiliser les fonctions d'Hermite. On démontre facilement que le facteur de transmission relative, le stigmatisme de la figure de diffraction, le nombre des franges extérieures qui l'entourent croissent avec l'ordre n le plus élevé des fonctions utilisées. Les pupilles présentent alors des cannelures circulaires dont le nombre peut atteindre celui des franges extérieures de la figure de diffraction.

En introduisant dans les sommes 1 et 2 des coefficients complexes, il est facile de tenir compte de l'aberration de sphéricité et du défaut de mise au point quand ils restent faibles. Ainsi que le fait remarquer M. Guy Lansraux, ces défauts accroissent toujours l'auréole de lumière diffractée. Les circonstances ne m'ont pas permis de réaliser les pupilles calculées, mais la chose ne me paraît nullement impossible, même pour les plus compliquées.

RAYONS X. — *Nouvelles observations sur les émissions X d'atomes ionisés plusieurs fois en couches profondes.* Note (1) de Mlle **Yvette Cauchois**, présentée par M. Charles Mauguin.

Les spectres L des atomes lourds comprennent des émissions attribuables à des états d'ionisation profonde multiple (2). D. Coster et R. de L. Kronig (3) ont démontré que la transition $L_{III}L_{I}$ sans rayonnement peut produire une ionisation supplémentaire en M_{IV} ou M_{V} qui explique les émissions *satellites* de $\alpha_{1,2}(L_{III}M_{IV,V})$ et de $\beta_{2,15}(L_{III}N_{IV,V})$ pour les éléments de la fin du système périodique jusqu'aux terres rares. J'ai montré qu'il existe aussi des émissions analogues apparentées à $\beta_5(L_{III}O_{IV,V})$ et que l'existence de ces trois familles de satellites α, β_2 et β_5 permet d'estimer les niveaux dans des atomes ionisés 2 fois en couches profondes, à partir de données expérimentales. On connaissait, en outre, des satellites de $\gamma_1(L_{II}N_{IV})$ et de $\gamma_2(L_{I}N_{II})$; et peut-être de γ_5 du platine.

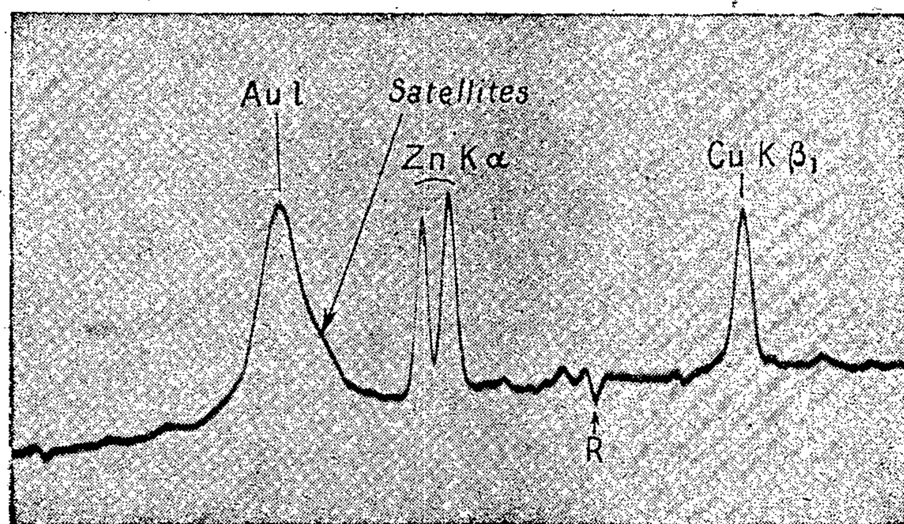
Or *des émissions satellites accompagnent aussi dans la même région*, $l(L_{III}M_{I})$ et $\beta_6(L_{III}N_{I})$. Je crois qu'elles n'avaient pas encore été signalées. La raie l, assez peu intense, est très large; sa largeur doit provenir de la diminution de la vie moyenne dans l'état M_{I}, à la suite de transitions sans rayonnement qui donneraient d'ailleurs naissance à des ionisations doubles dans des niveaux d'énergie plus faibles que l'on peut identifier, responsables elles-mêmes de

---

(1) Séance du 12 juin 1946.
(2) Voir Y. Cauchois, *Journ. de Phys.*, 8e série, 5, 1944, pp. 1 à 11.
(3) *Physica*, 11, 1935, p. 3.

certaines émissions satellites plus ou moins distinctes des précédentes, par exemple γ'_2, γ''_2. La raie β_6 est également élargie par des transitions sans rayonnement relatives à N_1.

Sur tous les clichés dont je dispose pour les atomes 92 à 72, dès que l'exposition est suffisante, l apparaît comme noyée dans une bande complexe plus faible qui s'étend sur une dizaine d'u.x. ou davantage, principalement vers les grandes fréquences (voir la figure). Elle est encore plus diffuse que la bande satellite α.



Émission Ll de Au montrant les satellites.
La raie de structure R indique la largeur des raies due au cristal analyseur.

On y observe des maxima d'intensité de part et d'autre de l; mais les pointages sont très difficiles. Je donne mes résultats pour les anticathodes massives à ma disposition (tableau I); W et Ta montrent le phénomène, mais je ne puis

TABLEAU I. — *Satellites l.*

	λ u. x.	ν/R.	Δν/R.		λ u. x.	ν/R.	Δν/R.
U	1061,0	858,9	+3,1	Au	1459,6	624,3	−1,3
Bi	1308,0	696,7	+2,9	Pt	1488,5	612,2	+3,2
Au	1450,6	628,2	+2,6	Pt	1491,6	610,9	+1,9

effectuer de mesures convenables; Irl est brouillée par CuKα. Je n'ai pas de clichés décisifs pour les terres rares. L'intensité de l'émission satellite l semble décroître, comme celle des satellites α, lorsqu'on approche des terres yttriques.

Au voisinage de ULβ_6, bien séparée vers les grandes fréquences, apparaît une émission dans laquelle j'ai pointé deux composantes. J'ai recherché des émissions auprès de β_6 d'autres atomes; malheureusement les observations sont gênées par la présence d'autres raies connues, à la même place dans les spectres. Le seul cas net est celui du Pb (tableau II). A intensité comparable,

TABLEAU II. — *Satellites* β_6.

	λ u. x.	ν/R.	Δν/R.		λ u. x.	ν/R.	Δν/R.
U	782,5	1164,6	6,3	Pb	1014,5	898,2	3,8
U	778,9	1169,9	11,7	Pb	1012,0	900,5	6,1

$\eta\,(L_{II}M_{I})$ ne montre pas de satellites analogues à ceux de l; et je ne connais de satellite de $\gamma_{5}(L_{II}N_{I})$ que pour Pt. Un calcul grossier, à partir de l'altération de L_{III} (4) et des fréquences des maxima d'intensité observés ici, conduit à un ordre de grandeur acceptable pour l'altération de M_{I}, si elle est due à une ionisation supplémentaire de $M_{IV,V}$. Au cours des mesures, j'ai précisé l et η du platine (tableau III).

TABLEAU III.

	Mesures antérieures (4).	λ u. x.	ν/R.
Ptη.........	1240,3 u. x.	$1240{,}2_{2}$	$734{,}7_{6}$
Ptl.........	1496,4	$1496{,}3_{1}$	$609{,}0_{1}$

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur un mécanisme de la semiperméabilité des membranes organiques*. Note (1) de Mlle **Thérèse Petitpas** et M. **Marcel Mathieu**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Nous avons mis en évidence qu'un mécanisme possible de la perméabilité d'une membrane est la formation de combinaisons ou de solutions solides entre la substance de la membrane et un des constituants de l'une des phases que sépare la membrane.

Dans ce mécanisme la membrane prend une part active par toute sa masse et la cinétique du phénomène est toute différente de celle que l'on observe quand il s'agit simplement d'une perméabilité par porosité (2).

1. *Expériences avec des vapeurs pures*. — Les expériences ont porté sur des membranes de nitrocellulose, de cellophane, de polystyrol (styroflex de caoutchouc) (feuille anglaise) et sur les solvants usuels à la température et à la pression ordinaires. La membrane en expérience recouvre un flacon dans lequel on place les liquides sur lesquels on veut expérimenter. On mesure les pertes de poids en fonction du temps. Des résultats on peut tirer les conclusions suivantes : 1° Pour une vapeur et une membrane données la vitesse de passage est constante; 2° Pour une membrane donnée les liquides se classent en deux groupes. Dans chacun des groupes, la vitesse de passage est d'autant plus grande que la tension de vapeur du liquide est plus élevée. L'un des groupes comprend les liquides sans action sur la membrane; l'autre groupe comprend tous les liquides qui agissent sur la membrane, soit pour donner une combi-

(4) M. Siegbahn, *Spektroskopie der Röntgenstrahlen*, 2te Aufl., 1931.

(1) Séance du 17 juin 1946.

(2) Dans le cas de la perméabilité par porosité, on sait que deux facteurs qui interviennent : la dimension des canaux et l'activité des parois de ceux-ci. (P. M. Doty, W. M. H. Aiten H. Mark, *Ind. and Eng. Chem.*, 16, 1944, p. 686.)

naison, soit pour former une solution. *Le second groupe de liquides est caractérisé par des vitesses de passage beaucoup plus élevées que celles qui caractérisent la simple porosité.*

Le tableau suivant donne les valeurs des vitesses de passage des différentes vapeurs à travers les membranes.

Membranes.	Solvants.	Températures d'ébullition.	Vitesses de passage en g/heure × 100. Classe 1. v_1.	Classe 2. v_2.
Nitrocellulose.	Éther	35°	17	–
	Acétone	56	–	48
	Hexane	68	4,6	–
	Acétate d'éthyle	77	–	20
	Alcool	78	1	–
	Benzène	80	2,6	–
Caoutchouc.	Alcool	78	1	–
	Benzène	80	–	32
	Eau	100	0,32	–
Styroflex.	Acétone	56	–	16
	Alcool	78	0,37	–
	Benzène	80	–	15,6
Cellophane.	Éther	35	–	16
	Acétone	56	5	–
	Acétate d'éthyle	77	1,9	–
	Alcool	78	0,25	–

II. *Expériences faites sur des solutions.* — Si l'on opère sur un mélange de deux vapeurs dont une seule est active sur la membrane, on observe *une perméabilité sélective de la membrane.* Les expériences sont particulièrement faciles à interpréter dans le cas d'une membrane de nitrocellulose.

Les exceptions apparentes s'expliquent par la propriété connue que certains mélanges ont un pouvoir dissolvant beaucoup plus fort que les composants pris séparément (éther-alcool).

Avec un mélange hexane-acétone le départ de chacune des deux vapeurs se fait comme si chacune d'elles était seule. Il y a perméabilité sélective pour la vapeur d'acétone qui est active sur la membrane. Au bout de 43 heures, la concentration en acétone de la solution passe de 50 à 24 %.

Au contraire le mélange éther-alcool passe beaucoup plus vite que l'éther seul ou que l'alcool seul. Le mélange passe exactement comme si l'on avait affaire à un solvant actif sur la membrane. Le mélange benzène-acétone à 50 % passe sans changer de concentration. On retrouve là une confirmation de

résultats déjà connus ([3]). Le benzène, qui, seul, n'est pas un solvant de la nitrocellulose, participe activement à la gélatinisation quand il agit en présence d'un solvant comme l'acétone.

On distingue donc trois cas types : celui où la vapeur active passe sélectivement; celui où deux vapeurs séparément neutres sont actives par leur mélange et passent toutes les deux, enfin celui où l'activité de l'une des vapeurs entraîne celle de l'autre : ces cas correspondent exactement à ce que nous avons observé dans l'étude des phénomènes de gélatinisation et de dissolution.

III. *Mécanisme de passage.* — Le diagramme de rayons X de la membrane n'est pas celui de la nitrocellulose, mais celui du complexe formé par la nitrocellulose plus le solvant actif. D'un côté de la membrane, il y a donc formation du complexe membrane et réactif, de l'autre côté il y a dissociation de ce complexe. Le passage de la vapeur est réglé par la vitesse de formation et de dissociation d'un composé ou d'un complexe.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les azéotropes binaires orthobares à un constituant bifonctionnel.* Note ([1]) de M. **Maurice Lecat**, présentée par M. Paul Pascal.

La connaissance d'azéotropes est relativement peu étendue dans le cas où se présente une fonction mixte. Quel est son effet azéotropique? Désignons par A, B, C trois corps de fonctions simples α, β, γ; par (BC) un corps de fonction double ($\beta\gamma$) résultant de la conjonction des groupements fonctionnels β et γ dans sa molécule. Il s'agit de confronter, selon un certain mécanisme, des azéotropes A(BC) avec les azéotropes correspondants AB et AC, en vue de dégager des relations. Cette investigation a été faite pour la plupart des triades de fonctions organiques.

Présentons quelques résultats typiques. Le nom d'un corps est suivi de son point d'ébullition orthobare. La fonction α est désignée en CAPITALES, les corps B, C et (BC) en *italiques*.

1. Prenons d'abord pour A des MONOLS, pour B et C un nitrodérivé et un halogénure. Le *nitrométhane* (101,22) constitue 14 azéotropes avec des monols échelonnés du méthanol (64,65) à l'isobutylcarbinol (131,9). Les écarts azéotropiques δ, en fonction de la distance Δ des points d'ébullition des constituants, dessinent, si l'on néglige de légères fluctuations, une courbe δ régulière,

---

([3]) Th. Petitpas, *Thèse*, 1943, Paris, p. 20. *Mémorial des S. C.*, 30, p. 221.

([1]) Séance du 12 juin 1946.

joignant le point de coordonnées $\Delta = 0$ et $\delta_0 = 9,0$, sur l'axe δ, au point de $\delta = 0$ et $\Delta_0 = 38$, sur l'axe Δ. La fluctuation majeure (nous la désignerons par f) est ici 0,3. Élément très important, le δ de $\Delta_0/2$, soit δ_m, vaut 3,0.

Le *trichlornitrométhane* (11,9) forme des azéotropes avec les mêmes monols que le nitrométhane, mais méthanol exclu et avec en plus le pentanol-1 (138,2). D'où une courbe δ, de $\delta_0 = 7,3$, avec $f = 0,5$, $\Delta_0 = 46$ et $\delta_m = 1,5$.

Le *trichlorméthane* (61,2), à cause de sa trop grande volatilité et de sa triade d'atomes d'halogène, ne forme, malheureusement, que 2 azéotropes, avec les premiers alcools ([2]). On peut néanmoins en déduire $\delta_0 = 9,3$ et $\Delta_0 = 21,2$, ce point-ci figurant au surplus, par coïncidence, l'isopropanol (82,4).

A confronter les trois résultats, on voit que la conjonction des groupements fonctionnels NO_2 et Cl_3 a pour effets : 1° de réduire δ_0 de 9,3 et de 9,0 à 7,3; 2° d'accroître Δ_0 de 21,2 et de 38 à 46. Partant, l'inclinaison moyenne de la courbe δ est considérablement diminuée.

II. Avec les HYDROCARBURES ALIPHATIQUES, la *méthyléthylcétone* (79,6) donne, suivant le même processus que ci-avant, une courbe δ pour laquelle $\delta_0 = 8,2$, $\Delta_0 = 35$ et $\delta_m = 2,9$; les acétates, en particulier *l'acétate d'éthyle* (77,1), $\delta_0 = 6,4$, $\Delta_0 = 26$ et $\delta_m = 2,3$; *l'acétylacétate d'éthyle* (180,4), $\delta_0 = 12$, $\Delta = 50$ et $\delta_m = 4,5$ environ. Ici f atteint 0,7; néanmoins il apparaît assez nettement que la conjonction des groupements fonctionnels CO et $COOC_2H_5$ élève Δ_0 (comme cela a lieu en I2) et aussi δ_0 (contrairement à I1).

III. Encore avec les HYDROCARBURES ALIPHATIQUES, les *propanols* donnent : $\delta_0 = 12,9$, $\Delta_0 = 60$ et $\delta_m = 3,1$; les propionates, en particulier le *propionate d'éthyle*, $\delta_0 = 5,7$, $\Delta_0 = 22$ et $\delta_m = 2$; le *lactate d'éthyle*, $\delta_0 = 12,9$, $\Delta_0 = 35$ et $\delta_m = 4,1$ environ. Bien que f atteigne 0,6, on peut conclure que la conjonction des groupements OH et $COOC_2H_5$ donne un δ qui égale le δ composant majeur. Quant au Δ_0 résultant, il est intermédiaire entre les deux autres. Mêmes conclusions quand on remplace respectivement les propanols par l'éthanol ou le butanol-1, les propionates par les acétates ou les butyrates, le lactate d'éthyle par ceux de méthyle ou de propyle.

IV. Avec 11 MONOLS, de l'allylique (96,85) au pentanol-1 (138,2), *l'épichlorhydrine* α (116,4) constitue autant d'azéotropes, donnant une courbe, soit δ_e, de $\delta_0 = 4,8$, $\Delta_0 = 32$ et $\delta_m = 1,6$, avec $f = 0,5$. On n'a pas pu trouver d'oxyde qui conduise à une courbe δ satisfaisante. Ici, il faut donc s'en tenir à des azéotropes isolés. Avec le BUTANOL-1 (117,8), *l'oxyde d'isobutyle* (122,3; $\Delta = 4,5$)

([2]) Le dichlorbromométhane (90,1), moins volatil, ne constituant pas moins de 9 azéotropes avec des monols, serait plus avantageux que $CHCl_3$ si la substitution d'un atome de brome à un de chlore ne risquait de fausser la comparaison à établir.

en forme un de $\delta = 4,6$, tandis que sur la courbe δ_e ce Δ correspond à $\delta = 3,8$. Avec ce monol, le *bromure d'isoamyle* (120,65; $\Delta = 2,85$) donne $\delta = 7,2$, tandis que sur δ_e ce Δ réduit δ à 4,1. La conjonction des fonctions oxyde et monohalogénure a donc diminué l'écart, comme en I_1. Même conclusion si l'on apparie le PROPANOL-1 (97,2) à l'*oxyde de propyle* (90,1), au *chlorure d'isoamyle* (99,4) et encore à l'*épichlorhydrine* α (116,4). Mais on pourrait discuter la pertinence de la comparaison, base de la conclusion, car l'épichlorhydrine est partiellement cyclique.

V. Avec l'ÉTHANAMIDE (221,15), le *paranitrotoluène* (238,85; $\Delta = 17,7$) donne $\delta = 7,75$; le *parachlornitrobenzène* (239,1; $\Delta = 17,95$), $\delta = 7,55$. Les *halogénures aromatiques* constituent une courbe de $\delta_0 = 21,5$, avec $f = 0,4$, de $\Delta_0 = 100$ et de $\delta_m = 4,0$, sur laquelle $\Delta = 17,85$ donne $\delta = 13,7$. Avec la PROPANAMIDE (222,2), δ vaut 4,7 pour les deux corps précités de sur la courbe δ que constituent les halogénures, courbe de $\delta_0 = 17$, $\Delta_0 = 60$, $\delta_m = 6,0$, avec $f = 0,3$, l'abscisse $\Delta = 16,8$ donne $\delta = 10,0$. Conclusion : l'halogénisation du nitrodérivé ne renforce pas l'écart, en dépit du comportement des halogènures.

VI. Avec les MONOESTERS, les monophénols, en particulier le *phénol*, donnent $\delta_0 = -3,7$, avec $f = 0,4$, $\Delta_0 = 11$ et $\delta_m = -1,5$; le *parachlorphénol* (219,75), $\delta_0 = -9,8$, avec $f = 0,25$, $\Delta_0 = 27$ et $\delta_m = -2,8$, l'halogène accentuant font la négativité de l'azéotropie. Cependant avec les *monohalogénures* elle semble toujours positive, mais très légèrement : $\delta_0 < 1,0$ et $\Delta_0 < 3$.

VII. Avec les MONOLS, le *nitrobenzène* (210,75) donne $\delta_0 = 3,7$, avec $f = 0,5$, $\Delta_0 = 13$ et $\delta_m = 1,5$; le *phénol* (182,2), $\delta = -3,7$, avec $f = 0,7$, $\Delta_0 = 15$ et $\delta_m = -1,6$; l'*orthonitrophénol* (217,2), $\delta = 4,2$, avec $f = 0,4$, $\Delta_0 = 12,5$ et $\delta_m = 1,7$. Par nitration du phénol l'azéotropie devient positive et par phénolisation du nitrobenzène la positivité se renforce. Cet effet de la conjonction des groupements fonctionnels NO_2 et OH phénolique est à opposer à VI.

On voit que les conclusions partielles changent avec les fonctions.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Le caractère explosif du bioxyde d'hydrogène.* Note (¹) de M. **Louis Médard**, transmise par M. Paul Pascal.

Le bioxyde d'hydrogène subit, lorsqu'il est chauffé un peu au-dessus de 150° C., une décomposition à caractère explosif; sa décomposition en eau et oxygène libère en effet 24000 cal. environ par mol-g H_2O_2.

Nous avons étudié la décomposition explosive à la température ordinaire de ce composé, et cherché en premier lieu à provoquer sa détonation. Le produit essayé était un échantillon titrant 99,6 % de bioxyde (²). Des essais effectués en le logeant dans des étuis en aluminium, à paroi mince, ont donné des résultats négatifs, quel que soit l'amorçage employé; par contre, en enfermant le liquide dans un récipient à paroi résistante, il a été possible d'observer la détonation, caractérisée par ses effets de brisance; nous avons employé à cet effet des tubes d'acier de 3^{mm} d'épaisseur, de 34^{mm} de diamètre intérieur, au fond desquels était disposé un détonateur secondaire de 50^{g} de penthrite comprimée à une densité de 1,60, lui-même amorcé par un détonateur de 2^{g} de fulminate de mercure; dans ces conditions, il y a détonation franche du bioxyde d'hydrogène, avec fragmentation du tube en petites languettes et rupture de la plaque de plomb sur laquelle ce tube était disposé.

Le bioxyde d'hydrogène se comporte donc comme les explosifs peu sensibles à l'amorce, et dont le type est le nitrate d'ammonium; comme celui-ci, on ne peut l'amener à détoner qu'en le chargeant dans un récipient à paroi résistante.

Comme il est naturel, l'aptitude à détoner du bioxyde d'hydrogène diminue lorsqu'il renferme de l'eau; ainsi, dans les mêmes conditions de chargement et d'amorçage que ci-dessus, on constate qu'un mélange ne renfermant que 85 de H_2O_2 % ne peut plus détoner; mais un mélange à 92 % détone encore sur une longueur de 10^{cm} environ à partir de l'amorce; enfin, dans un mélange à 94 %, la détonation se propage dans toute la longueur du tube (25^{cm}), produisant, bien entendu, sur la plaque de plomb servant de support, des effets mécaniques un peu moins intenses que le bioxyde à 99,6 %. On voit donc que le bioxyde d'hydrogène est un explosif peu sensible, puisqu'il suffit de le diluer avec 15 % d'eau pour le rendre inapte à détoner dans des conditions d'amorçage cependant assez sévères.

Si, à l'état pur ou dilué d'eau, le bioxyde d'hydrogène est un explosif peu sensible, il n'en est plus de même lorsqu'on l'additionne d'un liquide combustible; quelques essais ont été faits en ajoutant à du bioxyde renfermant 15 % d'eau, du méthanol, liquide auquel le bioxyde d'hydrogène est miscible

(¹) Séance du 17 juin 1946.

(²) Nous sommes redevable de cet échantillon à la Société d'Électro-Chimie d'Ugine (Usine de Pierre-Bénite).

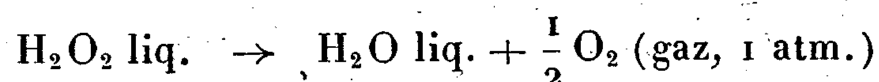
en toutes proportions; on réalise alors des mélanges aptes à détoner en récipients peu résistants, tels que des étuis d'aluminium de 0^mm,3 d'épaisseur; dans ces conditions, on engendre facilement la détonation complète du mélange, au moyen d'un détonateur de 30^g de penthrite comprimée, dès que la teneur en méthanol dépasse 5,5 % dans le mélange; les mélanges plus riches, tels que ceux à 12 % de méthanol, peuvent même détoner sous l'action d'un détonateur ordinaire de 2^g de fulminate de mercure. Une mesure de vitesse de détonation par la méthode de Dautriche ([3]), sur le mélange ([4])

Bioxyde d'hydrogène......................	67,0
Méthanol..................................	21,2
Eau.......................................	11,8

logé en tube de verre de 29^mm de diamètre, a donné la valeur 6 720 mètres par seconde.

Nous avons enfin examiné la décomposition brusque du bioxyde à 99,6 % sous l'action du bioxyde de manganèse; en versant 1^g de ce dernier corps, à l'état pulvérulent, dans 10^cm³ de bioxyde d'hydrogène, on observe une décomposition fusante, d'une durée de 15 secondes environ, avec dégagement d'un torrent de vapeur; celle-ci est teintée, d'une manière d'ailleurs très fugace, en violet pâle, ce qui conduit à penser que, dans l'interaction du bioxyde de manganèse et de l'eau oxygénée, il se produit transitoirement de l'anhydride permanganique, dont les vapeurs violettes sont entraînées par la vapeur d'eau. En aucun cas, nous n'avons observé à l'air libre d'effet brisant; la décomposition est donc alors une déflagration et non une détonation. Ceci rend possible l'exécution de la réaction dans la bombe manométrique ([5]) en suspendant au fil d'allumage une pastille de MnO_2 aggloméré, que la fusion du fil fait tomber dans le bioxyde d'hydrogène. Nous avons ainsi enregistré, sous une densité de chargement de 0,38, une pression maximum de 2 067 kg/cm², la durée d'écrasement du crusher étant de 55 millisecondes.

La même disposition de tir a permis de mesurer ([6]) directement la chaleur d'explosion à volume constant; nous avons ainsi trouvé, à 17°, 24 580 cal/mol-g de H_2O_2, sur un produit à 1 % d'eau. Il en résulte, pour la chaleur de décomposition à pression constante,



$$H_2O_2 \text{ liq.} \rightarrow H_2O \text{ liq.} + \frac{1}{2} O_2 \text{ (gaz, 1 atm.)}$$

([3]) *Comptes rendus*, 143, 1906, p. 641.

([4]) Ce mélange est à *combustion complète*, c'est-à-dire que l'oxygène peroxydique du bioxyde d'hydrogène est en quantité permettant exactement la combustion du méthanol en CO_2 et H_2O.

([5]) Les essais ont été faits dans la bombe manométrique réglementaire du Service des Poudres, décrite dans le *Mémorial des Poudres*, 24, 1930, p. 60, ou dans la bombe mono-calorimétrique, décrite dans le même Recueil, 29, 1939, p. 226.

([6]) Le détail de ces expériences paraîtra dans un autre Recueil.

la chaleur 24300 cal, valeur un peu plus forte que celle obtenue par Matheson et Maas ([7]), savoir (23420 cal) pour un produit à 97,15 %, que ces auteurs décomposaient lentement, à la pression ordinaire.

EFFET RAMAN. — *Un dispositif pour l'étude de l'effet Raman aux basses températures.* Note ([1]) de M. **Boris Vodar**, Mlles **Yvette Jardillier** et **Janine Mayence**, présentée par M. Jean Cabannes.

L'effet Raman aux basses températures est intéressant pour l'étude des solides ou pour celle des gaz liquéfiés. Généralement, il est nécessaire de réaliser des températures différentes de celles des points fixes usuels, soit pour travailler au voisinage d'une température de transformation allotropique, soit pour maintenir sous une pression raisonnable certains gaz à l'état liquide, tels par exemple l'oxyde azotique, qui bout à pression normale à —151°,8 C.

Le dispositif que nous décrivons nous a précisément servi à une étude de ce gaz dont les résultats ont fait l'objet d'une publication antérieure ([2]). Il diffère notablement de ceux qui ont été réalisés jusqu'ici pour des recherches analogues ([3]); il a été conçu de manière à permettre des poses suffisamment longues sans surveillance et un réglage commode et relativement précis de la température.

Notre dispositif est un cryostat à compensation électrique. Il se compose de deux vases de Dewar cylindriques et concentriques en pyrex qui sont argentés, sauf suivant deux bandes circulaires dans leur partie inférieure. Entre les deux vases se trouve le réfrigérant qui est de l'air ou de l'azote liquide. Le vase intérieur contient un bloc métallique au centre duquel se trouve une cuve Raman du modèle courant; ce bloc a une forme qui permet le libre passage des faisceaux lumineux; il porte une résistante chauffante de 200 Ω; son intérieur est creux et forme régulateur de température, car il est rempli d'hydrogène (ou d'air) et communique avec un contacteur à mercure. On peut ainsi obtenir toutes les températures comprises entre la température ambiante et celle de l'azote liquide ([4]).

Dans notre montage le contacteur est directement en série avec la résistance chauffante, car les courants à couper sont faibles (de l'ordre de 100 à 200 mA). Il est construit de telle sorte que les variations de la pression atmosphérique et de la température ambiante n'aient pratiquement aucun effet sur la température

---

([7]) *J. Am. Chem. Soc.*, 51, 1929, p. 674.

([1]) Séance du 17 juin 1946.

([2]) B. Vodar, Mlles Y. Jardillier et J. Mayence, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 1343.

([3]) A. C. Menzies et H. R. Mills, *Proc. roy. Soc.*, 148, 1935, p. 407; G. Glockler et M. M. Renfrew, *Rev. Sc. Inst.*, 9, 1938, p. 306.

([4]) En remplissant le vase intérieur avec de l'hydrogène et le vase extérieur avec de l'azote liquide on pourrait également réaliser des températures plus basses.

qu'il contrôle. En effet, il est muni d'une chambre barométrique dans laquelle on peut introduire une légère pression d'air (25^{mm} de Hg) dont la dilatation compense celle du gaz du volume nuisible du contacteur quand la température ambiante varie.

Le vase intérieur est rempli d'air à la pression atmosphérique ([5]) et ne communique avec l'atmosphère qu'à travers un tube en U plongé dans l'air liquide, la partie supérieure étant fermée d'une manière étanche; on évite ainsi la condensation de CO_2 et de H_2O sur les parois intérieures du vase.

Pendant les périodes de refroidissement ou de remplissage de la cuve Raman par distillation, l'espace compris entre les deux parois du vase intérieur est rempli d'air; ce gaz est ensuite évacué à l'aide d'une pompe rotative et d'un piège à charbon solidaire du cryostat. Dans ces conditions on atteint une température de —160° C. par exemple en l'espace de 45 minutes à partir de la température ambiante. La cuve Raman communique, quand on étudie un gaz liquéfié, avec un appareil à distiller dans le vide également fixé au bâti de l'appareil.

Le montage optique ne diffère en rien du montage habituel : un condenseur ouvert à $f/1$, et ayant 200^{mm} de distance focale, forme l'image de l'arc à mercure sur la cuve, dont une lentille projette l'image sur la fente du spectrographe. On évite les réflexions et diffusions parasites à l'aide de caches en carton noirci placés dans l'air liquide même entre les deux vases de Dewar; en outre l'air liquide employé est préalablement filtré sur du coton de verre, ce qui élimine les suspensions de H_2O et de CO_2 solides qu'il contient.

Le petit et le grand vase de Dewar ont respectivement les diamètres intérieurs de 195 et 70^{mm} (dimensions normales de la fabrication pyrex) et les profondeurs de 500 et 550^{mm}, laissant un volume annulaire d'environ 12^{l} pour l'air liquide. Avec ces dimensions le remplissage initial demande 15^{l} de liquide réfrigérant. En régime, la température interne du cryostat étant de —150° C. environ, la consommation est de 6 à 7^{l} par 24 heures; d'habitude nous espacions les remplissages de 12 heures seulement et consommions chaque fois 4^{l} d'air liquide.

L'appareil permet également, en arrêtant le fonctionnement du régulateur, de réchauffer le cryostat jusqu'à la température ambiante sans vidanger l'air liquide; cela permet de vider la cuve Raman par distillation et de la remplir à nouveau pendant la durée d'une même pose.

Au cours de notre étude de l'oxyde azotique liquide, nous avons maintenu l'appareil en fonctionnement ininterrompu pendant près de 200 heures à —151°C., avec des variations de température d'environ $\pm$0°,1 C.; cette stabilité pourrait être rendue bien meilleure par des modifications de détail (diminution

---

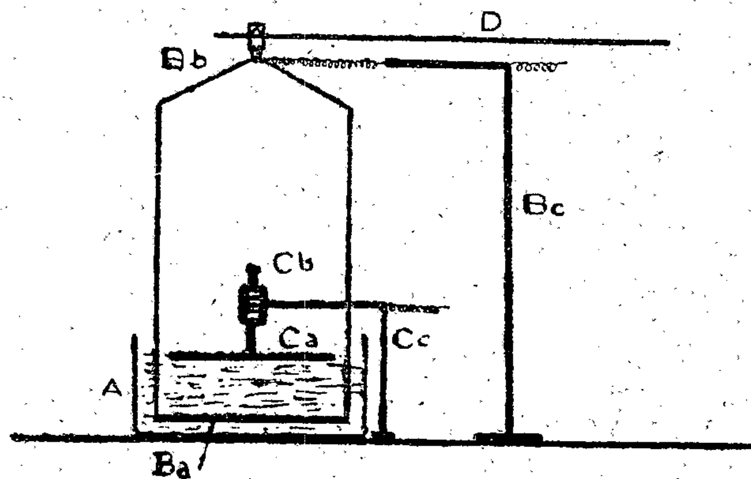
([5]) On aurait pu également employer un bain liquide, par exemple pour les températures les plus basses, un bain de propane, qui est encore bien fluide à —183° C.

du volume des connections du régulateur au contacteur etc). Le temps de 200 heures comprend 154 heures de poses effectives et, en outre, trois vidanges et remplissages de la cuve, qui nous ont permis d'éliminer des produits gênants formés vraisemblablement par action photochimique.

CHIMIE COLLOÏDALE. — *Étude des phénomènes d'électrophorèse à l'aide d'une balance.* Note (¹) de M. **Henri Sack**, présentée par M. Louis Hackspill.

Dans le domaine de l'électrophorèse les méthodes habituelles de mesure présentent de nombreuses difficultés expérimentales. Les méthodes microscopiques ne sont applicables qu'aux faibles concentrations; quant à la méthode macroscopique, faisant intervenir le déplacement d'un ménisque, elle se complique souvent de phénomènes secondaires la rendant souvent inutilisable. L'emploi des dispositifs de détermination des nombres de transports exige des méthodes analytiques sensibles, pour déterminer les concentrations dans les compartiments anodiques et cathodiques. Dans le cas des organosols ces difficultés sont accrues par la haute résistivité du liquide intermicellaire et par une forte tendance aux phénomènes de convection (chaleur spécifique inférieure, conductibilité thermique et coefficient de dilatation supérieurs à celui de l'eau). Enfin, dans de nombreux organosols, dont la phase continue est fortement colorée, toutes les méthodes optiques de mesure sont impraticables et nous sommes réduits à des déterminations relativement grossières en pesant les quantités de substances déposées sur l'électrode. S'il faut enlever l'électrode de dépôt de la cellule de mesure pour effectuer une pesée, on risque, une fois le courant coupé, de réémulsionner une partie de la substance dans le liquide.

J'ai réalisé le dispositif figuré ci-dessous, qui permet de suivre d'une façon



A, cristallisoir en verre; B_a, électrode de dépôt; B_b, mince fil de cuivre; B_c, support; C_a, électrode d'opposition concentrique à B_a, mais munie de deux encoches en demi-cercle pour permettre le passage des supports du plateau B_a. Rayon des encoches = distance B_a-C_a. C_b, vis micrométrique; C_c, support; D, extrémité du fléau de la balance.

quantitative la formation progressive d'un dépôt pendant l'électrophorèse, en utilisant le plateau d'une balance comme électrode.

(¹) Séance du 17 juin 1946.

Cette balance, à chaîne, a été rendue plus sensible, à défaut de microscope de lecture, par l'emploi d'un petit miroir fixé au fléau et sur lequel se reflèchit le faisceau lumineux provenant d'un petit projecteur de galvanomètre. De cette façon les déplacements du spot se trouvent 20 fois plus importants que ceux de l'aiguille. Un deuxième miroir fixe permet de placer l'échelle graduée au voisinage de l'expérimentateur qui manœuvre la balance. Cette amplification est indispensable à cause de l'amortissement considérable produit par l'électrode de dépôt immergée dans le liquide.

Le cristallisoir A est rempli du liquide à examiner. On immerge l'électrode B_a jusqu'à 2 à 3^{mm} du fond du cristallisoir. A l'aide de la vis micrométrique C_b on immerge ensuite C_a à la distance désirée, puis tout le système est équilibré en mettant des poids sur l'autre plateau de la balance. Le circuit électrique étant fermé, le spot est maintenu immobile pendant toute l'opération en déplaçant la chaîne de la balance. Une fois l'électrophorèse terminée, on détermine l'attraction électrostatique des deux plateaux en réalisant un nouvel équilibre sans champ électrique. La détermination des poids spécifiques du liquide intermicellaire et du dépôt permet de calculer le poids réel de ce dernier.

Ce dispositif m'a permis de suivre l'électrophorèse d'organosols de bitume, système où les deux phases étaient de couleur noire et ainsi inaccessible à toute observation optique. Les essais sont parfaitement reproductibles.

MÉTALLOGRAPHIE. — *Étude microradiographique de déformations dans les métaux.* Note (1) de M. R. Smoluchowski.

Il y a plusieurs méthodes pour étudier et mesurer les déformations et tensions dans les cristaux, et en particulier dans les métaux. On obtient ainsi, ou une indication de la valeur moyenne de la tension sur une étendue assez longue, ou bien une valeur de tension locale en un point particulier. L'étude de la *distribution* des déformations dans un cristal simple et d'analyse du rapport qui existe entre les déformations dans des étendues voisines constituent un problème fondamental. En général, ce problème n'a pas encore été résolu.

Au cours d'une investigation récente des gradients de concentration dans les solutions solides et des effets de diffraction dans la méthode microradiographique avec rayons X, on a conclu que cette méthode offre des possibilités intéressantes pour l'analyse des déformations de réseaux cristallins et des tensions. En effet une investigation nouvelle montre qu'en utilisant des rayons monochromatiques (filtrés) et moyennant certaines autres précautions on obtient des résultats des plus intéressants.

Considérons un grain dans une couche mince métallique, ($0^{mm},05$ environ) orientée de sorte que la condition de Bragg pour la diffraction des rayons X soit satisfaite. Sur la plaque photographique on observe ainsi une tache

(1) Séance du 17 juin 1946.

blanche là où normalement le noircissement aurait une valeur correspondant à l'absorption ordinaire produite par la feuille métallique. Quelque part dans le voisinage de cette tache on trouve une tache noire correspondant au rayonnement diffracté. La position de ces deux taches nous donne l'angle de diffraction et par conséquent l'indice de plans cristallographiques actifs. Si le grain est parfait, sans aucune déformation et tension, les deux taches sont uniformes. Au contraire, si le grain particulier est déformé, la diffraction ne sera pas uniforme pour le grain entier : elle sera limitée aux endroits où l'orientation du réseau cristallin satisfait à la condition de diffraction. Les deux taches seront alors composées d'une multiplicité de petites taches qui correspondront aux volumes ayant une orientation uniforme dans le grain. Les dimensions de ces taches nous donnent l'ordre de grandeur de ces domaines élémentaires. Bien entendu, cela ne veut pas dire que la déformation ne pourrait être continue sans subdivision en domaines indépendants.

En changeant l'angle entre les rayons X et la feuille métallique, la diffraction se fait à d'autres endroits et naturellement le dessin obtenu sur la plaque photographique est changé. On connaît alors l'angle entre ces deux groupes desdits endroits : chaque autre position de la feuille nous indique quelles sont les autres parties du grain qui sont orientées également et quelle est cette orientation. Il est ainsi possible d'analyser assez rapidement un grain entier et d'obtenir une vraie carte topographique des déformations de son réseau cristallin. C'est ainsi que l'on étudie les discontinuités de déformations aux limites des grains, les déformations au voisinage des limites entre deux phases, l'influence du traitement thermique et d'autres phénomènes.

CHIMIE MINÉRALE — *Action de l'anhydride sulfureux sur les amalgames de potassium et de sodium.* Note (¹) de M. **Louis Rougeot**, transmise par M. Paul Pascal.

Des réactions d'addition ont été observées dans l'action des anhydrides sur les métaux très réducteurs et très électropositifs, comme le sodium et le potassium. Dreschel (²), Lemarchands et Roman (³) ont ainsi obtenu des oxalates de sodium et de potassium par voie directe; Moissan a obtenu l'hydrosulfite.

Nous avons réalisé l'action de l'anhydride pur et sec sur des amalgames liquides de sodium et de potassium. Cette méthode est plus avantageuse; les atomes de métal alcalin forment un film superficiel et sont ainsi éminemment

(¹) Séance du 12 juin 1946.
(²) *Ann. Chemie*, **146**, 1868, p. 140.
(³) *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 1361.

aptes à réagir, car la réaction détermine la dissociation endothermique d'une combinaison définie $M_x Hg_y$ et la dilution du métal dans le mercure, dont la conductibilité calorifique est excellente, empêche la température de s'élever localement et évite la réduction de l'anhydride.

Les amalgames dilués de sodium et de de potassium furent préparés directement dans une atmosphère d'azote et aussi par une électrolyse dérivée du procédé de Convers ([4]); un échantillon était prélevé pour dosage. L'anhydride fut préparé par la méthode de R. Duval ([5]) ou fourni par un siphon à gaz liquéfié.

Il y eut deux séries d'expériences : les unes faites en envoyant l'anhydride dans l'amalgame sous la pression atmosphérique, l'agitation étant réalisée par l'arrivée du gaz; les autres en enfermant l'amalgame dans un récipient agité mécaniquement et relié au siphon de gaz, la pression de l'anhydride variant aussi de 3 à 4^{kg}.

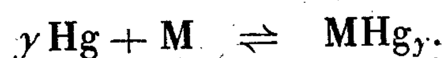
La réaction part immédiatement en surface. Sous la pression atmosphérique le passage du gaz durait 7 à 8 heures, et nous attendions 2 ou 3 heures, sous la pression de vapeur saturante. L'agitation divise le mercure en très fines gouttelettes qui se fixent sur la paroi en s'aplatissant, enrobées par une pellicule saline, et une partie du mercure divisé intérieur se rassemble et suinte à travers la croûte. Avec des amalgames à la concentration de 1/680 en potassium à 19°,5 C. et des amalgames de sodium au 1/170 à 40° C., nous avons observé finalement une masse rigide à structure granuleuse.

La centrifugeuse rassemble le mercure et nous avons séparé la croûte superficielle gris blanc, qui fut reprise par l'eau distillée glacée et privée d'air. Après filtration sur verre fritté et sous vide pour éliminer une poudre noire, extrêmement fine, de mercure, on a observé sur la solution les caractères analytiques de l'ion S_2O_4. L'évaporation dans le vide a fourni une masse cristalline légèrement jaunâtre.

L'analyse pondérale directe des produits pénétrés de mercure divisé donne le rapport S : Na = 1,46 (calculé 1,39). Ce résultat nous a paru suffisant pour admettre la formation d'hydrosulfite, étant données les erreurs résultant des entraînements.

Les faits peuvent s'interpréter ainsi :

Dans l'amalgame existe un équilibre (Abegg)



$$y\,Hg + M \rightleftharpoons MHg_y.$$

La réaction



$$2SO_2 + 2M \rightarrow S_2O_4M_2$$

déplace cet équilibre de droite à gauche; de nouveaux atomes d'un état

([4]) *Thèse*, Lyon, 1938.

([5]) R. Duval, *Thèse*, Paris, 1932.

apparaissent sur les surfaces libres multipliées par l'agitation et deviennent aptes à réagir. Le mercure très divisé qui apparaît serait peut-être celui qui est engagé dans l'amalgame défini.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Action du sulfate de calcium sur la prise des ciments.* Note de MM. **Louis Chassevent** et **Paul Stiglitz**, présentée par M. Pierre Jolibois.

Les liants hydrauliques siliceux sont couramment additionnés, après cuisson, de gypse, cette pratique ayant pour but de retarder la prise. Différents chercheurs, en particulier Forsen (1), ont étudié cette réaction. Il est généralement admis que la prise instantanée de ces ciments est due à la présence d'aluminate tricalcique. Par contre l'action retardatrice du sulfate de calcium sur la prise a été expliquée de diverses façons qui nous ont paru être contradictoires et incomplètes telles que : action catalytique négative, diminution de la vitesse de dissolution ou de la solubilité de l'aluminate tricalcique, formation à la surface des grains de ciment d'une pellicule peu perméable qui ralentirait l'action de l'eau etc.

Nous avons été ainsi conduits à étudier l'action du sulfate de calcium sur la prise des ciments :

1° en suivant la réaction des solides avec l'eau et avec des solutions de sulfate de calcium et de chaux par calorimétrie, analyses des solutions et déterminations gravimétriques de l'hydratation (les solides utilisés étaient soit des ciments industriels soit des silicates et aluminates de calcium purs préparés au laboratoire);

2° en suivant les réactions entre les divers éléments dissous par analyse des solutions et des précipités.

Les expériences ont mis en évidence que :

1° l'aluminate tricalcique réagit très rapidement avec l'eau. Il avait déjà fixé en 10 minutes la moitié de l'eau fixée après 3 semaines. Cette réaction est très exothermique et c'est elle qui provoque la prise instantanée des ciments siliceux. Cette réaction est déjà connue;

2° le sulfate de calcium réduit la teneur en alumine de la solution formée par l'aluminate tricalcique, ainsi que l'a montré Forsen (1). Mais cette diminution de la teneur en alumine ne provient pas, contrairement à ce qui a été indiqué par différents auteurs, de la réduction de la solubilité ou de la vitesse de dissolution de l'aluminate de calcium par le sulfate de calcium. Elle est due à ce que l'alumine de l'aluminate dissous est précipitée par le sulfate de calcium sous forme de sulfoaluminate.

(1) Forsen, *Symposium on the Chemistry of Cements*, Stockholm, 1938.

Dans les solutions riches en gypse et en chaux ([2]) la précipitation est instantanée. Le produit ainsi formé est volumineux et floconneux. Il ne contient, au moment de sa formation, qu'environ une molécule de sulfate de calcium pour une molécule d'alumine, de même que le produit préparé par Lerch, Ashton et Bogue ([3]). Ce sulfoaluminate de composition $Al_2O_3.3CaO.SO_4Ca.xH^2O$ est instable. Il fixe peu à peu du sulfate de calcium de la solution avec laquelle il est en contact en se transformant en sulfoaluminate stable $Al_2O_3.3CaO.3SO_4Ca.30H_2O$, découvert par Candlot et étudié par MM. Lafuma, Lefol et Mlle Foret ([4]).

Nous avons pu mettre en évidence que la formation du sulfoaluminate instable et sa transformation ultérieure en sulfoaluminate stable ne donnent pas lieu aux phénomènes de prise et de durcissement. Ainsi un mélange très fin de 100^g d'aluminate pur de composition $Al_2O_3.2,58\,CaO$, de 100^g de gypse et de 20^g de chaux hydratée, gâché en proportion de 100^g pour 52^cm³ d'une solution saturée de gypse et de chaux, n'a pas fait prise. Il est resté mou pendant plusieurs jours et a donné lieu à un gonflement considérable. Ces résultats permettent d'expliquer l'action retardatrice du sulfate de calcium sur la prise des ciments qui donnent des solutions saturées de chaux : en l'absence de sulfate de calcium l'aluminate de calcium fait prise instantanément; en présence de sulfate de calcium l'aluminate se transforme immédiatement en sulfoaluminate de calcium instable qui ne donne pas une masse cohérente.

Réaction entre éléments dissous.

Concentration initiale en g/l.			Concentration de la solution en Al_2O_3 après		
CaO (non combin. au sulfate).	SO_4Ca.	Al_2O_3.	5 min.	6 h.	Composition du solide précipité.
0,1074	1,373	0,0857	0,085	0,060	Après 5 min. : pas de précipité; » 6 h. : $Al_2O_3.3,0\,CaO.2,93\,SO_4Ca$ Aq.
0,9063	1,01	0,1133	0,002	–	» 5 min. : $Al_2O_3.3,2\,CaO.0,93\,SO_4Ca$ Aq.
0,941	1,08	0,0987	0,003	–	» 15 jours : $Al_2O_3.3,4\,CaO.2,85\,SO_4Ca$ Aq.

Lorsque la solution formée par les liants contient peu de chaux et du sulfate de calcium il ne se forme pas de sulfoaluminate instable, contrairement à ce qui se produit avec les solutions saturées de chaux. Il se dépose lentement de la solution des cristaux en aiguilles du sulfoaluminate stable

([2]) Nous appelons *concentration en chaux* le nombre obtenu par analyse de la chaux totale diminuée de la chaux du sulfate.

([3]) *Bur. of Standards. Journ. of Research*, **2**, 1929, p. 715.

([4]) LAFUMA, *Thèse*, Paris, 1925; LEFOL, *Thèse*, Paris, 1937; FORET, *Thèse*, Paris, 1935.

$Al_2O_3.3CaO.3SO_4Ca.30H_2O$ ainsi que le montrent les résultats indiqués dans le tableau. Cette cristallisation provoque la prise et le durcissement ainsi que nous l'avons constaté en gâchant, avec une solution de gypse, un mélange à parties égales de gypse et d'aluminate de composition $Al_2O_3.2{,}58\ CaO$.

En résumé l'action du sulfate de calcium sur la prise des ciments dépend de la concentration en chaux de la solution.

Avec les liants siliceux riches en chaux tels que les ciments artificiels et les chaux hydrauliques, le sulfate de calcium retarde la prise du fait qu'il forme avec l'aluminate un sulfoaluminate instable qui ne durcit pas.

Avec les liants qui ne donnent pas au contact de l'eau une solution saturée en chaux, le sulfate de calcium donne peu à peu des cristaux de sulfoaluminate de calcium stable dont la cohésion crée la solidité de la matière faisant prise.

CHIMIE THÉORIQUE — *Structure électronique et pouvoir cancérigène des composés azoïques.* Note de M. **Bernard Pullman.**

Par une étude systématique des hydrocarbures aromatiques Mme A. Pullman a pu établir une relation quantitative précise entre la structure électronique et l'activité cancérigène de ces corps ([1]). L'établissement des diagrammes de distribution des charges pour certains composés conjugués du grouge des phényléthylènes ([2]) permet de mettre en évidence l'existence d'une relation analogue entre la structure électronique et le pouvoir cancérigène des azoïques.

Nous avons pu passer de l'étude des composés conjugués à celle des azoïques, en calculant à l'aide de notre méthode d'évaluation de l'influence des substituants et des hétéroatomes sur la répartition du nuage électronique ([3]) l'effet résultant du remplacement des deux atomes de carbone en α et β du stilbène par deux atomes d'azote. Le diagramme moléculaire de l'azobenzène montre alors que l'introduction de l'azote a eu pour effet de décharger légèrement les noyaux benzéniques et de créer aux extrémités de la liaison éthylénique médiane de fortes concentrations des charges. La grandeur du pouvoir cancérigène des diazoïques semble liée à la concentration des charges sur *cette région éthylénique médiane* (région K′). Cette relation ne saurait toutefois être déterminée avec une précision quantitative égale à celle qui a pu être obtenue dans le cas des substances aromatiques, car des données numériques manquent pour établir avec exactitude l'effet des substituants tels que NH_2, $NHCH_3$ etc. sur la répar-

([1]) *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 140; *Bulletin du Cancer* (sous-presse); *Revue Scientifique* (sous-presse).

([2]) B. Pullman, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1106; A. et B. Pullman, *Revue Scientifique* (sous-presse).

([3]) A. et B. Pullman, *Experientia* (sous-presse).

tition éléctronique. Toutefois une étude qualitative poussée a pu être effectuée grâce aux constatations suivantes :

a. au point de vue de leur action répulsive sur les électrons, les substituants dont il faut tenir compte se classent de la manière suivante :



$$N(CH_3)_2 > NHCH_3 > NH_2 > CH_3 > C_2H_5 ;$$

b. dans le cadre de notre méthode de calcul de l'effet des substituants, seuls doivent avoir une influence appréciable sur la région K′ et par suite sur le pouvoir cancérigène des composés correspondants, des substituants placés en positions *ortho* et *para* de la liaison médiane.

L'étude du pouvoir cancérigène des composés azotiques permet alors de classer ces corps en trois groupes :

1° *Composés inactifs par insuffisance de la concentration des charges sur la région* K′. — Ce sont des composés monoazotés même quand ils possèdent un substituant très répulsif vis-à-vis des électrons en *para* de la liaison médiane (par exemple *p*′-diméthyl ou *p*-diméthyl aminobenzalaniline), ou des composés diazotés possédant en *para* un substituant *relativement* peu répulsif (par exemple *para*-amino-azobenzène ou *para*-diéthyl-amino-azobenzène).

2° *Composés actifs.* — Corps diazotés, dont la charge sur la région K′ dépasse le seuil grâce aux substituants convenables placés en *ortho* et *para*. Ce sont par exemple *ortho*-amino-azotoluène, 4(NN) monométhyl-amino-azobenzène, 4(NN) diméthyl-amino-azobenzène, *m*′-méthyl-*para*-diméthyl-amino-azobenzène.

3° *Composés peu actifs ou inactifs par excès des charges sur la région* K′. — Alors que la présence d'un méthyl en *méta* de la région K′ n'avait pas d'influence appréciable sur le pouvoir cancérigène, celle d'un méthyl en *ortho* ou *para* semble produire sur la zone médiane une concentration dépassant un seuil supérieur. Des phénomènes d'empêchement, analogues à ceux constatés pour les composés aromatiques, peuvent y jouer leur rôle. Parmi les corps de ce groupe signalons le *p*′-méthyl-*p*-diméthyl-amino-azobenzène et le *o*′-méthyl-*p*-diméthyl-amino-azobenzène, peu actifs [l'action du CH_3 et du $N(CH_3)_2$ porte sur les deux azotes] et le *o*-méthyl-*p*-diméthyl-amino-azobenzène, inactif [l'action du CH_3 et du $N(CH_3)_2$ porte sur le même azote].

Une relation semble donc exister entre la grandeur de la charge concentrée sur la région K′ et le pouvoir cancérigène des diazoïques. Cette relation, de même nature que celle établie pour les hydrocarbures aromatiques, en diffère par sa valeur quantitative. Ceci n'a rien d'étonnant étant donné la différence de structure de ces deux groupes de composés cancérigènes et la spécificité de l'action des azoïques. La valeur minima de la région K′ nécessaire pour l'apparition du pouvoir cancérigène est de l'ordre de 2*e*. La valeur maxima est d'autre part vite atteinte et son existence plus nette que dans les hydrocarbures aromatiques.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur les chloro-2 cyclanols.* Note [1] de MM. **Max Mousseron, François Winternitz** et **Georges Combes**, présentée par M. Marcel Delépine.

La méthode de préparation de certains halogéno-2 cyclanols *cis* [2] conduisant à des produits difficiles à purifier, nous avons eu recours à la diazotation des chloro-2 aminocyclanes *cis*.

Le chloro-2 aminocyclohexane *cis*, obtenu par action du pentachlorure de phosphore sur l'amino-2 cyclohexanol [3], ou le chloro-2 aminocyclopentane *cis* [4], donnent après diazotation et purification :

	$É_{17}$.	d_{25}.	n_{α}^{25}.	n_{D}^{25}.	n_{β}^{25}.	$\eta.10^{-4}$.
Chloro-2 cyclopentanol *cis*...	83°	1,162	1,4769	1,4785	1,4854	645
Chloro-2 cyclohexanol *cis*....	87°	1,147	1,4881	1,4894	1,4972	2315

Spectres Raman. — *Chloro-2 cyclohexanol* trans, 320 Ff; 437 Ff; 488 Ff; 568 f; 712 ff; 796 Ff; 845 f; 995 Ff; 1043 Ff, l; 1205 f, *b*; 1453 Ff, *b*; *chloro-2 cyclohexanol* **cis**, 294 ff; 346 ff; 422 f; 478 f; 503 ff; 543 F; 588 f; 638 ff; 693 Ff; 732 f; 781 f; 1024 f: 1253 ff; 1448 F. *Méthyl-1 chloro-2 cyclohexanol* trans, 294 f; 707 f; 830 ff; 991 f; 1253 ff; 1453 f; 2668 f. *Méthyl-1 chloro-2 cyclohexanol* cis, 707 ff; 1453 f; 1700 f. Notons la faible variation de la raie C—Cl dont la fréquence est voisine de 700.

Chloro-2 cyclohexanol cis *actif*, obtenu par diazotation du tartrate *d* du chloro-2 aminocyclohexane *cis*, $É_{15}$ 87°; d_{25} 1,137; n_D^{25} 1,4890; $[\alpha]_{546}$ — 19°,5; $[\alpha]_{579}$ — 17°,2.

La préparation des chlorhydrines isomères pourrait être envisagée par estérification d'une des fonctions hydroxyles des diols-1.2 cyclaniques par un hydracide. En faisant passer un courant d'acide chlorhydrique sec sur les diols-1.2 cyclaniques *trans* à 5, 6, 7 et 8 éléments, vers 190° [5], on obtient les chlorhydrines *trans* correspondantes.

En ce qui concerne les diols substitués, le méthyl-1 cyclohexanediol-1.2 *trans* donne naissance à un mélange dans lequel prédomine la forme *trans* du méthyl-1 chloro-2 cyclohexanol, comme lorsque l'on fait réagir l'acide chlorhydrique sur le méthyl-1 époxy-1.2 cyclohexane [6]. Ce résultat est comparable à celui fourni par le méthyl-1 époxy-1.2 cyclopentane et le diméthyl-1.4 époxy-1.2 cyclohexane. Le méthyl-1 cyclohexanediol-3.4 *trans* réagit comme l'époxyde qui lui donne naissance [7], en conduisant à un mélange de chlorhydrines isomères seulement de position.

Quant aux diols *cis*, en C_5, C_6 et au méthyl-1 cyclopentanediol-1.2, ils ne réagissent que très faiblement, engendrant des produits de condensation; avec

(1) Séance du 12 juin 1946.

(2) Bartlett, *Journ. Amer. Chem. Soc.*, **57**, 1935, p. 224.

(3) Mousseron et Winternitz, *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 701.

(4) Godchot et Mousseron, *ibid.*, **194**, 1932, p. 981.

(5) Meiser, *Ber. d. chem. Ges.*, **32**, 1899, p. 2052.

(6) Tiffeneau, Weill et Mlle Tchoubar, *Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 144.

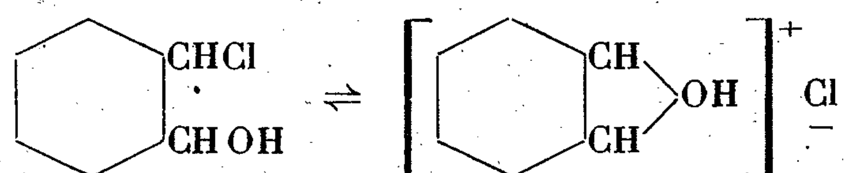
(7) Kœtz et Hoffmann, *Journ. f. prakt Chem.*, **110**, 1925, p. 101.

le méthyl-1 cyclohexanediol-1.2 *cis* on caractérise la méthyl-2 cyclohexanone.

La perte des éléments de l'hydracide des halohydrines précédentes provoquée par différents réactifs est encore caractéristique de leur configuration spatiale. En ce qui concerne la déshalogénation hydrique déja étudiée ([8]), nous avons pu préciser les conditions d'acidité et de température qui favorisent la réaction de régression de cycle pour les composés *trans* ($pH < 4$; $t° > 70°$).

Les halohydrines *cis* réagissent dans les mêmes conditions beaucoup plus faiblement, mais lorsque la déshalogénation hydrique s'effectue sur un dérivé substitué, tel que le méthyl-1 chloro-2 cyclohexanol *cis*, la proportion d'éthylonecyclopentane, par régression cyclique, reste encore sensible à un pH voisin de 7, alors que pour l'isomère *trans* elle devient négligeable à partir d'un pH 4. Contrairement à la déshalogénation magnésienne, pour laquelle seule la structure spatiale de l'halohydrine est déterminante, comme l'a montré Tiffeneau, dans la déshalogénation hydrique, le radical de substitution apporte un changement.

Nous avons pu montrer ensuite que la déshalogénation argentique des halohydrines, en particulier de l'iodo-2 cyclohexanol *trans* est indépendante de la réaction du milieu. Le perchlorate d'argent, en milieu benzénique rigoureusement anhydre, est susceptible de provoquer la déshalogénation de l'iodo-2 cyclohexanol à un taux important, nous amenant à considérer les halogéno-2 cyclohexanols *trans* sous une forme ionisée en faisant remarquer que la *trans*-



élimination privilégiée permet une telle conception.

Il importe de connaître la structure dans l'espace des époxydes alicycliques. Le *d*-amino-2 cyclopentanol ([9]), par diazotation, conduit à un mélange de cyclopentanediol-1.2 et d'époxy-1.2 cyclopentane à côté de légères quantités de cyclopentanone. De ce mélange, après rectification soignée, on isole une fraction É 102-103°, correspondant à l'époxy-1.2 cyclopentane $[\alpha]_{546} - 7°,9$; $[\alpha]_{579} - 7°,1$ (c 4 %, éthanol). Traitant par l'eau, on identifie le cyclopentanediol-1.2 *trans* actif ([10]), phényluréthane F 213-215°, $[\alpha]_{546} - 11°,5$ (c 1,5 %, benzène).

Le passage du diol-1.2 cyclopentanique, actif à la chlorhydrine puis à l'époxyde, se heurte à la racémisation complète lors de l'action de l'hydracide sur le diol.

L'obtention de l'époxy-1.2 cyclopentane doué de pouvoir rotatoire est un argument en faveur de l'hypothèse sur sa structure *trans*, étant seule asymétrique.

([8]) Godchot, Mousseron et Granger, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 748.
([9]) Godchot et Mousseron, *ibid.*, 194, 1932, p. 2061.
([10]) Godchot, Mousseron et Richaud, *ibid.*, 199, 1934, p. 1233.

CHIMIE ORGANIQUE. — *La ββ'-diméthylcyclohexanone, contrairement à l'αα'-diméthylcyclohexanone, existe en formes stéréoisomères distinctes.* Note de MM. **Raymond Cornubert**, **René André** et **Pierre Hartmann**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'un de nous et M. Anziani ([1]) avons établi que l'αα'-diméthylcyclohexanone représente un mélange des stéréoisomères *cis* et *trans* en équilibre et que l'on ne peut, pour ce corps, décrire une cétone *cis* et une cétone *trans* comme certains auteurs l'ont fait dans le passé. Nous avons par suite étudié la ββ'-diméthylcyclohexanone, et, comme il fallait s'y attendre, sommes parvenus à des résultats opposés, car le passage de l'une des formes à l'autre chez les cyclanones substituées en *ortho* par rapport au CO, est lié à son énolisation ([2]); or ce phénomène ne doit pas avoir de répercussion sur des groupes subtituants situés en *méta* par rapport au CO.

Nous avons pu établir de la façon suivante qu'il n'y a pas équilibre entre les formes *cis* et *trans* de la ββ'-diméthylcyclohexanone.

Préparation de la cétone cis ([3]). — La forme *cis* a été isolée de différentes manières *à partir de la diméthyl*-3.5 *cyclohexène* Δ-2 one-1 préparée avec l'acétylacétate d'éthyle et l'acétaldéhyde (méthode de Knœvenagel).

A. L'hydrogénation de cette cyclénone par des nickels formiques ou par des nickels de Raney nous a fait isoler un mélange de cétone et d'alcools; par le bisulfite de sodium nous en avons obtenu une cétone A. L'hydrogénation totale a fait aboutir à un alcool brut, qui a pu être séparé en un alcool F 41° et en un alcool liquide; ces trois échantillons d'alcools ont conduit à trois cétones B, C et D.

B. L'hydrogénation de la cyclohexénone de Knœvenagel a été réalisée aussi avec un platine qui a été divisé en cinq portions, en utilisant des conditions variées : état homogène, solvants divers : acide acétique, chlorhydrique ou non, acétique trichloracétique, cyclohexane, en arrêtant l'hydrogénation aux 3/4 de la quantité d'hydrogène nécessaire pour faire le cyclanol. Les opérations furent assez comparables, donnant en moyenne 50 % de cétone et 10-25 % d'alcool. La vitesse d'hydrogénation fut la même d'un essai à l'autre sauf en milieu homogène où elle fut deux fois plus petite. Du mélange obtenu dans chaque cas, le bisulfite de sodium a fait isoler une cétone A'. L'alcool simultanément formé a été divisé en un alcool F 41° et en un alcool liquide; leur oxydation a donné les cétones C' et D'.

([1]) R. Cornubert et P. Anziani, *Comptes rendus*, 217, 1943, p. 197.

([2]) R. Cornubert et G. Morelle, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 7, 1940, p. 46.

([3]) R. Cornubert et P. Hartmann, *Bull. Soc. Chim.*, Nancy, séance du 15 juin 1946.

Cétone obtenue à partir du sym. xylénol (méthode de von Braun modifiée). — L'hydrogénation a été faite sous l'influence du platine dans des milieux différents : acétique, chlorhydrique ou non, cyclohexanique. Dans tous ces cas on trouve l'alcool précédent F 41° à côté d'un alcool liquide; ces alcools ont conduit aux cétones C″ et D″.

En aucun cas nous n'avons pu déceler la moindre trace de cétone *trans*, mais la meilleure méthode de préparation de la cétone *cis* consiste à partir de la cyclohexénone de Knœvenagel et à l'hydrogéner par le nickel de Raney, à cause de la différence des vitesses d'hydrogénation de la cyclohexénone en cyclohexanone et de celle-ci en cyclohexanol.

Propriétés des cétones préparées. — Les cétones A (ainsi que A′) et C (de même que C′ et C″) ne conduisent qu'à l'oxime F 79° de la forme *cis*, tandis que les cétones B et D (et D′ et D″) fournissent 60-80 % d'oxime F 79° à côté d'un liquide épais que von Braun et ses collaborateurs ([4]) appellent *oxime liquide* et considèrent comme l'oxime de la cétone *trans*. Or cette oxime liquide conduit au dérivé benzoylé F 83° de l'oxime F 79°. De plus, de cette oxime liquide, la cétone a été remise en liberté et cette dernière a été convertie en semicarbazone suivant deux techniques : *a*. par action massive du réactif, et la semicarbazone obtenue a alors été fractionnée par cristallisation; *b*. par action fractionnée en 9 opérations en utilisant une quantité insuffisante de réactif à chaque essai. Pour chacune de ces opérations, nous n'avons trouvé que la semicarbazone F 200° de la cétone issue de l'oxime F 79°.

Il faut remarquer de plus que l'action de l'hydroxylamine sur les cétones des types A et C engendre uniquement cette oxime F 79°, aussi bien en présence d'acétate de sodium qu'en présence de soude, contrairement à ce qu'on observe avec l'$\alpha\alpha'$-diméthylcyclohexanone. Avec les cétones des types B et D les proportions d'oxime F 79° et d'oxime liquide restent constantes pour un échantillon donné, quelles que soient les conditions opératoires (soude ou acétate de sodium).

De la même façon la cétone A et la cétone C, traitées par l'hydroxylamine ou la semicarbazide dans des conditions variées de pH, n'ont donné que l'oxime F 79° ou la semicarbazone F 200°. La cétone pure issue de l'oxime F 79° a conduit aux mêmes résultats, contrairement à ce que l'on note avec l'$\alpha\alpha'$-diméthylcyclohexanone.

Enfin la cétone issue de l'oxime F 79°, traitée par l'acide chlorhydrique ou la soude, n'a pas donné naissance à la moindre trace de cétone *trans*, contrairement à ce que l'on observe avec les $\alpha\alpha'$-diarylcyclanones ([5]).

([4]) Von Braun et Haensel, *Ber. d. chem. Ges.*, 59, 1926, p. 2002; von Braun et Anton, *ibid.*, 60, 1927, p. 2438.

([5]) R. Cornubert, M. André, M. de Demo, R. Joly et A. Strébel, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 6, 1939, p. 103.

Ainsi la ββ'-diméthylcyclohexanone existe en isomères distincts ; malheureusement cette conclusion ne résulte que de l'étude de l'isomère *cis*, aucune méthode ne permettant actuellement d'atteindre la cétone *trans*. Ce travail va par suite être complété par l'étude d'un couple d'isomères *cis* et *trans* substitués en β et β'.

OCÉANOGRAPHIE. — *Sur la répartition des sédiments dans la baie du Mont Saint-Michel.* Note de MM. **Bourcart** et **Jean Jacquet**.

La baie du Mont Saint-Michel, limitée par une ligne allant de la Pointe de Grouin (Cancale) à la pointe du Roc (Granville), est le lieu de sédimentation d'une formation très particulière, la *tangue*, essentiellement calcaire, dont nous avons étudié antérieurement les caractères et les propriétés (¹). C'est un mélange de sable et de sablon et de poudre fine calcaire, rigide et se déposant en lits séparés par des joints, mais perméable. La fraction calcaire se compose de débris de coquilles de Mollusques mais aussi de Foraminifères, Bryozoaires, Spicules d'Éponges provenant de fonds inférieurs à — 10^m.

La tangue commence à l'Est à apparaître dans les environs d'Andaine sous forme d'une fine pellicule qui recouvre le sable de la plage, moulant les ripple-marks. Dès que son épaisseur augmente, le reflux y découpe des marigots à parois verticales, débutant par des cirques sourciers, image en miniature des cañons du calcaire.

Dès le Bec d'Andaine, le dépôt de tangue atteint la haute plage où elle recouvre un limon continental à *Cochlicella barbara*, substratum des dunes. Puis la tanguaie s'étend uniforme au large de la Sée, de la Sélune et du Couesnon, limitée vers la terre par la microfalaise du schorre (l'herbu) ou par la digue artificielle.

A partir de la Chapelle-Saint-Anne (Chérueix), le littoral marque une avancée vers le large et les polders sont séparés de la tanguaie par le cordon littoral de Chérueix qui se poursuit jusqu'à la côte de falaises de Château-Richeux. Ce cordon, comme on le sait depuis longtemps, est fait de coquilles de Mollusques, surtout de Lamellibranches dont, à l'exception des *Cardium edule* actuels, aucun ne vit dans la tanguaie, mais sont des formes des sables fins. On y observe notamment des coquilles d'Huîtres, légères, patinées de noir, profondément attaquées par les champignons perforants et par les Cliones et de nombreux Bryozoaires et Hydraires. Dès ce point l'érosion a atteint la tanguaie et, sous la tangue, apparaissent des bancs formés uniquement des mêmes coquilles, très exactement ce que les géologues appellent une lumachelle.

(¹) J. Bourcart, J. Jacquet et Cl. Francis-Boeuf, *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 469 et 764 ; *La Tangue de la Baie du Mont Saint-Michel* (*C. R. Soc. Biogéog.*, **177-181**, 1945, p. 43) ; J. Bourcart et V. Romanovsky, *Comptes rendus*, **219**, 1945, p. 74.

A Saint-Benoît-des-Ondes, on peut observer, à partir de ce point, au large du cordon, les restes, subsistant en forme de buttes-témoins, d'un ancien schorre à *Spartina Townsendi*, détruit par la mer. L'érosion marine forme avec la tangue de véritables galets, très durs, lités, resssemblant à des galets de phyllades. Vers le Vivier, l'attaque de la lumachelle permet à la mer de rassembler sur la tanguaie les coquilles en véritables barkhanes à talus abrupt « sous le vent ». Dès Saint-Benoît-des-Ondes, une grève de tempête, formée des mêmes coquilles, prolonge le cordon vers le large.

Le cordon et la tanguaie s'arrêtent contre la côte rocheuse à la pointe de Chateau-Richeux; la grève est alors uniquement faite de la lumachelle, surmontée çà et là de buttes-témoins d'un ancien schorre à *Spartina* ou de fuseaux allongés, derniers restes de la tanguaie érodée.

De la tangue, sous forme d'une mince pellicule, se dépose néanmoins sur les roches qui émergent de la lumachelle. Au delà, la haute grève est sableuse (ou vaseuse à Cancale), la tangue n'existait plus au large.

L'étude des sables et des fractions sableuses de la tangue montrent que sable et tangue proviennent de la pulvérisation par la mer dans la zone de déferlement de la lumachelle qu'elle érode. Les éléments fins sont tenus longtemps en suspension et convoyés par les courants dans les rivières; la tangue, extraordinairement fine, plastique, ressemblant à une argile, se dépose par exemple en slikke dans le goulet artificiel du Vivier.

La tangue, et son substratum, sont donc érodés dans la région de Cancale jusqu'à la Chapelle-Saint-Anne, et les produits de l'érosion se déposent à partir de ce point vers l'Est et le Nord-Est, vers Granville, où gagne l'alluvionnement par la tangue.

BOTANIQUE. — *Sur les méthodes en phyllotaxie*. Note de M. **Lucien Plantefol**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Dans la phyllotaxie classique, inspirée par l'étude des Dicotylédones plus encore que par celle, mieux connue, des cônes de Conifères, la feuille est devenue un point, la surface de la tige une surface de révolution, sur laquelle les points foliaires doivent être *régulièrement* distribués sur une hélice, c'est-à-dire *à l'intersection de droites* tracées sur la surface développée sur un plan. La croissance modifie seulement l'inclinaison des droites sans porter atteinte au réseau.

Une fois la réalité remplacée par ce symbole, la pensée, enfermée dans une abstraction géométrique, ne pouvait tirer de celle-ci que les conséquences mathématiques qui y étaient impliquées. D'où la stérilité du chapitre de phyllotaxie classique.

Les méthodes d'étude également étaient particulièrement conventionnelles. Puisqu'on admet, sans démonstration, que la spirale est unique, toute l'étude

phyllotaxique se ramène à la *mesure des divergences*. On a vite renoncé à mesurer de feuille en feuille. Il est aisé de prendre une moyenne; ayant choisi une feuille comme point de départ, « il faut tracer ou concevoir tracée sur le cylindre insertionnel la verticale passant par le point de départ et observer sa position relativement aux insertions supérieures les plus voisines ». D'après le numéro d'ordre de la feuille jugée exactement superposée à la première, Schimper ([1]) et Braun ([2]) obtiennent pour les divergences la suite bien connue de fractions 1/2, 1/3, 2/5, 3/8, ... Au contraire écorçant la tige « pour suivre avec plus d'exactitude la fibre descendante » qui remplace la verticale trop théorique de Schimper, L. et A. Bravais montrent l'imperfection des résultats obtenus par la méthode des mesures directes. Le raisonnement les amène à remplacer toute cette série de valeurs, qui apparaissent comme des approximations successives dues à l'imperfection des méthodes, par la valeur qui est la limite mathématique vers laquelle elles tendent : $(3-\sqrt{5})/2$.

A cette construction de l'imagination scientifique s'oppose la réalité, dont l'étude matérielle doit mener à la découverte de la loi phyllotaxique. Sur la tige défeuillée, les *réalités phyllotaxiques* sont de plusieurs ordres :

1° Les *cicatrices* ou *insertions foliaires* sont des surfaces plus ou moins régulières, très variables dans leur forme, depuis l'insertion presque linéaire des feuilles à pétiole aplati et des écailles, jusqu'aux cicatrices grossièrement triangulaires, lozangiques, ou circulaires, des feuilles à pétiole condensé.

2. Les *segments foliaires* (j'appelle ainsi la zone de l'épiderme, de l'écorce et du cylindre central qui participe à la constitution du pétiole) sont parfois très visibles et reconnaissables à la surface des tiges par les raies ou les crêtes, de collenchyme surtout, qui en soulignent le contour (tiges vigoureuses du Châtaignier, *Populus nigra*), parfois marquées seulement d'une ligne discrète prolongeant l'insertion et résultant de la différence d'orientation des files cellulaires épidermiques sur la tige et sur le haut du segment foliaire (*Rosa canina*), parfois impossibles à délimiter exactement sur l'épiderme ou l'écorce absolument lisses (tiges grêles ou à croissance lente, *Quercus pedunculata*, Poiriers cultivés).

3. Souvent, alors même que les segments foliaires n'apparaissent aucunement à la surface de la tige, leur réalité est facile à préciser par une dissection mettant en évidence les *cordons libéro-ligneux foliaires* latéraux, présents chez la plupart des Dicotylédones. Il est aisé de voir, dans un cas où les limites du segment foliaire sont marquées de côtes saillantes, que ces cordons latéraux s'isolent de la stèle près des bords du segment foliaire, à peu près symétri-

---

([1]) *Beschreibung des Symphytum Zeyheri*, extrait de *Geigers Magaz. f. Pharm.*, 28, 1829.

([2]) *Verhandl. Kais. Leopold. Carol. Akad. der Naturf.*, 15, 1831, 1 Abt., p. 195.

([3]) *Ann. Sc. Nat. Bot.*, 2e série, 7, 1837, p. 42.

quement par rapport au plan médian de la feuille; ils suivent parfois dans l'écorce, sur un parcours plus ou moins long, deux trajets parallèles (ce sont alors des *cordons foliaires*); ils s'incurvent enfin vers l'insertion foliaire, moins large que la distance qui les séparait, et, dans le cas fréquent d'une cicatrice foliaire à trois groupes vasculaires, ils constituent les deux petits groupes latéraux.

Expliquer la phyllotaxie d'une tige, ce n'est pas trouver des relations numériques entre des points théoriques déduits de cette tige idéalisée, c'est *reconnaître les rapports existant* sur cette tige *entre les éléments réels*, insertions foliaires, segments foliaires, cordons libéro-ligneux foliaires.

Dans l'étude que j'ai faite précédemment de la phyllotaxie du genre *Lilium*, il n'était pas besoin de recourir à ces 3 ordres de données. Le succès des observations portant sur les insertions foliaires, et accessoirement sur les segments foliaires, était un garant de la valeur de la théorie que ces observations permettaient de construire.

Il en va tout autrement avec les Dicotylédones. Le rôle qu'elles ont joué dans l'élaboration de la pensée phyllotaxique classique en fait d'ailleurs une pierre de touche de la théorie des hélices foliaires multiples que j'ai opposée à celle de la spirale génératrice. Il est donc essentiel d'appliquer aux Dicotylédones les méthodes qui viennent d'être énoncées, afin de voir le degré de généralité d'une théorie qui, élaborée à propos de multiples espèces du genre *Lilium*, paraît déjà, à la suite d'une rapide enquête, applicable aux Monocotylédones en général.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Observations caryologiques sur le* Bartsia alpina *L.* Note de M. **Edmond Doulat**, présentée par M. René Souèges.

Au cours des recherches que nous poursuivons actuellement sur la structure du noyau et des chromosomes somatiques des Scrofulariacées, notre attention a été attirée par le *Bartsia alpina*, espèce croissant dans les pelouses humides des hautes montagnes et notamment aux environs du Col du Lautaret (2095^{m}). L'étude caryologique de cette espèce n'avait pas été effectuée jusqu'à ce jour et il nous a paru intéressant d'en signaler les résultats. Le matériel utilisé consiste en extrémités de jeunes racines et de jeunes bourgeons fixés, *in situ*, au liquide de Benda (formule J. de Zeeuw). Les coupes de 3 à 6$^{\mu}$ d'épaisseur ont été colorées en utilisant la réaction nucléale de Feulgen, avec post-coloration dans une solution de vert lumière à 1 %.

1° *Structure nucléaire, évolution du noyau et des chromosomes au cours de la mitose.* — Au stade d'*interphase*, le noyau présente un nucléoplasme clair occupé généralement, dans sa partie centrale, par un nucléole assez volumineux d'une teinte d'un vert foncé, avec ou sans vacuole. Dans quelques noyaux, les nucléoles peuvent être au nombre de deux ou trois; ils possèdent un diamètre

d'autant plus petit que leur nombre est plus élevé. A la périphérie du nucléoplasme, s'observent des granulations d'un rouge violacé assez intense et de dimensions variables. Les unes sont relativement grosses, à peu près circulaires, homomorphes, fortement chromatiques; d'autres ont un volume moindre et une coloration moins intense; certaines, enfin, atteignant la limite de la visibilité, offrent une teinte très atténuée. Il ne semble pas que ces éléments soient reliés entre eux. Ils correspondent, à notre avis, à des *euchromocentres* au sens de Grégoire, et le noyau du *Bartsia* présente, de ce fait, une structure euchromocentrique à euchromocentres homomorphes.

La *prophase* débute par une chromaticité plus accentuée des éléments nucléaires, phénomène qui conditionne, semble-t-il, une augmentation du nombre des euchromocentres. Les plus gros paraissent, par la suite, devenir le point de départ d'un alignement de corpuscules plus petits, en nombre variable (2 ou 3, rarement davantage) et dont l'intensité chromatique décroît à mesure que l'on suit cet alignement. Des portions filamenteuses, à peu près incolores, relient ces organites entre eux et se distinguent difficilement du nucléoplasme. Leur observation est d'ailleurs rendue très malaisée par suite de la petite taille des noyaux (ceux du périblème ont un diamètre moyen de 5 à 6^{μ}). Le développement ultérieur des ébauches des cordons chromosomiques permet d'observer, avec netteté, l'existence d'une structure chromonématique. Celle-ci, bien visible lorsque les chromosomes atteignent leur longueur maximum, devient de moins en moins apparente quand on aborde le stade prémétaphasique.

En vue polaire, les *plaques métaphasiques* permettent de compter 36 chromosomes. Ceux-ci, en forme de bâtonnets légèrement incurvés, ne possèdent apparemment aucune structure chromonématique.

Durant les périodes d'*anaphase* et *télophase*, la structure hétérogène des chromosomes devient manifeste et les transformations de ces derniers en euchromocentres suivent la même évolution que celle que nous avons décrite pour les noyaux de type euchromocentrique [1].

2° *Cristalloïdes protéiques nucléaires*. — La présence de cristalloïdes qui avait été signalée chez divers *Rhinanthus, Melampyrum, Pedicularis, Tozzia, Digitalis, Linaria, Scrofularia, Veronica*, et qu'on retrouve dans d'autres familles voisines, telles que les Orobanchacées [2], est ici constante dans les noyaux quiescents des ébauches foliaires. Nous n'en avons pas observé dans les noyaux interphasiques ou quiescents de la racine et du méristème de la tige.

Ces cristalloïdes offrent une coloration verte moins intense que celle du nucléole et ont généralement des reflets plus ou moins bleutés. A la suite de

---

(1) E. Doulat, *Thèse Doct. ès Sc.*, Grenoble, 1943, pp. 182 et suivantes.

(2) *In* G. Tischler, *Allgemeine Pflanzenkaryologie. Der Ruhekern*, 1934, pp. 164-165.

nos observations, leur évolution paraît être la suivante. Dans le nucléoplasme on note tout d'abord l'apparition de vacuoles à suc verdâtre et assez dense. Dans ce dernier paraît s'opérer ultérieurement une précipitation de 1 à 10 ou 12 cristalloïdes, en forme de navette ou quartier d'orange. Tantôt accolés dans la vacuole, dont le contour s'accentue pendant que le contenu s'éclaircit à mesure que leur nombre croît, tantôt empilés dans la vacuole qui prend alors la forme d'un cylindre, d'un ovoïde ou d'un osselet, ces cristalloïdes se séparent ensuite pendant que la vacuole devient incolore et que sa limite s'estompe dans le nucléoplasme ambiant. Les dimensions moyennes de ces éléments sont : longueur 1-5$^{\mu}$,5, largeur 0,1-2$^{\mu}$,25. Sans être en relation avec le nucléole, ils sont cependant toujours placés dans son voisinage; ils se montrent disposés parallèlement et présentent le même arrangement que les chromosomes anaphasiques. Le pôle de l'ensemble est occupé parfois par le nucléole, mais, la plupart du temps, celui-ci est situé dans un plan différent et se trouve rejeté contre la membrane nucléaire. La structure du nucléoplasme est analogue à celle qu'il possède dans les noyaux interphasiques de la racine. Il présente cependant une teinte d'un rose plus accentué pendant que les quelques euchromocentres homomorphes qui restent encore visibles sont très gros et se détachent avec netteté sur la teinte diffuse du fond nucléaire.

En résumé, les noyaux somatiques du *Bartsia alpina* appartiennent au type euchromocentrique à euchromocentres homomorphes. La structure des 36 chromosomes qui se forment autour de la mitose ne diffère pas de celle des autres espèces que nous avons étudiées jusqu'ici. Ils présentent également une structure chromonématique (matrix peu colorée, chromonéma fortement chromatique). Les noyaux quiescents des ébauches foliaires possèdent, en outre, des cristalloïdes protéiques en forme de prisme, de navette ou de quartier d'orange. Ils paraissent prendre naissance au sein d'une vacuole se formant elle-même dans le nucléoplasme, généralement au voisinage du nucléole.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Diagramme nucléaire des Aracées.*
Note [1] de Mlle **Cécile Delay**, présentée par M. Roger Heim.

La présence de types variés de structure nucléaire chez les différentes familles de Phanérogames a été fréquemment observée [2]; aussi nous a-t-il paru pratique de représenter graphiquement la répartition des diverses organisations nucléaires à travers un groupe systématique donné. C'est le principe de cette

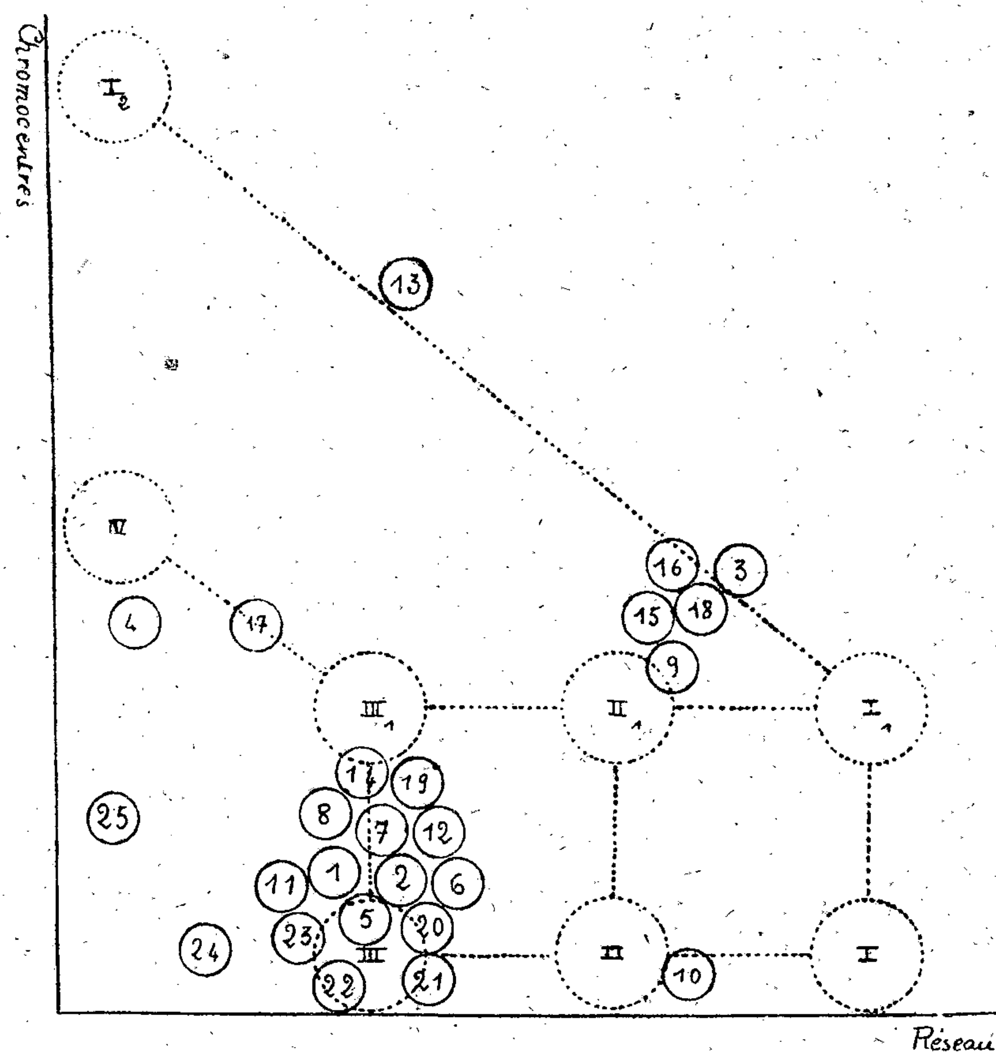
---

(1) Séance du 17 juin 1946.

(2) C. Delay, *Rev. Cytol. et Cytophysiol.*, 4, 1940, pp. 183-220; *Comptes rendus*, 219, 1944, p. 95; Mme Eftimiu-Heim, *Le Botaniste*, 31, 1941, pp. 65-111; R. de Litardière, *Bull. Soc. Hist. Nat. de l'Afr. du Nord*, 32, 1941, pp. 315-330.

représentation graphique que nous exposerons ici, en l'appliquant aux Aracées qui n'ont pas été étudiées jusqu'ici à ce point de vue ([3]).

En abscisses sont portées des densités croissantes du réseau et en ordonnées des nombres de plus en plus élevés de chromocentres, considérés par rapport au nombre chromosomique de l'espèce. Les cercles marqués d'un chiffre



(1) *Pothos* sp.; (2) *Authurium scandens* Engl.; (3) *Zamioculcas Loddigesii* Schott; (4) *Acorus gramineus* Ait; (5) *Raphidophora decursiva* Schott; (6) *Monstera deliciosa* Liebm.; (7) *Epipremum mirabile* Schott; (8) *Scindapsus* sp.; (9) *Spathiphyllum* sp.; (10) *Orontium aquaticum* L.; (11) *Lasia heterophylla* Schott; (12) *Amorphophallus Rivieri* Durien; (13) *Nephthytis liberica* N. E. Br.; (14) *Philodendron canniphyllum* Schott; (15) *Aglaonema costatum* N. E. Br.; (16) *Dieffenbachia* sp.; (17) *Zantedeschia albo maculata* Baill.; (18) *Alocasia* sp.; (19) *Xanthosoma* sp.; (20) *Syngonium podophyllum* Schott; (21) *Arum maculatum* L., *Arum nigrum* Schott et *Arum italicum* Mill; (22) *Sauromatum guttatum* Schott; (23) *Pinellia ternata* Thumb; (24) *Cryptocoryne Willesii* Hort; (25) *Lemna minor* L.

romain correspondent à un certain nombre de structures prises comme type suivant la classification proposée dans une Note précédente ([4]); les traits qui les unissent indiquent des rapports morphologiques et non phylogénétiques. Les types I, II, III correspondent respectivement à des noyaux euréticulés, réticulés et semi-réticulés sans chromocentres ou avec de rares chromocentres. Les types I_1, II_1, III_1 sont très voisins, mais les chromocentres y sont plus nombreux quoique en nombre inférieur à celui des chromosomes. Le type IV

([3]) Des noyaux à chromocentres collectifs ont été signalés chez *Arum italicum* Mill (P. Dangeard, *Le Botaniste*, 28, 1937, pp. 291-400), et chez *Sauromatum guttatum* Schott (L. Geitler, *Zeits. Zell F.*, 28, 1938, pp. 133-153).

([4]) *Comptes rendus*, 219, 1944, pp. 76-78.

correspond aux noyaux aréticulés à euchromocentres. Enfin le type I_2 possède de très nombreux chromocentres et le réseau y est très réduit et décoloré; il est réuni à I_1 dont il se rapproche par son degré élevé de chromaticité et par la grande taille de ses chromosomes.

Chacun des genres d'Aracées étudié est désigné par un cercle de petit diamètre, marqué d'un chiffre arabe et situé dans la région du graphique qui correspond le mieux à sa structure nucléaire. Il est toutefois évident qu'un tel diagramme ne peut avoir une signification mathématique et qu'il essaie simplement de mettre en évidence, de façon simple, la répartition des types nucléaires à travers la famille étudiée.

L'examen du graphique ainsi réalisé montre qu'une grande partie des espèces observées ont une structure semi-réticulée (entre le type III et le type III_1). Précisons qu'il s'agit de noyaux à chromocentres collectifs, souvent réticulés (type Bryone), mais dont la structure chromonématique est plus ou moins nette suivant les espèces. Dans l'ensemble, tous ces noyaux se rattachent à une même forme d'organisation, bien que montrant un certain polymorphisme dont il a été tenu compte, autant que possible, pour la représentation graphique.

Au voisinage de cet ensemble se place le noyau de *Cryptocoryne* (24) qui possède un léger réseau portant généralement un seul chromocentre, assez volumineux (correspondant à plusieurs chromosomes) et plus ou moins compact. Tout proche aussi est *Zantedeschia* (17) presque aréticulé à chromocentres granuleux formant le passage vers le type aréticulé à euchromocentres réalisé chez *Acorus* (4). Dans le noyau de *Lemna* (25), de taille très réduite, on distingue quelques granulations chromatiques; aucun réseau n'y est nettement visible.

Les autres espèces d'Aracées s'éloignent de celles qui ont été envisagées jusqu'ici par la chromaticité beaucoup plus élevée de leurs noyaux, ce qui est en relation avec la longueur plus grande des chromosomes. Les noyaux interphasiques sont réticulés sans chromocentres (*Orontium aquaticum*) ou avec chromocentres granuleux en assez grand nombre (*Spathiphyllum*, *Zamioculcas*, *Aglaonema*, *Dieffenbachia*). Chez *Nephthythys liberica* (13), le noyau contient un très grand nombre de chromocentres, en même temps que le « réseau » diminue d'importance.

CYTOPHYSIOLOGIE. — *Une nouvelle technique pour les recherches cytologiques et cytophysiologiques, la méthode des indigosols.* Note de M. **Philippe Joyet-Lavergne**, présentée par M. Maurice Caullery.

En 1924 M. Bader [1] a découvert un nouveau type de colorant industriel, en fabriquant un éther soluble et stable du leucoindigo pouvant régénérer faci-

(1) *Chimie et Industrie*, n° spécial, mai 1924, p. 449.

lement tout l'indigo. C'est là le prototype d'une série de colorants, éthers sulfuriques de diverses classes de colorants à cuve, les indigosols. Ces substances, couramment utilisées dans l'industrie de la teinture, sont stables en milieu alcalin; elles peuvent s'oxyder dans un milieu oxydant en donnant une couleur. Les indigosols se distinguent les uns des autres par leur plus ou moins grande facilité à s'oxyder, comme on peut le constater par des expériences *in vitro*. L'apparition et le développement de la coloration permettent, dans ces expériences, de suivre facilement les étapes de l'oxydation.

On pouvait songer à utiliser les indigosols pour apprécier les phénomènes d'oxydation dans les cellules vivantes. Effectivement, à l'état de solutions aqueuses, fraîchement préparées, à des concentrations variant de 1/500 à 1/100, certains indigosols pénètrent dans les cellules vivantes animales ou végétales sans leur causer de dommages. Ils facilitent ainsi l'étude de ces cellules. Nous allons indiquer les résultats obtenus sur quelques types de cellules animales.

I. *Recherches sur le Chironome*. — La glande salivaire, fraîchement extraite de la larve de Chironome, est déposée, sur lame, dans une goutte de Ringer à concentration double de la concentration normale; on ajoute une goutte de solution aqueuse fraîchement préparée, de l'indigosol O à la concentration de 1/100. Le réactif pénètre dans la cellule vivante et, dans les régions où le protoplasma possède un pouvoir oxydant suffisant, la couleur indigo se trouve régénérée. Ce phénomène d'oxydation, qui réalise l'apparition de la couleur, s'accomplit, dans le cytoplasme, à la surface des éléments du chondriome. A mesure que le réactif pénètre plus profondément dans la cellule, on constate la coloration graduelle, en bleu vert, des divers chondriosomes. En ce qui concerne le noyau, il y a une oxydation de l'indigosol dans le nucléole. Les barres transversales du filament chromatique se colorent aussi en bleu vert.

Des résultats analogues ont été obtenus avec les réactifs suivants, utilisés sous la forme de solutions aqueuses, à des concentrations de 1/100 et de 1/200 : le bleu indigosol pour impression IB colore en bleu les constituants cellulaires indiqués plus haut; le vert indigosol A les colore en vert; le noir indigosol IB leur donne un aspect sombre et l'indigosol 04B les colore en bleu vert. Avec ce dernier réactif, qui est le moins favorable de la série, la couleur, dès qu'elle est formée au niveau des chondriosomes, a tendance à diffuser dans la masse du cytoplasme. Les images obtenues avec les divers indigosols utilisés sont semblables à celles que donnent les leucodérivés ([2]), et les résultats de l'étude ci-dessus apportent une confirmation aux conclusions formulées antérieurement ([2]) sur le pouvoir oxydant du chondriome et du nucléole.

II. *Recherches sur les Grégarines*. — Nos recherches ont porté sur les Grégarines parasites du *Tenebrio molitor*, *Gregarina cuneata*, *Gregarina polymorpha* et *Steinina ovalis*, aux divers stades de la croissance des sporadins,

---

([2]) PH. JOYET-LAVERGNE, *C. R. Soc. Biol.*, 110, 1932, p. 663.

aux stades de l'accouplement et aux stades de l'enkystement. Les Grégarines sont placées sur lame dans une goutte de solution Ringer, on ajoute une solution aqueuse à 1/100 de l'indigosol O. Le réactif pénètre assez vite dans les sporadins de diverses tailles et dans les Grégarines accouplées; il se colore au niveau des chondriosomes. Les éléments du chrondriome placés à la périphérie du cytoplasme, étant les premiers touchés par la pénétration du réactif, se trouvent assez rapidement mis en évidence par la coloration bleu vert qui apparaît à leur surface; le mouvement des chondriosomes dans la cellule est alors facile à constater. Peu à peu les divers constituants du chondriome sont atteints et se colorent. Chez les sporadins des trois espèces étudiées, cette coloration totale du chondriome est atteinte, alors que la vitalité de la Grégarine ne semble pas affectée, l'organisme continuant à se mouvoir normalement. On obtient ainsi une véritable coloration vitale du chondriome et la méthode est supérieure à celle du vert Janus. Aux stades de l'accouplement, les résultats obtenus sont semblables. A l'étape de l'enkystement, la pénétration du réactif est plus lente, mais, là encore, l'oxydation de l'indigosol se réalise au niveau des chondriosomes et le chondriome est mis en évidence. La solution aqueuse d'indigosol 04B à 1/100 et la solution du vert indigosol A à 1/100 donnent des résultats analogues; toutefois, ces deux réactifs sont moins favorables que l'indigosol O. La méthode des indigosols donne des images semblables à celles qui avaient été obtenues par la technique des leucodérivés, sur le même matériel (3). Elle confirme les conclusions formulées antérieurement, en montrant qu'au cours des principales étapes de la vie de trois espèces de Grégarines, le chondriome conserve son pouvoir de catalyse d'oxydation.

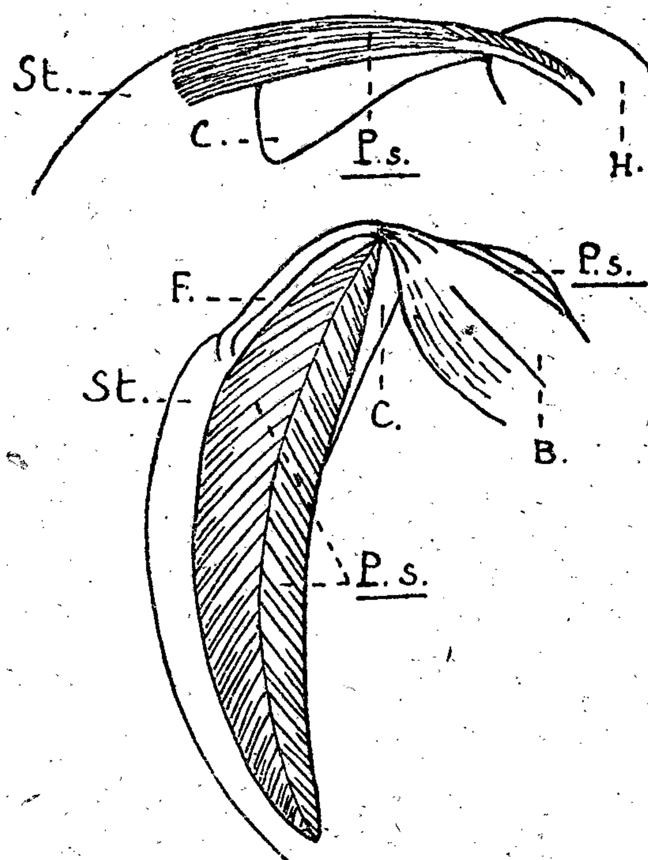
Des recherches en cours montrent que les indigosols employés dans l'étude ci-dessus peuvent être utilisés pour l'étude des cellules végétales vivantes. Ils mettent alors en évidence le pouvoir oxydant du chondriome et du nucléole et donnent des images analogues à celles obtenues avec les leucodérivés. La méthode des indigosols n'est pas destinée à remplacer la technique des leucodérivés; elle constitue un procédé complémentaire qui est pratiquement d'une utilisation plus facile.

ANATOMIE COMPARÉE. — *La morphologie du muscle releveur de l'aile* (m. pectoralis secundus) *chez les Oiseaux*. Note de M[lle] **Madeleine Friant**, présentée par M. Émile Roubaud.

Les muscles pectoraux des Oiseaux, au nombre de trois, grand pectoral (*m. pectoralis major*), moyen pectoral (*m. pectoralis secundus*) et petit pectoral (*m. pectoralis tertius*), sont beaucoup moins développés chez les Ratites, qui ne volent pas, que chez les Carinates, adaptés au vol.

(3) *Ibid.*, 110, 1932, p. 552.

Parmi ces muscles le moyen pectoral, dont les homologies ont été très discutées, n'est pas représenté chez l'Homme. C'est le principal releveur de l'aile; son origine plus ou moins étendue sur le sternum et son insertion sur l'humérus sont comparables dans le groupe aviaire tout entier.



Le muscle releveur de l'aile (*m. pectoralis secundus*). — *En haut*, chez un RATITE : fœtus de Nandou prêt à éclore (*Rhea americana* Lath.), Rhéiformes, Coll. Muséum; actuel en Amérique du Sud. G. N. × 3/4. — *En bas*, chez un CARINATE : Sarcelle adulte (*Anas crecca* L.), Ansériformes, Coll. Muséum; actuel en Europe, dans l'Inde et en Afrique du Nord. G. N. × 1/2. — St, sternum; C, coracoïde; F, *furcula*; H, humérus; B, muscle biceps (*m. biceps brachii*); P. s., muscle releveur de l'aile (*m. pectoralis secundus*).

Cependant, chez les Ratites, le moyen pectoral présente une forme et un trajet directement en rapport avec la morphologie très archaïque de la ceinture scapulaire (barre osseuse ininterrompue) rappelant celle des Reptiles primitifs (M. Friant, 1945) et diffère, par suite, d'une manière très nette du moyen pectoral des Carinates, Oiseaux spécialisés à la vie aérienne, dont les deux éléments de la ceinture scapulaire endosquelettique, toujours séparés, sont, en général, disposés à angle aigu.

J'ai étudié le *pectoralis secundus* du Nandou (*Rhea americana* Lath.) parmi les Ratites. Presque aussitôt leur origine sur le sternum (très près de la ligne médiane, en avant de l'articulation coracoïdienne), les fibres de ce muscle recouvrent le coracoïde, au-dessus de sa ligne intermusculaire, puis passent dans une gouttière de cet os faiblement accusée (en dessous de la tête scapulaire), pour se terminer sur un court tendon s'insérant au trochanter externe de l'humérus.

Par contre, chez la Sarcelle (*Anas crecca* L.) parmi les Carinates, le *pectoralis secundus*, de ses larges insertions (au-dessous du grand pectoral) sur la carène, la lame sternale, l'extrémité antérieure du coracoïde et même la *furcula* (par une expansion tendineuse), converge en un robuste tendon arrondi qui

passe en avant de la tête du coracoïde et s'engage dans le foramen triosseux (circonscrit par la clavicule, l'acromion et le coracoïde), puis se réfléchit, sensiblement à angle droit, sur le bord inférieur de cet orifice, (qui, en quelque sorte, joue le rôle de poulie) pour aller enfin s'insérer sur l'humérus.

En dépit des apparences, les deux grands groupes aviaires ne diffèrent pas, à ce point de vue, autant qu'on pourrait le croire. Le *pectoralis secundus* des Carinates, bien que très puissant, semble en effet, dériver d'un muscle plus simple, comparable à celui des Ratites. Les rapports du releveur de l'aile avec la ceinture scapulaire sont les mêmes chez tous les Oiseaux; mais la position moins horizontale du coracoïde sur le sternum, son inclinaison prononcée sur le scapulum et la constitution du foramen triosseux, constante chez les Carinates actuels, sont éminemment favorables à l'action élévatrice de ce muscle, dont la longueur et, par suite, la puissance se trouvent, de ce fait, augmentées, tandis que la contraction musculaire porte l'aile plus nettement vers le haut.

Avec P. R. Lowe (1928), j'estime que la morphologie archaïque du *pectoralis secundus*, en rapport étroit avec celle de la ceinture scapulaire, a, sans doute, été l'un des facteurs qui ont empêché certains groupes aviaires primitifs, comme celui des *Rheidæ* encore actuels et des *Diatrymidæ* éteints (¹), d'évoluer vers la vie aérienne.

PHARMACOLOGIE. — *Sensibilisation aux ions potassium par l'iodure de tétra-éthylammonium.* Note (¹) de Mlle **France Depierre** et M. **Daniel Bovet**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Quand on traite un muscle de Grenouille isolé dans un bain de Ringer oxygéné par l'iodure de tétra-*méthyl*ammonium aux doses non contracturantes, la contraction, provoquée par l'addition de chlorure de potassium ou de chlorhydrate d'acétylcholine, ne s'en trouve pas modifiée. Par contre, nous avons eu la surprise de constater que l'iodure de tétra-*éthyl*ammonium, connu pour s'opposer à l'action de l'acétylcholine (²), sensibilise le muscle droit abdominal aux ions potassium. C'est sur la préparation du *rectus abdominis* de Grenouille que la sensibilisation apparaît le plus nettement.

Il s'agit là d'un nouvel exemple de l'opposition significative qui existe entre l'iodure de tétra-méthylammonium et l'iodure de tétra-éthylammonium (³).

Certaines propriétés physiologiques de l'iodure de tétra-éthylammonium

---

(¹) Dont le type, le *Diatryma*, grand Oiseau nageur de l'Éocène, présentait une barre scapulaire tout à fait comparable à celle des Ratites.

(¹) Séance du 12 juin 1946.

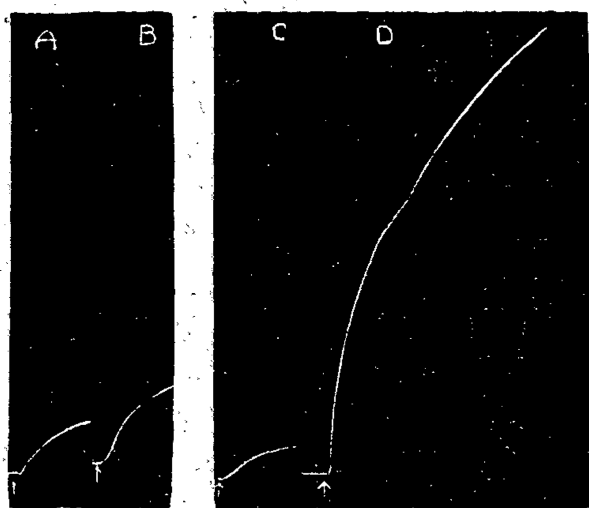
(²) J. Schüller, *Arch. exp. Path. Pharm.*, 90, 1921, p. 196; F. Kulz, *ibid.*, 98, 1923, p. 337.

(³) J. H. Burn et H. H. Dale, *J. Pharm. exp. Ther.*, 6, 1914-1915, p. 417.

sont vraisemblablement liées à la sensibilisation aux ions potassium : d'une part le renforcement de la contraction musculaire lors de l'excitation électrique directe et indirecte, d'autre part l'action décurarisante de ce même tétra-éthylammonium.

Dans l'excitabilité directe nous avons pu mettre en évidence, sur le couturier isolé de Grenouille, une augmentation de la réponse musculaire aux stimuli électriques.

Dans l'excitabilité indirecte on constate sur l'animal entier, outre le renforcement de la contracture musculaire signalée par Ing et Wright ([4]), une



Muscle droit abdominal isolé de Grenouille.

A gauche, contractions provoquées par le chlorure de potassium (1,5 pour 1000) A et le chlorhydrate d'acetylcholine (0,002 pour 1000) B sur le muscle dans Ringer.
A droite, concentrations du même muscle préalablement mis en contact pendant 10 minutes avec une solution d'iodure de tetra-éthylammonium à 5 pour 1000 : acétylcholine C; chlorure de potassium D.

contracture prolongée analogue à celle provoquée par la vératrine. On peut rétablir rapidement la courbe dans sa forme et sa hauteur primitive, par injection de chlorure de calcium, ce qui semble confirmer que les ions potassium sont bien en jeu.

La sensibilisation aux ions potassium, que l'on vient de décrire, explique les rapprochements faits par Acheson et Moe ([5]) entre les actions pharmacodynamiques de la vératrine et celles de l'iodure de tétra-éthylammonium. Les auteurs montrent en effet qu'en dehors de leur action similaire sur le nerf ([6]), les deux produits ont les mêmes effets cardiaques sur les mammifères; la courbe de l'électrocardiogramme se modifie pareillement; on observe le même effet inotrope positif et des arythmies comparables.

Par contre, si, comme l'a montré Z. M. Bacq ([7]), la vératrine sensibilise le muscle aux ions potassium en même temps qu'elle accroît l'intensité de la

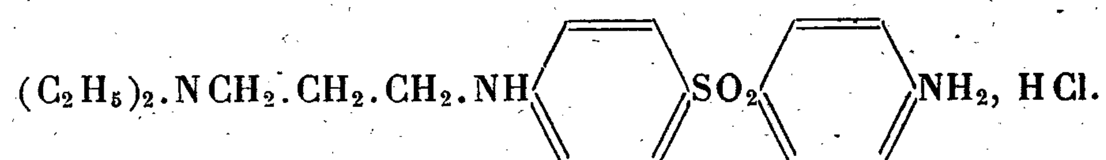
([4]) *Proceed. Roy. Soc.*, B, **109**, 1932, p. 337.
([5]) *J. Pharm. exp. Ther.*, **84**, 1945, p. 59.
([6]) S. L. Cowan et G. W. Walter, *J. Physiol.*, **91**, 1937, p. 101.
([7]) *Intern. Pharmacod.*, **63**, 1939, p. 59; A. Szent-Gyorgyi, Z. M. Bacq et M. Goffart, *Nature*, **143**, 1939, p. 522.

réponse à l'acétylcholine, les sels de tétra-éthylammonium manifestent sur les deux agents contracturants des effets diamétralement opposés. Ce corps se classe donc avec des propriétés sensibilisantes bien plus marquées dans le même groupe pharmacologique que la spartéine et l'atropine dont Coppée [8] a indiqué le pouvoir renforçateur.

Ces résultats obtenus sur la contraction musculaire globale permettent donc une analyse plus précise de l'action particulière aux sels du tétra-éthylammonium et nous apparaissent aussi comme un moyen de dissocier les effets de l'acétylcholine et du potassium, que différentes hypothèses portant sur la transmission neuro-musculaire avaient étroitement liés.

PHARMACOLOGIE. — *Propriétés cardiotoniques de la diéthylaminopro-pylamino-4 amino-4′ diphénylsulfone* (2489 F). Note [1] de M. **Daniel Bovet**, Mmes **Filomena Bovet-Nitti**, **Thérèse-J. Tréfouël** et Mlle **Nicole Beaugeard**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Quoique les substances susceptibles de provoquer la mort par fibrillation ventriculaire soient relativement nombreuses, il en est peu, en dehors des alcaloïdes digitaliques et de l'aconitine, dont l'activité s'exerce électivement sur le cœur. A cet égard nous avons observé que la diéthylaminopropylamino-4 amino-4′ diphénylsulfone (2489 F) présentait un intérêt tout à fait particulier.



Nous nous proposons de rapporter succinctement ici ses propriétés, nous réservant de revenir ultérieurement sur l'activité des termes homologues de la même série et sur celle des dérivés disubstitués de la diaminodiphénylsulfone.

De tels composés se rapprochent, au point de vue chimique, de la diamino-4.4′ diphénylsulfone, décrite par Fromm et Wittmann en 1908, dont Buttle et nous-mêmes [2] avons signalé l'activité antibactérienne, et de la diéthylamino-4 nitro-4′ diphénylsulfone à laquelle Puetzer et Surrey [3] ont récemment reconnu des propriétés du même ordre.

Au cours des essais réalisés sur le Chien endormi au chloralose auquel on injecte par voie intraveineuse des doses croissantes du produit 2489 F, on

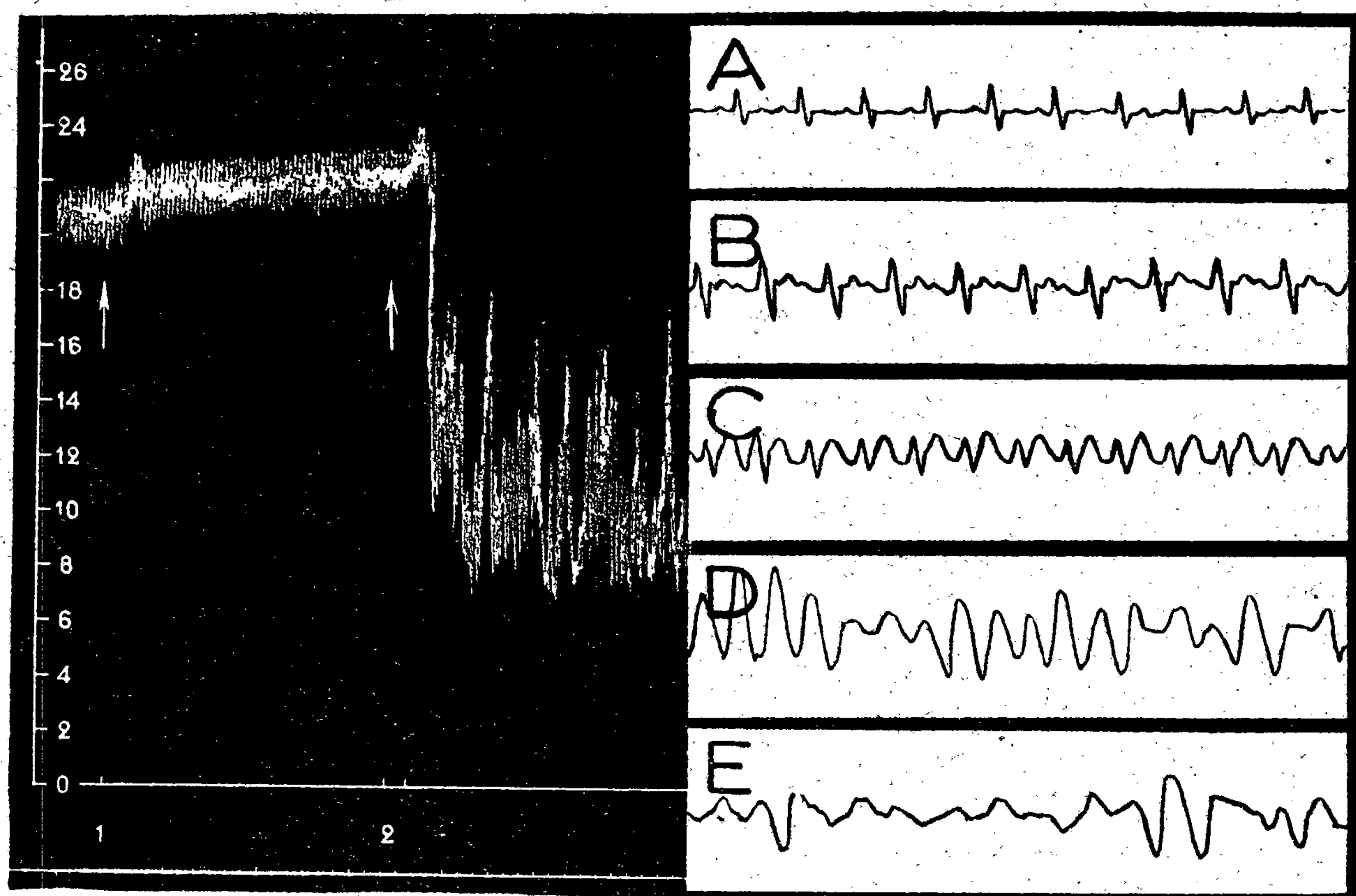
(8) *Arch. intern. Physiol.*, 53, 1943, p. 327.

(1) Séance du 17 Juin 1946.

(2) G. H. A. Buttle, D. Stephenson, S. Smith, T. Dewing et G. E. Foster, *Lancet*, 1, 1931, p. 1331 : E. Fourneau, J. Tréfouël, T.-J. Tréfouël, F. Nitti et D. Bovet, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1763.

(3) *J. Amer. Chem. Soc.*, 87, 1945, p. 343.

observe une intoxication cardiaque évoluant en deux phases successives. Dans la première, après $0^{mg},5$ à 1^{mg} par kilo, le pouls s'accélère et l'électrocardiogramme revêt des aspects qui évoquent le rythme nodal et la tachycardie ventriculaire; la pression carotidienne s'élève parfois légèrement, l'amplitude du tracé change peu. Dans une seconde phase, en général à la suite de l'injection de 2^{mg} par kilo, la pression s'effondre brutalement, les contractions du ventricule, jusque-là rapides et régulières, sont lentes, irrégulièrement espacées, inégalement efficaces au point que la pression tombe presque à zéro entre chaque pulsation. Le tracé électrocardiographique prend un aspect irrégulier, anarchique, arrondi; aucun accident n'y est plus reconnaissable;



A gauche, effets tensionnels consécutifs à l'injection dans la veine saphène du chien chloralosé de 1^{mg} par kg (1) et de 2^{mg} par kg (2) de 2489 F. *A droite*, tracés électrocardiographiques recueillis sur le même animal. A, témoin; B, après $0^{mg},5$ par kg de 2489 F; C, après 1^{mg} par kg; D et E, 1 et 30 minutes après 2^{mg} par kg.

par instants on a un tracé de flutter, voir de fibrillation. Le plus surprenant est de constater que cet état est compatible avec une longue survie de l'animal. En poursuivant l'intoxication, on constate dans certains tracés l'alternance de périodes de pulsations lentes avec des arrêts qui peuvent se prolonger pendant près d'une minute. La mort survient le plus souvent par fibrillation ventriculaire.

La nature des accidents provoqués chez le Chien par le 2489 F n'est pas modifiée par la section des nerfs vagues, l'atropine, le diéthylaminométhylbenzodioxane (883 F), le chlorure de magnésium, la spartéine ou la quinidine.

Le diéthylaminoéthoxy-2 diphényle (1262 F) (4), par contre, manifeste un effet antagoniste remarquable.

Les électrocardiogrammes recueillis chez le Chien éveillé, de même que ceux enregistrés chez le Lapin, le Cobaye ou le Poulet intoxiqués par voies intraveineuse, sous-cutanée ou buccale, montrent des accidents du même ordre. Sur la préparation du cœur isolé de Grenouille on observe que de faibles concentrations de 2489 F (1/100 000 000) provoquent régulièrement encore des troubles du rythme et de la conduction qui apparaissent après un temps de latence prolongé et sont difficilement réversibles.

GÉNÉTIQUE. — *Masculinisation des caractères sexuels somatiques et analyse génétique chez* Lebistes reticulatus. Note (1) de M. **Louis Gallien**, présentée par M. Maurice Caullery.

Chez *Lebistes reticulatus*, petit Téléostéen vivipare, le dimorphisme sexuel est très accentué. Le mâle présente notamment une riche gamme de points et de plages colorées absentes chez la femelle. Winge (1927) (2), au cours de son analyse génétique, a mis en évidence l'existence de 18 gènes conditionnant la coloration du corps. Parmi ces gènes, 9 ont toujours été localisés sur le chromosome *Y*. Dans ces conditions, si, comme l'a réalisé Régnier (1941) (3), on masculinise des femelles par une action hormonale, il est évident, *a priori*, que ces gènes ne pourront se manifester. Par conséquent les femelles masculinisées présenteront, au total, une gamme de colorations moins riche que les mâles.

Des expériences de cette nature ne prendront toute leur valeur qu'après l'étude de lignées dont le patrimoine héréditaire est connu d'avance. Toutefois une série d'essais effectués sur un stock relativement homogène (4) d'animaux nous a permis d'observer des résultats suggestifs :

56 mâles de la souche ont été étudiés comme témoins; 66 femelles de la même souche ont été traitées en plusieurs lots par la prégnéninolone et masculinisées.

Voici les résultats les plus saillants :

Parmi les mâles témoins, 54 présentaient une frange noire au bord supérieur de la caudale; 53, une grande plage rouge orangé médiane, s'étendant largement dans cette nageoire depuis la base; 54 possédaient des plages rouge

(4) D. Boyet, E. Fourneau, J. Tréfouël et H. Strickler, *Archives internationales de Pharmacodynamie*, 62, 1939, p. 234.

(1) Séance du 12 juin 1946.

(2) *Journ. Genet.*, 18, 1927, p. 1.

(3) *Comptes rendus*, 213, 1941, p. 537.

(4) Il s'agit d'une souche rapportée en 1933 de Pointe-à-Pitre par M. Caullery et conservée en élevage depuis cette époque.

orangé sur le côté du corps. Or, parmi les femelles traitées, aucune n'a manifesté de frange noire; une seule a montré une ébauche très discrète de pigmentation orange sur la caudale; 11 ont montré, d'une manière très discrète, une seule zone orange sur le côté. Or les gènes *iridescens, oculatus, maculatus*, localisés sur *Y*, d'après les travaux de Winge, et identifiés dans notre stock, conditionnent la présence de taches orange; *iridescens* et *oculatus*, celle de la frange noire caudale. Dans les conditions de l'expérience on ne peut pousser l'analyse plus loin, et il faut remarquer que certains gènes localisés sur *X* entraînent également la formation de plages orange. Il est un caractère dont l'observation est plus facile, c'est celui qui conditionne la formation de bandes verticales noires sur le corps.

Deux gènes, *tigrinus* (*X*) et *zebrinus* (autosome), déterminent cet aspect, dont la manifestation phénotypique est voisine. Nous avons observé cette barrure chez 9 mâles; elle est apparue chez 2 femelles, après traitement par la prégnéninolone.

On peut évidemment objecter que l'absence d'apparition d'une coloration tient à l'action insuffisante de l'hormone, ou à un seuil réactionnel trop élevé du territoire en cause. L'objection n'est pas à rejeter. Même chez les mâles, il arrive que tous les caractères contrôlés par un gène ne se manifestent pas, ou se manifestent sporadiquement. Il reste cependant que les femelles, après traitement par la prégnéninolone, peuvent développer des taches noires et orange dans la caudale et sur la dorsale, mais celles-ci ne correspondent pas à la position déterminée par les gènes actuellement connus.

Un second point doit être retenu. 22 mâles avaient une nageoire dorsale incolore et 34 une dorsale colorée (plages noires, orange et nacre). Or, sur les 66 femelles traitées, 21 conservèrent une nageoire incolore et 45 développèrent de brillantes colorations. Il semble donc que certains facteurs déterminant la coloration de la dorsale sont contrôlés par des autosomes ou des chromosomes *X*. L'aspect des colorations dans les animaux de notre stock est d'ailleurs différent de celui figuré par Winge. Il s'agit probablement de nouveaux gènes que Winge n'a pas rencontrés. De plus, la répartition des plages colorées, notamment des plages noires, est différente de celle des mâles, comme si des facteurs mineurs ou le milieu intérieur intervenaient dans l'expression phénotypique du caractère. Une remarque du même ordre peut être faite en ce qui concerne la position des taches noires du corps. Ainsi 48 mâles possédaient une tache noire arrondie, située à la racine de la queue et au-dessus de la ligne latérale. 46 femelles ont présenté une tache noire située latéralement à l'extrémité de la queue, mais toujours exactement sur la ligne latérale, jamais au-dessus. 46 mâles présentaient une tache ronde noire, très caractéristique, située juste en arrière des pectorales; or trois femelles seulement ont montré des taches noires situées sensiblement à ce niveau, et 22 ont montré

des taches noires situées sous le dorsale, ou un peu en avant de celles-ci. Une telle disposition n'a été vue que chez deux mâles.

La technique employée permet, au moins dans une certaine mesure, de lire directement la constitution génétique d'une femelle, constitution qu'on ne pouvait déduire auparavant que par l'étude de la descendance. Les gènes qui se manifestent sont localisés sur les autosomes, les chromosomes *X*, ou ont passé sur ces chromosomes à la suite de crossing-over entre ceux-ci et *Y*.

L'absence d'apparition d'une coloration définie résulte, ou de l'absence du gène correspondant (c'est le cas lorsque celui-ci est localisé sur *Y*) ou d'une absence de réactivité du territoire. Ce dernier point reste à préciser.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Glycérine et résistance du sperme aux basses températures*. Note [1] de M. **Jean Rostand**, présentée par M. Maurice Caullery.

Tout ce qui touche à la physiologie de la cellule spermatique peut offrir quelque intérêt, soit d'un point de vue théorique, pour l'étude de la fécondation, soit d'un point de vue pratique, pour la conservation de la semence en vue de l'insémination artificielle.

Dans les conditions ordinaires, les spermatozoïdes de Grenouille (*Rana temporaria*, ou *Rana esculenta*) ne résistent pas à la congélation : si on les soumet à une température de — 4° C., ils deviennent, généralement au bout de quelques heures, et toujours au bout d'une journée entière, complètement immobiles et incapables de recouvrer leur mobilité par le réchauffement. Or nous avons constaté qu'il était possible de prolonger considérablement leur temps de survie en ajoutant au liquide séminal une petite proportion de glycérine.

Les essais, très nombreux, ont porté principalement sur le sperme de Grenouille verte (*Rana esculenta*). Le sperme, obtenu en écrasant le tissu testiculaire dans un peu d'eau ordinaire, était additionné d'une petite quantité de glycérine (une goutte pour dix, quinze ou vingt gouttes de sperme), puis placé à la glacière (— 4° C. à — 6° C.), dans de petits récipients de verre, en même temps que des échantillons de sperme témoin. De temps à autre, presque chaque jour, on vérifiait, dans chaque série, l'état des cellules mâles, en prélevant une goutte dans l'un des récipients.

Alors que, dans le sperme témoin, les spermatozoïdes avaient toujours péri dès le lendemain, dans le sperme glycériné au vingtième, les spermatozoïdes, ou du moins un certain nombre d'entre eux, survivaient de 6 à 10 jours; dans le sperme glycériné au quinzième ou au dixième, ils survivaient de 10 à 20 jours.

---

[1] Séance du 12 juin 1946.

Les résultats étaient, généralement, d'autant meilleurs que le liquide était plus riche en spermatozoïdes.

Les spermatozoïdes reprenaient leurs mouvements dès qu'on les replaçait à la température du laboratoire (+16° C.), soit spontanément, soit par l'addition d'un peu d'eau ou de liquide de Holtfreter.

Ces expériences ayant été faites après la saison de ponte, il m'a été impossible de savoir si les spermatozoïdes ont conservé, malgré le refroidissement prolongé, leur pouvoir fécondant. S'ils l'ont conservé, il pourra être intéressant de rechercher s'ils ne montrent pas une dissociation entre le pouvoir fécondant et l'aptitude à l'amphimixie, comme cela se produit après irradiation par les rayons X, ou par certains traitements chimiques.

Quand la proportion de glycérine est inférieure au vingtième, on ne constate guère d'action protectrice contre le froid; quand elle est supérieure au dixième, les spermatozoïdes sont lésés.

On pourrait penser que l'addition de glycérine, en abaissant le point de congélation, empêche la prise en glace du sperme et que c'est pour cette raison qu'elle protège les spermatozoïdes contre l'effet du froid; mais, à la température de —4° C., le sperme glycériné au vingtième est bien pris en glace, et même le sperme glycériné au dixième est gelé, au moins partiellement. Il est probable que la glycérine exerce son effet protecteur en déshydratant les cellules. En ces dernières années, certains auteurs ont fait voir que les spermatozoïdes de *Rana*, après avoir été traités par des solutions sucrées de concentration convenable, peuvent supporter sans périr la température de l'air liquide (¹).

Personnellement toutefois, en traitant le sperme de *Rana esculenta* par des solutions sucrées (saccharose ou glucose, concentrations variant de 3 à 100 pour 1000), ou salines (sel marin, 3 à 50 pour 1000), je n'ai obtenu aucun renforcement de la résistance au froid.

Notons que la glycérine ne prolonge aucunement la survie des spermatozoïdes à la température ordinaire, ni même à la température de 0°.

Des expériences analogues ont été faites sur le sperme d'autres Anoures (*Rana temporaria*, *Bufo vulgaris*) et aussi, parmi les Urodèles, sur le sperme de *Triturus tæniatus*. Les résultats ont été de même sens, mais les survies, en général, un peu moins prolongées qu'avec le sperme de *Rana esculenta*. Avec le sperme de Mammifère, je n'ai, jusqu'ici, obtenu aucune action protectrice de la glycérine.

(²) Voir notamment B.-J. LUYET et E.-L. HODAPP, *Proc. Soc. Exp. Biol.*, N. Y., **433**, 1938, p. 39.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Modifications de l'organogenèse des voies urogénitales des embryons de Taupe* (Talpa europæa *L.*), *par action du propionate de testostérone*. Note (¹) de M. **René Godet**, présentée par M. Maurice Caullery.

Les Insectivores en général, et la Taupe en particulier, dont l'élevage prolongé en captivité est difficile, ne semblent pas avoir donné lieu à des expériences d'inversion sexuelle par action de substances androgènes ou œstrogènes. Cependant la position systématique de la Taupe et la structure de l'ovaire, donnant à penser qu'il existe une ambisexualité normale chez l'adulte femelle, permettent d'inférer que l'embryon de cet animal peut heureusement réagir à un traitement hormonal approprié.

Nous avons soumis des taupes en gestation à des injections d'hormones androgènes et œstrogènes, en vue d'étudier les modifications apportées par ce traitement dans l'organogénèse sexuelle des embryons des deux sexes.

Le traitement androgène a été réalisé par des injections sous-cutanées d'une solution huileuse de propionate de testostérone cristallisé titrant 5 à 25^{mg} d'hormone pure pour 1^{cm^3}. Nous avons fait subir ce traitement à 32 femelles gravides, les quantités totales injectées variant de 5 à 35^{mg} de substance active par individu.

Chez la Taupe gravide, nous ne pouvions réaliser systématiquement les injections hormonales à un moment déterminé de l'organogénèse sexuelle embryonnaire. Les femelles étant capturées en cours de gestation, la date de la fécondation ne peut être connue lorsque le traitement est appliqué. D'autre part, la durée de la gestation n'est pas encore parfaitement précisée. L'autopsie seule permet de fixer après coup à quel stade l'intervention a eu lieu.

Nous avons constaté que l'injection de proprionate de testostérone à des doses supérieures de 5^{mg} inhibe la parturition; les fœtus arrivés à terme ne sont pas expulsés. Ils se lysent et deviennent rapidement inutilisables si la femelle n'est pas sacrifiée au moment où la mise bas devrait s'effectuer.

L'ensemble des résultats montre que
nous sommes intervenu à tous les stades essentiels de la gestation.

La durée maxima du traitement effectué à été de 12 jours; la période expérimentale coïncide donc, dans les cas les plus favorables, avec les 12 derniers jours de la gestation; nous estimons à 25 jours la durée totale de celle-ci.

Toutes les femelles ayant reçu des injections de propionate de testostérone (doses variant de 5 à 25^{mg}), alors qu'elles portaient des embryons d'une dimension supérieure à 30^{mm}, ont avorté dans les 48 heures. Les embryons

(¹) Séance du 12 juin 1946.

ainsi libérés étaient vivants, mais non encore à terme et nous n'avons pu les élever.

Les injections précoces (avant les 13 derniers jours) ont déterminé (avec des doses variant de 5 à 35^{mg}) soit la mort des femelles gestantes, soient la lyse des fœtus, mais jamais l'avortement prématuré.

L'étude anatomique et histologique a révélé les faits suivants en ce qui concerne le tubercule génital :

Nouveau-nés témoins. — L'examen externe de ces embryons permet de distinguer facilement le mâle de la femelle. Celle-ci possède un tubercule génital plus court que celui du mâle et la distance anogénitale est également plus petite que chez ce dernier.

En coupe transversale, le repli balano-préputial du mâle est presque fermé; la distance séparant les deux extrémités s'évaluant à quelques dizaines de μ. Les feuillets de ce repli sont intimement soudés. L'urètre est en position centrale.

Le repli balano-préputial de la femelle est largement ouvert. L'urètre, tout en restant inclus dans le tubercule génital, est en position ventrale, entre les pointes extrêmes des feuillets du repli balano-préputial.

Nouveau-nés traités. — L'examen externe ne permet pas de reconnaître deux types d'individus, la longueur du tubercule génital et la distance ano-génitale étant identiques pour tous les embryons d'une même portée. Ces dimensions se rapprochent de celles des mâles témoins.

En coupe transversale, les femelles génétiques ont un tubercule génital en tous points semblable à celui des mâles témoins. De nombreuses mitoses s'observent même, dans toute l'épaisseur du repli balano-préputial, préludant à une séparation des feuillets.

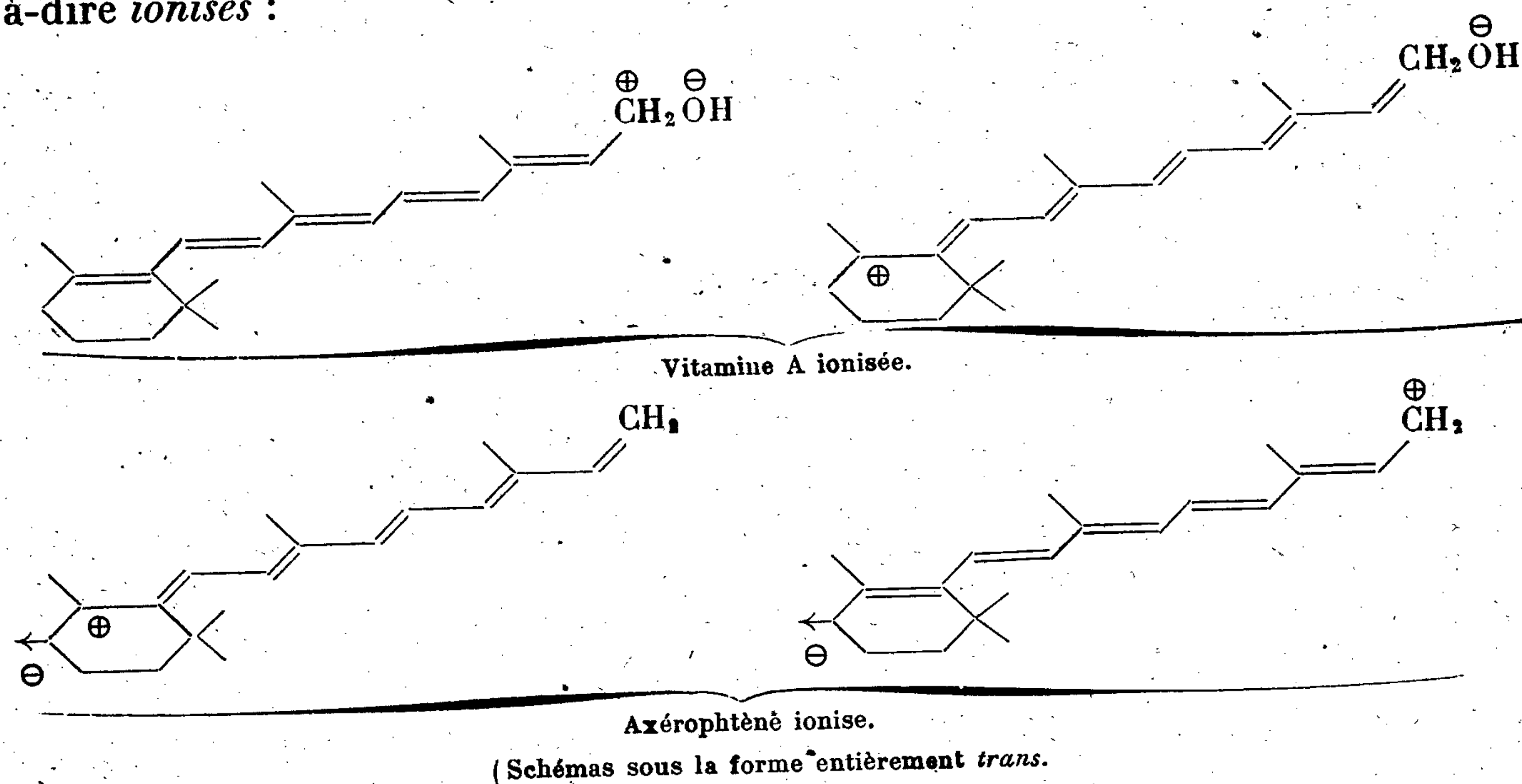
Les mâles génétiques ont un repli balano-préputial complètement fermé, et les feuillets sont clivés, maintenant seulement en certains points quelques adhérences.

Par conséquent les injections de propionate de testostérone à la Taupe en gestation ont provoqué une masculanisation totale du tubercule génital des nouveau-nés femelles. Ce résultat a été obtenu avec des doses variant de 5 à 35^{mg} d'hormone par individu.

Les mâles génétiques, dont les mères ont subi ce même traitement, ont un tubercule génital nettement plus différencié que celui du témoin; ils sont donc en avance sur ceux-ci en ce qui concerne l'organogenèse du pénis. Ce n'est que longtemps après la naissance que le gland se libère du prépuce chez la Taupe normale.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *La configuration des caroténoïdes et l'intensité de leurs réactions d'halochromie.* Note de M. **Paul Meunier**, présentée par M. Maurice Javillier.

La structure que j'avais assignée avec R. Dulou et Mlle A. Vinet (¹), à la prétendue vitamine A cyclisée, *l'axérophtène*, se trouvait justifiée, entre autres raisons, par l'identité qu'elle permettait d'expliquer entre les réactions d'halochromie fournies par ce caroténoïde et la vitamine A elle-même. Rappelons les formules limites de ces deux corps en état d'halochromie, c'est-à-dire *ionisés* :



Vitamine A ionisée.

Axérophtène ionisé.

(Schémas sous la forme entièrement *trans*.)

Dans les deux cas le phénomène de mésomérie, qui correspond à la bande d'absorption lumineuse à $620^{m\mu}$, intéresse *cinq* doubles liaisons conjuguées.

Il m'a semblé que l'on pouvait, en s'inspirant de Mulliken (²), aller plus loin dans la voie des vérifications quantitatives. Il suffit d'étendre à ces colorants à charge électrique *errante* les énoncés relatifs aux spectres d'absorption des caroténoïdes eux-mêmes, en tant que *polyènes*. Un de ces énoncés indique que l'intensité d'une bande d'absorption donnée est proportionnelle au carré de la longueur du système conjugué, responsable de cette absorption (³). Dans ces conditions, l'axérophtol et l'axérophtène *ionisés* devraient présenter la même intensité d'absorption à $620^{m\mu}$, puisque, d'après nos schémas, la distance séparant les positions extrêmes de la charge positive est la même dans les deux cas. Or c'est bien ce que confirment les données les plus précises relevées dans la littérature pour la réaction au trichlorure d'antimoine de l'axérophtol,

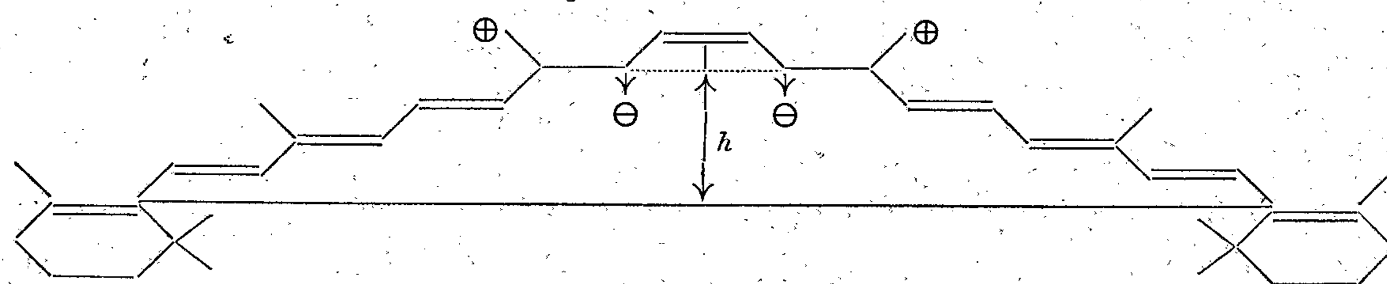
(¹) *Comptes rendus*, 216, 1943, p. 907.
(²) *Journ. Chem. Phys.*, 7, 1939, p. 570.
(³) Zechmeister, Le Rosen, Schroeder, Polgar et Pauling, *Journ. Am. Chem. Soc.*, 65, 1943, p. 1940.

de son acétate ([4]) et de l'axérophtène ([5]). Les coefficients d'absorption moléculaire obtenus à partir de dérivés cristallisés sont en effet respectivement de 137 200, de 149 000 et de 147 600.

Cette coïncidence vient encore à l'appui de la formule que nous avons proposée. Elle ne saurait se justifier à partir des formules avancées pour ce même axérophtène, *l'anhydro-vitamine,* par les auteurs américains ([5]). Ceux-ci faisaient état de structures à chaîne conjuguée ramifiée ou à *cumulène* terminal ($=C=CH_2$), qui devraient correspondre à une absorption d'intensité notablement plus faible pour la réaction d'halochromie. Ajoutons même que c'est bien sous la même configuration que les deux corps comparés doivent exister à l'état ionisé, puisque le passage d'une forme *trans* à une forme *cis* n'intéressant qu'une double liaison abaisserait le coefficient d'absorption de 14 ou 20 % selon le cas.

Nous pensons d'ailleurs que c'est bien sous la forme entièrement *trans* que ces matières colorantes bleues se présentent réellement, car, selon les vues de Zechmeister et de son école ([6]), c'est cette configuration qui est la plus *stable,* la plus favorable aux phénomènes de *mésomérie,* en exigeant la torsion minima des radicaux pour demeurer *plane.*

C'est encore aux résultats obtenus par Zeichmeister ([3]) dans l'interprétation des spectres des caroténoïdes que nous ferons appel pour rendre compte de la coloration relativement peu intense d'un caroténoïde symétrique, comme le β-carotène, en état d'halochromie. Ce fait doit être regardé comme une manifestation nouvelle de ce que ces auteurs ont appelé le *cis-peak effect.* Il s'agit de l'absorption dans la région du proche ultraviolet (vers 330-350$^{m\mu}$) résultant de l'oscillation électronique du centre du système vers ses extrémités (oscill. $0 \rightarrow 2$). Cette absorption serait nulle dans un caroténoïde entièrement *trans,* par raison de symétrie, et atteindrait son maximum pour le stéréo-isomère à liaison centrale sous la forme *cis.* C'est de même dans la symétrie du phénomène d'ionisation, tel que nous l'avons déjà envisagé ([7]) dans l'halochromie du β-carotène, qu'il faut voir la faible absorption lumineuse à 590$^{m\mu}$ de ce corps ionisé. Dans les conditions géométriques les plus favorables, définies par la



Carotène ionisé entièrement *trans.* sauf en sa zone médiane.

([4]) BAXTER et ROBESON, *ibid.,* 64, 1942, pp. 2407 et 2411.
([5]) SHANTZ, CAWLEY et EMBREE, *ibid.,* 65, 1943, p. 901.
([6]) ZECHMEISTER, *Chem. Reviews,* 334, 1944, pp. 267-344.
([7]) P. MEUNIER, *Comptes rendus,* 221, 1945, p. 64.

seule liaison centrale sous la forme *cis*, la flèche *h*, qui selon Mulliken compte pour l'intensité d'absorption, ne dépasserait pas 4,6 Å. Une comparaison avec la longueur du système conjugué de l'axérophtol ou de l'axérophtène *ionisé*, qui atteint 12,4 Å, conduit à un coefficient d'absorption inférieur à la moitié de celui obtenu dans les cas précédents. L'expérience indique qu'il est de l'ordre de 1/5 ([8]).

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *De l'érubescence paroxystique cobaltique.* Note de M. **Jean-Marie Le Goff**, présentée par M. Léon Binet.

Depuis la découverte par G. Bertrand et ses collaborateurs de la présence de petites quantités de cobalt dans tous les tissus animaux et végétaux, je me suis livré à de nombreuses recherches afin d'établir les propriétés physiologiques de ce métal et en vue de l'utiliser en thérapeutique.

Après de nombreux essais sur des animaux, Chiens, Lapins, Poissons, je fis le 19 février 1926, la première injection de cobalt à un jeune homme de 20 ans et je vis aussitôt apparaître la rougeur de la face et des oreilles, le sujet me disant qu'il ressentait dans la tête une tension violente comme si elle allait éclater. Depuis, j'ai fait plusieurs milliers d'injections semblables et j'ai toujours constaté ce phénomène. Cette rougeur, qui varie de durée et d'intensité, peut être désignée sous le nom d'*érythrose* ou mieux d'*érubescence;* elle paraît provoquée par l'action vaso-dilatatrice du cobalt ([1]).

Avec les sels simples, le sujet sain ou malade éprouve une poussée congestive et une vague de chaleur dans la tête; cette vague s'étend au cou, aux oreilles, à la nuque et quelquefois au tronc et aux membres. Avec une dose forte, la face devient rutilante, le rythme cardiaque est augmenté, la pression sanguine diminuée quelquefois, augmentée puis diminuée; souvent le sujet éprouve une chaleur aux mains et aux pieds.

Les composés cobaltiques, surtout les cobaltiamines ont une action beaucoup plus profonde; au bout de 5 à 20 minutes, le sujet éprouve une légère sensation de chaleur à la figure, qui rougit mais moins que dans les cas précédents; il ressent bientôt aux lèvres un frémissement, des secousses fibrillaires, des secousses cloniques qui s'étendent aux ailes du nez, aux joues, aux paupières, au cuir chevelu; les gencives semblent s'étirer et se gonfler, la tension de la muqueuse buccale paraît accrue, la salivation augmente, bien qu'aucun mouvement apparent ne corresponde aux sensations perçues; parfois le sujet a dans la gorge la sensation d'avoir avalé une liqueur forte ou un corps solide qui s'y trouverait arrêté; parfois il éternue et baille plusieurs fois. Les

([8]) Devine, Hunter et Williams, *Biochem. Journ.*, 39, 1945, p. 5.

([1]) J.-M. Le Goff, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 171.

sensations s'étendent aux mains et aux pieds ainsi qu'aux seins, à l'estomac qui semble pressé par une barre, à l'abdomen et aux organes génitaux, surtout chez la femme. De fortes doses provoquent des transpirations, des coliques, des vomissements, rarement des évacuations alvines. Tous ces phénomènes sont très marqués chez l'individu sain et varient de durée, d'intensité et de localisation chez les malades dont le sympathique est plus ou moins intéressé. L'action se prolonge souvent au delà de 48 heures par crises successives. Sur plusieurs milliers d'injections faites jusqu'à ce jour, deux cas ont présenté une rougeur sur toute la surface du corps pendant 24 heures, et deux cas une élévation de température de 2°.

L'*érubescence* cobaltique est suivie d'effets thérapeutiques dans le rhumatisme, la goutte, la maladie de Raynaud, les affections vasculaires, les névroses, les affections mentales au début et les affections dans lesquelles le sympathique est intéressé.

Les recherches que je poursuis sur des sujets auxquels M. Leriche avait enlevé certains ganglions sympathiques paraissent établir que le syndrome d'*érubescence* cobaltique est provoqué par l'action spécifique du cobalt sur le sympathique. Ainsi chez une malade âgée de 56 ans, sur laquelle M. Leriche avait pratiqué le 8 novembre 1945 une sympathectomie des 2e et 3e ganglions sympathiques dorsaux gauches, j'ai fait, le 12 décembre, une injection intra-musculaire de 1^{cm^3} d'une solution isotone de cobalt; au bout de 2 minutes, j'ai vu apparaître l'*érubescence* de la figure et la malade a ressenti une vague de chaleur qui s'est étendue à la moitié droite du corps, au bras droit et à la jambe droite; le côté gauche restant sans changement. J'ai répété cette injection les 14, 17, 18 et 20 décembre; chaque fois le même phénomène s'est reproduit.

BACTÉRIOLOGIE. — *Propriétés pectinolytiques et rouissantes de* Clostridium corallinum *P. et R.* Note de MM. **André-Romain Prévot** et **Marcel Raynaud**, présentée par M. Joseph Magrou.

Nous avons décrit en 1944 un *Clostridium* anaérobie chromogène nouveau sous le nom de *Cl. corallinum* (¹). Cette espèce intéressante produit un pigment rouge corail que nous avons appelé *corallinine* et dont nous avons reconnu la nature complexe (²) par la chromatographie et la spectrographie. Parallèlement à cette étude, nous avons poursuivi l'étude taxonomique de cette espèce de façon à pouvoir la situer dans l'un des 9 sous-genres physiologiques de *Clostridium* proposés par l'un de nous (³). Comme il s'agit d'une espèce chromogène, nous avions à choisir entre le sous-genre III qui comprend les chromogènes pectino-

---

(¹) *Ann. Inst. Pasteur*, 70, 1944, pp. 181 et 182.
(²) *Soc. Franç. Microb.*, 1946, séances du 2 mai et du 6 juin.
(³) A.-R. Prévot, *Manuel de Classification des Anaérobies*, p. 105.

lytiques et le sous-genre IX qui comprend les non-pectinolytiques chromogènes ou non. C'est ainsi que nous avons été amenés à rechercher les propriétés pectinolytiques de cette espèce. Mais par les procédés généraux de la fermentation des glucides, cette recherche ne donne pas de bons résultats, ce qui s'explique par le fait que les pectines du commerce sont très diverses et contiennent des impuretés (glucides, substances colorées etc.). Si on les purifie, on obtient des corps dont les chaînes polyuroniques sont plus ou moins longues ou plus ou moins déméthylées. Avec la pectine de betterave, nous n'avons pu mettre en évidence chez *Cl. corallinum* aucun enzyme pectinolytique. Aussi avons-nous eu recours à un procédé indirect; on sait que c'est la protopectinase qui assure la transformation des protopectines insolubles liées à la cellulose dans les tissus végétaux, en pectine soluble; c'est à ce système enzymatique que l'on attribue habituellement les propriétés rouissantes des bactéries pectinolytiques.

Nous avons recherché ces propriétés de deux façons : 1° sur des fragments de tiges de plantes textiles (lin, chanvre, ramie, genêt, alfa) stérilisés dans des tubes à essais et ensemencés par culture pure de *Cl. corallinum*; après quelques jours d'étuve à 37°, les fibres sont libérées de leur gangue pectique et donnent des filasses comparables à celles des meilleurs rouissages industriels ; 2° sur des bottes des mêmes plantes textiles, stériles ou non, immergées dans dix fois leur poids d'eau et ensemencées avec un levain de *Cl. corallinum*. Ici encore nous avons obtenu un rouissage rapide et très poussé : le lin est roui en 24-28 heures, la ramie en 2 à 4 jours, l'alfa en 8 jours, le genêt en 6 à 8 jours. Les filasses obtenues par cette méthode, après lavage, séchage et teillage, sont blanches, soyeuses, souples et solides. Elles peuvent être utilisées pour l'obtention de fils et de tissus de toutes qualités. Le degré de rouissage peut être obtenu à volonté en modifiant le temps de fermentation : par exemple le lin après rouissage bref donne des filasses « maigres » pouvant servir aux cordes et ficelles; après rouissage de deux jours il fournit des filasses pour toile, et après un rouissage plus poussé, des fibres très fines et très soyeuses.

L'avantage du rouissage par culture pure de *Cl. corallinum* est manifeste. Il s'agit d'une espèce robuste, douée d'une grande vitalité et d'un pouvoir de croissance très élevé. Il domine par concurrence les bactéries nuisibles de la flore naturelle des textiles, dont l'action anarchique conduit à des résultats irréguliers.

Notons que les produits de la fermentation des décoctions de plantes textiles sont les mêmes que ceux obtenus par fermentation du bouillon VF glucosé à 1 % (4) : acides acétique, butyrique et formique; alcools éthylique et butyrique; acétone; c'est une fermentation acétono-butylique.

(4) PRÉVOT, COHEN et RAYNAUD, *C. R. Soc. Biol.*, séance du 22 juin 1946.

Cl. corallinum étant un pectinolytique rouissant très énergique entre donc dans le 3e sous-genre de *Clostridium* et se classe à côté de *Cl. felsineum*, de *Cl. roseum* et de *Cl. haumanni*, avec lesquels il forme un groupe naturel très homogène. Il se distingue de *Cl. felsineum* en ce que celui-ci produit un pigment jaune orangé du groupe des carotènes et donne toujours de l'acétyl-méthyl-carbinol. Il diffère de *Cl. roseum*, qui donne un pigment rose, devenant pourpre ou noir à l'air, et de *Cl. haumanni* qui donne un pigment jaune canari virant secondairement au rouge brique.

Mais tous les quatre sont des pigments voisins, et tout porte à croire que le groupe des *Clostridium* anaérobies pectinolytiques chromogènes est un vaste groupe dont l'étude ne fait que commencer.

PATHOLOGIE ANIMALE. — *Recherches sur la fièvre aphteuse. Hyperimmunisation des Bovidés par un virus cultivé* in vivo *chez le Cobaye* (1). Note (2) de feu **Paul Rinjard** et de MM. **Michel Bardach** et **Jules Bridré**.

A une époque où la sérothérapie prenait son essor, son application fut envisagée vis-à-vis de la fièvre aphteuse. C'est ainsi que Lœffler et Frosh, en 1901, signalaient la possibilité d'obtenir, par des injections répétées de virus à des animaux guéris d'une première atteinte de fièvre aphteuse, un sérum dont les propriétés préventives et curatives étaient fortement accrues. Nocard, en 1903, apporta une confirmation de ces données à l'occasion des travaux qu'il poursuivait au Laboratoire de Recherches d'Alfort sur la prophylaxie de la fièvre aphteuse.

Jusqu'à ces dernières années, la question avait d'autant plus d'intérêt que celle de l'immunisation active de grands effectifs n'était pas résolue, mais, même aujourd'hui, alors qu'on entrevoit la diffusion possible d'un vaccin conférant une immunité active satisfaisante, il faut remarquer que la sérothérapie conserve à peu près toutes ses indications : intervention préventive lors de menaces d'infection immédiate (expositions d'animaux, transports en temps d'épizootie), intervention curative chez les tout jeunes sujets, sérumisation dans un troupeau récemment infecté, particulièrement dans ceux exploités pour la production laitière.

C'est pourquoi la plupart des pays d'Europe se sont toujours attachés à perfectionner les techniques de préparation, dans le but d'obtenir dans de

---

(1) Document retiré du pli cacheté n° 11 787, déposé le 18 août 1941, ouvert à la demande des auteurs ou de leurs héritiers, le 27 mai 1946.

(2) Séance du 12 juin 1946.

meilleures conditions économiques et en quantité suffisante un sérum hautement immunisant.

Jusqu'à présent, il faut le reconnaître, sa valeur préventive ou curative assez faible nécessitait l'emploi à hautes doses d'un produit coûteux. Or il était permis d'espérer que le prix de revient serait abaissé le jour où nous disposerions d'une source abondante de virus; en effet, la technique de l'hyperimmunisation, déjà compliquée du fait de la pluralité des virus, serait facilitée, en même temps que s'accroîtrait vraisemblablement l'activité du sérum.

Les acquisitions récentes en ce qui regarde la culture du virus aphteux ont apporté à cet égard un concours utile. C'est dans le même ordre d'idées que la découverte de Bardach sur la culture du virus aphteux *in vivo* chez le Cobaye, dans un liposarcome inoculable en série, présente un gros intérêt. Elle doit permettre d'obtenir le sérum antiaphteux en quantité plus importante et à relativement peu de frais.

C'est pour vérifier le bien-fondé de cette présomption que nous avons entrepris de nouveaux essais.

Sur un lot de 6 bovins guéris de fièvre aphteuse, nous avons procédé depuis 4 mois à la recharge, par voie intra-veineuse ou sous-cutanée, avec des suspensions de virus des types O et A, obtenues par broyage de liposarcome de cobayes atteints de fièvre aphteuse. La richesse en virus des tumeurs utilisées permettait l'infection chez un cobaye neuf à la dose de 1/4 de centimètre cube, après dilution du broyage à 1/50 000. Chaque bovin producteur de sérum recevait à chacune des inoculations une dose de suspension virulente correspondant à des poids de tumeur qui ont varié de 10 à 20^g.

La valeur préventive des sérums obtenus a été appréciée chez le Cobaye par injection sous-cutanée de doses variées, suivis d'une épreuve virulente effectuée 1 à 4 heures plus tard dans le coussinet plantaire. Pour celle-ci, nous avons utilisé un virus homologue dilué à un degré tel que 1/4 de centimètre cube entraîne chez un cobaye neuf la formation d'un aphte primaire en 24 heures et la généralisation aphteuse en 48 heures.

Les résultats ont été satisfaisants : grâce à 4 ou 5 recharges successives des bovins, nous avons obtenu un sérum moyen de mélange dont le degré d'activité correspond à celui des sérums antiaphteux mis jusqu'ici à notre disposition : à la dose de 1/2 centimètre cube chez le cobaye de 400^g, il prévient la généralisation aphteuse.

Il est possible que cette valeur préventive soit largement dépassée à la suite de nouvelles séries d'injections de suspensions virulentes. En effet le sérum de trois de nos animaux protège à la dose de 1/4 de centimètre cube, et l'un d'eux est actif à une dose voisine de 1/8 de centimètre cube.

Titré dans les mêmes conditions, le sérum de ces bovins, alors qu'ils étaient

simplement guéris de fièvre aphteuse, n'accusait un pouvoir préventif qu'à des doses variant de 2 à 4$^{cm^3}$.

Ces résultats montrent que le virus fourni par le liposarcome du cobaye aphteux représente un antigène de grande valeur pour l'hyperimmunisation des bovins producteurs de sérum. Son emploi *exclusif* permet d'obtenir dans les meilleures conditions économiques un sérum dont le pouvoir préventif se révèle des plus satisfaisants, si l'on s'en rapporte aux titrages effectués sur le Cobaye.

A 15^{h}55^m l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

M. le **Président**, au nom de la Commission chargée de former une liste de candidats pour chacune des cinquième et sixième des six nouvelles places de Membres non résidants, présente les listes suivantes :

Pour la cinquième place :

En première ligne........	M. **Eugène Bataillon**, à Castelnau-le-Lez.
En seconde ligne, ex æquo *par ordre alphabétique*..	MM. **Henri Devaux**, à Bordeaux. **Georges Denigès**, à Bordeaux. **Émile Guyénot**, à Genève.

Pour la sixième place :

En première ligne........	M. **Henri Devaux**, à Bordeaux.
En seconde ligne, ex æquo *par ordre alphabétique*..	MM. **Georges Denigès**, à Bordeaux. **Émile Guyénot**, à Genève. **Georges Reboul**, à Montpellier.

Les titres de ces candidats sont discutés.

Les élections auront lieu en la prochaine séance.

La séance est levée à 16^{h}25^m.

A. Lx.

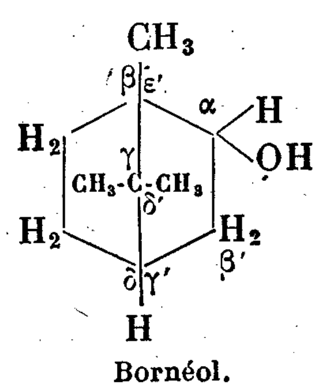
ERRATA.

—

(Séance du 6 mai 1946.)

Note de M[me] *Nicole Pacault*, Incréments de structure de l'oxygène combiné :

Page 1091, deuxième schéma (Bornéol), *lire*



Bornéol.

—126,0 —117,34

$$\begin{aligned}
\lambda_4^{\beta} &= -0,50\\
\lambda_4^{\gamma} &= -1,55\\
\lambda_3^{\delta} &= -1,30\\
\lambda_3^{\gamma'} &= -1,30\\
\lambda_4^{\delta'} &= -1,55\\
\lambda_4^{\varepsilon'} &= -1,55\\
\hline
&\ \ -7,75
\end{aligned}$$

—125,09

FIN DU TOME DEUX-CENT-VINGT-DEUXIÈME.

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

TABLES ALPHABÉTIQUES.

JANVIER — JUIN 1946.

TABLE DES MATIÈRES DU TOME 222.

I. — PARTIE SCIENTIFIQUE.

A

B

C

D

E

F

G

H

I

N

O

P

Q

R

S

T

U

V

X

Z

II. — PARTIE ACADÉMIQUE.

A

B

C

D

E

F

H

I

N

O

P

S

TABLE DES AUTEURS.

A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

K

L

M

N

O

P

Q

R

S

T

U

V

W

Y

Z

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES
130724 Paris. — Quai des Grands-Augustins, 55.